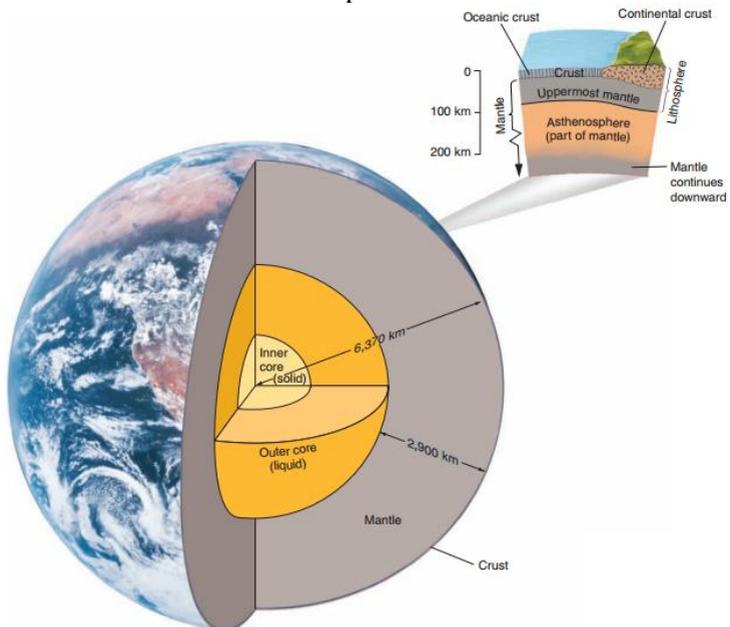


BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Struktur Interior Bumi

Bentuk Bumi mendekati sebuah bola yang gepat (*oblate spheroid*). Radius rata-rata Bumi adalah 6.371 km. Bila diukur di kutub dan ekuator akan memiliki nilai yang berbeda, yaitu secara berurutan 6.357 km dan 6.378 km (Kennet dan Bunge, 2008). Berdasarkan komposisi kimianya, struktur inferior Bumi dapat dibagi ke dalam tiga lapisan, yaitu kerak (*crust*), mantel (*mantle*), dan inti (*core*) (Lutgens dkk., 2012) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1. Lapisan kerak merupakan lapisan paling luar dan relatif tipis. Ada dua tipe kerak berdasarkan komposisi dominan yang menyusunnya, yaitu kerak samudera dan kerak benua. Kerak samudera memiliki ketebalan sekitar 7 km dan tersusun dari batuan basalt. Kerak benua memiliki ketebalan hingga mencapai 70 km dan tersusun dari batuan granodiorit. Kerak samudera berumur lebih muda dan bersifat lebih berat daripada kerak benua.



Gambar 2.1 Struktur interior Bumi (Carlson dkk., 2008)

Di bawah lapisan kerak yang tipis terdapat lapisan mantel yang bersifat padat dengan ketebalan 2.900 km. Batuan dominan yang dijumpai di lapisan mantel adalah peridotit. Lapisan atas mantel beserta kerak membentuk sebuah lapisan bersifat kaku yang disebut sebagai litosfer (Yunani, *lithos*, “batuan”). Lapisan litosfer berada di atas lapisan astenosfer (Yunani, *asthenia*, “lemah”) yang lebih “lunak”. Lapisan mantel bawah dijumpai pada kedalaman 660 km hingga 2.900 km. Adanya peningkatan tekanan terhadap kedalaman menyebabkan lapisan ini bersifat lebih kuat daripada astenosfer.

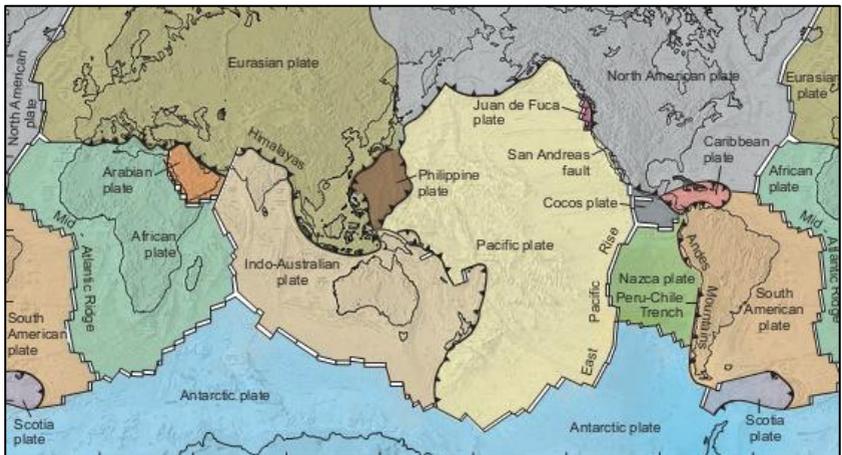
Lapisan paling dalam adalah inti yang tersusun dari campuran logam besi dan nikel. Lapisan inti berdasarkan sifat fisisnya dibagi menjadi dua. Lapisan pertama dikenal sebagai inti luar dengan ketebalan 2.270 km yang bersifat cair. Gerak dari lapisan ini menghasilkan medan magnet Bumi. Lapisan paling dalam adalah inti dalam dengan radius 1.216 km. Tekanan yang sangat tinggi di pusat Bumi mengakibatkan inti dalam berwujud lapisan yang bersifat padat.

2.2 Teori Tektonik Lempeng

Teori mengenai tektonik lempeng (*plate tectonic*) pertama kali diusulkan sebagai suatu hipotesis pada awal tahun 1960-an. Teori ini didahului oleh hipotesis apungan benua (*continental drift*) yang dikemukakan Alfred Wegener pada tahun 1912. Menurut hipotesis tersebut, benua-benua yang ada di Bumi mengapung serta relatif bergerak hingga akhirnya berada di posisinya seperti saat ini (Takeuchi dkk., 1969). Teori tektonik lempeng menjelaskan bahwa bagian paling luar dari Bumi (litosfer) dibagi ke dalam sejumlah fragmen tipis dan kaku yang disebut sebagai lempeng (Fowler, 2005).

Secara umum terdapat tujuh lempeng mayor di Bumi yang menyusun sekitar 94% dari luas permukaan Bumi (Lutgens dkk., 2012). Ketujuh lempeng mayor tersebut adalah lempeng Amerika Utara, Amerika Selatan, Pasifik, Afrika, Eurasia, Indo-Australia, dan Antartika. Sementara itu, terdapat sejumlah lempeng berukuran sedang yang meliputi lempeng Karibia, Nazca, Filipina, Arabia, Cocos, Scotia, dan Juan de Fuca. Selain itu juga terdapat beberapa lempeng berukuran lebih kecil yang dikenal sebagai lempeng mikro (*microplates*). Distribusi lempeng-lempeng tersebut dapat dilihat

pada Gambar 2.2. Lempeng-lempeng ini saling bergerak relatif satu dengan lainnya dengan kecepatan relatif mencapai puluhan milimeter per tahun (Turcotte dan Schubert, 2002).

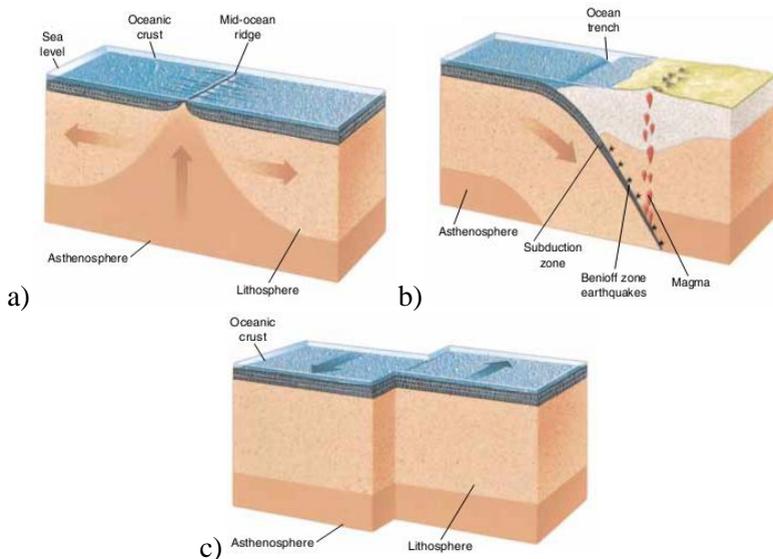


Gambar 2.2 Distribusi lempeng tektonik di Bumi beserta batas antarlempeng. Simbol ∇ merupakan batas lempeng divergen, simbol \perp untuk batas lempeng konvergen, dan simbol \diagup untuk batas lempeng transform (Carlson dkk., 2008).

Terdapat tiga macam batas lempeng berdasarkan tipe pergerakannya (Lutgens dkk., 2012) (Gambar 2.3), di antaranya:

1. Batas lempeng divergen (tepi konstruktif), ketika dua lempeng bergerak saling menjauh sehingga mengakibatkan material panas dari mantel bergerak ke permukaan dan membentuk lempeng samudera baru. Hal ini ditandai dengan terbentuknya rangkaian pegunungan di bawah laut yang dikenal sebagai pematang tengah samudera (*mid oceanic ridge*) (Gambar 2.3 a).
2. Batas lempeng konvergen (tepi destruktif), ketika dua lempeng saling bergerak mendekat yang mengakibatkan lempeng samudera menunjam (subduksi) di bawah lempeng lainnya atau tumbukan (kolisi) antara dua lempeng benua yang membentuk sistem rangkaian pegunungan (Gambar 2.3 b).

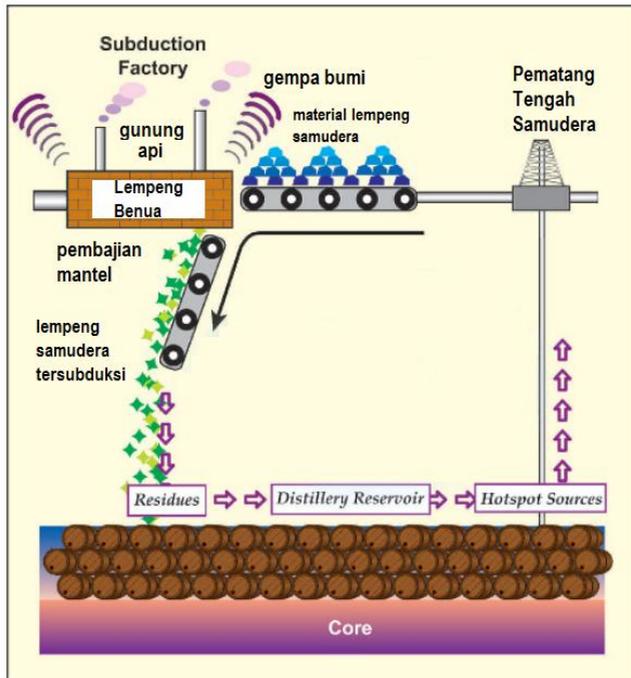
3. Batas lempeng transform (tepi konservatif), ketika dua lempeng saling berpapasan tanpa terbentuknya lempeng baru maupun hancurnya lempeng lainnya (Gambar 2.3 c).



Gambar 2.3 Tiga tipe batas lempeng tektonik (a) divergen, (b) konvergen, dan (c) transform (Thompson dan Turk, 1998)

Pergerakan lempeng tektonik ini akibat adanya transfer panas secara konveksi di lapisan astenosfer. Selain itu lempeng-lempeng secara kontinyu terbentuk dan terhancurkan. Pada pematang tengah samudera, lempeng saling menjauh sehingga batuan panas astenosfer bergerak ke atas untuk mengisi celah yang terbentuk melalui proses yang dikenal sebagai pemekaran lantai samudera (*oceanic seafloor spreading*). Di sisi lain dari pematang tengah samudera, lempeng akan terdesak, melengkung dan menunjam ke dalam Bumi melalui proses subduksi. Peristiwa ini terjadi di palung samudera (Turcotte dan Schubert, 2002). Seiring dengan bertambahnya kedalaman, maka terjadi peningkatan temperatur dan tekanan. Sebagian lempeng yang telah menunjam secara bertahap akan mengalami peleburan (*reworking*) hingga akhirnya bercampur dengan material yang ada di dalam astenosfer (Bolt, 1978). Hal ini menyebabkan peristiwa magmatisme dan gempa bumi di sepanjang batas lempeng konvergen. Proses ini terjadi terus-menerus dan membentuk siklus

seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.4. Siklus ini dikenal sebagai pabrik subduksi (*subduction factory*) yang telah berlangsung sejak tektonik lempeng terbentuk di Bumi (Tatsumi, 2005).



Gambar 2.4 Evolusi lempeng samudera yang membentuk siklus melalui tektonik lempeng (modifikasi Tatsumi, 2005)

2.3 Teori Elastisitas

Untuk memahami sifat fisis suatu gempa bumi, maka pemahaman akan parameter tegangan sebelum, saat, dan setelah terjadinya gempa bumi sangat diperlukan (Kanamori, 1994). Tegangan (*stress*) σ selain berkaitan dengan gaya juga berkaitan dengan luas penampang benda yang dikenainya. Dengan demikian, tegangan adalah gaya F yang bekerja pada suatu luas penampang A benda atau:

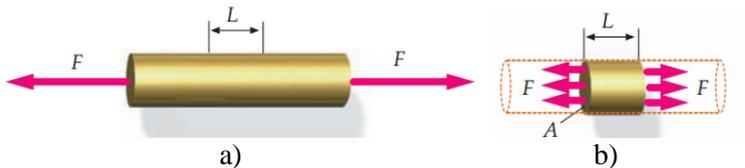
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

Satuan internasional dari tegangan adalah pascal (Pa). Satu pascal didefinisikan sebagai gaya satu newton yang bekerja pada suatu area dengan luas satu meter persegi ($1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$) (Davis dan Reynolds, 1996). Umumnya, dalam ilmu Geologi tegangan dinyatakan dalam satuan bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$) (Ragan, 2009).

Ketika suatu benda diberikan tegangan, maka benda akan mengalami perubahan bentuk dan dimensi. Perubahan relatif dari suatu dimensi atau bentuk suatu benda akibat tegangan ini dikenal sebagai regangan (*strain*) (Sheriff dan Geldart, 1995). Sebagai ilustrasi, ditinjau sebuah silinder pejal dengan panjang awal l_0 yang diberi tegangan sebesar σ . Akibatnya, silinder mengalami perubahan panjang. Panjang silinder setelah diberi tegangan berubah menjadi l . Dalam hal ini, regangan ekstensional didefinisikan sebagai perubahan panjang suatu material terhadap panjang awal material tersebut (Shearer, 2009):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \tag{2.2}$$

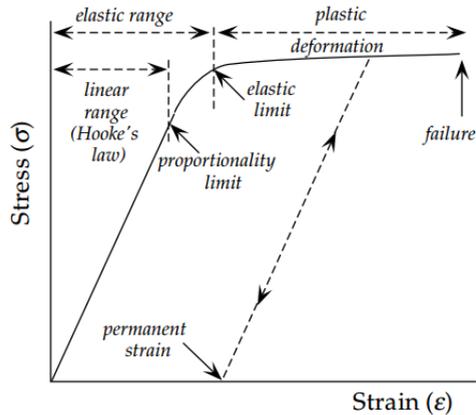
Dari persamaan (2.2) dapat disimpulkan bahwa regangan merupakan besaran yang tidak memiliki dimensi. Sebagai ilustrasi tentang tegangan dan regangan dapat ditunjukkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 (a) Sebuah silinder pejal diberi gaya F pada kedua ujungnya. (b) Gaya ini bekerja secara merata pada area dengan luas penampang A . Gaya per satuan luas ini disebut sebagai tegangan (Tipler dan Mosca, 2008).

Adanya perpindahan partikel material dari posisi semula ketika suatu material diberi tegangan merupakan tanda terjadinya suatu deformasi. Jika tegangan tersebut besarnya tidak melebihi suatu nilai kritis, perpindahan partikel yang terjadi bersifat reversibel. Artinya, partikel tersebut akan kembali ke posisi semula jika tegangan tersebut dihilangkan. Benda yang memiliki sifat seperti ini disebut sebagai elastis. Untuk benda yang memiliki sifat elastis,

maka regangan yang dihasilkan akan sebanding dengan tegangan yang diberikan. Hubungan linier antara regangan dan tegangan ini disebut sebagai hukum Hooke yang merupakan dasar dari teori elastisitas (Lowrie, 2007). Hubungan tegangan dan regangan ini dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Hubungan tegangan (*stress*) dan regangan (*strain*) (Lowrie, 2007)

Jika tegangan yang diberikan melebihi batas kesebandingan (*proportionality limit*), hukum Hooke tidak berlaku lagi. Walaupun benda tersebut masih bersifat elastis, hubungan regangan-tegangan bersifat tidak linier. Selanjutnya, jika benda tersebut terdeformasi dengan diberikan tegangan yang nilainya melebihi batas elastis (*elastic limit*), benda tidak dapat kembali ke bentuk semula ketika tegangan dihilangkan. Dengan demikian, benda dikatakan telah berubah sifatnya menjadi plastis. Seandainya tegangan yang diberikan melebihi kekuatan material, akan terjadi keruntuhan (*failure*). Material yang menunjukkan sifat seperti ini disebut rapuh (*brittle*).

