

REPOSITORY.UB.AC.ID





UNIVERSITAS BR/

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brav SUPERSITAS BRAWL

Repository Universitas Brav Repository Universitas Bray Repository Universitas Brav Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava MODEL PREDATOR-PREY STAGE STRUCTURE DENGAN FUNGSI RESPON RATIO-DEPENDENT, ANTI-PREDATOR, DAN PERTOLONGAN PREDATOR DEWASA

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya RESISsitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

iiversitas Brawijava iiversitas Brawijaya iiversitas Brawijaya iversitas Brawijaya iversitas Brawijava iiversitas Brawijaya iversitas Brawijava iiversitas Brawijaya iiversitas Brawijava

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Penository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas BrawijavAPINA APRIYANI y Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya 166090400011013 Universitas Brawijaya Repository Universit **PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA**as Brawijaya Repository Universitas BIDANG MINAT MATEMATIKA BIOLOGI itas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijeresan matematika Iniversitas Brawijaya Repository UnFAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAMwijaya Repository Universitas Brawniversitas BRAWIJAYA MALANG 2018 Sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Reppsitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya, Repository Universitas Brawijaya Repository Komunitas adalah kumpulan populasi berbagai spesies yang berinteraksi Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava satu sama lain di lingkungan yang sama. Ilmu yang mempelajari interaksi dalam Reposi suatu komunitas disebut ekologi komunitas. Para ahli ekologi mengkaji bagaimana Repository Universitas Brawilaya Repository Universitas Brawija Reposi interaksi antar individu dalam suatu komunitas memengaruhi komunitas. Salah Reposi satu contoh interaksi yang terjadi karena adanya hubungan makan dan dimakan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi antar organisme adalah predasi, yang melibatkan predator dan prey (Mader, Reposit<u>2010</u>Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Interaksi predator-prey dapat dimodelkan dalam bentuk matematika. Reposi Pemodelan matematika yang sistematis dapat mengarah pada pemahaman yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi lebih baik tentang interaksi tersebut. Model matematika sederhana yang menggambarkan interaksi predator-prey adalah model Lotka-Volterra (Panja, dkk., Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 2017). Pada tahun 1925 dan 1926, Lotka dan Volterra, secara berturut-turut Reposi memodelkan interaksi predator-prey yang terdiri dari dua populasi, yaitu populasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brav vijaya Reposi predator dan prey. Model Lotka-Volterra pada awalnya dikembangkan untuk Reposite mengetahui pengaruh *predator* pada pertumbuhan populasi *prey* dan kepunahan Reposi populasi prey. Populasi prey memiliki makanan yang tersedia setiap saat dan Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava populasi predator bertahan hidup dengan memakan prey. Model predator-prey Repos Lokta-Volterra belum memperhitungkan waktu yang diperlukan oleh predator Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repos untuk berburu, membunuh, memakan, dan mencerna prey serta kenyataan Repositbahwa sumbertamakanan i prev terbatas sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Pada tahun 1965 Holling memperkenalkan fungsi respon, yaitu suatu fungsi Reposityang dalam ekologi menyatakan jumlah prey yang dimakan oleh predator sebagai Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



REPOSITORY, UB. AC. ID







Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi fungsi kepadatan prey. Holling mengkarakterisasi tiga tipe umum fungsi respon, Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawilava Reposi yaitu tipe I, tipe II, dan tipe III (Mcnaughton dan Wolf, 1992). Selain ketiga fungsi Repositrespon yang dikemukakan Holling, beberapa fungsi respon yang terkenal dalam Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya interaksi predator-prey adalah Beddington-DeAngelis, Monod-Haldane, Crowley-Repos Reposit Martin, ratio-dependent, dan lain-lain. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Model Lotka-Volterra juga mengabaikan struktur ukuran dan struktur umur Reposit prey maupun predator. Padahal, dalam banyak kasus, populasi bergantung pada Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos struktur ukuran atau struktur umur. Akan lebih baik, apabila suatu populasi Reposi dimodelkan sebagai dua subpopulasi atau disebut stage structure yang dapat Reposi memengaruhi evolusi populasi (Khajanchi, 2014). Dalam beberapa dekade terakhir, model predator-prey stage structure dengan fungsi respon telah banyak Reposit Repository repository Reposi mendapat perhatian dari para peneliti. Xu, dkk. (2004) memodelkan stage Repository Universitas Brawilava Repository Universitas B structure pada predator-prey dengan stage structure dalam umur untuk populasi Repos prey. Model tersebut terdiri dari tiga variabel yang mewakili kepadatan populasi Repository Universitas Brawlava, Repository Universitas Brawlava prey muda, kepadatan populasi prey dewasa, dan kepadatan populasi predator Reposi dengan menggunakan fungsi respon ratio-dependent. Selanjutnya, Meng, dkk. Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi (2014) memodifikasi model tersebut dengan mengubah fungsi respon menjadi Reposi fungsi respon Crowley-Martin. Kant dan Kumar (2016) juga memodelkan stage Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi structure untuk populasi prey, dengan menambahkan asumsi bahwa predator Reposit memangsa prey muda dan prey dewasa dengan fungsi respon Holling tipe I. aya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Bukan hanya model predator-prey dengan stage structure pada populasi prey yang dikaji oleh beberapa peneliti, melainkan juga stage structure pada Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi populasi predator. Georgercu dan Hsieh (2007) membahas model predator-prey Reposit yang terdiri dari tiga populasi, yaitu populasi prey, predator muda, dan predator Repository epository Universitas Brawijaya Reposi dewasa dengan fungsi respon Holling tipe II. Kemudian, Khajanchi (2014) Repos memodifikasi fungsi respon model tersebut dengan fungsi respon Beddington-Repos DeAngelis. Khajanchi (2017) memodifikasi model Khajanchi (2014) dengan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository









BRAWIJAY

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi mengubah fungsi respon model tersebut dengan fungsi respon Monod-Haldane. Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi Fungsi respon Monod-Haldane menggambarkan laju predasi oleh predator yang Reposi menurun karena meningkatnya kemampuan prey untuk mempertahankan diri Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan lebih baik, bila jumlah populasi prey cukup besar. Versitas Brawijava Repository UPanja, dkk. (2017) membahas model predator-prey stage structure untuk Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi populasi prey, dengan fungsi respon ratio-dependent dan menambahkan efek Reposi pertahanan yang dilakukan oleh prey dewasa, yaitu anti-predator. Perilaku anti-Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos predator pada populasi prey dapat berupa perubahan morfologi atau perubahan perilaku, dan serangan prey terhadap predator (Tang dan Xiao, 2015). Dalam Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi model ini diasumsikan mekanisme pertahanan anti-predator hanya dilakukan oleh Repository I prey dewasa, karena prey dewasa memiliki kemampuan yang lebih kuat daripada Reposi prey muda. Berdasarkan model predator-prey dengan stage structure yang terdiri Repository Universitas Brawila dari tiga populasi sebelumnya, Mortoza, dkk. (2018) mengembangkan model Repos Reposi tersebut menjadi model predator-prey empat dimensi yang terdiri dari populasi Repository Universitas Brawlaya Repository Universitas Brawlaya prey dan predator yang masing-masing terbagi menjadi dua sub populasi, yaitu Reposi muda dan dewasa. Dalam model ini juga terdapat mekanisme pertahanan anti-Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi predator, yaitu prey dewasa menyerang predator dewasa. Fungsi respon predator Reposi dewasa terhadap prey muda menggunakan Holling tipe II, sedangkan terhadap Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposi prey dewasa menggunakan Monod-Haldane (Holling tipe IV). Sitas Brawijaya Repository UPada penelitian ini dilakukan pengembangan terhadap model predator-Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos prey Khajanchi (2017). Modifikasi dilakukan terhadap fungsi respon yang Repos digunakan, yaitu ratio-dependent. Fungsi respon ratio-dependent merupakan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi fungsi respon yang bergantung pada predator. Fungsi ini bergantung pada rasio Reposit jumlah populasi prey terhadap jumlah populasi predator. Selain fungsi respon, Repository Universitas Brawijaya Reposi dalam penelitian dipertimbangkan juga efek pertahanan anti-predator dan Repositor universitas Bravia and menarik, yaitu adanya pertolongan *predator* Reposi dewasa ketika predator muda diserang oleh prey. Situasi ini didasarkan pada Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi Elettreby dan El-Metwally (2007) yang telah memodelkan interaksi tiga populasi, Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi yaitu dua populasi prey yang saling menolong untuk melawan predator ketika Repositsalah satu dari mereka diserang predator. Oository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Selanjutnya dilakukan analisis dinamik pada model yang dibentuk dengan Reposit menentukan titik kesetimbangan beserta syarat eksistensinya, analisis kestabilan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi titik kesetimbangan, dan analisis bifurkasi Hopf pada salah satu titik Reposi kesetimbangan. Pada bagian akhir, dilakukan simulasi numerik untuk Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositmengilustrasikan dan memverifikasi hasil analisis ry Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposite 2/ Rumusan Masalah Wijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Rumusan masalah yang dibahas dalam tesis ini adalah sebagai berikut. Repository Reposit1. Bagaimana konstruksi model predator-prey stage structure yang dimodifikasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya dengan fungsi respon ratio-dependent, anti-predator, dan adanya Repository pertolongan dari predator dewasa? pository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 2. V Bagaimana titik kesetimbangan dan syarat eksistensi model tersebut? Repository 3. Bagaimana hasil analisis kestabilan lokal titik kesetimbangan model Repository tersebut3itas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Bagaimana hasil analisis terjadinya bifurkasi Hopf pada model tersebut? Repository Repository Reposit5.ry Bagaimana hasil simulasi numerik model tersebut? versitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposites Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Tujuan penulisan tesis ini adalah sebagai berikut. niversitas Brawijaya Repository Mengembangkan model predator-prey stage structure yang dimodifikasi Repository Universitas Brawijaya Repository dengan fungsis respon ratio-dependent, anti-predator, dan adanya pertolongan dari predator dewasa. Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Jniversitas Brawijaya Reposi 2. V Menentukan titik kesetimbangan dan syarat eksistensi titik kesetimbangan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 3. V Melakukan analisis kestabilan lokal titik kesetimbangan model tersebut. 2 Va Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.AC.ID





 4

Repository

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit4.19 Melakukan analisis terjadinya bifurkasi Hopf pada model tersebut.awijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 5. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik model tersebut. Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



Repository Universitas Brawijaya Bappsitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava, Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Tesis ini membahas model predator-prey stage structure dengan fungsi Reposi respon ratio-dependent, anti-predator, dan adanya pertolongan dari predator Repository Universitas Brawiaya Repository dewasa. Oleh sebab itu, pada bab ini diberikan teori-teori yang yang Reposi digunakan dalam pembahasan, yaitu sistem dinamik, analisis kestabilan, model pertumbuhan satu dimensi, model pertumbuhan predator-prey, fungsi respon, Repository Universitas Brawijaya Reposit Reposi dan model predator-prey dengan stage structure, untuk membantu memahami Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositpersoalan yang dibahas dalam penulisan tesis ini. y Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit2.1 Sistem Dinamik rawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Bray Repository Universitas Brawijava Sistem dinamik adalah suatu sistem yang terdiri dari sekumpulan Repository Repos kemungkinan kondisi yang dilengkapi dengan persyaratan untuk menentukan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposikondisi saat ini berdasarkan kondisi pada masa lalu (Alligood, 2000). rawijaya Repository Sistem dinamik terbagi atas dua jenis, yaitu sistem dinamik diskret dan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi sistem dinamik kontinu. Sistem dinamik diskret dinyatakan dalam bentuk Reposi persamaan beda, yaitu awija ya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $B\vec{x}_{t+1} = \vec{F}(\vec{x}_t), t \in \mathbb{Z} \lor t \in \mathbb{N}, \vec{x}_t \in \mathbb{R}^n$, versitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi sedangkan sistem dinamik kontinu dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Braverage t, $t \in \mathbb{R}, \tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawlfaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universi (Robinson, 2004) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.AC.ID



Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Pada penelitian ini,/ sistem yang dibahas merupakan sistem dinamik Repository Universitas Brawijaya Reposi 2.1.1 Sistem Autonomous ava Repository Universitas Brawijaya diferensial orde satu berdimensi n yang Repository Universitas Brawijava Suatu sistem persamaan Repository Universitas Brawijava Repositorbentukversitas Brawijaya Repository Universitas Brading $f_1(x_1, x_2 e_p x_n)$ tory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Br $\frac{dx_2}{dt}$ j= $F_2(x_1, x_2, e, p, x_n)$,tory Universitas Brawliava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya 🗄 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Br $\frac{dx_n}{dx_n}$ $j \ge r_n(x_1, x_2, x_2, x_n)$ tory Universitas Brawijaya Repository Universitas Bradijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos dengan fungsi F_i adalah fungsi kontinu yang tidak bergantung secara eksplisit Repositerhadap variabel bebas *t*, tetapi hanya bergantung pada variabel x_i , untuk i =Repos 1,2,...,n, disebut sistem autonomous. Sistem autonomous dibedakan menjadi Repository Universitas Braw epository Universit dua jenis, yaitu linear dan nonlinear. Sistem autonomous dikatakan linear jika F_i Reposito Reposi fungsi linear untuk setiap i dan dikatakan nonlinear jika Fi fungsi nonlinear Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositionimal untuk suaty Ferawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository (Boyce dan DiPrima, 2012) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Definisi 2.1 (Titik Kesetimbangan) Repository Universitas Brawijaya Repository Titik $\vec{x}^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ disebut titik kesetimbangan sistem *autonomous* Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposid (2.1) jika memenuhi $F_i(\vec{x}^*) = 0$, untuk setiap i = 1, 2, ..., n. Pada kondisi $\frac{dx_i}{dt} = 0$, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi untuk setiap i = 1, 2, ..., n, solusi sistem autonomous (2.1) bernilai konstan, yaitu Repositidak mengalami perubahan nilai seiring dengan peningkatan nilai t (Boyce dan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit**DiPrima, 2012)** itas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Untuk menentukan titik kesetimbangan yang melibatkan polinom berderajat Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi tiga tidak selalu mudah. Salah satu cara yang digunakan untuk menentukan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository









BRAWIJAYA

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi eksistensi titik kesetimbangan yang bernilai positif adalah dengan menggunakan Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi Metode Cardan, yang dijelaskan pada Lemma 2.2 berikut. Reposi Lemma 2.2 (Eksistensi Kepositifan Titik Kesetimbangan dengan Metode Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya RepositCardan iversitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Jika diberikan persamaan polinom berderajat tiga, yaitu sitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos maka dengan melakukan transformasi $z = x + \omega_1$ pada persamaan (2.2), Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $Bh(z) = z^3 + 3\rho_1 z + \rho_2 = 0$, ry Universitas Brawij (2,3) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositenganiversitas Brawijaya Repository Universitas Breveries and a second provide the second Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Akar-akar persamaan (2.3) dapat ditentukan berdasarkan kriteria berikut ini. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi (a) Jika $\rho_2 < 0$, maka persamaan (2.3) memiliki satu akar positif. Brawijaya Reposit (b) Jika $\rho_2 > 0$ dan $\rho_1 < 0$, maka Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository (b1) persamaan (2.3) memiliki dua akar positif kembar, jika Repository Universitas B_{1}^{2} Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository (b2) persamaan (2.3) memiliki dua akar positif berbeda, jika Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit(c) Jika $\rho_2 = 0$ dan $\rho_1 < 0$, maka persamaan (2.3) memiliki satu akar Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Positifersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Sementara itu, jika $\rho_2 > 0$, $\rho_1 > 0$ atau $\rho_2 > 0$, $\rho_1 = 0$ atau $\rho_1 < 0$, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos $\rho_2^2 + 4\rho_1^3 > 0$ atau $\rho_2 = 0$, $\rho_1 > 0$ atau $\rho_2 = 0$, $\rho_1 = 0$, maka persamaan (2.3) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya Reposi tidak memiliki akar positif. Dengan komputasi aljabar, apabila persamaan (2.3) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repositemeniliki dua akar positif, maka salah satunya adalah $z_1 = \frac{\sqrt[3]{Z^2} - 4\rho_1}{2\sqrt[3]{Z}}$, dengan Repository Universitas Brawijaya $Z = -4\rho_2 + 4\sqrt{4\rho_1^3 + \rho_2^2} \quad \text{dan} \quad \text{akar} \quad \text{lainnya} \quad z_2 = -\frac{z_1}{2} + \sqrt{\frac{z_1^3 + 4\rho_2}{2\sqrt{z_1}}}.$ Apabila Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\sqrt[3]{Z^2-4\rho_1}$ Repository U Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Definisi 2.3 (Kestabilan Titik Kesetimbangan) ry Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawija Repository Universitas Brawijaya Titik kesetimbangan \vec{x}^* sistem *autonomous* (2.1) bersifat Repository Reposite 1.1 stabil, jika $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi sistem Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository 🕅 (t) yang pada g = 0, memenuhi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\|\vec{x}(0) - \vec{x}^*\| < \delta$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository ada, $\forall t > 0$ dan memenuhi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijay \$\$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposition 2. V stabil asimtotik, jika \vec{x}^* stabil dan $\exists \delta_0 > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository solusi sistem $\vec{x}(t)$ yang memenuhi pository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\|\vec{x}(0) - \vec{x}^*\| \le \delta_0$, Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Indiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\lim_{t\to\infty} \vec{x}(t) = \vec{x}^*$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit3.ry tidak stabil, jika tidak memenuhi kriteria pertama. niversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository (Boyce dan DiPrima, 2012) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya











Repository Universitas Brawijaya Reposi 2.1,1.1 Sistem autonomous linear Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Perhatikan sistem autonomous linear ository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_1}{a_{11}x_1}$ Repository Universitas Brawijaya $a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n$, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Barawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $E_{dt}^2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n$ iversitas Braw (2.4) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\exists_{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2$ is it $a_{nn}x_n$ iversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository persamaan (2.4) dapat dinyatakan dalam bentuk Repository persamaan (2.4) dapat dinyatakan dalam bentuk Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawija – Repository Universitas Brawi(2.5) Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repose dengan $\vec{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ dan A merupakan matriks koefisien sistem persamaan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $Brain a_{21}$...Raindsitory Universitas Brawijaya a_{12} *a*₂₁ Repository Universitad Brawija a Repository Universitas Branijana ···Randsitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Penentuan tipe kestabilan titik kesetimbangan pada sistem autonomous Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi linear bergantung pada nilai eigen atau akar persamaan karakteristik matriks A. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository (Boyce dan DiPrima, 2012) Repository Universitas Brawijaya RepositTeorema 2.4 (Kestabilan Sistem Autonomous Linear) versitas Brawijaya Titik kesetimbangan (0,0,...,0) sistem (2.5) bersifat: Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposi (i) ry stabil asimtotik, jika $Re(\lambda_i) < 0, \forall i = 1,2, ..., n$, Universitas Brawijaya (ii) stabil, jika $Re(\lambda_i) < 0, \forall i = 1, 2, ..., m$ dan $Re(\lambda_i) < 0, i = m + 1, ..., n$, Repository dengan m < n, Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos(iii) tidak stabil, jika kriteria (i) dan (ii) tidak terpenuhi. Repository Universitas Brawijaya Repositor (Mattheij dan Molenaar, 2002) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

10

Repository Universitas Brawijaya











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repositente autonomous nonlinearepository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Pandang sistem autonomous nonlinear dengan n persamaan berikut. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\frac{dx_i}{dx_i} = F_i(x_1, x_2, ..., x_n)$ (x_n) ; p=1; to; n. Universitas Brawij (2.6) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Misalkan F_i adalah fungsi nonlinear yang mempunyai turunan parsial yang Reposi kontinu di titik kesetimbangan $\vec{x}^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$. Deret Taylor fungsi F_i di Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositsekitar xi adalahas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawija $\frac{n}{\partial F_i}$ Repository Universitas Brawijaya $\frac{v_i(x, j)}{\partial x_j} (x_{j}) = i x_j^* + v_i(\vec{x})$ versitas Brawi(2.7) Repository Universitas Brawijaya Repository Univer $F_i(\vec{x}) = F_i(\vec{x}^*) + 2 F_i(\vec{x})$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan $v_i(\vec{x})$ merupakan suku sisa, untuk i = 1, 2, ..., n. Suku sisa pada hampiran Repository Universitas Brawijaya orde satu memenuhi sifat Repository Universitas Brawijaya Reposi untuk i = 1, 2, ..., n dan $\vec{w} = (x_1 - x_1^*, x_2 - x_2^*, ..., x_n - x_n^*)^T$ versitas Brawijaya Repository Berdasarkan^S Brpersamaan (2.7) dan mengingat bahwa Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repose $\frac{dx_i}{dt} = \frac{d(x_i - x_i^*)}{dt}$, serta $F_i(\vec{x}^*) = 0$, untuk i = 1, 2, ..., n, maka sistem (2.6) dapat ditulis Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositsebaganiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\int \partial F_1(\vec{x}^*) \nabla i \partial F_1(\vec{x}^*)$ Repartment Universitas Brawijaya Repository Urx1 erx1 as Eax1 wijaax2 Repaxni $[x_1 \cup x_1^*] \in [v_1(\vec{x})]$ Brawijaya $\mathbb{R} \left[\frac{\partial F_2(\vec{x^*})}{\partial x_n} \right] \left[x_2 - x_2^* \right] \left[\frac{1}{2} \left[v_2(\vec{x}) \right] \right]$ Braw(2.8) Repository dinxerxalas $\partial F_2(\vec{x^*}) = \partial F_2(\vec{x^*})$ Repository $\begin{bmatrix} x_2 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n - x_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-x_2 - x_1}{\partial x_1} & \frac{-x_2 - x_1}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n(x^*)}{\partial x_2} \end{bmatrix}$ Reposit $\begin{array}{c} \partial x_n \\ \partial x_n \\$ Repository Universitas Bawijaaxa Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Secara ringkas persamaan (2.8) dapat dinyatakan sebagai ersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijawa Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

11











Repository Universitas Brawijaya

12 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repositendaniversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository $\mathsf{Repositor}_{\left[\partial F_1(\vec{x^*}) \cap \partial F_1(\vec{x^*}) \right]} \mathsf{Bra}_{\partial F_1(\vec{x^*})}$ $\partial x_1 \vee \partial x_2 \otimes B \otimes \partial x_n$ Repository Repository Universitas Brawijaya Repository $\frac{\partial F_2(\vec{x^*})}{\partial \vec{x^*}} = \frac{\partial F_2(\vec{x^*})}{\partial \vec{x^*}} \quad \dots \quad \frac{\partial F_2(\vec{x^*})}{\partial \vec{x^*}}$ disebut matriks Jacobi. Repositp<u>r</u>y Repository Repository Universitas Brawia Repository Universitas Brawijaya Repository Repositor $\frac{\partial F_n(\vec{x^*})}{\partial F_n(\vec{x^*})} = \frac{\partial F_n(\vec{x^*})}{\partial F_n(\vec{x^*})}$ Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Utiversitas Brawinaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Jika \vec{x} berada dekat dengan \vec{x}^* maka \vec{v} bernilai kecil, sehingga $\|\vec{v}\| \leq \|\vec{w}\|$. Repository Reposione Oleh karena itu, \vec{v} dapat diabaikan dan sistem nonlinear (2.6) dapat dihampiri Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repositoleh sistem linearas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijawa Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijate Jakepository Universitas Brawijate Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Jika $\vec{x} = \vec{x}^*$, diperoleh $(w_1^*, ..., w_n^*) = (0, ..., 0)$, sehingga titik kesetimbangan Repository Repository Repose sistem (2.10) adalah $(w_1^*, ..., w_n^*) = (0, ..., 0)$. Proses menghampiri persamaan Repository Repositor, Universitas Brawijaya Repositor Universitas Brawijaya Repositor (2.6) dengan sistem (2.10) dinamakan proses linearisasi. Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository (Boyce dan DiPrima, 2012) Repository Repository Universitas Brawilava Repository Universitas Brawijaya Repository Reposit Teorema 2.5 (Kestabilan Autonomous Nonlinear) Universitas Brawijaya Repository Repository Repository Titik kesetimbangan sistem autonomous nonlinear bersifat as Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Repository Universitas Brawijaya Reposi 1. stabil asimtotik, jika titik kesetimbangan sistem hasil linearisasi (2.10) stabil Repository Repository Usintoticitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi 2. v tidak stabil, jika titik kesetimbangan sistem hasil linearisasi (2.10) tidak Repository Repository Liniversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Ur(Finizio dan Ladas, 1982) Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposited a Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz Ository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Jika suatu sistem linear mempunyai persamaan karakteristik berbentuk ava Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universit $\lambda^n + \varphi_1 \lambda^{n-1} + \alpha + \varphi_n = 0$, Universitas Brav(2.11) Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya

