awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijava awijaya awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijava

awijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya awijava awijaya awijaya

DISKRETISASI MODEL PREDATOR-PREY LOTKA-VOLTERRA ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY DAN UniveMAKANAN TAMBAHAN wijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijas Siversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Oleh **RIO SATRIYANTARA** NIM. 156090400011001

SUFRSITAS BRAY

Universitas Br PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA BIDANG MINAT MATEMATIKA BIOLOGI

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM Un**UNIVERSITAS BRAWIJAYA** ijaya MALANG Universitas Brawij2018 niversitas Brawijaya

Iniversitas Brawijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijava awijaya awijava awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya DISKRETISASI MODEL PREDATOR-PREY LOTKA-VOLTERRA ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY DAN UniveMAKANAN TAMBAHAN wijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Untuk Memenuhi Persyaratan Univers Memperoleh Gelar Magister dalam Bidang Matematika rawiaya

TAS BRAN

7

RIO SATRIYANTARA NIM. 156090400011001

Oleh

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA Universitas Brawi BIDANG MINAT MATEMATIKA BIOLOG hiversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

University

Universitas Brawijaya JURUSAN MATEMATIKA UnivEAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAMvijaya **UNIVERSITAS BRAWIJAYA** Universitas BraMALANGersitas Brawijaya Universitas Brawi 2018 niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive DISKRETISASI MODEL PREDATOR-PREY LOTKA-VOLTERRA ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY DAN MAKANAN TAMBAHAN Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universit RIO SATRIYANTARAs Brawijava awijaya awijaya NIM. 156090400011001 Brawijaya awijaya awijaya awijaya Telah dipertahankan di depan Komisi Penguji awijaya pada tanggal awijaya awijaya dan dinyatakan LULUS awijaya Iniversitas Brawijaya awijaya awijaya Menyetujui, awijaya awijaya **KOMISI PEMBIMBING** awijaya awijaya Ketua Anggota awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Dr. Noor Hidayat, M.Si. Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc. NIP. 19611204 198802 1 001 NIP. 19690807 199412 1 001 awijaya awijaya awijaya Mengetahui: awijaya Universitas Brawijay Ketua Program Studi Magister Matematika Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Dr. Noor Hidayat, M.Si. Brawijava NIP. 19611204 198802 1 001 Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

orv.ub.ac.

awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Judul Tesis Universitas Brawijaya UNIWrsitas Brawijava Program Studi **Bidang Minat KOMISI PEMBIMBING** Ketua Anggota **TIM DOSEN PENGUJI** Dosen Penguji 1 Dosen Penguji 2 Iniversitas Brawijaya Tanggal Ujian :

SK Penguii awijaya.

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya **IDENTITAS TIM PENGUJI** Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Diskretisasi Model Predator-Prey Lotka-Volterra Orde Fraksional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya UNama as Brawijava: Un Rio Satriyantaraa Universitas Brawijava 156090400011001

awijaya

jaya

Matematika

MATEMATIKA BIOLOGI

Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.

Dr. Noor Hidayat, M.Si.

Syaiful Anam, S.Si., M.T., Ph.D.

Dra. Trisilowati, M.Sc., Ph.D.

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Iniversitas Brawijaya **Hniversitas Brawilava** awijaya

awijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Rio Satriyantara awijaya BrawNIM. 156090400011001 va **Hniversitas Brawijava**

Universitas Brawijay PERNYATAAN ORISINALITAS Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa sepanjang pengetahuan saya, di dalam naskah tesis ini tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik di suatu perguruan tinggi dan tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang

lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan sumber kutipan dalam daftar pustaka.

Unive Apabila ternyata di dalam naskah tesis ini dapat dibuktikan terdapat unsurunsur plagiasi, saya bersedia diproses sesuai dengan peraturan perundangundangan yang berlaku dan tesis ini dibatalkan.

Iniversitas Brawijaya

Malang, 9 Maret 2018

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

RIWAYAT HIDUP PENULIS

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Penulis bernama lengkap Rio Satriyantara, lahir pada tanggal 09 Mei 1993 di Kota Mataram, Provinsi Nusa Tenggara Barat. Penulis adalah anak pertama dari Ibu Sri Wuryantari dan Bapak Eddy Sutrisno. Penulis menyelesaikan pendidikan Taman Kanak-Kanak (TK) di TK Nahdatul Wathan Kota Mataram pada tahun 1999 dan menyelesaikan pendidikan sekolah dasar di Sekolah Dasar Negeri 02 Cakranegara Kota Mataram pada tahun 2005. Tahun 2008, penulis lulus dari Sekolah Menengah Pertama Negeri 6 Mataram. Tahun 2011 lulus dari Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Mataram. Penulis menyelesaikan pendidikan tingkat sarjana (S1) di Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Negeri Mataram pada rsitas Brawijaya tahun 2015. Di tahun 2015 juga, penulis melanjutkan pendidikan tingkat magister (S2) pada Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya.

awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Rio Satriyantara Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Malang, 9 Maret 2018 Universitas Brawijaya Universitas BrawNIM. 156090400011001ya

pository.ub.ac.id

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universita RINGKASAN Brawijaya awijaya Universitas B tas Brawijava awijaya RIO SATRIYANTARA, Program Studi Magister Matematika FMIPA Universitas Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Brawijaya, Diskretisasi Model Predator-Prey Lotka-Volterra Orde Fraksional dengan awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan, Ketua Komisi Pembimbing: Agus Surersitas Brawijaya Universitas Brawijaya yanto, Anggota Komisi Pembimbing: Noor Hidayat. awijaya awijaya Dalam tesis ini dibahas tentang perilaku dinamik model diskret predator-prey awijaya Lotka-Volterra orde fraksional dengan perlindungan pada prey dan makanan tam-ya awijaya awijaya bahan untuk predator. Model diskret diperoleh dengan melakukan pendekatan moawijaya awijaya del fraksional kontinu menjadi bentuk persamaan integral nonlinear Volterra. Seawijaya awijaya lanjutnya, persamaan integral Volterra diselesaikan dengan mengasumsikan pieceawijaya itas Brawijaya awijaya wise constant arguments untuk mendapatkan model diskret. Analisis dinamik dari awijaya model diskret tersebut terdiri atas analisis eksistensi dan kestabilan titik kesetimbaawijaya awijaya ngannya. Model diskret yang dihasilkan memiliki tiga titik kesetimbangan, yaitu titik awijaya awijaya kepunahan populasi, titik kepunahan predator, dan titik ko-eksisten (interior). Berawijaya awijaya dasarkan hasil analisis kestabilan, titik kepunahan populasi prey dan predator berawijaya sifat tidak stabil. Titik kesetimbangan kepunahan predator dan titik kesetimbangan awijaya awijaya ko-eksisten (interior) bersifat stabil asimtotik dengan syarat tertentu. Simulasi nuawijaya awijaya merik menunjukkan bahwa kestabilan titik kesetimbangan tidak hanya bergantung awijaya awijaya pada nilai parameter, tetapi juga tetapi juga pada ukuran langkah waktu integrasi.

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava

Hniversitas Brawilava

pository.ub.ac.id

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas SUMMARY itas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Braw Universitas Brawijava RIO SATRIYANTARA, Mathematics Master Study Program, Faculty of Scien-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ces, University of Brawijaya. A Discrete Fractional-Order Lotka-Volterra Predator-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Prey Model with Prey Refuge and Additional Food. Supervisors: Agus Suryanto, as Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Co-Supervisors: Noor Hidayat. Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya In this thesis we discuss about dynamical behaviors of a discrete fractionalawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya order Lotka-Volterra predator-prey model with prey refuge and additional food for awijaya awijaya predator. The discrete model is obtained by approximating the continuous fractional awijaya awijaya order model in term of nonlinear Volterra integral equation. Afterward, the Volterawijaya awijaya ra equation integral is then solved by assuming piecewise constant arguments to awijaya awijaya obtain the discrete model. The dynamical analysis of our discrete fractional order awijaya model consists of the existence of the equilibrium points and their stability. It is found awijaya awijaya that the model has three equilibrium points, namely the extinction of both prey and awijaya awijaya predator point, the extinction of predator point, and the co-existing (interior) point. awijaya awijaya Based on the analysis, the trivial equilibrium point is unstable, while others are conawijaya ditionally asymptotically stable. Numerical simulations show that the stability of the awijaya awijaya equilibrium points depend not only on the parameter, but also on the integration of awijaya awijaya

time step.

awijaya

awijaya Universitas awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Iniversitas Brawijaya
 Universitas Brawijaya

spository.ub.ac.id

awijaya awijaya KATA PENGANTAR^{awijaya} awijaya Univer awijaya Unive Segala puji dan syukur senantiasa penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas va awijaya awijaya berkat rahmat, karunia, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tesis yang berjudul "Diskretisasi Model Predator-Prey Lotka-Volterra Orde Frakawijaya sional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan" sebagai salah satu awijaya awijaya syarat untuk memperoleh gelar magister dalam bidang matematika. Tak lupa shaawijaya lawat serta salam penulis haturkan kepada junjungan Rasulullah SAW beserta para awijaya sahabatas Brawijaya Uni Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Unive Selama proses penyusunan Tesis, penulis menyadari bahwa ada banyak pihak ya awijaya awijaya yang telah membantu, mendukung, dan berkontribusi. Oleh sebab itu, pada kesemawijaya awijaya patan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih sedalam-dalamnya atas segala awijaya bantuan, dukungan, dan kontribusi kepada: awijaya Iniversitas Brawijava awijaya 1. Bapak Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc., dan Dr. Noor Hidayat, M.Si., selaku awijaya awijaya dosen pembimbing yang telah memberikan nasihat, saran, kritik, dan masukawijaya an yang sangat bermanfaat bagi penulis dan selalu sabar dalam menjelaskan awijaya awijaya materi kepada penulis selama proses penyusunan hingga Tesis ini dapat diseawijaya awijaya Univerlesaikan. awijaya 2. Bapak Syaiful Anam, S.Si., M.T., Ph.D., dan Ibu Dra. Trisilowati, M.Sc., Ph.D., awijaya awijaya Unive selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran selama penger-ya awijaya jaan dan penyusunan Tesis ini. awijaya 3. Ibunda Sri Wuryantari dan Ayahanda Eddy Sutrisno, selaku orang tua kandung awijaya awijaya penulis serta seluruh keluarga besar yang senantiasa memanjatkan doa dan awijaya awijaya Universelalu memberikan dukungan di setiap langkah yang diambil penulis selama a awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Un 4. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu iversitas Brawijaya Unive Semoga Allah senantiasa memberikan anugerah, rahmat, dan hidayah-Nya a awijaya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan Tesis ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan Tesis ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena Universitas Brawijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

BRAWIJAYA

ository.ub.ac.

awijaya awijava awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun yang dapat disampaikan melalui email riosatriyantara@gmail.com.Brawijaya Akhir kata, semoga Tesis ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak dan menjadi sumber inspirasi untuk penulisan selanjutnya. Brawijaya Universitas BrawijaMalang, 9 Maret 2018 ya Universitas Devijaya Universitas Brawijaya Unive Univer Rio Satriyantara RAWIJAL NIM. 156090400011001

Iniversitas Brawijaya

WERSI awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

vijaya

repository.ub.ac.id awijaya awijaya

awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	universitas	Brawijaya	universitas Brawijaya	1
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	à.
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	ofto	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas En	ajla	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	a)
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	8
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	I EMBAR PENGESA	HAN reitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	Universitas Brawijava	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	80. 81
awijaya	IDENTITAS TIM PEN	IGUJI	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawilaya	
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	
awijaya	PERNYATAAN ORIS	INALITAS	awiiava	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	a
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Bra	awiiava	Universitas	Brawijava	Universitas Brawijava	a
awijaya	RIWAYAT HIDUP PE	NULIS Officersitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	a)
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas P	wijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	a
awijaya	KINGKASAN Universitas Brawijaya	Univ		Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	a.
awijaya	SIIMMARV rawijaya			rsitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	Universitas Brawii			6	Brawijaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	KATA PENGANTAR	ZAS	De		awijaya	Universitas Brawijaya	ŝ.
awijaya	Universitas	CITAS	DA	A.	iiaya	Universitas Brawijaya	1
awijaya	DAFTAR ISI	2	-	Th.	va	Universitas Brawijaya	1
awijaya	Univer	A AA			. \\	Universitas Brawijaya	1
awijaya	DAFTAR GAMBAR					hiversitas Brawijava	8). 4
awijaya			11	P Ch		niversitas Brawijaya	
awijaya	DAFIAR IABEL		stand 1	14	-	hiversitas Brawijava	a.
awijaya	1 Pendahuluan	T ALL FI		12	/ /	niversitas Brawijava	à
awijaya						niversitas Brawijaya	à.
awijaya	Uni 1.2 Rumusan M			0		Jniversitas Brawijaya	a
awijaya	Uni 1.2 Tuiuan				//	Universitas Brawijaya	à.
awijaya	University rujuari	191	키면 글	y		Universitas Brawijaya	à.
awijaya	2 Kajian Pustaka		月 阆			Universitas Brawij	3
awijaya	2.1 Sistem Dina	mik Diskret			a	Universitas Brawijąya	1
awijaya	2.1.1 Siste	m Dinamik Dis	kret Orc	le Satu Lin	ear ^{ya} .	Universitas Brawijaya	£1.
awijaya	2.1.2 Siste	m Dinamik Dis	kret Orc	le Satu Noi	nlinear	Universitas Brawijaya	
awijaya	2.1.3 Kesta	abilan Sistem D	Dinamik	Diskret	awijaya	Universitas Brawijaya	A. Al-
awijaya	2.2 Sistem Dina	mik Orde Fraks	sional .		Brawijava	Universitas Braw13va	à.
awijaya	Universit 2.2.1 Kalkı	ulus Fraksional		universitas	Brawijava	Universitas Brawliava	a
awijaya	Universit 2.2.2 Turur	nan Reimann-L	iouville	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawlj4ya	a
awijaya	Universit 2.2.3 w Turur	nan Caputo Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawlj6ya	£.
awijaya	Uni 2.3 Diskretisasi	Persamaan Dif	ierensia	Orde Frak	sional aya .	Universitas BrawljZya	â.
awijaya	2.4 Model Pertu	mbuhan Logist	i k ijaya .	Universitas	Brawijaya	Universitas Braw 9ya	1
awijaya	2.5 Model Preda	ator-Prey Lotka	I-Voterra	Universitas	Brawijaya	Universitas Braw20ya	8
awijaya	2.6 Fungsi Resp	on iversitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Braw2aya	1
awijaya	2.7 Perlindunga	n pada Prey	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Braw2aya	1
awijaya	2.8 Makanan Ta	mbahan	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Braw22ya	8) 81
awijaya	2.9 Model Preda	ator-Prey Lotka	a-Volterr	a dengan	Perlindung	an Prey dan	45. 43
awijaya	Makanan Ta	mbahan	awiiava	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawilava	an an
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Bra	awiiava	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	ar. Ar
awijaya	Universitas Brawijava	Universitas Bra	awijava	Universitas	Brawijava	Universitas Brawijava	
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas	Brawijaya	Universitas Brawijaya	8
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Rra	awiiava	Iniversitas	Rrawijava	Universitas Brawijava	à.