2.4 Modulus Elastisitas

Modulus elastisitas didefinisikan sebagai rasio antara tegangan terhadap regangan atau deformasi yang dihasilkannya (Mussett dan Khan, 2000):

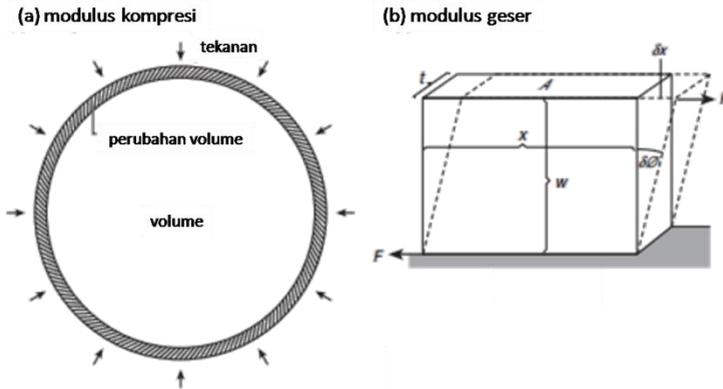
$$\text{modulus} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}} \quad (2.3)$$

Semakin besar nilai modulus suatu material, maka material tersebut semakin kuat dan regangan yang dihasilkan akibat suatu tegangan bernilai semakin kecil.

Modulus kompresibilitas atau modulus bulk, k , adalah ukuran kemudahan untuk mengubah volume suatu material tanpa mengubah bentuk benda tersebut (Mussett dan Khan, 2000). Sebagai ilustrasi ditinjau suatu benda berbentuk bola (Gambar 2.7 (a)). Peningkatan tekanan pada benda menyebabkan benda tersebut menyusut. Tegangan yang bekerja sebanding dengan tekanan P yang diberikan sedangkan regangan yang dihasilkan sebanding dengan perubahan volume ΔV . Modulus kompresibilitas dinyatakan dalam persamaan:

$$k = -\frac{P}{\left(\frac{dV}{V}\right)} \quad (2.4)$$

Penambahan tanda negatif pada persamaan bertujuan supaya nilai k tetap positif.



Gambar 2.7 (a) Sebuah bola dalam kasus modulus bulk dan (b) balok dalam kasus modulus geser (modifikasi Mussett dan Khan, 2000)

Modulus geser atau modulus rigiditas, μ , adalah ukuran kemudahan suatu benda untuk mempertahankan bentuknya tanpa mengubah volumenya ketika diberi tegangan (Mussett dan Khan, 2000). Ditinjau sebuah benda berbentuk balok (Gambar 2.7 (b)). Gaya dengan besar sama tetapi berlawanan arah, F , diberikan pada permukaan atas dan bawah benda dengan luas A , sehingga mengubah bentuk penampang vertikal benda dari persegi panjang menjadi jajar

genjang. Regangan yang dihasilkan adalah dx/w yang sebanding dengan sudut $d\theta$. Modulus rigiditas dinyatakan dengan persamaan:

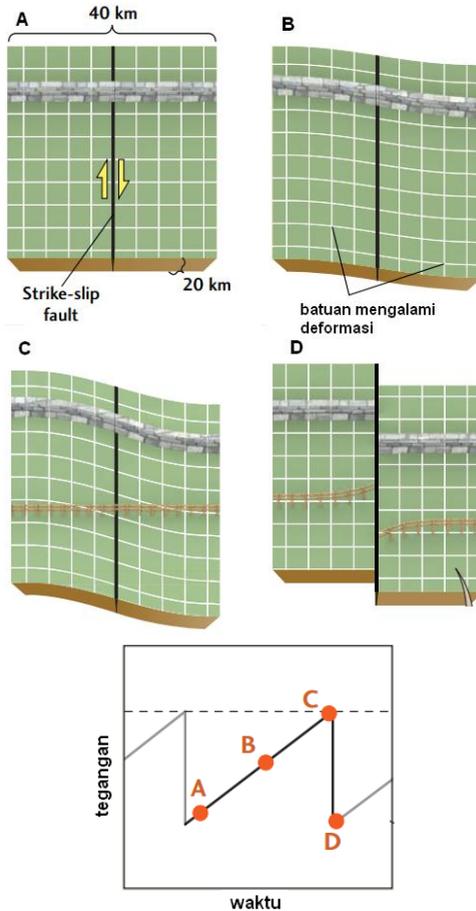
$$\mu = \frac{\left(\frac{F}{A}\right)}{d\theta} = \frac{F}{Ad\theta} \quad (2.5)$$

Ketika fluida diberi tegangan, maka fluida tersebut dengan mudah akan berubah bentuk. Oleh karena itu, pada kasus fluida, modulus gesernya sama dengan nol (Mussett dan Khan, 2000).

2.5 Teori Bingkas Elastis (*Elastic Rebound Theory*)

Pasca terjadinya gempa bumi San Fransisco 1906, Henry Fielding Reid pada tahun 1910 mengemukakan sebuah teori yang menjelaskan perulangan gempa bumi pada suatu sesar aktif yang dikenal sebagai teori bingkas elastis (*elastic rebound theory*) (Grotzinger dan Jordan, 2014). Teori bingkas elastis ini merupakan sebuah terobosan terbaru dalam dunia Seismologi. Selama ini sesar yang tersingkap di permukaan lebih dianggap sebagai efek samping atau dampak yang ditimbulkan dari gempa bumi dibandingkan dengan penyebab terjadinya gempa. Teori ini dianggap mampu menjelaskan mekanisme terjadinya gempa bumi dengan baik (Afnimar, 2009). Berdasarkan teori bingkas elastis (Gambar 2.8), peristiwa gempa bumi merupakan sebuah siklus yang terdiri dari tiga fase, yaitu fase *interseismic*, *coseismic*, dan *postseismic* (Hanifa, 2014).

Terjadinya gempa bumi melibatkan rekahnya kerak atau mantel Bumi secara tiba-tiba akibat gaya tektonik (Kanamori, 1994). Pergerakan lempeng tektonik menghasilkan gaya besar yang terakumulasi di batas lempeng. Gaya ini mampu menyebabkan batuan kerak yang rapuh mengalami deformasi. Batuan tersebut akan runtuh (*failure*). Artinya, batuan tersebut kehilangan kohesi dan rekah menjadi dua bagian terpisah. Hal ini terjadi ketika batuan tersebut diberi gaya hingga melebihi nilai kritisnya (Grotzinger dan Jordan, 2014). Gempa bumi akan terjadi ketika batuan yang dikenai tegangan secara tiba-tiba patah di sepanjang sesar geologi (fase *coseismic*).

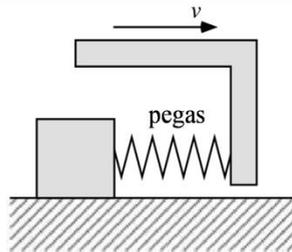


Gambar 2.8 Penjelasan terjadinya gempa menurut teori bingkang elastis. Grafik menunjukkan fungsi tegangan terhadap waktu berdasarkan teori bingkang elastis mulai dari terakumulasinya tegangan yang menyebabkan deformasi batuan (A – C), hingga pelepasan tegangan (D) yang menyebabkan terjadinya pergeseran blok batuan dan memicu terjadinya gempa (modifikasi Grotzinger dan Jordan, 2014).

Sebagian besar gempa bumi disebabkan oleh proses rekahan pada sesar yang sebelumnya telah ada. Gempa bumi yang telah terjadi sebelumnya telah melemahkan tegangan pada batuan di bidang sesar. Dua blok batuan yang saling berseberangan di

sepanjang bidang sesar akan bergeser secara tiba-tiba. Akibatnya, energi akan dilepaskan dalam bentuk gelombang seismik yang dirasakan sebagai getaran ketika terjadi gempa bumi. Setelah batuan bergeser, maka tegangan pada batuan akan berkurang (fase *postseismic*). Setelah terjadi gempa, tegangan akan meningkat kembali (fase *interseismic*) dan dapat memicu gempa berikutnya. Sesar yang melibatkan perulangan siklus gempa ini disebut sebagai sesar aktif (Grotzinger dan Jordan, 2014). Sesar seperti ini banyak dijumpai pada batas lempeng.

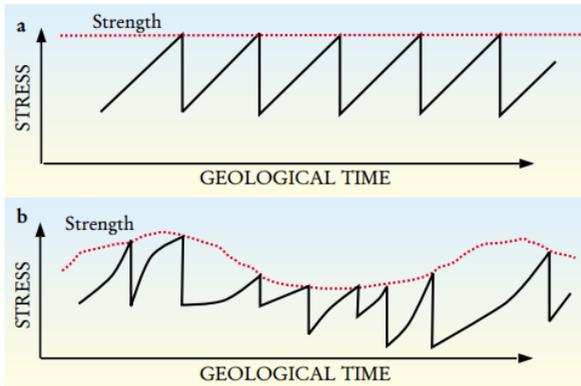
Teori bingkis elastis dapat dianalogikan dengan sebuah model sederhana, yaitu sebuah blok kayu yang ditarik dengan sebuah pegas seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.9. Dalam model ini, koefisien gesek statis μ_s bernilai lebih besar daripada koefisien gesek dinamik μ_d . Pegas ditarik dengan laju v . Selanjutnya, blok akan menunjukkan perilaku *stick-slip*, yaitu ketika gaya yang dikerjakan oleh pegas mencapai gesekan statis, maka blok akan bergeser hingga gesekan dinamis mengimbangi penurunan tingkat tegangan. Jika parameter μ_s , μ_d , dan v konstan, gempa bumi akan terjadi secara berulang dengan interval yang teratur (*recurrence interval*) sehingga gempa bumi dapat diprediksi dengan mudah. Kenyataannya, parameter-parameter tersebut tidak konstan sehingga siklus gempa yang terjadi menjadi lebih kompleks (Shearer, 2009).



Gambar 2.9 Analogi teori bingkis elastis dengan sebuah blok kayu yang ditarik oleh sebuah pegas dengan laju v (Shearer, 2009)

Untuk kasus gesekan dinamis yang bervariasi secara acak, maka ukuran (magnitudo) dari gempa tidak dapat diprediksi tetapi waktu kejadian gempa masih dapat diprediksi (*time predictable*). Waktu untuk terjadinya kejadian berikutnya sebanding dengan jumlah pergeseran yang terjadi pada kejadian sebelumnya. Sementara itu, jika gesekan statis yang bervariasi, waktu kejadian

gempa tidak dapat diprediksi. Akan tetapi, jumlah pergeseran untuk suatu kejadian gempa dapat diprediksi (*slip predictable*). Kenyataan di lapang, baik gesekan statis maupun dinamis bervariasi secara acak sehingga baik waktu maupun jumlah pergeseran tidak dapat diprediksi dengan mudah. Perbandingan siklus gempa untuk kejadian gempa yang dapat diprediksi dan tidak dapat diprediksi dapat dilihat pada Gambar 2.10.



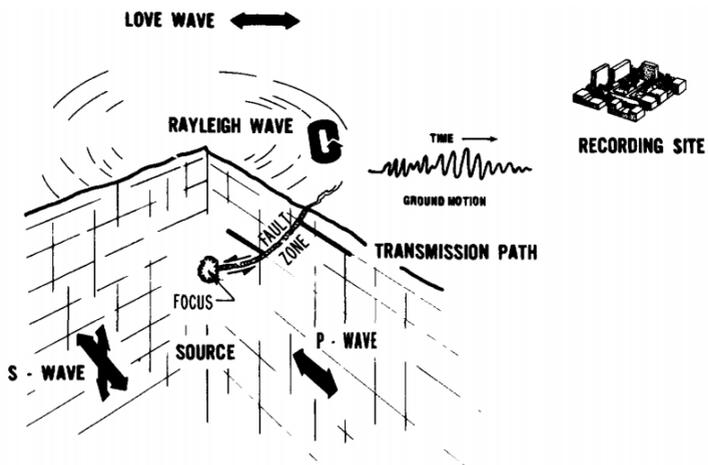
Gambar 2.10 Siklus gempa bumi sebagai suatu perubahan tegangan terhadap waktu. (a) Tegangan tektonik terakumulasi di sepanjang sesar hingga mencapai kekuatan lokal (tegangan kritis yang diperlukan untuk menghasilkan *failure* ditunjukkan garis putus-putus merah) dan memicu terjadinya gempa sehingga terjadi penurunan tegangan secara tiba-tiba. (b) Gambaran siklus gempa bumi yang lebih realistis dengan lebih kompleksnya variasi kekuatan, laju pembebanan, dan penurunan tegangan (Kanamori dan Brodsky, 2001).

2.6 Gelombang Seismik

Gelombang merupakan fenomena alam yang terjadi akibat perambatan usikan atau energi dari suatu sumber ke titik-titik lain (Afnimar, 2009). Ketika gempa bumi atau ledakan di bawah tanah terjadi, sebagian energi akan dilepaskan dalam bentuk gelombang elastis yang merambat di dalam Bumi. Gelombang elastis ini dikenal sebagai gelombang seismik dan termasuk ke dalam gelombang mekanik. Artinya, gelombang ini membutuhkan medium dalam perambatannya dan medium tersebut akan beresilasi ketika

gelombang melewatinya (Afnimar, 2009). Gelombang ini dapat dideteksi oleh sebuah instrumen yang disebut sebagai seismograf. Instrumen ini terdiri dari sebuah seismometer yang mengukur dan memperkuat gerak tanah yang timbul pada sebuah rekaman yang relatif diam dan menyalurkan data ke dalam kertas, pita magnetik, atau disket (Fowler, 2005). Selanjutnya, gelombang seismik tercatat sebagai seismogram yang merepresentasikan osilasi partikel di titik stasiun seismik tersebut (Afnimar, 2009).

Karakteristik amplitudo, temporal, dan spektral dari gerak tanah yang ditimbulkan gempa bumi di suatu tempat merupakan fungsi dari mekanisme sumber gempa, jarak episenter, maupun sifat fisis dan geometri dari struktur geologi yang dilewati oleh gelombang seismik dari sumber ke tempat tersebut (Gambar 2.11). Kecepatan gelombang seismik merambat di dalam Bumi bergantung pada densitas dan modulus elastisitas dari batuan yang dilaluinya (Lillie, 1999). Ada dua macam gelombang seismik, yaitu gelombang badan (P dan S) dan gelombang permukaan (Love dan Rayleigh).



Gambar 2.11 Mekanisme terpicunya gelombang seismik dari sumber gempa (fokus) yang merupakan bidang sesar. Selanjutnya, gelombang seismik direkam oleh instrumen seismograf dan ditampilkan dalam bentuk seismogram (Hays, 1980).

Penjelasan dari masing-masing gelombang seismik adalah sebagai berikut.

2.6.1 Gelombang Badan

Gelombang badan merupakan gelombang seismik yang menjalar melalui suatu tubuh batuan di dalam Bumi. Ada dua macam gelombang badan berdasarkan gerak partikel dari medium yang dilaluinya.

Tipe pertama adalah gelombang dilatasi, kompresional, longitudinal, primer, atau P. Gelombang ini disebut gelombang P karena gelombang ini memiliki kecepatan rambat paling tinggi (Bolt, 1978) sehingga tercatat pertama kali (primer) dalam perekam gelombang seismik (Sheriff dan Geldart, 1995). Gelombang P memiliki gerak seperti gelombang suara, yakni ketika gelombang ini menyebar dari sumber dan merambat di medium, maka medium yang dilaluinya secara berurutan akan terdorong (kompresi) dan tertarik (dilatasi). Dengan kata lain, partikel yang dilaluinya akan bergerak sejajar dengan arah perambatan gelombang (Sheriff dan Geldart, 1995). Gelombang P mampu melalui material padat (batuan), cair (magma hingga air di samudera) dan bahkan gas (atmosfer).

