ANALISIS RELIABILITAS SISTEM PARALEL UNTUK MENENTUKAN PERSEDIAAN SUKU CADANG

(Studi Kasus Pada Komponen *Bearing* Mesin Pompa Nira Kental di Pabrik Gula Kebon Agung Malang)

SKRIPSI

oleh:

PADANG SUKMAWAN

0210950030-95

PROGRAM STUDI STATISTIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2008

ANALISIS RELIABILITAS SISTEM PARALEL UNTUK MENENTUKAN PERSEDIAAN SUKU CADANG
(Studi Kasus Pada Komponen *Bearing* Mesin Pompa Nira Kental di Pabrik Gula Kebon Agung Malang)

SKRIPSI
Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Dalam Bidang Statistika

oleh:
PADANG SUKMAWAN
0210950030-95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2008

LEMBAR PENGESAHAN
ANALISIS RELIABILITAS SISTEM PARALEL
UNTUK MENENTUKAN PERSEDIAAN SUKU CADANG

oleh:
PADANG SUKMAWAN
0210950030-95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 05 September 2008
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh
gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I	Pembimbing II
Ir. Mudjiono, MM	**Eni Sumarminingsih, SSi., MM**
NIP. 131 697 692	**NIP. 132 300 241**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, MSc
NIP. 132 126 049

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Padang Sukmawan
NIM : 0210950030-95
Jurusan : Matematika
Program Studi : Statistika
Penulis Skripsi berjudul :ANALISIS RELIABILITAS SISTEM PARALEL UNTUK MENENTUKAN PERSEDIAAN SUKU CADANG.

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.**
2. **Apabila dikemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 05 September 2008
Yang Menyatakan,

Padang Sukamawan
NIM. 0210950030-95

ANALISIS RELIABILITAS SISTEM PARALEL
UNTUK MENENTUKAN PERSEDIAAN SUKU CADANG
(Studi Kasus Pada Komponen *Bearing* Mesin Pompa Nira Kental di Pabrik Gula Kebon Agung Malang)

ABSTRAK

Pabrik Gula Kebon Agung Malang merupakan perusahaan manufaktur yang memproduksi gula SHS (*Super High Sugar*) sebagai produk jadi utama di mana seluruh aktivitas produksinya dijalankan dengan menggunakan mesin–mesin yang beroperasi secara terus menerus. Berdasarkan pengamatan pada mesin pompa nira kental di lapangan, komponen yang sering rusak adalah *bearing*. Mesin pompa sangat penting bagi proses penyaluran nira dari satu stasiun ke stasiun yang lain sebab jika mesin pompa rusak maka proses produksi akan terganggu sehingga kemampuan proses produksi berkurang. Oleh karena itu penyediaan mesin–mesin atau komponen cadangan sangat diperlukan untuk mendukung lancarnya kegiatan produksi. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui sebaran yang sesuai untuk usia pakai komponen *bearing* dari mesin pompa, mengetahui reliabilitas sistem paralel mesin berdasarkan sebaran yang paling sesuai dan menentukan persediaan suku cadang komponen *bearing* berdasarkan analisis reliabilitas sistem paralel. Dari hasil dan pembahasan dapat diketahui bahwa sebaran Weibull adalah sebaran yang paling sesuai untuk usia pakai komponen *bearing* dengan dugaan nilai parameter $\hat{\beta}$=1.19336 dan $\hat{\alpha}$ = 1096.84. Reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* pada mesin pompa memiliki pola menurun secara monoton dengan semakin bertambahnya waktu pemakaian. Penentuan persediaan suku cadang menggunakan variabel laju kerusakan dan persediaan suku cadang komponen *bearing* yang diperlukan dalam waktu 6 bulan adalah 36 buah komponen.

Kata kunci: Reliabilitas, *bearing*, persediaan.

RELIABILITY ANALYSIS OF PARALLEL SYSTEM TO DETERMINE THE INVENTORY OF SPARE PARTS.
(Case Study In *Bearing* Component In The Pump Machine of Dense Nira At Kebon Agung Sugar Factory Malang)

ABSTRACT

Sugar Factory of Kebon Agung Malang is the manufacture that produce super high sugar as the main product where all production activity moved by machine that operate continually. Based on kognisi in pump machine at course, the component that frequently breakdown is *bearing*. The pump machine is very important to circulation process from one station to other station, if the pump machine broken then it will decrease the capability of process production. Therefore, invent the machine and spare part of component is needed to support the production activity. The aim of this research is to investigate the life time distribution of *bearing*, the reliability system parallel of pump machine and determine the inventory of *bearing* parts. This research conclude that the life time distribution of *bearing* is Weibull, which have parameter $\hat{\beta}$ =1.19336 and $\hat{\alpha}$ = 1096.84. The reliability system parallel of pump machine have decline trend. Failure rate is used to determine the inventory of *bearing* and the calculation result that for six month is need 36 unit *bearing*.

Keywords: Reliability, *bearing*, inventory.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **Analisis Reliabilitas Sistem Paralel Untuk Menentukan Persediaan Suku Cadang.**

Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu. Oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Ir. Mudjiono, MM sebagai dosen pembimbing I yang telah memberikan masukan dan motivasi dalam penulisan skripsi.
2. Ibu Eni Sumarminingsih, SSi., MM sebagai dosen pembimbing II yang telah memberikan masukan , motivasi dan menyediakan banyak waktu untuk konsultasi.
3. Ibu Ir. Heni Kusdarwati, MS, Ibu Ir. Atiek Iriany, MS dan Bapak Adji Achmad Rinaldo F, SSi., MSc sebagai dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritik.
4. Kedua orang tuaku atas doa dan restunya serta kesabaran dalam membimbing dan mendidik.
5. Bapak Heru Cahyono,ST selaku pembimbing lapang di Pabrik Gula Kebon Agung Malang.
6. Rekan – rekan mahasiswa Statistika Universitas Brawijaya.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu atas segala bantuan yang diberikan sehingga proposal skripsi ini dapat diselesaikan.

Penulis menyadari bahwa dalam skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan sehingga kritik dan saran sangat diperlukan untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.

Malang, September 2008

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Produksi merupakan kegiatan utama setiap perusahaan manufaktur. Dalam suatu proses produksi, permasalahan mengenai produktivitas merupakan suatu faktor yang sangat penting. Menurut Assauri (1999) proses produksi adalah cara, metode dan teknik yang digunakan untuk menciptakan atau menambah kegunaan suatu barang dengan menggunakan sumber–sumber (tenaga kerja, mesin, bahan–bahan dan dana) yang dapat diubah untuk memperoleh suatu hasil. Dari definisi tersebut dapat diketahui bahwa salah satu faktor yang mempengaruhi proses produksi adalah mesin.

Peranan mesin dalam pencapaian proses produksi sangat penting pada perusahaan manufaktur. Assauri (1999) menjelaskan bahwa mesin adalah peralatan yang digerakkan oleh suatu kekuatan atau tenaga yang dipergunakan manusia dalam mengerjakan produk atau bagian–bagian produk tertentu. Mesin merupakan salah satu faktor produksi yang berhubungan langsung dengan produk.

Untuk menghasilkan produk sebanyak mungkin dengan kualitas yang baik dan dalam waktu yang relatif singkat, suatu perusahaan perlu mengoptimalkan penggunaan mesin tersebut. Oleh karena itu untuk mewujudkannya perlu didukung dengan mesin–mesin produksi dalam keadaan yang baik dan siap pakai dengan melaksanakan kegiatan pemeliharaan mesin secara teratur.