REPOSITORY.UB.AC.ID

BRAWIJAY

REPOSITORY.UB. AC.ID

BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.ACID











-	2 8 1 1 1 Ph 1	13	
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Reposition	gan $\varphi_n \neq 0$, maka kestabilan	titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	ggunakan kniena Rouin-Hurv	wiz, seperti yang dinyatakan dalam reorema	Rep
Reposit <u>e</u> r	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Reposit By	rema 26 rsitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Pandang matriks berorde k	$\times k$. D_{ν} sebagai berikut	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Bravila 91	$\varphi_3 = \rho_2 = \left[\frac{\varphi_1}{1} \right] \left[\frac{\varphi_3}{\varphi_2} \right] \left[\frac{\varphi_5}{\varphi_4} \right]$ rsitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	φ_2 epostory φ_1 n φ_3 rsitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universita ${}_{1}^{\varphi_{1}}B_{\varphi_{2}}^{\varphi_{3}}W_{\varphi_{4}}^{\varphi_{5}}$ ya.	Reponsitory Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas0Brø1wiø3ya	Repaisibry Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas ⁰ Brawigaya	Regretory Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	gan $\varphi_j = 0$, $j > n$ dan φ_j koef	isien polinom pada persamaan (2.11). Matriks	Rep
Repository	elaniutnya disebut sebagai n	natriks Routh-Hurwitz lika ID.I > 0.∀k maka	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Reposititik/	kesetimbangan sistem tersebu	t bersifat stabil y Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawilava	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas $B^{\lambda}_{a} + \varphi_{1}^{\lambda}_{a}^{2}$	$\varphi_2 \lambda + \varphi_3 = 0$, Universitas Braw (2.12)	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
RepositAkar	-akar persamaan (2.12) memi	liki bagian real negatif jika dan hanya jika aya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	$ D_2 = \varphi_1 \ \varphi_3 = \varphi_1 \varphi_2 - \varphi_3$	> Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Univergita@3B95wijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	$ D_3 = \begin{vmatrix} 1 & \varphi_2 & \varphi_4 \end{vmatrix} = \varphi_1 \varphi_2$	$\varphi_3 = \varphi_3^2 > 0$, sehingga $\varphi_3 > 0$ as Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawilava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Ren
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava	Rep
Repository	Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijaya	Ren
h		contract and an and a second and a lot of the	ju

....

ository ository













Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposit2.1,3 Bifurkasi HopfBrawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Repository Misalkan it diberikan suatu sistem autonomous nonlinear sebagai Repository Repositorikut Iniversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawij $\frac{dr}{dt} \neq \vec{F}(\vec{x},\vec{b})$ pository Universitas Braw(213) Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi dengan $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ adalah variabel dan $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$ adalah parameter. Bifurkasi adalah Repository Repos perubahan sifat solusi sistem (2.13) karena perubahan nilai parameter. Nilai Repository Repository Repository Universitas Brawijava lepository Universitas Brawijaya Reposi parameter yang menyebabkan terjadinya perubahan sifat solusi sistem dinamik Repository Reposit disebut nilai bifurkasi. Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Salah satu jenis bifurkasi adalah bifurkasi Hopf, yaitu berubahnya jenis Repository Repos kestabilan suatu titik kesetimbangan (2.13) dikarenakan munculnya sepasang Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Reposi nilai eigen bernilai imaginer murni. Repository Repository Universitas Brawila Repository Universitas Brawijaya Repository (Kuznetsov, 1998) Repository Universitation Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repositreorema 2.7 rsitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Misalkan diberikan sistem autonomous nonlinear 3 dimensi dengan Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi parameter bifurkasi b yaituvi ja ya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya $F_1(x_1, x_2, x_3, b)$ tory Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Bradzi $\mathbb{E}_{F_2(x_1, x_2, x_3, b)}$ tory Universitas Bradzi (2) (14) Repository Repository Universitas Bradijava Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Bradzijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Bradzijava Repository Universitas Bradzijava Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposited dengan $b \in \mathbb{R}$. Misalkan matriks Jacobi di suatu titik kesetimbangan sistem (2.14) Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi mempunyai persamaan karakteristik Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas $B_{\lambda}^{3} + \dot{\varphi}_{1}^{2} + \varphi_{2}^{3} + \varphi_{3}^{2} = 0$ Universitas Brawi(2.15) Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya



REPOSITORY.UB.AC.ID

REPOSITORY.UB.AC.ID

UNIVERSITAS

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Reposi Bifurkasi Hopf subcritical terjadi ketika limit cycle yang tidak stabil menghilang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos setelah parameter bifurkasi b melampaui suatu nilai bifurkasi b_{cr} . Struktur Reposi perubahan kestabilan di sekitar $b = b_{cr}$ ditunjukkan pada Gambar 2.2. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Univers(Kuznetsov, 1998) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposite 2.2 Model Pertumbuhan Satu Populasiository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Malthus pertama kali memperkenalkan model Repository Pada tahun 1798, Reposi pertumbuhan satu populasi dikenal dengan model eksponensial. Model Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi eksponensial merupakan model pertumbuhan yang sangat sederhana, yang Repositdituliskan sebagai S Brawijaya Repository Universitas Brawijaya dR=*p*№sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposi dengan N(t) menyatakan kepadatan populasi setiap saat dan r konstanta positif Reposityang menyatakan laju pertumbuhan populasi. Model ini menggambarkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi perkembangbiakan populasi yang tumbuh secara eksponensial tanpa batas. Repository Pada kenyataannya, pertumbuhan secara eksponensial hanya akan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposidialami dalam waktu singkat. Kemudian, pada tahun 1838 Verhults Reposit mempertimbangkan bahwa proses self-limiting harus terjadi ketika populasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositerlalu besar. Model yang diusukan adalah ository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawänya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawary (Rep)sitory Universitas Braw(21)6) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan r dan k adalah konstanta positif. Model (2.16) disebut model logistik, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan r laju pertumbuhan intrinsik dan k menyatakan daya dukung lingkungan Repository Universitas Brawijaya Repository Oniversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universita (Murray, 2002) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

16



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

17 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 2.3/ Model Predator-Prey ava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposit2.3.1 Model Predator-Prey Lotka-Volterra sitory Universitas Brawijaya Repository Pada tahun 1925 dan 1926, Lotka dan Volterra, secara berturut-turut Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi memperkenalkan suatu model predator-prey yang masih sederhana. Model ini, Reposit menggambarkan predasi suatu spesies oleh spesies lain. Jika N(t) menyatakan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos kepadatan populasi prey dan P(t) menyatakan kepadatan populasi predator pada saat t, maka model Lokta-Volterra dinyatakan sebagai Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Braw AN a Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawlaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawdaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawdaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan a, b, d, dan e adalah kontanta positif. Tanpa adanya predasi, populasi Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposiprey tumbuh secara eksponensial yang dinyatakan oleh suku aN. Pengurangan Reposi laju pertumbuhan populasi prey per kapita hanya disebabkan oleh predasi yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dinyatakan oleh suku - bNP. Ketiadaan populasi prey untuk dikonsumsi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository alami dengan laju - e Reposi Pertumbuhan predator sebagai hasil predasi terhadap prey dinyatakan oleh suku Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universita (Murray, 2002) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya 2.3.2 Fungsi Respon Ratio-Dependent Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Pada model Lotka-Volterra, R sukus *bNP* pada persamaan (2.17) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava menunjukkan interaksi antara prey dan predator. Parameter b menyatakan Repositingkat predator menangkap prey. Tingkat predasi predator terhadap prey di Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi sebut fungsi respon, sehingga fungsi respon berkaitan erat dengan peningkatan Reposi populasi predator atau pengurangan populasi prey saat saling berinteraksi. Suku Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi bNP disebut juga fungsi respon Holling tipe I (Ruan dan Xiao, 2001). Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY, UB. AC. ID



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya

18 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Bentuk umum model predator-prey dengan fungsi respon adalah sebagai Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit^{berikut}niversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\underline{PdN} = g(N)N$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Bapwijaya Repository Universitas $B_{\overline{dt}} \overline{w} f_{\overline{t}} (N_a^{P)P} \overline{Repository}$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Pada persamaan (2.18), g(N) menyatakan fungsi laju pertumbuhan populasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi prey, f(N, P) menyatakan fungsi respon, dan parameter c menyatakan koefisien Reposi konversi atau peningkatan reproduksi predator akibat predasi (Akcakaya, dkk., Repository Repository Universitas Brawijaya Reposit**1995).** Iniversitas Brawijaya Pada tahun 1913, Michaelis dan Menten memperkenalkan sebuah fungsi Repository Universitas Repository Repository Universitas Brawijaya Repositrespon, yaitursitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya NH9pository Universitas Brawi(219) Repository Universitas Brawl (4) a Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawilava epository Universitas Brawijava dengan g dan ψ adalah parameter positif yang masing-masing menyatakan laju Reposi pertumbuhan maksimal predator dan konstanta saturasi. Pada tahun 1959, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Holling juga menggunakan fungsi respon ini sebagai salah satu fungsi respon Reposi predator, yang sekarang disebut sebagai fungsi Michaelis-Menten atau fungsi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit Holling tipe II. Fungsi (2.19) dapat ditulis sebagai ry Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas BrgNijaya Repository Universita $\frac{f(N)}{\psi(1+(N/\psi))}$ (g/\u03c6)Nsitory bNiversitas Brawijaya $1 + (1/\psi)N = 1 + \phi N$ ersitas Braw (2.20) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposidengan $b = g\phi \operatorname{dan} \phi = (1/\psi)$. Repository Universitas Brawijaya Repository Fungsi respon dalam bentuk f(N,P) = f(N), yaitu fungsi respon yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi hanya bergantung pada kepadatan prey, telah banyak digunakan sebagai laju Reposi predasi predator terhadap prey. Arditi dan Ginzburg menyatakan bahwa fungsi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi respon seharusnya tidak hanya bergantung pada kepadatan prey, melainkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi bergantung pula pada kepadatan predator. Hal ini terjadi ketika predator harus Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposimencari prey, maka akan ada persaingan antar predator untuk mendapatkan Reposi prey. Berdasarkan fungsi respon Holling tipe II (2.20), Arditi dan Ginzburg Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repositmengusulkan sebuah fungsi respon dengan bentuk, Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawij b(N/P) Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava 1+ $\phi(N/P) = \frac{b(N/P)}{P + \phi N}$, Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi yang dikenal sebagai fungsi respon ratio-dependent. Fungsi respon ratio-Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi dependent (2.21) diperoleh dengan mensubstitusikan perbandingan prey dan Reposit predator (N/P) untuk menggantikan kepadatan populasi prey (N). Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Univ(Xiao dan Ruan, 2001) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 2.3.3 Model Predator-Prey dengan Stage Structure niversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Dalam beberapa dekade terakhir, model predator-prey dengan stage Reposit structure telah banyak mendapat perhatian dari para peneliti. Model ini membagi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos satu populasi menjadi dua subpopulasi, yaitu muda dan dewasa. Beberapa Reposi peneliti telah memodelkan model predator-prey dengan stage structure yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi terdiri dari tiga persamaan diferensial biasa nonlinear. Iniversitas Brawijaya Repository Dalam penelitian sebelumnya, Georgercu dan Hsieh (2007) memodelkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi model stage structure untuk populasi predator. Interaksi ini terjadi antara populasi prey (x(t)), predator muda ($y_1(t)$), dan predator dewasa $(y_2(t))$. Model yang Repositdiusulkan adalahas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositor, Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitates Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya $(\alpha + \delta_1)y_1(t)$, Universitas Brawijava Repository Universit $dy_1 P_1 cbx(t)y_2(t)$ Repository Universitas Braw(2.22) Repository Universitadt Brattiex(t) Repository Universitacy Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitate $a_{dt} \overline{b_1} \alpha y_1(t) \overline{y_2} \delta_2 y_2(t)$ pository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya











19

Repository

20 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi dengan semua parameter $r, k_1, \alpha, \phi, b, c, \delta_1$, dan δ_2 bernilai positif. Diasumsikan Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi bahwa hanya predator dewasa yang menyerang prey dan memiliki kemampuan Reposit reproduksi. Populasi prey tumbuh secara logistik tanpa adanya populasi predator Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposidengan tingkat pertumbuhan intrinsik r dan carrying capacity r/k_1 . Parameter b, c, dan ϕ memiliki interpretasi yang sama seperti disebutkan sebelumnya. Akan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi tetapi, parameter ϕ dapat juga menggambarkan waktu penanganan prey. Konstanta δ_1 dan δ_2 mewakili tingkat kematian *predator* muda dan dewasa, Reposi dan α menunjukkan laju transisi dari predator muda menjadi predator dewasa. Va Repository Universitas Brawilay Repository Universitas Brawija Khajanchi (2014) mengkaji ulang model (2.22) dengan memodifikasi Repository Repositfungsi responsible tersebut menjadi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositor, Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava $\frac{dx}{dx}$ $\frac{1}{1+\phi_x(t)+\gamma y_2(t)}$, versitas Brawijaya Repository Univer $\frac{dt}{dt} = x^{k}(t) \left(1 + \frac{dt}{dt} + \frac{dt}{dt} \right)$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\frac{dy_1}{dt} = \frac{B cbx(t)y_2(t)}{1 + \phi x(t) + \gamma y_2(t)} - (\alpha + \delta_1)y_1(t),$ (2.23) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawija dengan γ adalah parameter positif yang menggambarkan persaingan antara Repos predator untuk memperebutkan prey. Pada model ini diasumsikan bahwa Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi populasi prey tumbuh secara logistik dengan tingkat pertumbuhan intrinsik r dan Reposit carrying capacity k, dengan r dan k bernilai positif. Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Sementara itu, model (2.23) predator-prey dengan stage structure untuk Reposi populasi predator yang dengan fungsi respon Beddington-DeAngelis dimodifikasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan fungsi respon Monod-Haldane (Khajanchi, 2017) menjadi S Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Baawijaya $P_{x(t)}$ sibx(t)y₂(t)versitas Brawijaya Repository Universitas $B\overline{dt} \overline{W} | \overline{dY} |$ R_{k} $\psi = \psi + \phi x^{2}(t)$ ersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $E\frac{dy_1}{dt} = \frac{cbx(t)y_2(t)}{dt} + (\alpha + \delta_1)y_1(t)$, iversitas Brawijaya Repository Universitas Brawij $\psi + \phi x^2$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya











21 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Bdywijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $B \overline{dt} = \alpha \dot{y}_1(t)$ Secondary Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Fungsi respon Monod-Haldane menggambarkan laju predasi oleh predator yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos menurun karena meningkatnya kemampuan prey untuk mempertahankan diri Reposi dengan lebih baik. Jika jumlah populasi prey cukup besar mengakibatkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi berkurangnya kemampuan oleh predator untuk menangkap preyas Brawijaya Repository Panja, dkk. (2017) memodelkan model predator-prey stage structure untuk Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi populasi prey, dengan menambahkan efek pertahanan yaitu anti-predator. Dalam model ini diasumsikan mekanisme pertahanan anti-predator hanya dilakukan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi oleh prey dewasa, karena prey dewasa memiliki pertahanan yang lebih kuat daripada prey muda. Fungsi respon untuk predasi oleh predator terhadap prey Repository kepository Reposi muda dan prey dewasa diasumsikan mengikuti fungsi respon Holling tipe IV Universitas Brawijava Repository Universitas Brawila Repository dengan dasar fungsi respon ratio-dependent. Model yang diusulkan adalah Repositor Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\frac{dx_1}{dt} = r_1 x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{k} \right) - \alpha_1 x_1(t)$ Repos $b_1 x_1(t) y^2(t)$ ersitas Brawijaya $y^{2}(t) + \gamma_{1}x_{1}(t)y(t) + \phi_{1}x_{1}^{2}(t)$ 'Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $b_2x_2(t)y^2(t)$ Repository Universitas Brawijaya Repose $\frac{dx_2}{dt} = \alpha_1 x_1(t) - d_1 x_1(t) - \frac{2}{y^2(t) + \gamma_2 x_2(t)y(t) + \phi_2 x_2^2(t)}$ aiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya niversitas Brawijaya Repositdy University $U_1 = b_1 x_1(t) y^2(t)$ jaya Repo $c_2b_2x_2(t)y^2(t)$ rsitas Brawijava Repose $dt \sqrt{y^2(t)} + \gamma_1 x_1(t) y(t) + \phi_1 x_1^2(t)$ $y^{2}(t) + \gamma_{2}x_{2}(t)y(t) + \phi_{2}x_{2}^{2}(t)$ Brawiaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $-d_2y(t) - \eta x_2(t)y(t)$, wijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan semua parameter r_1 , k, α_1 , γ_1 , γ_2 , ϕ_1 , ϕ_2 , b_1 , b_2 , c_1 , c_2 , d_1 , dan d_2 bernilai positif. Populasi prey muda tumbuh secara logistik tanpa adanya populasi Repositor Reposi predator dengan tingkat pertumbuhan intrinsik r_1 dan carrying capacity k. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Parameter $b_{1,2}, c_{1,2}, \phi_{1,2}$, dan $\gamma_{1,2}$ masing-masing memiliki interpretasi yang sama Reposi seperti $b, c, \phi, dan \gamma$ disebutkan sebelumnya. Konstanta d_1 dan d_2 mewakili Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos tingkat kematian prey dewasa dan predator, dan a_1 menunjukkan laju transisi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY, UB. AC. ID



REPOSITORY.UB.ACID











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi dari prey muda menjadi prey dewasa. Parameter η adalah tingkat perilaku anti-Repository Universitas Brawijaya Reposit predator oleh prey dewasa ke predator epository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya BAB Disitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Dalam bab ini dibahas konstruksi model predator-prey dengan stage Repos structure pada predator yang terdiri dari populasi prey, predator muda, dan Reposit predator dewasa. Kemudian dilakukan analisis dinamik meliputi penentuan titik Reposi kesetimbangan dan menganalisis jenis kestabilannya. Pada bagian akhir Repository Universitas Brawilava Repository Universitas Brawijay dilakukan beberapa simulasi numerik untuk mendukung hasil analisis yang telah Repositaiperolehiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Konstruksi Model Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposi 3.1.1 Pertumbuhan populasi prey Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawilava Kepadatan populasi prey setiap saat dinyatakan dengan x. Populasi prey Repository Reposi diasumsikan tumbuh secara logistik tanpa adanya predator dengan laju Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repose pertumbuhan intrinsik r dan carrying capacity k. Jumlah populasi prey berkurang Reposi karena adanya pemangsaan oleh predator dewasa (y_2) dengan koefisien Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi pemangsaan sebesar b dan ϕ yang merupakan konstanta yang berkaitan Reposi dengan saturasi. Dengan demikian laju pertumbuhan populasi prey dapat Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositdinyatakan sebagai, Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitat Brawij $ya_{x(t)} ep_{bx(t)y_2(t)}$ Iniversitas Brawija (3.1) Repository Universit $\frac{dx}{dt} = rx(t) \left(\frac{1}{4} \sqrt{a} \frac{x(t)}{k} \right)$ $\frac{1}{9} = \frac{1}{y_2(t) + \phi_x(t)}$ iversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositan 2 Pertumbuhan populasi predatore pository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawilava Repository Terdapat dua jenis predator dalam model predator-prey dengan stage Reposi structure pada predator, yaitu predator muda dan predator dewasa. Kepadatan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi populasi predator muda setiap saat dinyatakan dengan y1 dan untuk predator Reposi dewasa setiap saat dinyatakan dengan y_2 . Populasi predator dapat bertahan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository Repository Repository

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi hidup dengan melakukan pemangsaan. Diasumsikan bahwa hanya predator Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Reposi dewasa yang menyerang prey dan memiliki kemampuan reproduksi. Oleh karena Repositiu, populasi predator akan bertambah setelah melakukan pemangsaan terhadap Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawilaya Repos prey dengan koefisien pemangsaan sebesar c. Tingkat konsumsi predator Reposi dewasa mengikuti fungsi respon ratio-dependent. Laju transisi dari individu Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos predator muda menjadi individu predator dewasa sebanding dengan jumlah Reposi populasi predator muda setiap saat dengan koefisien α . Jumlah populasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi predator muda dapat berkurang karena adanya kematian alami dengan laju δ_1 dan efek pertahanan anti-predator terhadap predator muda oleh prey dengan laju Repository Repos n. Oleh karena adanya efek pertahanan anti-predator, predator dewasa menolong predator muda ketika diserang oleh prey dengan laju σ . Dengan Repository Universitas Brawija Repos Reposi demikian laju pertumbuhan populasi predator muda dapat dinyatakan sebagai Va Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository $\frac{dy_1}{dt} = \frac{cbx(t)y_2(t)}{y_2(t) + \phi x(t)} - (\alpha + \delta_1)$ Repository Universitas Brawijaya $-(\alpha + \delta_1)y_1(t) - (\eta - \sigma y_2(t))x(t)y_1(t)$. Braw (3.2) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Laju pertumbuhan predator dewasa bergantung pada transformasi predator Reposi muda menjadi predator dewasa yang dinyatakan dengan koefisien a. Jumlah Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos populasi predator dewasa dapat berkurang karena adanya kematian alami Reposi predator dewasa dengan laju sebesar δ_2 . Dengan demikian laju pertumbuhan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi populasi predator dewasa dapat dinyatakan sebagai Universitas Brawijaya Repository Universitas Bradija $y_1(t) = \delta_2 y_2(t)$ ory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 3.1.3 Model predator-prey stage structure dengan fungsi respon ratio-Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository dependent, anti-predator, dan pertolongan dari predator dewasa Repository Berdasarkan persamaan (3.1), (3.2), dan (3.3), diperoleh sistem yang Repository Universitas Brawijaya Reposi menyatakan model predator-prey dengan stage structure pada predator, yaitu va Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



REPOSITORY.UB.AC.ID







24

Repository

Repository











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository dx iversitors $B_{x(t)}\gamma_{ij}a_{bx(t)}y_{2}(t)$ ository Universitas Brawijaya Repository $\left|\frac{dx}{dt} = rx(t) \left(1 - \frac{x(t)}{bk}\right) - \frac{bx(t)y_2(t)}{y_2(t) + \phi x(t)}$ sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\frac{dy_1}{dt} = \frac{cbx(t)y_2(t)}{cbx(t)y_1(t)} - (\alpha + \delta_1)y_1(t) - (\eta - \sigma y_2(t))x(t)y_1(t)$, Brawijaya Repository $\int dt y_2(t) + \phi x(t) w y_2(t)$ Repository Universitas Brawi & a Repository Upiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\frac{dy_2}{dt} = \alpha y_1(t) - \delta_2 y_2(t)$, ava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposidengan syarat awal $x(0) \ge 0$, $y_1(0) \ge 0$, $y_2(0) > 0$. Diasumsikan semua Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi parameter $r, k, b, c, \phi, a, \delta_1, \delta_2, \eta$, dan σ bernilai positif. Versitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 3.2/ Titik Kesetimbangan Model Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Titik kesetimbangan sistem persamaan (3.4) diperoleh jika Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\frac{dy_1}{dy_2} = \frac{dy_2}{dy_2} = 0$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijadva_ dRepesitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijada Repositon, Universitas Brawijaya Repository University $(1 = \frac{x}{k}) + \frac{bxy_2}{y_2 + \phi}$ ₽0:pository Universitas Braw(3:5a)a Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universites Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository University $\alpha y_1 - \delta_2 y_2 = 0$. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit Dari persamaan (3.5a) diperoleh Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya = Repository Universitas Brav(3,6a)a Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Bravijaka Repository Universitas Bravijaka by2posiory Universitas Brav(3.6b)a y₂Reprository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Sementara itu, dari persamaan (3.5c) diperoleh ory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

