PERBANDINGAN AKURASI PENDUGA *GENERALIZED LEAST SQUARE* MENGGUNAKAN PENDUGA KOEFISIEN AUTOKORELASI *COCHRANE-ORCUTT ITERATIVE* DAN PRAIS WINSTEN PADA KASUS AUTOKORELASI

SKRIPSI

oleh:
ASKIN NUR HABIBAH
135090501111044

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2017

PERBANDINGAN AKURASI PENDUGA *GENERALIZED LEAST SQUARE* MENGGUNAKAN PENDUGA KOEFISIEN AUTOKORELASI *COCHRANE-ORCUTT ITERATIVE* DAN PRAIS WINSTEN PADA KASUS AUTOKORELASI

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:
ASKIN NUR HABIBAH
135090501111044

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2017

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PERBANDINGAN AKURASI PENDUGA *GENERALIZED LEAST SQUARE* MENGGUNAKAN PENDUGA KOEFISIEN AUTOKORELASI *COCHRANE-ORCUTT ITERATIVE* DAN PRAIS WINSTEN PADA KASUS AUTOKORELASI

oleh:

ASKIN NUR HABIBAH
135090501111044

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 17 Juli 2017 dan telah dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Dosen Pembimbing

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**: ASKIN NUR HABIBAH**
NIM	**: 135090501111044**
Jurusan	**: MATEMATIKA**
Program Studi	**: STATISTIKA**
Skripsi Berjudul	**:**

PERBANDINGAN AKURASI PENDUGA *GENERALIZED LEAST SQUARE* MENGGUNAKAN PENDUGA KOEFISIEN AUTOKORELASI *COCHRANE-ORCUTT ITERATIVE* DAN PRAIS WINSTEN PADA KASUS AUTOKORELASI

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam Daftar Pustaka Skripsi ini semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi.**
2. **Apabila kemudian hari diketahui bahwa Skripsi saya merupakan hasil plagiat maka saya bersedia menanggung segala resiko.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran

Malang, 17 Juli 2017
Yang menyatakan,

ASKIN NUR HABIBAH
NIM. 135090501111044

PERBANDINGAN AKURASI PENDUGA *GENERALIZED LEAST SQUARE* MENGGUNAKAN PENDUGA KOEFISIEN AUTOKORELASI *COCHRANE-ORCUTT ITERATIVE* DAN PRAIS WINSTEN PADA KASUS AUTOKORELASI

ABSTRAK

Abstrak. Analisis regresi merupakan metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara peubah respon dan peubah prediktor. Salah satu asumsi yang harus terpenuhi dalam melakukan pendugaan parameter adalah non-autokorelasi. Pada praktiknya, sering terjadi kasus pelanggaran pada asumsi tersebut. Terdapatnya autokorelasi pada suatu data akan mengakibatkan terjadinya *underestimation* pada *standard error* penduga parameter jika dilakukan pendugaan menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS). *Generalized Least Square* (GLS) merupakan OLS menggunakan penduga koefisien autokorelasi pada peubah hasil sehingga dihasilkan penduga yang bersifat *Best Linear Unbiased* (BLU). Metode yang digunakan untuk menduga nilai koefisien autokorelasi adalah *Cochrane-Orcutt Iterative* dan Prais Winsten. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan penduga koefisien autokorelasi antara kedua metode yang lebih akurat dalam mengatasi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang dan tinggi berdasarkan *standard error* yang lebih kecil. Data yang digunakan adalah data deret waktu yang dibangkitkan dengan skenario terdapat autokorelasi sedang dan tinggi. Kasus yang dijadikan referensi untuk membangkitkan peubah respon adalah Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) sebagai fungsi dari inflasi. Berdasarkan hasil penelitian, penduga metode GLS Prais Winsten lebih akurat dalam mengoreksi *standard error* ketika terjadi kasus autokorelasi dengan tingkat sedang maupun tinggi daripada metode *Cochrane-Orcutt Iterative.*

Kata kunci: OLS, Autokorelasi, GLS, Cochrane-Orcutt Iterative, Prais Winsten

COMPARISON OF ACCURATION OF GENERALIZED LEAST SQUARE ESTIMATOR USING AUTOCORRELATION COEFFICIENT COCHRANE ORCUTT ITERATIVE AND PRAIS WINSTEN IN THE AUTOCORRELATION CASE

ABSTRACT

Abstract. Regression analysis is a method used to analyzed the relationship between the response variable and the predictor variables. One of the assumptions that must be fulfilled in the parameter estimation is non-autocorrelation. In practice, there is often a case of violation of the assumption. Autocorrelation in the data will result in the underestimation of standard error estimator parameters, if the estimation using Ordinary Least Square (OLS). Generalized Least Square (GLS) is a transform OLS using an autocorrelation coefficient estimator on the original variables resulting estimators that are Best Linear Unbiased (BLU). The methods used to estimate the value of autocorrelation coefficient are Cochrane-Orcutt Iterative and Prais Winsten. This study aims to determine the autocorrelation coefficient estimator between two method which is more accurate in resolving the case of autocorrelation with medium and high autocorrelation level based on the smaller standard error. The data used are time series data generated with scenarios of medium and high autocorrelation. The case as a reference for generating response variable is the Composite Stock Price Index (CSPI) as a function of inflation. Based on the results of the research, the estimator of GLS Prais Winsten method is more accurate in correcting standard error in case of autocorrelation with medium or high degree than Cochrane-Orcutt Iterative method.

Kata kunci: OLS, Autocorrelation, GLS, Cochrane-Orcutt Iterative, Prais Winsten

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Terima kasih yang setulusnya penulis sampaikan kepada beberapa pihak yang turut membantu, memberikan dukunngan dan doa sehingga dapat terselesaikannya skripsi ini, diantaranya adalah :

1. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing atas waktu dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., MS selaku dosen penguji I dan Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji II atas waktu, ilmu, dan saran yang telah diberikan.
3. Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
4. Seluruh jajaran dosen statistika, staf, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
5. Bapak, Ibu, kakak, dan adik atas kasih sayang, dukungan, dan doa yang telah diberikan.
6. Teman-teman Statistika 2013, khususnya Bunga Astana, Nadia Faustina, dan Siti Maslikhah atas bantuan, dukungan, dan kasih sayangnya selama ini.
7. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.

Penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi mahasiswa dan masyarakat secara umum.

Malang, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III METODE PENELITIAN

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

BAB V KESIMPULAN

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Analisis regresi merupakan suatu alat yang digunakan untuk menganalisis bentuk hubungan antara satu peubah respon dengan satu atau lebih peubah prediktor (Gujarati dan Porter, 2010). Tujuan dilakukannya analisis regresi, yaitu untuk menduga nilai peubah respon berdasarkan nilai yang diketahui dari peubah prediktor. Analisis regresi yang dilakukan terhadap satu peubah prediktor disebut analisis regresi linier sederhana. Sedangkan, analisis regresi yang dilakukan terhadap lebih dari satu peubah prediktor disebut analisis regresi linier berganda.

Dalam analisis regresi linier, metode yang paling sering digunakan untuk melakukan pendugaan parameter adalah *Ordinary Least Square* (OLS). OLS pertama kali diperkenalkan oleh Carl Friedrich Gauss, seorang ahli matematika Jerman. Ada beberapa asumsi yang harus terpenuhi di dalam penggunaan OLS untuk melakukan pendugaan parameter, yaitu: kenormalan galat, non-multikolinieritas, kehomogenan ragam galat, dan non-autokorelasi (Gujarati dan Porter, 2010). Jika semua asumsi tersebut terpenuhi maka akan menghasilkan penduga bagi parameter koefisien regresi yang memiliki sifat terbaik, linear, dan tidak bias (*Best Linear Unbiased Estimator* atau BLUE).

Pada praktiknya, sering terjadi kasus pelanggaran asumsi non-autokorelasi pada data deret waktu. Menurut Gujarati dan Porter (2012), asumsi non-autokorelasi menjelaskan bahwa galat suatu pengamatan tidak dipengaruhi oleh galat dari pengamatan yang lain. Autokorelasi diartikan sebagai korelasi antar galat pengamatan yang terjadi seiring waktu berjalan (Greene, 2003). Apabila kasus autokorelasi tidak diatasi, akan mengakibatkan penduga bagi parameter menjadi tidak efisien karena tidak lagi memiliki ragam minimum meskipun penduga tersebut masih linear dan tidak bias sehingga penduga tersebut tidak bersifat BLUE. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode untuk mengatasi autokorelasi. Jika nilai koefisien autokorelasi (ρ) diketahui maka masalah tersebut dapat diatasi dengan *Generalized Least Square* (GLS). Akan tetapi, apabila nilai koefisien autokorelasi tidak diketahui maka harus dilakukan pendugaan bagi nilai koefisien autokorelasi tersebut $(\hat{\rho})$. Terdapat beberapa metode untuk menduga nilai ρ, antara lain: *Cochrane-*

Orcutt Iterative, Prais Winsten, Theil-Nagar, dan Metode Dua Tahap Durbin (Greene, 2003).