Pabrik Gula Kebon Agung merupakan perusahaan manufaktur yang kegiatan produksinya adalah mengolah tebu menjadi produk jadi utama yang berupa gula SHS (*Super High Sugar*). Keseluruhan aktivitas produksinya dijalankan dengan menggunakan mesin–mesin produksi dengan proses produksi terus menerus. Pompa merupakan salah satu mesin yang beroperasi secara terus menerus yang berfungsi untuk memindahkan cairan dari satu tempat ke tempat lainnya. Penyediaan mesin–mesin atau komponen cadangan sangat diperlukan jika terjadi kerusakan mesin pompa ketika proses produksi sedang berlangsung. Mesin atau komponen cadangan tersebut menggantikan kedudukan mesin yang rusak sehingga proses produksi tidak akan terganggu. Oleh karena itu diperlukan suatu analisis statistika untuk menentukan jumlah persediaan mesin atau komponen cadangan agar proses produksi dapat berlangsung dengan baik. Salah satu analisis statistika yang digunakan adalah analisis reliabilitas, yaitu analisis untuk menentukan waktu kerusakan mesin atau komponen setelah pemakaian periode waktu tertentu. Analisis reliabilitas dapat menentukan rata–rata usia pakai suatu mesin atau komponen beroperasi dengan baik setelah pemakaian periode waktu tertentu dan peluang suatu mesin atau komponen beroperasi dengan baik setelah pemakaian periode waktu tertentu. Dengan mengetahui rata–rata usia pakai dan waktu kerusakan mesin atau komponen, maka pihak manajemen dapat mengambil kebijakan untuk menentukan jumah persediaan mesin atau komponen cadangan secara tepat agar proses produksi dapat berlangsung dengan baik.

1.2 Rumusan Masalah

1. Sebaran apakah yang sesuai untuk usia pakai komponen *bearing* dari mesin pompa?
2. Bagaimanakah reliabilitas sistem paralel mesin pompa?
3. Bagaimanakah keputusan persediaan suku cadang komponen *bearing* berdasarkan analisis reliabilitas sistem paralel?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mengetahui sebaran yang sesuai untuk usia pakai komponen *bearing* dari mesin pompa.
2. Mengetahui reliabilitas sistem paralel mesin berdasarkan sebaran yang paling sesuai.
3. Menentukan persediaan suku cadang komponen *bearing* berdasarkan analisis reliabilitas sistem paralel.

1.4 Manfaat Penelitian

Dengan penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi kepada perusahaan dalam pengembangan sistem mesin pompa untuk meningkatkan reliabilitas sistem mesin pompa guna menunjang proses produksi.

1.5 Batasan Masalah

Untuk lebih memfokuskan tercapainya tujuan penelitian maka digunakan beberapa batasan masalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data usia pakai komponen *bearing* pada mesin pompa nira kental di Pabrik Gula Kebon Agung tahun 2004–2006.
2. Aspek teknis pelaksanaan perawatan tidak dibahas dalam penelitian.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi Reliabilitas

Menurut Haryono (1996), reliabilitas didefinisikan sebagai peluang sebuah komponen, subsistem atau sistem dapat berfungsi dengan baik tanpa mengalami kegagalan dalam kondisi operasional tertentu pada suatu periode tertentu. Reliabilitas suatu produk dapat diartikan sebagai peluang suatu produk berfungsi dengan baik pada suatu jangka waktu tertentu dalam kondisi tertentu (Johnson, 2005). Penerapan teori reliabilitas dapat membantu untuk memperkirakan peluang komponen, subsistem atau sistem dapat beroperasi sesuai dengan tujuan yang diinginkan dalam kurun waktu tertentu.

2.2 Fungsi Reliabilitas

Berdasarkan definisi reliabilitas maka formulasi reliabilitas terhadap waktu dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t) \tag{2.1}$$

di mana:

R(t) = fungsi reliabilitas
F(t) = fungsi sebaran kumulatif peluang kegagalan
f(t) = fungsi kepekatan peluang

(Elsayed,1996).

2.3 Laju Kerusakan

Laju kerusakan dapat didefinisikan sebagai peluang mesin atau komponen tidak dapat beroperasi pada periode waktu tertentu (Ross, 1987). Sedangkan Haryono (1996) menyatakan laju kerusakan adalah suatu besaran yang mengukur kecepatan suatu komponen menjadi rusak per satuan waktu yang digunakan dalam kondisi tertentu.

Laju kerusakan sebuah mesin dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{2.2}$$

di mana: $h(t)$ = fungsi laju kerusakan

$f(t)$ = fungsi kepekatan peluang

$R(t)$ = fungsi reliabilitas

(Elsayed,1996).

2.4 Rata–Rata Waktu Kerusakan (Mean Time To Failure = MTTF)

Rata–rata waktu kerusakan *(Mean Time To Failure = MTTF)* dapat didefinisikan sebagai rata–rata suatu komponen, subsistem atau sistem dapat berfungsi dengan baik tanpa mengalami kerusakan. MTTF dapat dinotasikan sebagai nilai harapan waktu hidup $(E(t))$ dari sebaran tertentu.

$$E(t) = \int_0^\infty t.f(t)dt \tag{2.3}$$

Variabel acak T selalu positif , sehingga

$$E(t) = \int_0^\infty t.f(t)dt = \int_0^\infty t.\frac{dF(t)}{dt}dt$$

$$= -\int_0^\infty t.dR(t)$$

$$= -t.R(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt$$

Karena $R(\infty)$ adalah 0, sehingga diperoleh :

$$E(t) = MTTF = \int_0^\infty R(t)dt \tag{2.4}$$

Haryono (1996).

2.5 Pendugaan Sebaran Sampel

Reliabilitas tergantung dari sebaran waktu kerusakan. Bila pendugaan mengenai sebaran peluang salah, maka hasil yang didapat tidak akan tepat. Oleh karena itu sebelum menentukan tingkat reliabilitas komponen, subsistem atau sistem harus diketahui sebaran yang memenuhi sampel terlebih dahulu. Hal ini dapat dilakukan dengan melihat:

a. Histogram
b. Plot peluang

2.5.1 Histogram

Histogram adalah cara menduga secara grafis yang merupakan plot sebaran peluang yang bersesuaian dengan data tertentu. Fungsi kepekatan peluang suatu sebaran mempunyai kecenderungan bentuk tertentu sehingga dapat menjadi petunjuk yang mendekatkan pada pendugaan sebaran yang diharapkan.

Histogram meyakinkan peragaan visual data sehingga dapat dengan mudah melihat 3 sifat, yaitu: bentuk, lokasi atau kecenderungan tengah dan pemencaran atau keragaman.

Histogram mudah dibuat, dapat diaplikasikan untuk semua sebaran dan memberikan bentuk visual yang mudah diintepretasikan (Steel dan Torrie, 1993).

2.5.2. Plot peluang

Plot peluang adalah metode grafis lain dalam pendugaan sebaran yang termasuk cukup mudah. Dalam metode plot peluang diperlukan kertas peluang dari sebaran yang diduga sesuai dengan sebaran data. Cara metode plot peluang adalah dengan plot nilai dari:

$$\left\{100\left(\frac{j-0.5}{n}\right), x_j\right\}$$

di mana: j = 1,2,3,…n

x_j = data yang telah diurutkan mulai dari yang terkecil

Jika titik plot pada kertas peluang dari sebaran dugaan tidak menunjukkan garis lurus, maka sebaran dugaan tidak sesuai dengan sebaran data yang diamati (Montgomery dan Hines, 1990).

2.6 Sebaran Eksponensial

Sebaran Eksponensial adalah suatu sebaran yang digunakan untuk memfungsikan fungsi reliabilitas dimana laju kerusakan dianggap konstan, yaitu bila laju kerusakan itu tidak tergantung waktu atau umur komponen.

