

**OPTIMASI BIAYA PENGIRIMAN BARANG MENGGUNAKAN
VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM) DAN
KARAGUL-SAHIN APPROXIMATION METHOD (KSAM)
DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE METHOD (SSM)
(Studi Kasus: PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan)**

SKRIPSI

oleh

ADINDA OLIVIA DEWIYANTI

165090401111021



JURUSAN MATEMATIKA

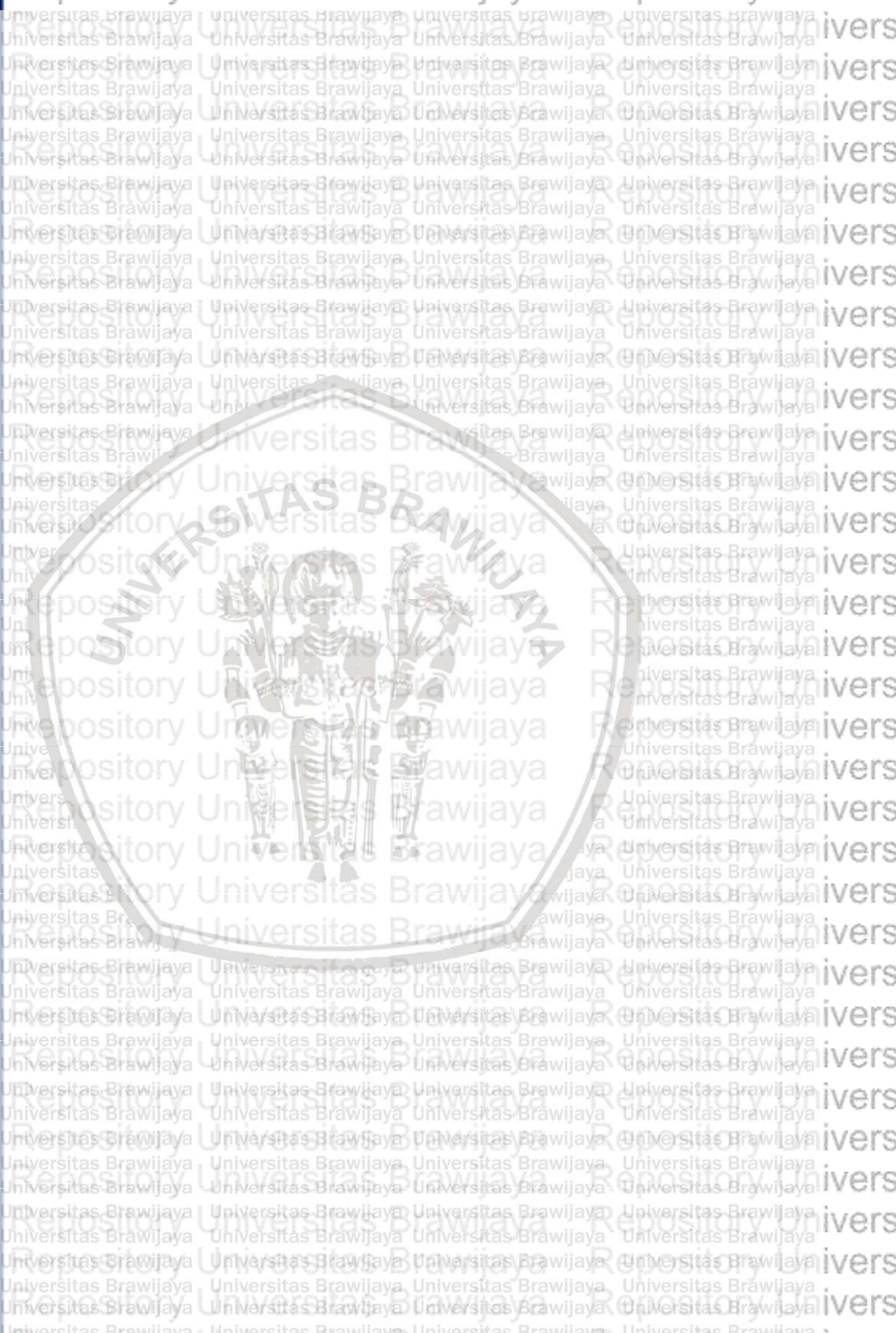
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA**

MALANG

2020

Repository Universitas Brawijaya

Repository Univers



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Prawijaya

Repository Unive

Brawijaya

Repository Univers

Repository Universitas Brawijaya

Repository Univers

**OPTIMASI BIAYA PENGIRIMAN BARANG MENGGUNAKAN
VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM) DAN
KARAGUL-SAHIN APPROXIMATION METHOD (KSAM)
DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE METHOD (SSM)**

(Studi Kasus: PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika

oleh

ADINDA OLIVIA DEWIYANTI

165090401111021



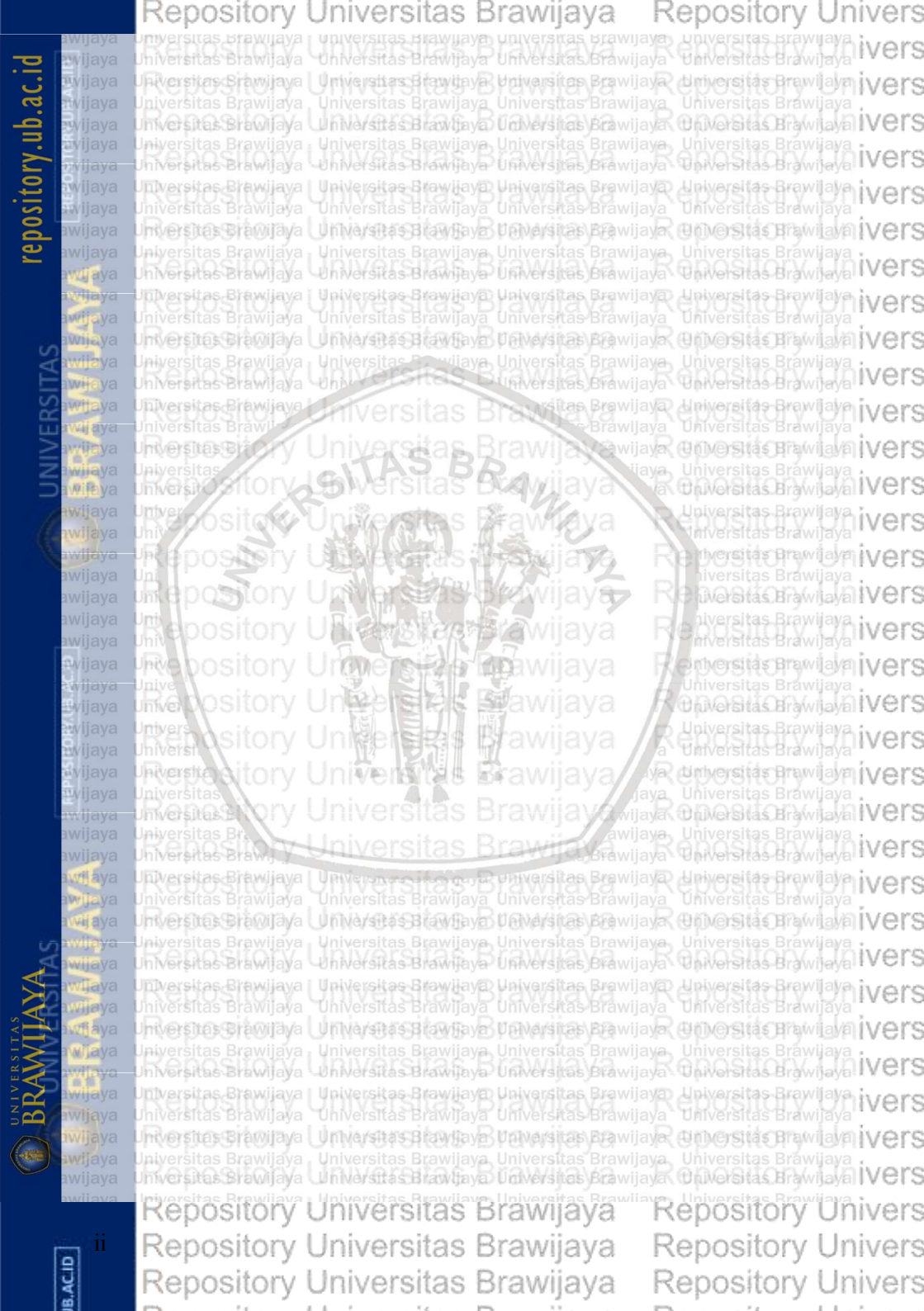
JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2020



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI
OPTIMASI BIAYA PENGIRIMAN BARANG MENGGUNAKAN
VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM) DAN
KARAGUL-SAHIN APPROXIMATION METHOD (KSAM)
DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE METHOD (SSM)
(Studi Kasus: PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan)

oleh
ADINDA OLIVIA DEWIYANTI
165090401111021

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 20 Juli 2020
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika

Pembimbing

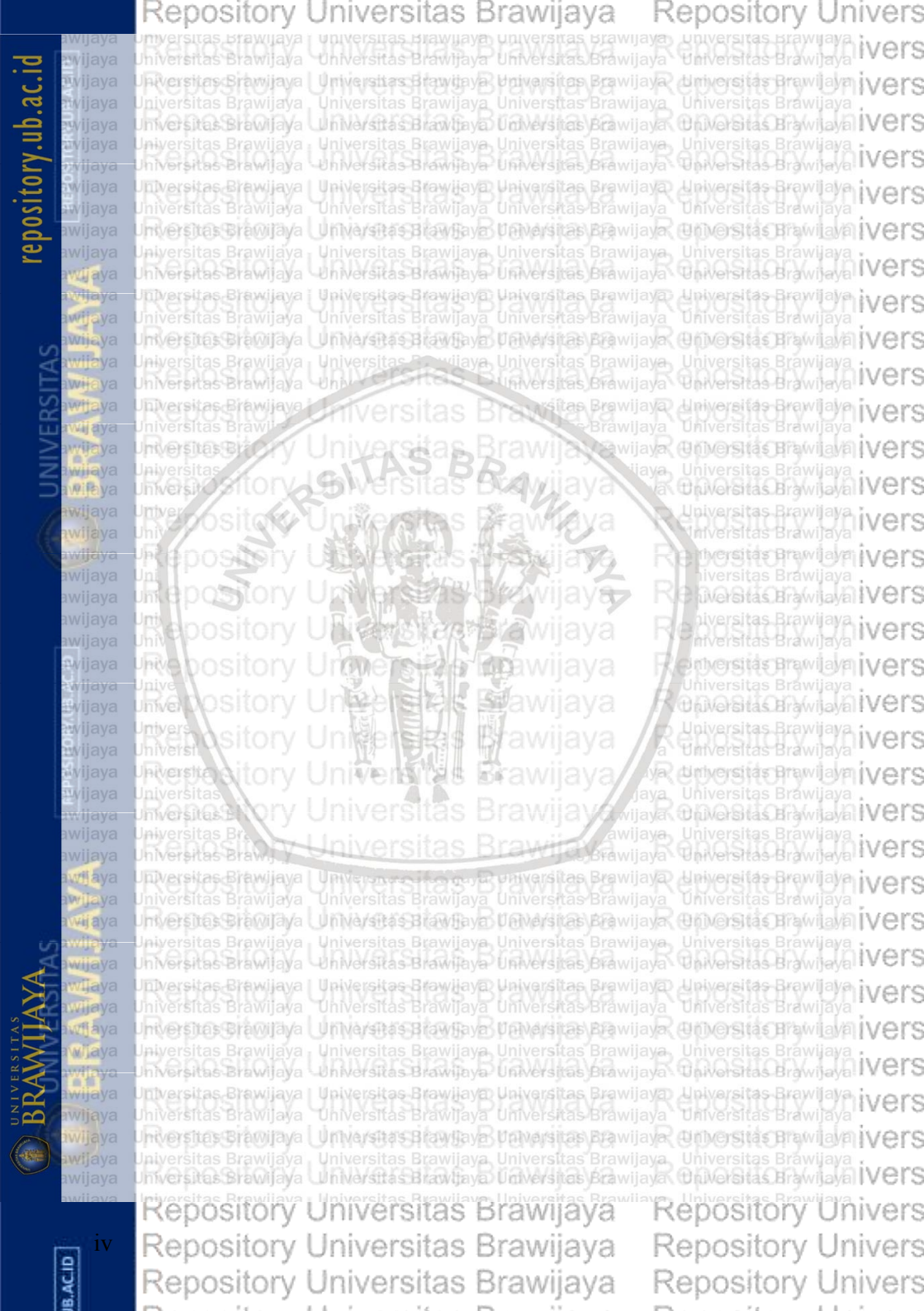


Dr. Drs. Sobri Abusini, MT.
NIP. 196012071988021001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya



Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197509082000031003



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Adinda Olivia Dewiyanti

NIM : 165090401111021

Jurusan : Matematika

Penulis Skripsi berjudul : Optimasi Biaya Pengiriman Barang

Menggunakan *Vogel's Approximation*

Method* (VAM) dan *Karagul-Sahin

***Approximation Method* (KSAM)**

dengan Uji Optimal *Stepping Stone*

***Method* (SSM)**

(Studi Kasus: PT. Pandu Siwi

Sentosa Cab. Pasuruan)

dengan ini menyatakan bahwa:

- 1. Skripsi yang saya buat adalah benar hasil pemikiran sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, nama-nama yang termasuk pada isi dan tertulis di Daftar Pustaka dalam skripsi ini hanya sebagai referensi.**
- 2. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko akibat dari keadaan tersebut.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