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Listya dalam skripsi Fauzi yang menunjukkan bahwa metode Theil Nagar lebih baik dalam menduga nilai ρ daripada metode Dua Tahap Durbin. Penelitian sebelumnya juga dilakukan oleh Fauzi pada skripsi berjudul "Perbandingan Metode Theil Nagar dan Metode Cochrane Orcutt Iterative dalam Mengatasi Autokorelasi" menunjukkan bahwa *Cochrane-Orcutt Iterative* lebih baik dalam menduga nilai ρ daripada metode Theil-Nagar. Pada penelitian ini, peneliti ingin melanjutkan penelitian yang telah dilakukan Fauzi, yaitu mengenai perbandingan akurasi penduga koefisien autokorelasi antara metode *Cochrane-Orcutt Iterative* dan Prais Winsten pada kasus autokorelasi. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data bangkitan. Data bangkitan dipilih dalam penelitian ini karena data dapat dibentuk sesuai dengan skenario yang diinginkan oleh peneliti. Skenario yang dimaksud adalah terdapat nilai autokorelasi bernilai sedang dan tinggi. Terdapatnya autokorelasi pada suatu data akan mengakibatkan terjadinya *underestimation* pada ragam penduga parameter yang dihasilkan, jika dilakukan pendugaan menggunakan OLS (Gujarati dan Porter, 2012). Oleh karena itu, metode pendugaan yang seharusnya digunakan adalah GLS. Menurut Gujarati dan Porter (2010), GLS merupakan OLS yang telah mengalami proses transformasi menggunakan $\hat{\rho}$ pada peubah-peubah asli sehingga menghasilkan penduga yang bersifat BLUE. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk menduga nilai ρ adalah metode *Cochrane-Orcutt Iterative* dan Prais Winsten.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah metode pendugaan ρ manakah antara *Cochrane-Orcutt Iterative* dan Prais Winsten yang lebih tepat dalam mengatasi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang dan tinggi?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data bangkitan.
2. Data bangkitan memiliki nilai autokorelasi positif dengan tingkat sedang dan tinggi.

3. Peubah yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu satu peubah respon dan satu peubah prediktor.

1.4. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan $\hat{\rho}$ antara *Cochrane-Orcutt Iterative* dan Prais Winsten yang lebih tepat dalam mengatasi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang dan tinggi berdasarkan *standard error* yang lebih kecil.

1.5. Manfaat

Hasil dari penelitian ini diharapkan membawa manfaat, yaitu dapat menerapkan metode penduga koefisien autokorelasi yang menghasilkan penduga GLS lebih tepat dalam mengatasi kasus autokorelasi.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan suatu alat yang digunakan untuk menganalisis bentuk hubungan antara satu peubah respon dengan satu atau lebih peubah prediktor (Gujarati dan Porter, 2010). Analisis regresi yang dilakukan terhadap satu peubah prediktor disebut analisis regresi linier sederhana. Persamaan untuk analisis regresi linier sederhana adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t,\ t = 1, 2, \ldots, \mathrm{n} \tag{2.1}$$

di mana

Y_t : peubah respon pada pengamatan ke-t

β_0 : intersep

β_1 : *slope*

X_t : peubah prediktor pada pengamatan ke-t

ε_t : galat pada pengamatan ke-t

n : banyaknya pengamatan

Jika Persamaan (2.1) dituliskan dalam notasi matriks maka akan menjadi

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.2}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n\times1} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{21} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} \end{bmatrix}_{n\times2} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n\times1}$$

2.2. *Ordinary Least Square*

Pada analisis regresi kita berusaha untuk menduga parameter fungsi regresi populasi berdasarkan fungsi regresi sampel seakurat mungkin. Metode yang paling sering digunakan untuk menduga parameter regresi $(\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p)$ adalah *Ordinary Least Square* (OLS). Konsep dasar OLS adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat (Gujarati dan Porter, 2010). Berdasarkan Persamaan (2.1), rumus jumlah kuadrat galat adalah sebagai berikut:

$$\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t^2 = \sum_{t=1}^{n} \left(Y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_t\right)^2 \tag{2.3}$$

Dalam notasi matriks rumus rumus jumlah kuadrat galat adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varepsilon} &= \left(\boldsymbol{y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\\ &= \left(\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\right)\left(\boldsymbol{y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\\ &= \left(\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\\ &= \left(\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}-2\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)\\ &= Q \end{aligned} \tag{2.4}$$

untuk mendapatkan nilai $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ yang meminimumkan jumlah kuadrat galat maka persamaan (2.4) harus diturunkan terhadap $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ dan disama dengankan nol.

$$\frac{\partial(Q)}{\partial\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)} = 0$$

$$-2\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + 2\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$-\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \tag{2.5}$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum X_t \\ \sum X_t & \sum X_t^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_t \\ \sum X_t Y_t \end{bmatrix}$$

Jika Persamaan (2.5) dijabarkan akan didapatkan

$$\sum_{t=1}^{n} Y_t = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{t=1}^{n} X_t \tag{2.6}$$

$$\sum_{t=1}^{n} Y_t X_t = \hat{\beta}_0 \sum_{t=1}^{n} X_t + \hat{\beta}_1 \sum_{t=1}^{n} X_t^{\,2} \tag{2.7}$$

Dari Persamaan (2.6) didapatkan

$$\hat{\beta}_0 = \left(\sum_{t=1}^{n} Y_t - \hat{\beta}_1 \sum_{t=1}^{n} X_t\right) \Big/ n \tag{2.8}$$

dengan mensubstitusikan nilai $\hat{\beta}_0$ ke dalam Persamaan (2.7) maka akan didapatkan

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\sum_{t=1}^{n} Y_t X_t - \sum_{t=1}^{n} X_t \sum_{t=1}^{n} Y_t}{n\sum_{t=1}^{n} X_t^{\,2} - \left(\sum_{t=1}^{n} X_t\right)^2} \tag{2.9}$$

Untuk mempermudah penghitungan, Persamaan (2.9) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)\left(Y_t - \overline{Y}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} \qquad (2.10)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)Y_t}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} \qquad (2.11)$$

Nilai $\hat{\beta}_0$ dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$\hat{\beta}_0 = \overline{Y} - \hat{\beta}_1 \overline{X} \qquad (2.12)$$

Nilai $\underset{\sim}{\widehat{\beta}}$ juga bisa didapatkan dengan mengalikan $\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}$ pada kedua ruas Persamaan (2.5).

$$\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \qquad (2.13)$$

$$\mathbf{I}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \qquad (2.14)$$

2.3. Ragam dan *Standard Error* dari OLS

Menurut Wackerly, dkk (2008) rumus ragam dan *standard error* bagi penduga OLS sebagai berikut:

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \mathrm{var}\left(\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)Y_t}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}\right) \qquad (2.15)$$

$$= \left[\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}\right]^2 \mathrm{var}\left(Y_t\right)$$

karena $\mathrm{var}\left(Y_t\right) = \sigma^2$ untuk $t = 1, 2, \ldots, n$ maka

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} \qquad (2.16)$$

$$se\left(\hat{\beta}_1\right) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}} \tag{2.17}$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right) = \operatorname{var}\left(\overline{Y} - \hat{\beta}_1 \overline{X}\right) \tag{2.18}$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right) = \operatorname{var}\left(\overline{Y}\right) + \overline{X}^2 \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right) - 2\overline{X}\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right)$$

Untuk mendapatkan nilai $\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right)$ maka terlebih dahulu harus menghitung nilai $\operatorname{var}\left(\overline{Y}\right)$ dan $\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right)$.

$$\operatorname{var}\left(\overline{Y}\right) = \operatorname{var}\left(\overline{\varepsilon}_t\right)$$

$$= \left(\frac{1}{n^2}\right)\sum_{t=1}^{n}\operatorname{var}\left(\varepsilon_t\right)$$

$$\operatorname{var}\left(\overline{Y}\right) = \frac{\sigma^2}{n} \tag{2.19}$$

Sebelum menghitung $\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right)$ lihat Persamaan (2.20)

$$\hat{\beta}_1 = \sum_{t=1}^{n} k_t Y_t \tag{2.20}$$

di mana $k_t = \dfrac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2}}$

$$\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right) = \operatorname{cov}\left[\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\right)Y_t, \sum_{t=1}^{n} k_t Y_t\right] \tag{2.21}$$

$$\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right) = \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{k_t}{n}\right)\operatorname{var}\left(Y_t\right) + \sum_{t=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\left(\frac{k_t}{n}\right)\operatorname{cov}\left(Y_t, \mathrm{Y}_s\right)$$

untuk Y_t dan Y_s, di mana $t \neq s$ saling bebas maka $\operatorname{cov}\left(Y_t, \mathrm{Y}_s\right) = 0$.

$$\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{n}\sum_{t=1}^{n} k_t$$

$$\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right) = 0 \tag{2.22}$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right) = \operatorname{var}\left(\overline{Y}\right) + \overline{X}^2 \operatorname{var}\left(\hat{\beta}_1\right) - 2\overline{X}\operatorname{cov}\left(\overline{Y}, \hat{\beta}_1\right) \tag{2.23}$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right) = \frac{\sigma^2}{n} + \overline{X}^2 \; \frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} - 0$$

$$= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\overline{X}^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} \right)$$

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_0\right) = \frac{\sigma^2 \sum_{t=1}^{n} X_t^2}{n\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} \tag{2.24}$$

$$se\left(\hat{\beta}_0\right) = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum_{t=1}^{n} X_t^2}{n\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}} \tag{2.25}$$

Nilai σ^2 dapat diduga berdasarkan persamaan berikut

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{n-2} \tag{2.26}$$

di mana

$\hat{\sigma}^2$: penduga OLS dari nilai σ^2 yang sebenarnya namun tidak diketahui

$\sum \hat{\varepsilon}_i^2$: jumlah kuadrat galat

$n-2$: derajat bebas galat

sehingga diperoleh

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{n-2}} \tag{2.27}$$

2.4. Sifat OLS

1. Linier

Untuk menunjukkan sifat linieritas dari penduga OLS, Persamaan (2.11) ditulis kembali menjadi