Fungsi kepekatan peluang dari sebaran Eksponensial dengan parameter θ dapat ditulis sebagai berikut :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-t/\theta} & , t \geq 0 \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases} \quad (2.5)$$

(Ross, 1987).

Jika sebaran kerusakan suatu komponen, subsistem atau sistem mengikuti sebaran Eksponensial maka:

a. Fungsi reliabililitas sebaran Eksponensial adalah:

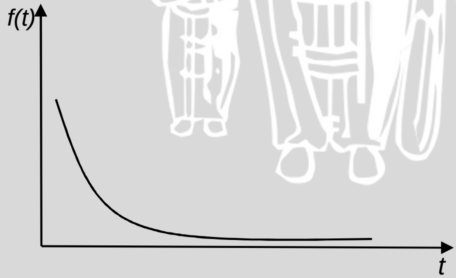
$$R(t) = e^{-t/\theta} \quad (2.6)$$

b. Laju kerusakan sebaran Eksponensial adalah :

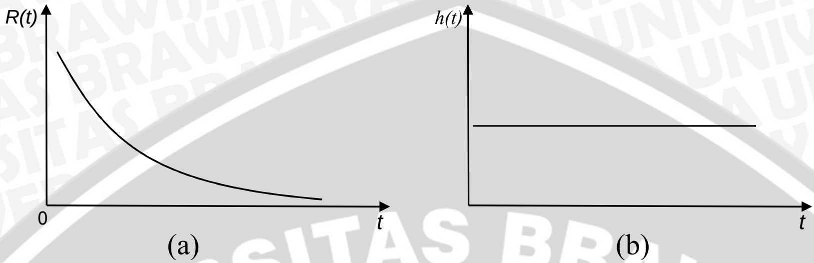
$$h(t) = \frac{1}{\theta} \quad (2.7)$$

c. Rata–rata waktu kerusakan *(MTTF)* sebaran Eksponensial adalah :

$$MTTF = \theta \quad (2.8)$$



Gambar 2.1. Fungsi kepekatan peluang sebaran Eksponensial



Gambar 2.2. Fungsi reliabilitas (a) dan fungsi laju kerusakan (b) sebaran Eksponensial

Gambar 2.1 merupakan model dari fungsi kepekatan peluang dan Gambar 2.2 merupakan model dari fungsi reliabilitas dan fungsi laju kerusakan sebaran Eksponensial dengan parameter θ.

2.7 Sebaran Weibull

Sebaran Weibull merupakan salah satu sebaran yang sering digunakan dalam perhitungan reliabilitas. Sebaran Weibull banyak digunakan untuk memfungsikan fenomena kerusakan dengan laju kerusakan tergantung pada umur komponen.

Fungsi kepekatan peluang pada sebaran Weibull dengan parameter α dan β adalah:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{\beta}{\alpha}\left[\dfrac{t}{\alpha}\right]^{\beta-1} Exp\left[-\left(\dfrac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] & , t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

(Ross, 1987)

di mana: α = parameter skala , $\alpha > 0$
β = parameter bentuk , $\beta > 0$

Jika sebaran kerusakan suatu komponen, subsistem atau sistem mengikuti sebaran Weibull maka:

a. Fungsi reliabilitas sebaran Weibull adalah:

$$R(t) = Exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right]^{\beta} \tag{2.10}$$

b. Laju Kerusakan sebaran Weibull adalah:

$$h(t) = \frac{\beta}{\alpha}\left[\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}\right] \tag{2.11}$$

c. Rata–rata waktu kerusakan *(MTTF)* sebaran Weibull adalah:

$$MTTF = \alpha\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \tag{2.12}$$

di mana:

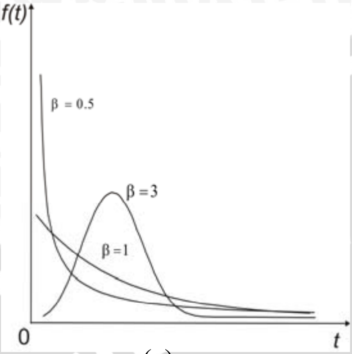
$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{m-1} dx$$

Karakteristik Sebaran Weibull

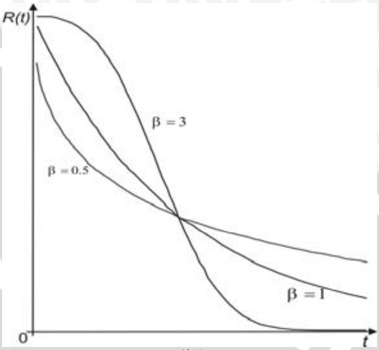
Karakteristik sebaran Weibull sehubungan dengan perubahan α dan β adalah:

1. Untuk 0 < β < 1, $f(t)$ menurun secara monoton sejalan dengan naiknya t, *R(t)* menurun secara monoton sedangkan laju kerusakan *h(t)* menurun.
2. β = 1, sebaran Weibull menjadi sebaran Eksponensial.
3. β > 1, $f(t)$ mendekati bentuk sebaran Normal, *R(t)* menurun dan *h(t)* meningkat.
4. Perubahan parameter α mempunyai akibat yang sama dengan perubahan skala absis. Jika α naik maka sebaran bergeser ke kanan dan ketingginanya menurun.

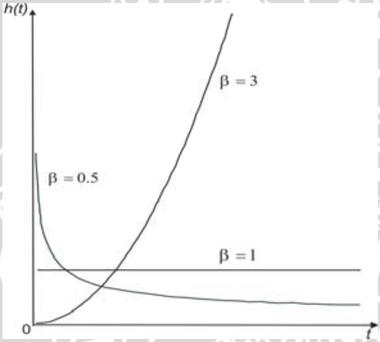
Gambar 2.3 menunjukkan beberapa fungsi kepekatan peluang, fungsi reliabilitas dan fungsi laju kerusakan sebaran Weibull untuk α = 1 dan β = 0.5, 1, 3.



(a)



(b)



(c)

Gambar 2.3. Fungsi kepekatan peluang (a),fungsi reliabilitas (b) dan fungsi laju kerusakan (c) sebaran Weibull.

2.8 Pengujian Sebaran

Menurut Conover (1999), pengujian sebaran dilakukan untuk menguji apakah sebaran sampel yang tidak diketahui menyebar sesuai sebaran yang dihipotesiskan. Pengujian sebaran dapat dilakukan dengan menggunakan uji keselarasan sampel tunggal Kolmogorov-Smirnov (Daniel, 1989). Prosedur dasar uji keselarasan sampel tunggal Kolmogorov-Smirnov adalah dua fungsi sebaran kumulatif, yaitu sebaran kumulatif yang dihipotesiskan ($F_0(t)$) dan sebaran kumulatif yang teramati($F(t)$).

Andaikan sebuah sampel acak diambil dari suatu fungsi sebaran $(F(t))$ yang belum diketahui dan untuk membuktikan bahwa $F(t) = F_0(t)$ berlaku untuk semua t, maka diharapkan adanya kecocokan antara $F_0(t)$ dan $S(t)$, dimana $S(t)$ merupakan fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel.

Asumsi

Data terdiri atas hasil pengamatan bebas $t_1, t_2, t_3, \ldots t_n$ yang merupakan sampel acak berukuran n dari suatu sebaran $(F(t))$ yang belum diketahui.