repository.ub.ac.id

BRAWIJAYA

awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	3 Dombahasan ya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	2 1 Konstrukci c	lan Dickroticaci Model Prodator Prov Latka	Voltorra Ordo
awijaya	5.1 Kulistiuksi (langan Berlindungan Bray dan Makanan Ta	whether Offer
awijaya		nengari Ferindungari Frey dari Makanan Ta	noanan itas Braw23ya
awijaya	3.2 Tilk Keseli	noangan tas Brawijaya Universitas Brawijaya	· Universitas Brawfjaya
awijaya	3.3 Analisis Kes	tabilan Titik Kesetimbangan	Universitas Braw30ya
awijaya	Universit 3.3.1 Kest	abilan Titik Kesetimbangan $E_0 = (0,0)$	Universitas Brawyuya
awijaya	Universit 3.3.2 w Kest	abilan Litik Kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$	Universitas Brawdaya
awijaya	Universit 3.3.3 w Kest	abilan Titik Kesetimbangan $E_2 = (x^*, y^*)$.	. Universitas Braw33ya
awijaya	Un 3.4 Simulasi Nu	merik ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya	. Universitas Braw 40 ya
awijaya	Universit 3.4.1 w Titik	Kesetimbangan Kepunahan Populasi Preda	toriversitas Brav40ya
awijaya	Universit 3.4.2 w Titik	Kesetimbangan Populasi Prey dan Populasi	Predator Da-
awijaya	Universitas Brawpata	lidup Bersama (Interior) iversitas. Brawijaya	Universitas Brawä3ya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Envijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	4 Kesimpulan dan	Saran Universitas Brawijaya	Universitas Braw50ya
awijaya	4.1 Kesimpulan	rsitas Brawijaya	Universitas Braw50ya
awijaya	4.2 Saran	s Brawijaya	Universitas Braw50ya
awijaya	Universitas Br	AS DA awijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	DAFTAR PUSTAKA	GIAS BRA. Waya	Universitas Braw51ya
awijaya	Universit		Universitas Brawijaya
awijaya	LAMPIRAN		Universitas Braw55ya
awijaya	Uni		niversitas Brawijaya
awijaya	Uni 🔪		niversitas Brawijaya
awiiava	Uni		niversitas Brawijava
awiiava	Unit		niversitas Brawijava
awiiava	Univ		niversitas Brawijava
awiiava	Univ		Iniversitas Brawijava
awiiava	Unive		Universitas Brawijava
awiiava	Univer		Universitas Brawijava
awijaya	Univers		Universitas Brawijaya
awijaya	Universit		Universitas Brawijaya
awijaya	Universita	A Aya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas	jaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas B	wijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Bra	awijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Braw,	Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitae Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awijaya	Universitas Brawijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijava
awiiava	Universitas Brawijava	Universitas Brawijava Universitas Brawijava	Universitas Brawijava
awijaya	Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya, Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
awiiava	Ilniversitas Rrawilava	Ilniversitas Rrawilava Ilniversitas Rrawilava	Liniversitas Rrawijava

orvubac

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Daftar Gambar awijava awijaya awijaya Uni 3.1 it Grafik solusi saat s = 0.13 rawiava Universitas.Brawijava Universitas Braw41 va awijaya 3.2 Grafik solusi saat s = 0.5, rawijaya Universitas Brawijaya . Universitas Braw41 ya awijaya Uni 3.3 Grafik solusi saat s = 2. Bravilava Universitas Bravilava Universitas Brav 42 va **3.4** Grafik solusi saat s = 2.1, awilaya Universitas Brawilaya Universitas Braw 42 a awijaya 3.5 Grafik solusi saat s = 0.5 rawijaya. Universitas Brawijaya. Universitas Braw44 va Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawująya 3.6 Grafik solusi saat s = 2. 3.7Grafik solusi saat s = 43.8Grafik solusi saat s = 6.8awijaya Universitas Braw45ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas awijaya 45^{/a} Bra Universitas awijaya 46 3.9 Grafik solusi saat s = 6.91. Universitas Brawijaya Universitas Bra awijaya 47^{va} 3.10 Grafik solusi saat s = 1. . . sitas Brawijaya Universitas Brav . . awijaya 47^{ya} 3.11 Grafik solusi saat s = 10Brawi iava Universitas Brav 3.12 Grafik solusi saat s = 1848 ava **Universitas Brav** 3.13 Grafik solusi saat s = 18.2Universitas Brav WIJAY

48_{va}

awijaya awijava awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awiiava awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

ository.ub.ac.

Universitas Brawijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya

NERSI awijaya awijava awijaya awijaya awijaya Universitas Braw awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Univers Uni 3.1 it Syarat Eksistensi dan Kestabilan. Universitas Brawijaya . Universitas Braw39ya Uni 3.2 Nilai Parameter, versitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Braw40va Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Povijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Daftar Tabel

NURT

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

java

vijaya

DOSITORY.UD.ac.

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas BraBiato Infersitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijay Universitas Brawijaya Pendahuluan awijaya awijaya awijaya awijaya 1.1ersit Latar Belakangs Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Unive Model matematika yang menggambarkan perubahan yang terjadi pada suaawijaya awijaya tu populasi seiring berjalannya waktu, seperti pertumbuhan, disebut dengan model awijaya awijaya dinamika populasi. Menurut Tarumingkeng (1994), populasi adalah sekumpulan inawijaya awijaya dividu atau kelompok individu dalam satu spesies yang pada suatu waktu menghuni awijaya suatu wilayah atau tata ruang tertentu. Sapi-sapi di padang rumput, hiu-hiu di laut awijaya awijaya lepas, dan penduduk di suatu wilayah merupakan contoh dari populasi. awijaya awijaya Kehidupan populasi membentuk suatu sistem dimana antara suatu populasi awijaya awijaya dengan populasi lainnya saling mempengaruhi atau saling berinteraksi. Interaksi awijaya populasi prey dan predator merupakan salah satu contoh sistem kehidupan dimana awijaya awijaya predator memangsa prey. Sistem kehidupan prey dan predator demikian disebut seawijaya awijaya bagai model predator-prey yang pertama kali diperkenalkan oleh Alfred James Lotka awijaya awijaya dan Vito Volterra pada tahun 1928 yang dikenal sebagai model Lotka-Volterra. Moawijaya del ini kemudian banyak mengalami perkembangan. Salah satu perkembangannya a adalah laju pertumbuhan predator dibatasi oleh carrying capacity (jumlah maksiawijaya awijaya mum dari individu yang dapat didukung atau dilayani oleh sumber daya yang terseawijaya awijaya dia di ekosistem) yang sebanding dengan banyaknya prey (Murray, 2002). awijaya Interaksi antara predator dan prey mengakibatkan populasi prey berkurang. Agar populasi prey dapat terhindar dari kepunahan maka diperlukan suatu perlin-ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya dungan pada prey. Perlindungan prey adalah suatu area yang ditempati oleh prey yang berpotensi untuk mengurangi laju pertemuan prey dengan predator. Wuhaib dan Hasan (2013) memaparkan bahwa dengan adanya perlindungan maka popu-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

awijaya awijaya lasi prey akan terjaga kestabilannya. Ma dkk. (2009) mengatakan bahwa efek dari awijaya perlindungan prey bersifat positif pada pertumbuhan populasi prey karena dapat menurunkan angka kematian prey dan bersifat negatif pada predator dimana terjadi ya penurunan keberhasilan predasi. Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Sifat dari predator yang bergerak aktif memangsa makanan menjadi salah saawijaya tu indikator bahwa predator beralih memangsa dari prey yang satu ke prey yang lain awijaya atau sumber makanan lain. Dengan mempertimbangkan kemungkinan punahnya a awijaya awijaya prey di masa yang akan datang maka diperlukan adanya sumber makanan lain baawijaya awijaya gi predator. Sumber makanan ini bisa berupa makanan lain selain prey itu sendiri, awijaya dikenal sebagai makanan tambahan. Makanan tambahan adalah komponen yang awijaya penting dalam membantu mengontrol populasi predator. Kualitas yang baik dan awijaya awijaya jumlah yang cukup dari makanan tambahan akan menghasilkan pertumbuhan preawijaya awijaya dator yang cepat (Sahoo dan Poria, 2015). Tambahan makanan dapat mengurangi awijaya awijaya efek atau tekanan predasi pada populasi prey. awijaya awijaya Model predator-prey secara sistematis membentuk sistem persamaan diferenawijaya sial. Salah satu bentuk dari sistem persamaan diferensial dikenal dengan nama awijaya awijaya orde fraksional. Perkembangan model predator-prey orde fraksional telah menamawijaya awijaya bah minat banyak peneliti untuk menginvestigasi sistem dinamik orde fraksional awijaya awijaya (Javidi dan Nyamoradi, 2013). Persamaan diferensial orde fraksional memiliki relasi atau hubungan yang alami dengan fenomena di alam dikarenakan adanya penggunaan memori pada persamaan diferensial ini (Elsadany, 2015). Keberadaan memori awijaya pada model orde fraksional tidak hanya menceritakan bagaimana perilaku dinamikawijaya awijaya nya, tetapi juga memberikan informasi akan dampak dari perilaku dinamik tersebut awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya pada masa ini dan masa mendatang secara lebih detail (El-Shahed dkk., 2016). Hal ini dikarenakan turunan fraksional pada titik tertentu berisi informasi tentang fungsi pada titik-titik sebelumnya. Perkembangan dari orde fraksional ini terletak pada penggantian turunan pertama sistem menjadi orde fraksional n dengan 0 < n < 1dan $n \in \mathbb{R}$. Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Pada penelitian-penelitian sebelumnya, model predator-prey Lotka-Volterra awijaya awijaya orde fraksional merupakan model kontinu yang berupa persamaan diferensial nonlinear. Solusi eksak model predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional kontinu tidak mudah ditemukan. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu metode numerik untuk memawijaya bantu mencari pendekatan solusi persamaan diferensial orde fraksional yang tidak awijaya mudah ditentukan secara analitik (Das dkk., 2011). Salah satu pendekatan numeawijaya rik yang digunakan adalah dengan menggunakan metode yang digunakan Diethelmya awijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava awijaya (2004) yang telah dikaji dan digunakan oleh Elsadany (2015). awijaya awijaya Pada tahun 2011, Das dan Gupta memodifikasi model predator-prey Lotkaawijaya Volterra menjadi model predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional. Tahun 2015, awijaya Elsadany dan Matouk meneliti perilaku dinamik dari model Lotka-Volterra orde frakawijaya awijaya sional dan diskretisasinya. Ghosh dkk. (2017) meneliti dinamika predator-prev awijaya awijaya Lotka-Volterra kontinu dengan adanya perlindungan prey dan makanan tambahan awijaya awijaya untuk predator. Pada penelitian ini akan dilakukan diskretisasi model predator-prey awijaya awijaya Ghosh dkk. (2017) dengan terlebih dahulu memodifikasi model ke dalam orde frakawijaya sional. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik untuk mendukung hasil analisis. awijaya awijaya awijaya Rumusan Masalah Uni2ers awijaya awijaya Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dari tesis ini adalah: awijaya (1) Bagaimana diskretisasi model predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional Srawijava Universitas Brawijaya awijaya Unive dengan perlindungan prey dan makanan tambahan untuk predator? awijaya awijaya (2) Bagaimana kestabilan titik kesetimbangan model diskret predator-prey Lotkaawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Volterra orde fraksional dengan perlindungan prey dan makanan tambahan awijaya awijaya Univeruntuk predator? Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

(3) Bagaimana hasil simulasi numerik model diskret predator-prey Lotka-Volterra mijaya universitas Brawijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya 1.3 Tujuan awijaya ersitas jaya awijaya Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penulisan tesis ini adalah: awijaya awijaya (1) Mendiskretisasi model predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional dengan awijaya perlindungan prey dan makanan tambahan untuk predator. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya (2) Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan model diskret predator-prey awijaya Lotka-Volterra orde fraksional dengan perlindungan prey dan makanan tamawijaya bahan untuk predator. awijaya awijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya (3) Menganalisis hasil simulasi numerik model diskret predator-prey Lotkaawijaya awijaya Volterra orde fraksional dengan perlindungan prey dan makanan tambahan awijaya

untuk predator.

awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya

pository.ub.ac.id

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas BraBabin2 rsitas Brawijaya awijaya Universitas Bray awijaya Kajian Pustaka awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya 2.1 Institution 2.1 Institutio awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Unive Sistem dinamik merupakan sistem yang selalu berubah dan dipengaruhi oleh ya awijaya waktu (t). Kondisi dari suatu sistem di masa mendatang dapat diketahui jika dikeawijaya awijaya tahui kondisi saat ini atau kondisi di masa lalu. Sistem dinamik diskret dinyatakan awijaya awijaya sebagai persamaan beda, yaitu awijaya Iniversitas Brawijaya awijaya $\vec{G}(\vec{x}(n)),$ $\vec{x}(n+1)$ iversitas Bra(2d1a)ya awijaya awijaya awijaya dengan $\vec{x}(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))^T$ dan fungsi $\vec{G} = (G_1, G_2, \dots, G_k)^T$ disebut awijaya awijaya sebagai fungsi pembangkit sistem (Elaydi, 2005). Titik $\vec{x^*}$ dikatakan sebagai titik awijaya awijaya kesetimbangan sistem persamaan (2.1) jika memenuhi $\vec{G}(\vec{x^*}) = \vec{x^*}$ (Robinson, 2004). awijaya awijaya awijaya 2.1.1 Sistem Dinamik Diskret Orde Satu Linear awijaya awijaya Bentuk umum persamaan beda orde satu dengan n variabel bebas adalah jaya awijaya awijaya awijaya awijaya Universit $\vec{x}(n+1)$ = $A\vec{x}(n)$ sitas Brawijaya Universitas Bra (2.2) ya awijaya awijaya Pada sistem persamaan (2.2) di atas, matriks $A = (a)_{ij}$, i = 1, 2, ..., k, j = 1, 2, ..., kawijaya awijaya bernilai real dan $\vec{x}(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))^T$ dengan T adalah *transpose* dari awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya vektor. Misalkan $x^*(n)$ adalah titik kesetimbangan sistem persamaan (2.2), maka Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya

pository.ub.ac.id

awijaya

```
Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
                       Universitas Brawijāva
Universitas Brawijāva
Universitas Brawijāva
                                A ec{x^*}(n) - ec{x^*}(n) = 0 it as Brawijaya
                                              Universitas Brawijaya
                       Universitas (A-I)\vec{x^*}(n) = 0.
                       Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
                       Universitas Brawijava Universitas Brawijava
Jika (A - I) tak singular, maka x^* = 0 adalah satu-satunya titik kesetimbangan sistem
persamaan (2.2). Jika diberikan nilai awal \vec{x}(0) = \vec{x}_0, maka sistem persamaan (2.2)
memiliki solusi umum Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
                                   \vec{x}(n) = A^n \vec{x}_0. Brawijaya
Jika matriks A dapat didiagonalisasi, maka solusi umum sistem persamaan (2.2)
adalah
                                c_1\lambda_1^n\vec{v}_1+c_2\lambda_2^n\vec{v}_2+\ldots+c_k\lambda_k^n\vec{v}_k
dengan c_i adalah konstanta sembarang dan \vec{v}_i adalah vektor eigen yang bersesua-
ian dengan nilai eigen \lambda_i. Misalkan \lambda_i dengan i = 1, 2, \dots, k adalah akar-akar persa-
maan karakteristik persamaan (2.2), maka semua solusi persamaan (2.2) konvergen
menuju 0 jika dan hanya jika maksimum \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_k|\} < 1 (Elaydi, 2005).
         Sistem Dinamik Diskret Orde Satu Nonlinear
2.1.2
Pandang sistem dinamik diskret sistem persamaan (2.1). Jika G_1, G_2, \ldots, G_k
pada sistem persamaan (2.1) memuat perkalian antara variabel tak bebas, maka
sistem dinamik tersebut dinamakan sistem dinamik diskret nonlinear. Untuk menge-
tahui sifat kestabilan sistem dinamik diskret nonlinear dilakukan analisis sistem ha-
sil linearisasi di sekitar titik kesetimbangan. Proses linearisasi ini dilakukan dengan
                                                                      Universitas Brawijaya
menggunakan ekspansi Taylor, yaknivijaya Universitas Brawijaya
                       Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
```

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Hniversitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya $G_1(\vec{x}(n)) = G_1(\vec{x^*}) + \frac{\partial G_1(\vec{x^*})}{\partial x_1} (x_1(n) - x_1^*) + \ldots + \frac{\partial G_1(\vec{x^*})}{\partial x_k} (x_k(n) - x_k^*) + \eta_1(\vec{x}(n))$ Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya $G_2(\vec{x}(n)) = G_2(\vec{x^*}) + \frac{\partial G_2(\vec{x^*})}{\partial x_1}(x_1(n) - x_1^*) + \ldots + \frac{\partial G_2(\vec{x^*})}{\partial x_k}(x_k(n) - x_k^*) + \eta_2(\vec{x}(n))$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $G_k(\vec{x}(n)) = G_k(\vec{x^*}) + \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial x_1}(x_1(n) - x_1^*) + \ldots + \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial x_k}(x_k(n) - x_k^*) + \eta_k(\vec{x}(n))$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya dengan $\eta_1(\vec{x}(n)), \eta_2(\vec{x}(n)), \ldots, \eta_k(\vec{x}(n))$ adalah suku sisa yang memenuhi as Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $\eta_j(ec{x}(n))$ niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $\lim_{\vec{x}(n)\to\vec{x^*}}\frac{\eta_j(x(n))}{\|\vec{x}(n)-\vec{x^*}\|} =$ Univer v⇔rs0tas Brawijaya rsitas Brawijaya awijaya awijaya untuk setiap j = 1, 2, ..., k. Oleh karena itu, $\eta_j(\vec{x}(n))$ dapat diabaikan. Dengan mengawijaya awijaya ingat bahwa $\vec{x^*}$ adalah titik kesetimbangan, sistem persamaan (2.1) dapat ditulis awijaya awijaya sebagai awijaya $x_{1}(n+1) = x_{1}^{*} + \frac{\partial G_{1}(\vec{x^{*}})}{\partial x_{1}}(x_{1}(n) - x_{1}^{*}) + \dots + \frac{\partial G_{1}(\vec{x^{*}})}{\partial x_{k}}(x_{k}(n) - x_{k}^{*})$ $x_{2}(n+1) = x_{2}^{*} + \frac{\partial G_{2}(\vec{x^{*}})}{\partial x_{1}}(x_{1}(n) - x_{1}^{*}) + \dots + \frac{\partial G_{2}(\vec{x^{*}})}{\partial x_{k}}(x_{k}(n) - x_{k}^{*})$ \vdots awijaya Universitas Brawijaya Universitas Universitas Brawijaya awijaya awijaya $x_2(n+1) - x_2^* = \frac{\partial G_2(\vec{x^*})}{\partial x_1} (x_1(n) - x_1^*) + \dots + \frac{\partial G_2(\vec{x^*})}{\partial x_k} (x_k(n) - x_k^*)$ (2.3) awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universit ∂x_1 Brawijaya Universitas Br ∂x_k jaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