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t Y_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2} \tag{2.28}$$

di mana $\sum_{t=1}^{n} x_t = \sum_{t=1}^{n} \left(X_t - \overline{X} \right)$

$$\hat{\beta}_1 = \sum_{t=1}^{n} k_t Y_t \tag{2.29}$$

$$k_t = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^{\ 2}} \tag{2.30}$$

Persamaan (2.29) memperlihatkan bahwa $\hat{\beta}_1$ merupakan penduga linier karena $\hat{\beta}_1$ merupakan fungsi linier dari Y_t. Sebenarnya, nilai $\hat{\beta}_1$ merupakan tertimbang dari Y_t, di mana k_t merupakan faktor timbangannya. Ini juga bisa dilakukan terhadap $\hat{\beta}_0$ untuk menunjukkan sifat penduga liniernya. Sifat tertimbang k_t adalah sebagai berikut:

a. $\sum_{t=1}^{n} k_t = 0$ (2.31)

b. $\sum_{t=1}^{n} k_t^{\ 2} = 1 \big/ \sum_{t=1}^{n} x_t^{\ 2}$ (2.32)

c. $\sum_{t=1}^{n} k_t x_t = \sum_{t=1}^{n} k_t X_t = 1$ (2.33)

dengan mensubstitusikan $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$ ke Persamaan (2.29) akan didapatkan

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \sum_{t=1}^{n} k_t \left(\beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \right) \\ &= \beta_0 \sum_{t=1}^{n} k_t + \beta_1 \sum_{t=1}^{n} k_t X_t + \sum_{t=1}^{n} k_t \varepsilon_t \\ &= \beta_1 + \sum_{t=1}^{n} k_t \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.34}$$

2. Tidak Bias

Penduga parameter dikatakan tidak bias jika rata-rata atau nilai harapan dari penduga sama dengan nilai parameter yang diduga. Misalkan, kita memiliki Persamaan (2.1) dan diasumsikan $E\left(\varepsilon_t\right) = 0$, $\operatorname{var}\left(\varepsilon_t\right) = \sigma^2$, dan $\operatorname{var}\left(Y_t\right) = \operatorname{var}\left(\varepsilon_t\right) = \sigma^2$ sehingga kita dapat menuliskan kembali Persamaan (2.11) sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} \left(X_t - \overline{X} \right) Y_t}{\sum_{t=1}^{n} \left(X_t - \overline{X} \right)^2}$$

Nilai harapan dari Persamaan (2.11), yaitu:

$$E\left(\hat{\beta}_1\right) = E\left(\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)Y_t}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}\right) \tag{2.35}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)E\left(Y_t\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)\left(\beta_0 + \beta_1 X_t\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}$$

$$= \beta_0 \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2} + \beta_1 \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)X_t}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}$$

karena $\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right) = 0$ dan $\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2 = \sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)X_t$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right) = 0 + \beta_1 \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\left(X_t - \overline{X}\right)^2}$$

$$E\left(\hat{\beta}_1\right) = \beta_1 \tag{2.36}$$

Jadi, $\hat{\beta}_1$ merupakan penduga tak bias bagi β_1. Berikut akan ditunjukkan penduga tak bias bagi β_0. Nilai harapan dari Persamaan (2.12) adalah sebagai berikut:

$$E\left(\hat{\beta}_0\right) = E\left(\overline{Y}\right) - E\left(\hat{\beta}_1\right)\overline{X} \tag{2.37}$$

$$= \left(\beta_0 + \beta_1 \overline{X}\right) - \beta_1 \overline{X}$$

$$E\left(\hat{\beta}_0\right) = \beta_0 \tag{2.38}$$

Jadi, $\hat{\beta}_0$ merupakan penduga tak bias bagi β_0.

3. Efisien

Penduga parameter dikatakan efisien jika penduga tersebut tidak bias dan memiliki ragam minimum. Misalkan, didefinisikan penduga linier alternatif dari β_1^*, yaitu sebagai berikut:

$$\beta_1^* = \sum_{t=1}^{n} w_t Y_t \tag{2.39}$$

sehingga

$$E\left(\beta_1^*\right) = \sum_{t=1}^{n} w_t E\left(Y_t\right) \tag{2.40}$$

$$E\left(\beta_1^*\right) = \sum_{t=1}^{n} w_t \left(\beta_0 + \beta_1 X_t\right)$$

$$E\left(\beta_1^*\right) = \beta_0 \sum_{t=1}^{n} w_t + \beta_1 \sum_{t=1}^{n} w_t X_t \tag{2.41}$$

Oleh karena itu, agar β_1^* tidak bias maka harus memenuhi kondisi

$$\sum_{t=1}^{n} w_t = 0 \tag{2.42}$$

dan

$$\sum_{t=1}^{n} w_t X_t = 1 \tag{2.43}$$

$$w_t = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2}} \tag{2.44}$$

$$\operatorname{var}\left(\beta_1^*\right) = \sum_{t=1}^{n} w_t^{\,2} \sigma^2 \tag{2.45}$$

$$\operatorname{var}\left(\beta_1^*\right) = \left(\frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2}}\right)^2 \sigma^2$$

$$\operatorname{var}\left(\beta_1^*\right) = \frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2}}$$

$$\operatorname{var}\left(\beta_1^*\right) = \operatorname{var}\left(\beta_1\right) \tag{2.46}$$

Jadi, ragam dari penduga linier β_1^* akan sama dengan ragam dari penduga kuadrat terkecil $\hat{\beta}_1$.

2.5. Asumsi dalam Analisis Regresi

2.5.1. Asumsi Kenormalan Galat

Pada asumsi kenormalan galat, nilai galat harus menyebar normal dan independen dengan rata-rata nol dan ragam σ^2. Menurut Gujarati dan Porter (2010), pengujian asumsi kenormalan galat dapat dilakukan menggunakan uji Jarque Bera (JB). Hipotesis untuk uji JB adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma^2\right),$$

$$H_1 : \varepsilon_t \nsim N\left(0, \sigma^2\right)$$

Statistik uji

$$JB = \frac{n}{6}\left[S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right] \sim \chi_2^2 \tag{2.50}$$

dengan

$$Skewness\left(S\right) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}}\right)^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{2.51}$$

dan

$$Kurtosis\left(K\right) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}}\right)^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \bar{\hat{\varepsilon}}\right)^2\right)^{2}} \tag{2.52}$$

di mana

$\hat{\varepsilon}_t$: penduga galat pengamatan ke-t

$\bar{\hat{\varepsilon}}$: rata-rata penduga galat

n : banyaknya pengamatan

S : kemencengan

K : keruncingan

Kriteria pengambilan keputusan adalah menerima H_0, jika statistik uji JB lebih kecil dari χ_2^2 berarti sisaan menyebar mengikuti sebaran normal. Menurut Jarque dan Bera (1987), kelebihan yang dimiliki oleh uji Jarque Bera daripada uji lainnya adalah uji Jarque Bera dapat digunakan pada sampel berukuran kecil maupun besar.

2.5.2. Asumsi Homokedastisitas

Menurut Gujarati dan Porter (2010) pada asumsi ini, galat harus memiliki ragam yang konstan atau sama. Secara sistematis dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\operatorname{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2;\ t = 1, 2, \ldots, \mathrm{n} \qquad (2.54)$$

Uji *Breusch Pagan* dapat digunakan untuk mendeteksi keberadaan kehomogenan ragam galat. Sebagai ilustrasi, pertimbangkan model regresi berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad (2.55)$$

Langkah 1. Meregresikan persamaan (2.55) menggunakan metode OLS untuk memperoleh penduga galat $\left(\hat{\varepsilon}_t\right)$.

Langkah 2. Melakukan *auxiliary regression* dengan meregresikan peubah prediktor terhadap galat duga kuadrat $\left(\hat{\varepsilon}_t^2\right)$ untuk mendapatkan R^2. Hipotesis yang digunakan sebagai berikut:

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$,

H_1 : paling tidak terdapat satu $\alpha_i \neq 0$

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \alpha_3 X_{3t} + v_t \qquad (2.56)$$

Langkah 3. Menghitung statistik uji LM

$$LM = nR^2 \sim \chi_3^2 \qquad (2.57)$$

Kriteria pengambilan keputusan adalah menerima H_0 jika statistik uji LM lebih kecil dari χ_3^2 sehingga asumsi homoskedastisitas terpenuhi.

2.5.3. Asumsi Non-autokorelasi

2.5.3.1. Definisi Autokorelasi

Kasus autokorelasi sering terjadi pada data deret waktu, di mana galat yang diperoleh saling berkorelasi. Autokorelasi diartikan sebagai korelasi antar galat pengamatan yang terjadi seiring waktu berjalan (Greene, 2003), Dalam analisis regresi, galat tidak boleh saling berkorelasi. Secara sistematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0,\ t \neq s \tag{2.58}$$

Pada umumnya autokorelasi mengikuti model *first-order autoregression* atau AR(1).