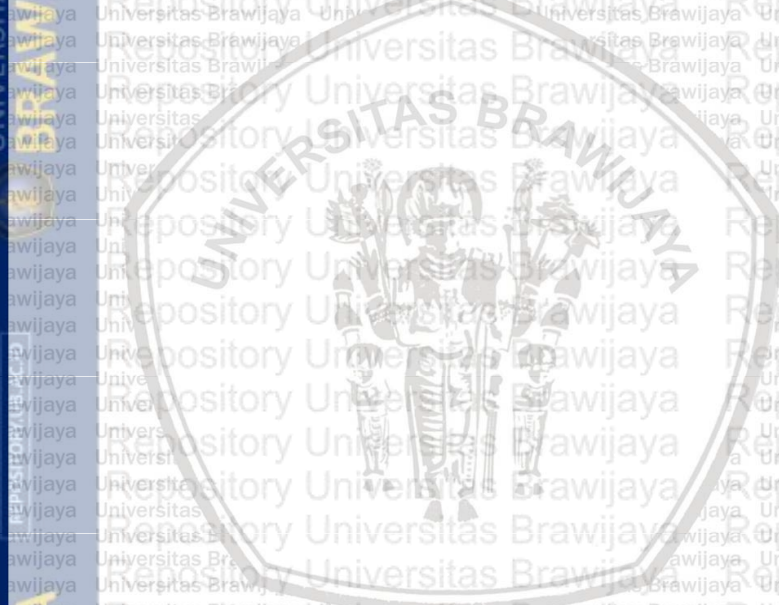
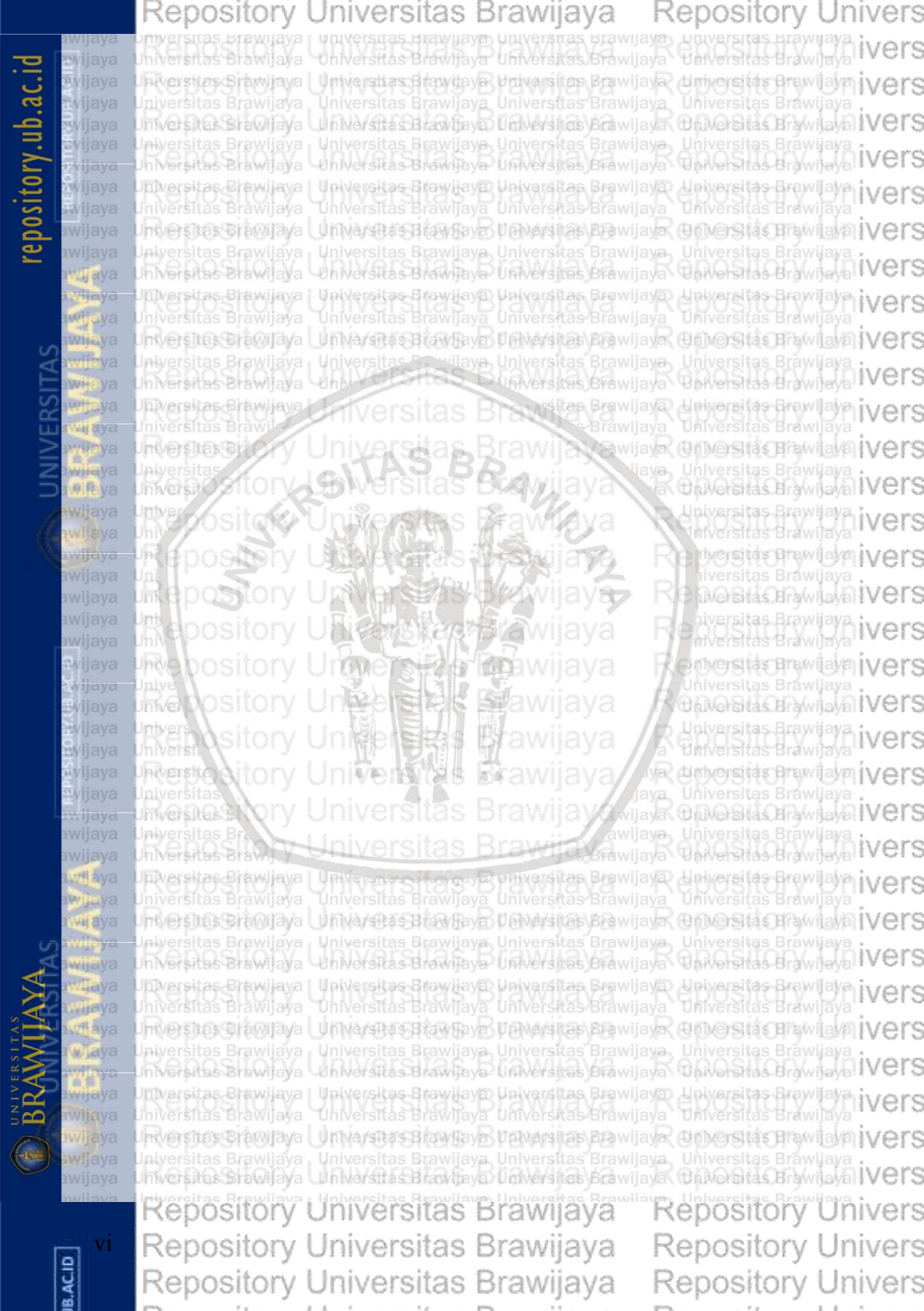
Malang, 20 Juli 2020

yang menyatakan,



Adinda Olivia Dewiyanti

NIM. 165090401111021



**OPTIMASI BIAYA PENGIRIMAN BARANG MENGGUNAKAN
VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM) DAN
KARAGUL-SAHIN APPROXIMATION METHOD (KSAM)
DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE METHOD (SSM)
(Studi Kasus: PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan)**

ABSTRAK

Menggunakan jasa pengiriman barang, kini dinilai lebih efektif untuk menghemat waktu dan tenaga. PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan merupakan perusahaan logistik yang memberikan jasa pengiriman barang ke berbagai tujuan di wilayah domestik. Salah satu target perusahaan adalah meningkatkan keuntungan yaitu dengan cara meminimumkan biaya transportasi, sehingga diperlukan perhitungan biaya transportasi yang tepat agar tidak terjadi pemborosan biaya. Metode transportasi adalah metode yang digunakan untuk mengatur kegiatan pendistribusian dari sumber ke tujuan dengan biaya transportasi yang optimal. Memecahkan suatu masalah transportasi dapat menggunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan *Karagul-Sahin Approximation Method* (KSAM) untuk mendapatkan solusi awal. Kemudian dilakukan uji optimalitas dengan menggunakan *Stepping Stone Method* (SSM). Solusi awal menggunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) diperoleh biaya pengiriman barang sebesar Rp 29.108.000,-. Sedangkan solusi awal menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* (KSAM) diperoleh biaya pengiriman sebesar Rp 30.440.800,-. Hasil uji optimal menggunakan *Stepping Stone Method* (SSM) diperoleh *Vogel's Approximation Method* adalah yang terbaik dengan biaya pengiriman terkecil di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan sebesar Rp 29.108.000,-.

Kata kunci: *Vogel, Karagul-Sahin, Stepping Stone, metode transportasi, masalah transportasi, logistik*



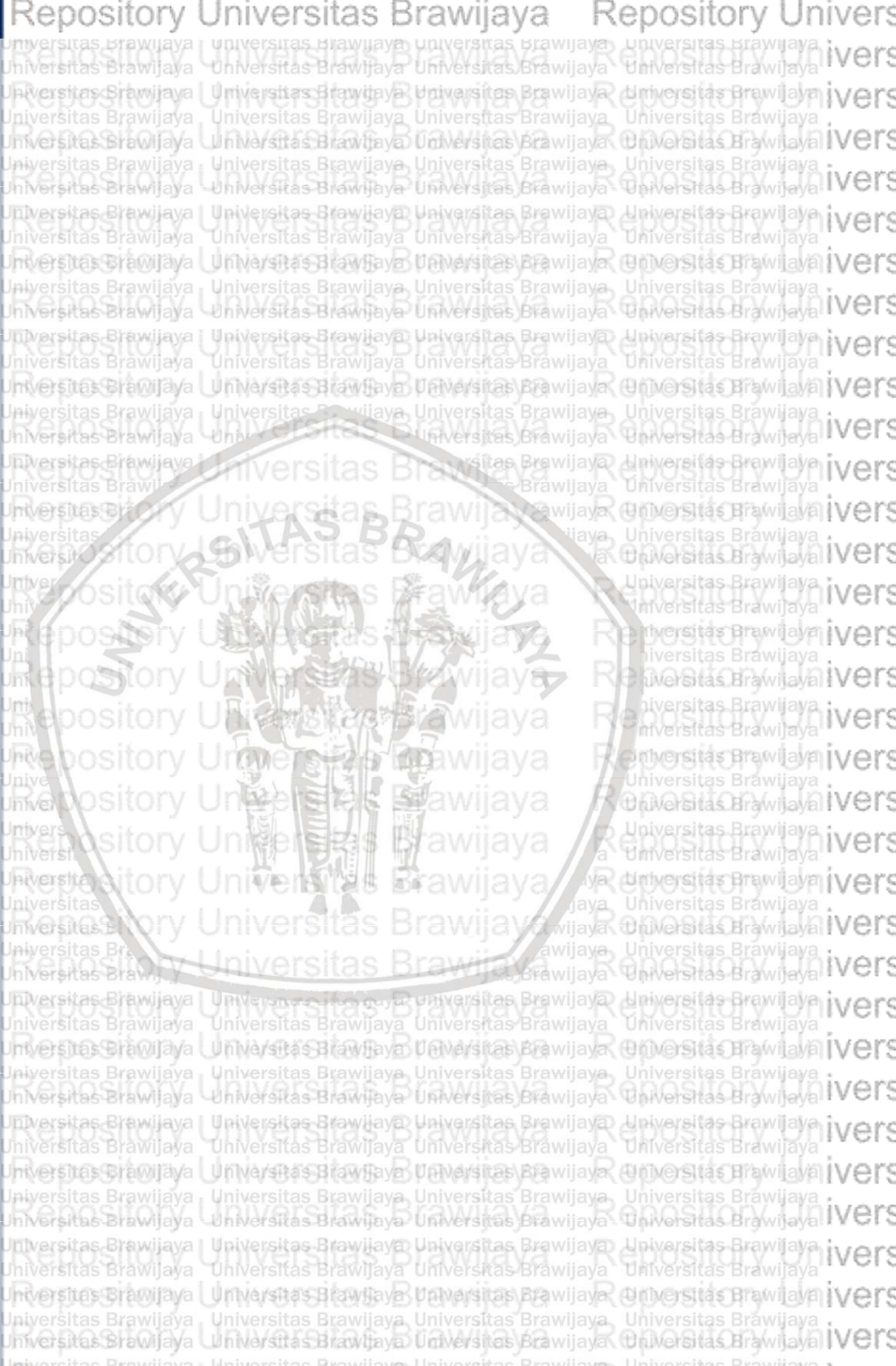
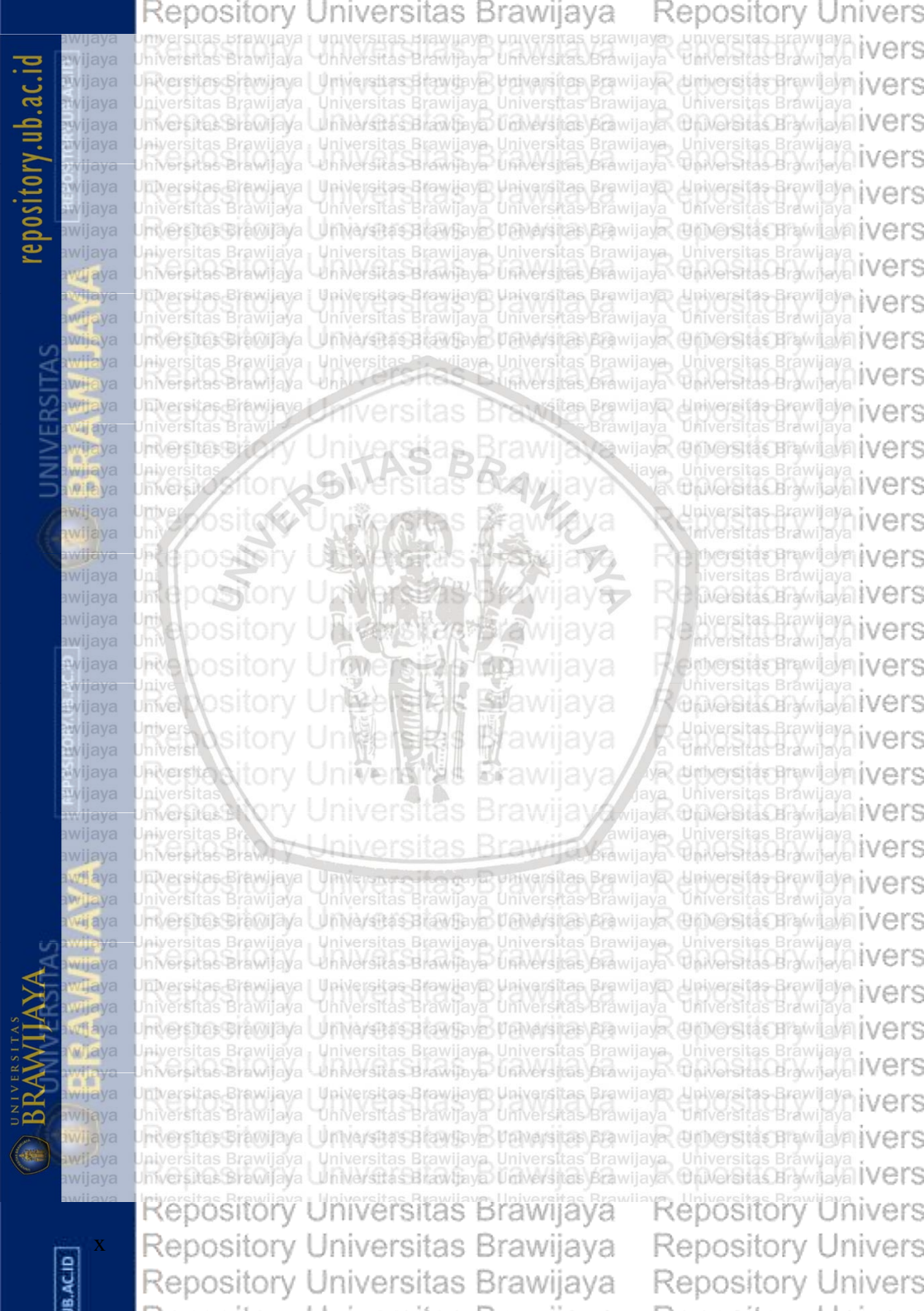
OPTIMIZATION OF SHIPPING COST USING VOGEL'S APPROXIMATION METHOD (VAM) AND KARAGUL-SAHIN APPROXIMATION METHOD (KSAM) WITH OPTIMAL CHECK STEPPING STONE METHOD (SSM)

(Case Study: PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan)

ABSTRACT

Using freight forwarding services, is now considered more effective to save time and energy. PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan is a logistics company that provides freight forwarding services to various destinations in the domestic territory. One of the company's targets is to increase profits by minimizing transportation costs, so an accurate calculation of transportation costs is needed to avoid wasteful costs. Transportation method is a method used to regulate distribution activities from source to destination with optimal transportation costs. Solving a transportation problem can use Vogel's Approximation Method (VAM) and Karagul-Sahin Approximation Method (KSAM) to get an initial solution. Then the optimality check is done using the Stepping Stone Method (SSM). The initial solution using Vogel's Approximation Method (VAM) obtained by the cost of shipping goods Rp. 29,108,000. While the initial solution using the Karagul-Sahin Approximation Method (KSAM) obtained a shipping fee of Rp. 30,440,800. The optimality check results using the Stepping Stone Method (SSM) obtained by Vogel's Approximation Method are the best with the smallest shipping costs at PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan Rp. 29,108,000.