BRAWIJAN

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Dengan memisalkan $u_j = x_j(n) - x_j^*$ untuk setiap j = 1, 2, ..., k, sistem persamaan awijaya awijaya (2.3) menjadi wijaya awijaya rsitas Brawijaya $= \frac{\partial G_1(\vec{x^*})}{\partial x_1}u_1(n) + \frac{\partial G_1(\vec{x^*})}{\partial x_2}u_2(n) + \ldots + \frac{\partial G_1(\vec{x^*})}{\partial x_k}u_k(n)$ $u_1(n+1)$ awijaya Universitas Brawijaya Universitas $u_2(n+1)_a = Un+1$ awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijava $u_k(n+1) = \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial r} u_1(n) + \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial r} u_2(n) + \dots + \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial r} u_2(n)$ awijaya awijaya awijaya

Jika dibuat dalam bentuk matriks, maka sistem persamaan (2.4) akan berbentuk

 $\vec{u}(n+1)$

Univ∂xitas

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

 $= \int \frac{\partial \partial z_2(x)}{\partial x_1} u_1(n) + \frac{\partial \partial z_2(x)}{\partial x_2} u_2(n) + \dots + \frac{\partial \partial z_2}{\partial x_2}$ Universitas Brawijaya

 $U \partial G_2(\vec{x^*})$ Brawij $\partial G_2(\vec{x^*})$ ersitas Brawij $\partial G_2(\vec{x^*})$ versitas Brawijaya

 ∂x_k

awijaya awijaya awijaya awijaya

dengan

awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

 $\partial G_1(\vec{x^*})$ $\partial G_1(\vec{x^*})$ $\partial G_1(\vec{x^*})$ ∂x_1 ∂x_k ∂x_2 $\partial G_2(\vec{x^*})$ $\partial G_2(\vec{x^*})$ $\partial G_2(\vec{x^*})$ ∂x_1 ∂x_k ∂x_2 ĥ $\partial G_k(\vec{x^*})$ $\partial G_k(\vec{x^*})$ $\partial G_k(\vec{x^*})$

 ∂x_2

 $J\vec{u}(n)$

Universitas Brazijya Universitas Bravijaya Iniversitas Brawijaya

 $\frac{\partial 2(n)}{\partial x_k}u_k(n)$ = Brance (2.4)

 $(n) + \dots + \frac{\partial G_k(\vec{x^*})}{\partial x^*} u_k(n)$ tas Brawijaya

 $u_1 + \frac{u_2(n) + \dots + \frac{u_k(n)}{2}}{\sqrt{2}x_k}$ Universitas Brawijaya

awijaya awijaya awijaya Universitas B linear sitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

dan $u_j(n) = x_j(n) - x_j^*$ untuk setiap j = 1, 2, ..., k (Elaydi, 2005). Sistem persamaan (2.5) berbentuk sistem persamaan diskret linear yang serupa dengan sistem per-

 ∂x_1

samaan (2.2) sehingga solusi umumnya berbentuk solusi sistem persamaan diskret Kestabilan Sistem Dinamik Diskret Unive Pandang persamaan beda Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas $F(n+1) = F(x(n), x(n-1), \dots, x(n-k)), \quad n = 0, 1, \dots$ (2.6) Universitas Brazilias Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya dimanatas Brawijava awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya danersitas Brawii awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya sehingga awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya G(Y(n))

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Persamaan (2.6) dapat dinyatakan dalam vektor sebagai persamaan $Y(n+1) = G(Y(n)), \quad n = 0, 1, \dots$ Universitas Brawi ava Universitas Brawijava Universitas $y(n)^0$ /er*x(n)*; Blawijaya $y(n)^1$ ersitas Blawijaya x(n-1) awijaya a<u>U</u>n Y(n) =Brawijaya Uni Universitas ersitas Brawijava Universitas Brawijaya versitas Brawijaya $\sqrt{y(n)^k}$ x(n-k)ersitas Brawijava

> $F(y(n)^0, y(n)^1,$ $\ldots, y(n)^k)$ ya $y(n)^0$ $Y(n+1)^{2}$ $= y(n)^{1}$

> > $F(y(n)^0)$ y(n)

 $y(n)^{k-1}$

 $Y(n+1)^{k}$

=

Brawijaya $y(n)^{k-1}$ sitas Brav ijava

 $y(n)^1$

sebagai titik kesetimbangan jika ^{Brawijaya} Universitas Brawijaya tas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

 $y(n)^k$

jaya

Universitas Br(2.7)va Berdasarkan pada definisi titik kesetimbangan sistem dinamik diskret, titik x^* disebut

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya $Y(n+1)^0 = F(y(n)^0, y(n)^1, \dots, y(n)^k) = F(x(n), x(n-1), \dots, x(n-k)) = x^*,$ awijava Universitas Brawijaya Universitas Br $Y(n+1)^1 = y(n)^0$ tas Br x^* vijaya Universitas Brawijaya Universitas Br x^* vijaya Universitas Brawijaya Universitas Br awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $= y(n)^{1} = x^{*},$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas $Y(n+1)^{k} = y(n)^{k-q} = x^{k+q}$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya versitas Brawijaya awijaya awijaya Sebuah titik kesetimbangan persamaan (2.6) adalah titik $x^* \in \mathbb{R}$, sehingga awijaya awijaya $x^* = F(x^*, x^*, ..., x^*)$ dengan x^* adalah titik kesetimbangan dari fungsi F(x(n), x(n-1))awijaya 1), ..., x(n-k)). Dapat dikatakan pula bahwa titik kesetimbangan persamaan (2.6) awijaya adalah berupa $\vec{Y^*} \in \mathbb{R}^{k+1}$ sehingga $\vec{Y^*} = G(\vec{Y^*})$. Disimpulkan bahwa x^* adalah titik awijaya awijaya kesetimbangan persamaan (2.6) jika dan hanya jika awijaya awijaya Iniversitas Brawijaya awijaya awijaya $, \ldots, x^*$ awijaya awijaya awijaya adalah titik kesetimbangan persamaan (2.7). Jika persamaan (2.6) berbentuk linear awijaya awijaya awijaya $n = 0, 1, \dots,$ (2.8)^{va} $x(n+1) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \ldots + b_k x(n-k),$ awijaya Universitas Brawijaya awijaya maka dengan transformasi seperti di atas, persamaan (2.8) akan menjadi awijaya $n=0,1,\ldots$ awijaya Y(n+1) = AY(n). Universitas Br (2.9) va awijaya Matriks A pada persamaan (2.9) adalah sebuah matriks berukuran $(k+1) \times (k+1)$ awijaya awijaya dimanatas Brawijaya awijaya Universita Brawijaya Universita Brawijaya Universita Brawijaya Universita Brawijaya Universita Brawijaya awijaya awijaya Universitas Bravijava. Universitos Bravijava awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(2)10)ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universita 0 ra 0 ijaya Unilersi 0 / Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava **Hniversitas Brawijava**

Universitas Brawijaya awijaya dan persamaan karakteristik matriks A adalah awijaya awijaya awijaya $\lambda^{k+1} + b_0\lambda^k + \ldots + b_k = 0$ Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brav(Kocic dan Ladas, 1993) ya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya (Kocic dan Ladas, 1993.) Perhatikan persamaan beda nonlinear beri-Teorema 1. kur versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawija, $\vec{x}(n+1) = A\vec{x}(n) + F(\vec{x}(n))$, we $n = 0, 1, \dots, \infty$ Universitas B(2,11)va awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Dowijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya dengan $A = (a)_{ij}$ adalah matriks konstan berukuran $k \times k$, $\vec{x}(n) \in \mathbb{R}^k$, dan $F \in \mathbb{R}^k$ awijaya Universitas Bra $C[\mathbb{R}^k,\mathbb{R}^k]$ sedemikan sehingga awijaya awijaya awijaya F(u)awijaya lim 0. Universitas B(2)12)ya $||u|| \rightarrow 0$ awijaya awijaya awijaya Sifat kestabilan titik kesetimbangan sistem persamaan (2.11) dapat ditentukan dari awijaya awijaya pernyataan-pernyataan berikut. awijaya (1) Jika seluruh nilai eigen matriks A, dalam hal ini λ , berada dalam lingkaran awijaya awijaya awijaya Unive terbuka $|\lambda| < 1$, maka titik kesetimbangan persamaan linear iniversitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Bravijaya Universitas Bravijaya awijaya n = 0, 1, . $\vec{x}(n+1) =$ $A\vec{x}(n)$ awijaya awijaya bersifat stabil asimtotik lokal. Dengan demikian, titik kesetimbangan persamaawijaya awijaya an (2.11) juga bersifat stabil asimtotik lokal. awijaya awijaya (2) Jika terdapat minimal satu nilai eigen dari matriks A yang memiliki nilai moawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya unive dulus lebih besar dari satu maka titik kesetimbangan persamaan (2.11) tidak awijaya stabil. Hal ini menyebabkan beberapa hal berikut. awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Univers(a) Titik kesetimbangan persamaan (2.11) disebut titik kesetimbangan nonhi-ya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas perbolik jika seluruh mutlak nilai eigen memenuhi $|\lambda| = 1$. versitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya (b) Titik kesetimbangan persamaan (2.11) disebut titik kesetimbangan sumawijaya awijaya Universitas ber jika seluruh mutlak nilai eigen memiliki nilai lebih besar dari 1. Brawijaya awijaya (c) Titik kesetimbangan persamaan (2.11) disebut titik kesetimbangan sadel awijaya awijaya Universitas atau pelana jika memiliki beberapa mutlak nilai eigen lebih besar dari 1 Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas dan beberapa lainnya kurang dari 1 versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya (3) Jika terdapat satu nilai eigen matriks A yang mempunyai nilai modulus satu awijaya awijaya Unive dan nilai eigen lainnya berada pada lingkaran tertutup $|\lambda| < 1$ maka kestabilan awijaya unive titik kesetimbangan (2.11) tidak dapat ditentukan hanya dengan menggunakan ja awijaya awijaya kriteria kestabilan titik kesetimbangan persamaan (2.13) awijaya awijaya Unive Teorema 1 berhubungan dengan kestabilan dari titik kesetimbangan pada per-ya awijaya awijaya samaan (2.11). Jika persamaan (2.12) terpenuhi maka persamaan (2.13) diseawijaya awijaya but sebagai persamaan hasil linearisasi yang berkaitan dengan persamaan (2.11). awijaya awijaya Persamaan hasil linearisasi menentukan kestabilan lokal dari persamaan nonlinear awijaya awijaya yang terdapat pada nomor (1) dan (2) Teorema 1. awijaya awijaya Teorema 2. (Elaydi, 2005.) Misalkan J pada persamaan (2.5) adalah matriks Jaawijaya awijaya cobi berukuran 2 × 2 dengan persamaan karakteristik berbentuk $\lambda^2 - Trace(J) \lambda + d$ awijaya Jniversitas Brawijaya Determinan (J) = 0. Syarat cukup dan syarat perlu agar nilai-nilai eigen dari matriks awijaya awijaya Jacobi tersebut memiliki nilai mutlak kurang dari 1 adalah kondisi mersitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas B(2)14)ya awijaya Universitas Braw |Trace(J)| < 1 + Determinan(J) < 2.awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Persamaan (2.14) menghasilkan tiga bentuk berikut yang selanjutnya akan disebut awijaya Universitas Brawijaya sebagai Jury Condition. Iversitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya (1) 1 - Trace(J) + Determinan(J) > 0, Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya U(2) 1+Trace (J) + Determinan (J) > 0, a dan versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya (3) Determinan (J) Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

BRAWIJAYA

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya 2.2 Sistem Dinamik Orde Fraksional awijaya awijaya 2.2.1 sita Kalkulus Fraksional awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Kalkulus memiliki dua cabang utama yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus awijaya integral. Kalkulus diferensial mempunyai aplikasi dalam semua bidang kuantitatif. Kalkulus integral dikembangkan menyusul dengan adanya perkembangan masalahya awijaya awijaya diferensial. Hal ini mengakibatkan matematikawan harus berpikir bagaimana meawijaya nyelesaikan masalah yang berkebalikan dengan solusi diferensial. awijaya awijaya Unive Orde turunan dan integral dari suatu fungsi pada umumnya senantiasa beru-va awijaya pa bilangan asli. Pada perkembangan ilmu matematika muncul kalkulus fraksional awijaya awijaya yang merupakan cabang dari kalkulus yang menggabungkan konsep turunan dan awijaya awijaya integral dari suatu fungsi dengan orde bukan bilangan asli, yaitu orde fraksional. awijaya awijaya Orde fraksional meliputi bilangan rasional positif. Dengan demikian kalkulus frakawijaya versitas Brawijaya awijaya sional merupakan salah satu cara untuk menentukan penyelesaian dari turunan dan awijaya integral dengan orde fraksional (Kimeu, 2009). awijaya awijaya Kalkulus fraksional, sering disebut dengan differintegral, muncul pada tahun awijaya awijaya 1695 atas pemikiran G. F. A. de l'Hospital dan G. W. Leibniz yang didorong raawijaya sa ingin tahunya tentang turunan orde setengah. Gagasan konsep ini adalah baawijaya awijaya gaimana menentukan turunan dan integral yang berorde suatu bilangan pecahan. awijaya awijaya Turunan dan integral tersebut berturut-turut dinamakan sebagai turunan fraksional awijaya awijaya dan integral fraksional. Persamaan diferensial yang memuat turunan fraksional diawijaya awijaya sebut sebagai persamaan diferensial orde fraksional. Tahun 1819, Lacroix menjadi awijaya ilmuwan pertama yang mendefinisikan turunan fraksional (Kimeu, 2009). Misalkan awijaya $y = x^m$ dengan $m \in \mathbb{Z}^+$. Lacroix menotasikan turunan ke-*n* dari fungsi y sebagai awijaya awijaya awijaya $Un_d n_v$ sitas $d^n x^m$ jaya $Un_m !r sitas Brawijaya$ awijaya $\bigcup_{\substack{n=1\\dx^n}}^{m} x^{m-1} = \frac{m}{dx^n} = \frac{m}{(m-n)!} x^{m-1}$ The second Universitas B(2.15)ya awijaya dengan $m \ge n$ dan $n \in \mathbb{Q}$.versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Salah satu fungsi penting yang digunakan dalam kalkulus fraksional adalah a awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