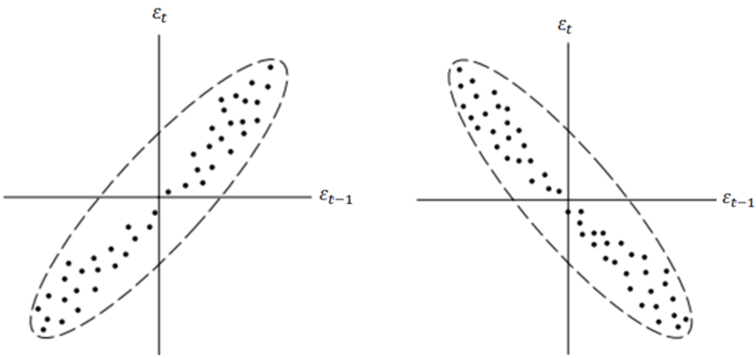
$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t\ ,\ |\rho| < 1 \tag{2.59}$$

di mana ρ merupakan koefisien autokorelasi dan v_t merupakan peubah acak yang tidak saling berkorelasi dengan rata-rata nol dan ragam konstan.

$$\operatorname{var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t{}^2) = \frac{\sigma_v^2}{1-\rho^2} \tag{2.60}$$

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = \rho^s\ \frac{\sigma_v^2}{1-\rho^2} \tag{2.61}$$

Berikut merupakan ilustrasi pola autokorelasi pada galat

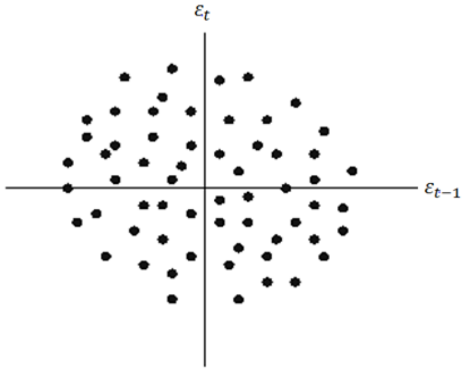


(a) (b)

Gambar 2.1. Pola Autokorelasi pada Galat

Sumber: Gujarati dan Porter (2012)

Gambar 2.1.(a) menunjukkan bahwa terbentuk korelasi positif pada galat, yaitu nilai ε_t yang positif akan diikuti nilai ε_{t-1} yang positif juga dan nilai ε_t yang negatif akan diikuti nilai ε_{t-1} yang negatif pula. Sedangkan, Gambar 2.1.(b) menunjukkan terjadi korelasi negatif pada galat, yaitu nilai ε_t yang positif akan diikuti oleh nilai ε_{t-1} yang negatif dan begitu sebaliknya.



Gambar 2.2. Pola Tidak Terdapat Autokorelasi pada Galat
Sumber: Gujarati dan Porter (2012)

Asumsi non autokorelasi akan terpenuhi, apabila galat tidak memiliki pola yang sistematis seperti pada Gambar 2.2.

2.5.3.2. Penyebab Adanya Autokorelasi

Menurut Gujarati dan Porter (2012) terjadinya autokorelasi pada suatu model regresi linier dapat disebabkan oleh beberapa hal berikut:

1. Adanya peubah prediktor yang dihilangkan dari model
   Peubah-peubah dalam bidang ekonomi cenderung memiliki hubungan. Peubah yang awalnya merupakan kandidat dalam model, tetapi tidak diikutsertakan dalam model, dengan berbagai alasan seharusnya diikutsertakan menyebabkan peubah yang dihilangkan akan direfleksikan dalam galat sehingga menciptakan autokorelasi.
2. Adanya bentuk fungsi yang tidak benar
   Jika kita menentukan bentuk fungsi yang salah dari bentuk hubungan yang sebenarnya maka galat akan merefleksikan adanya autokorelasi.
3. Masa lalu atau periode sebelumnya
   Misalkan kita memiliki model sebagai berikut
   $$Konsumsi_t = \beta_0 + \beta_1 Pendapatan_t + \beta_2 Konsumsi_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.62)$$
   Pada Persamaan (2.62) dikenal sebagai autoregresi karena salah satu peubah prediktornya merupakan nilai masa lalu dari peubah respon. Jika pada Persamaan (2.62) kita tidak mempertimbangkan peubah masa lalu maka galat akan merefleksikan adanya autokorelasi.

2.5.3.3. Pendugaan OLS pada Keberadaan Autokorelasi

Adanya autokorelasi menyebabkan penduga parameter yang dihasilkan oleh metode kuadrat terkecil tidak bersifat BLUE. Berdasarkan Persamaan (2.34), pertimbangkan model regresi berikut (Woolridge, 2009):

$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$

Jika diasumsikan $\overline{X} = 0$ maka penduga bagi β_1 adalah

$$\hat{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\sum_{t=1}^{n} X_t \varepsilon_t}{\sum_{t=1}^{n} X_t^2} \tag{2.63}$$

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \mathrm{var}\left(\beta_1 + \frac{\sum_{t=1}^{n} X_t \varepsilon_t}{\sum_{t=1}^{n} X_t^2}\right) \tag{2.64}$$

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{\mathrm{var}\left(\sum_{t=1}^{n} X_t \varepsilon_t\right)}{\left(\sum_{t=1}^{n} X_t^{\,2}\right)^2}$$

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{1}{\left(\sum_{t=1}^{n} X_t^{\,2}\right)^2}\left(\begin{array}{l}\sum_{t=1}^{n} X_t^{\,2}\,\mathrm{var}\left(\varepsilon_t\right) + \\ 2\sum_{t=1}^{n-1}\sum_{s=1}^{n-1} X_t X_{t+s} E\left(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}\right)\end{array}\right)$$

Karena $\mathrm{var}\left(\varepsilon_t\right) = \sigma^2$ dan $E\left(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}\right) = \mathrm{cov}\left(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}\right) = \rho^s \sigma^2$ sehingga

$$\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^{n} X_t^2\right)} + 2\left(\frac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^{n} X_t^2\right)^2}\right)\sum_{t=1}^{n-1}\sum_{s=1}^{n-1} \rho^s X_t X_{t+s} \tag{2.65}$$

Pada Persamaan (2.65), $\rho = 0$ merupakan $\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right)$ pada kondisi tidak terdapat autokorelasi. Ketika $\rho \neq 0$ nilai di dalam operasi penjumlahan berganda akan tidak sama dengan nol. Biasanya nilai $\rho^s > 0$ untuk semua s, apabila hal ini terjadi maka $X_t X_{t-s}$ akan bernilai positif. Ini berakibat pada nilai $\sum_{t=1}^{n-1}\sum_{s=1}^{n-1} \rho^s X_t X_{t+s}$ yang akan positif juga dan mengakibatkan nilai $\mathrm{var}\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{\sigma^2}{\left(\sum_{t=1}^{n} X_t^2\right)}$ akan menduga lebih rendah dari $\text{var}\left(\hat{\beta}_1\right)$ yang sebenarnya dan nilai statistik uji t akan terlalu besar. Jika terdapat autokorelasi, *standard error* yang dihasilkan oleh metode kuadrat terkecil menjadi tidak valid sehingga statistik uji t dan uji F tidak valid.

2.5.3.4. Mendeteksi Adanya Autokorelasi

Pengujian yang sering digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya autokorelasi, yaitu uji statistik d Durbin Watson. Hipotesis untuk uji Durbin Watson adalah sebagai berikut (Woolridge, 2009):

$H_0 : \rho = 0,$

$H_1 : \rho \neq 0$

Statistik uji

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{t=n}\hat{\varepsilon}_t^2} \sim \text{DW}_{(n,\text{p})}. \tag{2.66}$$

di mana:

$\hat{\varepsilon}_t$: penduga galat pengamatan ke-t

$\hat{\varepsilon}_{t-1}$: penduga galat pengamatan ke-$t-1$

n : banyaknya pengamatan

p : banyaknya peubah prediktor

Kriteria pengambilan keputusan dilihat dari perbandingan nilai statistik uji d dengan batas atas $\left(d_U\right)$ dan batas bawah $\left(d_L\right)$ Durbin Watson. Hal tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Kriteria Pengambilan Keputusan Uji Durbin Watson

Nilai Statistik Uji Durbin Watson	Keputusan
$0 < d < d_L$	Menolak H_0, terdapat autokorelasi positif antar galat
$d_L \leq d \leq d_U$	Tidak ada keputusan untuk menerima atau menolak H_0
$d_U < d < 4 - d_U$	Menerima H_0, tidak terdapat autokorelasi antar galat
$4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$	Tidak ada keputusan untuk menerima atau menolak H_0
$4 - d_L < d < 4$	Menolak H_0, terdapat autokorelasi negatif antar galat

2.6. *Generalized Least Square* (GLS)

Menurut Gujarati dan Porter (2010), GLS merupakan OLS yang telah mengalami proses transformasi menggunakan bobot pada peubah-peubah asli sehingga menghasilkan penduga yang bersifat BLUE. Dalam GLS, kita meminimalkan jumlah kuadrat galat yang telah diberi bobot. Perhatikan kembali Persamaan (2.2)

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Menurut Baltagi (2011), pada kasus autokorelasi $\mathrm{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$ dan $\mathrm{var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\boldsymbol{\Omega}$ di mana $\boldsymbol{\Omega}$ merupakan matriks positif definitif dengan dimensi $\mathrm{n} \times \mathrm{n}$, dan terdapat sebuah matriks *nonsingular* P, yaitu $\mathbf{PP}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\Omega}$.

di mana

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \cdots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho^2 & \cdots & \rho^{n-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \cdots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{2.67}$$

dan

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \left(\frac{1}{1-\rho^2}\right) = \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & -\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\rho & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\rho & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{2.68}$$

sehingga

$$\boldsymbol{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\rho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\rho & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \tag{2.69}$$

Persamaan (2.69) merupakan matriks yang memenuhi kondisi berikut

$$\boldsymbol{P}^{-1\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1} = \left(1-\rho^2\right)\mathbf{\Omega}^{-1} \tag{2.70}$$

Dengan mengalikan Persamaan (2.2) terhadap $\mathbf{P}^{-1}$ akan diperoleh

$$\mathbf{P}^{-1}y = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X} + \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.71}$$

sehingga kita dapat mendefinisikan $\boldsymbol{y}^* = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{y}$, $\mathbf{X}^* = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}$, dan $\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}$ menjadi Persamaan (2.72).

$$y^* = \mathbf{X}^*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}^* \tag{2.72}$$