Tipe kedua adalah gelombang *shear*, transversal, sekunder, atau S. Gelombang ini memiliki kecepatan rambat lebih rendah daripada gelombang P sehingga gelombang S terekam dalam perekam gempa sebagai gelombang kedua yang datang (Sheriff dan Geldart, 1995). Gelombang S akan menggeser partikel medium yang dilaluinya ke arah samping tegak lurus terhadap arah rambat gelombang (Kearey dan Brooks, 1984). Arah gerak partikel ketika dilalui oleh gelombang S tak hingga banyaknya sehingga arah tegak lurus terhadap arah rambat gelombang jumlahnya juga tak hingga. Karena itu, didefinisikan dua tipe gelombang S, yaitu gelombang SV (*shear vertical*) dan SH (*shear horizontal*) (Afnimar, 2009). Pengamatan di laboratorium menunjukkan bahwa jika cairan digeser ke arah samping, cairan tidak akan kembali ke bentuk semula. Oleh sebab itu, gelombang S tidak mampu menjalar melalui medium cairan maupun fluida lainnya (Bolt, 1978). Ilustrasi gerak partikel material ketika dilalui gelombang badan dan arah rambatannya dapat dilihat pada Gambar 2.12.

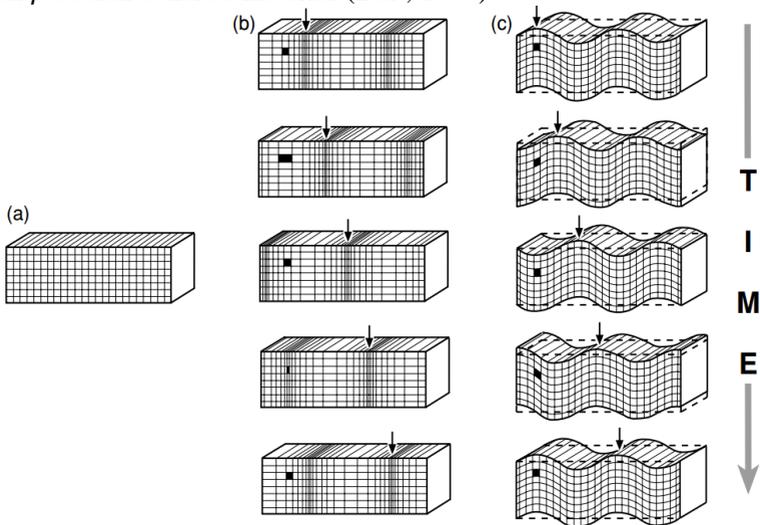
Kecepatan rambat gelombang P dan S hanya bergantung pada densitas dan sifat elastisitas medium yang dilaluinya. Dalam kasus medium elastis homogen isotropi, gelombang P akan merambat dalam medium dengan kecepatan:

$$\alpha = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (2.6)$$

Sementara itu, untuk kecepatan gelombang S dapat diperoleh melalui persamaan:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.7)$$

Dengan α adalah kecepatan gelombang P, β adalah kecepatan gelombang S, k adalah modulus bulk, μ adalah modulus rigiditas, dan ρ adalah densitas material (Bolt, 1978).



Gambar 2.12 Arah gerak partikel suatu medium (a) apabila dilalui oleh gelombang (b) P dan (c) SV. Urutan keadaan medium ketika dilalui gelombang ditunjukkan dari atas ke bawah. Gelombang menjalar dari arah kiri ke kanan. Tanda panah kecil di setiap gambar menunjukkan posisi rapatan dan puncak. Untuk gelombang P baik volume dan bentuk partikel medium yang diarsir dengan warna hitam berubah ketika gelombang melaluinya. Untuk gelombang S volume partikel medium tidak berubah dan hanya mengalami rotasi. Gerak partikel gelombang SH sama dengan gelombang SV hanya saja terjadi pada bidang horisontal (Fowler, 2005).

2.6.2 Gelombang Permukaan

Gelombang permukaan merupakan gelombang seismik yang menjalar di sepanjang permukaan Bumi. Sebagian besar gerak partikel medium yang terjadi akibat gelombang ini akan diamati di permukaan Bumi. Semakin bertambah kedalaman, maka gerak partikelnya akan semakin berkurang dan tidak teramati (Bolt, 1978). Gelombang permukaan terbentuk dari interferensi gelombang-gelombang badan. Ada dua macam gelombang permukaan.

Gelombang pertama adalah gelombang Love. Gelombang ini diberi nama sesuai dengan penemunya, Augustus Edward Hough Love pada tahun 1911 (Fowler, 2005). Gelombang ini terbentuk akibat adanya interferensi gelombang-gelombang pantul SH (*Shear Horizontal*) pada suatu lapisan dekat permukaan Bumi (Afnimar, 2009). Gerak partikel yang dilaluinya menyerupai gerak partikel gelombang S tetapi tanpa adanya pergerakan secara vertikal. Gelombang ini akan menjalar di permukaan tanah dari satu sisi ke sisi lainnya sejajar dengan permukaan Bumi. Arah gerak partikelnya tegak lurus dengan arah rambatnya (Kearey dan Brooks, 1984).

Gelombang kedua adalah gelombang Rayleigh. Gelombang ini diberi nama berdasarkan tokoh yang memprediksi keberadaan gelombang tersebut pada tahun 1887, yakni Lord Rayleigh (Fowler, 2005). Istilah *ground roll* merupakan nama lain yang umum diberikan untuk gelombang ini (Sheriff dan Geldart, 1995). Gelombang Rayleigh terbentuk akibat interferensi gelombang-gelombang pantul P dan SV (*Shear Vertical*). Gerak partikel medium yang dilaluinya akan berbentuk elips yang merupakan perpaduan antara gerak partikel gelombang P dan SV (Afnimar, 2009). Gerak orbital partikelnya akan berlawanan dengan arah gerak melingkarnya yang sering disebut sebagai *retrograde* (Kearey dan Brooks, 1984).

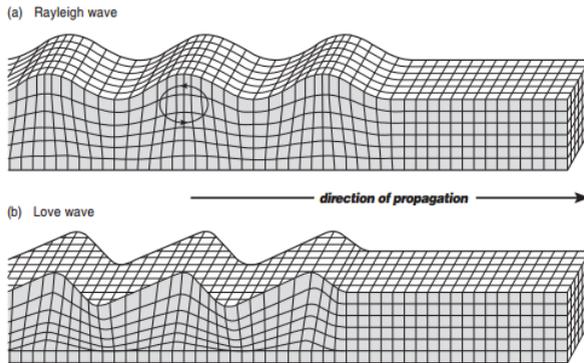
Gelombang permukaan bersifat dispersif. Artinya, kecepatan gelombangnya akan bergantung pada frekuensi. Semakin besar frekuensinya, maka semakin kecil kecepatannya dan semakin dangkal penetrasi kedalamannya (Afnimar, 2009). Umumnya, gelombang Love merambat lebih cepat daripada gelombang Rayleigh. Kecepatan gelombang Rayleigh dinyatakan dengan persamaan:

$$C_R < 0,92\beta \quad (2.8)$$

Sementara itu, untuk kasus gelombang Love pada medium berlapis, berlaku:

$$\beta_1 < C_L < \beta_2 \quad (2.9)$$

Dengan C_R adalah kecepatan gelombang Rayleigh, C_L adalah kecepatan gelombang Love, β adalah kecepatan gelombang S, β_1 dan β_2 adalah kecepatan gelombang S di permukaan dan di lapisan yang lebih dalam (Bolt, 1978). Ilustrasi gerak partikel material ketika dilalui gelombang permukaan dan arah rambatannya dapat dilihat pada Gambar 2.13.



Gambar 2.13 Tipe gelombang permukaan a) Rayleigh dan b) Love beserta arah gerak partikel medium yang dilaluinya. Tanda panah menunjukkan arah rambat gelombang (Mussett dan Khan, 2000).

2.7 Parameter Gempa Bumi

2.7.1 Hiposenter

Titik di dalam Bumi yang merupakan sumber dari gelombang seismik disebut sebagai fokus atau hiposenter gempa bumi. Titik fokus merupakan pusat dari gempa bumi yang merupakan titik awal rekahnya batuan sehingga menghasilkan pergeseran pada suatu bidang sesar. Rekahan bersumber dari fokus dan menyebar secara cepat di bidang patahan (Carlson dkk., 2008). Lokasi hiposenter dinyatakan dalam koordinat berupa lintang, bujur, dan kedalaman di bawah permukaan Bumi. Faktanya, gempa bumi tidak bersumber pada sebuah titik, tetapi berasal dari suatu volume kecil atau sepanjang bidang sesar yang melepaskan energi (Fowler, 2005).

Berdasarkan kedalaman fokus atau hiposenter, gempa bumi dapat diklasifikasikan menjadi (Lay dan Wallace, 1995):

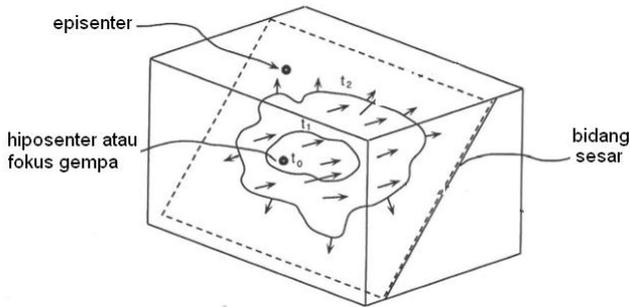
1. Gempa Dalam
Jika kedalaman hiposenter di antara 300 hingga 700 km.
2. Gempa Intermediet
Jika kedalaman hiposenter di antara 70 hingga 300 km.
3. Gempa Dangkal
Jika kedalaman hiposenter kurang dari 70 km.

2.7.2 Episenter

Titik di permukaan Bumi yang secara vertikal berada tepat di atas fokus disebut sebagai episenter. Lokasi episenter hanya dinyatakan dalam lintang dan bujur. Untuk kasus gempa yang terjadi pada koordinat 37° LU, 122° BB, dan kedalaman 10 km, maka episenter gempa tersebut adalah 37° LU, 122° BB. Jarak antara episenter gempa dengan seismometer perekam gempa tersebut disebut jarak episenter (Fowler, 2005). Gempa bumi dapat diklasifikasikan berdasarkan jarak episenter (Kayal, 2008), di antaranya:

1. Gempa Teleseismik
Gempa bumi yang direkam oleh stasiun dengan jarak yang sangat besar disebut sebagai gempa teleseismik atau teleseismo. Konvensi internasional mendefinisikan gempa teleseismik sebagai gempa yang jarak episenternya lebih dari 1.000 km. Ada juga yang mendefinisikan gempa teleseismik sebagai gempa dengan jarak $\geq 30^{\circ}$. Amplitudo gempa ini memiliki rentang sangat besar.
2. Gempa Regional
Gempa bumi yang terjadi dengan jarak episenter antara 500 km hingga 1.000 km disebut sebagai gempa regional. Gempa bumi ini juga memiliki amplitudo dengan rentang besar seperti gempa teleseismik tetapi dengan periode yang lebih kecil daripada gempa teleseismik.
3. Gempa Lokal
Gempa bumi yang terjadi pada jarak beberapa ratus kilometer dari stasiun disebut sebagai gempa lokal. Gempa ini dicirikan dengan *onset* impulsif dan memiliki frekuensi yang tinggi.

Perbandingan antara hiposenter dan episenter dapat dilihat pada Gambar 2.14.



Gambar 2.14 Diagram yang menunjukkan episenter, fokus (hiposenter), dan bidang sesar (modifikasi Bolt, 1999 dalam Kayal, 2008)

2.7.3 Magnitudo Gempa Bumi

Magnitudo merupakan parameter penting yang menjelaskan ukuran kekuatan dari gempa bumi (Kayal, 2008). Sejumlah skala magnitudo telah didefinisikan berdasarkan tipe gelombang seismik, rentang frekuensi, maupun instrumen yang digunakan (McCalpin, 2009).

2.7.3.1 Magnitudo Lokal/Richter (M_L)

Magnitudo Richter pertama kali digunakan secara luas di Amerika Serikat. Skala ini dibuat berdasarkan amplitudo (mm) terbesar dari tras gelombang di seismogram pada sebuah seismograf Wood-Anderson dan dinormalisasi terhadap suatu jarak episenter standar 100 km. Richter mendefinisikan gempa bumi bermagnitudo 0 yang menghasilkan amplitudo maksimum sebesar 0,001 mm pada jarak 100 km. Setiap peningkatan magnitudo yang lebih besar merupakan peningkatan sepuluh kali lipat pada amplitudo. Dengan kata lain, amplitudo maksimum seismogram pada jarak 100 km sebesar 0,01 mm mewakili M_L 1; 0,1 mm setara dengan M_L 2,0 dan seterusnya. Skala magnitudo Richter dapat mewakili energi yang dilepaskan oleh gempa dengan akurat hingga M_L 6,5. Lebih dari magnitudo tersebut, skala Richter akan menunjukkan nilai energi yang lebih rendah dari nilai energi sebenarnya. Dengan kata lain, skala Richter mengalami saturasi di atas M_L 6,5 (McCalpin, 2009).

Secara matematis, magnitudo Richter dapat diperoleh dari persamaan:

$$M_L = \log_{10}(A)_{max} + 3\log_{10}\Delta - 2,92 \quad (2.10)$$

dengan $(A)_{max}$ adalah amplitudo maksimum tanah (mm) dan Δ adalah jarak episenter (km).

2.7.3.2 Magnitudo Gelombang Permukaan (M_S)

Permasalahan saturasi pada magnitudo Richter di atas M_L 6,5 dapat diselesaikan dengan dikembangkannya skala magnitudo gelombang permukaan. Prosedur pengukurannya sama dengan magnitudo Richter. Hanya saja puncak amplitudo gelombang diukur untuk gelombang permukaan dengan periode 20 s dari seismograf periode panjang pada jarak teleseismik. Karena perhitungan magnitudo gelombang permukaan tidak membutuhkan rekaman seismogram pada jarak 100 km dari episenter, maka rekaman teleseismik gempa moderat hingga besar dapat dinyatakan dalam skala ini. Skala ini juga dapat digunakan sebagai perbandingan empiris antara magnitudo terhadap panjang rekahan atau perpindahan akibat gempa bumi. Namun, skala magnitudo gelombang permukaan juga menunjukkan saturasi untuk $M_S > 8$ (McCalpin, 2009). Skala magnitudo gelombang permukaan dinyatakan dengan persamaan:

$$M_S = \log_{10} \left(\frac{A}{T} \right)_{max} + 1,66\log_{10}\Delta + 3,3 + q(d) \quad (2.11)$$

Secara berurutan, A , T , Δ , dan $q(d)$ adalah amplitudo (mm), periode (s), jarak episenter (km), dan koreksi kedalaman hiposenter (Mussett dan Khan, 2000).

2.7.3.3 Magnitudo Gelombang Badan (m_b)

Magnitudo gelombang badan merupakan magnitudo yang sering digunakan di wilayah yang secara tektonik stabil, misalnya di wilayah Amerika Utara. Magnitudo ini diukur dari puncak gelombang yang terekam pada jarak hingga 1.000 km pada instrumen dengan rentang frekuensi 1 – 10 Hz. Saturasi akan terjadi pada skala yang lebih rendah daripada M_S . Namun, konversi m_b ke skala magnitudo lainnya maupun sebaliknya masih memungkinkan

untuk dilakukan. Skala magnitudo gelombang badan diperoleh melalui persamaan:

$$m_b = \log_{10} \left(\frac{A}{T} \right)_{max} + q(\Delta, d) + \text{koreksi lokal} \quad (2.12)$$

dengan A adalah amplitudo (mm) dan T adalah periodenya (s). Sementara itu, $q(\Delta, d)$ adalah koreksi jarak episenter dan kedalaman hiposenter (Mussett dan Khan, 2000).

2.7.3.4 Magnitudo Momen (M_w)

Semakin besar suatu gempa bumi, maka semakin kecil frekuensi gelombang dengan amplitudo terbesar. Namun, sebagian besar seismometer kehilangan sensitivitas pada frekuensi terendah suatu gelombang gempa bumi sehingga skala magnitudo gelombang badan dan permukaan akan mengukur magnitudo gempa besar dengan nilai lebih kecil daripada seharusnya. Oleh karena itu, dikembangkan skala magnitudo momen (Mussett dan Khan, 2000). Magnitudo momen tidak bergantung pada puncak gelombang yang terekam seismogram, tetapi berdasarkan pada momen seismik (M_0). Momen seismik didefinisikan sebagai:

$$M_0 = DA\mu \quad (2.13)$$

dengan D adalah rata-rata perpindahan pada bidang sesar, A merupakan luas dari bidang sesar, dan μ merupakan modulus rigiditas rata-rata dari batuan yang mengalami pergeseran. Dalam hal ini bidang sesar diasumsikan memiliki geometri segiempat. Dengan demikian, momen seismik lebih mencerminkan jumlah energi yang dilepaskan di sumber gempa.

Selanjutnya, magnitudo momen dihitung menggunakan hubungan:

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10,7 \quad (2.14)$$

dengan M_w merupakan magnitudo momen dan M_0 merupakan momen seismik. Skala momen seismik dikembangkan untuk mengatasi masalah saturasi pada skala magnitudo lainnya dan umumnya digunakan untuk mendeskripsikan suatu gempa besar.