BRAWIJAYA

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya Universitas F(v) = (v - 1)! versitas Brawijaya Universitas B(2.16)va awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya dengan $v \in \mathbb{N}$ (Podlubny, 1999). Apabila $v \in \mathbb{R}^+$, maka fungsi Gamma Euler didefini-va Sikanrsitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universi $\Gamma(v) = \int_{0}^{v-1} e^{-t} dt$ itas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(2.17)va awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya dimana $t^{\nu-1} = e^{(\nu-1)\log(t)}$. Integral pada persamaan (2.17) konvergen untuk setiap awijaya awijaya $v \in \mathbb{C}$ dan bagian Re(v) > 0. Fungsi Gamma Euler memiliki sifat dasar shas Brawijaya awijaya awijaya $\Gamma(v+1) = v\Gamma(v)$ awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya dengan $v \in \mathbb{R}^+$ (Kilbas dkk., 2006). Dengan menggunakan simbol Gamma (Γ), perawijaya samaan Lacroix pada persamaan (2.15) dapat ditulis dalam bentuk iversitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya $\frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-n+1)} x^{m-n}$ $\frac{d^n x^m}{dx^n}$ awijaya dx^n awijaya awijaya awijaya dimana $m \in \mathbb{N}$ dan $n \in \mathbb{Q}$. awijaya awijaya Petras (2011) mendefinisikan tiga pendekatan yang digunakan untuk menawijaya definisikan kalkulus fraksional, yakni Riemann-Liouville, Caputo, dan Grunwaldawijaya awijaya Letnikov. Berikut akan dibahas pendekatan Riemann-Liouville dan Caputo. Brawijaya awijaya Universities awijaya 2.2.2 Turunan Reimann-Liouville awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Univerturunan Fraksional Reimann-Liouville dengan orde n berbentuk ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $a^{RL}D_t^n u(t) = \frac{1}{\Gamma(m-n)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t \frac{u(\tau)}{(t-\tau)^{n-m+1}} d\tau$ Universitas B(2:20) ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

fungsi Gamma Euler, yang didefinisikan

ijaya Universitas Brawijaya

Universitas B(2)18)ya

awijava

awijaya awijaya

awijaya awijaya (m-1) < n < m, dan *a*, *t* adalah operasi limit $_aD_t^nu(t)$. Contoh dengan $m \in \mathbb{N}$, (m - m)awijava awijaya turunan fraksional $u(t) = t^p$ dengan p > 0 dan 0 < n < 1 adalah Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Bra ${}^{RL}_{a}D^{n}_{t}t^{p} = \frac{1}{\Gamma(m-n)}\frac{d^{m}}{dt^{m}}\int_{0}^{t}\frac{\nabla \tau^{p}}{(t-\tau)^{n-m+1}}d\tau$ Universitate Braumay t Universitate Brawijaya Universitas Brawijaya $\frac{\tilde{\Gamma}(m-n)}{\tilde{d}t^m}\int_0^{\tau}\tau^p(t-\tau)^{m-n-1}d\tau$ $= \frac{1}{\Gamma(m-n)} \frac{d^m}{dt^m} \int_0^t \tau^p t^{m-n-1} \left(1 - \frac{\tau}{t}\right)^{m-n-1}$ Dengan memisalkan $\lambda = \frac{\tau}{t}$ pada persamaan (2.21), diperoleh Universitas Brawijaya $\frac{1}{\Gamma(m-n)}\frac{d^m}{dt^m}(t^{m-n+p})\int_0^1\lambda^p(1-\lambda)^{m-n-1}d\lambda$ Universitas Bra $RL D_t^n t^p$ $\frac{1}{\Gamma(m-n)}\frac{a}{dt^m}(t^{m-n+p})B(p+1,m-n)$ $= \frac{1}{\Gamma(m-n)} \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(m-n)}{\Gamma(p+1+m-n)} \frac{d^m}{dt^m} (t^{m-n+p})$ $= \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p+1+m-n)} \frac{\Gamma(m-n+p+1)}{\Gamma(p-n+1)} (t^{p-n})$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-n+1)}t^{p-n}$ dengan B(p+1, m-n) adalah fungsi Beta yang didefinisikan sebagai sitas Brawijaya $B(p+1, m-n) = \int_0^1 \lambda^p (1-\lambda)^{m-n-1} d\lambda$ $= \frac{\Gamma(p+1)\Gamma(m-n)}{\Gamma(p+1+m-n)}$ Universitas Brav danersitas Brawijaya $\frac{d^m}{t^{m-n+p}} = \frac{\Gamma(m-n+p+1)}{t^{p-n}}$ $dt^{m'}$ The second s untuk setiap $p \in \mathbb{R}$ dan $n \in \mathbb{N}$. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijava Universitas Brawijava

Universitas Brawijava

a Universitas Brawijaya $d\tau$ versitas B(2.21) ya Iniversitas Brawijava

is Brawijaya

Hniversitas Brawijava

ository.ub.ac.

awijaya

awijaya awijava awijaya awiiava awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Turunan Caputotas Brawijaya Universitas Brawijaya ersitas Brawijava Universitas Brawijava UniverTurunan Fraksional Caputo berbentukUniversitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ${}^{C}_{a}D^{n}_{t}u(t) = rac{1}{\Gamma(m-n)}\int_{a}^{t} rac{u^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{n-m+1}} d\tau$ dengan (m-1) < n< m. Contoh turunan fraksional $u(t) = t^p$ 0 < n < 1 adalah $= \frac{1}{\Gamma(m-n)} \int_0^t \frac{(\tau^p)^{(m)}}{(t-\tau)^{n-m+1}} d\tau$ Universitas Bra ${}^{C}_{a}D^{n}_{t}t^{p}$ Universitas Brawijaya $\frac{1}{\Gamma(m-n)} \int_0^t \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-m+1)} \tau^{p-n} (t-\tau)^{m-n-1} d\tau.$ (2.23) Dengan melakukan substitusi $\tau = \lambda t$ pada persamaan (2.23), diperoleh itas Brawijaya

 $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(m-n)\Gamma(p-m+1)} \int_0^1 (\lambda t)^{p-m} ((1-\lambda)t)^{m-n-1} d\lambda$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(m-n)\Gamma(p-m+1)} t^{p-n} \int_0^1 \lambda^{p-m} (1-\lambda)^{m-n-1} d\lambda$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(m-n)\Gamma(p-m+1)} t^{p-n} B(p-m+1,m-n)$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(m-n)\Gamma(p-m+1)} t^{p-n} \frac{\Gamma(p-m+1)\Gamma(m-n)}{\Gamma(p-n+1)}$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-n+1)} t^{p-n}$ $\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-n+1)} t^{p-n}$

dengan B(p+1, m-n) adalah fungsi Beta (dengan bentuk yang sama pada turunan dengan dengan

Riemann-Liouville) dan

 $rac{d^m}{d au^m}(au^p)=rac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-m+1)} au^{(p-m)}$ **Universitas Braw** ava Universitas Brawijava untuk setiap $p \in \mathbb{R}$ dan $n \in \mathbb{N}$ tas Brawijaya. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijava

Universitas B(2,22)ya Universitas Brawijava

dengan p > 0 dan

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya 2.3Diskretisasi Persamaan Diferensial Frak-Orde awijava UniversitSiOna ava Universitas Brawijaya Unive Pandang persamaan diferensial orde fraksionals Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universit $D^n y(t) = f(t, y(t))$ sitas Brawijaya Universitas B(2)24)ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya dengan nilai awal $D^k y(0) = y_0^{(k)}$ dimana $k = 0, 1, \dots, m-1$ dan $m = \lceil n \rceil$ (pembulatan awijaya ke atas dengan $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{R}$, dan m > n) (Diethelm, 2004). Jika f(t, y(t)) pada awijaya awijaya persamaan (2.24) kontinu, maka masalah nilai awalnya sama dengan persamaan awijaya integral nonlinear Volterra bentuk kedua berikut. awijaya awijaya $y(0) + rac{1}{\Gamma(n)} \int_0^t (t- au)^{n-1} f(au, y(au)) d au$ Universitas B(2.25)ya awijaya awijaya awijaya (Li dan Ma, 2013). awijaya awijaya sitas Brawijaya Jika $f(\tau, y(\tau))$ dengan $\tau \in [0, t)$ adalah fungsi konstan, yaitu $f(\tau, y(\tau)) = \overline{f}$, maka awijaya awijaya persamaan (2.25) dapat dibentuk menjadi awijaya awijaya $y(t) = y(0) + \frac{1}{\Gamma(n)} f(\tau, y(\tau)) \int_0^t (t - \tau)^{n-1} d\tau$ $= y(0) + \frac{1}{\Gamma(n)} \overline{f} \left(-\frac{1}{n} (t-\tau)^n \Big|_0^t \right)$ $= y(0) + \frac{\bar{f}}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{n} (t)^n\right)$ $y(0) + \frac{\bar{f}t^n}{n\Gamma(n)}$ awijaya Universitas $B_{y_0}^{\overline{ft_{w_{ij}}^n}}$ aya Universitas Brawijaya Universitas B(2.26) ya awijaya Universitas $n\Gamma(n)$ aya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Persamaan (2.24) dapat Selanjutnya akan dibahas diskretisasi persamaan (2.24). awijaya awijaya ditulis dalam bentuk Universitas B(2.27) Universitas B(2.27) $D^n y(t) = f\left(\left[\frac{t}{s}\right]s, y\left(\left[\frac{t}{s}\right]\right)$ tas Brawijaya si) s Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava **Hniversitas Brawijava**

BRAWIJAYA

awijaya

awijaya Misalkan $t \in [0,s)$ maka $\frac{t}{s} \in [0,1)$, sehingga persamaan (2.27) dapat dibentuk menawijaya iadiersitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawiy₁(t)awijaya awijaya Misalkan $t \in [s, 2s)$ maka $\frac{t}{s} \in [1, 2)$, sehingga persamaan (2.27) menjadi awijaya Misalkan $t \in [2s, 3s)$ maka $\frac{t}{s} \in [2, 3)$, sehingga persamaan (2.27) awijaya awijaya awijaya

awijaya

$$y_{2}(t) = y_{1} + \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{s}^{t} (t-\tau)^{n-1} f(1,y_{1}) d\tau$$

$$= y_{1} + \frac{1}{\Gamma(n)} f(1,y_{1}) \left(-\frac{1}{n} (t-\tau)^{n} \Big|_{s}^{t} \right)$$

$$= y_{1} + \frac{1}{\Gamma(n)} f(1,y_{1}) \left(-\frac{1}{n} (t-t)^{n} + \frac{1}{n} \right)$$

61313

 $\frac{(t-s)^n}{(f(1,y_1))}$ (f(1,y_1)). Umiv vi + Universita $n\Gamma(n)$ aya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

 $D^n y(t) = f(0, y_0).$

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

 $= y_0 + \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^{\cdot} (t - \tau)^{n-1} f(0, y_0) d\tau$ wijaya

 $= y_0 + \frac{1}{\Gamma(n)} f(0, y_0) \left(-\frac{1}{n} (t-\tau)^n \Big|_0^t \right)$

 $y_0 + \frac{\Gamma}{\Gamma(n)} f(0, y_0)$

 $y_0 + \frac{t^n}{n\Gamma(n)}(f(0,y_0))$

 $D^n y(t) = f(s, y_1)$

Brawijaya Universitas Brawijaya

lersitas Brawijaya

 $\frac{1}{n}(t-t)^n + \frac{1}{n}(t-0)^n$

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universi $D^n_s y(t) = f(2s, y_2)$. Itas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijava

Universitas Br Universitas Brazava Universitas B(2.28) ya Solusi dari persamaan (2.28) berdasarkan persamaan (2.26) adalah ersitas Brawijaya Vniversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(2,29)ya hiversitas B(2.30)_{va} hiversitas Brawijaya Solusi dari persamaan (2.30) berdasarkan persamaan (2.26) adalah erstas Brawijaya Vniversitas Brawijaya $(t - s)^n$ niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(2.31)ya Universitas Brawijaya menjadi Universitas B(2.32)va

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Solusi dari persamaan (2.32) berdasarkan persamaan (2.26) adalah awijaya $= y_2 + \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{2s}^{t} (t-\tau)^{n-1} f(2,y_2) d\tau$ Universitas Braw $y_3(t)$ $\frac{1}{n}f(2,y_2)\left(-\frac{1}{r}(t-\tau)^n \Big|^t\right)$ i aya Universit $\Gamma(n)^{J(2, y_2)}$ Un nersitas 2s/wijava $= y_2 + \frac{1}{\Gamma(n)} f(2, y_2)$ $\left(-\frac{1}{n}(t-t)^n+\frac{1}{n}(t-2s)^n\right)$ niversitas Brawijaya awijaya awijaya versit $(t B_{2s})^n$ jaya Universitas Brawijaya $n\Gamma(n)$ $(f(2,y_2))$ rsitas Brawijaya Universitas E(2.33)va awiiava Secara umum, proses diskretisasi pada interval $t \in (ws, (w+1)s)$ adalah itas Brawijaya $y_w + \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{ws}^{\cdot} (t-\tau)^{n-1} f(w, y_w)$ $y_w + \frac{1}{\Gamma(n)} f(w, y_w) \left(-\frac{1}{n} (t-\tau)^n \right)$ $y_{w+1}(t)$ awijaya $y_{w} + \frac{1}{\Gamma(n)} f(w, y_{w}) \left(-\frac{1}{n} (t-t)^{n} + \frac{1}{n} (t-ws)^{n} \right)$ $y_{w} + \frac{(t-ws)^{n}}{n\Gamma(n)} (f(w, y_{w}))$ (2.34)awijaya sehingga untuk $t \rightarrow (w+1)s$ akan didapat $\frac{s^n}{n\Gamma(n)}(f(w,y_w)).$ Universitas B(2.35)va Jika $n \rightarrow 1$, maka persamaan (2.35) akan menjadi bentuk Euler. Model Pertumbuhan Logistik Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Model pertumbuhan logistik adalah model pertumbuhan populasi dengan sumawijaya Universitas Brawijaya ber daya yang terbatas. Semakin padat populasinya maka semakin lemah pertumawijaya awijaya buhan populasinya kemudian akan berhenti pada populasi tertentu. Ukuran populasi yang menghentikan pertumbuhan tersebut dikenal dengan istilah carrying capacity atau daya dukung lingkungan. Daya dukung lingkungan adalah jumlah individu maksimal yang dapat didukung oleh lingkungannya (Molles, 2002). Laju pertum-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya buhan populasi bergantung pada kepadatan populasi sehingga laju pertumbuhan dapat dinyatakan sebagai ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas ^B(2.36) Universitas Brawijaya Universitas Edxwijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Edtwijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Misalkan K adalah daya dukung lingkungan. Jika terdapat individu sejumlah x, maka lingkungan tersebut masih mampu mendukung (K-x) individu untuk bertahan hidup. Oleh karena itu, proporsi lingkungan yang masih dapat ditempati adalah Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya sebesaras Brawijava Universitas Dowijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya K - xIni¥ersitas Brawijaya Universitas B(2.37)^{ya} Universitas Brawijava yang sebanding dengan pertumbuhan per kapita. oleh karena itu, laju pertumbuhan

pada model logistik didefinisikan sebagai

Universitas Brawijava Universitas Brawijav

dx1 dx

dengan r, K > 0. Parameter r menyatakan tingkat pertumbuhan instrinsik populasi

(Boyce dan DiPrima, 2012).

awijaya

Model Predator-Prey Lotka-Voterra

hiversitas B(2.38)va

Model sederhana dari rantai makanan adalah model predator-prey. Dasar model ini adalah model Lotka-Volterra yang terdiri atas dua populasi. Populasi pertama

memberi pengaruh positif terhadap populasi kedua dan populasi kedua memberi Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya pengaruh negatif terhadap populasi pertama. Sistem persamaan tersebut dapat awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya dimodelkan sebagai $\frac{dx}{dx} = x(r - px) - e_1 xy,$ Brawijaya Universitadt Brawijaya Universitas Universitas B(2.39)ya Universit dyBrawij $= y(s-qy) + e_2xy$ Universitat dengan semua parameter bernilai positif. Variabel x dan y masing-masing menyatakan populasi prey dan populasi predator. Laju pertumbuhan prey dan laju pertum-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya buhan predator masing-masing dinyatakan dalam parameter r dan s. Parameter p awijaya dan q adalah parameter interaksi antar populasi prey dan parameter interaksi antar populasi predator. Parameter e_1 dan e_2 adalah parameter pemangsaaan predator terhadap prey (Zhuang dan Wen, 2011). Perhatikan bahwa tanpa adanya interaksi, prey dan predator pada sistem persamaan (2.39) akan tumbuh secara logistik. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Fungsi, Respons Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Salah satu komponen penting hubungan antara predator dan prey adalah laju per kapita predator memangsa prey atau yang disebut juga fungsi respon (Skalski awijaya dan Gilliam, 2001). Holling (1959) menggambarkan fungsi respon sebagai laju pe-ya awijaya awijaya mangsaan prey oleh predator per kapita dan berupa fungsi dari banyaknya populasi awijaya awijaya prey. Hal ini berarti laju konsumsi dari suatu individu predator bergantung pada keawijaya awijaya padatan populasi prey sehingga fungsi respon yang bergantung pada prey tersebut awijaya awijaya dinamakan Holling Tipe I dengan bentuk awijaya awijaya niversitas B(2.40) ya p(x) =ex niversitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya dan Holling Tipe II (Model Michaelis-Menten) berbentuk awijaya awijaya Universitas B(2.41)va p(x) =dimana e, s, c bernilai positif dan masing-masing menyatakan laju penangkapan prey, laju pertumbuhan maksimum predator, dan konstanta Michaelis-Menten. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya 2.7 rsi Perlindungan pada Prey iversitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijava Universitas Brawijav

Unive Untuk menghindari kepunahan prey karena proses predasi dari predator seca-

ra terus menerus, diperlukan faktor pelindungan pada prey. Efek perlindungan pada

prey mampu mengurangi kemungkinan prey untuk dimangsa sehingga terhindar da-

ri kepunahan (Pal dan Samanta, 2010). ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Misalkan m_1x menyatakan laju prey yang berlindung maka laju prey yang dimangsa oleh predator adalah $x(1-m_1)$ dengan $m_1 \in [0,1)$. Jika faktor perlindungan prey diperhitungkan, maka sistem persamaan Lotka-Volterra (2.39) menjadi Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\mathbf{t} = \mathbf{E}\mathbf{x}(r - p\mathbf{x}) - e_1(1 - m_1)\mathbf{x}\mathbf{y}, \text{wijaya}$ Unive dt dt sitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(2.42)ya University $dy = By(s - qy) + e_2(1 - m_1)xy$ wijaya Univedsitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Bra(Zhuang dan Wen, 2011).va Universitas Provijava Universitas Brawijava Makanan Tambahan

Sen dkk. (2015) mengkaji model predator-prey dengan adanya makanan tambahan dan pemanenan pada predator yang ditunjukkan pada persamaan berikut.