Berdasarkan Persamaan (2.72), $E\left(\underset{\sim}{\varepsilon}^*\right) = \underset{\sim}{0}$ dan ragam sebagai berikut:

$$Var\left(\boldsymbol{\varepsilon}^*\right) = \mathbf{P}^{-1}var\left(\boldsymbol{\varepsilon}\right)\mathbf{P}^{-1\mathrm{T}}$$

$$Var\left(\boldsymbol{\varepsilon}^*\right) = \sigma^2\mathbf{P}^{-1}\,\mathbf{\Omega}\,\mathbf{P}^{\mathrm{T}\ -1}$$

$$Var\left(\boldsymbol{\varepsilon}^*\right) = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1}\ \mathbf{PP}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{P}^{\mathrm{T}\ \ -1}$$

$$Var\left(\boldsymbol{\varepsilon}^*\right) = \sigma^2 \mathbf{I} \qquad (2.73)$$

Untuk memperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$, prosedur untuk memperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$ sama dengan prosedur untuk memperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MKT}$. Hanya saja pada GLS Persamaan (2.2) telah ditransformasi menjadi Persamaan (2.72).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS} = \left(\mathbf{X}^{*\mathrm{T}}\mathbf{X}^*\right)^{-1} \mathbf{X}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{y}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathrm{GLS}} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{y} \qquad (2.74)$$

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan ketika nilai ρ tidak diketahui, antara lain: *Cochrane-Orcutt Iterative*, Prais Winsten, Theil-Nagar, dan Metode Dua Tahap Durbin (Greene, 2003).

2.6.1. *Cochrane Orcutt Iterative*

Menurut Ramanathan (1995), *Cochrane Orcutt Iterative* merupakan salah satu metode GLS dalam menduga nilai koefisien korelasi (ρ). Sebagai ilustrasi, kita pertimbangkan model regresi pada Persamaan (2.65)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \ldots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon_t \qquad (2.75)$$

di mana galat (ε_t) mengikuti AR(1) dan nilai ρ diketahui

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$$

Langkah 1. Meregresikan persamaan (2.75) menggunakan metode OLS untuk memperoleh penduga galat $\left(\hat{\varepsilon}_t\right)$.

Langkah 2. Melakukan pendugaan untuk koefisien korelasi (ρ) dengan rumus sebagai berikut:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}\left(\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{t=n}\hat{\varepsilon}_t^2} \qquad (2.76)$$

Langkah 3. Tulis kembali Persamaan (2.75) untuk periode $t-1$.

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{1t-1} + \beta_2 X_{2t-1} + \ldots + \beta_k X_{kt-1} + \varepsilon_{t-1} \quad (2.77)$$

Langkah 4. Substitusikan nilai $\hat{\rho}$ ke dalam Persamaan (2.77)

$$\hat{\rho} Y_{t-1} = \beta_0 \hat{\rho} + \beta_1 \hat{\rho} X_{1t-1} + \beta_2 \hat{\rho} X_{2t-1} + \ldots + \beta_k \hat{\rho} X_{kt-1} + \rho\varepsilon_{t-1} \quad (2.78)$$

Langkah 5. Eliminasi Persamaan (2.75) dan (2.78).

$$Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1} = \beta_0 \left(1-\hat{\rho}\right) + \beta_1 \left(X_{1t} - \hat{\rho} X_{1t-1}\right) + \beta_2 \left(X_{2t} - \hat{\rho} X_{2t-1}\right) + \ldots + \beta_k \left(X_{kt} - \hat{\rho} X_{kt-1}\right) + \left(\varepsilon_t - \hat{\rho}\varepsilon_{t-1}\right) \quad (2.79)$$

Langkah 6. Lakukan transformasi pada Persamaan (2.79) sehingga menjadi Persamaan (2.80)

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1 X_{1t}^* + \beta_2 X_{2t}^* + \ldots + \beta_k X_{kt}^* + \varepsilon_t \quad (2.80)$$

dengan

$$Y_t^* = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1},\ \beta_0^* = \beta_0 \left(1-\hat{\rho}\right),\ X_t^* = X_{it} - \hat{\rho} X_{it-1} \quad (2.81)$$

di mana $t = 2, 3, \ldots, \mathrm{n}$ dan $i = 1, 2, \ldots, \mathrm{k}$

Langkah 7. Regresikan Persamaan (2.80) dengan metode OLS untuk mendapatkan nilai penduga galat $\left(\hat{\varepsilon}_t\right)$ yang baru. Kemudian kembali ke Langkah 2. Lakukan proses iterasi ini sampai persyaratan iterasi terpenuhi.

Langkah 8. Proses iterasi dapat berhenti ketika memenuhi kriteria berikut:

$$\left|\hat{\rho}\left(iterasi\ ke - j\right) - \hat{\rho}\left(iterasi\ ke - \left(j-1\right)\right)\right| \to 0.001 \quad (2.82)$$

2.6.2. Prais Winsten

Prosedur Prais Winsten dalam melakukan pendugaan koefisien korelasi (ρ) hampir sama dengan *Cochrane Orcutt Iterative*. Hanya saja pada Prais Winsten untuk menghindari kehilangan informasi dari pengamatan pertama maka pengamatan pertama pada peubah respon dan prediktor ditransformasi sebagai berikut (Greene, 2003):

$$Y_1^* = Y_1 \sqrt{1-\hat{\rho}^2},\ X_{i1}^* = X_{i1} \sqrt{1-\hat{\rho}^2} \quad (2.83)$$

2.7. Keakuratan Metode Pendugaan

Dalam statistika, keakuratan dari sebuah penduga diukur berdasarkan *standard error*-nya (Gujarati dan Porter, 2010). Rumus ragam bagi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ dari proses simulasi adalah sebagai berikut:

$$\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}_j^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{n-1}, \text{ untuk } j = 0 \text{ dan } 1 \qquad (2.84)$$

Berdasarkan Persamaan (2.86), *standard error* bagi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ adalah sebagai berikut:

$$se\left(\hat{\beta}_j\right) = \sqrt{\operatorname{var}\left(\hat{\beta}_j\right)}, \text{ untuk } j = 0 \text{ dan } 1 \qquad (2.85)$$

Standard error bagi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ yang didapatkan dari Persamaan (2.85) selanjutnya digunakan untuk menghitung besaran vektor dari *standard error* tersebut. Melalui besaran vektor ini, *standard error* dilihat secara keseluruhan untuk mempermudah perbandingan.

2.8. Besaran Vektor

Besaran vektor merupakan panjang dari sebuah vektor. Besaran vektor biasanya digunakan sebagai pembanding antara objek satu dengan objek lainnya yang memiliki bentuk sama, yaitu apakah lebih kecil atau lebih besar. Ilustrasikan vektor v pada dua dimensi, $\vec{v} = (a, b)$ sehingga rumus besaran vektor adalah sebagai berikut (Bronson, Costa, dan Saccoman, 2014)

$$\begin{aligned}\|\vec{v}\| &= \|[a \quad b]\| \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \qquad (2.86)\end{aligned}$$

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1. Data

Data yang digunakan dalam skripsi ini adalah data deret waktu yang dibangkitkan dengan skenario terdapat autokorelasi sedang dan tinggi. Peubah yang digunakan adalah satu peubah respon (Y) dan satu peubah prediktor (X). Kasus yang dijadikan referensi untuk membangkitkan peubah respon adalah Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) sebagai fungsi dari inflasi. Peubah prediktor yang digunakan adalah data inflasi nasional pada Bulan Januari 2013 sampai dengan Desember 2016 dengan ukuran sampel sebesar 48 yang diperoleh dari *www.bps.go.id*. Galat dibangkitkan sedemikian hingga memiliki tingkat autokorelasi sedang dan tinggi. Setiap skenario autokorelasi diulang sebanyak 100 kali.

3.2. Metode Simulasi dan Analisis Data

3.2.1. Regresi Linier Sederhana dengan Tingkat Autokorelasi Sedang dan Tinggi

Langkah-langkah simulasi dan analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Meregresikan IHSG (Y) terhadap inflasi (X) untuk mendapatkan nilai $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, dan $\hat{\sigma}$ sebagai input parameter pembangkitan data.
2. Menetapkan input $\beta_0 = 4888.348$, $\beta_1 = -39.53912$, $\sigma = 361.57,$ dan $\varepsilon_0 = 5$, dan X dengan sampel sebesar 48 dapat dilihat pada Lampiran 1.
3. Membangkitkan galat murni $v_t \sim N\left(0, \sigma^2\right)$.
4. Selanjutnya, menghitung galat yang sudah mengandung autokorelasi $\left(\varepsilon_t\right)$ dengan rumus $\varepsilon_t = \rho\,\varepsilon_{t-1} + v_t$, di mana $\rho = 0.5$ dan $\rho = 0.8$. Pemilihan nilai $\rho = 0.5$ berdasarkan inisiatif peneliti sendiri. Dimana untuk tingkat autokorelasi sedang, peneliti mengambil angka tengah antara $0 \leq \rho \leq 1$ sehingga nilai ρ yang digunakan adalah 0.5. Pada tingkat autokorelasi tinggi, peneliti menggunakan nilai $\rho = 0.8$ berdasarkan pengelompokan tingkat autokorelasi yang dilakukan oleh Hurd (1972). Menurut Hurd (1972), tingkat

autokorelasi dikatakan tinggi apabila nilai koefisien autokorelasi lebih dari sama dengan 0.7.

5. Menghitung nilai Y berdasarkan Persamaan (3.1)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon_t ,\ t = 1,\ 2,\ ...,48 \qquad (3.1)$$

6. Meregresikan hasil bangkitan peubah penjelas (Y) dan peubah prediktor (X) menggunakan OLS guna mendapatkan nilai $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$.