Pada mulanya, ahli seismologi hanya mengklasifikasikan gempa bumi berdasarkan ukurannya menjadi gempa kecil, gempa sedang, maupun gempa besar. Namun, dengan ditemukannya skala magnitudo Richter, klasifikasi gempa berdasarkan magnitudonya lebih jelas untuk didefinisikan (Kayal, 2008) seperti pada Tabel 2.1.

Semakin kecil magnitudo suatu gempa, maka semakin banyak frekuensi gempa itu terjadi (Kayal, 2008). Jumlah kejadian gempa bumi meningkat sepuluh kali lipat setiap penurunan satu satuan magnitudo. Sebagai gambaran, jika suatu area menghasilkan satu gempa bumi dengan magnitudo 4 dalam satu bulan, akan dihasilkan 10 kali gempa bumi dengan magnitudo 3, 100 gempa bumi dengan magnitudo 2, dan 1.000 gempa bumi dengan magnitudo 1 dalam waktu satu bulan.

Tabel 2.1 Klasifikasi gempa bumi berdasarkan magnitudo (Hagiwara, 1964 dalam Kayal, 2008)

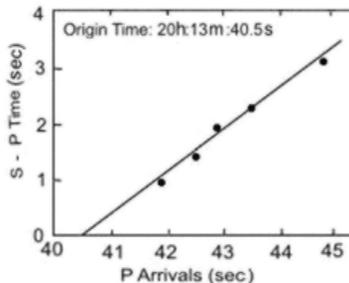
Magnitudo (<i>M</i>)	Klasifikasi
$M \geq 8$	<i>Great earthquake</i>
$7 \leq M \leq 8$	<i>Major / Large earthquake</i>
$5 \leq M \leq 7$	<i>Moderate earthquake</i>
$3 \leq M \leq 5$	<i>Small earthquake</i>
$1 \leq M \leq 3$	<i>Microearthquake</i>
$M < 1$	<i>Ultra-microearthquake</i>

2.7.4 Intensitas Gempa Bumi

Intensitas merupakan ukuran dari dampak yang ditimbulkan akibat suatu gempa bumi di suatu tempat tertentu. Salah satu skala yang sering digunakan dalam penentuan intensitas gempa adalah *Mercalli Modification Intensity* (MMI) yang dikembangkan oleh ahli seismologi Italia, Giuseppe Mercalli, pada tahun 1902 (McCalpin, 2009). Skala Mercalli dibagi ke dalam 12 tingkat. Skala intensitas Mercalli bersifat subjektif dan dibuat berdasarkan efek getaran dan kerusakan pada bangunan (Fowler, 2005). Skala Mercalli dapat dilihat pada Lampiran 2.

2.7.5 Waktu Asal (*Origin Time*)

Waktu asal adalah waktu saat terjadi gempa bumi di suatu hiposenter. Sementara itu, *arrival time* (waktu tiba) atau *transit time* adalah waktu ketika suatu gelombang seismik tiba atau direkam pada suatu stasiun seismograf. Waktu asal suatu gempa bumi dapat ditentukan dengan menggunakan teknik grafis, yaitu plot Wadati seperti yang ditampilkan pada Gambar 2.15. Berdasarkan diagram ini, selisih antara waktu tiba gelombang P dan S ($t_s - t_p$) diplot terhadap waktu tiba gelombang P (t_p). Di hiposenter $t_s = t_p$, sehingga $t_s - t_p = 0$. Oleh karena itu, perpotongan antara kurva dengan sumbu waktu tiba gelombang P merupakan waktu asal gempa bumi tersebut.



Gambar 2.15 Penentuan waktu asal dengan diagram Wadati. Waktu asal diperoleh dari perpotongan kurva dengan sumbu waktu tiba gelombang P (t_p). Waktu asal gempa adalah pukul 20:13:40,5 (Kayal, 2008).

2.8 Tipe Gempa Bumi

Berdasarkan sumber penyebabnya, gempa bumi dapat dibagi ke dalam tiga kategori (Kayal, 2008), di antaranya:

1. Gempa Bumi Tektonik

Gempa bumi tektonik merupakan gempa yang paling umum terjadi. Gempa ini terjadi akibat adanya pelepasan tegangan pada batuan yang terakumulasi akibat gaya tektonik, yaitu gaya yang berasal dari pergerakan lempeng-lempeng. Gempa bumi tektonik sangat penting untuk digunakan dalam mempelajari struktur interior Bumi. Gempa tektonik juga mendapat perhatian karena sering menimbulkan kerusakan parah. Lebih dari 90 persen gempa bumi tektonik terjadi di

batas lempeng (Trueit, 2003). Gempa bumi yang terjadi karena berasosiasi dengan batas lempeng ini dikenal sebagai gempa bumi *interplate*. Namun, di beberapa tempat gempa juga terjadi di area yang jauh dari batas lempeng (di tengah-tengah lempeng). Gempa bumi *intraplate* ini umumnya disebabkan gaya yang bersifat lokal yang timbul akibat adanya variasi temperatur, kedalaman, dan kekuatan dari batuan di permukaan (Bolt, 1978). Salah satu cara untuk membedakan antara gempa bumi *interplate* dan *intraplate* adalah dengan meninjau laju pergeseran dari sesar dan kala ulangnya (*recurrence time*) seperti pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2.2 Klasifikasi gempa tektonik (modifikasi Scholz, 2002)

Type	Laju Pergeseran (mm per tahun)	Kala Ulang (tahun)
I. <i>Interplate</i>	$v > 10$	~ 100
II. <i>Intraplate</i> , tepi lempeng	$0,1 \leq v \leq 10$	$10^2 - 10^4$
III. <i>Intraplate</i> , tengah lempeng	$v < 0,1$	$> 10^4$

2. Gempa Bumi Vulkanik

Gempa bumi vulkanik didefinisikan sebagai gempa bumi yang terjadi atau berkaitan dengan aktivitas vulkanik. Gempa vulkanik terjadi melalui dua cara (Kayal, 2008). Pertama, gempa vulkanik yang terjadi sebelum terjadinya erupsi gunung api. Gempa ini berukuran kecil dan akan terus meningkat kejadiannya sebelum erupsi. Di dalam pipa gunung api maupun di dapur magma, magma yang sangat panas dan kental bergerak perlahan dengan tekanan uap yang sangat tinggi. Akibat gerak ini, sejumlah batuan terpanaskan dan mengalami tegangan. Selanjutnya, batuan tersebut akan mengalami rekahan dan terjadi gempa berukuran kecil maupun sedang. Kedua, gempa yang terjadi akibat pergeseran batuan sehingga memicu terjadinya pergerakan magma dan erupsi. Gelombang seismik yang dilepaskan akan menggetarkan magma yang berada di dapur magma. Akibatnya, material gas yang terkandung di dalam magma

akan mempercepat terjadinya erupsi maupun memicu terjadinya gempa bumi vulkanik.

3. Gempa Bumi Terimbas

Gempa bumi tipe ini terjadi akibat aktivitas manusia. Gempa bumi ini meliputi gempa yang dipicu ledakan nuklir, ledakan di bawah permukaan tanah, pengisian bendungan, maupun injeksi fluida ke dalam suatu lapisan reservoir di bawah tanah.

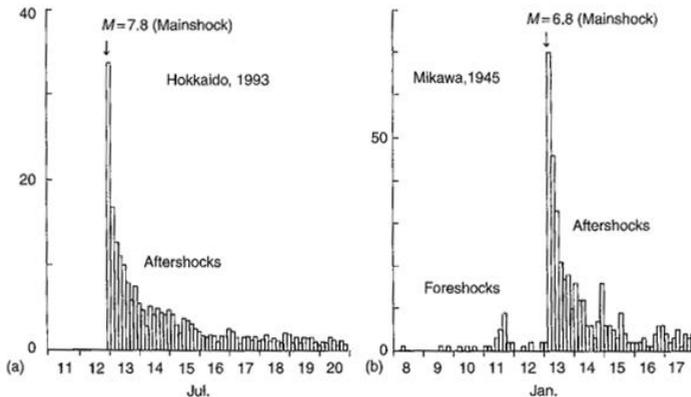
2.9 Hipotesis Kesenjangan Gempa (*Seismic Gap*)

Hipotesis kesenjangan gempa menyatakan bahwa bahaya gempa di suatu wilayah akan segera berubah menjadi kecil setelah terjadinya gempa dan akan meningkat terhadap waktu sejak terjadinya gempa tersebut (Sykes dan Nishenko, 1984 dalam Kagan dan Jackson, 1991). Kesenjangan gempa sendiri merupakan wilayah yang aktivitas kegempaan relatif sedikit apabila dibandingkan dengan wilayah lain yang juga berada di sepanjang sesar atau batas lempeng (Mohita, 2016). Kemungkinan besar kejadian gempa besar pernah terjadi di wilayah kesenjangan gempa. Akan tetapi, saat ini dalam keadaan tanpa adanya aktivitas seismik. Bahkan, untuk beberapa kasus, pada wilayah kesenjangan gempa tidak pernah tercatat aktivitas kegempaan secara historis. Namun, wilayah ini diyakini mampu untuk menghasilkan gempa besar (USGS, 2016).

Hipotesis ini semakin berkembang sejak dikemukakannya teori bingkis elastis dan tektonik lempeng. Hipotesis ini juga telah digunakan untuk memperkirakan terjadinya gempa bumi di sepanjang tepi Samudera Pasifik (Kagan dan Jackson, 1991). Hipotesis kesenjangan gempa ini berdasarkan beberapa asumsi, di antaranya: (1) batas lempeng dan sesar besar dibagi ke dalam beberapa segmen; (2) tegangan tektonik dalam sebuah segmen harus dikurangi dengan terjadinya suatu gempa di sepanjang segmen tersebut; (3) kejadian gempa tersebut akan mengurangi tegangan di bawah titik kritis sehingga memungkinkan untuk memicu terjadinya gempa besar di segmen lain; (4) setelah tegangan berkurang, tegangan akan terakumulasi perlahan dan membutuhkan waktu hingga beberapa dekade sebelum terjadi gempa besar lainnya (Kagan dan Jackson, 1991).

2.10 Sekuen Gempa Bumi

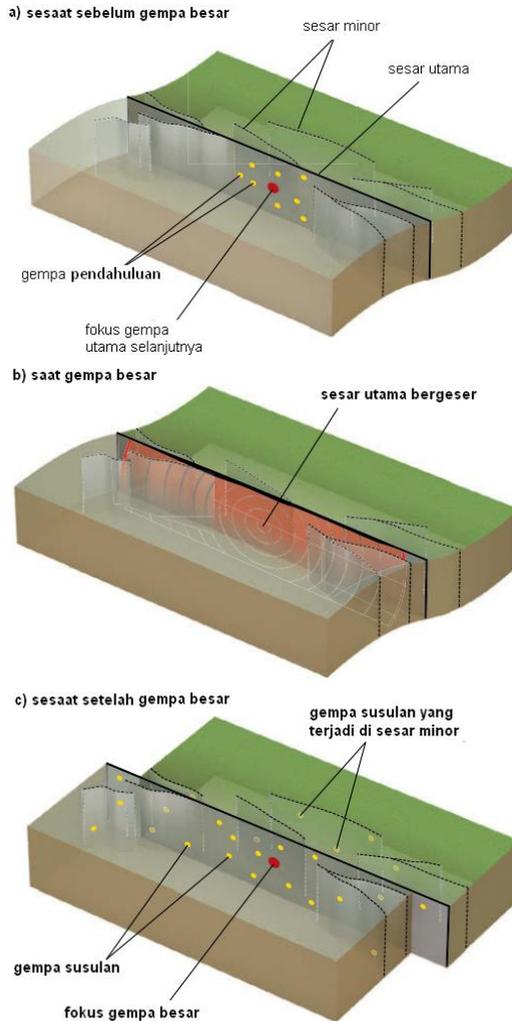
Pengamatan di lapangan sering kali menunjukkan bahwa gempa bumi bukanlah kejadian yang bersifat terisolasi, melainkan merupakan bagian dari suatu rangkaian (sekuen) yang karakteristiknya dapat didefinisikan dengan baik. Mogi pada tahun 1963 membagi sekuen ini menjadi tiga tipe: gempa utama-gempa susulan (Gambar 2.16 (a)), gempa pendahuluan-gempa utama-gempa susulan (Gambar 2.16 (b)), dan *swarm*. Kadang, terdapat dua atau lebih gempa utama yang terjadi dalam waktu dan ruang yang berdekatan. Peristiwa ini dikenal sebagai *doublet* dan *multiplet* (Scholz, 2002).



Gambar 2.16 Tipe sekuen gempa bumi, a) tanpa gempa pendahuluan, b) dengan gempa pendahuluan (Lee dkk., 2002)

Gempa pendahuluan (*foreshock*) (Gambar 2.17 (a)) umumnya lebih jarang terjadi jika dibandingkan dengan gempa susulan. Gempa pendahuluan adalah gempa bumi berukuran kecil yang terjadi sesaat sebelum terjadinya sebuah gempa utama di sekitar fokus gempa utama. Ahli seismologi telah mencoba menggunakan gempa pendahuluan untuk memperkirakan terjadinya gempa utama. Namun, aktivitas gempa pendahuluan umumnya sangat bervariasi baik secara temporal maupun spasial sehingga penentuan gempa utama dengan metode ini sering kali tidak berhasil. Mogi pada tahun 1985 membagi dua macam gempa pendahuluan, yaitu tipe C dan D. Tipe C menunjukkan peningkatan frekuensi gempa susulan sebelum terjadinya gempa utama. Sebaliknya, tipe D menunjukkan adanya

penurunan frekuensi gempa susulan sebelum terjadinya gempa utama (Lee dkk., 2002).



Gambar 2.17 (a) Gempa pendahuluan terjadi sesaat sebelum terjadi gempa utama, di sekitar fokus. (b) Gempa utama. (c) Gempa susulan (c) merupakan gempa kecil yang terjadi setelah gempa utama (modifikasi Grotzinger dan Jordan, 2014).

Hampir semua gempa bumi berukuran sedang hingga besar akan memicu sejumlah gempa bumi bermagnitudo lebih kecil di sekitar area utama gempa yang berlangsung beberapa jam hingga beberapa bulan berikutnya (Bolt, 1978, Grotzinger dan Jordan, 2014). Fenomena ini dikenal sebagai gempa susulan atau *aftershock* (*dependent earthquake, triggered earthquake, offspring*). Sementara itu, gempa yang memicu terjadinya gempa susulan disebut sebagai gempa utama atau *mainshock* (*independent earthquake, background earthquake, parent earthquake*).

Peristiwa gempa susulan ini menunjukkan bahwa kejadian gempa tidak bisa dijelaskan dengan teori bingkis elastis secara sederhana. Gempa susulan berlangsung selama periode penyesuaian setelah terjadinya gempa utama, yaitu ketika tegangan kecil yang terlokalisasi akan dilepas (Fowler, 2005). Setelah terjadinya gempa utama, maka tegangan di sepanjang bidang sesar akan menurun. Namun, tegangan ini akan meningkatkan tegangan di area lain di sekitar sesar yang sebelumnya belum mengalami pergeseran. Gempa susulan (Gambar 2.17 (c)) terjadi ketika area tersebut tidak mampu lagi menahan tegangan yang diberikan (Grotzinger dan Jordan, 2014).

Secara temporal, frekuensi kejadian gempa susulan akan berkurang dengan bertambahnya waktu sejak terjadinya gempa utama (Fowler, 2005). Frekuensi kejadian gempa susulan bergantung pada magnitudo gempa utama. Semakin besar gempa utama, maka semakin lama durasi terjadinya gempa susulan (Grotzinger dan Jordan, 2014). Pada tahun 1894, Omori mencatat bahwa frekuensi kejadian gempa susulan akan meluruh dengan laju t^{-1} (Parsons, 2002). Berdasarkan pengamatannya terhadap frekuensi gempa susulan per harinya $n(t)$ untuk kasus gempa Nobi 1891, Jepang ($M 8,0$), frekuensi kejadian gempa akan berkurang terhadap waktu sesuai dengan persamaan:

$$n(t) = K(t + c)^{-1} \quad (2.15)$$

dengan K dan c adalah konstanta dan t merupakan durasi waktu yang diukur sejak terjadinya gempa utama (Lee dkk., 2002). Secara spasial, umumnya gempa susulan terjadi di dalam area yang jaraknya sekitar setengah dari panjang rekahan bidang sesar (Fowler, 2005).