Keywords: *Vogel, Karagul-Sahin, Stepping Stone, transportation method, transportation problem, logistic*





DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI	iii
---------------------------------	-----

LEMBAR PERNYATAAN.....	v
------------------------	---

ABSTRAK	vii
---------------	-----

ABSTRACT	ix
----------------	----

KATA PENGANTAR.....	xi
---------------------	----

DAFTAR ISI.....	xiii
-----------------	------

DAFTAR GAMBAR.....	xv
--------------------	----

DAFTAR TABEL	xvii
--------------------	------

BAB I PENDAHULUAN	1
-------------------------	---

1.1 Latar Belakang	1
--------------------------	---

1.2 Rumusan Masalah	2
---------------------------	---

1.3 Batasan Masalah dan Asumsi	3
--------------------------------------	---

1.3.1 Batasan Masalah	3
-----------------------------	---

1.3.2 Asumsi	3
--------------------	---

1.4 Tujuan	3
------------------	---

BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
-------------------------------	---

2.1 Distribusi	5
----------------------	---

2.2 Logistik	5
--------------------	---

2.3 Masalah Transportasi	5
--------------------------------	---

2.4 Pemrograman Linier (<i>Linear Programming</i>)	6
--	---

2.4.1 Bentuk Umum Pemrograman Linier	7
--	---

2.5 Model Transportasi	9
------------------------------	---

2.6 Metode Transportasi	9
-------------------------------	---

2.7 Penyelesaian Metode Transportasi	11
--	----

2.7.1 <i>Vogel's Approximation Method</i> (VAM)	11
---	----

2.7.2 <i>Karagul-Sahin Approximation Method</i> (KSAM)	12
--	----

2.7.3 <i>Stepping Stone Method</i> (SSM)	13
--	----

2.8 Masalah Keseimbangan Metode Transportasi	14
--	----

BAB III METODE PENELITIAN	17
---------------------------------	----

3.1 Deskripsi Umum Perusahaan	17
-------------------------------------	----

3.2 Waktu Penelitian	17
----------------------------	----

3.3 Jenis dan Sumber Data	17
---------------------------------	----

3.4 Langkah-Langkah Penelitian	18
--------------------------------------	----

3.5 Metode Pengolahan dan Analisis Data	19
---	----

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
-----------------------------------	----

4.1 Menyusun Tabel Transportasi	23
---------------------------------------	----

4.2 Mencari Perbandingan Solusi Awal	25
--	----

4.2.1 Perhitungan Solusi Awal Menggunakan *Vogel's Approximation Method* 25

4.2.2 Perhitungan Solusi Awal Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* 31

4.3 Uji Optimal..... 36

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 49

5.1 Kesimpulan..... 49

5.2 Saran 49

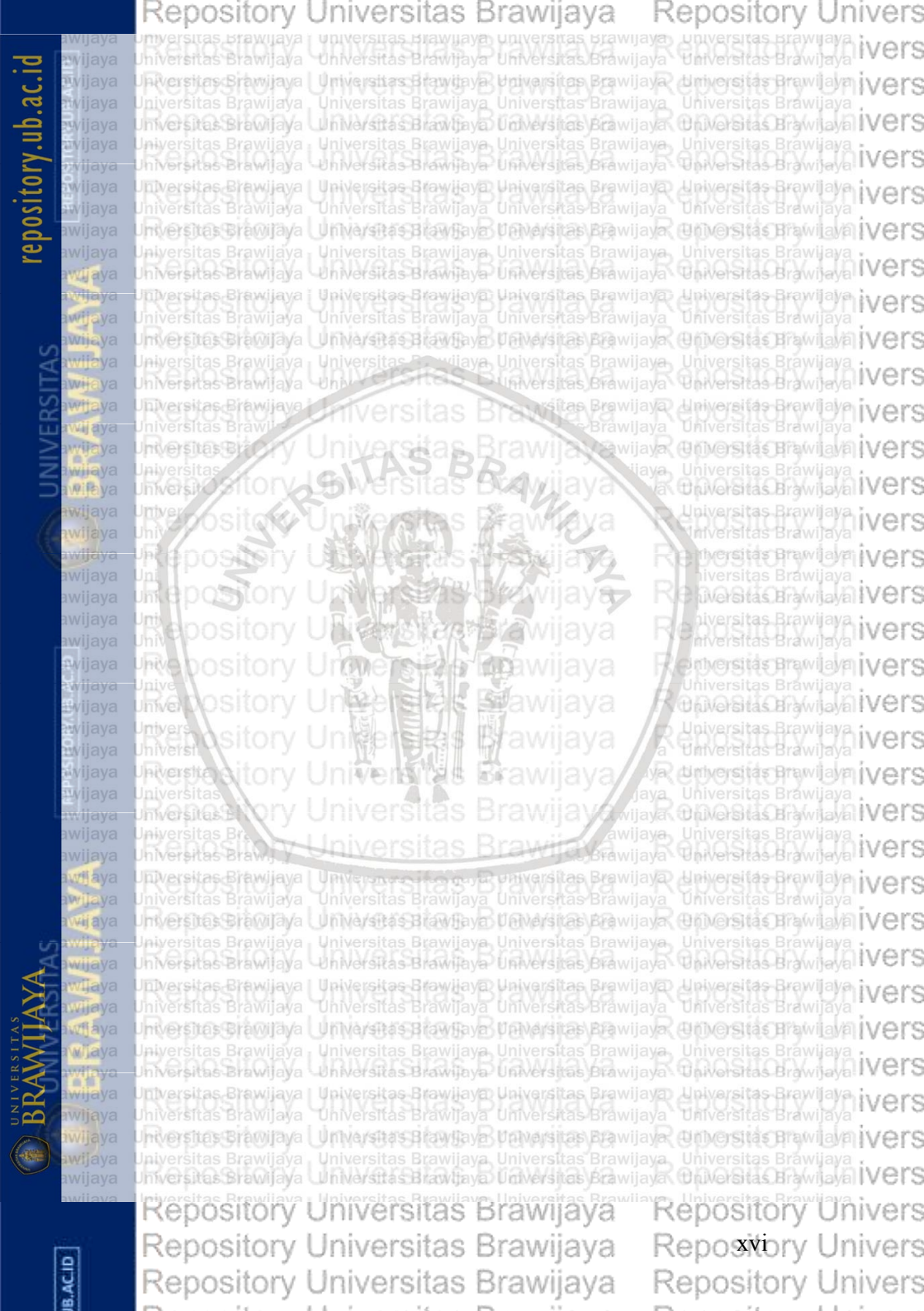
DAFTAR PUSTAKA..... 51



DAFTAR GAMBAR

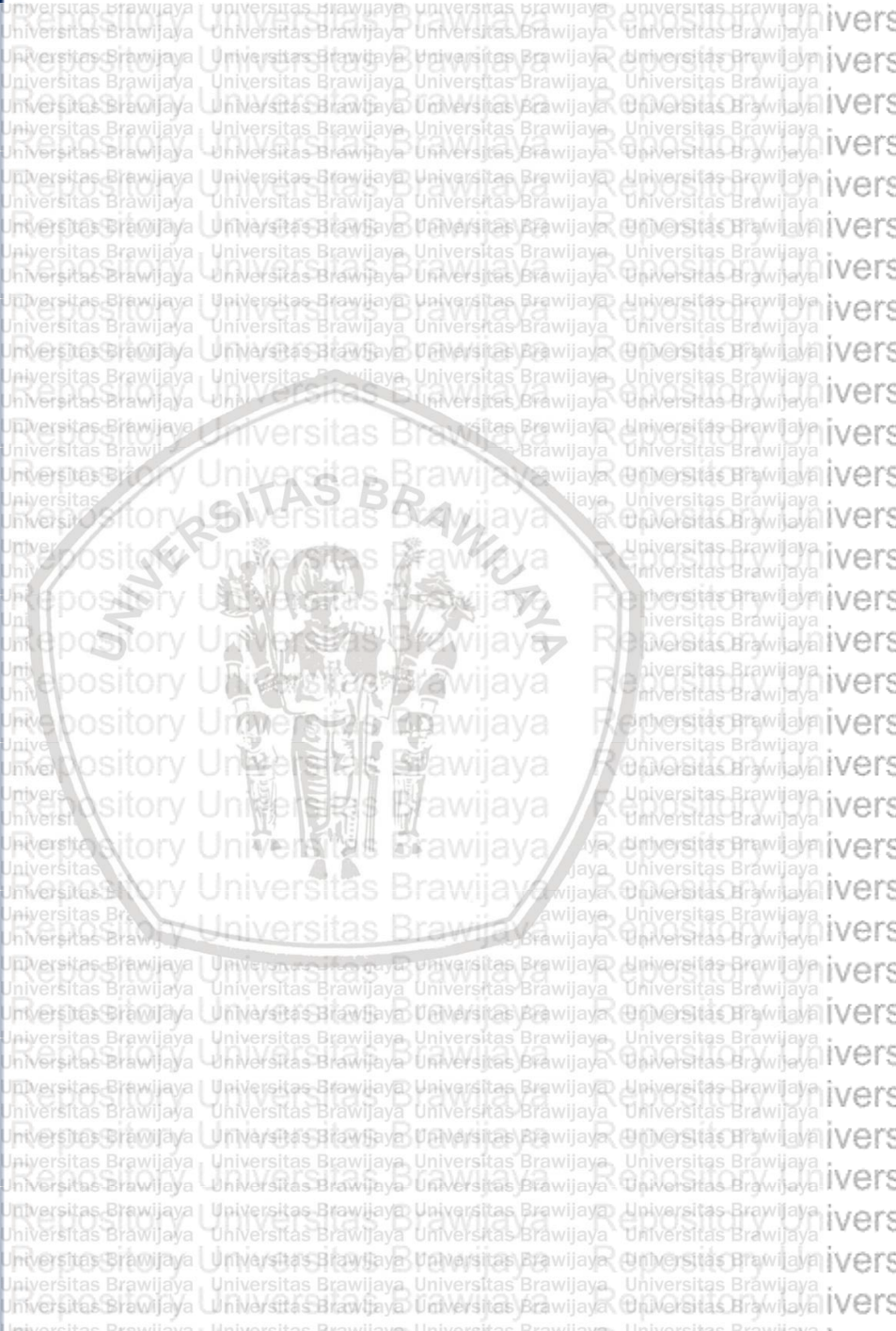
Gambar 2.1 Jaringan Transportasi	6
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Rancangan Penelitian	19
Gambar 3.2 <i>Flowchart Vogel's Approximation Method</i>	20
Gambar 3.3 <i>Flowchart Karagul-Sahin Approximation Method</i>	21
Gambar 3.4 <i>Flowchart Stepping Stone Method</i>	22





Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Tabel Transportasi.....	10
Tabel 4.1 Kapasitas Gudang Berdasarkan Jasa.....	23
Tabel 4.2 Jumlah Permintaan Konsumen ke Kota Tujuan Dalam Pulau Jawa.....	23
Tabel 4.3 Ongkos Pengiriman Jasa Regular dari Gudang ke Kota Tujuan.....	24
Tabel 4. 4 Ongkos Pengiriman Jasa Ekspres dari Gudang ke Kota Tujuan.....	24
Tabel 4.5 Tabel Transportasi Biaya Pengiriman Barang	25
Tabel 4.6 Tabel Transportasi Awal menggunakan <i>Vogel's</i> <i>Approximation Method</i>	26
Tabel 4.7 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-1	27
Tabel 4.8 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-2.....	27
Tabel 4.9 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-3	28
Tabel 4.10 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-4.....	28
Tabel 4.11 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-5	29
Tabel 4.12 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-6.....	29
Tabel 4.13 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-7.....	30
Tabel 4.14 Tabel Transportasi Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i> iterasi-8	30
Tabel 4.15 Tabel Solusi Awal Menggunakan <i>Vogel's Approximation</i> <i>Method</i>	31
Tabel 4.16 Tabel Transportasi Awal <i>Karagul-Sahin Approximation</i> <i>Method</i>	32
Tabel 4.17 Matriks Permintaan Seimbang menggunakan <i>Karagul-</i> <i>Sahin Approximation Method</i>	32
Tabel 4.18 Matriks Persediaan Seimbang Menggunakan <i>Karagul-</i> <i>Sahin Approximation Method</i>	33



Tabel 4.19 Matriks Biaya Transportasi Tertimbang Menurut Permintaan	33
Tabel 4.20 Matriks Biaya Transportasi Tertimbang Menurut Persediaan	34
Tabel 4.21 Solusi 1 Menggunakan <i>Karagul-Sahin Approximation Method</i>	35
Tabel 4.22 Solusi 2 Menggunakan <i>Karagul-Sahin Approximation Method</i>	35
Tabel 4.23 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_1$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	37
Tabel 4.24 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_1$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	38
Tabel 4. 25 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_2$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	38
Tabel 4.26 Uji Optimalitas Sel <i>dummy</i> – b_2 Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	39
Tabel 4.27 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_3$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	40
Tabel 4.28 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_4$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	40
Tabel 4.29 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_4$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	41
Tabel 4.30 Uji Optimalitas Sel <i>dummy</i> – b_5 Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	42
Tabel 4.31 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_6$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	42
Tabel 4.32 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_6$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	43
Tabel 4.33 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_7$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	44
Tabel 4.34 Uji Optimalitas Sel <i>dummy</i> – b_7 Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	44
Tabel 4.35 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_8$ Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	45
Tabel 4.36 Uji Optimalitas Sel <i>dummy</i> – b_8 Menggunakan <i>Stepping Stone Method</i>	46



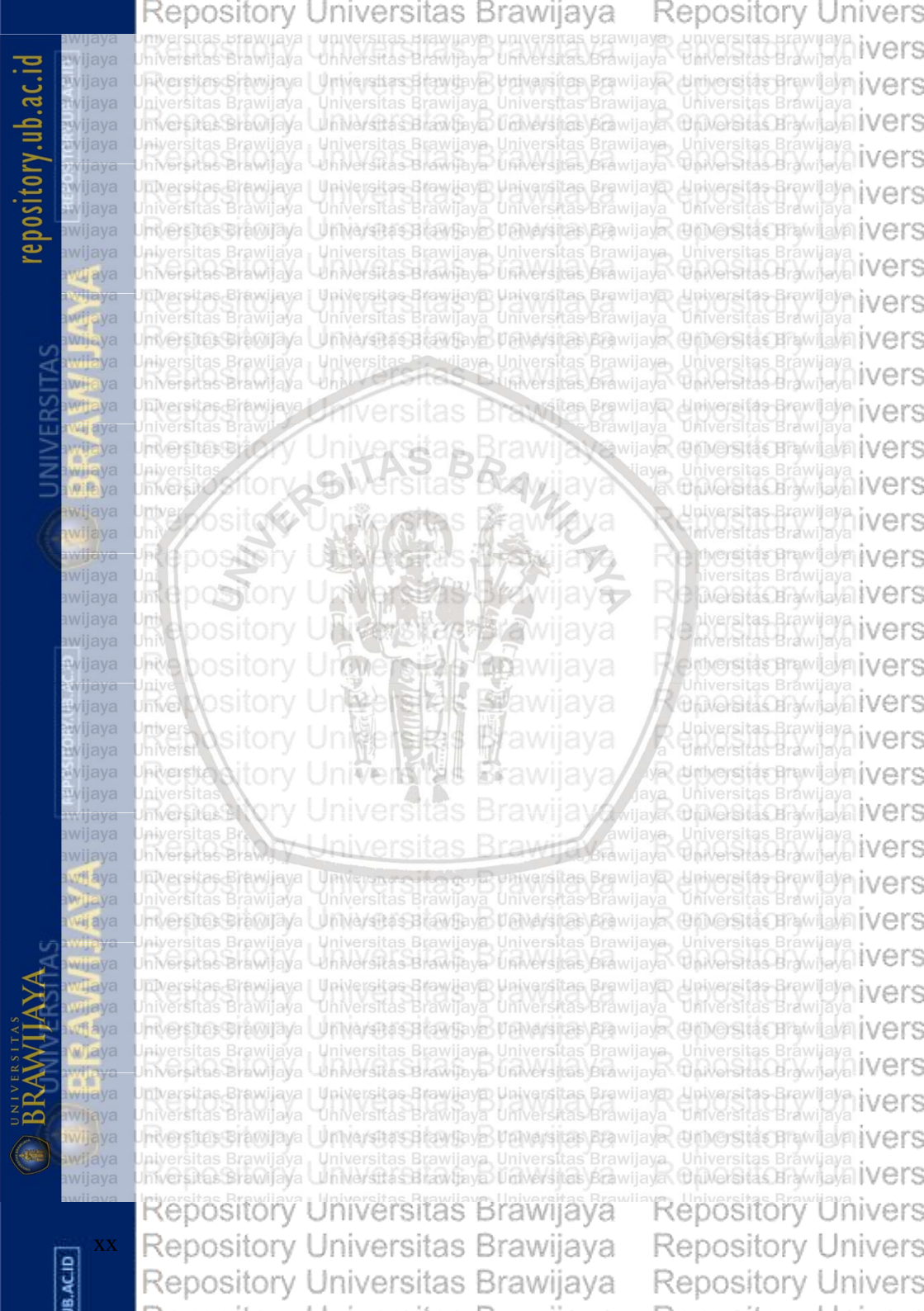
Tabel 4.37 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_9$ Menggunakan *Stepping Stone Method*.....

46

Tabel 4.38 Uji Optimalitas Sel *dummy* – b_9 Menggunakan *Stepping Stone Method*.....