7. Meregresikan peubah penjelas (Y) hasil bangkitan dan peubah prediktor (X) menggunakan metode *Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten untuk mendapatkan $\hat{\rho}$, di mana $\hat{\rho}$ tersebut disubstitusikan pada Persamaan (3.1) untuk periode $t-1$.

$$\hat{\rho}Y_{t-1} = \beta_0\hat{\rho} + \beta_1\hat{\rho}X_{1t-1} + \hat{\rho}\varepsilon_{t-1} \qquad (3.2)$$

Kemudian eliminasi Persamaan (3.1) dan (3.2) menjadi berikut

$$Y_t - \hat{\rho}Y_{t-1} = \beta_0\left(1-\hat{\rho}\right) + \beta_1\left(X_{1t} - \hat{\rho}X_{1t-1}\right) + \left(\varepsilon_t - \hat{\rho}\varepsilon_{t-1}\right) \qquad (3.3)$$

Melakukan proses transformasi pada Persamaan (3.3) sebagai berikut

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1 X_{1t}^* + \varepsilon_t^* \qquad (3.4)$$

Selanjutnya, meregresikan peubah penjelas (Y) dan peubah prediktor (X) yang telah ditransformasi guna mendapatkan nilai $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ untuk masing-masing penduga GLS.

8. Mengulangi langkah 3 sampai langkah 7 sebanyak 100 kali.

9. Menghitung $se(\hat{\beta}_0)$ dan $se(\hat{\beta}_1)$ dari masing-masing metode, yaitu OLS, metode *Cochrane Orcutt Iterative*, dan Prais Winsten.

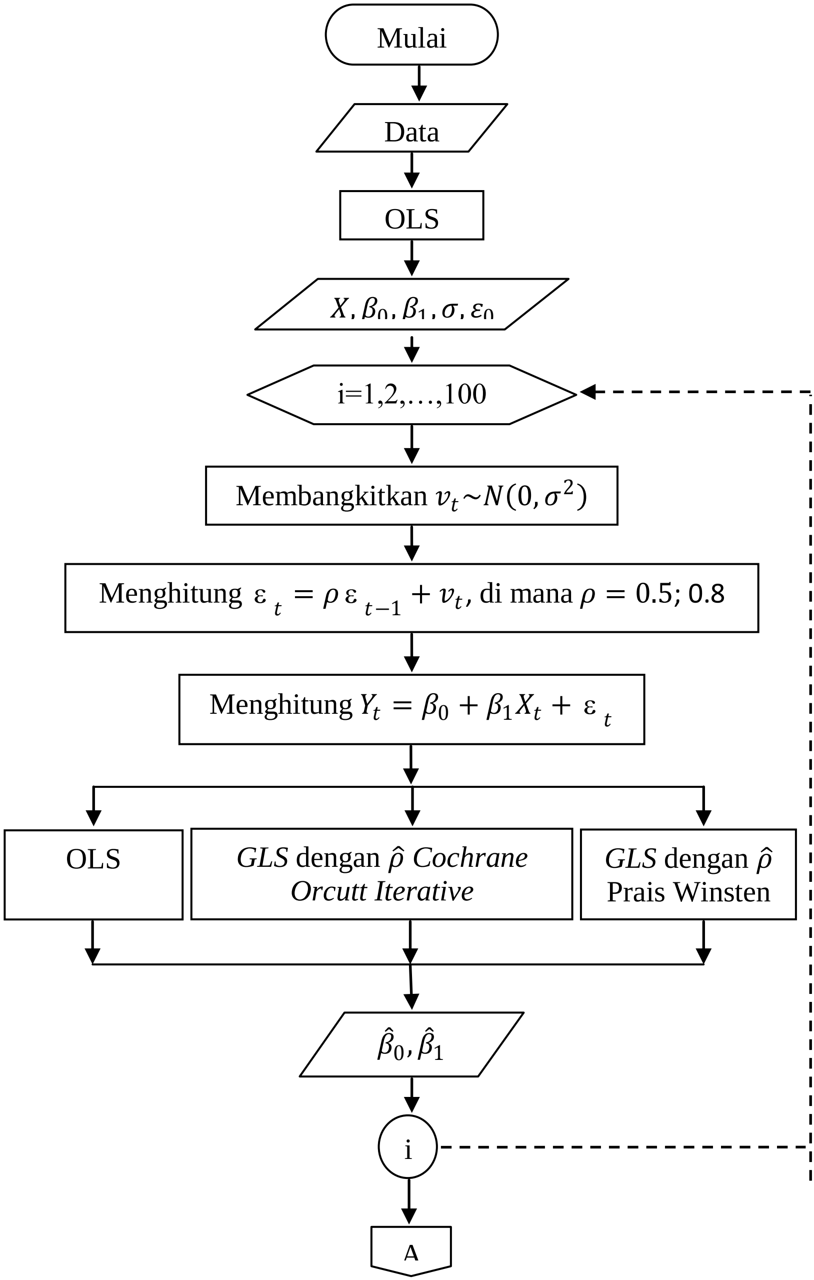
10. Nilai $se(\hat{\beta}_0)$ dan $se(\hat{\beta}_1)$ dibentuk sebagai vektor. Kemudian, menghitung besaran vektor dari *standard error* bagi masing-masing metode. Melalui besaran vektor ini, *standard error* dilihat secara keseluruhan untuk mempermudah perbandingan.

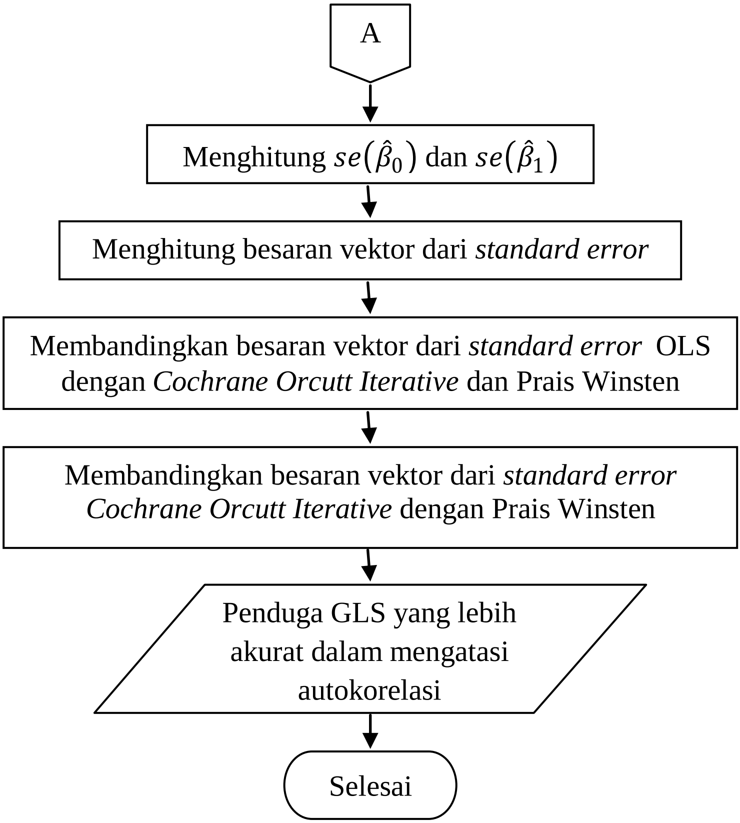
11. Membandingkan besaran vektor dari *standard error* OLS dengan GLS *Cochrane Orcutt Iterative*, dan Prais Winsten.

Apabila nilai besaran vektor dari *standard error* penduga OLS lebih kecil daripada nilai *standard error* penduga GLS *Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten maka GLS lebih baik digunakan ketika terjadi kasus autokorelasi.

12. Membandingkan besaran vektor dari *standard error* dari penduga GLS *Cochrane Orcutt Iterative* dengan Prais Winsten. Pemilihan metode yang lebih akurat berdasarkan metode yang menghasilkan *standard error* yang lebih kecil.

Analisis data dilakukan meggunakan bantuan *software* R. Diagram alir metode simulasi data bangkitan dan analisis data dengan tingkat autokorelasi sedang dapat dilihat pada Gambar 3.1.


Mulai
Data
OLS
$X, \beta_0, \beta_1, \sigma, \varepsilon_0$
i=1,2,…,100
Membangkitkan $v_t \sim N(0, \sigma^2)$
Menghitung $\varepsilon_t = \rho\,\varepsilon_{t-1} + v_t$, di mana $\rho = 0.5; 0.8$
Menghitung $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$
OLS
GLS dengan $\hat{\rho}$ *Cochrane Orcutt Iterative*
GLS dengan $\hat{\rho}$ Prais Winsten
$\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$
i
A



Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Simulasi Data Bangkitan dan Analisis Data dengan Tingkat Autokorelasi Sedang dan Tinggi

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pembangkitan Data

Pada penelitian ini, data yang digunakan merupakan data bangkitan dengan skenario terdapat autokorelasi dengan tingkat sedang dan tinggi. Adanya autokorelasi mengakibatkan penduga parameter yang dihasilkan oleh OLS tidak lagi bersifat *Best Linier Unbiased Estimator* (BLUE). Selain itu, *standard error* yang dihasilkan oleh OLS *underestimated* terhadap *standard error* sebenarnya. Ketika menggunakan OLS dalam melakukan pendugaan parameter dan mengabaikan adanya autokorelasi, hal ini akan berdampak pada pengambilan keputusan yang salah karena uji signifikansi t dan F tidak lagi valid. Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakan metode penduga GLS Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* dalam mengoreksi autokorelasi sehingga didapatkan nilai *standard error* yang benar.