2.11 Metode Dekluster

Telah disebutkan sebelumnya dalam subbab 2.10 bahwa terdapat dua macam gempa, yaitu gempa bumi yang bebas (gempa utama) dan gempa bumi yang bergantung pada gempa bumi lainnya (gempa susulan). Untuk mengisolasi gempa utama dari gempa susulan yang ada di sekitarnya, maka dilakukan dekluster. Gempa-gempa ini akan membentuk sebuah kluster. Oleh karena itu, proses pemisahan gempa ini dikenal sebagai “dekluster”. Tahap dekluster ini penting dalam melakukan penilaian bahaya kegempaan maupun penelitian mengenai prediksi gempa bumi (Van Stiphout dkk., 2012).

Untuk dapat dilakukan dekluster, maka katalog gempa setidaknya harus memiliki informasi mengenai waktu kejadian gempa, lokasi episenter dan hiposenter, serta magnitudonya. Pada prinsipnya, dekluster memisahkan gempa utama dengan gempa susulan melalui pendekatan secara spasio-temporal, yakni menganalisis gempa yang terjadi pada jarak tertentu dari fokus suatu gempa dan pada durasi tertentu setelah terjadinya gempa. Umumnya, ada dua metode dekluster yang sering digunakan, yaitu metode jendela (*window method*) dan kluster (*cluster method*) (Van Stiphout dkk., 2012).

Dalam metode jendela, pada prinsipnya, untuk setiap gempa bumi dengan magnitudo M dalam katalog, maka serangkaian gempa yang terjadi selanjutnya diidentifikasi sebagai gempa susulan jika gempa tersebut terjadi dalam interval waktu tertentu $T(M)$ setelah kejadian gempa dan dalam radius jarak tertentu $L(M)$ dari episenter gempa tersebut. Hal ini juga berlaku untuk gempa pendahuluan. Tentunya, dalam sebuah rangkaian kejadian gempa, maka gempa bermagnitudo paling besar diidentifikasi sebagai gempa utama.

Pada metode jendela, gempa susulan sekunder maupun gempa susulan orde tinggi lainnya (yaitu gempa susulan dari gempa susulan) diabaikan. Sebagai contoh, seandainya terjadi gempa C pada rentang jendela gempa A dan B (keduanya berpotensi sebagai gempa utama dari gempa C), maka gempa utama dari gempa C adalah gempa dengan magnitudo tertinggi meskipun kemungkinan gempa C justru dipicu oleh gempa dengan magnitudo yang lebih kecil. Hal ini tentunya menjadi kelemahan dari metode jendela dalam melakukan dekluster. Selain itu, metode jendela tidak mempertimbangkan efek sesar untuk gempa dengan magnitudo besar.

Oleh karenanya, Reasenberg pada tahun 1985 menyusun algoritma yang memungkinkan menghubungkan gempa-gempa susulan ke dalam sebuah kluster. Sebagai contoh, jika A adalah gempa utama dari B dan B adalah gempa utama dari C, maka baik gempa A, B, dan C dianggap sebagai satu kluster. Dalam kluster tersebut, gempa utama adalah gempa yang memiliki nilai magnitudo terbesar. Gempa dengan magnitudo lebih kecil dikategorikan sebagai gempa pendahuluan maupun gempa susulan. Metode ini mempertimbangkan distribusi tegangan dan pergeseran di sekitar gempa utama dalam menentukan interaksi spasial melalui persamaan:

$$\log \Delta = 0,4M_0 - 1,943 + k \quad (2.16)$$

Variabel Δ adalah jarak dari pusat gempa utama dalam satuan km sedangkan k adalah konstanta yang bernilai 1 untuk gempa terbesar. Sementara, interaksi secara spasial ditentukan berdasarkan hukum Omori.

Parameter-parameter yang diperlukan dalam metode ini adalah τ_{min} dan τ_{max} yang merupakan waktu minimum dan maksimum setelah terjadi gempa utama dengan probabilitas p_1 . Hal ini sesuai dengan persamaan:

$$\tau = -\ln(1 - p_1) t / 10^{2(\Delta M - 1)/3} \quad (2.17)$$

Pangkat laju peluruhan Omori diasumsikan bernilai 1. Sementara itu:

$$\Delta M = M_{gempa\ utama} - x_{meff} \quad (2.18)$$

dengan x_{meff} merupakan magnitudo *cutoff* dari katalog gempa.

2.12 Geologi Regional Jawa Timur

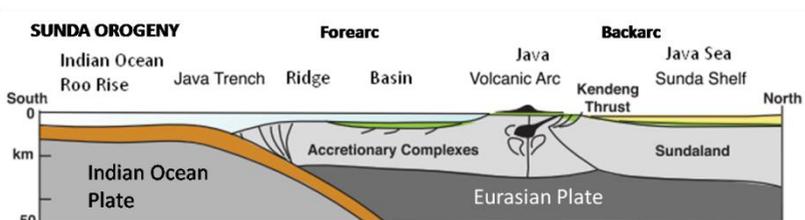
Sejarah geologi Jawa Timur tidak terlepas dari sejarah geologi wilayah Indonesia bagian barat lainnya maupun wilayah Asia Tenggara. Wilayah Jawa Timur terletak di sebelah ujung tenggara kraton Sunda dengan batuan dasar berupa batuan banchuh (*melange*) berumur Kapur hingga Tersier (Darman dan Sidi, 2000). Pulau Jawa merupakan bagian dari sistem subduksi busur Sunda yang membentang 5.000 km dari Burma hingga Flores dan Sumba (Shulgин dkk., 2011). Di sebelah Selatan Pulau Jawa, tepatnya di Palung Jawa, terdapat zona subduksi lempeng Indo-Australia yang

menunjam di bawah lempeng Eurasia. Proses subduksi ini berlangsung sejak kala Eosen Awal hingga sekarang. Tegangan yang disebabkan oleh pergerakan lempeng Indo-Australia ke arah Utara ini merupakan pengontrol utama pembentukan struktur di Jawa Timur dan sekitarnya (Susilohadi, 1995).

Segmen subduksi di sebelah Selatan Pulau Jawa memiliki keunikan tersendiri yang tidak dijumpai di segmen lain Busur Sunda. Jika di wilayah Sumatera dijumpai adanya sistem sesar memanjang yang berasosiasi dengan arah subduksi miring, di Pulau Jawa struktur yang dijumpai berbeda (Handayani, 2010). Jawa merupakan contoh busur kepulauan yang dihasilkan dari proses subduksi yang berarah tegak lurus (ortogonal). Arah pergerakan lempeng Indo-Australia berarah Utara sehingga busur vulkanik dan struktur geologi yang mendominasi wilayah Pulau Jawa akan memanjang dengan orientasi Timur-Barat (Hall dkk., 2007). Di samping itu juga terdapat sesar dengan orientasi Utara-Selatan yang berperan penting dalam mempengaruhi pola geomorfologi di Pulau Jawa (Verstappen, 2010).

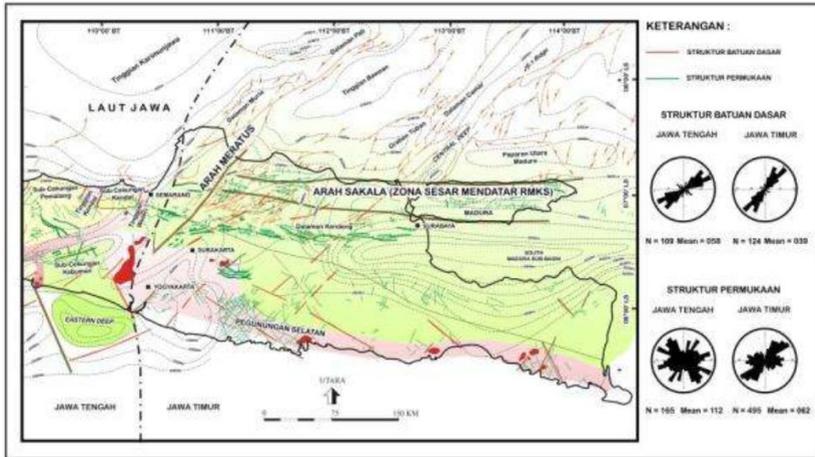
Apabila dibuat penampang melintang yang memotong Pulau Jawa, maka dari arah Selatan hingga Utara (Gambar 2.18) akan dijumpai unsur-unsur struktur sebagai berikut (Darman dan Sidi, 2000):

- 1) Palung Jawa (*Java Trench*)
- 2) Busur kepulauan luar yang bersifat nonvulkanik (*Nonvolcanic outer island arc*)
- 3) Cekungan busur depan (*Fore-arc Basin*)
- 4) Busur magmatik/vulkanik (*Magmatic/Volcanic Arc*)
- 5) Cekungan busur belakang (*Back-arc Basin*)
- 6) Kraton kontinen Sunda (*Sundaland Continental Craton*)



Gambar 2.18 Profil sayatan melintang Pulau Jawa dari arah Selatan (S) ke Utara (N) (modifikasi Simandjuntak dan Barber, 1996 dalam Koulali dkk., 2016)

Arah penunjaman lempeng ini selalu berubah di sepanjang waktu geologi (Hamilton 1979 dalam Putra, 2007). Posisi jalur subduksi ini akan searah dengan jalur magmatik yang dihasilkan dan membentuk orientasi struktur yang juga searah. Secara umum ada dua pola orientasi struktur geologi di wilayah Jawa Timur (Gambar 2.19), yaitu Timur Laut-Barat Daya dan Timur-Barat (Putra, 2007).



Gambar 2.19 Arah pola struktur di Jawa Timur (modifikasi Sribudiyani dalam Yulianto dkk., 2011)

Adanya dua pola orientasi ini tidak terlepas dari perubahan posisi dan arah dari jalur subduksi tersebut.

1. Pola Timur Laut-Barat Daya dapat ditemukan dengan jelas di sebelah Timur Laut Jawa (Susilohadi, 1995). Sistem sesar dengan orientasi ini diduga merupakan sisa dari sistem subduksi yang lebih tua. Sistem sesar ini menerus hingga wilayah Kalimantan Selatan dengan ditemukannya singkapan batuan ultrabasa dengan baturijang yang mengindikasikan keberadaan sistem subduksi (Susilohadi, 1995). Menurut Martodjojo (1990) dalam Putra (2007) pola struktur Timur Laut-Barat Daya diperkirakan merupakan hasil subduksi pada zaman Kapur yang menghasilkan jalur magmatik di daerah Pegunungan Meratus (Kalimantan Selatan), Karangsembung (Jawa Tengah), dan Ciletuh (Jawa Barat). Subduksi Jawa-Meratus ini terjadi antara mikrobenua

- Australia (dalam Husein dan Nukman (2015) disebut sebagai mikro benua Jawa Timur) dengan Eurasia.
2. Pola Timur-Barat searah dengan busur magmatik tua yang berasosiasi dengan Formasi Andesit Tua dijumpai di daerah Kulon Progo hingga Pantai Selatan Jawa Timur. Busur magmatik ini membentuk Pegunungan Selatan di Pulau Jawa (Helen dkk., 2005). Pola ini terbentuk pada kala Oligosen-Miosen Awal. Dengan demikian, pada saat itu sistem subduksi Jawa-Meratus telah berhenti dan lempeng Indo-Australia mulai bergerak ke arah Utara hingga kala Miosen Tengah. Dengan adanya keberadaan busur magmatik modern (resen) yang berada sekitar 50 km di sebelah Utara dari busur magmatik Oligo-Miosen (Husein dan Nukman, 2015), maka pola orientasi Timur-Barat ini semakin dominan. Pada Miosen Tengah hingga Plio-Pleistosen berlangsung fase tektonik inversi yang dicirikan dengan terbentuknya lipatan-lipatan dan sesar naik dengan orientasi Timur-Barat (Lemigas, 2003 dalam Putra, 2007).

2.13 Fisiografi Jawa Timur

Van Bemmelen (1949) membagi Pulau Jawa berdasarkan fisiografi dan struktural ke dalam empat bagian, yaitu Jawa Barat (sebelah barat Cirebon), Jawa Tengah (antara Cirebon dan Semarang), Jawa Timur (antara Semarang dan Surabaya) dan ujung timur Pulau Jawa (*Oosthoek*) beserta Selat Madura dan Kepulauan Madura.

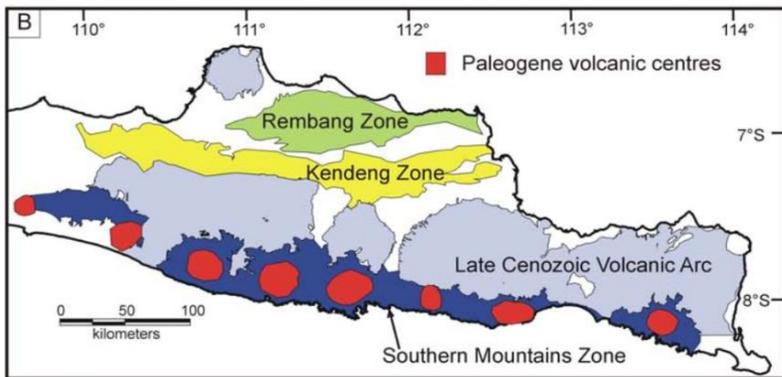
Di sepanjang wilayah Jawa Timur secara berurutan, dari Utara hingga Selatan, Van Bemmelen mendeskripsikan adanya beberapa zona seperti yang diilustrasikan pada Gambar (2.20):

1. Zona Rembang dikenal sebagai zona yang kaya akan kandungan hidrokarbon di Jawa Timur (Susilohadi, 1995). Zona ini berupa daerah berbukit-bukit dengan antiklinorium yang memanjang berarah Barat-Timur dan diselingi sejumlah dataran aluvial. Zona ini memiliki lebar sekitar 50 km dengan puncak tertinggi mencapai 500 m di atas muka air laut (Van Bemmelen, 1949). Secara umum, zona ini tersusun dari sekuen Eosen-Pliosen yang diendapkan di lingkungan pengendapan tepi paparan (sedimen klastik laut

dangkal dan karbonat). Struktur yang dijumpai di zona ini berupa sesar berorientasi Timur-Timur Laut-Barat Barat Daya dan lipatan berorientasi Barat-Timur (Smyth dkk., 2005). Di area Tuban-Paciran, lipatan tersebut menunjam ke arah barat (Susilohadi, 1995).

2. Zona Kendeng merupakan zona yang mengandung sedimen vulkanogenik dan pelagis tebal berumur Eosen-Miosen. Hal ini ditandai dengan keberadaan anomali Bouguer bernilai negatif di sepanjang zona ini (Ben-Avraham dan Emery, 1973 dalam Susilohadi, 1995). Struktur yang dijumpai berupa sabuk lipatan anjak dengan orientasi Barat-Timur. Zona ini merupakan antiklinorium dengan panjang 250 km dan lebar 40 km hingga 20 km. Ketinggiannya tidak melebihi 500 m di atas muka laut dan lipatan yang ditemui semakin menghilang di arah timur dengan tertutupi endapan aluvial (Delta Brantas) di Mojokerto (Susilohadi, 1995, Van Bemmelen, 1949). Zona Kendeng dan Zona Rembang dipisahkan oleh suatu sinklin yang disebut sebagai Zona Randublatung. Zona ini memanjang dari Semarang, Purwodadi, Randublatung, Ngimbang, hingga Wonokromo (Van Bemmelen, 1949).
3. Zona Solo tersusun dari rangkaian gunung api Kuartar yang diselingi dengan dataran *intramontane* (*intramontane plain*) (Van Bemmelen, 1949). Zona Solo merupakan busur vulkanik yang aktif sejak Miosen Akhir hingga saat ini (Smyth dkk., 2005). Puncak tertinggi adalah Mahameru dengan elevasi 3.676 m di atas muka laut dan merupakan puncak tertinggi di Pulau Jawa. Puncak lainnya adalah Lawu (3.265 m), Wilis (2.563 m), Kelud (1.731 m), Kawi (2.651 m), Butak (2.868 m), Anjasmoro (2.282 m), Welirang (3.156 m), Arjuno (3.339 m), Lamongan (1.671 m), Argopuro (3.088 m), dan Raung (3.332 m). Dataran *intramontane* yang dijumpai di antara puncak-puncak tersebut adalah dataran Madiun, Kediri, Malang, Klakah, Jember-Bondowoso, dan Banyuwangi.
4. Zona Pegunungan Selatan merupakan busur vulkanik berumur Eosen-Miosen yang terbentuk di atas batuan dasar berumur Mesozoikum. Zona Pegunungan Selatan memiliki

lebar 55 km hingga 25 km (Van Bemmelen, 1949). Zona ini tersusun dari sekuen batuan vulkanik maupun vulkaniklastik yang disisipi dan selanjutnya ditumpangi dengan batugamping terumbu Miosen. Karenanya, zona ini didominasi oleh topografi karst yang berumur relatif muda (Kalan dkk., 1996). Material sedimen yang dijumpai (sedimen silisiklastik, vulkaniklastik, vulkanik, dan karbonat) umumnya miring ke arah Selatan akibat proses pengangkatan yang diikuti dengan erosi (Smyth dkk., 2005). Di beberapa wilayah di bagian Timur dari Jawa Timur, pegunungan ini terisolasi dan tidak menerus.