25

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\frac{\delta_2 y_2}{R}$ pository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijava Repository (3.5b), (3.6a), dan (3.7) menghasilkan nilai Reposi Kasus 1. Kombinasi persamaan Repository Repository Repose $x = 0, y_1 = 0$, dan $y_2 = 0$ yang bertentangan dengan $y_2 + \phi x \neq 0$. Kombinasi ini Repository Repository Universitas Brawi tidak menghasilkan titik kesetimbangan. Repository Repository epository Universitas Brawijaya Repository Repos Kasus 2. Pada kasus ini ditinjau kombinasi (3.5b), (3.6b), dan (3.7). Substitusi Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi persamaan (3.7) ke persamaan (3.5b) menghasilkan Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universicbxy2raviava $\left(\frac{\delta_2 y_2}{\sigma}\right) - (\eta - \sigma y_2) x \left(\frac{\delta_2 y_2}{\sigma}\right) = 0, \text{ Brawijaya}$ Repository Repository Unigersitas Brawijaya Repository Universyzets Prawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Reposityang ekuivalen dengan awijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Reposi Dari persamaan tersebut diperoleh Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository atalepository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository University Brack Brack $\delta_1 = \frac{\delta_2}{\alpha}$ $-(\eta - \sigma y_2)x\left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) = 0.$ (3.8b) Repository Repository Univer $y_2 \pm \phi x_3$ rawing $a \lambda \alpha$ Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya **Kasus 2a.** Kombinasi dari (3.6b), (3.7), dan (3.8a) menghasilkan x = k, sehingga Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi diperoleh titik kesetimbangan $E_1 = (k, 0, 0)$ yang menyatakan kepunahan populasi Repository Reposi predator muda dan dewasa. aya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repos Kasus 2b. Kombinasi dari (3.6b), (3.7), dan (3.8b) menghasilkan titik Repository kesetimbangan $E_2 = (x^*, y_1^*, y_2^*)$, dengan $y_1^* = \frac{d_2 y_2^*}{\alpha}$, $y_2^* = x^* r \phi \left(\frac{k - x^*}{bk - rk + rx^*} \right)$, dan Repository Repository Repositor x^* diperoleh dari persamaan Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.AC.ID



26

Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas R*3aµ3jua x*2 +	$-\frac{1}{3\omega_2 x} + \frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{2} $
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository $(\delta_2 k \phi \eta - c \alpha r - \sigma \delta_2 k^2 \phi^2)$	Repository Universitas Brawijaya
Repository Univer3ø62kø3rawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositor $\omega_{2} = \frac{(2car^{2} + a\delta_{2}r\phi + \delta_{1}\delta_{2}r\phi + b\delta_{2}r\phi + b\delta_{2}$	$\delta_2 k \phi \eta - 2 c \alpha r b - \delta_2 r k \phi \eta$ sitas Brawijaya
Repository Universitas Brawij3σδ₂rφ	² Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
$\operatorname{Repository}_{\omega_2} = (2carbk + ab\delta_2 k\phi + b\delta_1 \delta_2 k\phi$	$-c\alpha b^{2}k - c\alpha r^{2}k - \alpha \delta_{2}rk\phi - \delta_{1}\delta_{2}rk\phi)$
Repository Universitas Brawijaya	σδ ₂ rφ ² ository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposi Kemudian, dengan menerapkan tra	nsformasi $z = x^* + \omega_1$ pada persamaan (3.9)
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositorperolen persamaan Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Bravzija)3p1z	$r + \rho_2 = 0$, itory Universitas Braw(3.10)
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposi $\rho_1 = \omega_2 - \omega_1^2$, dan $\rho_2 = \omega_3 - 3\omega_1\omega_2$	$\omega_2 + 2\omega_1^3$. Oleh karena $x^* = z - \omega_1, x^* < 0$
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositive z < 0, hiaka pada kasus jui h	anya dipertimbangkan ketika z > 0. awijaya
Berdasarkan Lemma (2.2), r	metode Cardan menjamin nilai akar untuk
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositipersamaan (5.10) bernitai positii jika	Recedultory Universitas Brawijaya
(a) Jika $ ho_2 < 0$, maka persamaan	(3.10) memiliki satu akar positif.
Repusitory Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Performing the provide the provided pr	Repusitory Universitas Brawijaya
(b1) persamaan (3.10) m	emiliki dua akar positif kembar, jika
Repository Universitas Bravijaya	Repository Universitas Drawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
(b2) persamaan (3.10) me	emiliki dua akar positif berbeda, jika
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Represented to the provided HTML provided H	persamaan (3.10) memiliki satu akar positif.
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Titik kesetimbangan $E_2 = (x^*,$	y_1^*, y_2^*) eksis jika $x^* > 0, y_1^* > 0,$ dan $y_2^* > 0.$
Reposi Oleh karena itu, titik kesetimbang	an E_2 eksis jika $0 < \frac{rk - bk}{r} < x^* < k$ atau
Repository Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava
Repository Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava
Repository Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava
Repository Universitas Brawijava	Repository Universitas Brawijava
Repository Universites Brawijava	Repository Universitas Brawijava
Nepository oniversitas prawijaya	repository ormorolide prompaya

BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.AC.ID

BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.ACID

UNIVERSITAS

BR/

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposition $0 < k < x^* < \frac{rk-bk}{r}$. Titik kesetimbangan $E_2 = (x^*, y_1^*, y_2^*)$ dapat diartikan bahwa Repositsemua populasi dapat hidup berdampingan sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposita: Vestabilan Titik Kesetimbanganepository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Model predator-prey dengan stage structure pada predator merupakan Repository Repository Universitas Brawijaya

REPOSITORY.UB.AC.ID

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.AC.ID

BRAWIJA RAWIJ

REPOSITORY.UB.ACID

UNIVERSITAS

BR/

Reposi sistem persamaan diferensial biasa nonlinear, sehingga untuk menentukan Repository Universitas Brawijaya Repos kestabilan titik kesetimbangan dilakukan proses linearisasi. Dari hasil proses Reposi linearisasi sistem persamaan (3.4) diperoleh matriks Jacobi Isitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository University Brawijaya Repository $\overline{\bigcup_{(y_2+\phi_x)^2}}$ is Braw (3.11) Repository University Brawijaya Reposi $\frac{cby_2}{(y_2+\phi x)^2} + (\eta - \sigma y_2)y_1 = -(\alpha + \delta_1) - (\eta - \sigma y_2)x_1 \frac{cb\phi x}{(y_2+\phi x)^2} + \sigma x y_1$ is Brawijaya Repositbry Universitas Brawijaya αRepository Uniδersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Matriks Jacobi di titik kesetimbangan E1 adalah Universitas Brawijaya Repository Uni $\frac{cb}{\phi}$ rsitas Brawijaya Repository Uni $\frac{cb}{\phi}$ rsitas Brawijaya Repository Universitas Bracei)arya Repository Universitas Brawijaya Reposi dengan persamaan karakteristika Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitab Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $U(-r-\lambda)\left(\lambda^2+(\delta_2+\alpha+\delta_1+\eta k)\lambda+\alpha\delta_2+\delta_1\delta_2+\eta k\delta_2-\frac{\alpha k}{\Phi}\right)=0.$ Vijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositive Diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = -r < 0$ dan $\lambda_{2,3}$ yang memenuhi persamaan kuadrat Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijav + 🖓 🕂 🖓 🕂 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository









UNIVERSITAS BR



Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	Denc	an mengo	gunaka	an persa	amaan	(3.6b),	(3.7), da	an (3.8b) matrik	$S_1(E_2)$	dapat
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	dised	lerhanakaı	n men	jadiawi	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Brawi	ijava
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijava
Reposi	tory	Univers	b <i>фx</i> *y	r_2^* rx^*	ava	Rep	ository	Unive	ersítas	$b\phi(x^*)^2$	ilava
Reposi	tory	Univers	$(y_{2}^{*}+\phi x)$	$(*)^2 - \frac{k}{k}$	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	$y_2^* + \phi x^*)^2$	ijava
Reposi	tory	$_2) = \left \frac{cb(y)}{(y_2^* + d)} \right $	$(x^{\frac{1}{2}})^2$	$(\eta - \sigma y)$	$_{2}^{*})y_{1}^{*}$	$-(\alpha + \alpha)$	$(\delta_1) - (\eta_{\nabla})$	$\sigma y_2^*)x^*$	$\frac{cb\phi(x^*)}{(v_{x}^*+\phi x)}$	$\frac{(1)^2}{(x^2)^2} + \sigma x$	*y1
Reposi	torv	Univers	itas	Orawii	ava	Rep	osikorv	Unive	ersitas	- Eδ ₂ aw	liava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawii	ava	Rep	ositorv	Unive	ersitas	Braw	iiava
Reposi	Dore		aktori	Brawi	k matr	ik	AND ICEN	Jabb	ersitas	Braw	ilava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawii	ava	Rep	ositorv	Unive	ersitas	Braw	liava
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	liava
Reposi	tory	Univers	itas	$\beta^{\lambda^3} + \varphi$	$\nu_1 \lambda^2 +$	$\varphi_2\lambda + \varphi_2$	$p_3 = 0,$	Unive	ersitas	Braw	3.12)
Reposi	dena	Anivers	itas	Brawij	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	liava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawi	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	liava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawi	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	iiava
Reposi	$\varphi_1 =$	$(\alpha + \delta_1)$	$+\delta_2$	$) + x^{*}(\eta$	$-\sigma y_2^*$	$+\frac{rx}{k}$	$\frac{b\phi x^{-}y_{2}}{(y_{2}^{*}+\phi x^{*})^{2}}$	Unive	ersitas	Braw	ilava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawii	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	liava
Reposi	$\varphi_2 =$	$\int \delta_2(\alpha +$	$\delta_1) +$	$\delta_2 x^* (\eta -$	$-\sigma y_2^*)$	$+(\alpha +$	$\delta_1 + \delta_2$)	$\frac{rx^*}{k} = \frac{b}{v}$	$\frac{\phi \phi x^* y_2^*}{(x^* + \phi x^*)^2}$	Braw	liava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawii	ava	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ilava
Reposi	torv	$\bigcup +x^*(\eta)$	$-\sigma y_2^*$	$\left(\frac{rx^*}{r}-\frac{1}{r}\right)$	$b\phi x^* y_2^*$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \alpha c$	$5x^*y_1^* - \frac{b}{c}$	$\frac{\alpha c \phi(x^*)^2}{(x^*)^2},$	ersitas	Braw	liava
Reposi	torv	Univers	itas	Brawi	y ₂ +φx* a√a	Rep	ository	$v_2 + \phi x^*)^2$	ersitas	Braw	liava
Reposi	$\varphi_3 =$	$\cup (\delta_2(\alpha))$	+δ1)-	$-\alpha\sigma v_1^* x$	* <u>bαc</u>	$\frac{\phi(x^*)^2}{2}$	$(\underline{rx^*} \underline{b\phi})$	$\frac{x^*y_2^*}{2}$	ersitas	Braw	ijava
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	⊦ <i>φx</i> *)²/\ Rep		$(\phi x^*)^2 J$	ersitas	Brawi	ijava
Reposi	tory	Univers	itas*	$\int \frac{r(x^*)^2}{(x^*)^2}$	bφ(x*	$()^{2}y_{2}^{*})$	$\int b\alpha \phi(x^*)^2$	$\left(bcx^{*}\right)$	* <u>y2</u>	,*.v*_n	Į∎va
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	$(y_2^* + \phi)$	x*)²/	$(y_2^* + \phi x^*)^2$	$\mathcal{M}(y_2^*+\phi$	arsitas	Braw	ijava
Reposi	Ø10-	Univers	itas	Brawij	éva.	Rep	ository	$b\alpha c\phi(x^*)$	Pritas	Braw	ijava
Reposi	tory	Univers	$(\alpha + \alpha)$	$o_1 + o_2)$	$\left(O_{2} \left(\alpha \right) \right)$	+ 01) + Rep	$\alpha \sigma y_1 x =$	$\overline{(y_2^* + \phi x^*)}$	Prsitas	Braw	ijava
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	ava	Rep	ository	bac $\phi(x)$	sitas	Braw	ijava
Reposi	tory	Univers	$+x^{*}(n)$	$\gamma - \sigma y_2^{\circ}$)	$\left(\delta_2(\alpha)\right)$	+ (<u>)</u> -	$\alpha \sigma y_1^* x^*$ -	$(y_2^*+\phi x)$)²litas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	$0_2) 0_2 x$	$+ o_2(x)$	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	*N (rx*)	bαcφ(x	*) ² \212S	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	$+((\alpha$	Brawi	$a_{ya}^{2} + x$	η_{Rep}	$y_2))(ky$	$\overline{(y_2^*+\phi x)}$	*)²sitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	$\alpha c \phi x^*$	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	+((α	Brawi	a)² a l	(ηx [*] ep	$(y_2^*x^*)^2)$	$\frac{k}{k}$ (y	$(\frac{1}{2}+\phi x^{*})^{2}$	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	$+2x^{*}$	$(\eta - \sigma y_2^*)$)(α +	$\delta_1 + \delta_2$	$\left(\frac{\pi}{k} \log \frac{1}{y}\right)$	$\left(\frac{\psi_{x}}{2}, \frac{y_{2}}{2}, \frac{\psi_{x}}{2}, \frac{y_{2}}{2}\right)$	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	$+\left(\frac{bc}{(v)}\right)$	$\left(\frac{\psi(x^2)^2}{(x^2+\phi x^2)^2}\right)$	$\frac{cbx^{*}y}{(y_{2}^{*}+\phi x)}$	$\frac{2}{(2^{*})^{2}} + \sigma y$	$y_1^*y_2^* - \eta y$	i)Jnive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
Reposi	tory	Univers	itas	Brawij	aya	Rep	ository	Unive	ersitas	Braw	ijaya
100mg 1		X X 7	14	The second second		Den	anitan	Hohe	moltan	Drow	llouro

BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.AC.ID

BRAWIJAYA

REPOSITORY.UB.AC.ID

BRAWIJAY

30

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz, titik kesetimbangan E2 akan stabil Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Reposi atau semua nilai eigen untuk persamaan karakteristik (3.12) akan memiliki nilai Reposi eigen dengan bagian real negatif jika dan hanya jika $\varphi_1 > 0$, $\varphi_3 > 0$, dan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit $\varphi_1 \varphi_2 \cup \varphi_3 \ge 0$ itas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit3.4/ Bifurkasi HopfBrawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Pada bagian ini dianalisis kemungkinan terjadinya bifurkasi Hopf di titik

Reposi kesetimbangan E2 dengan parameter bifurkasi b. y Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositure remains a remain a Repository Universitas Brawijaya Reposi Bifurkasi Hopf terjadi pada titik kesetimbangan E_2 , jika terdapat $b = b_{cr}$ yang Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositorementhiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositor2) $\bigcup \varphi_2(b_{cr}) > 0$, Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositor 3) $\varphi_1(b_{cr})\varphi_2(b_{cr}) - \varphi_3(b_{cr}) =$ Repository Universitas Brawijaya ⁰Repository Universitas Brawijaya Repositor 4) Un Jika nilai eigen dari persamaan karakteristik berbentuk $\lambda_j = p + iq$, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Unmaka $Re\left\{\frac{d}{db}R(b)\right\}|_{b=b_{cr}} \neq 0$. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya RepositBuktUniversitas Brawijaya Diasumsikan terdapat $b = b_{cr}$ yang memenuhi kondisi (3), sehingga Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawija 9192 Tegository Universitas Braw 3a134 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Berdasarkan (3.13), persamaan karakteristik (3.12) dapat dinyatakan sebagai Va Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava ($\lambda^2 + \varphi_2$)($\lambda + \varphi_1$) = 0. Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya RepositAkar-akar persamaan karakteristik (3.14) adalah ry Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Unive $\lambda_1(b_{cr}) = \sqrt{-\varphi_2}, \lambda_2(b_{cr}) = -\sqrt{-\varphi_2}, \text{ dan } \lambda_3(b_{cr}) = -\varphi_1.$ Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

31











Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya (Bast Cosi Bifurkasi Hoof dapat Eteriadi ilka

32

Reposi Berdasarkan kondisi (1) maka $\lambda_3(b_{cr}) < 0$. Bifurkasi Hopf dapat terjadi jika Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repos terdapat nilai eigen imajiner murni. Kondisi ini terpenuhi jika $\varphi_2(b_{cr}) > 0$. eigen $\lambda_{1,2}(b_{cr}) = \pm i \sqrt{\varphi_2}$. Untuk setiap *b*, Reposit eigen $\lambda_{1,2}(p_{d})$ demikian diperoleh nilai Repository Universitas Brawijaya Repositakar-akar persamaan karakteristik secara umum berbentukersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $p_{12}(b) = p(b) \pm iq(b)$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijay $\lambda_3(b) = \varphi_1(b)$ by Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Untuk membuktikan kondisi (4), $\lambda_1(b) = p(b) + iq(b)$ disubstitusikan ke Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositpersamaan (3.14) sehingga diperoleh Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit $0 = ((p(b) + iq(b))^2 + \varphi_2)((p(b) + iq(b)) + \varphi_1),$ Universitas Brawijaya Repository $\mathsf{Reposit} 0 = -p^3(b) + ip^2(b)q(b) + p^2(b)\varphi_1(b) + 2ip^2(b)q(b) - 2p(b)q^2(b) + awijaya$ Repository Universitas Brawilava Repository Universitas Brawijaya Repository $2ip(b)q(b)\varphi_1(b) - p(b)q^2(b)$ $-iq^{3}(b) - q^{2}(b)\varphi_{1}(b) + p(b)\varphi_{2}(b) +$ Repository $U_{iq(b)\varphi_2(b)} + \phi_1(b)\varphi_2(b)$, Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit0ry Uni†*t*esitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositenganiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repose $\varepsilon_1 = p^3(b) + p^2(b)\varphi_1(b) - 3p(b)q^2(b)$ $-q^{2}(b)\varphi_{1}(b) + p(b)\varphi_{2}(b) + \varphi_{1}(b)\varphi_{2}(b),$ Reposi $\varepsilon_2 = 3p^2(b)q(b) + 2p(b)q(b)\varphi_1(b) - q^3(b) + q(b)\varphi_2(b)$. Versitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Agar persamaan (3.14) terpenuhi, haruslah $\varepsilon_1 = 0$ dan $\varepsilon_2 = 0$. Turunan ε_1 dan ε_2 Repositerhadapibersitas Brawijaya Repository Universitas Brawija Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositoriganniversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID







Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository University $M_1(b) = 3p^2(b) + 2p(b)\varphi_1(b) - 3q^2(b) + \varphi_2(b)$, sitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository University $S_1(b) = p^2(b)\varphi'_1(b) - q^2(b)\varphi'_1(b) + p(b)\varphi'_2(b) + \varphi'_3(b)$, Brawiaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Unive $S_2(b) = 2p(b)q(b)\varphi'_1(b) + q(b)\varphi'_2(b)$. Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Persamaan (3.15a) dikalikan dengan $M_1(b)$ dan persamaan (3.15b) dengan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos $M_2(b)$. Kemudian kedua persamaan tersebut dijumlahkan sehingga diperoleh Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $M_1^2(b)p'(b) + M_2^2(b)p'(b) + M_1(b)S_1(b) + M_2(b)S_2(b) = 0.35$ Braw (3.16) Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Dari persamaan (3.16) dihasilkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $B_{p'(b)} = \frac{M_1(b)S_1(b) + M_2(b)S_2(b)}{M_2(b)}$ ersitas Brawijaya

 $M_1^2(b) + M_2^2(b)$ Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos Dengan mengganti nilai b menjadi b_{cr} serta mensubstitusi $p(b_{cr}) = 0$ dan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repose $q(b_{cr}) = \sqrt{\varphi_2(b_{cr})}$ pada persamaan $M_1(b), M_2(b), S_1(b), \text{ dan } S_2(b)$ didapat Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $B_{M_1(b_1)} = 2\varphi_2(b_2)$ pository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $\mathbb{M}_2(b_{cr}) = 2\sqrt{\varphi_2(b_{cr})\varphi_1(b_{cr})}$, Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas $B_{S_2(b_{cr})} = \sqrt{\varphi_2(b_{cr})}\varphi_2(b_{cr})$, y Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository University $p'(b_{cr}) = \frac{\varphi'_3(b_{cr}) - (\varphi_1(b_{cr})\varphi'_2(b_{cr}) + \varphi_2(b_{cr})\varphi'_1(b_{cr}))}{2(\varphi_2(b_{cr}) + \varphi_1^2(b_{cr}))}$ Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Univers $\varphi'_3(b_{cr}) - (\varphi_1(b_{cr})\varphi'_2(b_{cr}) + \varphi_2(b_{cr})\varphi'_1(b_{cr})) \neq 0$, s Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

33

Repository Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.AC.ID



	34
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
RepositmakaUniversitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas BrRe $\frac{\mu}{dh}\lambda_j$	b) Rep $= p'(b_{cr}) \neq 0$ versitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposi Dengan demikian, kondisi (4) untu	k nilai eigen $\lambda_{1,2}(b)$ terpenuhi. As Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposita.5/ Simulasi Numerikawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Pada bagian ini dibahas	simulasi numerik yang dilakukan dengan
Repositimenggunakan metode Runge-Ku	utta orde 4. Perilaku solusi dalam simulasi
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposi dibandingkan dengan hasil analisi	s pada subbab 3.3 dan 3.4 sebelumnya. Untuk
Reposi melihat perubahan perilaku solus	i, pada simulasi ini digunakan beberapa nilai
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositingkat pemangsaan prey oleh	predator dewasa. Terdapat dua kasus yang
Reposit disimulasikan ^S pada ^B pembahasa	n tesis ini, yaitu simulasi numerik yang
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositmenunjukkan skestabilan titiky k	esetimbangan dan simulasi numerik yang
Reposit menunjukkan terjadinya bifurkasi t	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Officersitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Pada simulasi ini digunaka	an nilai parameter seperti yang tercantum pada
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repositurge Griversitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Reposit Tabel 3.1 Nilai Parameter	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
RepositoParameter Nilai Parametera	RepSumbery Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	(Khajanchi, 2017) Jniversitas Brawijaya
Repository Universitas Brzzvijaya	(Khajanchi, 2017) Jniversitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	(Khajanchi, 2014) Universitas Brawijaya
Repository Universitas E009wijaya	(Khajanchi, 2017) Iniversitas Brawijaya
Repository Universitas Blawijaya	(Khajanchi, 2017) niversitas Brawijaya
Repository loniversitas Bioswijaya	(Khajanchi, 2017) niversitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	diasumsikan
Reposit <mark>ory Universitas Biawijaya</mark>	(Mortoja, dkk., 2018)
Reposit <mark>ory Universitas Brawijaya</mark>	diasumsikan
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya
Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya

Repository Repositon Repository Repository



REPOSITORY, UB. AC. ID



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.1 terdapat satu titik interior yang eksis, Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repos yaitu $E_2(0.23386, 10.23752, 18.42754)$. Dari nilai parameter tersebut syarat Reposi kestabilan lokal titik kesetimbangan $E_1(1.72,0,0)$ terpenuhi, yaitu $\frac{c\alpha b}{\Delta} = 0.05481 <$ niversitas Repository Brawijaya kepository Reposit $(\alpha + \delta_1 + \eta k)\delta_2 = 0.05530$. Nilai parameter tersebut tidak memenuhi syarat Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos kestabilan titik kesetimbangan $E_2(0.23386, 10.23752, 18.42754)$, sehingga titik Reposi kesetimbangan E_2 bersifat tidak stabil. Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit3.1 dalam bentuk potret fase sistem (3.4) pository Universitas Brawijaya Terlihat pada Gambar 3.1 bahwa semua solusi dengan lima nilai awal yang Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijay Reposi berbeda, yaitu N_1 , N_2 , N_3 , N_4 , dan N_5 konvergen ke titik kesetimbangan E_1 Repositor sehingga dapat diartikan bahwa titik kesetimbangan $E_1(1.72,0,0)$ bersifat stabil

Repository Universitas Brawijaya Repositasimtotikiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



Gambar 3.1 Potret fase sistem (3.4) yang menunjukkan kestabilan titik E_1 Repository Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Berdasarkan simulasi ini, dapat dilihat bahwa jika laju total pertumbuhan Reposi predator muda kurang dari laju total pengurangan predator muda maka sistem Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Reposi akan menuju ke titik kepunahan predator. Berkurangnya populasi predator muda Repositakan mengakibatkan berkurangnya populasi predator dewasa. Seiring Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos berjalannya waktu populasi predator muda dan populasi predator dewasa Repositakan mengalami kepunahan. Akibatnya, ketiadaan *predator* menyebabkan Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repositon Repository Repository Repository Repository Repository