47





BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengiriman barang merupakan salah satu kebutuhan penting bagi setiap individu. Karena kebutuhan tersebut, muncul perusahaan jasa yang melayani pengiriman barang. Menggunakan jasa pengiriman dinilai lebih efektif untuk menghemat waktu dan tenaga. Semakin melonjaknya pengguna jasa pengiriman tersebut menyebabkan munculnya banyak perusahaan jasa pengiriman. Di dalam persaingannya, perusahaan menjadikan pelayanan, harga, dan fasilitas sebagai strategi terbaik untuk menarik konsumen. Target utama strategi dalam hal pelayanan adalah kepuasan konsumen dalam menerima jasa. Kepuasan konsumen dapat meningkatkan kepercayaan dan popularitas terhadap perusahaan. Selain itu, perusahaan tentunya mengharapkan keuntungan yang diperoleh dapat semaksimal mungkin. Salah satu cara memaksimalkan keuntungan tersebut yaitu dengan cara meminimumkan biaya transportasi. Biaya transportasi merupakan biaya yang dikeluarkan perusahaan dalam proses transportasi. Oleh karena itu, semakin besar biaya yang dikeluarkan perusahaan maka dapat mempengaruhi keuntungan perusahaan. Untuk mencapai tujuan tersebut maka diperlukan perhitungan ongkos biaya transportasi secara tepat.

PT. Pandu Siwi Sentosa merupakan perusahaan yang bergerak dalam bidang logistik. Perusahaan tersebut melayani jasa pengiriman barang di wilayah domestik. Hingga kini telah beroperasi lebih dari 180 kantor cabang / agen di seluruh Indonesia. Pada pelaksanaannya, diperlukan kegiatan distribusi ke berbagai tempat yang berbeda. Distribusi merupakan kegiatan memindahkan produk dari satu sumber ke konsumen akhir dengan saluran distribusi di waktu yang tepat (Assauri, 2004). Masalah yang sering dihadapi dalam persoalan distribusi adalah pengambilan keputusan yang dapat mengoptimalkan biaya pengiriman, waktu tempuh, banyaknya kendaraan yang dioperasikan, dan sumber daya lain yang tersedia. Di dalam melakukan kegiatan distribusi, tentunya perusahaan mengeluarkan biaya transportasi dengan jumlah tertentu. Untuk itu, diperlukan perencanaan yang sesuai agar tidak menimbulkan pemborosan dan biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan menjadi lebih efisien.

Metode Transportasi merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah transportasi atau pengiriman barang dari beberapa sumber ke beberapa tempat tujuan dengan prinsip biaya yang paling minimum. Masing-masing sumber mempunyai kapasitas pengiriman tertentu, sedangkan masing-masing tempat tujuan memiliki batasan-batasan permintaan (*demand*) tertentu pula (Syiafuddin, 2011). Alokasi produk harus memperhatikan biaya distribusi dari satu tempat ke tempat lain, hal ini dikarenakan adanya perbedaan dari biaya-biaya tersebut. *Karagul-Sahin Approximation Method* (KSAM) dan *Vogel's Approximation Method* (VAM) merupakan metode dalam transportasi yang digunakan untuk memperoleh solusi awal dalam mengoptimalkan biaya distribusi agar ongkos yang dikeluarkan lebih efisien.

Pada penelitian terdahulu, Queeny (2015) membahas penerapan model transportasi *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk mengetahui besarnya biaya transportasi distribusi pada PT. Hastura Nazwa Utama di Bantaeng. Fatimah (2015) membahas implementasi pengoptimalan biaya transportasi dengan *Stepping Stone Method* (SSM) untuk mengetahui biaya distribusi raskin pada Perum Bulog Sub Divisi Regional Semarang. Perhitungan biaya transportasi pada penelitian ini mengacu pada artikel Karagul dan Sahin (2019).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, permasalahan yang akan dibahas pada penelitian ini sebagai berikut.

1. Bagaimana perbandingan solusi awal biaya pengiriman barang dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method* dan *Karagul-Sahin Approximation Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan?
2. Bagaimana hasil uji optimalitas biaya pengiriman barang dengan menggunakan *Stepping Stone Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan?

1.3 Batasan Masalah dan Asumsi

1.3.1 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Data yang digunakan untuk pengiriman barang pada bulan Mei 2020.
2. Kendaraan yang digunakan hanya mobil bak tertutup.

1.3.2 Asumsi

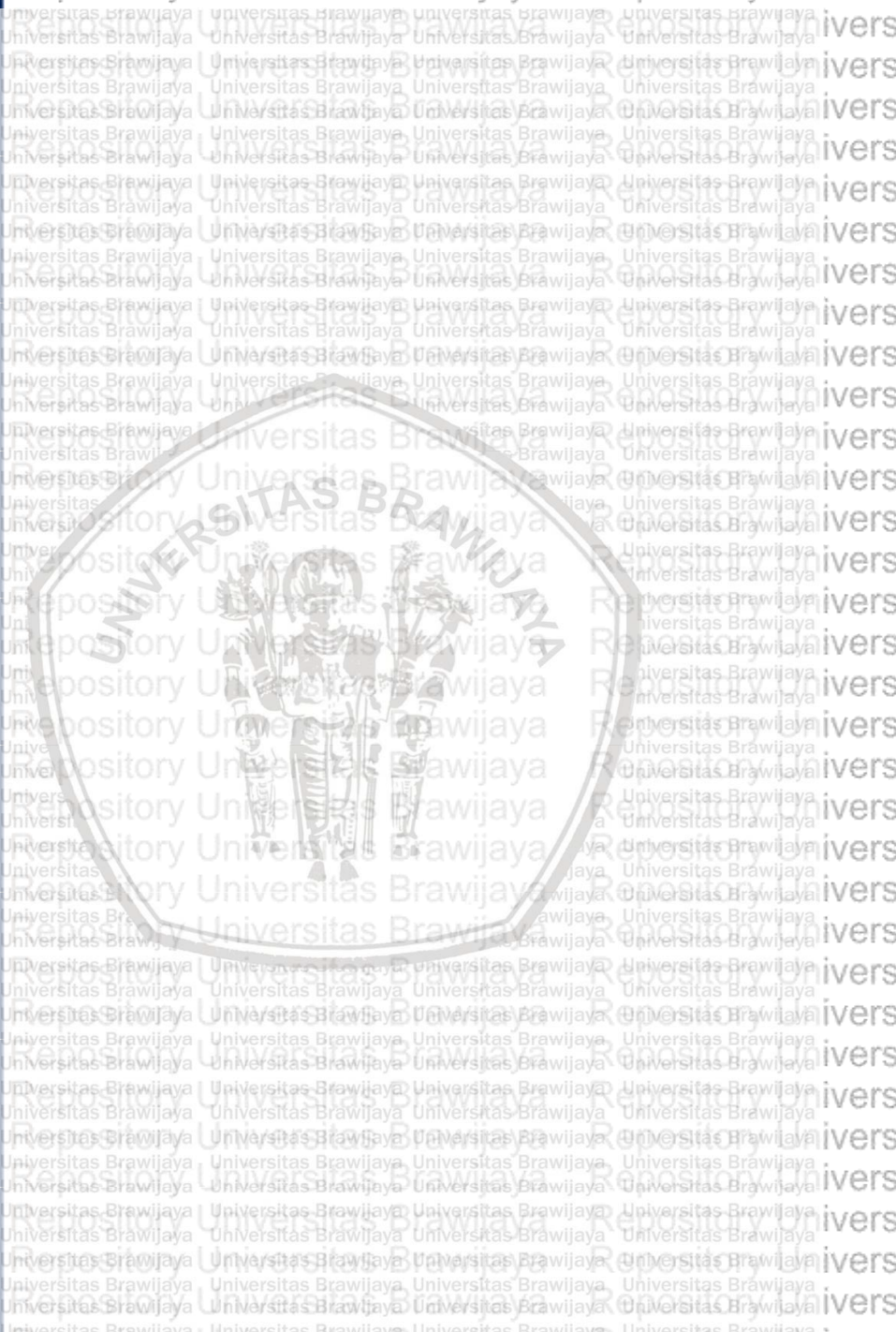
Adapun asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Jumlah barang yang dikirim tetap.
2. Jumlah barang di gudang tetap.
3. Ongkos pengiriman barang yang digunakan per satuan kilogram.
4. Faktor alam yang dianggap menghambat pendistribusian diabaikan.

1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang, tujuan yang akan dicapai pada penelitian ini sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui perbandingan solusi awal biaya pengiriman barang dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method* dan *Karagul-Sahin Approximation Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan.
2. Untuk mengetahui hasil uji optimalitas biaya pengiriman barang dengan menggunakan *Stepping Stone Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan.





BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi

Menurut Tjiptono (2008), distribusi merupakan suatu proses kegiatan pemasaran yang mempermudah kegiatan penyaluran barang atau jasa dari pihak produsen ke pihak konsumen. Dalam kegiatan penyaluran membutuhkan biaya operasional tertentu, selain itu terdapat faktor-faktor yang dapat mempengaruhi kelancaran distribusi tersebut.

2.2 Logistik

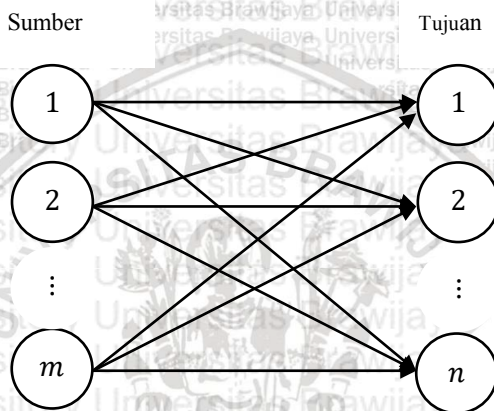
Kata logistik berasal dari bahasa Yunani, *logos* yang berarti rasio, kata, kalkulasi, alasan, pembicaraan, orasi. Kata logistik memiliki asal kata dari Bahasa Prancis *loger* yaitu untuk menginapkan atau menyediakan. Kegunaan asalnya untuk menjelaskan ilmu dari pergerakan, suplai & perawatan dari pasukan militer di lapangan. Nantinya digunakan untuk mendeskripsikan manajemen arus barang di sebuah organisasi, dari barang mentah menjadi barang jadi.

Logistik berhubungan erat dengan perencanaan dan pengendalian aliran material dan informasi yang terikat dalam sebuah perusahaan, baik di sektor swasta maupun negeri. Secara luas, misi utama logistik adalah mengatur agar material sampai di tujuan dalam kondisi, jumlah, dan waktu yang tepat sambil mengoptimalkan performa yang diikuti seperti meminimalkan biaya operasi dan memasukkan satu set kendala seperti kendala alokasi biaya (Ghiani, dkk., 2004).

2.3 Masalah Transportasi

Pada umumnya, masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan, dengan permintaan tertentu, pada biaya transpor minimum (Mulyono, 1999). Masalah transportasi merupakan masalah yang sering dihadapi dalam pendistribusian barang. Masalah transportasi biasanya berhubungan dengan kegiatan distribusi yang dilakukan ke berbagai sumber dengan penawaran dan persediaan tertentu pada biaya transportasi yang minimum.

Misalkan ada m buah gudang (sumber) yang masing-masing memiliki $a_1, a_2, \dots, a_m$ buah barang yang sama. Barang-barang tersebut hendak dikirim ke n buah toko (tujuan) yang masing-masing membutuhkan $b_1, b_2, \dots, b_n$ buah barang. Hal yang sering menjadi permasalahan yaitu dalam penentuan ongkos distribusi yang efektif (Siang, 2011). Jaringan transportasi dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.1 Jaringan Transportasi

2.4 Pemrograman Linier (*Linear Programming*)

Menurut Prawirosetono (2007), program linier adalah salah satu metode dalam ilmu manajemen untuk mengelola sumber daya yang terbatas untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Program linier adalah cara menanggulangi masalah yang mempunyai variabel-variabel yang bergantung satu sama lain dan berhubungan secara linier.

Program linier merupakan salah satu teknik penyelesaian riset operasi dalam hal ini adalah khusus menyelesaikan masalah-masalah optimasi (memaksimalkan atau meminimumkan) tetapi hanya terbatas pada masalah-masalah yang dapat diubah menjadi fungsi linier. Demikian pula kendala-kendala yang ada juga berbentuk linier. *Linear programming* adalah suatu metode analitik paling terkenal yang merupakan suatu bagian kelompok teknik-teknik yang disebut programasi matematik. Program linier (LP) adalah salah satu

metode matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi, yaitu memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah variabel input. Hal terpenting yang perlu kita lakukan adalah mencari tahu tujuan penyelesaian masalah dan apa penyebab masalah tersebut (Sarjono, 2010).

Menurut Wijaya (2012), dalam pemrograman linier dikenal dua macam fungsi, yaitu:

1. Fungsi tujuan, menggambarkan apa yang ingin dicapai perusahaan dengan menggambarkan sumber daya yang ada, fungsi tujuan digambarkan dalam bentuk maksimal (misalnya untuk laba, penerimaan, produksi, dan lain-lain) atau meminimasi (misalnya untuk biaya) yang biasanya dinyatakan dalam notasi Z.
2. Fungsi kendala, menggambarkan kendala-kendala yang dihadapi perusahaan dalam kaitannya dengan pencapaian tujuan tersebut, misalnya mesin, tenaga kerja, dan lain-lain. untuk kasus pemrograman linier kendala yang dihadapi berjumlah lebih dari satu kendala.

2.4.1 Bentuk Umum Pemrograman Linier

Menurut Hiller dan Lieberman (2001), Pemrograman Linier merupakan suatu model matematis untuk menggambarkan permasalahan yang dihadapi. Linier berarti bahwa semua fungsi matematis dalam model ini harus merupakan fungsi-fungsi linier. Pemrograman merupakan sinonim untuk kata perencanaan. Dengan demikian, pemrograman linier adalah perencanaan kegiatan-kegiatan untuk memperoleh hasil yang optimal, yaitu suatu hasil untuk mencapai tujuan yang ditentukan dengan cara yang paling baik (sesuai dengan model matematis) di antara semua alternatif yang mungkin.

Menurut Siang (2011), masalah yang dapat diselesaikan dengan model program linier memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

1. Semua variabel penyusunnya bernilai tidak negatif.
2. Fungsi objektif dapat dinyatakan sebagai fungsi linier variabel-variabelnya.
3. Kendala dapat dinyatakan sebagai suatu sistem persamaan linier.

Secara umum model untuk kondisi maksimasi dan minimasi memiliki perbedaan pada kendala. Untuk kasus minimasi umumnya

kendala berbentuk pertidaksamaan $\geq$, sedangkan untuk kasus maksimasi berbentuk pertidaksamaan $\leq$.

Menurut Bazaraa (2010), formula standar pemrograman linier adalah $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ yang merupakan fungsi objektif (fungsi kriteria) yang harus diminimalkan yang dilambangkan dengan notasi Z . Koefisien $c_1, c_2, \dots, c_n$ adalah koefisien biaya dan $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel keputusan yang akan ditentukan.

Minimum/Maksimum $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

Kendala

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

Ketidaksamaan $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i$ menunjukkan kendala ke- i (pembatasan atau fungsional, kendala struktural, atau teknologi). Koefisien a_{ij} untuk $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ disebut koefisien teknologi.

Ciri pertama dipenuhi oleh banyak masalah karena pada umumnya variabel yang digunakan ($x_1, x_2, \dots, x_n$) menyatakan suatu kuantitas (misalnya jumlah barang, lama waktu, dan lain-lain) yang hendak dioptimalkan. Apabila diinginkan ada variabel yang boleh bernilai negatif, model program linier tetap diselesaikan dengan suatu transformasi. Ciri kedua berarti bahwa setiap variabel memiliki koefisien konstan, tidak boleh ada variabel berpangkat selain satu, dan tidak boleh ada pergandaan variabel. Ciri linier juga berlaku pada semua kendalanya. Dalam beberapa kasus ada kemungkinan bentuk fungsi (kendala) yang tidak linier dapat ditransformasikan ke bentuk linier. Apabila demikian, model program linier dapat digunakan.

Langkah-langkah pembuatan/proses membentuk model program linier menurut Siang (2011) adalah sebagai berikut.