Hipotesis

- uji dua sisi : H_0: $F(t) = F_0(t)$ untuk semua nilai t
  H_1: $F(t) \neq F_0(t)$ untuk sekurang-kurangnya satu nilai t

Statistik uji

$$D_n = \text{maksimum } |S(t) - F_0(t)| \tag{2.13}$$

di mana : D_n = jarak maksimum antara $S(t)$ dan $F_0(t)$
$S(t)$ = fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel
$F_0(t)$= fungsi peluang kumulatif berdasarkan sebaran yang dihipotesiskan

Kaidah pengambilan keputusan

Pada taraf nyata yang ditentukan yaitu $\alpha/2$ untuk uji dua sisi, jika:

- $D_n \leq D_{tabel}$ maka terima H_0 atau nilai-p > α
- $D_n > D_{tabel}$ maka tolak H_0 atau nilai-p ≤ α

Menurut Laili (2008), Untuk memperoleh nilai-p dapat digunakan salah satu dari empat bentuk rumus Smirnov di bawah ini:

$$Z = \sqrt{n}\, D_n$$

$$p = 1 \quad , \text{jika } 0 \leq Z < 0.27 \tag{2.14}$$

$$p = 1 - \frac{2.506628}{Z}(Q + Q^9 + Q^{25}) \quad , \text{jika } 0.27 \leq Z < 1 \tag{2.15}$$

di mana $Q = e^{-1.233701 Z^{-2}}$

$$p = 2(Q - Q^4 + Q^9 - Q^{25}) \quad , \text{jika } 1 \leq Z < 3.1 \tag{2.16}$$

di mana $Q = e^{-2Z^2}$

$$p = 0 \quad , \text{jika } 3.1 \leq Z \tag{2.17}$$

2.9 Pendugaan Parameter

Menurut Walpole (2002) pendugaan parameter dapat dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Bila diamati waktu kerusakan pada data sampel $t_1, t_2, t_3, ..., t_n$ yang menyebar dengan fungsi kepekatan peluang *f(t)*, maka fungsi kepekatan peluang bersama antar $t_1, t_2, t_3, ..., t_n$ yang disebut dengan fungsi *likelihood* adalah :

$$L(t_1, t_2, t_3, ..., t_n) = \prod_{1}^{n} f(t) \tag{2.18}$$

Untuk menduga parameter yang terdapat pada persamaan *f(t)* , dicari turunan pertama secara parsial terhadap parameter yang akan diduga dari log persamaan (2.18) yang disamakan dengan 0 (Walpole, 1995).

2.9.1 Pendugaan parameter sebaran Eksponensial

Dari persamaan (2.5) untuk sebaran Eksponensial diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(\theta) = \prod_{1}^{n} f(t)$$

$$= \frac{1}{\theta^n} \exp\left(\frac{-\sum_{i=1}^{n} t_i}{\theta} \right), \qquad 0 < \theta < \infty$$

dan log dari $L(\theta)$ adalah

$$\log L(\theta) = -n \log \theta - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^{n} t_i \tag{2.19}$$

sehingga

$$\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{-n}{\hat{\theta}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{\hat{\theta}^2} = 0$$

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \bar{t} \tag{2.20}$$

(Bain, 1991)

2.9.2 Pendugaan parameter sebaran Weibull

Pada fungsi kepekatan peluang sebaran Weibull terdapat dua parameter yang harus diduga, yaitu *β* dan *α*, maka akan terdapat dua parsial dari log persamaan (2.18).

Fungsi *likelihood* bagi sebaran Weibull adalah:

$$L(\alpha, \beta) = \left[\frac{\beta}{\alpha}\right]^n \left[\frac{t_1}{\alpha}\right]^{\beta-1} \ldots \left[\frac{t_n}{\alpha}\right]^{\beta-1} Exp\left[-\sum\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \tag{2.21}$$

sehingga log dari fungsi *likelihood* tersebut adalah:

$$\log L(\alpha, \beta) = n \log\left[\frac{\beta}{\alpha}\right] + (\beta - 1)\sum \log\left[\frac{t_i}{\alpha}\right] - \sum\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta} \tag{2.22}$$

Turunan parsial pertama terhadap α:

$$\frac{\partial \log L(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = 0$$

$$-n\left[\frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}}\right] + \left[\frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}}\right]\sum\left[\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right]^{\hat{\beta}} = 0$$

$$\left[\frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}}\right]\left[-n + \sum\left[\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right]^{\hat{\beta}}\right] = 0$$

$$\frac{1}{\hat{\alpha}^{\hat{\beta}}}\sum t_i^{\hat{\beta}} = n$$

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{n}{\sum t_i^{\hat{\beta}}}\right]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \tag{2.23}$$

Dan turunan parsial terhadap β:

$$\frac{\partial \log L(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{n}{\hat{\beta}} + \sum \log\left[\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right] - \sum \left(\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right)^{\hat{\beta}} \log\left[\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right] = 0$$

$$\frac{1}{\hat{\beta}} + \frac{\sum \log t_i}{n} - \frac{\sum t_i^{\hat{\beta}} \log t_i}{\sum t_i^{\hat{\beta}}} = 0$$

$$\frac{1}{\hat{\beta}} = \frac{\sum t_i^{\hat{\beta}} \log t_i}{\sum t_i^{\hat{\beta}}} - \frac{\sum \log t_i}{n} \tag{2.24}$$

Karena $\hat{\beta}$ yang dihasilkan merupakan parameter duga yang tidak unik, maka digunakan metode iterasi numerik yaitu metode Newton-Raphson.

Dari persamaan 2.24 diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$g(\hat{\beta}) = \frac{1}{\hat{\beta}} + \frac{\sum \log t_i}{n} - \frac{\sum t_i^{\hat{\beta}} \log t_i}{\sum t_i^{\hat{\beta}}} = 0 \tag{2.25}$$

$$\hat{\beta}_m = \hat{\beta}_{m-1} - \frac{g(\hat{\beta}_{m-1})}{g'(\hat{\beta}_{m-1})} \tag{2.26}$$

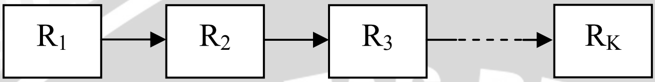
di mana $g'(\hat{\beta})$ adalah turunan pertama $g(\hat{\beta})$ dan $\hat{\beta}_m$ konvergen terhadap $\hat{\beta}$ untuk m menuju ∞ (Bain, 1991).

2.10 Reliabilitas Sistem

Menurut Kandasamy (2007), sistem terbentuk dari beberapa komponen yang menjalankan suatu fungsi tertentu. Reliabilitas sistem adalah peluang suatu sistem dapat berfungsi dengan baik tanpa mengalami kegagalan dalam kondisi operasional tertentu pada suatu periode tertentu. Berdasarkan tata letak mesin, penyusunan fungsi reliabilitas sistem secara umum dapat dibedakan menjadi empat macam yaitu sistem seri, sistem paralel dan gabungan.

2.10.1 Sistem seri

Suatu sistem seri dapat ditunjukkan pada Gambar 2.4 dimana sistem dapat berfungsi apabila masing–masing komponen berfungsi dengan baik, dengan asumsi bahwa tiap komponen saling bebas.



Gambar 2.4 Rangkaian Sistem Seri

di mana: R_1 = fungsi reliabilitas komponen 1
R_2 = fungsi reliabilitas komponen 2
R_3 = fungsi reliabilitas komponen 3
R_K = fungsi reliabilitas komponen K

Persamaan fungsi reliabilitas untuk rangkaian seri sebanyak K komponen adalah

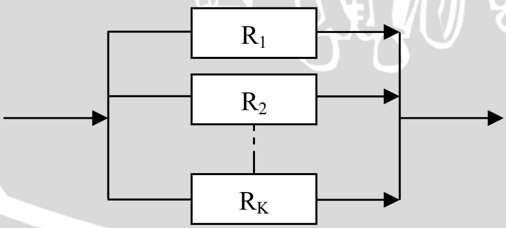
$$R_s(t) = R_1(t) \times R_2(t) \times R_3(t) \times \ldots \times R_K(t)$$

$$= \prod_{i=1}^{K} R_i(t) \qquad (2.27)$$

(Montgomery dan Hines, 1990).