 $\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{bxy}{m_1 + a_1 \eta, A + x}$ $\frac{dy}{dt} = \frac{sy(x + \eta A)}{m_1 + a_1 \eta A + x} - \beta y - \rho.$

iversitas Braudya (2.43)_{va}

awijaya Nilai nutrisi dari makanan tambahan berperan penting dalam pengendalian sisawijaya awijaya tem predator-prey. Jika nilai nutrisi dan kuantitas makanan tambahan tinggi, maka awijaya awijaya laju pemangsaan predator terhadap prey lebih rendah sehingga kemungkinan terjadi kepunahan pada prey lebih kecil. Sistem persamaan (2.43) merupakan model awijaya predator-prey Lotka-Volterra yang dimodifikasi dengan adanya makanan tambahan awijaya awijaya serta pemanenan pada predator. awijaya awijaya Laju pertumbuhan prey mengikuti model logistik dengan r_1 adalah pertumbuawijaya Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya han intrinsik prey dan kapasitas daya dukung lingkungan sebesar K. Parameter b dan m_1 berturut-turut menyatakan laju pemangsaan prey oleh predator dan proteksi lingkungan. Bagian $a_1\eta A$ merupakan makanan tambahan bagi predator dimana a_1, η, A berturut-turut menyatakan waktu untuk memakan, nilai nutrisi, dan populasi dari makanan tambahan. Parameter s menyatakan pertumbuhan instrinsik predator. Karena predator memiliki nilai ekonomis yang tinggi, dilakukan pemanenan sebesar Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Adanya kompetisi antar predator untuk memperoleh prey mengakibatkan adanya kematian alami predator yang dinyatakan dalam parameter β . Brawijaya Model Predator-Prey Lotka-Volterra dengan Per-Universitindungan Prey dan Makanan Tambahan sitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Ghosh dkk. (2017) menganalisis dinamika predator-prey dengan perlindungan va awijaya awijaya pada prey dan makanan tambahan yang dimulai dengan mengkaji fungsi respon awijaya awijaya Holling type II yang berbentuk awijaya $\frac{cN}{a+N}$ Universitas B(2.44) Brawijaya awijaya awijaya awijaya dimana N adalah jumlah populasi prey, c menyatakan laju predasi terhadap prey, awijaya awijaya dan a adalah konstanta setengah saturasi. Jika ditambahkan konstanta h_1 dan e_1 awijaya awijaya yang masing-masing menyatakan waktu yang dibutuhkan predator untuk memakan awijaya awijaya satu buah prey dan kemampuan predator untuk mendapatkan keberadaan prey, awijaya maka modifikasi fungsi respon Holling tipe II persamaan (2.44) akan berbentuk awijaya awijaya awijaya $\frac{ce_1N}{a+h_1e_1N}$ f(N)Universitas B(2:45)ya awijaya awijaya awijaya Perlindungan pada prey adalah suatu area yang ditempati oleh prey yang berpotensi meminimalisir laju predasi predator terhadap prey. Kehadiran perlindungan pada prey ini dapat menyebabkan kepunahan predator pada sistem predator-prey. awijaya Jika dimisalkan parameter c' sebagai perlindungan prey dan laju predasi menjadi awijaya awijaya c(1-c') dengan $c' \in [0,1)$ maka fungsi respon persamaan (2.45) akan menjadi awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawij $c(1 - c')e_1N$ tas Brawijaya Universitas Braviaya Universitas B(2.46)ya awijaya Univers $f(N) = \frac{1}{a + h_1 e_1 N}$ it as Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Untuk menjaga populasi predator dikarenakan adanya prelindungan pada prey, Ghosh menambahkan tambahan makanan pada sistem persamaannya. Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijav Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava

BRAWIJAYA

awijaya awijaya Dengan adanya tambahan makanan tersebut, persamaan (2.46) akan berbentuk awijaya $f(N) = \frac{c(1-c')e_1N}{a+h_2e_2A+h_1e_1N}.$ awijaya Universitas B(2,47)ya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya dimana parameter h_2 dan e_2 masing-masing merepresentasikan waktu yang dibu-ya tuhkan predator untuk memakan makanan tambahan (A) dan kemampuan predator awijaya awijaya untuk mendeteksi makanan tambahan. Model predator-prey dengan laju pertumbuawijaya awijaya han logistik dengan perlindungan pada prey dan makanan tambahan Ghosh dkk. Universitas (2017) berbentuk niversitas Brawijaya $\frac{dN}{dT} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) - \frac{c(1 - c')e_1NP}{a + h_2e_2A + h_1e_1N},$ $\frac{dP}{dT} = \frac{b[(1 - c')e_1N + e_2A]P}{a + h_2e_2A + h_1e_1N} - mP,$ (2.48) Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya dengan b merepresentasikan laju konversi biomassa prey menjadi laju reproduksi awijaya predator dan m adalah laju kematian predator. Parameter K menyatakan daya duawijaya kung lingkungan. Dengan mendefinisikan $c_1 = \frac{c}{h_1}$, $\alpha = \frac{h_2}{h_1}$, $\eta = \frac{e_2}{e_1}$, $b_1 = \frac{b}{h_1}$, dan $a_1 = -\frac{a}{h_1}$, sistem persamaan (2.48) dapat ditulis menjadi awijaya awijaya awijaya , sistem persamaan <mark>(2.48)</mark> dapat ditulis menjadi $a_1 = \frac{a}{e_1 h_1}$ awijaya awijaya $\frac{dN}{dT} = rN\left(1-\frac{N}{K}\right) - \frac{c_1(1-c')NP}{a_1+\alpha\eta A + N},$ Universitas Brawijaya awijaya Universitas B(2:49)ya $\frac{dP}{dT} = \frac{b_1[(1-c')N+\eta A]P}{a_1+\alpha\eta A+N} - mP.$ Untuk mengurangi jumlah parameter, digunakan penyekalaan dengan $x = \frac{N}{m}$, $y = \frac{N}{m}$ tas^aBrawijaya $\frac{c_1P}{ra_1}$, t = rT, $\gamma = \frac{K}{a_1}$, $\xi = \frac{\eta A}{a_1}$, $\beta = \frac{b_1}{r}$, dan $\delta = \frac{m}{r}$ sehingga persamaan (2.49) menjadi awijaya awijaya Universitas Brawijaya Univ $\frac{dx}{dt}$ tas Br $\begin{pmatrix}1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ Uni $\frac{(1 + c')xy}{1 + \alpha\xi + x}$ awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawija awijaya Universitas B(2.50) va Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Parameter α dan ξ berturut-turut merepresentasikan kualitas dan kuantitas dari ma-va kanan tambahan yang disediakan untuk predator. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

BRAWIJAYA

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas BraBiabing rsitas Brawijaya awijaya Universitas Braw awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya **Universitas Brawijay** awijaya dalam bentuk awijaya awijaya Universitas $D^n x(t) =$ awijaya awijaya Universitas $D^n y(t) =$ awijaya awijaya Universitas Bra awijaya awijaya

Pembahasan Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya 3.1 Konstruksi dan Diskretisasi Model Predator-Prey Lotka-Volterra Orde Fraksional dengan Perlin-Universi dungan Prey dan Makanan Tambahan Iniversitas Brawijaya Brawijaya Universitas Brawijaya Sistem persamaan (2.50) berbentuk turunan dx/dt dan dy/dt. Sistem persamaan dx/dt dan dy/dt dimodifikasi, agar memuat informasi tentang fungsi pada titik-titik sebelumnya, menjadi turunan orde fraksional berbentuk

 $D_t^n x = x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{\gamma}\right) - \frac{(1 - c')x(t)y(t)}{1 + \alpha\xi + x(t)}$ $= \frac{\beta ((1-c')x(t) + \xi)y(t)}{1 + \alpha \xi + r(t)} - \delta y(t),$

Iniversitas Brawijava hiversitas Br**(3**/1**a**)ya

dengan *n* menyatakan orde fraksional dimana $n \in (0, 1]$. Proses diskretisasi sistem persamaan (3.1) dilakukan sebagai berikut. Asum-

sikan nilai awal persamaan (3.1) adalah $x(0) = x_0$ dan $y(0) = y_0$. Proses diskretisasi

sistem persamaan (3.1) dilakukan dengan menyatakan sistem persamaan (3.1) ke

 $\frac{(1-c')x((t/s)s)y((t/s)s)}{1+\alpha\xi+x((t/s)s)},$ $x((t/s)s)\left(1-\frac{x((t/s)s)}{s}\right)$ Brawijaya ersitas Bragizya $\beta\left((1-c')\frac{x((t/s)s)+\xi\right)y((t/s)s)}{-\delta y((t/s)s)}$ as Brawijaya Universi $1 + \alpha \xi + x((t/s)s)$ versitas B Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

awijaya

awijaya awijaya Misalkan $t \in [0,s)$ maka $\frac{t}{s} \in [0,1)$, sehingga sistem persamaan (3.2) menjadi awijaya awijaya $D^{n}x(t) = x_{0}\left(1-\frac{x_{0}}{\gamma}\right) - \frac{(1-c')x_{0}y_{0}}{1+\alpha\xi+x_{0}},$ $D^{n}y(t) = \frac{\beta\left((1-c')x_{0}+\xi\right)y_{0}}{1+\alpha\xi+x_{0}} - \delta y_{0}.$ awijaya Universitas Br(3.3)ya awijaya awijaya Universitas Brawi $1 + \alpha \xi + x_{0}$ sitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\frac{1}{\Gamma(n)}\int_{t}^{s}(t-\tau)^{n-1}d\tau, n > 0$, maka solusi sistem persamaan (3.3) awijaya Jika dimisalkan $J_s^n \equiv$ awijaya awijaya adalah $x_1(t) = x_0 + J_s^n \left(x_0 \left(1 - \frac{x_0}{\gamma} \right) - \frac{(1 - c') x_0 y_0}{1 + \alpha \xi + x_0} \right)$ adalahitas Brawijaya Universitas Brawij awijaya awijaya $\left(\frac{\beta\left((1-c')x_0+\xi\right)y_0}{1+\alpha\xi+x_0}-\delta y_0\right)$ Universitas Brawijay $y_1(t)$ Universitas Brawijaya awijaya $y_0 + J_s^n$ awijaya awijaya awijaya atau dapat ditulis dalam bentuk awijaya awijaya $x_1(t) = x_0 + \frac{t^n}{n\Gamma(n)} \left(x_0 \left(1 - \frac{x_0}{\gamma} \right) - \frac{(1 - c')x_0y_0}{1 + \alpha\xi + x_0} \right),$ inversities Brawijava awijaya awijaya awijaya $y_1(t) = y_0 + \frac{t^n}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta ((1-c')x_0 + \xi)y_0}{1 + \alpha \xi + x_0} - \delta y_0 \right).$ awijaya awijaya awijaya awijaya Untuk $t \in [s, 2s)$ atau $\frac{t}{s} \in [1, 2)$, sistem persamaan (3.2) akan menjadi awijaya awijaya $D^{n}x(t) = x_{1}\left(1 - \frac{x_{1}}{\nu}\right) - \frac{(1 - c')x_{1}y_{1}}{1 + \alpha\xi + x_{1}}$ awijaya awijaya Universitas Br (3.4) va $D^{n}y(t) = \frac{\beta((1-c')x_{1}+\xi)y_{1}}{1+\alpha\xi+x_{1}} - \delta y_{1}.$ awijaya awijava awijaya vijaya Sistem persamaan (3.4) dapat dibentuk menjadi awiiava Universitas Brawijaya awijaya Universitas Braw $x_2(t) = x_1(s) + J_s^n \left(x_1(s) \left(1 - \frac{x_1(s)}{\gamma} \right) - \frac{(1 - c') x_1(s) y_1(s)}{1 + \alpha \xi + x_1(s)} \right)$ versitas Brawiava Universitas Brawn awijaya awijaya awijaya $= x_1(s) + \frac{(t-s)^n}{n\Gamma(n)} \left(x_1(s) \left(1 - \frac{x_1(s)}{\gamma} \right) - \frac{(1-c')x_1(s)y_1(s)}{1 + \alpha\xi + x_1(s)} \right),$ awijaya awijaya awiiava $y_{2}(t) = y_{1}(s) + J_{s}^{n} \left(\frac{\beta \left((1-c')x_{1}(s) + \xi \right)y_{1}(s)}{1 + \alpha \xi + x_{1}(s)} - \delta y_{1}(s) \right)$ = $y_{1}(s) + \frac{(t-s)^{n}}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta \left((1-c')x_{1}(s) + \xi \right)y_{1}(s)}{1 + \alpha \xi + x_{1}(s)} - \delta y_{1}(s) \right).$ awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Secara umum, proses diskretisasi pada interval $t \in (ms, (m+1)s)$ adalah Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $x_{m+1}(t) = x_m(ms) + \frac{(t-ms)^n}{n\Gamma(n)} \left(x_m(ms) \left(1 - \frac{x_m(ms)}{\gamma} \right) - \frac{(1-c')x_m(ms)y_m(ms)}{1+\alpha\xi + x_m(ms)} \right),$ $(t-ms)^n \int \beta \left((1-c') x_m(ms) + \xi \right) y_m(ms)$ $y_{m+1}(t) = y_m(ms) + t$ $\delta y_m(ms)$ is Brawijaya $n\Gamma(n)$ $+\alpha\xi + x_m(ms)$ Universitas Brasilas Universitas Brasilas Universitas Brawijaya Untuk $t \rightarrow (m+1)s$ sistem persamaan (3.5) berbentuk Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Universitas Brawijaya Universitas $x_{m+1}(t) = x_m + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left(x_m \left(1 - \frac{x_m}{\gamma} \right) - \frac{(1 - c')x_m y_m}{1 + \alpha \xi + x_m} \right),$ Universitas Brawijaya $\left(\frac{\beta\left((1-c')x_m+\xi\right)y_m}{1+\alpha\xi+x_m}-\delta y_m\right)$ Universitas Brawijaya Universitas Bra $y_{m+1}(t) =$ $y_m +$ niversitas Brawijaya Universi Jika $n \rightarrow 1$ maka sistem persamaan (3.6) akan menjadi bentuk Euler.