1. Tentukan variabel-variabel keputusan. Variabel keputusan adalah besaran yang harus ditentukan nilainya agar optimisasi yang diinginkan tercapai.
2. Buatlah fungsi tujuan, yaitu fungsi yang akan dioptimumkan. Fungsi ini harus merupakan kombinasi linier variabel-variabel keputusan.
3. Tentukan kendala berdasarkan keterbatasan sumber daya atau karena kondisi yang harus dipenuhi. Seperti halnya fungsi tujuan, fungsi tiap kendala harus merupakan fungsi linier variabel keputusan. Kendala bisa berupa suatu persamaan atau pertidaksamaan.

2.5 Model Transportasi

Model transportasi merupakan salah satu bentuk model yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman linier. Menurut Taha (1996), menyatakan bahwa model transportasi pada dasarnya merupakan sebuah program linier yang dapat dipecahkan dengan metode simpleks biasa. Tetapi strukturnya yang khusus memungkinkan pengembangan sebuah prosedur pemecahan yang disebut teknik transportasi yang lebih efisien dalam perhitungan.

Secara khusus model transportasi berkaitan dengan masalah pendistribusian barang-barang dari pusat-pusat pengiriman atau sumber ke pusat-pusat penerimaan atau tujuan. Persoalan yang ingin dipecahkan oleh model transportasi adalah penentuan distribusi barang yang akan meminimumkan biaya total distribusi (Siswanto, 2007).

2.6 Metode Transportasi

Metode transportasi merupakan bagian dari *linear programming* yang digunakan untuk mengatur dan mendistribusikan sumber-sumber yang menyediakan produk ke tempat-tempat yang membutuhkan untuk mencapai efisiensi biaya transportasi (Wijaya, 2012).

Pada tahun 2000, Subagyo, dkk. mengatakan bahwa metode transportasi merupakan sebuah metode yang digunakan untuk

mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menghasilkan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal.

Menurut Prawirosetono (2007), metode transportasi adalah bagian dari *operation research* yang membahas tentang minimasi biaya transportasi dari suatu tempat ke tempat lain. Tabel awal transportasi dapat dilihat pada Tabel 2.7.

Tabel 2.1 Tabel Transportasi

	Tujuan						Supply	
	1	2	...	j	...	n		
Sumber	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}	a_1
		x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}	
	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}	a_2
		x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}	
	:	:	:	$\ddots$	:	$\ddots$	:	:
	i	c_{i1}	c_{i2}		c_{ij}	...	c_{in}	a_i
		x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}	
	:	:	:	$\ddots$	:	$\ddots$	:	:
m	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}	a_m	
	x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}		
Demand	b_1	b_2	...	b_j	...	b_n	$\sum a_i = \sum b_j$	

Ciri-ciri penggunaan Metode Transportasi adalah sebagai berikut.

1. Terdapat sejumlah sumber dan tujuan tertentu.
2. Kuantitas komoditi/barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan besarnya tertentu.

3. Komoditi yang dikirim/diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.
4. Jenis komoditi/barang yang didistribusikan sama.
5. Ongkos pengangkutan komoditi dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya tertentu

2.7 Penyelesaian Metode Transportasi

Ada beberapa metode yang biasa digunakan dan masing-masing metode memiliki keuntungan yang berbeda. Tidak ada teori yang menjamin bahwa penyelesaian awal merupakan penyelesaian optimal. Jika tabel transportasi terdiri dari m baris dan kolom, maka penyelesaian awal harus menghasilkan $m+n-1$ buah variabel basis (sel yang terisi). Jika penyelesaian awalnya berisi kurang dari $m+n-1$ buah variabel basis maka harus ditambahkan variabel dummy agar proses pengecekan keoptimalan dan iterasi dapat dilakukan (Siang, 2011).

2.7.1 Vogel's Approximation Method (VAM)

Menurut Siang (2011), penyelesaian fisibel awal digunakan untuk menentukan penyelesaian awal dalam masalah transportasi. Perhitungan penyelesaian awal dengan metode *Vogel* lebih rumit, akan tetapi biasanya lebih mendekati penyelesaian optimalnya.

Algoritma *Vogel* untuk menentukan penyelesaian fisibel awal masalah transportasi adalah sebagai berikut.

1. Cari dua biaya terendah dari masing-masing baris dan kolom.
2. Hitung selisih dua biaya terendah tersebut.
3. Pilih selisih biaya terbersar pada baris/kolom tersebut. Apabila terdapat selisih terbesar yang sama, maka dapat dipilih salah satu.
4. Alokasikan produk sebanyak kapasitas dan permintaan (d disesuaikan dengan kapasitas dan persediaan).
5. Baris/kolom yang telah diisi penuh tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan pencarian selisih biaya berikutnya.
6. Lakukan kembali pada langkah 1 sampai semua barang dialokasikan sesuai dengan kapasitas dan permintaan.



2.7.2 *Karagul-Sahin Approximation Method (KSAM)*

Banyak metode telah diusulkan dalam literatur untuk menemukan solusi awal dari masalah transportasi. Karagul dan Sahin (2019) memperkenalkan sebuah pendekatan baru untuk mendapatkan *initial basic feasible solution* (IBFS) dari masalah transportasi, metode pendekatan baru yang disebut *Karagul-Sahin Approximation Method*.

Metode ini digunakan untuk mencari solusi awal, namun pada dasarnya solusi menggunakan metode ini memiliki pendekatan solusi yang lebih baik dibandingkan metode untuk mencari solusi awal lainnya. Metode yang baru diperkenalkan ini memiliki perbedaan dengan *Vogel's Approximation Method* yaitu pada langkah-langkah pengerjaannya. Pada *Vogel's Approximation Method*, kita akan menjumpai beberapa iterasi sampai menemukan solusi awal. Pada metode *Karagul-Sahin Approximation Method* hanya menggunakan tabel-tabel perhitungan yang sederhana. *Karagul-Sahin Approximation Method* merupakan metode berulang yang diawali dengan mendapatkan rasio yang diperoleh (r_{ij} dan r_{ji}) kemudian dikalikan dengan tabel biaya transportasi yang kemudian dapat dibentuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan atau persediaan. Kemudian mencari nilai terkecil dalam matriks tersebut. Pada *point* tersebut, tidak masalah apakah masalahnya seimbang atau tidak seimbang. Metode dapat menghasilkan solusi yang baik untuk kedua masalah tersebut.

Menurut Karagul dan Sahin (2019), algoritma menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* adalah sebagai berikut.

1. Menyusun tabel transportasi
2. Kemudian hitung matriks permintaan seimbang untuk matriks A dan matriks persediaan seimbang untuk matriks B.

$$r_{ij} = \frac{D_j}{S_i}, i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$r_{ji} = \frac{S_i}{D_j}, i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

r_{ij} = Matriks permintaan seimbang

r_{ji} = Matriks persediaan seimbang

D = Permintaan

S = Penawaran

3. Lakukan perhitungan cara mengalikan biaya dan nilai biaya (*cost value*) pada matriks permintaan seimbang kemudian bentuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut

permintaan. Kemudian kalikan biaya dan nilai biaya (*cost value*) pada matriks persediaan seimbang kemudian bentuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan.

4. Kemudian bentuk tabel solusi 1 yang diperoleh dari matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan dan tabel solusi 2 yang diperoleh dari matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan. Untuk memulai beban biaya terkecil di dalam kedua matriks tersebut, lakukan setiap perhitungan dengan mempertimbangkan batasan permintaan dan persediaan yang diberikan.
5. Jika semua permintaan sesuai, maka lakukanlah penghitungan. Namun, jika masih belum sesuai maka kembali ke langkah 4.
6. Bandingkan hasil nilai solusi pada penghitungan matriks tersebut, tetapkan solusi yang nilainya lebih kecil sebagai solusi awal.

2.7.3 *Stepping Stone Method* (SSM)

Stepping Stone Method (SSM) merupakan salah satu metode terbaik yang digunakan untuk uji optimalitas. Metode yang digunakan sebagai uji optimalitas merupakan metode yang digunakan untuk menguji solusi awal yang telah dilakukan sebelumnya. Hal ini dilakukan karena solusi awal belum menjamin biaya transportasi telah optimal, untuk itu diperlukan pengujian lebih lanjut dengan menggunakan solusi optimal (Wijaya, 2012).

Menurut Siswanto (2007), *stepping stone* menguji optimalitas tabel awal dengan cara perhitungan C_{ij} sel-sel kosong yang dilewati oleh jalur *Stepping Stone*. Seperti makna yang terkandung di dalam namanya, metode ini membuat satu jalur tertutup untuk setiap sel kosong dimana sel-se isi yang lain di dalam jalur tertutup itu dipandang sebagai batu untuk berpijak guna melangkah ke batu berikutnya.

Menurut Wijaya (2012), langkah-langkah *Stepping Stone Method* adalah sebagai berikut.

1. Mencari sel yang kosong.
2. Melakukan loncatan pada sel yang terisi, keterangan:
 - a. loncatan dapat dilakukan secara vertikal/horizontal;
 - b. dalam suatu loncatan tidak boleh dilakukan lebih dari satu kali loncatan pada baris/kolom yang sama tersebut;
 - c. loncatan dapat dilakukan melewati sel lain selama sel tersebut terisi;

- d. setelah loncatan pada baris langkah selanjutnya loncatan pada kolom dan sebaliknya;
 - e. jumlah loncatan bersifat genap;
 - f. perhatikan sel yang terisi pada loncatan berikutnya untuk memastikan proses tidak terhambat.
3. Lakukan perhitungan biaya pada sel yang kosong tersebut, dimulai dari sel yang kosong.
 4. Perhitungan dilakukan dengan cara menghitung biaya, sel yang kosong diberi tanda positif selanjutnya negatif, positif, negatif, dst.
 5. Apabila semua telah bernilai positif berarti solusi awal yang telah dikerjakan sebelumnya telah menghasilkan biaya transportasi minimum, tetapi apabila masih terdapat nilai negatif, maka dicari nilai negatif terbesar.
 6. Apabila terdapat tanda negatif, alokasikan produk dengan melihat proses 5, akan tetapi yang dilihat adalah isi dari sel tersebut. Tambahkan dan kurangkan dengan isi sel negatif terkecil pada seluruh sel.
 7. Lakukan langkah yang sama dengan mengulang dari langkah 2 hingga hasil perhitungan biaya tidak ada yang bernilai negatif.

2.8 Masalah Keseimbangan Metode Transportasi

Menurut Winston (2004), suatu masalah transportasi dikatakan seimbang (*balance program*) apabila jumlah penawaran pada sumber i sama dengan jumlah permintaan pada tujuan j atau dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

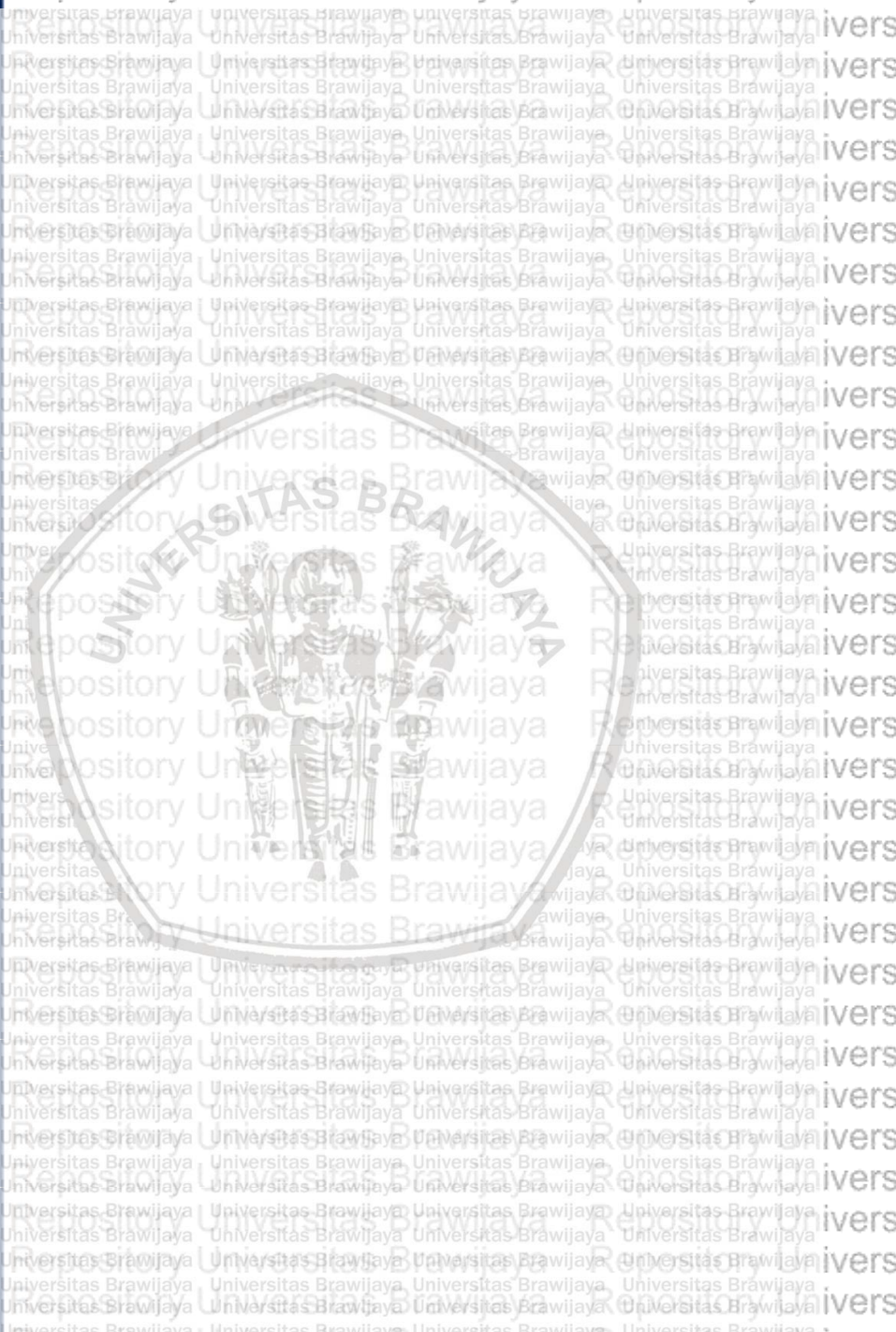
Pada kasus masalah transportasi yang tidak seimbang biasanya terjadi karena keadaan jumlah persediaan tidak sama dengan jumlah permintaan. Oleh karena itu, tabel transportasi terlebih dahulu diseimbangkan dengan menambah variabel *dummy* pada baris atau kolom yang mengurangi kekurangan unit tersebut.

Jika jumlah penawaran lebih besar dari permintaan maka ditambahkan ke tujuan $(n + 1)$ dengan ongkos pengiriman $C_{i,n+i} = 0$, untuk $i = 1, 2, \dots, m$ dan permintaan sejumlah:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$$

Jika jumlah permintaan lebih besar dari penawaran maka ditambahkan ke tujuan $(m + 1)$ dengan ongkos pengiriman $C_{m+1,j} = 0$, untuk $j = 1, 2, \dots, n$ dan permintaan sejumlah:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$$



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Deskripsi Umum Perusahaan

PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan merupakan perusahaan yang bergerak dalam bidang logistik. Perusahaan tersebut melayani pengiriman dokumen, paket (jenis cairan atau padat), dan lain-lain. Di dalam proses pengirimannya, PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan menggunakan berbagai kendaraan seperti, motor, kendaraan roda empat, truk bak terbuka, dan truk bak tertutup. Pemilihan jenis kendaraan pengiriman dan lokasi tujuan pengiriman dapat berpengaruh pada biaya transportasi yang akan dikeluarkan. Pada proses pengiriman barang, diperlukan biaya transportasi dengan jumlah tertentu. Tujuan pengiriman yang berbeda-beda menyebabkan biaya pengiriman yang dikeluarkan berbeda pula. Semakin jauh lokasi pengiriman maka semakin besar biaya transportasi yang dikeluarkan. Oleh karena itu, diperlukan perhitungan yang tepat agar biaya yang dikeluarkan PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan lebih efisien.