2.10.2 Sistem paralel

Suatu sistem paralel dapat ditunjukkan pada Gambar 2.5 dimana sistem akan gagal bila semua komponen rusak atau sistem berfungsi baik bila paling sedikit ada satu komponen yang membentuk sistem berfungsi baik dan kerusakan diasumsikan saling bebas.



Gambar 2.5 Rangkaian Sistem Paralel

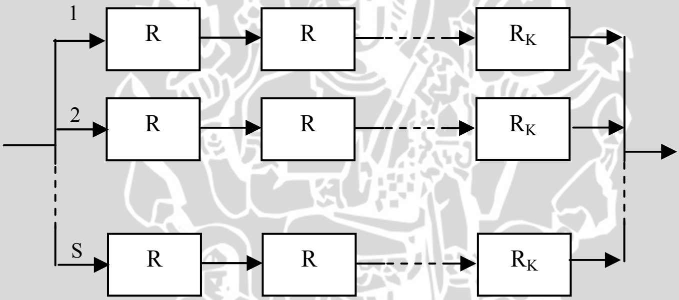
di mana R_1 = fungsi reliabilitas komponen 1
R_2 = fungsi reliabilitas komponen 2
R_3 = fungsi reliabilitas komponen 3
R_K = fungsi reliabilitas komponen K

Persamaan fungsi reliabilitas untuk rangkaian paralel sebanyak K komponen jika semua komponen tidak identik adalah

$$R_P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{K} [1 - R_i(t)] \quad (2.28)$$

2.10.3 Sistem gabungan

Sistem gabungan adalah suatu sistem yang tersusun dari kombinasi sistem seri dan sistem paralel. Sistem gabungan seri paralel dapat ditunjukkan pada Gambar 2.6 dan sistem gabungan paralel seri dapat ditunjukkan pada Gambar 2.7.

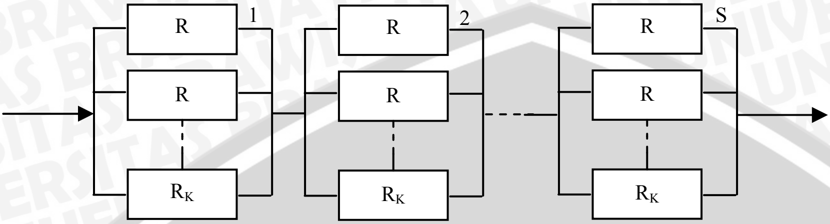


Gambar 2.6 Rangkaian Sistem Seri Paralel

Jika sistem tersusun seperti pada Gambar 2.6 maka formulasi reliabilitas sistemnya adalah

$$R_{SP}(t) = \left[1 - (1 - R)^K\right]^S \quad (2.29)$$

di mana R_{SP} = reliabilitas sistem seri paralel
R = reliabilitas masing-masing komponen yang identik
S = banyaknya subsistem
K = banyaknya komponen.



Gambar 2.7 Rangkaian Sistem Paralel Seri

Jika sistem tersusun seperti pada Gambar 2.7 maka formulasi reliabilitas sistemnya adalah

$$R_{PS}(t) = 1 - \left(1 - R^K\right)^S \tag{2.30}$$

di mana R_{PS} = reliabilitas sistem paralel seri

R = reliabilitas masing-masing komponen yang identik

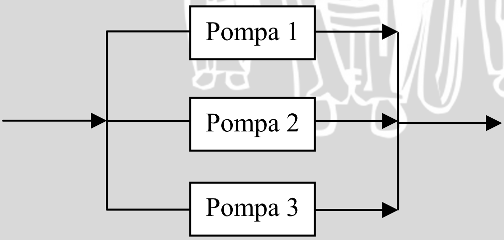
S = banyaknya subsistem

K = banyaknya komponen.

(Kandasamy, 2007).

2.11 Sistem Pompa Nira Kental di Pabrik Gula Kebon Agung Malang

Pompa nira kental di Pabrik Gula Kebon Agung berjumlah tiga mesin dan tersusun secara paralel seperti pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8. Sistem paralel pada sistem pompa nira kental di Pabrik Gula Kebon Agung Malang

Masing-masing mesin pompa terdapat satu pasang komponen *bearing* dengan jenis yang sama. Sistem pompa pada Gambar 2.8 berfungsi baik bila minimal terdapat satu pompa yang berfungsi baik dan satu pompa berfungsi sebagai cadangan. Menurut Derman (1986) formulasi reliabilitas paralel dengan minimal k komponen berfungsi baik dari N komponen adalah

$$R_P(t) = \sum_{x=n}^{K} C_x^K \left[R(t)\right]^x \left[1 - R(t)\right]^{K-x} \tag{2.31}$$

2.12 Sistem Persediaan

Menurut Nasution dalam Rahmawati (2000) sistem persediaan adalah suatu sistem yang bertujuan untuk mengendalikan persediaan. Pengendalian persediaan merupakan fungsi manajemen yang sangat penting yaitu untuk memonitor tingkat persediaan dan menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga. Perkembangan ekonomi pada semua peralatan industri mempunyai pengaruh besar pada meanajemen persediaan. Untuk alasan tersebut, sangat penting untuk menentukan jumlah persediaan suku cadang yang dibutuhkan agar proses produksi berjalan dengan baik.

Salah satu variabel yang menentukan persediaan adalah permintaan. Variabel yang dapat digunakan untuk menduga permintaan terhadap suatu barang adalah laju kerusakan. Salah satu metode yang sederhana untuk menentukan jumlah persediaan suku cadang pada periode tertentu yaitu dengan mengalikan laju kerusakan yang telah diketahui dengan periode waktu pemakaian komponen beroperasi.

$$\mathrm{I} = h\ (t) \times t \tag{2.32}$$

di mana: I = jumlah persediaan suku cadang yang diperlukan
h (t) = laju kerusakan pada waktu ke-t
t = lama waktu pemakaian komponen

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Data

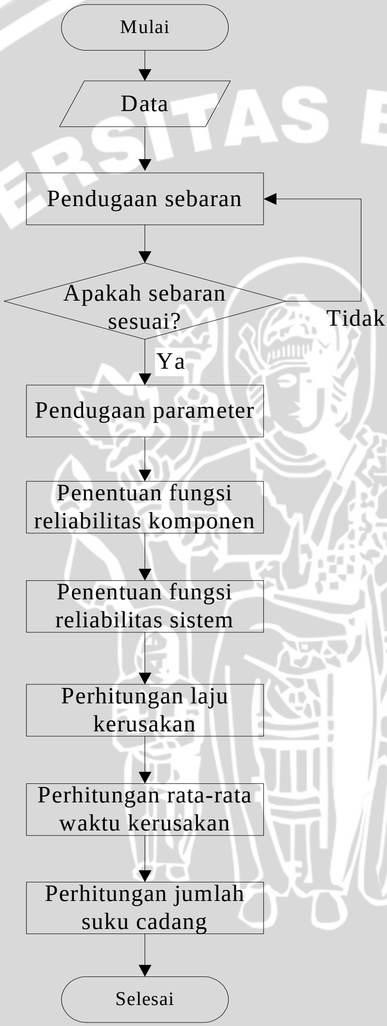
Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data usia pakai komponen *bearing* pada ketiga mesin pompa nira kental pada stasiun *evaporator* di Pabrik Gula Kebon Agung Malang tahun 2004–2006, yang tersusun secara paralel dan jenis komponen *bearing* pada ketiga mesin pompa adalah sama.