Pembangkitan galat dilakukan sedemikian hingga terdapat autokorelasi positif dengan tingkat autokorelasi sedang dan tinggi yang mengikuti persamaan regresi linier sederhana berikut

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t = \rho_{t-1} + v_t,\ t = 1, 2, ..., 48$$

Untuk sintaks dari simulasi data bangkitan dengan kondisi terdapat autokorelasi positif dengan tingkat sedang dan tinggi terlampir pada Lampiran 2,

4.2. Perbandingan *Standard Error* dari OLS dengan *Standard Error Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten pada Tingkat Autokorelasi Sedang

Hasil rata-rata *standard error* $(\hat{\beta}_0)$ dan $(\hat{\beta}_1)$ pada kondisi autokorelasi dengan tingkat sedang secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 3. Di dalam melakukan perbandingan *standard error* bagi masing-masing metode tidak dilakukan satu persatu untuk setiap $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$. Akan tetapi, dilakukan secara menyeluruh dengan cara membentuk vektor *standard error*, selanjutnya dihitung besaran vektornya sehingga mempermudah dalam membandingkan masing-masing metode. Berikut merupakan besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi OLS, Prais Winsten, dan *Cochrane Orcutt Iterative* pada kasus autokorelasi tingkat sedang

$$
\begin{aligned}
\|\overline{s.e.}_{OLS}\| &= \left\| \left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{OLS} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{OLS} \right] \right\| \\
&= \|[69.034 \quad 85.150]\| \\
&= \sqrt{69.034^2 + 85.150^2} \\
&= \sqrt{12016.2} \\
&= 109.619 \\
\|\overline{s.e.}_{PW}\| &= \left\| \left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{PW} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{PW} \right] \right\| \\
&= \|[99.737 \quad 77.536]\| \\
&= \sqrt{99.737^2 + 77.536^2} \\
&= \sqrt{15959.3} \\
&= 126.33 \\
\|\overline{s.e.}_{CO}\| &= \left\| \left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{CO} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{CO} \right] \right\| \\
&= \|[101.688 \quad 78.117]\| \\
&= \sqrt{101.688^2 + 78.117^2} \\
&= \sqrt{16442.7} \\
&= 128.229
\end{aligned}
$$

Berdasarkan penghitungan besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi masing-masing metode, dapat dilihat bahwa besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi OLS merupakan yang terkecil dibandingkan Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative*. Hal ini membuktikan bahwa terjadi peningkatan nilai *standard error* setelah digunakan penduga GLS *Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten karena rumus *standard error* pada penduga GLS *Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten mempertimbang nilai autokorelasi, sedangkan pada OLS tidak mempertimbang nilai autokorelasi pada kasus autokorelasi dengan tingkat sedang.

4.3. Perbandingan *Standard Error* dari OLS dengan *Standard Error Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten pada Tingkat Autokorelasi Tinggi

Hasil rata-rata *standard error* $\left(\hat{\beta}_0\right)$ dan $\left(\hat{\beta}_1\right)$ pada kondisi autokorelasi dengan tingkat tinggi secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 4. Berikut merupakan besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi OLS, Prais Winsten, dan *Cochrane Orcutt Iterative* pada kasus autokorelasi tingkat tinggi

$$
\begin{aligned}
\|\overline{s.e.}_{OLS}\| &= \left\|\left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{OLS} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{OLS}\right]\right\| \\
&= \|[92.135 \quad 113.644]\| \\
&= \sqrt{92.135^2 + 113.644^2} \\
&= \sqrt{21403.8} \\
&= 146.3 \\
\|\overline{s.e.}_{PW}\| &= \left\|\left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{PW} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{PW}\right]\right\| \\
&= \|[203.238 \quad 72.905]\| \\
&= \sqrt{203.238^2 + 72.905^2} \\
&= \sqrt{46620.8} \\
&= 215.919 \\
\|\overline{s.e.}_{CO}\| &= \left\|\left[\overline{s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)}_{CO} \quad \overline{s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)}_{CO}\right]\right\| \\
&= \|[220.136 \quad 75.175]\| \\
&= \sqrt{220.136^2 + 75.175^2} \\
&= \sqrt{54111.1} \\
&= 232.618
\end{aligned}
$$

Berdasarkan penghitungan besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi masing-masing metode, dapat dilihat bahwa besaran vektor dari rata-rata *standard error* bagi OLS merupakan yang terkecil daripada Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative*. Hal ini membuktikan bahwa ketika terjadi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi tinggi, *standard error* yang dihasilkan OLS *underestimated* terhadap *standard error* sebenarnya. Dan setelah dilakukan pengkoreksian autokorelasi menggunakan metode penduga GLS Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* dihasilkan nilai *standard error* yang benar.

4.4. Perbandingan *Standard Error* dari *Cochrane Orcutt Iterative* dengan *Standard Error* Prais Winsten pada Tingkat Autokorelasi Sedang

Pemilihan metode penduga GLS antara *Cochrane Orcutt Iterative* dan Prais Winsten yang lebih akurat pada kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang berdasarkan metode yang menghasilkan *standard error* yang lebih kecil.

Hasil s*tandard error* $\left(\hat{\beta}_0\right)$ dan $\left(\hat{\beta}_1\right)$ pada kondisi autokorelasi dengan tingkat sedang secara rinci dapat dilihat pada

Lampiran 5. Berikut merupakan besaran vektor dari *standard error* bagi Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* pada kasus autokorelasi tingkat sedang

$$\begin{aligned}\|s.e._{PW}\| &= \left\|\left[s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)_{PW} \quad s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)_{PW}\right]\right\| \\ &= \|[103.702 \quad 87.134]\| \\ &= \sqrt{103.702^2 + 87.134^2} \\ &= \sqrt{18346.4} \\ &= 135.449\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\|s.e._{CO}\| &= \left\|\left[s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)_{CO} \quad s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)_{CO}\right]\right\| \\ &= \|[105.479 \quad 88.706]\| \\ &= \sqrt{105.479^2 + 88.706^2} \\ &= \sqrt{18994.6} \\ &= 137.821\end{aligned}$$

Berdasarkan penghitungan besaran vektor dari *standard error* bagi masing-masing metode penduga GLS di atas, dapat dilihat bahwa besaran vektor dari *standard error* bagi Prais Winsten lebih kecil daripada *Cochrane Orcutt Iterative*. Hal ini mengindikasikan bahwa metode penduga GLS Prais Winsten lebih tepat digunakan ketika terjadi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang daripada *Cochrane Orcutt Iterative*.

4.5. Perbandingan *Standard Error* dari *Cochrane Orcutt Iterative* dengan *Standard Error* Prais Winsten pada Tingkat Autokorelasi Tinggi

Hasil s*tandard error* $\left(\hat{\beta}_0\right)$ dan $\left(\hat{\beta}_1\right)$ pada kondisi autokorelasi dengan tingkat tinggi secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 6. Berikut merupakan besaran vektor dari *standard error* bagi Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* pada kasus autokorelasi tingkat tinggi

$$\begin{aligned}\|s.e._{PW}\| &= \left\|\left[s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)_{PW} \quad s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)_{PW}\right]\right\| \\ &= \|[230.374 \quad 82.008]\| \\ &= \sqrt{230.374^2 + 82.008^2} \\ &= \sqrt{59797.5} \\ &= 244.535\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\|s.e._{CO}\| &= \left\|\left[s.e.\left(\hat{\beta}_0\right)_{CO} \quad s.e.\left(\hat{\beta}_1\right)_{CO}\right]\right\| \\ &= \|[255.598 \quad 83.174]\|\end{aligned}$$

$$= \sqrt{255.598^2 + 83.174^2}$$
$$= \sqrt{72248.3}$$
$$= 268.79$$

Berdasarkan penghitungan besaran vektor dari *standard error* bagi masing-masing metode penduga GLS di atas, dapat dilihat bahwa besaran vektor dari *standard error* bagi Prais Winsten lebih kecil daripada *Cochrane Orcutt Iterative*. Hal ini mengindikasikan bahwa metode penduga GLS Prais Winsten lebih tepat digunakan ketika terjadi kasus autokorelasi dengan tingkat autokorelasi tinggi daripada *Cochrane Orcutt Iterative*.

4.6. Pembahasan

Dari hasil di atas, dapat diketahui bahwa penduga GLS Prais Winsten lebih akurat dalam mengatasi autokorelasi daripada *Cochrane Orcutt Iterative* baik pada tingkat autokorelasi sedang maupun tinggi. Hal ini dapat terjadi karena pada prosedur *Cochrane Orcutt Iterative* pengamatan pertama tidak diikutsertakan karena pengamatan pertama tidak memiliki nilai sebelumnya. Kelemahan yang terjadi ketika pengamatan pertama dihilangkan, yaitu kehilangan informasi mengenai pengamatan pertama. Terkadang dengan menghilangkan pengamatan pertama akan memberikan hasil yang berbeda jika dibandingkan dengan yang mengikutsertakan pengamatan pertama. Oleh karena itu, untuk menghindari hilangnya informasi yang dimiliki oleh pengamatan pertama maka pada prosedur Prais Winsten mengikutsertakan pengamatan pertama dengan cara pengamatan pertama ditransformasi menjadi $Y_1^* = Y_1\sqrt{1-\hat{\rho}^2}$ dan $X_{i1}^* = X_{i1}\sqrt{1-\hat{\rho}^2}$.