Repository

35



REPOSITORY.UB.AC.ID

Repository

Repositon

Repository

Repository

Repository

Repository

Repositon

Repository

Repository

Repositor

BRAWIJAYA





36 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Danasitan Universitas Drowlinya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Reposi populasi prey tumbuh secara logistik mencapai nilai carrying capacity-nya, yaitu Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Untuk menunjukkan kestabilan titik kesetimbangan E2 dilakukan simulasi Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos numerik dengan menggunakan nilai-nilai parameter seperti pada simulasi Reposi sebelumnya, kecuali nilai η diperkecil, yaitu $\eta = 0.2$. Dari nilai parameter tersebut Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi terdapat w dua astitik awkesetimbangan si interior mi yang ta eksis, wi yaitu $E_{2a}(0.23471, 9.82413, 17.68343)$ dan $E_{2b}(1.19615, 0.35479, 0.63863)$. Persamaan Repository Universitas Brawijaya Répository Universitas Brawijaya Repos karakteristik dari titik kesetimbangan $E_{2b}(1.19615, 0.35479, 0.63863)$ adalah $\lambda^3 + 1.55965\lambda^2 + 0.59872\lambda + 0.00730$, yang memenuhi syarat kestabilan lokal Repository Reposititik kesetimbangan E_{2b} , yaitu ya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositely $\varphi_1 = 1.55965 > 0$, awijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit2ry @1=0.00730>0,awijaya Repository Universitas Brawijaya Reposing. $\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_3 = 0.92650 > 0.$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit Gambar 3.2 S Potret fase sistem (3.4) yang menunjukkan kestabilan titik E_{2b} ya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos Nilai parameter tersebut tidak memenuhi syarat kestabilan titik kesetimbangan Repository Universitas Brawijay Repository Universitas Brav $E_1(1.72,0,0)$ dan $E_{2a}(0.23471, 9.82413, 17.68343)$, sehingga kedua tit titik Reposi kesetimbangan tersebut bersifat tidak stabil sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

Repository

/a

/a

/a

/a

/a

/a



REPOSITORY.UB.AC.ID



Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya



UNIVERSITAS BR/

37 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Pada Gambar 3.2, dapat dilihat bahwa semua solusi dengan lima nilai awal Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repos yang berbeda konvergen ke titik kesetimbangan E_{2b} sehingga dapat diartikan Reposi bahwa titik kesetimbangan E_{2b} (1.19615,0.35479,0.63863) bersifat stabil asimtotik. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Ketika laju anti-predator η diperkecil dari 0.3 ke 0.2, laju pertumbuhan populasi Repos predator muda meningkat sehingga populasi predator dewasa bertambah. Pada Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi waktu yang cukup lama, semua populasi dapat hidup berdampingan. Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 3.5.2 Simulasi 2as Brawijaya Repository Universitas Brawilava Repository Universitas Brawijava Repository Simulasi 2 dilakukan untuk memperlihatkan terjadinya bifurkasi Hopf Reposit dengan menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 3.1, kecuali c = 1.5Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi yang diasumsikan. Penentuan nilai b_{cr} dilakukan dengan mensubstitusi nilai $\varphi_1(b_{cr})\varphi_2(b_{cr})-\varphi_3(b_{cr})=0,$ sehingga Repository parameter ke dalam persamaan Repository priversitas Brawijaya Reposi diperoleh nilai $b_{cr} = 1.64287$. Berdasarkan Teorema 3.1, bifurkasi Hopf terjadi di titik kesetimbangan interior dengan nilai kritis b_{cr} dikarenakan sudah memenuhi Repository Universitas Brawijaya Repositsyarat berikut sitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit(1) $\varphi_1(b_{cr}) = 0.65119 > 0$, ava Repository Universitas Brawijaya Reposi(2) $\varphi_2(b_{cr}) = 0.00715 > 0,$ ava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya $\operatorname{Reposi}(3) \quad \varphi_3'(b_{cr}) - \left(\varphi_1(b_{cr})\varphi_2'(b_{cr}) + \varphi_2(b_{cr})\varphi_1'(b_{cr})\right) \neq 0.$ Note that the set of the set karena $arphi_3'(b_{cr}) - ig(arphi_1(b_{cr})arphi_2'(b_{cr}) + ig)$ Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Repository $\varphi_2(b_{cr})\varphi'_1(b_{cr}) = 0.06103.$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Perilaku solusi di sekitar titik kesetimbangan E_2 disajikan dalam Gambar 3.3 dan Gambar 3.4. Jika diambil nilai $b = 1.62287 < b_{cr}$, maka terdapat dua titik Repose kesetimbangan yang eksis, yaitu $E_1(1.72,0,0)$ dan $E_2(0.21882,0.74974,1.34953)$. syarat kestabilan titik versitas B Reposit yang digunakan, arkan nilai Berdasarkan parameter Repository rawijava Reposi kesetimbangan E_2 berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz terpenuhi, yaitu rawija ya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit(1), $\varphi_1 = 0.67006 > 0$, awijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY, UB. AC.ID





BRAWIJAYA

38 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi (2) $\phi_3 = 0.00512 > 0$, awijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit(3) $\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_3 = 0.00835 > 0.$ Repository Universitas Brawijaya Reposi Dengan demikian titik kesetimbangan $E_2(0.21882, 0.74974, 1.34953)$ bersifat stabil Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repos asimtotik. Perilaku solusi sistem (3.4) dengan nilai-nilai parameter tersebut Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Titik kesetimbangan E_1 (1,72,0,0) bersifat tidak stabil, sedangkan titik $E_2(0.21882, 0.74974, 1.34953)$ bersifat stabil asimtotik. Dari hasil simulasi ini dapat Reposi diartikan bahwa tingkat pemangsaan yang tinggi menyebabkan predator memiliki Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawija persediaan makanan yang banyak dan berkurangnya populasi prey. Dengan Reposit Reposimeningkatnya laju pertumbuhan predator muda, populasi predator dewasa akan Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya bertambah. Untuk jangka waktu yang relatif lama ketiga populasi dapat hidup Repos Reposi berdampingan sampai ke nilai (0.21882,0.74974,1.34953). ersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Jika diambil nilai $b = 1.66287 > b_{cr}$ maka terdapat dua titik kesetimbangan Repossively yang eksis, yaitu E_1 (1.72,0,0) dan E_2 (0.17664,0.62014,1.11625). Berdasarkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos syarat kestabilan titik kesetimbangan $E_2(0.17664, 0.62014, 1.11625)$ ditunjukkan Reposi hasil numerik sebagai berikut. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposit(1) $\varphi_1 = 0.63158 > 0$, awi ava Repository Universitas Brawijaya Repository $\varphi_3 = 0.00416 > 0$, Reposit(2) $\varphi_3 = 0.00416 > 0$, awijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi (3) $\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_3 = -0.00791 < 0.$ Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repos Terlihat bahwa syarat (3) dari kriteria Routh-Hurwitz untuk kestabilan titik Reposi kesetimbangan E2 (0.17664,0.62014,1.11625) V tidak Ve terpenuhi V karena Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi $\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_3 < 0$. Hal ini mengakibatkan titik kesetimbangan E_2 bersifat tidak stabil Repositasimtotik. Gambar 3.4 menunjukkan bahwa titik kesetimbangan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos E2(0.16675,0.64940,1.16893) bersifat tidak stabil karena dijauhi oleh trayektori di Repositeritarnya dan muncul *limit cycle* Repository yang stabil di sekitar titik kesetimbangan. Reposi Kemunculan limit cycle yang stabil setelah parameter bifurkasi melewati nilai Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository



REPOSITORY.UB.AC.ID



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya Repose $1.66287 > b_{cr}$ populasi ketiga spesies berubah secara periodik. Seiring Reposi berjalannya waktu, ketiga spesies dapat hidup berdampingan dengan populasi Repository Universitas Brawijaya Reposi yang selalu berubah. Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository

Repository Univers Gambar 3.3

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository Repository

Repository

Repository on voronas pravijaya **Reposit** Gambar 3.4 ^S Potret fase sistem (3.4) untuk $b = 1.66287 > b_{cr}$. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

39 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi kritis b_{cr} menandakan terjadinya bifurkasi Hopf supercritical. Ketika b =Repository Universitas Brawijava

> Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



nbar 3.3 Potret fase sistem (3.4) untuk $b = 1.62287 < b_{cr}$. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



r &pository ornivoratas bravija∦a Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

/a

/a

/a

/a

/a

/a





UNIVERSITAS

BR/

Repository Universitas Brawijaya BABNO sitory Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya sebagai berikut. Repository Universitas Brawijaya as Brawijaya Reposition Telah dibentuk model predator-prey dengan stage structure yang terdiri dari Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawilava tiga populasi, yaitu prey, predator muda, dan predator dewasa berupa sistem Repository persamaan diferensial nonlinear. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 2. Model predator-prey tersebut memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik Repository kepunahan predator $E_1 = (k_1, 0, 0)$ dan titik interior $E_2 = (x^*, y_1^*, y_2^*)$. Titik Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositor kesetimbangan E_1 selalu eksis dan E_2 eksis dengan syarat tertentu. Kedua Repository titik kesetimbangan tersebut stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repos 3. Bifurkasi Hopf terjadi di sekitar titik interior E_2 ketika tingkat pemangsaan melewati suatu nilai kritis. Bifurkasi Hopf ditandai dengan kemunculan limit Repository Repository niveisitas diawijava Repository Repository cycle di sekitar titik interior mengakibatkan terjadinya keseimbangan Repository ekosistem. Ketiga populasi hidup berdampingan dengan kepadatan populasi Repository Repositor/yang berubah-ubah yang bergantung terhadap waktu. ersitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi 4. Hasil simulasi numerik sesuai dengan hasil analisis yang telah diperoleh. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposite2 Saranersitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Pada penelitian ini, model yang dikaji menggunakan fungsi respon *ratio*-Repository Universitas Brawijaya Reposi dependent. Pada fungsi respon tersebut belum dipertimbangkan adanya proteksi Repository Universitas Bi lingkungan pada populasi prey. Untuk itu pada penelitian selanjutnya disarankan Reposito Reposituntuk mengubah s fungsi/ respon ratio-dependent menjadi fungsi respon Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Beddington-DeAngelis. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository











Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas BrawijapartaReustaka/ Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi Akcakaya, H.R., R. Arditi, dan L.R. Ginzburg, 1995. Ratio-Dependent Predation: Repository Repository An Abstraction that Works. Ecology. 76(3): 995-1004.ersitas Brawijava Repository Repost Alligood, K.T., T.D. Sauer, dan J.A. Yorke. 2000. An Introduction to Dynamical Repository Repository Systems. Springer-Verlag, New York.ository Universitas Brawijaya Repository Repos Boyce, W.E. dan R.C. Diprima. 2012. Elementary Differential Equations and Repository Repository Boundary Value Problems. Tenth edition. John Willey & Sons. New York.va Repository Reposi Cai, Y., C. Zhao, W. Wang, dan J. Wang. 2015. Dynamics of a Leslie-Gower Repository Repository Predator-Prey Model with Additive Allee Effect. Applied Mathematical Repository Repository Modelling. 39: 2092-2106. a Repository Universitas Brawijaya Repository Reposit Elletreby, M.F. dan H. El-Metwally. 2007. Multi-team Prey-Predator Model. Repository Repository Repository International Journal of Modern Physics C. 18(10): 1609-1617. Brawijaya Reposi Finizio, N. dan G. Ladas. 1982. Persamaan Differensial Biasa dengan Penerapan Repository Repository Modern. Edisi kedua. Diterjemahkan oleh Santoso, W. Erlangga. Jakarta./a Repository Repository Georgescu, P. dan Y. Hsieh. 2007. Global Dynamics of a Predator-Prey Model with Repository Repository Stage Structure of the Predator. Society for Industrial and Applied Mathematics. 67(5): 1379-1395. Repository Reposit Repository Kant, S. dan V. Kumar. 2016. Dynamical Behaviour of a Stage Structure Prey-Repository Repository Predator Model. Int. J. Nonlinear Anal. Appl. 7(1): 231-241. Repositor Repository Khajanchi, S. 2014. Dynamic Behaviour of a Beddington-Deangelis Type Stage Repository Structured Predator-Prey Model. Applied Mathematics and Computation. 244: 344-360. Repository Repository 244: 344-360. Repository Universitas B Repository Reposito Khajanchi, S. 2017. Modeling the Dynamics of Stage Structure Predator-Prey Reposito Repository System with Monod-Haldane Type Response Function. Applied Repository Mathematics and Computation. 302: 122-143. Universitas Brawijaya Repository Kuznetsov, Y.A. 1998. Element of Applied Bifurcation Theory. Second edition. Reposit Repository Repository Ren osito Springer-Verlag. New York. Mader, S.S. 2010. *Biology*. Tenth edition, McGraw-Hill. New York. Universitas Brawijaya Reposit Repository Repository s Brawijava Repos Mattheij, R. dan J. Molenaar. 2002. Ordinary Differential Equations in Theory and Repository Practice. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia. Repository Repository Repository Reposi McNaughton, S.J. dan L.L. Wolf. 1992. Ekologi Umum. Edisi kedua. Diterjemahkan oleh Pringgoseputro, S. dan B. Srigundono. Gadjah Mada University Press. Repository Repository Repository Yogyakartaas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repos Meng, X., H. Huo, H. Xiang, dan Q.-Y. Yin. 2014. Stability in a Predator-Prey Model Repository Repository with Crowley-Martin Function and Stage Structure for Prey. Applied Repositon Repository Mathematics and Computation. 232: 810-819. Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository









BRAWIJAY

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Reposi Mortoja, S.G., P. Panja, dan S.K. Mondal. 2018. Dynamics of a Predator-Prey Repository Model with Stage Structured on both Species and Anti-Predator Behaviour. Repository Informatics in Medicine Unlocked. 10: 50-57. Universitas Brawijaya Reposi Murray, J.D. 2002. Mathematical Biology I: an Introduction. Third Edition. Springer-Repository Verlag Berlin Heidelberg, New York pository Universitas Brawijaya Repos Panja, P., S.K. Mondal, dan J. Chattopadhyay. 2017. Dynamical Effect of Anti-Repository predator Behaviour of Adult Prey in a Predator-Prey Model with Ratiodependent Functional Response. Asian Journal of Mathematics and Repository Physics. 1(1): 19-32. Repository Repository Universitas Brawijaya Repos Robinson, R.C. 2004. An Introduction to Dynamical Systems Continous and Discrete. Pearson Education. New Jersey Ory Universitas Brawijaya Repository Repos Ruan, S. dan D. Xiao. 2001. Global Analysis in a Predator-Prey System with Nonmonotonic Functional Response. Society for Industrial and Applied Repository Mathematics. 61(4): 1445-1472. Repository Universitas Brawijaya Repository Reposit Tang, B. Dan Y. Xiao. 2015. Bifurcation Analysis of a Predator-Prey Model with Anti-Predator Behaviour. Nonlinear Science, and Nonequilibrium and Repository Complex Phenomena. 70: 58-68. pository Universitas Brawijava Repository Xiao, D. dan S. Ruan. 2001. Global Dynamics of a Ratio-Dependent Predator-Prey System. J. Mathematical Biology. 43: 268-290. Universitas Brawilava Repository Xu, R., M.A.J. Chaplain, dan F.A. Davidson. 2004. Persistence and Global Stability of a Ratio-Dependent Predator-Prey Model with Stage Structure. Applied Repository Jniversitas Brawi Mathematics and Computation. 158: 729-744. Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya



REPOSITORY.UB.AC.ID





BRAWIJAY

42

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository

Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Lampranitory Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi Lampiran 1. Perhitungan titik kesetimbangan E2 ry Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposi Kasus 2b. Kombinasi (3.6b), (3.7), dan (3.8b). tory Universitas Brawijaya Repository UNIVERSITAS BRAWIJAYA Repository diversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\begin{array}{c} \mathsf{Reposit}_{r}\left(1-\frac{x}{k}\right) - \frac{by_{2}}{y_{2}+\phi x} = 0, \\ \mathsf{Reposi$ Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository $\begin{array}{l} \mathsf{Repositor} \\ \Leftrightarrow by_2 = r\left(1 - \frac{x}{k}\right)(y_2 + \phi x) \\ \mathsf{Repositor} \\ \end{array}$ Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposit $\Leftrightarrow by_2 = ir\left(1 - \frac{x}{k}\right)(y_2 + \phi x)$ jaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya $\begin{array}{l} \mathsf{Reposition} \Leftrightarrow by_2 - r\left(1 - \frac{x}{k}\right)y_2 = r\left(1 - \frac{x}{k}\right)\phi x \\ \mathsf{Reposition} \end{array}$ Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository, $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{\sqrt{1-x}} \frac{1}{\sqrt{1-x}} \Phi^x$ tas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposites $y_2 = x \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx} \right)$. Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Reposite Persamaan $y_2 = x \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right)$ disubsitusikan ke (3.8b) Repository BRAWIJA Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\begin{array}{c} cbx \\ r(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}) + \phi x \end{array} = (\alpha + \delta_1) \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) - \left(\eta + \delta_2\right) \left(\frac{\delta_2}{a}\right) + \delta_2 \left(\frac{\delta_2}{a}\right$ $\frac{1}{b\phi x} - (\alpha + \delta_1) \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) - \left(\eta - \sigma x \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right)\right) x \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) = 0 \text{ sitas Brawijaya}$ Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\begin{array}{l} \operatorname{Reposit} \Leftrightarrow \frac{cbx}{x\left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right) + \phi x} - \left(\eta - \sigma x \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right)\right) x \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) = (\alpha + \delta_1) \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) \text{rsitas Brawijaya} \\ \operatorname{Repositor} V \text{ or issues Brawijaya} \\ \end{array}$ Repository Repository Repository Universitas Brawijava Repository $\frac{cbx}{x(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}) + \phi x} + \left(\sigma x^2 \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right)\right) \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right) = (\alpha + \delta_1 + \eta x) \left(\frac{\delta_2}{\alpha}\right)$ sitas Brawijava Repository Universitas Brawijava Repository Repository Repository $\begin{array}{c} \mathsf{Repository} \\ \mathsf{Repositor} \\ \hline \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}) + \phi} + \sigma \delta_2 x^2 \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx} \right) = \end{array}$ Repository Universitas Brawijaya Repository $(\alpha \pm \delta_0 \pm \eta x) \delta_2$ Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository $\begin{array}{l} \mathsf{Repositor} & (b\alpha) & (b\alpha) \\ & (\overline{(\frac{r\phi k - r\phi x + \phi bk - r\phi k + r\phi x}{bk - rk + rx})} + \sigma \delta_2 x^2 \left(\frac{r\phi k - r\phi x}{bk - rk + rx}\right) = (\alpha + \delta_1 + \eta x) \delta_2 \end{array}$ Repository Repository Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository BR/ Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Repository Universitas Brawijava Repository Repository Universitas Brawijaya

REPOSITORY.UB.AC.ID

REPOSITORY.UB.AC.ID

REPOSITORY.UB.ACID

UNIVERSITAS





REPOSITORY.UB.AC.ID





		45	i
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	 Repository
9	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
S.ACI	Repository $(c\alpha r + \sigma \delta_2 k^2 \phi^2 - \delta_2 k \phi \eta) V_2$	Repository Universitas Brawijaya	Repository
RY.UE	Repository Univer $\sigma \delta_2 k \phi^2$ Brawija ya	Repository Universitas Brawijaya	 Repository
OSITO	$\operatorname{Reposito}_{\underline{0}} (2carb - 2car^2 - a\delta_2 r\phi - \delta_1 \delta_2 r\phi)$	$-b\delta_2 k\phi \eta + \delta_2 r k\phi \eta$ versitas Brawijaya	Repository
REPO	Repository Universitas Bra $\sigma \delta_2 r \phi^2_a$	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	$\operatorname{Reposito}_{\frac{(cub \ k - 2cul \ bk + cul \ k - ubo_2 k}{\sigma \delta}}$	$\frac{d\varphi + d\sigma_2 r \kappa \varphi - b\sigma_1 \sigma_2 \kappa \varphi + \sigma_1 \sigma_2 r \kappa \varphi)}{r \phi^2} = 0.$	Repositor
4	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
S	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
E S	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
ER.	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
≩ਔ	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
5 📫	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
(Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
\bigcirc	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
AC.ID	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositon
W.UB.	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
SITOR	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
REPO	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
1	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
N N	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
¥5	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
SI 📚	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
≧2	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
500	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Drawijaya	r Repositor
C	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repositor
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Repository
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Drawijaya	E Repusitory
8	Repusitory Universitas Drawijaya	Repusitory Universitas Brawijaya	Popositor
UB.A	Repusitory Universitas Brawijaya	Repusitory Universitas Brawijaya	Depositor
TORY	Repusitory Universitas Brawijaya	Repusitory Universitas Brawijaya	Penesitor
POSI	Repusitory Universitas Drawijaya Repository Universitas Prawijaya	Penesitory Universitas Brawijaya	Penositon
R	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Penesiton
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitae Brawijaya	Repositor
A	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitae Brawijaya	Repositor
A	Renository Universitae Rrawijaya	Repository Universitae Brawijaya	Renceitor
SA I	Repository Universitas Brawijaya	Renository Universitas Brawijaya	Renacitor
N	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Reneitor
ER.	Renository Universitae Brawijaya	Repository Universitae Rrawijaya	Reneitor
Ĩ €	Renository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Brawijaya	Renositon
	Repository Universitas Brawijaya	Repository Universitas Rrawijaya	Renositon
	ropository ormorataa brawijaya	repository ormeretae brawijaya	. i obosioi)





REPOSITORY.UB.AC.ID



Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposi Lampiran 2. Listing program aya Repository Universitas Brawijaya Repositfunction dx=model (x, parameter) Repository Universitas Brawijaya Reposi r=parameter(1); k=parameter(2); Reposib=parameter (3) 75 Brawijaya Reposic=parameter(4); Brawijaya phi=parameter(5); Reposialpha=parameter(6); awijaya Reposidelta1=parameter(7);awiava delta2=parameter(8);
Repos sigma=parameter(9); Reposieta=parameter(10) Brawijava Reposit_{Y1=x} (1); iversitas Brawijaya Repositva=x (3) iversitas Brawijava ReposidX=r*X*(1-X/k)-((b*X*Y2)/(Y2+phi*X)); dY1=((c*b*X*Y2)/(Y2+phi*X))-(alpha+delta1)*Y1-versitas Brawijaya Reposi(eta*X*Y1)+(sigma*X*Y1*Y2); ReposidY2=(alpha*Y1)-(delta2*Y2); dx=[dX dY1 dY2]; Repositera Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositerea Daiversitas Brawijaya Repositere; Universitas Brawijaya Reposite 0:h:3000; rsitas Brawijaya RepositN=length(t)-1;as Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositx(1,:)=[0.1 0.15 0.2];/%N53 Reposit[%]x(1,:)=[3,3,2]; [%]N2wijaya [%]x(1,:)=[2,1,1]; [%]N1 Reposit[%]x(1,:)=[1.5,465]; [%]N3/ijaya Repositex (1, :) = [0,3;5a5] B*N4/iava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositer v0 435 versitas Brawijaya Repositon-Universitas Brawijaya Reposialpha= 0.09; itas Brawijaya delta1= 0.5; Reposidelta2=10.05; tas Brawijaya Repositaigma= 0.15 sitas Brawijaya Reposit_b= 1.4; iversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposipar=[r,k,b,c,phi alpha delta1 Repositeny Liniversitas Brawijaya Repository k1=h*modela(x(n,:),par); Repository $k^{2=h*model}_{k^{3}=h*model} (x(n,:)+0.5*k1, par);$ $k^{3=h*model} (x(n,:)+0.5*k2, par);$ Repository k4=h*modela(x(n,a)+k3,par); Repository Universitas Brawijaya Repository *(n+1,:)=x(n,:)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;ry Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava

46 Repository Universitas Brawijaya delta2 sigma etalversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya

Repository Repository

Repository

Repository



REPOSITORY.UB.ACID



Repository Universitas Brawijaya Repositeny Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya [x(:,1) x(:,2) x(:,3)] %menampilkan hasil hitungan plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3),'r','LineWidth',5);%plot potret fase ya bold on plot3(x(1,1),x(1,2),x(1,3),'*g','LineWidth',5);%nilai awal plot3(k,0,0,'*k','LineWidth',5); %titik kesetimbangan E1 plot3(0.2347143757,9.824130764,17.68343537,'*k','LineWidth',5); Repos [%]titik kesetimbangan E2a plot3(1.196152741,0.3547988384,0.6386379092,'*k','LineWidth',5); Repos %titik kesetimbangan E2b Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositext (x (1,1)+0.1, x (1,2), x (1,3)+dteks, 'N_5'); *nilai awais Brawijaya Repositext (k+dteks, 0+dteks, 0+dteks, 'E_P'); sitory Universitas Brawijaya Repositext(0.2347143757+dteks,9.824130764+dteks,17.68343537+dteks,'E_2_a Repositext(1.196152741+dteks,0.3547988384+dteks,0.6386379092+dteks,'E22 Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repositrabel (ixor, yiabel (ravija), ziabel (ravija), ziabel (ravija) Repositer d Oniversitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya Reposifigure(2) ersitas Brawiaya plot(t,x(:,1),'b',t,x(:,2),' time series solution Repository Universitas Brawijaya ,t,x(:,3),'k','LineWidth',3);%plot Repositiegend((1xe,rsytas, Byraw);aya Repository Universitas Brawijaya Repositulabel hiversitas Brawijaya Repository Universitas Brawijava Repository Universitas Brawijaya Repository Universitas Brawijaya