3.2 Metode

Langkah–langkah analisis pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pendugaan sebaran data secara grafis dengan menggunakan histogram dan plot peluang.
2. Melakukan pengujian kesesuaian sebaran data dengan uji *Goodness Of Fit* Kolmogorov-Smirnov dengan menggunakan persamaan (2.13).
3. Melakukan pendugaan parameter dengan menggunakan persamaan (2.20) untuk menduga θ jika usia pakai menyebar secara Eksponensial dan menggunakan persamaan (2.23) dan (2.26) untuk menduga α dan β jika usia pakai menyebar secara Weibull.
4. Menentukan fungsi reliabilitas komponen *bearing* mesin pompa nira kental dengan menggunakan persamaan (2.6) jika sebaran data adalah Eksponensial dan menggunakan persamaan (2.10) jika sebaran data adalah Weibull.
5. Menentukan fungsi reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* mesin pompa nira kental dengan menggunakan persamaan (2.31).
6. Menentukan laju kerusakan dengan menggunakan persamaan (2.7) jika sebaran data adalah Eksponensial dan menggunakan persamaan (2.11) jika sebaran data adalah Weibull.
7. Menentukan rata–rata waktu kerusakan dengan menggunakan persamaan (2.8) untuk sebaran Eksponensial dan menggunakan persamaan (2.12) jika sebaran Weibull.
8. Menentukan persediaan jumlah suku cadang berdasarkan analisis reliabilitas sistem dengan menggunakan persamaan (2.32).

Perhitungan dalam metode ini menggunakan bantuan software *Easy Fit* 2.0 dan Minitab 15.0. Secara sistematis langkah-langkah analisis dalam skripsi ini dapat dilihat pada Gambar 3.1.



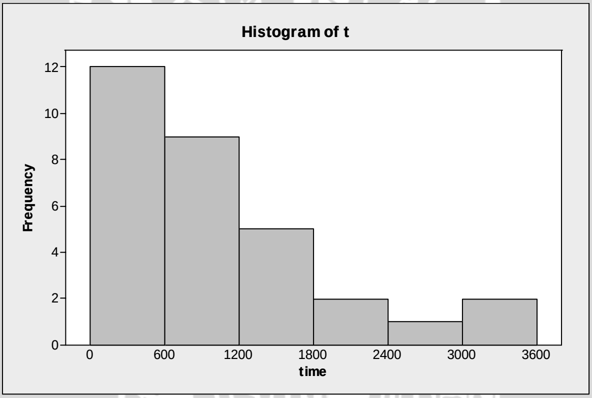
Gambar 3.1. Bagan Diagram Alir Metode Penelitian

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis reliabilitas sistem tergantung dari sebaran usia pakai komponen. Bila pendugaan mengenai sebaran data salah, maka hasil yang didapat tidak akan tepat. Oleh karena itu sebelum menentukan tingkat reliabilitas komponen, subsistem atau sistem harus diketahui sebaran yang memenuhi data terlebih dahulu.

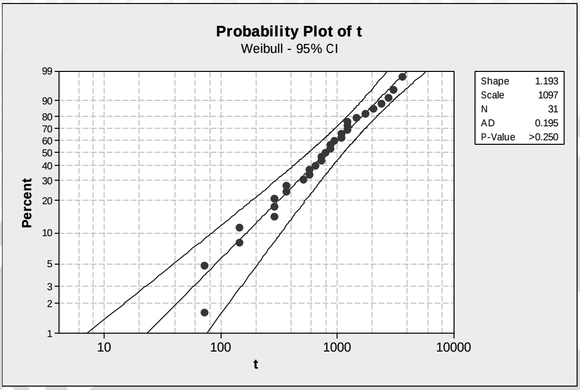
4.1 Pendugaan dan Pengujian Sebaran

Sebelum dilakukan pengujian sebaran yang sesuai, dilakukan pemeriksaan data untuk menduga bentuk sebaran data dengan melihat histogram dan plot peluang data. Hasil histogram usia pakai komponen *bearing* dapat dilihat pada Gambar 4.1.

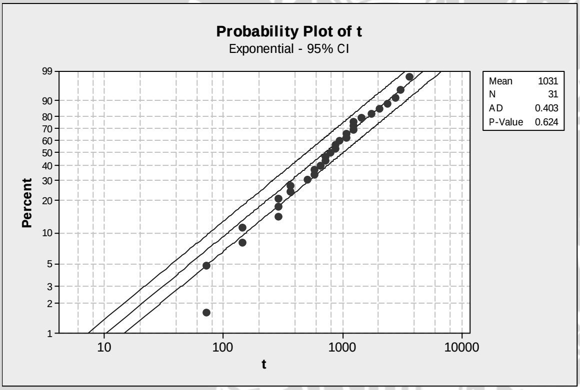


Gambar 4.1 Histogram waktu usia pakai usia pakai komponen *bearing* pada mesin pompa nira kental

Berdasarkan bentuk histogram usia pakai komponen *bearing* pada Gambar 4.1, dapat diketahui bahwa sampel tidak menyebar secara normal karena bentuk histogram cenderung menjulur ke kanan. Hasil plot peluang dapat dilihat pada Gambar 4.2. dan Gambar 4.3.



Gambar 4.2 Plot peluang waktu usia pakai komponen *bearing* pada mesin pompa nira kental untuk sebaran Weibull.



Gambar 4.3 Plot peluang waktu usia pakai komponen *bearing* pada mesin pompa nira kental untuk sebaran Eksponensial.

Berdasarkan Gambar 4.3 dan 4.4 plot peluang yang diduga bahwa sampel mengikuti sebaran Weibull cenderung lebih mendekati garis lurus dibandingkan dengan plot peluang yang diduga bahwa sampel menyebar secara eksponensial. Dengan melihat bentuk histogram dan plot peluang maka sebaran yang memungkinkan adalah sebaran Weibull.

Untuk memperkuat kesimpulan tersebut dilakukan pengujian sebaran dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov, dengan hipotesis sebagai berikut:

a. H_0: F(t) = sebaran Weibull, untuk semua nilai t
   H_1: F(t) ≠ sebaran Weibull, untuk sekurang-kurangnya satu nilai t, dan

b. H_0: F(t) = sebaran Eksponensial, untuk semua nilai t
   H_1: F(t) ≠ sebaran Eksponensial, untuk sekurang-kurangnya satu nilai t.

Hasil dari uji Kolmogorov-Smirnov dapat dilihat pada Lampiran 2. Dengan membandingkan nilai D_n dengan nilai D pada tabel atau nilai-p dengan α , maka dapat diambil suatu keputusan yang terdapat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Nilai D_n, Nilai-p dan keputusan menerima atau menolak H_0 untuk sebaran Weibull dan sebaran Eksponensial dengan α = 5 %.

Sebaran	D_n	Nilai-p	Keputusan
Weibull	0.07258	0.9968	Terima H_0
Eksponensial	0.08238	0.9845	Terima H_0

Dari hasil pada Tabel 4.1, maka dapat disimpulkan baik sebaran Weibull dan sebaran Eksponensial sesuai sebagai sebaran data usia pakai komponen *bearing* pada pompa nira kental. Berdasarkan kesimpulan tersebut dapat diduga bahwa nilai parameter β sebaran Weibull mendekati nilai 1. Hal ini sesuai dengan karakteristik sebaran Weibull yaitu untuk parameter $\beta = 1$ maka sebaran Weibull sama dengan sebaran Eksponensial.