Titik Kesetimbangan

Berdasarkan definisi titik kesetimbangan, titik x* dan y* dikatakan titik kesetimbangan persamaan (3.6) jika memenuhi kondisi

$$x^{*} = x^{*} + \frac{s^{n}}{n\Gamma(n)} \left(x^{*} \left(1 - \frac{x^{*}}{\gamma} \right) - \frac{(1 - c')x^{*}y^{*}}{1 + \alpha\xi + x^{*}} \right)$$
$$y^{*} = y^{*} + \frac{s^{n}}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta \left((1 - c')x^{*} + \xi \right)y^{*}}{1 + \alpha\xi + x^{*}} - \delta y^{*} \right)$$

Sistem persamaan (3.7) dapat disederhanakan ke dalam bentuk universitas Brawijaya

 $-c')x^*y^*$ $\beta ((1-c')x^* + \zeta)y^*$ ra<u>w</u>ijaya δv^* tas $\Pi + \alpha \xi$ $n\Gamma(n)$ +x*niversit as Brawijaya

Pada sistem persamaan (3.8), perhatikan bahwa $\frac{s^n}{n\Gamma(n)} > 0$, sehingga berlaku Unive $(1-c')y^*$ $\int x^*$ tasƁrawijaya ava* Universitas Brawijaya $1 + \alpha \zeta$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava **Universitas Brawijay**

Universitas Bradina Universitas Brawijava Universitas Br(3.8)ya

Universitas Br(3.9)va

Universitas B(3.10)ya

Iniversitas Brawijaya

(3.6)

vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Persamaan (3.9) menghasilkan	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $x^* = 0$ patau	Universitas Bravilaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijava	$\left(1-\frac{x}{2}\right) - \frac{(1-c)y}{2} = 0,$	
vijava	Universitas Brawijava Universitas Brawijava	Universitas Brawijaya
vijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
viiava	dan dari persamaan (3.10) diperoleh jiaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya viniv≘rs0as ataujaya	Universitas B(3,13)ya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Uni $\frac{p[(1-c)x + \zeta]}{\sqrt{c_1 + c_2}} = \delta_{niv}$ Brawijaya	Universitas B(3:14)ya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas $\Gamma + \alpha \zeta + x^*_{ij}$ aya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Dari empat kombinasi di atas, yakni persamaan (3.11) sampai d	dengan persamaan
vijaya	Universitas Brawije s Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	(3.14), dihasilkan tiga titik kesetimbangan sebagai berikut.	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas diava	Universitas Brawijaya
vijaya	(1) Titik Kesetimbangan $E_0 = (0,0)$.	Universitas Brawijaya
vijava	University	Universitas Brawijaya
vijava	litik kesetimbangan E_0 diperoleh dari persamaan (3.11) dan persamaan
vijava	(3.13) Titik kesetimbangan ini merepresentasikan terjadin	va kenunahan haik
vijava		niversitas Brawijava
vijava	pada populasi prey maupun predator.	niversitas Brawijaya
vijaya	Univ	niversitas Brawijaya
vijaya	(2) Titik Kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$	Jniversitas Brawijaya
vijaya		Universitas Brawijaya
vijaya	Unive Titik kesetimbangan E_1 dihasilkan dari hasil substitusi pe	rsamaan <mark>(3.13)</mark> ke
vijaya	Univers	Universitas Brawijaya
vijaya	Unive dalam persamaan (3.12) seningga diperolen	Universitas Brawijaya
vijaya	Universita Ava Aya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas $\begin{pmatrix} 1 & x^* \end{pmatrix} (1-c')x^*y^*$	Universitas Brawijaya
vijaya	$\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma}\right) - \frac{1 + \alpha \xi + x^*}{1 + \alpha \xi + x^*} = 0$	Universitas Brawijaya
vijava	Universitas Bray	Universitas Brawijaya
vilava	Karena $y^* = 0$ maka $1 - \frac{1}{\gamma} = 0$	Universitas Brawijaya
vijava	Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava	Universitas Brawijava
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijava Titik koastimbangan E. disebut sebagai titik koastimbanga	Universitas Brawijaya
vijaya	This Resetting angal E_1 disebut sebagai this resetting anga	an kepunanan pre-
vijaya	dator. Populasi prey yang mampu bertahan hidup adalah s	ebesar γ. ^{as Brawijaya}
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
vijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya
ijaya		Universitas Diawijava
VIIAVA	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijava
vijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya
vijaya vijaya vijava	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya	Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya (3) Titik Kesetimbangan $E_2 = (x^*, y^*)$. awijaya awijaya Universitäk kesetimbangan E_2 , dengan java Universitäs Brawijava awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $x^* = \frac{\delta + \alpha \delta \xi - \beta \xi}{2(1-\xi)}$ Brawijaya $y^* = \left(1 - \frac{x^*}{2}\right) \left(\frac{1 + \alpha \xi + x^*}{1 + \alpha \xi}\right)$ itas Brawijaya awijaya awijaya rsitas Brawijaya rikut. awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawi awijaya awijaya NERSI awijaya awijaya awijaya dan awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawija $x^* = \frac{1}{\beta(1 - c')} = \delta$ as Brawijaya $y^* = \begin{pmatrix} 1 - s \\ s \\ tas \\ \gamma' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - c' \\ s \\ tas \\ s \\ tas \\ s \\ tas \\ s \\ tas \\ t$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya diperoleh dari kombinasi persamaan (3.12) dan persamaan (3.14) sebagai be-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya as Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\left(\frac{Ux^*}{\nabla \gamma}\right)$ rsit $\frac{(1-c')y^*}{1+\alpha\xi+x^*}$ a \overline{U} niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya niversitas Srawijaya Universitas Brawijaya lsitas $-1/(1+lpha\xi+x^*)$ /ersitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya $1 + \alpha \xi + x^*$ rsitas Brawijava al⁄a– *c*Universitas Brawijava Universitas Brawijaya $\delta(1+\alpha\xi+x^*)$ $\beta\left(\left(1-c'\right)x^*+\xi\right) =$ $x^{*}\beta(1-c')+\beta\xi = \delta+\alpha\delta\xi+x^{*}\delta$ $x^{*}\beta(1-c')-x^{*}\delta = \delta+\alpha\delta\xi-\beta\xi$ $x^{*}(\beta(1-c')-\delta) = \delta+\alpha\delta\xi-\beta\xi$ $x^{*} = \frac{\delta+\alpha\delta\xi-\beta\xi}{\beta(1-c')-\delta}.$

niversitas Brawijaya

Titik kesetimbangan E_2 disebut sebagai titik kesetimbangan ko-eksisten atau interior. Dalam hal ini, populasi prey dan populasi predator dapat hidup bersama dan tidak terjadi kepunahan pada kedua populasi tersebut. Titik kese-Univertimbangan E_2 dikatakan eksis jika $x^* > 0$ dan $y^* > 0$. Oleh karena itu, titik a Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\beta \xi$ niversitas Brawijaya Universitas Brawi atau $eta(1-c') < \delta < rac{eta \xi}{1+lpha \xi}$ dengan $c' \in [0,1).$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Rrawijava Universitas Brawijav **Hniversitas Brawijava**

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

epository.ub.ac.id

awijaya awijaya 3.3 Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Sistem persamaan (3.6) merupakan sistem nonlinear. Analisis kestabilan titik kesetimbangan sistem nonlinear dapat dilakukan dengan menganalisis nilai eigen Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya matriks Jacobi hasil linearisasi. Matriks Jacobi hasil linearisasi sistem persamaan a (3.6) adalah awijaya awijaya ersitas Bravijaya Universitas Bravijaya $\left| \frac{\partial}{\partial x_m} x_{m+1} - \frac{\partial}{\partial y_m} x_{m+1} \right| = \left| a_{11} - a_{12} \right|$ Universitas Brawijaya Univ awijaya Universitas B(3.15) ya $\frac{\partial}{\partial x_m} y_{m+1} = \frac{\partial}{\partial y_m} y_{m+1}$ Universitas Brawijaya Universitas Brawija a22 $\int \overline{\partial x_m} y_{m+1}$ iava dengantas Brawijava iversitas Brawijaya $\frac{1-c')y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1)y^*(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1+\alpha\xi+x^*)-(1$ $c')x^*y^*$ Jniversitas B $(1 + \alpha \xi + x^*)^2$ Universitas Brawijava awijaya ersitas Brawijaya awijaya $\frac{s^{n}}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta y^{*}(1-c')(1+\alpha\xi+x^{*}) - (\beta y^{*}[(1-c')x])}{(1+\alpha\xi+x^{*})^{2}} \right]$ iversitas Brawijaya $= 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta[(1-c')x^* + \xi]}{1 + \alpha\xi + x^*} - \delta \right]$ awijaya Matriks Jacobi pada persamaan (3.15) selanjutnya akan digunakan untuk mengaawijaya awijaya nalisis kestabilan masing-masing titik kesetimbangan dengan cara melakukan subsawijaya awijaya titusi masing-masing titik kesetimbangan ke dalam matriks Jacobi tersebut.^{S Brawlaya} **3.3.1** Kestabilan Titik Kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ Substitusi titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ ke dalam matriks Jacobi (3.15) mengawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya hasilkan Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawija $J(E_0)$ ni \Rightarrow rs tas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas B(3.16)ya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Orawija $1 + \frac{S^{n}}{n\Gamma(n)} \begin{bmatrix} \frac{p\varsigma}{1+\alpha\xi} & \delta \end{bmatrix}$ jaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Matriks Jacobi (3.16) berupa matriks diagonal sehingga dengan mudah dapat ditentukan nilai eigennya, yakni $\lambda_1 = 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \operatorname{dan} \lambda_2 = 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} - \delta \right].$ Perhatikan bahwa $\frac{s^n}{n\Gamma(n)} > 0$ sehingga $|\lambda_1| > 1$. Berdasarkan Teorema 1, sifat kestabilan titik Universitas Brawijaya Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijav

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

BRAWIJAYA BRAWIJAYA

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya kesetimbangan $E_0=(0,0)$ adalah sebagai berikut: awijaya awijaya awijaya (1) titik kesetimbangan $E_0=(0,0)$ bersifat sadel (pelana) jika $|\lambda_2|<1$, yaitu jika awijaya $0 < s < \sqrt[n]{rac{-2n\Gamma(n)(1+lpha\xi)}{eta\xi-\delta(1+lpha\xi)}}\, {
m dan}\, rac{eta\xi}{1+lpha\xi} \! < \! \delta,$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya (2) titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat sumber jika $|\lambda_2| > 1$, yaitu jika sumber jika kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat su $s > \sqrt[n]{rac{-2n\Gamma(n)(1+lpha\xi)}{eta\xi-\delta(1+lpha\xi)}} \, {\sf dan} \, rac{eta\xi}{1+lpha\xi} < \delta, \, {\sf dan}$ awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya (3) titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat nonhiperbolik jika $|\lambda_2| = 1$, yaitu jika jaya awijaya Universitas Br $\sqrt{\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi)}{\beta\xi-\delta(1+\alpha\xi)}}$ dan $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} < \delta$.a Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya **3.3.2** Kestabilan Titik Kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ awijaya awijaya Unive Titik kesetimbangan kepunahan predator untuk sistem persamaan (3.6) adalah awijaya awijaya $(\gamma, 0)$, sehingga matriks Jacobi (3.15) dapat ditulis sebagai awijaya awijaya awijaya $J(E_1) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{s^n}{n\Gamma(n)} & -\frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{(1-c')\gamma}{1+\alpha\xi+\gamma} \right] \\ 0 & 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} - \delta \right] \end{bmatrix}$ awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Matriks Jacobi (3.17) berupa matriks segitiga atas sehingga nilai eigennya beraawijaya da pada kolom diagonal, yakni $\lambda_1 = 1 - \frac{s^n}{n\Gamma(n)}$ dan $\lambda_2 = 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta[(1-c')\gamma + \xi]}{1+\alpha\xi + \gamma} \right]$ awijaya '≕vðjaya awijaya Berdasarkan definisi kestabilan, titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat stabil jika awijaya awijaya $|\lambda_1| = \left|1 - \frac{s^n}{n\Gamma(n)}\right| < 1 \text{ dan } |\lambda_2| = \left|1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left[\frac{\beta[(1-c')\gamma + \xi]}{1 + \alpha\xi + \gamma} - \delta\right]\right| < 1. \text{ Berikut akan dilaku-}$ kan analisis pada kedua nilai eigen tersebut. Brawijaya $-\frac{s^n}{n\Gamma(n)} < 1 \iff -1 < 1 - \frac{s^n}{n\Gamma(n)} < 1$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

Universitas Brawijaya $\tau^2 \leq rsi \tau_{n\Gamma(n)} \leq 0$ Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Braw $2n\Gamma(n) < sista s^n$ rawij< 0Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya s > 0. (3.18) Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijav

Iniversitas Brawijaya hiversitas B(3.17) hiversitas B(3.17)

epository.ub.ac.id

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $\beta[(1-c')\gamma+\xi]$ sita Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya niversitas Bi $|1+\overline{n\Gamma(n)}|$ $<1 \iff -1 < 1 + \frac{3}{n\Gamma(n)} \left| \frac{\Gamma(1-\gamma+3)}{1+\alpha\xi+\gamma} - \delta \right| < 1$ awijaya $1 + \alpha \xi$ $\begin{bmatrix} nI(n) & 1 + \alpha\zeta + \gamma \\ Universitas Brawijaya \\ Universitas \\ Brawijaya \\ Brawijaya \\ Universitas \\ Brawijaya \\ B$ awijaya awijaya $1+\alpha\xi+\gamma$ va Universitas Brawijaya Apabila $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1-c'+\omega} > \delta$ maka $|\lambda_2| > 1$. Untuk memenuhi $|\lambda_2| < 1$ maka haruslah $\frac{1}{1+\alpha\xi+\gamma}$ aya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} < \delta$ sehingga versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\frac{1+\alpha\xi+\gamma}{1+\alpha\xi+\gamma} < 0$ Seriin Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawii $2^{\gamma} < \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{2} \sqrt{\delta} \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \delta$ Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas $2n\Gamma(n) < \text{Uni}s^n \left[\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1-c'\xi+\omega}\right] \ge \delta^{-1}$ awijaya Unive oitas Brawijaya $\frac{1+\alpha\xi+\gamma}{1+\alpha\xi+\gamma} = 0$ awijaya $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ Universitas Brawijaya awijaya niversitas Brawijaya Universita $eta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+lpha\xi+\gamma)$ awijaya Brawland $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ awijaya Un>=0.itas E(3.19)ya awijaya *s*rawijaya Universi $\bigvee eta[(1-c')\gamma+\xi]$ awijaya jaya awijaya awijaya Dari persamaan (3.18) dan persamaan (3.19) diperoleh syarat agar titik kesetimawijaya bangan $E_1 = (\gamma, 0)$ stabil adalah : awijaya awijaya awijaya Uni Ur(1) $rac{eta [(1-c')\gamma+\xi]}{1+lpha \xi+\gamma} < \delta$ dan awijaya awijaya $\left[\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}\right]$ U (2) $0 < s < \min \left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, \right.$ awijaya awijaya awijaya Perhatikan bahwa sifat kestabilan titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ tidak hanya awijaya awijaya bergantung pada parameter, tetapi juga pada langkah waktu integrasi (s). Jika awijaya $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} < \delta$, maka titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat stabil asimtotik hanya awijaya jika nilai s relatif kecil. Apabila kedua syarat kestabilan titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ awijaya awijaya di atas tidak terpenuhi, maka muncul beberapa sifat ketidakstabilan dari titik keseawijaya awijaya ersitas Brawijaya timbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ adalah sebagai berikut: awijaya awijaya (1) titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sadel (pelana), yaitu apabila sadel (pelana), y awijaya $\frac{\overline{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}{\delta(1-\alpha\xi+\gamma)} \Big\} < s < \text{Brawijaya}$ Unive min $\left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, \right.$ awijaya awijaya $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ Unive max $\left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, \right.$ $\left(\frac{\beta\left[(1-c')\gamma+\xi\right]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}{\beta\left[(1-c')\gamma+\xi\right]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}\right)$, ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya (2) titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sumber, yaitu apabila $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ Universities $s > \max \left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, e^{n/2n\Gamma(n)} \right\}$ $\frac{1}{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}\bigg\}, \quad dan$ Universitas Brawijava Univers Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava

awijaya awijava awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya (3) titik kesetimbangan $E_1=(\gamma,0)$ bersifat nonhiperbolik, yaitu apabila atau $s = \sqrt[n]{\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}{\rho(1+\alpha\xi+\gamma)}}$ awijaya Universities $\sqrt[n]{2n\Gamma(n)}$ $\lambda = \sqrt{\beta[(1-c')\gamma+\xi]} - \delta(1+\alpha\xi+\gamma)$ Universitas Brawijaya **3.3.3** Kestabilan Titik Kesetimbangan $E_2 = (x^*, y^*)$ Substitusi titik kesetimbangan $E_2 = (x^*, y^*)$, dengan Brawijaya Un(ve University $x^* = \frac{\delta + \alpha \delta \xi - \beta \xi}{\beta (1 - c') - \delta}$ dan $y^* = \left(1 - \frac{x^*}{\gamma}\right)$ $(1+\alpha\xi)$ +x*)versitas Brawijava Erawijayac' Universitas Brawijaya **Bervii**ava Universitas Brawijaya ke dalam matriks Jacobi (3.15) menghasilkan a_{12} Universitas B(3.20) ya Universitas B(3.20) ya a_{21} Iniversitas Brawijaya dengan iversitas Brawijaya (1 - $+\alpha\xi + x^*$) as Brawijava $2x^*$ a_{11} versitas Brawijava niversitas Brawijaya Universitas $\overline{B}ra\overline{n\Gamma(n)}$ $1 + \alpha \xi + x^*$ $1+\alpha\xi+x^*$ tas Brawisaya ers Universitas $\equiv n \overline{\Gamma(n)}$ Universitas Brawijaya $Br(1+\alpha\xi+x^*)^2$ sitas Brawijay Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Uni sitas Brawijaya $(1+\alpha\xi+x^*)$ Universitas Brawijayan Uni β (1)= $\frac{\chi^*}{\gamma}$) $((1-c')x^*+\xi)$ Universitas Brawij $n\Gamma(n)$ iversitas Bra $(1 + \alpha \xi + x^*)^2$ sitas Brawijav Universitas Brawijaya Brawijaya raways *x* Universitas Bray Iniversitas Brawijaya Universitas Bra $n\Gamma(n)$ c'Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ilniversitas Rrawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijav

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

UNIVERSITAS BRAWIJAYA UNIVERSITAS BRAWIJAYA UNIVERSITAS BRAWIJAYA $eta((1^{i\underline{t}}c')x^*+\xi)a$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijayan Un Unive $a_{22} = 1 + \frac{1}{n\Gamma(n)}$ $1 + \alpha \xi + x^*$ awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijay Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Persamaan karakteristik matriks Jacobi (3.20) dapat dinyatakan dalam ben-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya tuk $A(\lambda) = \lambda^2 - Trace(J) \lambda + Determinan(J)$ dengan Trace(J) dan Determinan(J)Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya berturut-turut adalah Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Praw jax* versix* Universitas Brawijava Erawijax*a Universitas Br*Trace* $(J)_{U} = 2 + \frac{1}{n\Gamma(n)}$ rsitas B(3.21)va γ $1 + \alpha \xi$ Universitas Brawijaya danersitas Brawi Universitas Brawijava Uni Determinan (J)Hiversitas Brawijaya $+\alpha\xi + x^*$ sitas B(3.22)ya $\beta^{2}\left[\left(1-\frac{x^{*}}{\gamma}\right)\left(\beta-\frac{\delta}{1-\gamma}\right)\right]$ tas Brawijaya Berdasarkan pada Teorema 2, syarat cukup dan syarat perlu agar nilai-nilai

awijaya eigen dari $A(\lambda)$ memiliki nilai mutlak kurang dari 1 adalah dengan menggunakan awijaya Jury Condition. Berikut akan dilakukan analisis pada ketiga Jury Condition tersebut. awijaya

awijaya awijaya

Jury Condition 1

awijaya Unive Jury Condition 1 berbentuk 1 - Trace(J) + Determinan(J) > 0. Dengan me-Universitas Brawijaya awijaya lakukan substitusi nilai Trace (J) dan Determinan (J) pada persamaan (3.21) dan awijaya awijaya (3.22) ke dalam Jury Condition 1 akan diperoleh awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya **Universitas Brawijay**

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya 1 - Trace(J) + Determinan(J)awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava awijaya Ursiversita Universitas Bravilaya Bra a<u>ya</u> $\gamma / 1 + \alpha \xi + x^* / 1 + \alpha \xi$ $n\Gamma(n)$ dita γ Bravil awijaya $\overline{n\Gamma(n)} = \frac{1}{\gamma} + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$ $\left(\frac{1+\alpha\xi+x^*}{1+\alpha\xi+x^*}\right)$ + Universitas Brawijaya Universitas Brawij Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Br $n\Gamma(n)$ awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijanya >ni0.rsitas E(3.23)ya ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Berdasarkan hasil analisis titik kesetimbangan E2, diperoleh syarat eksistensi Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya titik kesetimbangan E_2 adalah $x^* < \gamma$ dan $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} < \delta < \beta(1-c')$. Kondisi $x^* < \gamma$ akan awijaya menyebabkan bagian $1 - \frac{x^*}{\gamma}$ bernilai positif, begitu pula dengan $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} < \delta < \beta(1-\beta)$ awijaya awijaya c') pada $eta - rac{\delta}{1-c'}$. Nilai dari c' berada dalam interval [0,1) mengakibatkan bagian awijaya awijaya $rac{(1-c')x^*}{1+lpha\xi+x^*}$ juga bernilai positif. Karena s adalah ukuran langkah dimana $s\in\mathbb{R}^+$ dan nawijaya awijaya antara 0 sampai 1 maka Jury Condition 1, dalam hal ini persamaan (3.23), terpenuhi awijaya awijaya $\forall s > 0.$ awijaya awijaya awijaya Jury Condition 2 awijaya awijaya awijaya Jury Condition 2 berbentuk 1 + Trace(J) + Determinan(J) > 0. Substitusi awijaya awijaya Trace (J) dan Determinan (J) persamaan (3.21) dan (3.22) ke dalam Jury Condition awijaya 2 akan menghasilkan awijaya

awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya+U awijaya Universitas Brawijsha $\left(\frac{1}{n\Gamma(n)}\right)$ Universitas Brawijaya

Universitas Brawijava1 + Trace(J) + Det(J) $n\Gamma(n)$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijav

⊳niv0rsitas Brawijaya Sniversitas Brawijaya awijaya awijaya awijava awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Uni s^n rs $\left[-\frac{2x^*}{\gamma} + \left(1 - \frac{x^*}{\gamma}\right)\left(\frac{\sin 2x^*}{1 + \alpha\xi + x^*}\right)\right] +$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $\left(\left(\frac{1-c'}{1+\alpha\xi+x^*}\right)\right]$ U > 0 itas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawjaya Universitas Braw $(n\Gamma(n))$ $\frac{2x^*}{n\Gamma(n)} + \left(1 - \frac{x^*}{\gamma}\right) \left(\frac{2x^*}{(1 + \alpha\xi + x^*)(n\Gamma(n))}\right) + Universitas Brawijaya$ Universitas Brawijaya Universitas 4 + sⁿjaya- $\overline{\gamma n}\Gamma(n)$ Universitas $P_{S^n} 2^n \left(y_1 \right)$ $-\frac{\delta}{1-c'}\right)\left(\frac{(1-c')x^*}{(1+\alpha\xi+x^*)(n\Gamma(n))^2}\right)\right]$ $(3.24)^{10}$ Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Pertidaksamaan (3.24) dapat ditulis dalam bentuk $f(s^n) = a(s^n)^2$ dengan $-rac{\delta}{1-c'}
ight)\left(rac{(1-c')x^*}{(1+lpha\xi+x^*)(n\Gamma(n))^2}
ight)$ Un≫esitas Brawijaya $\left(\frac{2x^*}{(1+\alpha\xi+x^*)(n\Gamma(n))}\right)$ niversitas B(3)25)ya Karena a > 0, kurva $f(s^n)$ berupa parabola terbuka ke atas. Interval s sedemikian sehingga $f(s^n) > 0$ bergantung pada kondisi $b^2 - 4ac$. Karena c = 4, $b^2 - 4ac$ dapat ditulis menjadi $b^2 - 16a$. Terdapat tiga kemungkinan nilai $b^2 - 16a$, yakni $b^2 - 16a < 0$, $b^2 - 16a = 0$, dan $b^2 - 16a > 0$. Masing-masing kemungkinan tersebut menentukan banyaknya titik potong kurva $f(s^n)$ dengan sumbu s^n , seperti penjelasan sebagai berikut.tas Br (1) Kondisi $b^2 - 16a > 0$ menyebabkan kurva $f(s^n)$ memotong sumbu s^n di dua titik Universitas Brawijaya Universitas $s_1^n = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 16a}}{2a}$ dan $s_2^n = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 16a}}{2a}$ (3.26) Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Karena $b^2 - 16a > 0$ dan a > 0, $b^2 - 16a < |b|$. Jika b > 0 maka $s_1^n < 0$ dan vijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $s_2^n < 0$, sehingga $f(s^n) > 0$ terpenuhi $\forall s > 0$. Apabila b < 0 maka $s_1^n > 0$ dan $s_2^n > 0$, sehingga $f(s^n) > 0$ terpenuhi jika $0 < s^n < s_1^n$ atau $s^n > s_2^n$ dan dapat Universitas Brawijaya Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya disederhanakan menjadi $0 < s < s_1$ atau $s > s_2$ dimana awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $\sqrt{b^2-16a}$ awijaya Universitas Bra $\sqrt{b^2-16a}$ $\sqrt{b^2-16a}$ as Brawijaya awijaya b+b Universitas Brawija fawija dan niversi;as⊒Br as B(3.27)ya Univ²*a*sitas Brawijava Universitas Brawijava 2a iversitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Dari persamaan (3.25), b>0 apabila $x^* < rac{\gamma - (1 + lpha \xi)}{2}$ dan b<0 apabila $x^* >$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Univer $\gamma = (1 + \alpha \xi)$ wijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya (2) Kondisi $b^2 - 16a = 0$ menyebabkan kurva $f(s^n)$ menyinggung sumbu s^n di titik awijaya **Penyil**aya Universitas Brawijaya awijaya b Universitas Brawijayn Uni awijaya 2aawijaya awijaya b \$1.2 awijaya 2aawijaya rersitas Brawijava $\frac{2x^*}{\gamma n\Gamma(n)}$ $2x^*$ $\frac{x^*}{\gamma}$ awijaya $\overline{(1+\alpha\xi+x^*)(n\Gamma(n))}$ ersitas B(3.28)ya awijaya $(1-c')x^*$ $(1+\alpha\xi+x^*)(n\Gamma(n))^2$) ersitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Persamaan (3.28) dapat disederhanakan menjadi awijaya awijaya awijaya $\frac{n\Gamma(n)(\alpha\xi+2x^*-\gamma+1)}{(\gamma-x^*)(\beta(1-c')-\delta)}=s^*.$ niversitas B(3.29)va awijaya awijaya awijaya awijaya Titik potong kurva $f(s^n)$ pada sumbu s^n adalah pada s^* sehingga $f(s^n) > 0$ jika awijaya awijaya Univer $s \neq s$ awijaya (3) Kondisi $b^2 - 16a < 0$ menyebabkan kurva $f(s^n)$ berada di atas sumbu s^n seawijaya awijaya hingga $f(s^n) > 0$ berlaku $\forall s > 0$. awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Jury Condition 3 Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Jury Condition 3 berbentuk Determinan (J) < 1. Dengan melakukan substitusi awijaya nilai Determinan (J) pada persamaan (3.22) ke dalam Jury Condition 3 akan dipero-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya lenversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijay37 Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijav Universitas Brawijava Universitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Determinan(J)awijaya Universitas Brawijaya awijava Universitas Brawijava Universitas Brawij $1 + \frac{s''}{n\Gamma(n)} \left[\frac{x^*}{\gamma} + \left(1 - \frac{x^*}{\gamma} \right) \right]$ niversitas Bra $\sqrt{1+\alpha\xi+x^*}$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya 2 $\alpha\xi + x^*$ Universitas B $n\Gamma(n)$ Universitas Brawijaya x* tag Braw $c')x^*$ Universitas Pravijay awijaya $1 + \alpha \xi$ $n\Gamma(n)$ awijaya Universitas E ya Universitas Brawijaya awijaya γ $1 + \alpha \xi + x^*$ Universitas Braw jaya awijaya awiiava Brawijaya Universitas Brawijaya $\sqrt{1+\alpha\xi+x^*}$ awijaya $(1-c')x^*$ $n\Gamma(n)$ awijaya $+x^*$ $1+\alpha\xi$ awijaya Universitas Brawijaya awijaya $\gamma + 1$ awijaya $n\Gamma(n)$ awijaya awijaya siversitas Brawijava awijaya awijaya awijaya s^* sversitas B(3.30)ya awijaya awijaya awijaya Unive Berdasarkan pada hasil analisis ketiga Jury Condition di atas, sifat kestabilan awijaya awijaya titik kesetimbangan E_2 dapat dinyatakan dalam teorema berikut. awijaya awijaya **Teorema 3.** Sifat kestabilan titik kesetimbangan E_2 adalah sebagai berikut. Brawijaya awijaya vijaya Universitas Brawijaya awijaya (1) Jika $b^2 - 16a < 0$ maka titik kesetimbangan E_2 bersifat stabil asimtotik apabila awijaya Unive $0 < s < s^*$ java awijaya awijaya (2) Jika $b^2 - 16a > 0$ dan $x^* < \frac{\gamma - (1 + \alpha \xi)}{2}$ maka titik kesetimbangan E_2 bersifat stabil versitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Univerasimtotik apabila 0 < s < s* Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Jika $b^2 - 16a > 0$ dan $x^* > \frac{\gamma - (1 + \alpha \xi)}{2}$ maka titik kesetimbangan E_2 bersifat stabil awijaya sitas Brawijay asimtotik apabila $0 < s < s_1$. Hal ini disebabkan karena $s_1 \leq s^* \leq s_2$. ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Dengan demikian, jenis kestabilan titik kesetimbangan E_2 adalah stabil asimtotik untuk ukuran langkah s tertentu. Hasil analisis model predator-prey Lotka-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Volterra orde fraksional diskret dengan perlindungan pada prey serta makanan tamawijaya bahan secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 3.1 berikut. awijaya Universitas Brawijava Tabel 3.1: Syarat Eksistensi dan Kestabilan. Titik Kesetimbangan Sitas Syarat Kestabilan Syarat Eksistensi Tidak Stabil $\overline{E_0 = (0,0)}$ Tidak Ada ersitasTidak Ada versita $E_1 = (\gamma, 0)$ $a_1 < \delta \operatorname{dan} 0 < s < \min\{a_2, a_3\}$ awijaya awijaya Un $x^* < \gamma$ dan ersitas Brawijaya awijaya $E_2 =$ awijaya er βξas Β $<\delta<eta(1-c')$ $\frac{1+\alpha\xi}{1+\alpha\xi}$ awijaya atau awijaya $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi}$ awijaya $\beta(1-c')$ Uni $<\delta$ awijaya Univ awijaya awijaya Unive dengan awijaya awijaya $\beta[(1$ awijaya awijaya $1 + \alpha \xi + \gamma$ awijaya awijaya $2n\Gamma(n)$ awijaya awijaya $\frac{2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}{c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi)}$ awijaya a_3 awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya **Hniversitas Brawijay**

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Bravijaya Teorema 3 Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ersitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya **Hniversitas Brawijava**

Universitas Bra

vijaya

Universitas Brawijaya awijaya 3.4" Simulasi Numerikawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Pada bagian ini akan disimulasikan solusi dari model predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional diskret dengan perlindungan pada prey dan makanan tam-Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya bahan menggunakan aplikasi MATLAB R2009A dan Maple 13 sebagai alat bantu perhitungan. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya 3.4.1 Titik Kesetimbangan Kepunahan Populasi Predator Brawijaya Universitas Brawijaya Simulasi numerik berikut bertujuan untuk menggambarkan sifat kestabilan titik awijaya kesetimbangan kepunahan populasi predator (E_1) . Simulasi numerik titik kesetimawijaya bangan E1 menggunakan nilai parameter pada Tabel 3.2 berikut. awijaya awijaya awijaya Tabel 3.2: Nilai Parameter. Iniversitas Brawijaya awijaya awijaya δ β *n* (orde fraksional) Parameter α γ awijaya 0.9 0.15 0.9 Nilai 0.6 0.21 0.2 4 awijaya awijaya awijaya Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.2, diperoleh titik kesetimbangan awijaya yang eksis yaitu $E_0 = (0,0)$ dan $E_1 = (4,0)$. Dari hasil analisis pada Subbab 3.3.1, awijaya awijaya titik kesetimbangan E_0 bersifat tidak stabil dan diperoleh awijaya awijaya $\frac{\beta[(1-c')\gamma + \xi]}{1 + \alpha\xi + \gamma} = 0.0984$ awijaya Universitas B(3.31)ya awijaya Persamaan (3.31) memenuhi syarat kestabilan pertama titik kesetimbangan E_1 Universitas Brawijaya sekaligus menyebabkan titik kesetimbangan E_2 tidak eksis. Syarat kestabilan titik awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya kesetimbangan E_1 selanjutnya adalah jaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Braw awijaya iversitas Brawijava $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ Universitas B $s < \min \left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, \sqrt[n]{\frac{2-2n\Gamma(n)(1+\alpha\zeta+\gamma)}{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}} \right\}$ rsitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya 2.068 versitas Brawijaya Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava



<u>bository.ub.ac.id</u>

Gambar 3.2: Grafik solusi saat s = 0.5. Universitas Brawijaya Ilniversitas Brawilava

Hniversitas Brawijava



Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya titik kesetimbangan $E_1 = (4,0)$. Hal ini sesuai dengan syarat kestabilan titik kesetimawijaya bangan E_1 yaitu $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} < \delta$ dan 0 < s < 2.068. Saat dipilih nilai s = 2.1 > 2.068, titik kesetimbangan E_1 bersifat tidak stabil karena pada populasi prey muncul titik periode-2. Selain itu, populasi predator bernilai negatif (lihat Gambar 3.4). Solusi awijaya populasi predator bernilai negatif bertentangan dengan sifat kepositifan solusi, yaitu awijaya bahwa populasi harus lebih besar atau sama dengan nol. awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya 3.4.2 Titik Kesetimbangan Populasi Prey dan Populasi Predator awijaya Universitas Brawijaya Universitas Universit Dapat Hidup Bersama (Interior) sitas Brawijaya awijaya awijaya Pada bagian ini akan disimulasikan sifat kestabilan titik kesetimbangan E_2 berawijaya awijaya dasarkan pada kondisi $b^2 - 16a > 0$ dan $b^2 - 16a \le 0$ dengan menggunakan nilai awijaya awijaya parameter pada Tabel 3.2 awijaya awijaya **Kondisi** $b^2 - 16a > 0$ awijaya awijaya awijaya Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.2 dengan perubahan $\delta = 0.09$, diawijaya peroleh titik kesetimbangan yang eksis adalah $E_0 = (0,0)$, $E_1 = (4,0)$, dan $E_2 = -2$ awijaya (2.4842, 1.7288). Titik kesetimbangan E_1 bersifat tidak stabil karena $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} = 0.0024$ awijaya awijaya awijaya $0.0984 > \delta = 0.09$. Berdasarkan hasil analisis titik kesetimbangan, diperoleh $x^* =$ awijaya

 $2.4842 < \gamma = 4$ dan $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} = 0.0267 < \delta = 0.09 < \beta(1-c') = 0.1185$. Kedua hal ini awijaya awijaya menjamin eksistensi titik kesetimbangan E_2 . Karena $x^* = 2.4842 > \frac{\gamma - (1 + \alpha \xi)}{2} = 1.44$ Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya dan $b^2 - 16a = 0.43 > 0$ dengan langkah integrasi s yaitu $0 < s < s_1 = 6,907$, berawijaya awijaya dasarkan pada Teorema 3, titik kesetimbangan E₂ bersifat stabil asimtotik. Pada awijaya awijaya 0.5, 2, 4, 6 simulasi numerik berikut akan digunakan beberapa nilai s yakni awijaya dan 6.91. Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya

Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya



Gambar 3.6: Grafik solusi saat s = 2

Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijava

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya





Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Gambar 3.8: Grafik solusi saat s = 6.8

Waktu (T)

Universitas Brawijaya Universitas Brawijava

Hniversitas Brawijava

awijaya awijava

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya



Gambar 3.9: Grafik solusi saat s = 6.91

Unive Berdasarkan hasil simulasi numerik di atas, jika $b^2 - 16a > 0$ maka titik kesetimbangan E₂ bersifat stabil asimtotik apabila ukuran langkah integrasi s berada pada interval $0 < s < s_1$. Dari Gambar 3.5 sampai dengan Gambar 3.8 terlihat bahwa solusi numerik stabil asimtotik karena solusi konvergen menuju ke titik kesetimbangan $E_2 = (2.4842, 1.7288)$. Untuk $s = 6.91 > s_1 = 6.907$, solusi numerik tidak konvergen menuju ke titik kesetimbangan, tetapi menuju $\pm \infty$ (lihat Gambar 3.9). Hasil simulasi telah menunjukkan hal yang sesuai dengan hasil analisis.