Standard error digunakan untuk mengukur keakuratan dari penduga parameter. Suatu penduga parameter dikatakan baik apabila memiliki *standard error* yang kecil. Semakin kecil *standard error* dari penduga parameter maka semakin akurat penduga parameter tersebut. Dari hasil perhitungan besaran *standard error* bagi penduga GLS Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* pada tingkat autokorelasi sedang dan tinggi terlihat bahwa besaran vektor dari *standard error* bagi Prais Winsten lebih kecil dibandingkan *Cochrane Orcutt Iterative*. Jadi, penduga GLS Prais Winsten lebih tepat digunakan untuk mengatasi autokorelasi pada tingkat autokorelasi sedang dan tinggi daripada penduga GLS *Cochrane Orcutt Iterative*.

BAB V
KESIMPULAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Adanya autokorelasi positif akan mengakibatkan *standard error* yang dihasilkan OLS *underestimated* terhadap *standard error* sebenarnya, sehingga ketika dilakukan pengkoreksian autokorelasi menggunakan penduga GLS Prais Winsten dan *Cochrane Orcutt Iterative* akan menghasilkan *standard error* yang benar.
2. Pada kasus autokorelasi dengan tingkat sedang dan tinggi, nilai *standard error* dari penduga metode GLS Prais Winsten lebih kecil daripada metode *Cochrane-Orcutt* Iterative. Jadi, metode GLS Prais Winsten lebih tepat dalam mengoreksi autokorelasi dengan tingkat autokorelasi sedang maupun tinggi daripada metode *Cochrane-Orcutt Iterative.*

5.2. Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan kepada pembaca adalah ketika terjadi autokorelasi positif, metode pendugaan yang sebaiknya digunakan adalah penduga GLS Prais Winsten.

DAFTAR PUSTAKA

Baltagi, Badi. 2011. *Econometrics*. Edisi Kelima. New York: Springer.

Bronson, Richard, Gabriel B. Costa, dan John T. Saccoman. 2014. *Linier Algebra*. Third Edition. Oxford: Academic Press.

Greene, William. 2003. *Econometric Analysis*. Edisi Kelima. New Jersey : Prentice Hall Inc.

Gujarati, Damodar dan Dawn C. Porter. 2010. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jilid Satu. Edisi Kelima. Jakarta: Salemba Empat.

Gujarati, Damodar dan Dawn C. Porter. 2012. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jilid Dua. Edisi Kelima. Jakarta: Salemba Empat.

Hurd, Michael. 1972. Small-Sample Estimation of a Structural Equation with Autocorrelated Errors. *Journal of the American Statistical Association*. Vol.67(339):567-573.

Jarque, M. Carlos dan Anil K. Bera. 1987. A Test for Normality of Oservations and Regression Residuals. *International Statistical Review*. Vol.55(2):163-172.

Ramanathan, Ramu. 1995. *Introductory Econometrics with Applications*. Third Edition. Orlando: The Dryden Press.

Wackerly, D. D., W. Mendenhall, R. Scheaffer. 2008. *Mathematical Statistics with Applications*. Belmont: Thomson Learning Inc.

Woolridge, J. M. 2009. *Introductory Econometrics*. Fourth Edition. Canada: Nelson Education.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Inflasi Nasional

Bulan	Inflasi (%)
Jan 13	1.03
Feb 13	0.75
Mar 13	0.63
Apr 13	-0.1
May 13	-0.03
Jun 13	1.03
Jul 13	3.29
Aug 13	1.12
Sep 13	-0.35
Oct 13	0.09
Nov 13	0.12
Dec 13	0.55
Jan 14	1.07
Feb 14	0.26
Mar 14	0.08
Apr 14	-0.02
May 14	0.16
Jun 14	0.43
Jul 14	0.93
Aug 14	0.47
Sep 14	0.27
Oct 14	0.47
Nov 14	1.5
Dec 14	2.46
Jan 15	-0.24

Bulan	Inflasi (%)
Feb 15	-0.36
Mar 15	0.17
Apr 15	0.36
May 15	0.5
Jun 15	0.54
Jul 15	0.93
Aug 15	0.39
Sep 15	-0.05
Oct 15	-0.08
Nov 15	0.21
Dec 15	0.96
Jan 16	0.51
Feb 16	-0.09
Mar 16	0.19
Apr 16	-0.45
May 16	0.24
Jun 16	0.66
Jul 16	0.69
Aug 16	-0.02
Sep 16	0.22
Oct 16	0.14
Nov 16	0.47
Dec 16	0.42

Lampiran 2. Sintaks Simulasi Data Bangkitan pada Kasus Autokorelasi

```
x=c(1.03, 0.75, 0.63, -0.1, -0.03,1.03, 3.29, 1.12, -0.35, 0.09, 0.12,
0.55, 1.07, 0.26, 0.08, -0.02, 0.16, 0.43, 0.93, 0.47, 0.27, 0.47, 1.5,
2.46, -0.24, -0.36, 0.17, 0.36, 0.5, 0.54, 0.93, 0.39, -0.05, -0.08, 0.21,
0.96, 0.51,-0.09, 0.19, -0.45, 0.24, 0.66, 0.69, -0.02, 0.22, 0.14, 0.47,
0.42)
b1= -39.53912
b0= 4888.348
n=48
rho=0.5
a=function(x,b0,b1,rho){
eps=rnorm(n,0,361.57)
ut=rep(0,n)
ut[1]=rho*5+eps[1]
for(i in 2:n){
ut[i]=rho*ut[i-1]+eps[i]
}
y1=matrix(0,n,1)
for (i in 1:n) {
y1[i,1]=b0+b1*x[i]+ut[i]
y=y1}
ols=summary(lm(y~x))
ols
sample=data.frame(y,x)
pw=prais.winsten(y~x,data=sample)
pw
co=cochrane.orcutt(lm(y~x))
co
stat=ols$coefficient
statp=pw$coefficient
statc=co$coefficient
coef=stat[1:2,1]
coefp=statp[1:2,1]
coefc=statc[1:2,1]
se=stat[1:2,2]
sep=statp[1:2,2]
sec=statc[1:2,2]
final=matrix(c(coef,se,coefp,sep,coefc,sec),1,12)
```

```
a=final
}
u=100
loop=matrix(0,u,12)
for(j in 1:u){
loop[j, ]=a(x,b0,b1,rho)
}
output=as.data.frame(loop)
names(output)=c("b0_ols","b1_ols","se_b0_ols","se_b1_ols","b0_p
w","b1_pw","se_b0_pw","se_b1_pw","b0_co","b1_co","se_b0_co","
se_b1_co")
output
```

Lampiran 3. Rata-rata *Standard Error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) Kondisi Autokorelasi Tingkat Sedang

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi OLS

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{67.88 + 69.29 + ... + 64.83}{100}$$

$$= 69.034$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{83.73 + 85.47 + ... + 79.97}{100}$$

$$= 85.150$$

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Prais Winsten

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{103.78 + 96.39 + ... + 97.42}{100}$$

$$= 99.737$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{71.98 + 81.51 + ... + 70.92}{100}$$

$$= 77.536$$

Lampiran 3. Rata-rata *Standard Error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) Kondisi Autokorelasi Tingkat Sedang (Lanjutan)

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Cochrane Orcutt

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{105.29 + 95.97 + ... + 100.44}{100}$$

$$= 101.688$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{72.18 + 81.68 + ... + 71.99}{100}$$

$$= 78.117$$

Lampiran 4. Rata-rata *Standard Error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_0$) Kondisi Autokorelasi Tingkat Tinggi

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi OLS

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{107 + 104.06 + ... + 84.81}{100}$$

$$= 92.135$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{131.99 + 128.35 + ... + 104.61}{100}$$

$$= 113.644$$

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Prais Winsten

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{219.19 + 246.32 + ... + 127.76}{100}$$

$$= 203.238$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{90.32 + 76.00 + ... + 93.30}{100}$$

$$= 72.905$$

Lampiran 4. Rata-rata *Standard Error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) Kondisi Autokorelasi Tingkat Tinggi (Lanjutan)

- Rata-rata *standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Cochrane Orcutt

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_0\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_0\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{234.83 + 272.37 + ... + 131.71}{100}$$

$$= 220.136$$

$$\overline{se\left(\hat{\beta}_1\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{100} se\left(\hat{\beta}_1\right)^{(i)}}{100}$$

$$= \frac{90.88 + 76.68 + ... + 94.90}{100}$$

$$= 75.175$$

Lampiran 5. Nilai *Standard Error* bagi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ Kondisi Autokorelasi Tingkat Sedang

- *Standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Prais Winsten

$$se\left(\hat{\beta}_0\right)_{\text{PW}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_0^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$

$$= 103.702$$

$$se\left(\hat{\beta}_1\right)_{\text{PW}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_1^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$

$$= 87.134$$

- *Standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Cochrane Orcutt

$$se\left(\hat{\beta}_0\right)_{\text{C.O}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_0^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$

$$= 105.479$$

$$se\left(\hat{\beta}_1\right)_{\text{C.O}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_1^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$

$$= 88.706$$

Lampiran 6. Nilai *Standard Error* bagi $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ Kondisi Autokorelasi Tingkat Sedang

- *Standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Prais Winsten

$$se\left(\hat{\beta}_0\right)_{\text{PW}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_0^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$
$$= 230.374$$

$$se\left(\hat{\beta}_1\right)_{\text{PW}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_1^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$
$$= 82.01$$

- *Standard error* ($\hat{\beta}_0$) dan ($\hat{\beta}_1$) bagi Cochrane Orcutt

$$se\left(\hat{\beta}_0\right)_{\text{C.O}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_0^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$
$$= 255.598$$

$$se\left(\hat{\beta}_1\right)_{\text{C.O}} = \frac{\sum_{i=1}^{100}\left(\hat{\beta}_1^{(i)} - \bar{\hat{\beta}}\right)^2}{100-1}$$
$$= 83.17$$