Untuk memilih sebaran usia pakai yang paling sesuai ditentukan berdasarkan nilai statistik uji yang paling kecil. Dalam hal ini dipilih sebaran Weibull, karena nilai statistik ujinya yaitu 0.07258 lebih kecil dari 0.08238 untuk sebaran Eksponensial.

4.2 Pendugaan Parameter

Setelah diketahui sebaran usia pakai yang paling sesuai langkah berikutnya adalah menduga parameter β dan α dari sebaran Weibull. Dari hasil pendugaan didapatkan nilai duga α = 1096.84dan nilai duga β=1.19336.

Berdasarkan nilai dugaan parameter tersebut dapat ditentukan fungsi-fungsi yang sesuai dengan sebaran Weibull sebagai berikut:

Fungsi kepekatan peluang:

$$f(t) = \frac{1.19336}{1096.84}\left[\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336-1} Exp\left[-\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336}$$

Fungsi reliabilitas komponen *bearing* mesin pompa nira kental:

$$R(t) = Exp\left[-\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336}$$

Fungsi laju kerusakan:

$$h(t) = \frac{1.19336}{1096.84}\left[\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336-1}$$

Rata-rata waktu kerusakan:

$$MTTF = 1096.84\Gamma\left(1+\frac{1}{1.19336}\right) = 1033.88 \text{ jam}$$

4.3 Analisis Reliabilitas Sistem

Sistem pompa nira kental di Pabrik Kebon Agung Malang memiliki tiga buah mesin yang tersusun secara paralel di mana sistem tersebut berfungsi baik bila minimal satu pompa berfungsi baik dan satu pompa berfungsi sebagai cadangan, maka reliabilitas sistemnya dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$R_P(t) = \sum_{x=1}^{3} C_x^3 [R(t)]^x [1-R(t)]^{3-x}$$

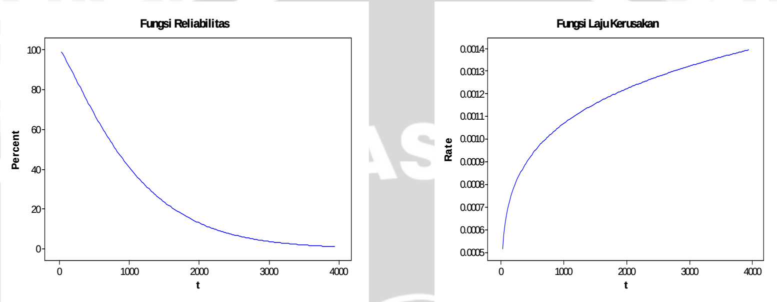
Untuk fungsi reliabilitas komponen *bearing* mesin pompa nira kental dengan distribusi Weibull

$$R(t) = Exp\left[-\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336}$$

Jadi fungsi reliabilitas sistem paralel mesin pompa nira kental adalah:

$$R_P(t) = \sum_{x=1}^{3} C_x^3 [R(t)]^x [1-R(t)]^{3-x}$$

$$R_P(t)=\sum_{x=1}^{3} C_x^3\left[Exp\left[-\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336}\right]^{x}\left[1-Exp\left[-\frac{t}{1096.84}\right]^{1.19336}\right]^{3-x}$$



Gambar 4.4 Fungsi reliabilitas sistem dan fungsi laju kerusakan komponen *bearing* pada mesin pompa nira kental.

Berdasarkan Gambar 4.4 fungsi reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* pompa nira kental menunjukkan pola yang menurun secara monoton dengan semakin bertambahnya waktu pemakaian sedangkan fungsi laju kerusakan menunjukkan pola yang meningkat sejalan dengan bertambahnya waktu pemakaian.

Nilai reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* pompa nira kental dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Nilai R(t) dan h(t) pada berbagai nilai t

t (jam)	R(t)	h(t)
24	0.9999829	0.0000171
360	0.9659628	0.0340372
720	0.8397810	0.1602190
2160	0.2596712	0.7403288
4320	0.0270343	0.9729657
6480	0.0025994	0.9974006

Dari Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* pompa nira kental semakin menurun seiring dengan bertambahnya waktu pemakaian. Misalkan pada t ke 2160, reliabilitas sistem adalah 0.2596712. Hal ini berarti setelah 2160 jam beroperasi, peluang sistem pompa nira kental dapat berfungsi dengan baik sebesar 0.2596712.

4.4 Perhitungan Jumlah Persediaan

Untuk menentukan jumlah suku cadang digunakan variabel laju kerusakan, karena laju kerusakan merupakan banyaknya komponen yang rusak dibagi dengan lamanya komponen tersebut beroperasi. Dari jumlah komponen yang rusak inilah dapat dipakai dasar untuk menentukan besarnya persediaan. Pada perusahaan pabrik gula Kebon Agung, pemesanan seringkali dilakukan setiap 6 bulan sekali.

Jumlah suku cadang yang diperlukan dapat diperoleh dari perkalian antara laju kerusakan dengan periode waktu pemakaian komponen, dalam hal ini kecepatan perputaran *bearing* tidak diperhitungkan.

$$I = h\,(4320) \times 4320$$

$$I = \left(\frac{1.19336}{1096.84} \left[\frac{4320}{1096.84} \right]^{1.19336-1} \right) \times 4320$$

Dengan demikian suku cadang yang harus dipenuhi untuk komponen *bearing* dalam waktu 6 bulan (4320 jam) sebagai berikut:
Diketahui laju kerusakan pada t ke-4320:

$$h\,(4320) = 1.418 \times 10^{-4}$$

Banyaknya komponen yang rusak = $(1.418 \times 10^{-4}) \times 4320 = 6.12576 \approx 6$ komponen. Jumlah mesin pompa sebanyak 3 buah dan masing-masing mesin terdapat 1 pasang komponen *bearing*. Jika dalam satu mesin salah satu komponen *bearing* rusak maka komponen yang satu dianggap rusak, sehingga suku cadang yang diperlukan sebesar: 3 x 2 x 6 = 36 buah komponen.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan maka dapat disusun kesimpulan sebagai berikut:

1. Data waktu usia pakai komponen *bearing* pada pompa nira kental di Pabrik Gula Kebon Agung menyebar sesuai dengan sebaran Weibull, dengan dugaan nilai parameternya $\hat{\beta}$=1.19336 dan $\hat{\alpha}$ =1096.84.
2. Fungsi reliabilitas sistem paralel komponen *bearing* pompa nira kental memiliki pola menurun secara monoton dengan semakin bertambahnya waktu pemakaian.
3. Penentuan persediaan suku cadang menggunakan variabel laju kerusakan dan persediaan suku cadang komponen *bearing* yang diperlukan dalam waktu 6 bulan adalah 36 buah komponen.

5.2 Saran

1. Jumlah persediaan suku cadang komponen *bearing* yang diperlukan dalam waktu 6 bulan adalah 36 buah komponen.
2. Perlu adanya penelitian lanjutan dengan menambahkan faktor waktu pembelian (pemesanan) sehingga dapat diketahui penjadwalan pembelian (pemesanan) yang ekonomis.

DAFTAR PUSTAKA

Assauri, S. 1999. **Manajemen Produksi dan Operasi.** Edisi Revisi. Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Bain, Lee. J. and Max Engelhardt. 1991. **Introduction to Probability and Mathematical Statistics. Second Edition**. Duxbury Press. California.

Conover, W. J. 1999. **Practical Nonparametric Statistics**. Third Edition. John Wiley and Sons, Inc. New York.

Daniel, W. W. 1989. **Statistika Nonparametrik Terapan.** Terjemah Alex T. K. PT. Gramedia. Jakarta.