3.2 Waktu Penelitian

Pengambilan data untuk penelitian ini dilaksanakan pada bulan Juni 2020.

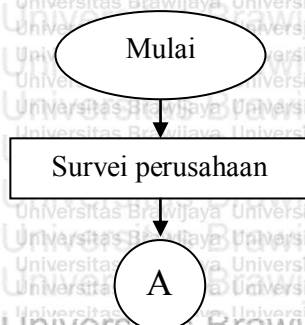
3.3 Jenis dan Sumber Data

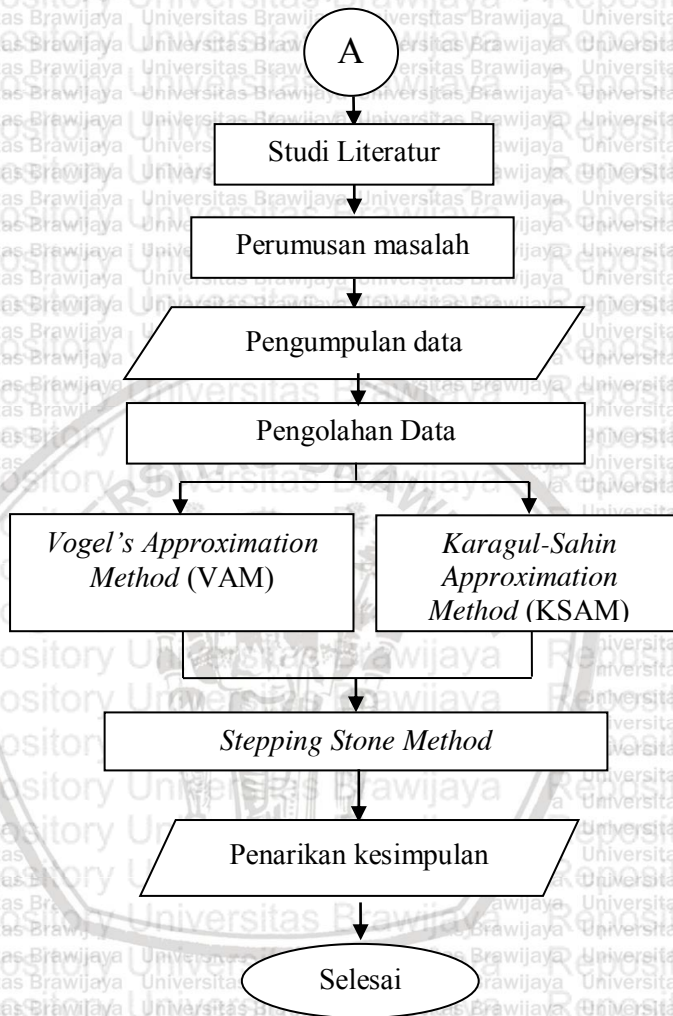
Menurut Hasan (2002) data primer adalah data yang diperoleh atau dikumpulkan langsung di lapangan oleh orang yang melakukan penelitian atau yang bersangkutan yang memerlukannya. Data primer di dapat dari sumber informan yaitu individu atau perseorangan seperti hasil wawancara yang dilakukan oleh peneliti seperti catatan hasil wawancara, hasil observasi lapangan, data-data mengenai informan, dan lain-lain. Data sekunder menurut Sugiyono (2015) adalah sumber data yang tidak langsung memberikan data kepada pengumpul data, misalnya lewat orang lain atau lewat dokumen. Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data primer dan data sekunder. Data primer yaitu pengambilan data dengan cara wawancara langsung. Data sekunder yaitu data biaya angkut per unit, kapasitas gudang, jumlah barang yang dikirim pada PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan.

3.4 Langkah-Langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Survei Perusahaan
Survei ke perusahaan bertujuan untuk mengidentifikasi masalah yang ada di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan, kemudian diperoleh tujuan dari penelitian tersebut.
2. Melakukan Studi Literatur
Studi literatur dilakukan dengan mempelajari teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan penelitian untuk menemukan solusi yang tepat.
3. Perumusan Masalah
Perumusan masalah dilakukan untuk mengidentifikasi permasalahan yang dihadapi oleh perusahaan setelah dilakukan survei dan studi literatur.
4. Pengumpulan Data
Mengumpulkan informasi dan data yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah yang ada pada perusahaan.
5. Pengolahan Data
 - a. Membandingkan solusi awal dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method* dan *Karagul-Sahin Approximation Method*.
 - b. Menentukan hasil uji optimalitas dengan menggunakan *Stepping Stone Method*.
6. Penarikan Kesimpulan
Ditarik suatu kesimpulan dan saran setelah dilakukan interpretasi dari analisis data, sebagai masukan untuk pengembangan penelitian yang lebih lanjut.
Secara ringkas, rancangan penelitian ini disajikan dalam *flowchart* pada Gambar 3.4.





Gambar 3.1 Flowchart Rancangan Penelitian

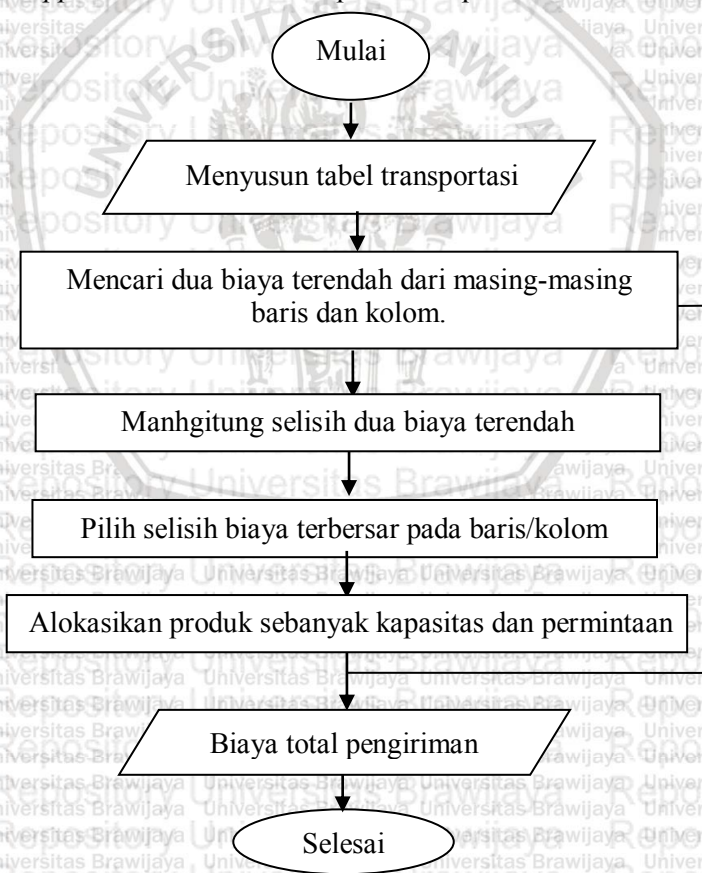
3.5 Metode Pengolahan dan Analisis Data

Metode yang digunakan dalam pengolahan data penelitian ini adalah, *Vogel's Approximation Method*, *Karagul-Sahin Approximation Method* dan *Stepping Stone Method*. Untuk mempermudah dalam menyelesaikan permasalahan penelitian ini dilakukan pengolahan dan analisis data sebagai berikut.

1. Menyusun tabel transportasi
2. Mencari perbandingan solusi awal
 - a. Menggunakan *Vogel's Approximation Method*
 - b. Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*
3. Melakukan uji optimalitas dengan menggunakan *Stepping Stone Method*.
4. Membandingkan solusi awal yang paling mendekati solusi optimal.

Proses analisis data dapat dilihat dalam bentuk *flowchart*.

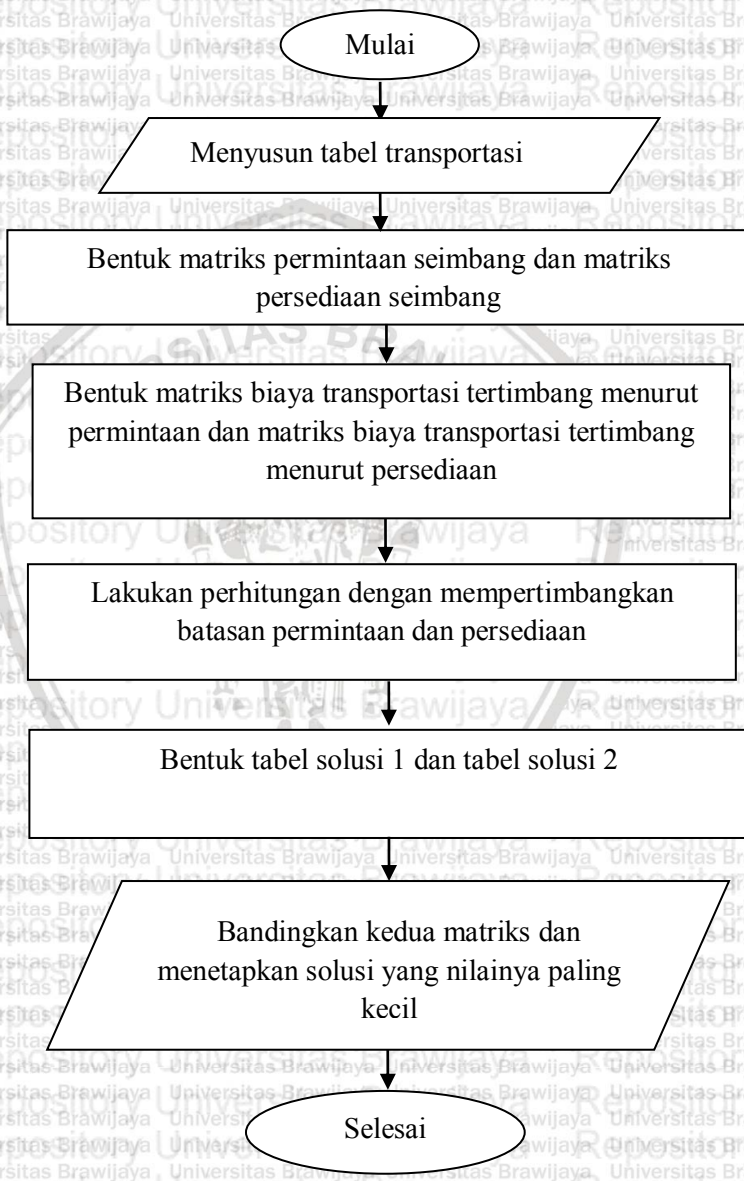
Flowchart untuk perhitungan solusi awal dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method* dapat dilihat pada Gambar 3.5.1.



Gambar 3.2 Flowchart Vogel's Approximation Method

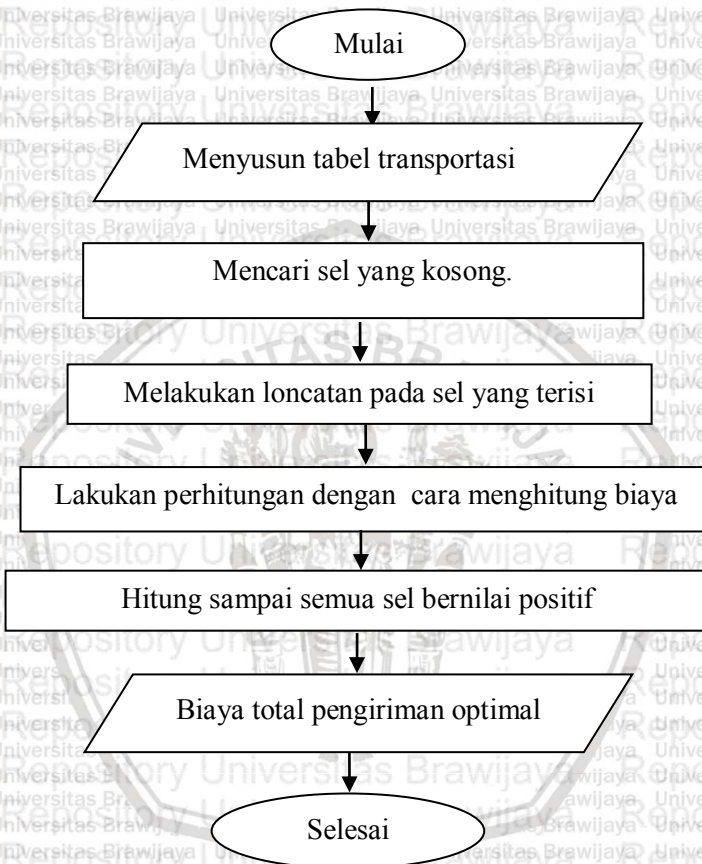
Flowchart untuk perhitungan solusi awal dengan menggunakan Karagul-Sahin Approximation Method dapat dilihat pada Gambar

3.5.2.



Gambar 3.3 Flowchart Karagul-Sahin Approximation Method

Flowchart untuk uji optimalitas menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Gambar 3.5.3.



Gambar 3.4 Flowchart Stepping Stone Method

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Menyusun Tabel Transportasi

Penelitian diperoleh dari gambaran umum tentang gudang dan tujuan pengiriman. PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan yang melayani jasa pengiriman barang ke berbagai Kota yang tersebar di Pulau Jawa. PT. Pandu Siwi Sentosa menawarkan dua jenis jasa pengiriman, pengiriman regular dan pengiriman ekspres. Pengiriman regular umumnya memberikan pelayanan waktu tiba barang dalam jangka waktu yang telah diperhitungkan oleh perusahaan. Sedangkan pengiriman ekspres merupakan jasa yang ditawarkan yang memberikan keunggulan barang tiba di tempat tujuan dalam waktu satu hari. Pada setiap gudang, jumlah kapasitas yang dimiliki berbeda-beda karena disesuaikan dengan jasa yang ditawarkan, begitu pula setiap kota tujuan pengiriman memiliki jumlah permintaan yang beragam karena disesuaikan dengan permintaan konsumen. Adapun jumlah kapasitas gudang berdasarkan jasa yang ditawarkan dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Kapasitas Gudang Berdasarkan Jasa

Gudang	Kapasitas(dalam kilogram)
Jasa Regular	1500
Jasa Ekspres	1000
Jumlah Kapasitas	2500

Tabel jumlah permintaan konsumen ke kota tujuan bulan Mei 2020 dalam Pulau Jawa dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Jumlah Permintaan Konsumen ke Kota Tujuan Dalam Pulau Jawa

Kota Tujuan	Permintaan (dalam koligram)
Bandung	52
Bekasi	503
Cikarang	162
Cirebon	4
Jakarta	1206
Purwakarta	59
Solo	163
Tangerang	357
Semarang	179
Jumlah Permintaan	2685

Tabel ongkos pengiriman untuk jasa pengiriman regular bulan Mei 2020 dari gudang ke kota tujuan dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Ongkos Pengiriman Jasa Regular dari Gudang ke Kota Tujuan

Kota Tujuan	Permintaan
Gudang – Bandung	Rp 6400
Gudang – Bekasi	Rp 6400
Gudang – Cikarang	Rp 6400
Gudang – Cirebon	Rp 7200
Gudang – Jakarta	Rp 5600
Gudang – Purwakarta	Rp 8000
Gudang – Solo	Rp 4800
Gudang – Tangerang	Rp 5600
Gudang – Semarang	Rp 4800

Tabel ongkos pengiriman untuk jasa pengiriman ekspres bulan Mei 2020 dari gudang ke kota tujuan dapat dilihat pada Tabel 4.4.