Gambar 2.20 Zonasi fisiografi Jawa Timur berdasarkan Van Bemmelen yang disederhanakan (Smyth dkk., 2003)

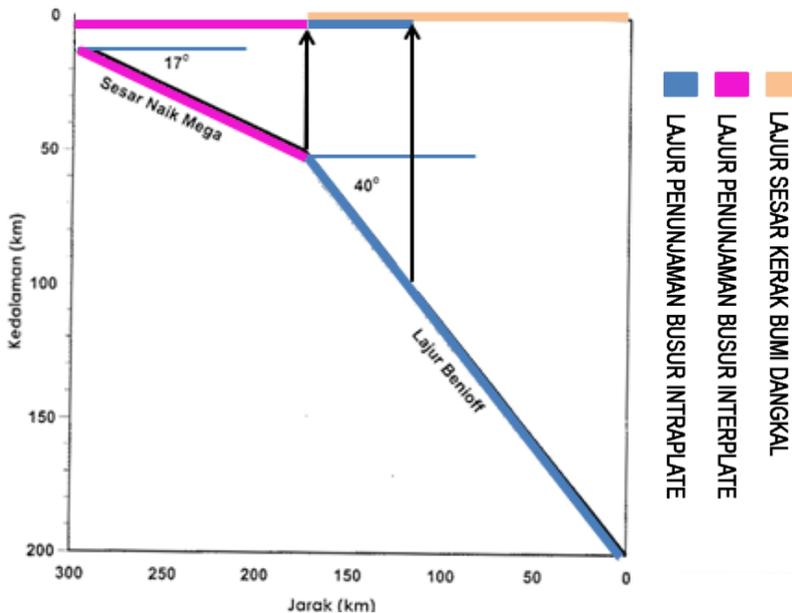
2.14 Pola Kegempaan Jawa Timur

Menurut Kertapati (2006) terdapat tiga lajur sumber gempa bumi di wilayah Indonesia (Gambar 2.21), tidak terkecuali di Jawa Timur:

1. Zona subduksi, yaitu lajur terjadinya gempa yang diakibatkan pertemuan antara dua lempeng, yaitu lempeng samudera dan lempeng benua atau lempeng samudera dengan lempeng samudera. Crouse (1992) dalam Kertapati (2006) membagi lajur gempa di zona subduksi menjadi dua dalam upaya menganalisis bahaya guncangan gempa bumi. Lajur pertama dikenal sebagai lajur “*interplate*” atau yang sering dikenal dengan “*megathrust*”. Lajur ini merupakan

gempa di zona subduksi yang berada pada kedalaman 0 – 50 km. Lajur kedua dikenal sebagai lajur “*intraplate*” atau juga dikenal sebagai “*Benioff*” yang ditandai dengan kedalaman sumber gempa mulai dari 70 – 250 km atau bahkan lebih dalam.

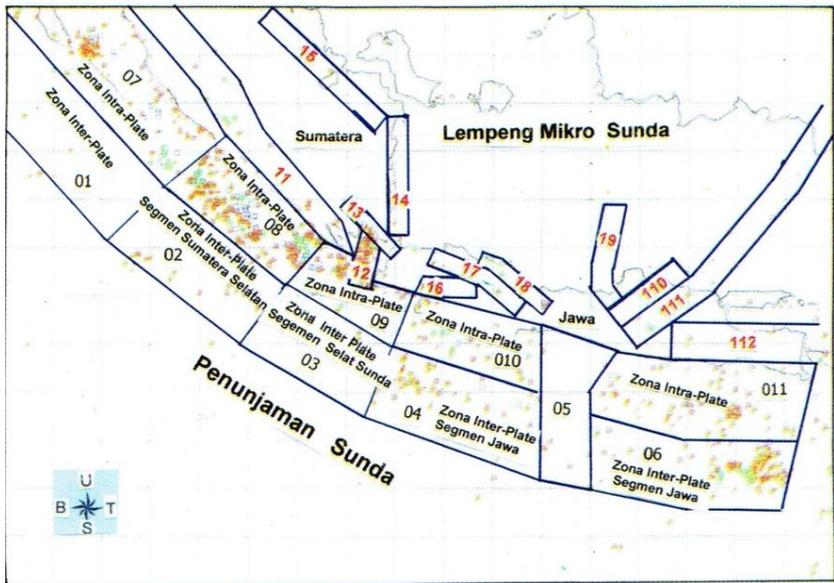
2. Zona sesar kerak bumi dangkal (*shallow crustal fault zone*), yaitu zona yang berasosiasi dengan sumber gempa yang berkaitan dengan aktivitas sesar di kerak bumi dengan kedalaman dangkal, yakni kurang dari 30 km (Soehaimi, 2008).
3. Zona menyebar (*diffuse*), yaitu lajur sumber gempa yang diasumsikan sebagai daerah dengan potensi kegempaan yang sama, misalnya kejadian gempa bumi yang berhubungan dengan aktivitas tektonik di busur belakang maupun fragmen-fragmen benua.



Gambar 2.21 Model lajur sumber gempa bumi subduksi berdasarkan sudut kemiringan (modifikasi Kertapati, 2006)

Sementara untuk wilayah Pulau Jawa, khususnya Jawa Timur, berdasarkan distribusi sumber gempa ini dapat dibuat segmentasi

seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.22. Zona dengan kode yang diawali 0 dan 1 secara berurutan menunjukkan zona sumber gempa subduksi dan sesar dangkal.

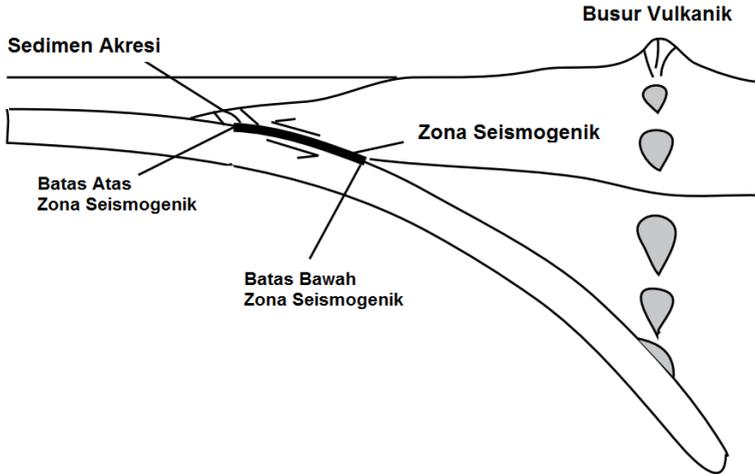


Gambar 2.22 Segmentasi zona sumber gempa subduksi dan sesar dangkal di wilayah Busur Sunda (Kertapati, 2006)

2.14.1 Gempa Subduksi

Menurut Soehaimi (2008) disebutkan bahwa wilayah Jawa Timur bersama dengan Jawa Barat dan Jawa Tengah tergolong ke dalam daerah satuan seismotektonik busur aktif Sunda. Di daerah ini gempa bumi $M > 8,5$ pernah terjadi, gempa bumi $M > 7$ sering terjadi, dan gempa $5 \leq M \leq 6$ umum terjadi. Potensi kegempaan di Pulau Jawa berasosiasi dengan keberadaan zona subduksi Jawa yang membentang dari Selat Sunda hingga sebelah Selatan Pulau Bali (Puspita dkk., 2014). Zona subduksi ini ditandai dengan penunjaman lempeng Indo-Australia di bawah lempeng Eurasia. Akibat subduksi ini, dihasilkan bidang kontak yang luas antara lempeng samudera yang menunjam dengan lempeng benua di atasnya. Laju penunjaman yang relatif konstan ditambah dengan adanya bidang kunci pada zona seismogenik menyebabkan terakumulasinya tegangan di zona

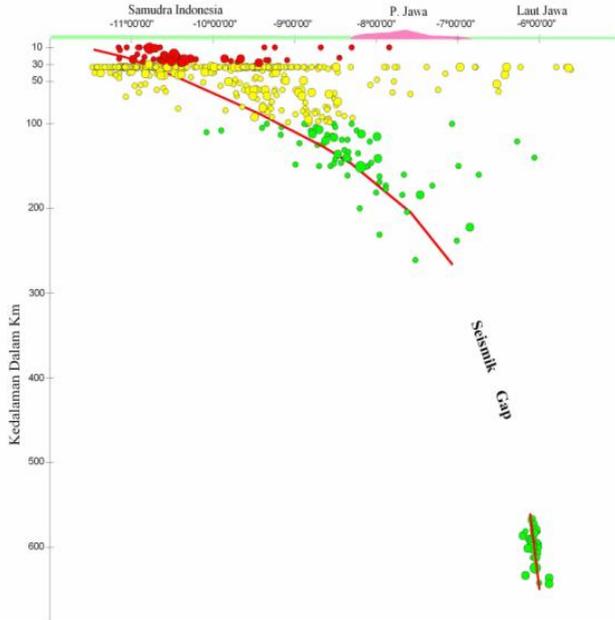
tersebut. Gempa *interplate* akan terjadi jika tegangan yang terakumulasi dilepaskan. Pada bidang kontak ini terjadi gesekan yang akan menghasilkan gempa bumi *interplate* (Hanifa, 2014). Bidang kontak ini merupakan zona seismogenik (Gambar 2.23) yaitu zona terjadinya sesar naik.



Gambar 2.23 Diagram ilustrasi terjadinya sesar anjak yang berasosiasi dengan gempa *interplate/megathrust* pada zona subduksi (modifikasi Lay dan Bilek, 2007)

Gempa bumi lajur subduksi ini menunjukkan mekanisme gempa bumi dengan sesar naik. Gempa dengan mekanisme sesar normal juga ditemukan pada lajur subduksi pada kedalaman > 300 km di sebelah Utara Jawa. Gempa dengan mekanisme normal ini berasosiasi dengan proses peregangan pada zona di bawah kesenjangan gempa (*seismic gap*). Kesenjangan gempa di wilayah Jawa Timur berada pada kedalaman antara 250 – 350 km (Soehaimi, 2008), seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.24. Di wilayah Jawa Timur, kedalaman gempa bumi terdalam yang berasosiasi dengan zona Benioff Wadati dapat mencapai 670 km (Handayani, 2010).

PENAMPANG GEMPABUMI SELATAN - UTARA

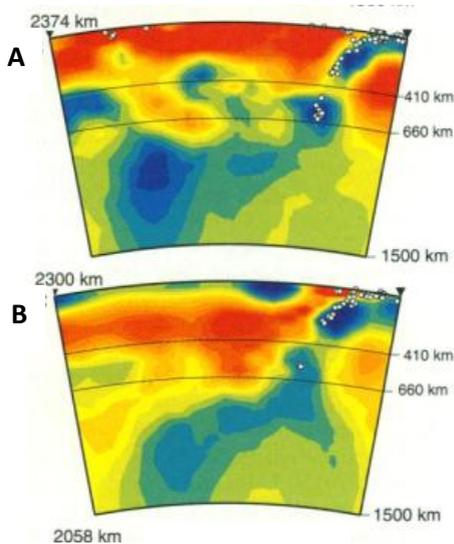


Gambar 2.24 Profil penampang gempa bumi di wilayah Jawa Timur dari arah Selatan ke Utara. Warna merah menunjukkan gempa kedalaman dangkal, kuning untuk gempa kedalaman sedang, dan hijau untuk gempa kedalaman dalam. Terlihat adanya zona kesenjangan gempa (*seismic gap*) pada kedalaman 300 – 450 km (Soehaimi, 2008).

Widiyantoro dan Van der Hilst (1996) telah memodelkan lempeng yang menunjam di bawah busur Sunda dan Banda berdasarkan pencitraan tomografi seismik (Gambar 2.25). Berdasarkan citra tomografi tersebut, teridentifikasi adanya kesenjangan gempa pada kedalaman 300 – 500 km yang dideteksi memiliki nilai kecepatan rata-rata seismik lebih tinggi dengan amplitudo kecil. Inversi yang dilakukan terhadap model yang telah dibuat menunjukkan bahwa zona ini merupakan penipisan dari lempeng samudera yang menunjam di bawah Pulau Jawa.

Dengan keberadaan lempeng samudera yang tua di Selatan Pulau Jawa, maka lempeng akan menunjam lebih dalam. Di Pulau Jawa sudut penunjaman menjadi sekitar 60° dengan arah penunjaman

ke Utara (Widiyantoro dan Van der Hilst, 1996). Selanjutnya akan dihasilkan gempa dengan kedalaman > 600 km dengan episenter berada di wilayah busur belakang melalui mekanisme kompresi *downdip*. Sementara itu gempa terdangkal (0 – 20 km) di dekat palung umumnya berasosiasi dengan pelepasan tegangan yang terjadi pada lempeng yang tersubduksi (Ghose dan Oike, 1988).



Gambar 2.25 Profil vertikal citra tomografi di sepanjang busur Sunda (A) Sunda Timur (antara Flores dan Jawa) (B) Sunda Tengah (Jawa). Profil vertikal diambil dari sisi busur belakang di Utara (kiri) hingga busur depan (kanan). Dari profil terlihat adanya penipisan lempeng yang menunjam di antara kesenjangan gempa (hiposenter ditandai lingkaran putih) (modifikasi Widiyantoro dan Van der Hilst, 1996).

Berdasarkan pemodelan yang telah dilakukan menunjukkan bahwa wilayah subduksi di Selatan Jawa berpotensi menimbulkan gempa besar dengan magnitudo antara M_w 8,3 – 9,5 (Horspool dkk., 2014). Sementara itu, menurut plot hubungan magnitudo gempa, umur lempeng samudera yang menunjam, dan rata-rata laju benturan lempeng yang dimodelkan oleh Heaton dan Kanamori tahun 1984 menunjukkan magnitudo gempa yang lebih kecil. Dengan umur lempeng samudera di sepanjang busur Jawa dari Barat ke Timur meningkat dari 80 juta tahun menjadi 140 juta tahun dan laju

penunjaman sekitar 6,7 cm per tahun, akan dihasilkan gempa dengan kekuatan maksimum M_w 7,1 (Stern, 2002). Irsyam dkk. (2010) memodelkan magnitudo maksimum dari gempa *megathrust* yang berada di zona subduksi Jawa, yaitu mencapai M_w 8,1.

2.14.2 Gempa Sesar Darat

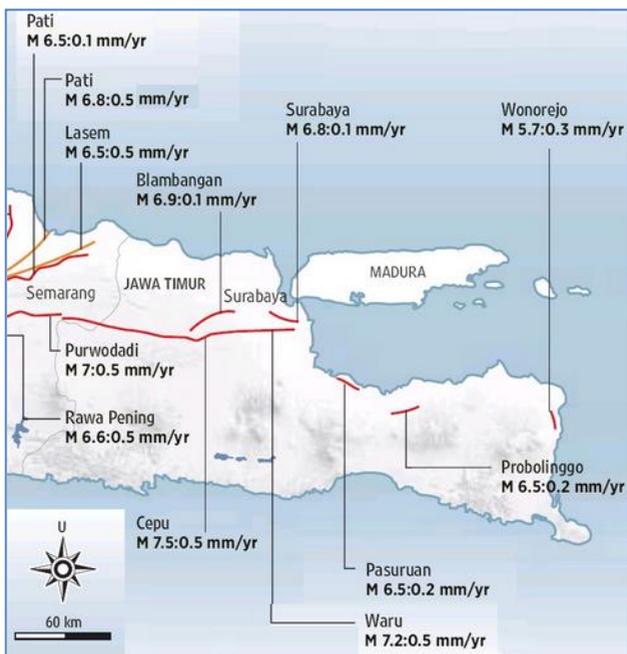
Selain terbentuknya sumber zona gempa subduksi, konvergensi lempeng di sebelah Selatan Jawa Timur juga menyebabkan terbentuknya zona sesar anjak busur belakang (*back-arc thrusting zone*) Flores maupun sesar-sesar darat lainnya (Prasetya dkk., 2001). Umumnya lajur sesar aktif dangkal ini menunjukkan mekanisme sesar naik maupun normal yang sejajar dengan Pulau Jawa. Beberapa lajur sesar aktif yang ditemukan di wilayah Jawa Timur antara lain Sesar Pacitan, Sesar Pasuruan, dan Sesar Jember (Soehaimi, 2008). Sesar anjak busur belakang Flores membentang dari Timur sebelah Utara Flores dan kemudian menerus ke daratan bagian Utara Jawa. Menurut pemodelan yang dibuat Irsyam dkk. (2010) berdasarkan data parameter sumber gempa, sesar busur belakang Flores dapat menghasilkan magnitudo maksimum hingga M_w 7,8.