Derman, C., G. J. Lieberman and S. M. Ross. 1986. **Optimal Allocations In The Construction Of k-Out-Of n Reliability systems.** Journal Management Science. Vol. 21 No.3.

Elsayed, E. A. 1996. **Reliability Engineering**. Addison Wesley Longman. Inc. New York.

Haryono. 1996. **Model Reliabilitas.** Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam ITS. Surabaya.

Johnson, Richard A. 2005. **Probability and Statistics in Engineers. Seventh Edition.** Pearson Prentice Hall. London.

Kandasamy, P., K. Thilagavathi and K. Gunavathi. 2007. **Probability Statistics and Queueing Theory**. S. Chand & Company Ltd. New Delhi.

Laili, Liza Nur. 2008. **Analisis Antrian Pelanggan di Apotek Rumah Sakit Siti Khotijah Sepanjang Sidoarjo**. Universitas Brawijaya. Malang. Tidak dipublikasikan.

Montgomery, C. D. and W. W. Hines. 1990. **Probability and Statistics in Engineering and Management Science. Third Edition.** John Wiley and Sons. New York.

Rahmawati, F. 2000. **Pendekatan Distribusi Eksponensial dan Weibull pada Analisis Reliabilitas Komponen untuk Menentukan Jumlah Suku Cadang pada Mesin.** Universitas Brawijaya. Malang. Tidak dipublikasikan.

Ross, S. M. 1987. **Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists.** John Wiley and Sons, New York.

Siegel, S. 1997. **Statistika Non Parametrik Untuk Ilmu–ilmu Sosial.** Terjemah Zanzawi. PT. Gramedia, Jakarta.

Steel, R. dan J. H. Torrie. 1993. **Prinsip dan Prosedur Statistika**. Terjemah Bambang Sumantri. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Walpole, R.E. 1995. **Ilmu Peluang dan Statistika untuk Ilmuwan dan Statistikawan**. Terjemah Sembiring, R. K. Institut Teknologi Bandung. Bandung.

Walpole, R.E., Raymond H. M., Sharon L. M. and Keying Y. 2002. **Probability and Statistics For Engineer and Scientist**. Pentice Hall, Inc. New Jersey.

Lampiran 1. Data waktu usia pakai komponen *bearing* pada pompa nira kental di Stasiun Evaporator Pabrik Gula Kebon Agung tahun 2004–2006.

No	Pompa 1 (jam)	Pompa 2 (jam)	Pompa 3 (jam)
1	1224	144	720
2	360	72	1224
3	864	2016	3600
4	720	2376	1080
5	72	2736	1728
6	504	792	576
7	1224	1080	
8	144	936	
9	288	288	
10	1440	576	
11	288	648	
12	3024	360	
13	864		

Lampiran 2. Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov dengan Software *Easy Fit* 2.0

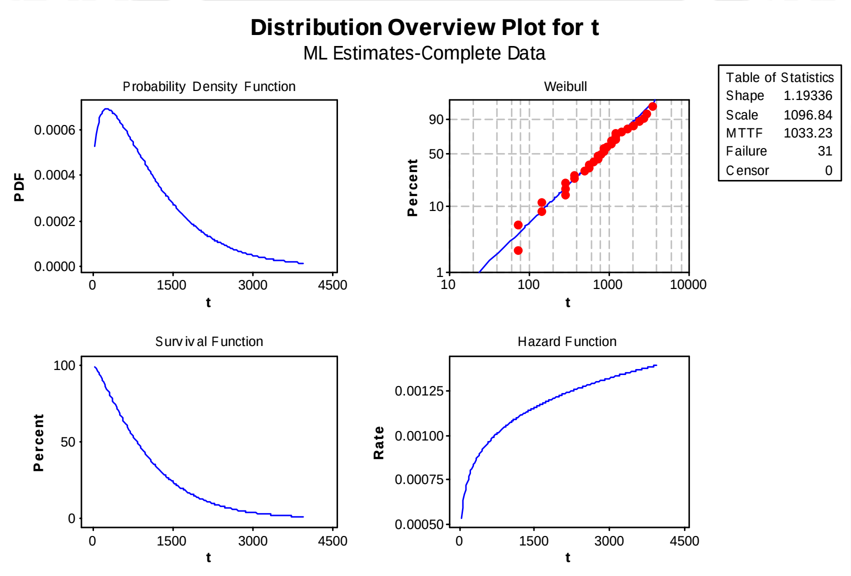
Weibull [#1]

Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size Statistic Rank	31 0.07258 1				
α	0.2	0.15	0.1	0.05	0.01
Critical Value	0.19218	0.20475	0.21912	0.23962	0.29276
Reject?	No	No	No	No	No

Exponential [#2]

Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size Statistic Rank	31 0.08238 2				
α	0.2	0.15	0.1	0.05	0.01
Critical Value	0.19218	0.20475	0.21912	0.23962	0.29276
Reject?	No	No	No	No	No

Lampiran 3. Plot Peluang Fungsi Kepekatan Peluang, Fungsi Reliabilitas dan Fungsi Laju Kerusakan Mesin Pompa Nira Kental.



Lampiran 4. Titik Kritis Sebaran *Chi-Square*

df	0.05	0.01	0.001
1	3.84	6.64	10.83
2	5.99	9.21	13.82
3	7.82	11.35	16.27
4	9.49	13.28	18.47
5	11.07	15.09	20.52
6	12.59	16.81	22.46
7	14.07	18.48	24.32
8	15.51	20.09	26.13
9	16.92	21.67	27.88
10	18.31	23.21	29.59
11	19.68	24.73	31.26
12	21.03	26.22	32.91
13	22.36	27.69	34.53
14	23.69	29.14	36.12
15	25.00	30.58	37.70
16	26.30	32.00	39.25
17	27.59	33.41	40.79
18	28.87	34.81	42.31
19	30.14	36.19	43.82
20	31.41	37.57	45.32
21	32.67	38.93	46.80
22	33.92	40.29	48.27
23	35.17	41.64	49.73
24	36.42	42.98	51.18
25	37.65	44.31	52.62
26	38.89	45.64	54.05
27	40.11	46.96	55.48
28	41.34	48.28	56.89
29	42.56	49.59	58.30
30	43.77	50.89	59.70
31	44.99	52.19	61.10
32	46.19	53.49	62.49
33	47.40	54.78	63.87
34	48.60	56.06	65.25
35	49.80	57.34	66.62
36	51.00	58.62	67.99
37	52.19	59.89	69.35
38	53.38	61.16	70.71
39	54.57	62.43	72.06
40	55.76	63.69	73.41
50	67.51	76.15	86.66
60	79.08	88.38	99.62
70	90.53	100.42	112.31
80	101.88	112.33	124.84
90	113.15	124.12	137.19
100	124.34	135.81	149.48

Lampiran 5. Tabel Nilai Kritis Uji *Goodness Of Fit* Kolmogorov-Smirnov

Sample Size (n)	Significance Level				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	.900	.925	.950	.975	.995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	.708	.829
4	.494	.525	.564	.624	.734
5	.446	.474	.510	.563	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.457	.543
9	.339	.360	.368	.409	.486
10	.322	.342	.368	.409	.486
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.391
17	.250	.266	.286	.318	.380
18	.244	.259	.278	.309	.370
19	.237	.252	.272	.301	.361
20	.231	.246	.264	.294	.352
25	.21	.22	.24	.264	.32
30	.19	.20	.22	.242	.29
35	.18	.19	.21	.23	.27
40				.21	.25
50				.19	.23
60				.17	.21
70				.16	.19
80				.15	.18
90				.14	
100				.14	
Aprosimaksi untuk n>100:	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$