Tabel 4. 4 Ongkos Pengiriman Jasa Ekspres dari Gudang ke Kota Tujuan

Kota Tujuan	Permintaan
Gudang – Bandung	Rp 23300
Gudang – Bekasi	Rp 24800
Gudang – Cikarang	Rp 24800
Gudang – Cirebon	Rp 24800
Gudang – Jakarta	Rp 21600
Gudang – Purwakarta	Rp 25600
Gudang – Solo	Rp 17600
Gudang – Tangerang	Rp 24800
Gudang – Semarang	Rp 17600

Dari Tabel 4.1, Tabel 4.2, Tabel 4.3, dan Tabel 4.4 dapat dibentuk tabel transportasi biaya pengiriman barang di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan. Tabel transportasi biaya pengiriman barang pada PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan dalam ratusan rupiah dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Tabel Transportasi Biaya Pengiriman Barang

Asal/ Tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Keterangan:

a_1 : Jasa pengiriman regular

a_2 : Jasa pengiriman ekspres

b_1 : Tujuan ke-1 (Kota Bandung)

b_2 : Tujuan ke-2 (Kota Bekasi)

b_3 : Tujuan ke-3 (Kota Cikarang)

b_4 : Tujuan ke-4 (Kota Cirebon)

b_5 : Tujuan ke-5 (Kota Jakarta)

b_6 : Tujuan ke-6 (Kota Purwakarta)

b_7 : Tujuan ke-7 (Kota Solo)

b_8 : Tujuan ke-8 (Kota Tangerang)

b_9 : Tujuan ke-9 (Kota Semarang)

4.2 Mencari Perbandingan Solusi Awal

Perbandingan solusi awal dilakukan menggunakan *Vogel's Approximation Method* dan *Karagul-Sahin Approximation Method*.

4.2.1 Perhitungan Solusi Awal Menggunakan *Vogel's Approximation Method*

Sebelum menghitung solusi awal dengan menggunakan *Vogel's Approximation Method*, terlebih dahulu seimbangkan Tabel 4.5. Jumlah permintaan pada Tabel 4.2 sebesar 2685 kg, sedangkan

jumlah kapasitas gudang pada Tabel 4.1 sebesar 2500 kg. Karena jumlah permintaan pada Tabel 4.2 lebih besar dari kapasitas pada Tabel 4.1 maka ditambahkan variabel *dummy* ke tujuan ($m + 1$) dengan kapasitas sejumlah:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$$

$$a_{2+1} = 2685 - 2500$$

$$a_3 = 185$$

Kemudian tambahkan variabel *dummy* pada baris a_3 dengan total kapasitas sebesar 185 kg dan ongkos pengiriman pada baris $C_{3j} = 0$, untuk $j = 1, 2, \dots, 9$. Setelah menyeimbangkan Tabel 4.5, diperoleh tabel transportasi yang baru sehingga dapat dilakukan perhitungan solusi awal menggunakan *Vogel's Approximation Method*. Tabel transportasi awal menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Tabel Transportasi Awal menggunakan *Vogel's Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Kemudian menghitung selisih dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.6 lalu pilih selisih terbesarnya. Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.6 adalah 80, alokasikan barang pada kolom b_6 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_6 adalah 0, kemudian alokasikan sebanyak 59 kg. Dengan demikian, kolom b_6 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan

selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-1 dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-1

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	0
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	64	64	64	72	56	80	48	56	48		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.7 adalah 72, alokasikan pada kolom b_4 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_4 adalah 0, kemudian alokasikan sebanyak 4 kg. Dengan demikian, kolom b_4 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-2 dapat dilihat pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-2

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	0
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	64	64	64	72	56	-	48	56	48		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.8 adalah 64, karena memiliki tiga selisih terbesar yang sama maka dapat dipilih salah satu. Kemudian alokasikan pada kolom b_1 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_1 adalah 0, kemudian alokasikan sebanyak 52 kg. Dengan demikian, kolom b_1 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses

perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-3 dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-3

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	0
	52			4		59					
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	64	64	64	-	56	-	48	56	48		

Selisih terbesar terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.9 adalah 64, karena memiliki dua selisih yang sama maka dapat dipilih salah satu. Kemudian alokasikan barang pada kolom b_3 yang memiliki biaya terendah, biaya terendah pada kolom b_3 adalah 0. Mempertimbangkan banyak kapasitas dan permintaan maka alokasikan sebanyak 70 kg, dengan demikian baris *dummy* tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-4 dapat dilihat pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-4

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	0
	52		70	4		59					
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	-	184	184	-	160	-	128	192	128		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.10 adalah 192, alokasikan pada kolom b_8 yang

memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_8 adalah 56, kemudian alokasikan sebanyak 357 kg. Dengan demikian, kolom b_8 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-5 dapat dilihat pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-5

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56 357	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0 52	0	0	0 4	0	0 59	0	0	0	185	-
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	-	184	184	-	160	-	128	192	128		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.11 adalah 184, karena memiliki dua selisih terbesar yang sama maka dapat dipilih salah satu. Kemudian alokasikan pada kolom b_2 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_2 adalah 64, kemudian alokasikan sebanyak 503 kg. Dengan demikian, kolom b_2 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-6 dapat dilihat pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-6

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64 503	64	72	56	80	48	56 357	48	1500	8
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
<i>dummy</i>	0 52	0	0	0 4	0	0 59	0	0	0	185	-
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	-	184	184	-	160	-	128	-	128		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.12 adalah 184, alokasikan pada kolom b_3 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_3 adalah 64. Mempertimbangkan banyak kapasitas dan permintaan maka alokasikan sebanyak 92 kg. Dengan demikian, kolom b_3 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-7 dapat dilihat pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-7

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)	Selisih
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500	8
		503	92					357			
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000	40
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	-
	52		70	4		59					
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179		
Selisih	-	-	184	-	160	-	128	-	128		

Selisih terbesar dua biaya terkecil masing-masing baris dan kolom pada Tabel 4.13 adalah 160, alokasikan pada kolom b_5 yang memiliki biaya terendah. Biaya terendah pada kolom b_5 adalah 56. Mempertimbangkan banyak kapasitas dan permintaan maka alokasikan sebanyak 548 kg. Dengan demikian, baris a_1 tidak dapat diikutsertakan kembali dalam proses perhitungan selanjutnya. Tabel transportasi menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* iterasi-8 dapat dilihat pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Tabel Transportasi Menggunakan *Vogel's Approximation Method* iterasi-8

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	



Pada Tabel 4.14 terdapat tiga sel yang masih kosong, kemudian alokasikan barang ke sel yang masih kosong dengan mempertimbangkan kapasitas dan permintaan. Tabel solusi awal dengan menggunakan pendekatan *Vogel's Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15 Tabel Solusi Awal Menggunakan *Vogel's Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Untuk menghitung solusi awal Tabel 4.15 dapat menggunakan persamaan fungsi tujuan $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$. Dengan demikian, diperoleh hasil dari solusi awal adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z &= (6400)(503) + (6400)(92) + (5600)(548) + (5600)(357) \\
 &\quad + (21600)(658) + (17600)(163) \\
 &\quad + (17600)(179) + (0)(52) + (0)(70) + (0)(4) \\
 &\quad + (0)(59) \\
 Z &= 3.219.200 + 588.800 + 3.068.800 + 1.999.200 \\
 &\quad + 14.212.800 + 2.868.800 + 3.150.400 + 0 + 0 \\
 &\quad + 0 + 0 \\
 Z &= 29.108.000
 \end{aligned}$$

Solusi awal menggunakan *Vogel's Approximation Method* diperoleh biaya pengiriman barang sebesar Rp 29.108.000,-.

4.2.2 Perhitungan Solusi Awal Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*

Langkah awal dalam mencari solusi awal menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* adalah menyusun tabel

transportasi. Data yang digunakan adalah tabel transportasi biaya pengiriman barang pada Tabel 4.5. Pada metode ini tidak masalah tabel telah seimbang atau tidak, perhitungan tetap dapat dilakukan. Tabel transportasi menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Tabel Transportasi Awal *Karagul-Sahin Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Dari Tabel 4.16 dapat diperoleh matriks permintaan seimbang untuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan dengan menghitung nilai $r_{ij} = \frac{D_j}{S_i}$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Contoh perhitungan nilai matriks permintaan seimbang adalah sebagai berikut.

$$a_1 b_1 = \frac{52}{1500} = 0,034$$

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh nilai matriks permintaan seimbang. Nilai matriks permintaan seimbang menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.17.

Tabel 4.17 Matriks Permintaan Seimbang menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	0,034	0,335	0,108	0,003	0,804	0,039	0,109	0,238	0,119	1500
a_2	0,052	0,503	0,162	0,004	1,206	0,059	0,163	0,357	0,179	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Dari Tabel 4.16 dapat diperoleh matriks persediaan seimbang untuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan dengan

menghitung nilai $r_{ji} = \frac{S_i}{D_j}$, $i = 1,2,3, \dots, m$ dan $j = 1,2,3, \dots, n$.

Contoh perhitungan nilai matriks permintaan seimbang adalah sebagai berikut.

$$a_1 b_1 = \frac{1500}{52} = 28,85$$

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh nilai matriks persediaan seimbang. Nilai matriks persediaan seimbang menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.18.

Tabel 4.18 Matriks Persediaan Seimbang Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	28,85	2,98	9,26	375	1,24	25,42	9,20	4,20	8,38	1500
a_2	19,23	1,99	6,17	250	0,83	0,059	6,13	2,80	5,59	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Untuk membentuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan, lakukan perhitungan dengan cara mengalikan biaya transportasi pada Tabel 4.16 dengan nilai biaya pada Tabel 4.17. Contoh perhitungan nilai matriks permintaan tertimbang menurut permintaan adalah sebagai berikut.

$$a_1 b_1 = 64 \times 0,034 = 2,219$$

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan. Matriks biaya transportasi tertimbang menurut permintaan dapat dilihat pada Tabel 4.19.

Tabel 4.19 Matriks Biaya Transportasi Tertimbang Menurut Permintaan

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	2,219	21,461	6,912	0,192	45,024	3,147	5,216	13,328	5,728	1500
a_2	12,116	124,744	40,176	0,992	260,496	15,104	28,688	88,536	31,504	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	



Untuk membentuk matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan, lakukan perhitungan dengan cara mengalikan biaya transportasi pada Tabel 4.16 dengan nilai biaya pada Tabel 4.18. Contoh perhitungan nilai matriks permintaan tertimbang menurut persediaan adalah sebagai berikut.

$$a_1b_1 = 64 \times 28,85 = 1846,154$$

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh nilai matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan. Matriks biaya transportasi tertimbang menurut persediaan dapat dilihat pada Tabel 4.20.

Tabel 4.20 Matriks Biaya Transportasi Tertimbang Menurut Persediaan

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	1846,154	190,855	592,593	27000	69,652	2033,898	441,718	253,294	402,235	1500
a_2	4480,769	493,042	1530,864	62000	179,104	4338,983	1079,755	694,678	983,240	1000
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Kemudian membentuk tabel solusi dengan cara mengalokasikan barang. Alokasi dimulai dari nilai beban biaya terkecil pada Tabel 4.19 dan 4.20 dengan mempertimbangkan kapasitas dan permintaan. Solusi pertama diperoleh dari Tabel 4.19 dan solusi kedua diperoleh dari Tabel 4.20. Tabel solusi pertama diperoleh dengan cara mengalokasikan barang mulai dari nilai biaya transportasi terkecil pada Tabel 4.19 dengan mempertimbangkan jumlah kapasitas dan permintaan. Nilai biaya transportasi terkecil pada Tabel 4.19 adalah 0,192, maka alokasikan barang ke sel a_1b_4 sebanyak 4 kg.

Nilai biaya transportasi terkecil selanjutnya pada Tabel 4.19 adalah 0,992. Karena banyak permintaan barang telah terpenuhi, maka tidak ada pengalokasian barang ke sel a_2b_4 . Lanjutkan perhitungan nilai biaya transportasi terkecil selanjutnya pada Tabel 4.19.

Menggunakan cara yang sama dapat diperoleh solusi pertama menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*. Solusi

pertama menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.21.

Tabel 4.21 Solusi 1 Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
	52	503	162	4	21	59	163	357	179	
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					1000					
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Tabel solusi kedua diperoleh dengan cara mengalokasikan barang mulai dari nilai biaya transportasi terkecil pada Tabel 4.20 dengan mempertimbangkan jumlah kapasitas dan permintaan. Nilai biaya transportasi terkecil pada Tabel 4.20 adalah 69,652, maka alokasikan barang ke sel a_1b_5 sebanyak 1206 kg. Lanjutkan perhitungan nilai biaya transportasi terkecil selanjutnya pada Tabel 4.20. Menggunakan cara yang sama diperoleh solusi kedua menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*. Solusi kedua menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* dapat dilihat pada Tabel 4.22.

Tabel 4.22 Solusi 2 Menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		294			1206					
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
		209	92				163	357	179	
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Untuk menghitung solusi awal dari Tabel 4.21 dan Tabel 4.22 dapat menggunakan persamaan fungsi tujuan $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$. Dengan demikian, diperoleh solusi awal menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* adalah sebagai berikut.

$$Z_1 = (6400)(52) + (6400)(503) + (7200)(4) + (5600)(21) \\ + (8000)(59) + (4800)(163) + (5600)(357) \\ + (4800)(179) + (21600)(1000)$$

$$Z_1 = 30.448.000$$

$$Z_2 = (6400)(294) + (5600)(1206) + (24800)(209) \\ + (24800)(92) + (17600)(163) + (24800)(357) \\ + (17600)(179)$$

$$Z_2 = 30.972.800$$

Dari solusi Z_1 dan Z_2 diambil solusi yang paling minimum sehingga $Z = \min\{Z_1, Z_2\} = \text{Rp } 30.448.000.-$

Solusi awal menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* diperoleh biaya pengiriman sebesar Rp 30.448.000,-.

4.3 Uji Optimal Stepping Stone Method

Sebelum dilakukan uji optimalitas solusi awal *Vogel's Approximation Method* pada Tabel 4.15 menggunakan *Stepping Stone Method*, harus dipastikan terlebih dahulu tabel solusi awal memenuhi syarat banyak sel terisi $m+n-1$ buah. Kemudian pilih sel yang kosong pada setiap baris atau kolom, selanjutnya melakukan loncatan pada sel yang terisi. Loncatan dapat dilakukan secara horizontal atau vertikal dan diberi tanda (+) pada sel yang kosong selanjutnya tanda (-) secara bergantian. Banyak elemen pada proses loncatan bersifat genap.

Pergerakan loncatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_1 - b_1$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_1$ pergerakan loncatan menuju sel *dummy* - b_1 , pada sel tersebut diberi tanda (-). Selanjutnya dari sel *dummy* - b_1 pergerakan loncatan menuju sel *dummy* - b_3 diberi tanda (+). Dari sel *dummy* - b_3 pergerakan loncatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (-) kemudian loncatan kembali ke sel semula.

Perhitungan uji optimalitas sel $a_1 - b_1$ adalah sebagai berikut.

$$a_1 - b_1 = 64 - 0 + 0 - 64 = 0$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_1 - b_1$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.23.

Tabel 4.23 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_1$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_2 - b_1$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_1$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$, pada sel tersebut diberi tanda (-). Dari sel $a_2 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$, pada sel tersebut diberi tanda (+). Kemudian pergerakan lompatan dari $a_1 - b_5$ menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_3$ dilakukan lompatan menuju sel *dummy* - b_3 , pada sel tersebut diberi tanda (+). Dari sel *dummy* - b_3 pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_1 diberi tanda (-), kemudian lompatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_1$ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_1 = 233 - 216 + 56 - 64 + 0 - 0 = 9$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_1$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.24.

Tabel 4.24 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_1$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_2 - b_2$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_2$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_2$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_2$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (-), kemudian lompatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_2$ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_2 = 248 - 64 + 56 - 216 = 24$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_2$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.25.

Tabel 4. 25 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_2$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	



Pergerakan loncatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *dummy* – *b*₂ dan diberi tanda (+). Dari sel *dummy* – *b*₂ pergerakan loncatan menuju sel *dummy* – *b*₃ diberi tanda (–). Dari sel *dummy* – *b*₃ pergerakan loncatan menuju sel *a*₁ – *b*₃ diberi tanda (+). Dari sel *a*₁ – *b*₃ pergerakan loncatan menuju sel *a*₁ – *b*₂ diberi tanda (–), kemudian loncatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel *dummy* – *b*₂ adalah sebagai berikut.

$$dummy - b_2 = 0 - 0 + 64 - 64 = 0$$

Tabel uji optimalitas untuk sel *dummy* – *b*₂ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.26.