Wijaya dkk. (2014) telah melakukan penilaian sesar aktif di Jawa Timur dengan menggabungkan data gempa selama 50 tahun terakhir dan peta struktur yang telah ada. Hasilnya diperoleh peta distribusi sesar aktif di Jawa Timur seperti pada Gambar 2.26. Sesar berwarna putih menunjukkan sesar aktif di permukaan. Sesar dengan warna kuning menunjukkan sesar tidak aktif di permukaan. Sesar aktif di bawah permukaan ditunjukkan dengan warna hitam sedangkan sesar tidak aktif di bawah permukaan ditunjukkan dengan warna merah. Dari 448 struktur sesar, 418 sesar di antaranya berada di permukaan dan 30 sesar lainnya berada di bawah permukaan. Berdasarkan kriteria yang telah ditentukan, sekitar 44 sesar di permukaan dan 4 sesar di bawah permukaan teridentifikasi sebagai sesar aktif.

Penelitian terbaru mengenai keberadaan sesar darat aktif di Jawa Timur yang dilakukan oleh tim revisi peta gempa bumi nasional tahun 2016 menunjukkan bahwa beberapa kota di Jawa Timur dilalui oleh sesar aktif yang dapat menghasilkan gempa hingga M_w 6,8 (Gambar 2.27).



Gambar 2.26 Distribusi sesar dangkal di wilayah Jawa Timur (modifikasi Wijaya dkk., 2014)



Gambar 2.27 Peta yang menunjukkan jalur sesar aktif di wilayah Jawa Timur dan sekitarnya (modifikasi Ismawadi, 2017)

2.14.3 Kala Ulang Gempa di Jawa Timur

Amalia (2016) telah melakukan perhitungan kala ulang kejadian gempa bumi moderat di Jawa Timur berdasarkan distribusi Gutenberg-Richter. Gempa bumi dengan magnitudo 5 di Jawa Timur memiliki kala ulang berkisar 0,3 hingga 1,4 tahun. Untuk wilayah Jawa Timur bagian Selatan, kala ulang gempa $M = 5$ sekitar 5 hingga 7 bulan. Kala ulang kejadian gempa yang lebih lama ditemukan di wilayah Jawa Timur bagian Utara dengan kala ulang di atas 1,4 tahun. Sementara itu, untuk kejadian gempa bumi yang lebih besar ($M = 6$) kala ulangnya berkisar 2 hingga 5 tahun. Kala ulang di atas 5 tahun adalah kejadian gempa bumi yang terjadi di wilayah Jawa Timur bagian Utara.

2.15 Teori Probabilitas

Teori probabilitas merupakan cabang dari ilmu matematika yang mempelajari tentang ketidakpastian (Benjamin dan Cornell, 1970). Teori ini mempelajari rata-rata gejala yang terjadi secara berurutan atau bersama-sama. Rata-rata tersebut akan mendekati suatu harga konstan jika jumlah pengamatan bertambah besar. Nilai-nilai tersebut tetap sama bila dihitung pada suatu barisan bagian yang ditentukan sebelum dilakukan percobaan. Gambaran dan taksiran rata-rata tersebut dalam bentuk probabilitas kejadian merupakan tujuan dari teori probabilitas.

Probabilitas kejadian A , $P(A)$, didefinisikan sebagai suatu percobaan yang dilakukan sebanyak n kali dan kejadian A terjadi n_A kali. Frekuensi relatif $\frac{n_A}{n}$ mendekati $P(A)$ adalah (Papoulis, 1992):

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad (2.19)$$

dengan syarat n bernilai cukup besar.

Suatu himpunan merupakan kumpulan objek yang disebut sebagai elemen atau anggota. Himpunan bagian B dari himpunan A adalah himpunan yang elemen-elemennya juga anggota A . Himpunan-himpunan tersebut merupakan himpunan bagian dari himpunan S yang disebut semesta. Umumnya, anggota himpunan dilambangkan dengan huruf Yunani ξ . Jadi, himpunan A dengan anggota-anggotanya dapat dinyatakan:

$$A = \{\xi_1, \dots, \xi_n\} \quad (2.20)$$

Sementara itu, himpunan kosong atau hampa adalah himpunan yang tidak mempunyai anggota dan dilambangkan dengan \emptyset .

Probabilitas $P(A)$ kejadian A adalah bilangan positif yang ditetapkan:

$$P(A) \geq 0 \tag{2.21}$$

Probabilitas kejadian pasti adalah satu:

$$P(S) = 1 \tag{2.22}$$

Probabilitas kejadian mustahil adalah nol:

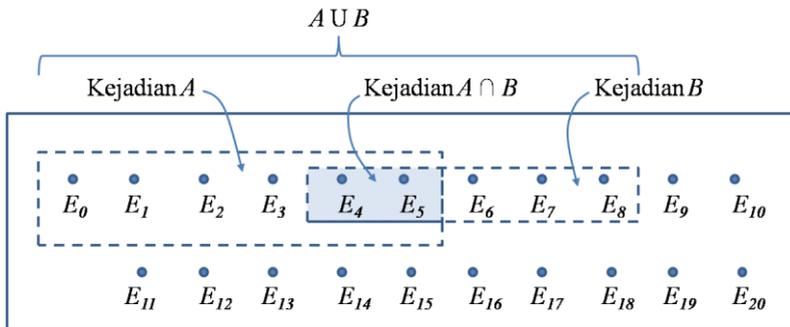
$$P(\emptyset) = 0 \tag{2.23}$$

Untuk sebarang kejadian A , maka:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \leq 1 \tag{2.24}$$

$$1 = P(S) = P(A + \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) \tag{2.25}$$

Simbol \bar{A} merupakan komplemen dari kejadian A .



Gambar 2.28 Irisan kejadian A dan B merupakan kejadian yang merupakan bagian dari anggota himpunan kejadian A dan kejadian B . Sementara itu, gabungan kejadian A dan kejadian B adalah gabungan kejadian A maupun B adalah kumpulan anggota-anggota kejadian A dan kejadian B yang terjadi paling sedikit satu kali (modifikasi Benjamin dan Cornell, 1970).

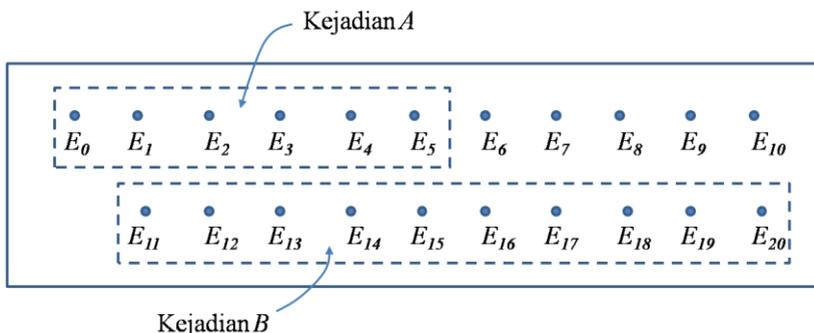
Untuk sebarang kejadian A dan B , maka probabilitas baik kejadian A maupun B terjadi, berlaku:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq P(A) + P(B) \quad (2.26)$$

Simbol \cup menunjukkan gabungan (*union*) dari dua atau lebih kejadian. Dalam kasus kejadian A dan B , maka gabungan kejadian A maupun B adalah kumpulan anggota-anggota kejadian A dan kejadian B yang terjadi paling sedikit satu kali. Simbol \cap berarti irisan dari dua kejadian. Perbedaan dari gabungan dan irisan dari kejadian A dan B dapat dilihat pada gambar (2.28)

Bila kejadian A dan B saling asing (*mutually exclusive*), yakni $P(A \cap B) = 0$ seperti yang diilustrasikan pada Gambar (2.29), maka:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (2.27)$$



Gambar 2.29 Kejadian A dan kejadian B sebagai dua kejadian yang saling lepas dan tidak saling bergantung (*independen*) (modifikasi Benjamin dan Cornell, 1970).

2.16 Teorema Bayes

Terjadinya dua kejadian bisa saling mempengaruhi sehingga pada kasus kejadian A dan B , terjadinya kejadian A bergantung pada kejadian B . Hal ini disebut sebagai kejadian bersyarat. Probabilitas terjadi kejadian A setelah terjadinya kejadian B didefinisikan sebagai rasio probabilitas irisan kejadian A dan B terhadap probabilitas kejadian B sebagai berikut.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.28)$$

Persamaan (2.28) merupakan persamaan dasar dari teorema Bayes, yang diberi nama sesuai dengan tokoh yang pertama kali mempelajarinya, Thomas Bayes, pada abad kesembilanbelas (Davis,

1986). Sebaliknya, probabilitas terjadi kejadian B setelah terjadinya kejadian A didefinisikan:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (2.29)$$

Substitusi persamaan (2.28) ke persamaan (2.29) dan menyederhanakannya, akan diperoleh persamaan:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} \quad (2.30)$$

Persamaan ini sangat penting karena dengan mengetahui probabilitas bersyarat suatu kejadian, probabilitas bersyarat kejadian lainnya dapat dengan mudah diketahui (Davis, 1986).

Dua kejadian A dan B disebut bebas (tidak saling bergantung) jika dan hanya jika:

$$P(A|B) = P(A) \quad (2.31)$$

Berdasarkan definisi tersebut dan substitusi persamaan (2.31) dengan persamaan (2.28) diperoleh bahwa (Benjamin dan Cornell, 1970):

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (2.32)$$

$$P(B|A) = P(B) \quad (2.33)$$

Oleh sebab itu, untuk dua kejadian yang saling bebas, probabilitas terjadinya kejadian B setelah terjadi kejadian A adalah probabilitas terjadinya kejadian B itu sendiri (Davis, 1986).

2.17 Hipotesis

Secara etimologi, hipotesis berasal dari kata “*hypo*” yang artinya “di bawah” dan “*tesa*” yang berarti “pernyataan yang diakui kebenarannya”. Secara harfiah, hipotesis berarti pernyataan yang belum diakui kebenarannya dan merupakan jawaban sementara atas rumusan masalah penelitian. Oleh sebab itu, hipotesis masih harus dibuktikan kebenarannya (Rozak, 2012). Hipotesis dalam statistik berarti hipotesis yang digunakan dalam analisis statistik. Hipotesis

nol (*null hypothesis*) H_0 adalah hipotesis dalam statistika yang perlu diuji kebenarannya.

Dalam pengujian hipotesis, keyakinan untuk mengambil kesalahan ragam disebut sebagai taraf signifikansi (*significance level*). Biasanya taraf ini dinyatakan dalam satuan persen. Semakin tinggi nilai taraf signifikansi, maka semakin jelek kualitas datanya. Sebagai contoh, untuk taraf signifikansi 5% dalam kasus 100 kali percobaan, maka akan ada 5 kali kasus menolak hipotesis yang benar dan 95 kali kasus yang menerima hipotesis yang benar.

2.18 Uji Chi Kuadrat

Uji Chi Kuadrat merupakan uji hipotesis yang hanya dilakukan untuk data diskrit. Uji ini disebut juga sebagai uji independensi. Artinya, uji untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh atau hubungan suatu variabel dengan variabel lain. Selain itu, uji tersebut berfungsi untuk menduga barangkali ada beberapa faktor selain faktor eror yang mampu mempengaruhi adanya hubungan antarvariabel. Hipotesis nol dari uji Chi Kuadrat selalu menyatakan bahwa tidak ada hubungan antarvariabel (Djarwanto, 2011).

Misalkan dari suatu populasi data terdapat k kelas frekuensi, maka persamaan Chi Kuadrat (χ^2) adalah:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j} \quad (2.34)$$

dengan O_j adalah frekuensi pengamatan kelas j , E_j adalah frekuensi teoritis kelas j dan k adalah banyaknya kelas frekuensi (Limantara dan Soetopo, 2009). Nilai Chi Kuadrat selalu positif. Terlihat bahwa persamaan Chi Kuadrat tersebut mengukur tingkat kesesuaian antara data dengan hipotesis nol (McClave dan Sincich, 2000). Dalam uji Chi Kuadrat apabila dilakukan kesesuaian distribusi (*goodness of fit*) maka hipotesisnya adalah:

H_0 : sampel memenuhi syarat distribusi yang diuji;

H_1 : sampel tidak memenuhi syarat distribusi yang diuji.

Harga Chi Kuadrat Kritis, χ^2_{cr} , diperoleh dari tabel distribusi Chi Kuadrat. Untuk memperoleh nilai Chi Kuadrat Kritis dari tabel distribusi tersebut harus diketahui derajat kebebasan (*degree of freedom*) dan taraf signifikansi (*significance level*). Biasanya untuk

taraf signifikansi digunakan 5%. Sementara itu, derajat kebebasan didefinisikan sebagai jumlah pengamatan dalam sampel dikurangi dengan jumlah parameter yang diperkirakan dari sampel (Davis, 1986). Selanjutnya, apabila $\chi^2 > \chi^2_{cr}$, maka H_0 ditolak dan jika sebaliknya, $\chi^2 \leq \chi^2_{cr}$, maka H_0 diterima (Limantara dan Soetopo, 2009).

2.19 Proses Stokastik

Kata “stokastik” berasal dari bahasa Yunani ($\sigma\tau\omicron\chi\acute{\alpha}\zeta\epsilon\sigma\theta\alpha\iota$ yang berarti “bertujuan, menebak”) yang secara harfiah berarti “acak” atau “kesempatan”. Lawan dari stokastik adalah “pasti”, “deterministik”, atau “tentu”. Model deterministik memprediksi suatu keluaran tunggal dari beberapa kemungkinan keadaan yang ada. Sebaliknya, model stokastik memprediksi beberapa kemungkinan keluaran yang kejadiannya dipengaruhi oleh probabilitasnya (Taylor dan Karlin, 1998). Dengan demikian, proses stokastik merupakan suatu model probabilistik untuk sebuah sistem yang berkembang terhadap waktu secara acak (Kulkarni, 2017).

Terdapat dua macam proses stokastik (Kulkarni, 2017). Apabila suatu sistem diamati pada suatu titik diskrit waktu, yaitu $n = 0,1,2, \dots$ dan jika X_n adalah keadaan sistem pada waktu n , maka disebut sebagai proses atau rantai stokastik waktu diskrit. Dalam kasus ini, sistem hanya diamati dalam waktu yang bersifat diskrit (pengamatan tidak harus dilakukan dengan interval waktu yang sama di sepanjang waktu). Contoh dari kasus proses stokastik waktu diskrit adalah jumlah pengunjung museum pada minggu ke- n , jumlah bakteri pada jam ke- n , maupun intensitas gempa bumi ke- n yang terjadi di wilayah Amerika Serikat pada abad ini. Sementara itu, untuk sistem yang diamati secara kontinyu sepanjang waktu, $X(t)$ merupakan fungsi keadaan pada waktu t . Sebagai contoh proses stokastik waktu kontinyu adalah jumlah uang di suatu akun bank pada waktu t , jumlah komponen yang rusak pada suatu sistem kompleks pada saat t , atau posisi siklon pada waktu ke- t .

Proses stokastik kadang disebut sebagai fungsi acak (*random function*) karena keluaran dalam suatu proses stokastik mengikuti salah satu jalur dengan acak. Salah satu tujuan utama mempelajari proses stokastik adalah untuk memahami perilaku jalur sampel acak yang diikuti oleh sistem. Lebih jauh, tujuan akhir mempelajari proses

stokastik yakni memprediksi dan mengendalikan yang akan terjadi pada sebuah sistem ke depannya (Limnios dan Oprisan, 2001).

2.20 Matriks

Sebuah matriks $m \times n$ adalah susunan angka-angka dalam bentuk segiempat dengan jumlah m baris dan n kolom (Blum dan Lototsky, 2006). Umumnya matriks dinotasikan dengan huruf Romawi, misalnya $A = (a_{ij})$ yang berarti bahwa a_{ij} adalah elemen matriks di baris i dan kolom j . Definisi dari transpos matriks A dinyatakan $A^T = (a_{ji})$. Matriks persegi memiliki jumlah baris dan kolom yang sama. Matriks A disebut simetri jika $A = A^T$. Matriks diagonal $A = (a_{ij})$ adalah matriks persegi dengan nilai nol di setiap elemennya, kecuali pada diagonal utama matriks, yaitu $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$.

Untuk matriks A dengan ukuran 3×3 maka:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Matriks identitas I adalah sebuah matriks persegi yang memiliki diagonal utama bernilai 1 dan selain itu bernilai nol.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Sebuah vektor baris adalah matriks berukuran $1 \times m$. Sebaliknya, sebuah vektor kolom adalah matriks berukuran $n \times 1$.