Tabel 4.26 Uji Optimalitas Sel *dummy* – *b*₂ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	<i>b</i> ₁	<i>b</i> ₂	<i>b</i> ₃	<i>b</i> ₄	<i>b</i> ₅	<i>b</i> ₆	<i>b</i> ₇	<i>b</i> ₈	<i>b</i> ₉	Kapasitas (kg)
<i>a</i> ₁	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
<i>a</i> ₂	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Pemintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan loncatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *a*₂ – *b*₃ dan diberi tanda (+). Dari sel *a*₂ – *b*₃ pergerakan loncatan menuju sel *a*₂ – *b*₅ diberi tanda (–). Dari sel *a*₂ – *b*₅ pergerakan loncatan menuju sel *a*₁ – *b*₃ diberi tanda (+). Dari sel *a*₁ – *b*₃ pergerakan loncatan menuju sel *a*₁ – *b*₃ diberi tanda (–), kemudian loncatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel *a*₂ – *b*₃ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_3 = 248 - 216 + 56 - 64 = 24$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_3$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.27.

Tabel 4.27 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_3$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan loncatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_1 - b_4$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_4$ pergerakan loncatan menuju sel $dummy - b_4$ diberi tanda (-). Dari sel $dummy - b_4$ pergerakan loncatan menuju sel $dummy - b_3$ diberi tanda (+). Dari sel $dummy - b_3$ pergerakan loncatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (-), kemudian loncatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_1 - b_4$ adalah sebagai berikut.

$$a_1 - b_4 = 248 - 216 + 56 - 64 = 24$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_1 - b_4$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.28.

Tabel 4.28 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_4$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	



Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_2 - b_4$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_4$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (-). Dari sel $a_2 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (+). Hasil sel $a_1 - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_3 diberi tanda (-). Dari sel *dummy* - b_3 pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_4 diberi tanda (-), kemudian lompatan kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_4$ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_4 = 248 - 216 + 56 - 64 + 0 - 0 = 24$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_4$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.29.

Tabel 4.29 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_4$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *dummy* - b_5 dan diberi tanda (+). Dari sel *dummy* - b_5 pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_3 diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel *dummy* - b_5 adalah sebagai berikut.

$$\textit{dummy} - b_5 = 0 - 56 + 64 - 0 = 8$$



Tabel uji optimalitas untuk sel *dummy* – b_5 menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.30.

Tabel 4.30 Uji Optimalitas Sel *dummy* – b_5 Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_1 - b_6$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_6$ pergerakan lompatan menuju sel *dummy* – b_6 diberi tanda (-). Dari sel *dummy* – b_6 pergerakan lompatan menuju sel *dummy* – b_3 diberi tanda (+). Dari sel *dummy* – b_3 pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_1 - b_6$ adalah sebagai berikut.

$$a_1 - b_6 = 80 - 0 + 0 - 64 = 16$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_1 - b_6$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.31.

Tabel 4.31 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_6$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_2 - b_6$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_6$ pergerakan lompatan menuju sel $dummy - b_6$ diberi tanda (-). Dari sel $dummy - b_6$ pergerakan lompatan menuju sel $dummy - b_3$ diberi tanda (+). Dari sel $dummy - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_6$ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_6 = 256 - 0 + 0 - 64 + 56 - 216 = 32$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_6$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.32.

Tabel 4.32 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_6$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
$dummy$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_1 - b_7$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_7$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_7$ diberi tanda (-). Dari sel $a_2 - b_7$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_1 - b_7$ adalah sebagai berikut.

$$a_1 - b_7 = 48 - 176 + 216 - 56 = 32$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_1 - b_7$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.33.

Tabel 4.33 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_7$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *dummy* - b_7 dan diberi tanda (+). Dari sel *dummy* - b_7 pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_7$ diberi tanda (-). Dari sel $a_2 - b_7$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_3 diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_6$ adalah sebagai berikut.

$$\text{dummy} - b_7 = 0 - 176 + 216 - 56 + 64 - 0 = 48$$

Tabel uji optimalitas untuk sel *dummy* - b_7 menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.34.

Tabel 4.34 Uji Optimalitas Sel *dummy* - b_7 Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_2 - b_8$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_8$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_8$ diberi tanda (-). Dari sel $a_1 - b_8$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_5$ pergerakan lompatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_2 - b_8$ adalah sebagai berikut.

$$a_2 - b_8 = 248 - 56 + 56 - 216 = 32$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_2 - b_8$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.35.

Tabel 4.35 Uji Optimalitas Sel $a_2 - b_8$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *dummy* - b_8 dan diberi tanda (+). Dari sel *dummy* - b_8 pergerakan lompatan menuju sel *dummy* - b_3 diberi tanda (-). Dari sel *dummy* - b_3 pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_3$ diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_3$ pergerakan lompatan menuju sel $a_1 - b_8$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel *dummy* - b_8 adalah sebagai berikut.

$$dummy - b_8 = 0 - 0 + 64 - 56 = 8$$



Tabel uji optimalitas untuk sel *dummy* – b_8 menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.36.

Tabel 4.36 Uji Optimalitas Sel *dummy* – b_8 Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan loncatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong $a_1 - b_9$ dan diberi tanda (+). Dari sel $a_1 - b_9$ pergerakan loncatan menuju sel $a_2 - b_9$ diberi tanda (-). Dari sel $a_2 - b_9$ pergerakan loncatan menuju sel $a_2 - b_5$ diberi tanda (+). Dari sel $a_2 - b_5$ pergerakan loncatan menuju sel $a_1 - b_5$ diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas sel $a_1 - b_9$ adalah sebagai berikut.

$$a_1 - b_9 = 48 - 176 + 216 - 56 = 32$$

Tabel uji optimalitas untuk sel $a_1 - b_9$ menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.37.

Tabel 4.37 Uji Optimalitas Sel $a_1 - b_9$ Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
<i>dummy</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Pergerakan lompatan pada Tabel 4.15 dimulai dari sel kosong *dummy* – b_9 dan diberi tanda (+). Dari sel *dummy* – b_9 pergerakan lompatan menuju sel *dummy* – b_3 diberi tanda (-). Dari sel *dummy* – b_3 pergerakan lompatan menuju sel a_1 – b_3 diberi tanda (+). Dari sel a_1 – b_3 pergerakan lompatan menuju sel a_1 – b_5 diberi tanda (-). Dari sel a_1 – b_5 pergerakan lompatan menuju sel a_2 – b_5 diberi tanda (+). Dari sel a_2 – b_5 pergerakan lompatan menuju sel a_2 – b_9 diberi tanda (-), kemudian kembali ke sel semula. Perhitungan uji optimalitas untuk sel *dummy* – b_9 adalah sebagai berikut.

$$\text{dummy} - b_9 = 0 - 0 + 64 - 56 + 216 - 176 = 48$$

Tabel uji optimalitas untuk sel *dummy* – b_9 menggunakan *Stepping Stone Method* dapat dilihat pada Tabel 4.38.

Tabel 4.38 Uji Optimalitas Sel *dummy* – b_9 Menggunakan *Stepping Stone Method*

Asal/ tujuan	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	Kapasitas (kg)
a_1	64	64	64	72	56	80	48	56	48	1500
		503	92		548			357		
a_2	233	248	248	248	216	256	176	248	176	1000
					658		163		179	
Dummy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185
	52		70	4		59				
Permintaan (kg)	52	503	162	4	1206	59	163	357	179	

Karena hasil dari perhitungan tidak memuat nilai negatif, maka solusi awal menggunakan *Vogel's Approximation Method* telah menghasilkan biaya transportasi yang optimal. Sehingga untuk menghitung solusi optimal dari Tabel 4.38 dapat menggunakan persamaan fungsi tujuan $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$.

Dengan demikian, diperoleh hasil uji optimal adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z &= (6400)(503) + (6400)(92) + (5600)(548) + (5600)(357) \\
 &\quad + (21600)(658) + (17600)(163) \\
 &\quad + (17600)(179) + (0)(52) + (0)(70) + (0)(4) \\
 &\quad + (0)(59) \\
 Z &= 3.219.200 + 588.800 + 3.068.800 + 1.999.200 \\
 &\quad + 14.212.800 + 2.868.800 + 3.150.400 + 0 + 0 \\
 &\quad + 0 + 0 \\
 Z &= 29.108.000
 \end{aligned}$$

Uji optimal menggunakan *Stepping Stone Method* diperoleh biaya pengiriman barang sebesar Rp 29.108.000,-.



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

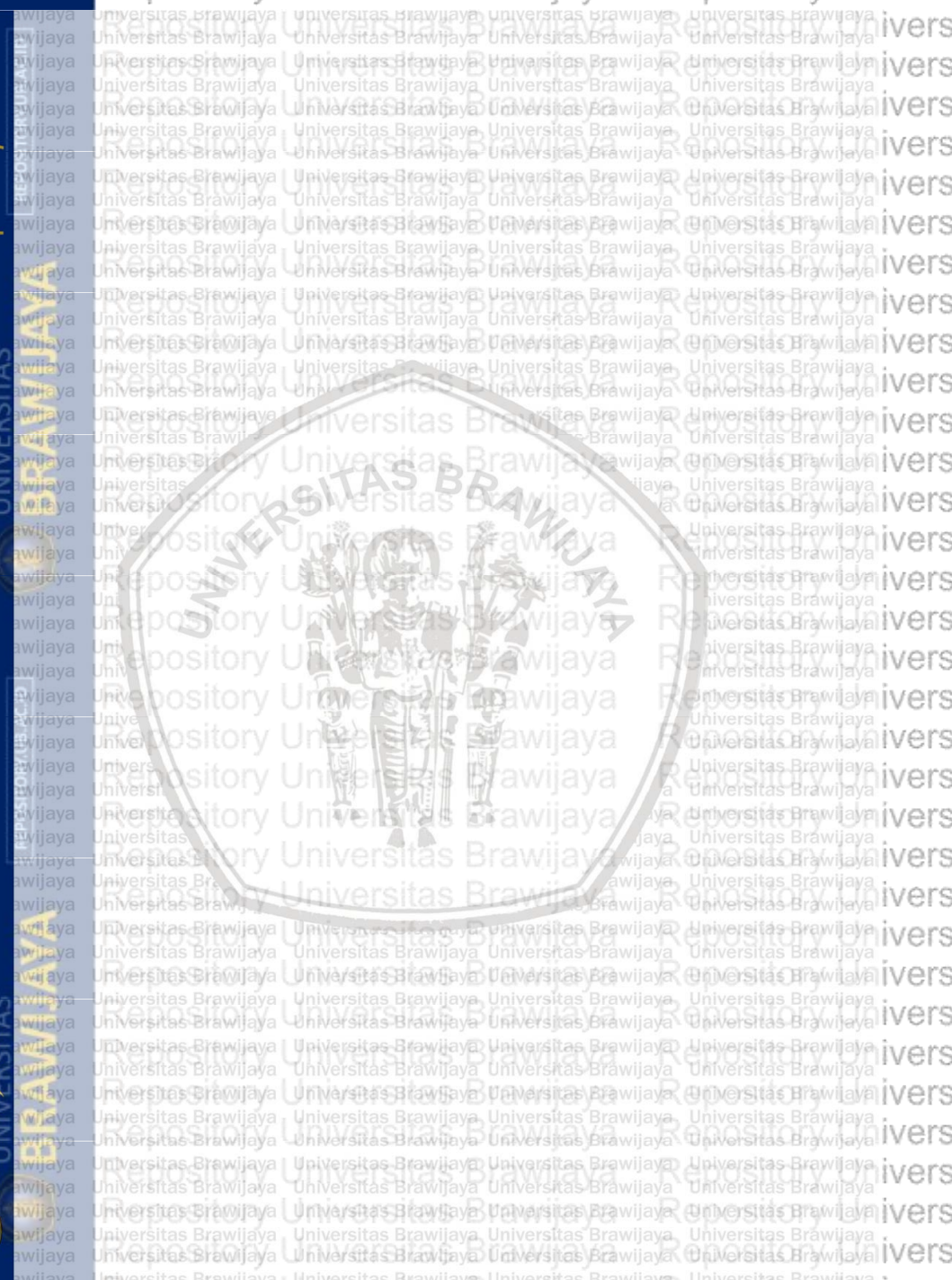
5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada skripsi ini, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Perhitungan solusi awal menggunakan *Vogel's Approximation Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan diperoleh hasil sebesar Rp 29.108.000,-. Dengan perhitungan solusi awal menggunakan *Karagul-Sahin Approximation Method* di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan diperoleh hasil sebesar Rp 30.448.000,-. Dari hasil tersebut, diperoleh kesimpulan bahwa *Vogel's Approximation Method* merupakan alternatif metode yang lebih baik untuk menghitung biaya transportasi di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan.
2. Hasil dari uji optimal dengan menggunakan *Stepping Stone Method*, perhitungan menggunakan *Vogel's Approximation Method* menunjukkan hasil yang lebih baik di PT. Pandu Siwi Sentosa Cab. Pasuruan yaitu sebesar Rp 29.108.000,-. Dengan demikian, biaya transportasi yang dikeluarkan perusahaan menjadi lebih efisien dan dapat meningkatkan keuntungan.

5.2 Saran

Perhitungan solusi awal dapat dilakukan dengan metode lain seperti *North West Corner* (NWC). Untuk uji optimalitas dapat menggunakan metode *Modified Distribution* (MODI).



DAFTAR PUSTAKA

- Assauri, S. 2004. *Manajemen Pemasaran*. Jakarta: Rajawali Press.
- Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., Sherali, H. D. 2010. *Linear Programming and Network Flows*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Fatimah, N. L. 2015. Implementasi Pengoptimalan Biaya Transportasi dengan *North West Corner Method* (NWCM) dan *Stepping Stone Method* (SSM) untuk Distribusi Raskin pada Perum Bulog Sub Divre Semarang. Skripsi. Universitas Negeri Semarang: Semarang.
- Ghiani, G., Laporte, G., Musmanno, R. 2004. *Introduction to Logistic Systems Planning & Control*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- Hasan, Iqbal. (2002). *Pokok-Pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Jakarta : Ghalia Indonesia.
- Hillier, F. S., Lieberman, G. J. 2001. *Introduction to Operations Research*. New York: McGraw-Hill.
- Karagul, K., Sahin, Y. 2019. *A novel approximation method to obtain initial basic feasible solution of transportation problem*. Engineering Sciences 32, 211-218.
- Mulyono, S. 1999. *Operation Research*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Prawirosetono, Suyadi. 2007. *Manajemen Operasi*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Queeny, F. P. 2015. Penerapan Model Transportasi dan Distribusi *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan *Modified Distribution* (MODI) pada PT. Hastura Nazwa Utama di Bantaeng. Skripsi. Universitas Hasanuddin: Makassar.
- Sarjono, H. 2010. *Aplikasi Riset Operasi*. Jakarta: Penerbit Salemba Empat

Siang, J. J. 2011. *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*. Yogyakarta: Andi Offset.

Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jakarta: Erlangga.

Sugiyono. 2015. *Metode Penelitian Manajemen*. Bandung: Alfabeta.

Subagyo, P., Asri, M., Handoko, T. H. 2000. *Dasar-Dasar Operation Reseach*. Yogyakarta: BPFE.

Syaifuddin, D. T. 2011. *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Management)*. Malang: Citra Malang.

Taha, H. A. 1996. *Riset Operasi*. Jakarta: Bina Rupa Aksara.

Tjiptono, F. 2008. *Strategi Pemasaran*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

Wijaya, A. 2012. *Pengantar Riset Operasi*. Jakarta: Mitra Wacana Media.

Winston, W. L. 2004. *Operations Research Applications and Algorithms*. Belmont: Curt Hinrichs.