Operasi penjumlahan dua buah matriks $C = A + B$ dengan ukuran yang sama didefinisikan oleh persamaan:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad (2.38)$$

Perkalian dua buah matriks $C = AB$ didefinisikan oleh persamaan:

$$c_{ij} = \sum_{k=i}^m a_{ik} b_{kj} \quad (2.39)$$

Secara umum, perkalian dua buah matriks bersifat tidak komutatif, $AB \neq BA$. Sifat perkalian matriks lainnya adalah asosiatif $(AB)C = A(BC)$ dan distributif $(A + B)C = AC + BC$.

2.21 Proses Markov

2.21.1 Definisi dan Sifat Proses Markov

Teori mengenai proses stokastik yang merupakan pengembangan dari teori probabilitas telah memasuki babak baru dan semakin berkembang sejak dikembangkannya mengenai konsep sifat Markov. Teori proses Markov modern berawal dari studi mengenai urutan peristiwa yang dihubungkan dengan sebuah “rantai” (Barbu dan Limnios, 2008). Studi pertama dilakukan oleh matematikawan Rusia, Andrei Andreyevich Markov (1856 – 1922). Penemuan teori proses Markov bermula dari ketertarikan Markov dalam mempelajari pola huruf vokal dan konsonan pada puisi Eugene Onegin dalam novel Alexander Pushkin (Hayes, 2013). Penerapan proses Markov dalam dunia sains telah berkembang luas, mulai dari identifikasi gen dalam DNA, analisis gerak Brown, hingga algoritma pengenalan suara dan mesin pencari jejaring. Proses Markov juga sering diaplikasikan dalam suatu pengambilan keputusan.

Proses Markov memberikan ide baru dalam teori probabilitas yang telah lama berkembang. Berbeda dengan teori lama yang menekankan pada probabilitas suatu kejadian yang bersifat tidak saling bergantung satu sama lain, maka dalam proses Markov penekanan dilakukan pada probabilitas beberapa kejadian yang saling terhubung (keadaan sistem selanjutnya bergantung pada keadaan sistem saat ini) (Hayes, 2013). Dengan kata lain, proses Markov lebih berfokus pada probabilitas terjadinya transisi dari satu keadaan ke keadaan lainnya (kecenderungan suatu keadaan akan diikuti dengan keadaan lainnya) daripada probabilitas terjadinya suatu keadaan dalam sekuen kejadian tersebut (Davis, 1986). Dengan demikian, seperti halnya proses stokastik lainnya, pemodelan suatu sistem dengan proses Markov bertujuan meramal keadaan sistem tersebut di masa yang akan datang.

Papoulis (1992) mendefinisikan proses Markov sebagai proses stokastik dengan masa lalu tidak mempunyai pengaruh pada masa yang akan datang bila masa sekarang diketahui. Sementara itu, Ibe (2009) menyebutkan bahwa proses Markov sebagai proses stokastik

yang apabila diketahui keadaan (*state*) dalam proses saat ini, keadaan di masa mendatang tidak bergantung pada keadaan di masa lampau. Dengan demikian, proses Markov merupakan proses stokastik yang memiliki sifat Markov, yaitu keadaan yang terjadi selanjutnya pada sebuah sistem hanya bergantung pada keadaan sekarang dan tidak bergantung pada keadaan-keadaan yang sebelumnya telah terjadi.

Secara matematis, dapat dinyatakan bahwa untuk suatu proses Markov waktu kontinyu $\{X(t)|t \in T\}$ dengan $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-2} < t_{n-1} < t_n$ dan diketahui nilai dari $X(t_0), X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_{n-2}), X(t_{n-1})$, maka probabilitas $X(t_n)$ hanya bergantung pada $X(t_{n-1})$ sehingga:

$$P[X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}, X(t_{n-2}) = x_{n-2}, \dots, X(t_0) = x_0] = P[X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}] \quad (2.40)$$

Untuk kasus proses stokastik waktu diskrit $\{X_n\}$ dengan $\dots < l < m < n$ maka:

$$P[X_n \leq x_n | X_m = x_m, X_l = x_l, \dots] = P[X_n \leq x_n | X_m = x_m] \quad (2.41)$$

Dalam proses Markov diasumsikan bahwa sistem harus bersifat stasioner atau homogen, yaitu perilaku sistem (probabilitas transisi sistem dari satu keadaan ke keadaan lain) selalu sama di sepanjang waktu dan memiliki keadaan yang teridentifikasi dengan jelas. Misalnya, sistem dengan dua atau tiga keadaan (Nawangsari dkk., 2014). Syarat lainnya yang berlaku dalam menyelesaikan suatu sistem atau permasalahan dengan menggunakan proses Markov, yaitu jumlah probabilitas transisi untuk suatu keadaan awal dari sistem adalah 1, probabilitas transisi berlaku untuk semua anggota dalam sistem dan bersifat konstan sepanjang waktu, serta kondisi sistem yang bersifat saling tidak bergantung terhadap waktu (Kusumobroto, 2010).

2.21.2 Klasifikasi Proses Markov

Proses Markov dapat diklasifikasikan berdasarkan bentuk parameter waktu (*time*) maupun keadaan (*state*) (Ibe, 2009). Berdasarkan keadaan, proses Markov dibagi menjadi proses Markov keadaan diskrit dan proses Markov keadaan kontinyu. Proses Markov keadaan diskrit ini disebut juga sebagai *rantai Markov* (Ibe, 2009). Berdasarkan waktu, proses Markov dapat diklasifikasikan

menjadi proses Markov waktu diskrit dan proses Markov waktu kontinyu. Oleh sebab itu, terdapat empat tipe dasar proses Markov (Tabel 2.3):

1. Rantai Markov waktu diskrit (proses Markov waktu diskrit keadaan diskrit)
2. Rantai Markov waktu kontinyu (proses Markov waktu kontinyu keadaan diskrit)
3. Proses Markov waktu diskrit (proses Markov waktu diskrit keadaan kontinyu)
4. Proses Markov waktu kontinyu (proses Markov waktu kontinyu keadaan kontinyu)

Tabel 2.3 Klasifikasi proses Markov (modifikasi Ibe, 2009)

		Keadaan	
		Diskrit	Kontinyu
Waktu	Diskrit	Rantai Markov waktu diskrit	Proses Markov waktu diskrit
	Kontinyu	Rantai Markov waktu kontinyu	Proses Markov waktu kontinyu

Rantai Markov waktu diskrit merupakan urutan-urutan (sekuen) variabel diskrit $\{X_k, k = 0, 1, 2, \dots\}$ dengan keadaan bersifat diskrit, yaitu dengan ruang keadaan $x = \{i, j, k, \dots, m\} = S$. Dalam rantai Markov, nilai probabilitas X_k hanya bergantung pada X_{k-1} . Hal ini dapat dinyatakan bahwa untuk sekuen variabel diskrit acak $(X_0, \dots, X_{k-2}, X_{k-1}, X_k)$ maka:

$$\begin{aligned}
 P[X_k = j | X_{k-1} = i, X_{k-2} = n, \dots, X_0 = m] \\
 = P[X_k = j | X_{k-1} = i] = p_{ijk}
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

Dengan kata lain, rantai Markov merupakan proses Markov dengan keadaan bersifat finit dan dapat dihitung (Taylor dan Karlin, 1998). Nilai p_{ijk} disebut sebagai probabilitas transisi keadaan, yaitu probabilitas bersyarat bahwa proses akan berada dalam keadaan j pada waktu k sesaat setelah transisi selanjutnya, apabila keadaan saat ini adalah i pada waktu $k - 1$. Untuk kasus rantai Markov homogen, maka $p_{ijk} = p_{ij}$ (Ibe, 2009).

2.21.3 Matriks Probabilitas Transisi N -Langkah

Probabilitas transisi keadaan dalam persamaan (2.42) dinyatakan ke dalam sebuah matriks P $n \times n$. Dengan p_{ij} adalah nilai elemen matriks pada baris ke- i dan kolom ke- j :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

yang nilainya diperoleh dari persamaan:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i} \quad (2.44)$$

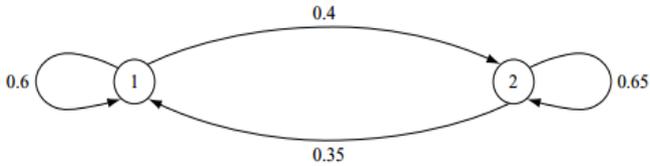
Dengan n_{ij} adalah jumlah transisi dari keadaan i ke keadaan j dan n_i adalah jumlah transisi dari keadaan i ke keadaan lainnya (Tsapanos dan Papadopoulou, 1999). Nilai p_{ij} berkisar antara 0 hingga 1 karena nilai tersebut merupakan probabilitas. Cara pembacaan matriks tersebut adalah dari “baris ke kolom” (Davis, 1986). Oleh karena itu, pada proses Markov berlaku bahwa $n_{ij} \neq n_{ji}$ (Tsapanos dan Papadopoulou, 1999).

Matriks P disebut sebagai matriks probabilitas transisi. Matriks tersebut merupakan sebuah matriks stokastik karena untuk setiap baris i , $\sum_j p_{ij} = 1$, yakni jumlah nilai komponen matriks untuk setiap barisnya, adalah 1 (Ibe, 2009). Nilai elemen di setiap baris matriks merupakan probabilitas perubahan dari keadaan i ke keadaan j .

Matriks probabilitas transisi dapat disederhanakan dengan menampilkannya dalam bentuk diagram transisi keadaan. Diagram ini diwakili oleh lingkaran-lingkaran yang menunjukkan keadaan, tanda panah yang menunjukkan transisi dari suatu keadaan ke keadaan lainnya, dan angka yang menunjukkan probabilitas transisi keadaan. Sebagai contoh, untuk matriks probabilitas transisi:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,35 & 0,65 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

maka dapat ditampilkan dalam sebuah diagram probabilitas transisi seperti yang diilustrasikan pada Gambar (2.30) berikut.



Gambar 2.30 Contoh diagram transisi dua keadaan (keadaan 1 dan keadaan 2) (Ibe, 2009)

Probabilitas transisi untuk langkah ke- n dari sebuah proses Markov diskrit memenuhi:

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik} P_{kj}^{n-1} \quad (2.45)$$

dengan P_{ij}^0 merupakan delta Kronecker:

$$P_{ij}^0 = \begin{cases} 1 & \text{jika } i = j \\ 0 & \text{jika } i \neq j \end{cases} \quad (2.46)$$

dan:

$$P_{ij}^1 = P_{ij} \quad (2.47)$$

Persamaan (2.45) merupakan rumus perkalian matriks, sehingga:

$$P^n = \underbrace{P \times P \times \dots \times P}_{n \text{ faktor}} \quad (2.48)$$

Jadi, probabilitas transisi ke- n , P_{ij}^n , adalah elemen matriks P^n , yaitu P pangkat ke- n . Secara umum, persamaan (2.45) dikenal sebagai persamaan Chapman-Kolmogorov (Taylor dan Karlin, 1998).

Kasus matriks probabilitas transisi yang diagram transisinya ditunjukkan Gambar 2.30 dikenal sebagai rantai Markov dua keadaan (*two-state Markov process*). Rantai Markov dua keadaan merupakan bentuk paling sederhana (Cox dan Miller, 1994) dari model rantai Markov. Misalkan, untuk keadaan “berhasil” akan dinyatakan dengan “1” sedangkan keadaan “gagal” dinyatakan dengan “0”. Dalam kasus tersebut hanya ada dua keadaan, yakni “berhasil” dan “gagal”. Pada kasus rantai Markov dua keadaan berlaku (Cox dan Miller, 1994):

$$P = \begin{matrix} & 0 & 1 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \beta & 1 - \beta \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.49)$$

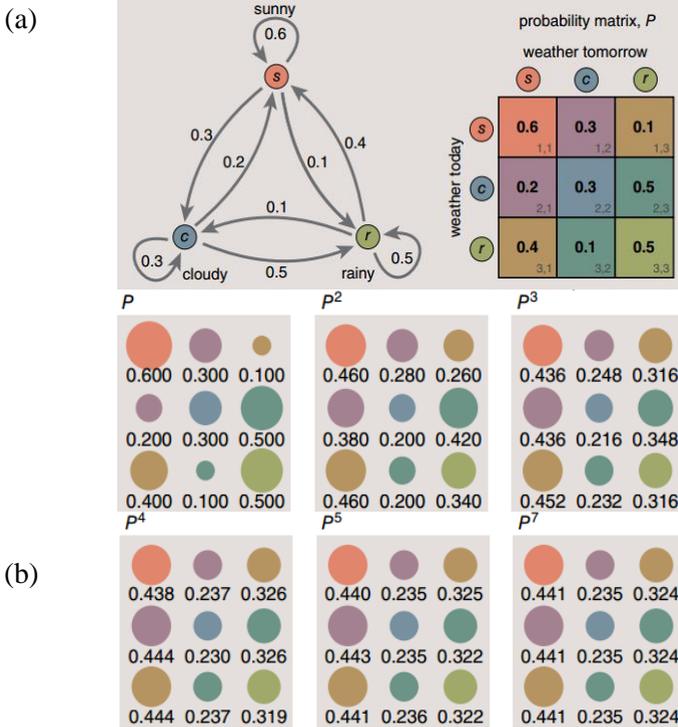
Dengan α dan β masing-masing adalah probabilitas transisi dari keadaan 0 ke keadaan 1 dan dari keadaan 1 ke keadaan 0.

Untuk rantai Markov dengan keadaan yang lebih tinggi dapat ditinjau tiga kemungkinan keadaan cuaca di sebuah kota: cerah/*sunny* (S), berawan/*cloudy* (C), dan hujan/*rainy* (R). Transisi keadaan ini dapat dinyatakan dalam sebuah matriks probabilitas transisi 3×3 . Dengan tiga keadaan, maka terdapat sembilan transisi yang mungkin terjadi, termasuk transisi identitas, yaitu transisi ke keadaan yang sama dengan keadaan sebelumnya. Sebagai contoh matriks probabilitas transisi keadaan beserta diagram transisi keadaannya dapat dilihat pada Gambar 2.31.

Dari diagram transisi juga dapat dihitung probabilitas keadaan suatu sistem setelah mengalami lebih dari satu kali transisi (transisi N -langkah). Sebagai contoh kasus, ditanyakan probabilitas dua hari berikutnya akan terjadi hujan apabila diketahui cuaca hari ini berawan. Karena yang ditanyakan adalah keadaan cuaca dua hari lagi, probabilitas yang diperoleh merupakan perkalian $P \times P$ atau P^2 . Hal ini juga disebut sebagai rantai Markov orde dua. Dalam rantai Markov orde dua, keadaan sistem yang terjadi berikutnya bergantung pada keadaan yang terjadi saat ini dan keadaan yang terjadi sesaat sebelum saat ini. Hal yang sama juga berlaku untuk rantai Markov dengan orde yang lebih tinggi (Ibe, 2009). Selanjutnya, dengan cara yang sama, probabilitas untuk tujuh hari ke depan adalah P^7 .

Dari hasil perpangkatan matriks dapat diamati bahwa semakin besar orde pangkat matriks, maka nilai elemen matriks dalam setiap kolomnya bernilai identik atau dengan kata lain mengalami konvergensi. Hal ini menunjukkan bahwa untuk kasus N -langkah, maka model rantai Markov telah “kehilangan memori” dan membuktikan bahwa berdasarkan model ini kejadian di masa mendatang hanya bergantung pada keadaan saat ini dan tidak bergantung pada kejadian-kejadian sebelumnya. Tentunya hal ini dapat dengan mudah dijelaskan dalam kasus perkiraan cuaca. Misalkan, apabila cuaca saat ini berawan, perkiraan cuaca besok atau lusa masih memungkinkan untuk diprediksi. Namun, dengan hanya

menggunakan informasi cuaca hari ini, akan sulit untuk memperkirakan cuaca pada 3 minggu yang akan datang.



Gambar 2.31 (a) Diagram transisi dan matriks probabilitas transisi untuk kasus peramalan cuaca dengan keadaan Cerah (*Sunny*), Berawan (*Cloudy*), dan Hujan (*Rainy*) (b) Untuk meramal cuaca keesokan harinya, dua hari ke depan, hingga sepekan ke depan dapat dilakukan dengan memangkatkan matriks probabilitas transisi dengan N (langkah transisi atau orde rantai Markov). Jika hari ini cuaca berawan, probabilitas dua hari berikutnya akan hujan adalah dengan melihat elemen matriks orde 2 (P^2) untuk transisi dari keadaan Berawan ke Hujan, yakni 0,420. Terlihat dengan semakin besar orde rantai Markov, maka elemen matriks mengalami konvergensi, yakni nilai semua baris identik. Oleh karena itu, dalam penelitian ini hanya dilakukan analisis rantai Markov dengan satu langkah (modifikasi Hayes, 2013).