Kondisi $b^2 - 16a < 0$

Dari Teorema 3 bagian (1), saat $b^2 - 16a \le 0$ dan $0 < s < s^*$, titik kesetimbangan E2 akan bersifat stabil asimtotik. Digunakan kembali nilai parameter pada Tabel 3.2 dengan perubahan $\delta = 0.086$ dan $\alpha = 0.4$. Berdasarkan nilai parameter tersebut, diperoleh titik kesetimbangan yang eksis adalah $E_0 = (0,0)$, $E_1 = (4,0)$, dan $E_2 = (1.934, 1.9707)$. Karena $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} = 0.0992 > \delta = 0.086$, titik kesetimbangan E_1 bersifat tidak stabil. Eksistensi titik kesetimbangan E_2 dijamin oleh $x^* = 1.9347 < \gamma = 4$ dan $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} = 0.0277 < \delta = 0.086 < \beta(1-c') = 0.1185$. Dari nilai parameter tersebut, $b^2 - 16a = -0.08 \le 0$ dan langkah waktu integrasi s yaitu Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya $0 < s < s^* = 18.184$. Berikut adalah simulasi numerik dengan beberapa nilai s yakni awijaya 1,110,si18, Pdan'i18:2. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya



Gambar 3.11: Grafik solusi saat s = 10

Universitas Brawijaya Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava

Hniversitas Brawijava

pository.ub.ac.id

awijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya



awijaya awijaya Dari ketiga hasil simulasi di atas, telah ditunjukkan bahwa model diskret awijaya predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional dengan perlindungan pada prey dan awijaya makanan tambahan untuk predator akan bersifat stabil asimtotik untuk ukuran lang-ya awijaya kah s tertentu. Kestabilan masing-masing titik kesetimbangan bergantung pada nilai awijaya s yang relatif kecil. Selain itu, ditunjukkan pula bahwa semakin besar nilai s, semaawijaya kin lama waktu yang dibutuhkan solusi untuk menuju titik kesetimbangan. Hal ini awijaya iversitas Brawijaya awijaya dibuktikan dengan kesesuaian antara hasil analisis dengan simulasi numerika awijaya awijaya awijaya Universitas Devijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya NERSI MURIT awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ilniversitas Brawilava Universitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

jaya

awijaya awijaya

awijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Bra Kesimpulan dan Sar Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Berdasarkan hasil pembahasan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut. awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Kesimpulan awijaya 1. Telah dibahas model diskret predator-prey Lotka-Volterra orde fraksional awijaya awijaya dengan perlindungan pada prey dan makanan tambahan. Model tersebut meawijaya awijaya miliki tiga titik kesetimbangan yakni titik kepunahan populasi (E_0) , titik kepunaawijaya han populasi predator (E_1) , dan titik kesetimbangan populasi prey dan populasi awijaya awijaya predator dapat hidup bersama atau titik kesetimbangan interior (E_2) . awijaya awijaya Uni2. awijaya Sifat kestabilan titik kesetimbangan E₀ adalah tidak stabil. Titik kesetimbangan awijaya E_1 dan titik kesetimbangan E_2 bersifat stabil asimtotik dengan syarat tertentu. awijaya awijaya Jika titik kesetimbangan E_1 stabil asimtotik, maka titik kesetimbangan E_2 tidak awijaya awijaya eksis. Jika titik kesetimbangan E_2 eksis, maka titik kesetimbangan E_1 selalu awijaya Unive tidak stabil. Kestabilan titik kesetimbangan E_1 dan titik kesetimbangan E_2 tidak awijaya Univerhanya bergantung pada parameter, tetapi juga pada langkah waktu integrasi aya Hasil simulasi numerik sesuai dengan hasil analisis dinamik. awijaya awijaya awijaya awijaya 4.2 Saran awijaya awijaya awijaya Analisis kestabilan yang diteliti pada penelitian ini didasarkan pada sistem hasil linearisasi di sekitar titik kesetimbangan sehingga kestabilan yang diperoleh beru-Penelitian ini dapat dikembangkan untuk mencari kestabilan pa kestabilan lokal.

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Bab 4 rsitas Brawijaya

Universitas Brawijaya

awijaya awijaya

> awijaya awijaya awijaya

kepositifan solusi.

awijaya awijaya awijaya awijaya

NERSI awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

yang bersifat global. Selain itu, penelitian ini juga dapat dikembangkan dengan ca-

ra mencari metode lain sedemikian sehingga syarat kestabilan masing-masing titik kesetimbangan tidak bergantung pada langkah waktu integrasi s sekaligus menjaga Universitas Brawijaya Universitas Povijaya Universitas Brawijaya

Unive

AWIJAL

Universitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

vijaya

awijaya

awijaya

awijava

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

tion Dependence. J. Theoritical Biology. 139 : 311-326.
Boyce, W. E. dan R. C. DiPrima. 2012. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Tenth Edition. John Wiley & Sons Inc. New York.
Brauer, F. dan C. Chavez. 2012. Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology. New York: Springer.

Das, P., D. Mukherjee, dan A. K. Sarkar. 2011. Study of An S-I Epidemic Model with Nonlinear Incidence Rate : Discrete and Stochastic Version. J. Applied Mathematics and Computation. 218(6): 2509-2515.

Das, S. dan P. K. Gupta. 2011. A Mathematical Model on Fractional Lotka Volterra Equations. *J. Theoritical Biology*. 277: 1-6.

Diethelm, K. 2004. *The Analysis of Fractional Differential Equations*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg.

Elsadany, A. A. dan A. E. Matouk. 2015. Dynamical Behaviors of Fractional-Order LotkaVolterra PredatorPrey Model and Its Discretization. *J. Applied Mathematical Computation*. 49: 269-283.

Elaydi, S. 2005. An Introduction To Difference Equations : Third Edition. Springer. United States of America.

El-Shahed, M., A. M. Ahmed, dan I. M. E. Abdelstar. 2016. Fractional Order Model in Generalist Predator-Prey Dynamics. *J. Mathematics and Its Application*. 4: 19-28.

Ghosh, J., B. Sahoo, dan S. Poria. 2017. Prey-Predator Dynamics with Prey awijaya Universitas Refuge Providing Additional Food to Predator. J. Chaos, Solitons, and awijaya Universitas Fractals. 96:110-119. Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Holling, C. S. 1959. Some Characteristics of Simple Types of Predation and awijaya Universitas Parasitism. J. Canadian Ento-mology. 91: 385-398. awijaya awijaya Javidi, M. dan N. Nyamoradi. 2013. Dynamic Analysis of A Fractional Order awijaya Universitas Prey-Predator Interaction with Harvesting. J. Applied Mathematical Mo-Universitas delling. 37: 8496-89563 rawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Kilbas, A. A., H. M. Srivastava, dan J. J. Trujillo. 2006. Theory and Applications Universitas of Fractional Differential Equations. First Edition. Elsevier, New York. with very Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava

awijaya awijaya Kimeu, J. M. 2009. Fractional Calculus : Definitions and Applications. Western Kentucky University. Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Kocic, V. L. dan G. Ladas. 1993. Global Behaviour of Nonlinear Difference Equations of Higher Order with Applications. Netherlands: Kluwer Academic Publisher. itas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Kot, M. 2001. Elements of Mathematical Ecology. Cambridge: Cambridge Uniersitas Brawijaya Universitas Brawijaya versity Press. awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Li, C. dan Y. Ma. 2013. Fractional Dynamical System and Its Linarization The-Universitas orem. J. Nonlinear Dynamical. 71: 621-633. Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ma, Z., W. Li, Y. Zhao, W. Wang, H. Zhang, dan Z. Li. 2009. Effects of Prey Universitas Refuges on A PredatorPrey Model with A Class of Functional Responses a awijaya Universitas: The Role of Refuges. J. Mathematical Biosciences. 218: 73-79. Brawijava Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Molles, M. C. 2002. Ecology Concept and Applications.. Second Edition. Me awijaya Universitas Graw Hill. Mexico City. awijaya awijaya Murray, J. D. 2002. Mathematical Biology I. An Introduction Third Edition. awijaya Springer-Verlag Berlin Heidelberg. awijaya Pal, A. K. dan G. P. Samanta. 2010. Stability Analysis of An Epidemiological Model Incorporating A Prey Refuge. J. Modelling and Control. 15: 473awijaya 491. awijaya Petras, I. 2011. Fractional Order Nonlinear Systems. Higher Education Press, awijaya Beijing, and Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. Podlubny, I. 1999. Fractional Differential Equations. Academic Press. San Dieawijaya go, California USA. awijaya Robinson, R. C. 2004. An Introduction to Dynamical Systems : Continuous and Universitas Discrete. Prentice Hall, Reading, MA. Sahoo, B. dan S. Poria. 2015. Effect on Addtional Food in A Delayed Predator Universitas Prey Model. J. Mathematical Biosciences. 2015: 62-73. Inversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Sen, M., P. D. N Srinivasu, dan M. Banerjee. 2015. Global Dynamics of an awijaya Universitas Additional Food Provided Predator Prey System with Constant Harvest in va awijaya awijaya Universitas Predators. J. Applied Mathematics and Computation. 193-211. as Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Unive Skalski, G. T. dan J. F. Gilliam. 2001. Functional Responses with Predator In-ya Universitias terference : Viable Alternatives to the Holling Type II Model. J. Ecology. Universitas 82(11): 3083-3092 as Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya UniveTarumingkeng, R. C. 1994. Dinamika Populasi : Kajian Ekologi Kuantitatif. Ja-ya Universitas karta: Pustaka Sinar Harapan dan Universitas Kristen krida Wacana. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Ilniversitas Rrawijava Ilniversitas Rrawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijav

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

BRAWIJAYA

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya ository.ub.ac. Wuhaib, S. A. dan Y. A. Hasan. 2013. Predator-Prey interactions with harvesawijaya ting of predator with prey in refuge. J. Commun. Math. Biol. Neurosci. awijaya 2013: 1. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Zhuang, K. dan Z. Wen. 2011. Dynamical behaviors in a discrete predator-prey awijaya model with a prey refuge. J. World Academy of Science, Engineering, & awijaya Technology. 56: 679. awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Dewijaya Universitas Brawijaya awijaya Univ awijaya awijaya NERSI awijaya NURLY awijaya jaya awijaya vijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijava

awijaya

awijaya

Lampiran 1. Titik Kesetimbangan $E_0 = (0,0)$. awijaya Pandang nilai eigen titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$, yakni $\lambda_1 = 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)}$ dan $\lambda_2 =$ awijaya $1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} - \delta \right)$. Perhatikan bahwa $\frac{s^n}{n\Gamma(n)} > 0$, sehingga $|\lambda_1| > 1$. Hal ini menyebabkan titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ selalu tidak stabil. Titik kesetimbangan $E_0=(0,0)$ bersifat sadel jika $|\lambda_2|<1$, sumber jika $|\lambda_2|>1$, dan nonhiperbolik jika $|\lambda_2| = 1$. Berikut analisis sifat kestabilan titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$. awijaya awijaya awijaya (1) Titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat sadel jika $|\lambda_2| < 1$. awijaya Universitas Davijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawi awijaya (2) Titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat sumber jika $|\lambda_2| > 1$ awijaya λ_2 awijaya $\left[\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi}-\delta\right]$ $n\Gamma(n)$ In≪ersī12is Brawijava awijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universit Universitas Brawijaya Univers $\sqrt{\frac{\beta \xi r - \delta(1 + \alpha \xi)}{\beta \epsilon}}$ versitas Brawijaya awiiava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Univerdans Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya **Universitas Brawijay**

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

 $\overline{n\Gamma(n)}$ as Brawijaya niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya kinersitas Brawijaya >ioersitas Brawijaya niversitas Brawijaya >0. niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $(-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi))$ versitas Brawijaya Universitas Brawijava

 $-\delta$

S

awijaya Universitas Brawi awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universita $\lim_{n \to \infty} 1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta\xi}{1 + \alpha\xi} - \delta \right) > 1$ Universitas $\frac{\delta s^n}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta \xi}{1+\alpha \xi} - \delta \right) > 0$ available of the second sec as Brawijaya Universitas Brawijaya Universitss ≽av0iava (3) Titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ bersifat nonhiperbolik jika $|\lambda_2| = 1$. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya $1 + \frac{s^n}{n\Gamma(n)} \left(\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi}\right)$ Brawijaya 0 aya

 $-\lambda_2$

δ

αξ

1

dan

Universitas Brawijaya

Ketiga kondisi di atas terpenuhi dengan syarat $\frac{\beta\xi}{1+\alpha\xi} < \delta$. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijay

βξ

Iniversitas Brawijaya $2n\Gamma(n)(1+lpha\xi)$ ersitas Brawijaya ersitas Brawijava $-\delta(1+\alpha\xi)$

0

epository.ub.ac.id

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Lampiran 2. Titik Kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ awijaya iversitas Brawijaya awijaya $-\frac{s^n}{r\Gamma(r)}$ dan $\lambda_2 = 1 + 1$ awijaya Perhatikan nilai eigen titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$, yakni $\lambda_1 = 1$ $\frac{1}{n\Gamma(n)}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$ awijaya s Brawijaya $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{\delta} = \delta$ $\frac{s^n}{n\Gamma(n)}$). Berikut akan dianalisis sifat kestabilan titik kesetimbangan 🦉 $1+\alpha\xi+\gamma$ $E_1 = (\gamma, 0)$. Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya (1) Titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat stabil apabila $|\lambda_1| < 1$ dan $|\lambda_2| < 1$. Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaλι Univ≪stas Brawijava awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitation $1 < 1 = \frac{s^{\prime\prime}}{n\Gamma(n)}$ iv<s1as Brawijaya awijaya awijaya sn -2 <<s0as Brawijaya awijaya $n\Gamma(n)$ awijaya 0 awijaya $\overline{n\Gamma(n)}$ awijaya Ō $2n\Gamma(n)$ Universitas Bra44ilaya awijaya awijaya Iniversitas Brawijaya awijaya dan awijaya awijaya awijaya awijaya $|\lambda_2|$ < 1awijaya $rac{eta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+lpha\xi+\gamma}$ awijaya -1 < 1< $\overline{n\Gamma(n)}$ awijaya $(1-c')\gamma+\xi$ awijaya δ <0 $n\Gamma(n)$ $+\alpha\xi$ awijaya $\sqrt[n]{C_1}$ Universitas Br(4.2) va awijaya 0 < 0awijava Ab awijaya $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\delta)$ awijaya dengan $C_1 = \frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\delta)}{\beta((1-c')\gamma+\xi)-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}$. Dari persamaan (4.1) dan (4.2), dapat diawijaya awijaya Universimpulkan titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat stabil apabila versitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Unive aw aya U+ $2n\Gamma(n)(1+lpha\xi+\gamma)$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya $\sqrt[n]{2n}\Gamma(n), \sqrt[n]{n}$ Universitas $B^{0} < s < \min \{$ Universitas Brawijava awijaya $\overline{\beta[(1-c')\gamma+\xi]} - \delta(1+\alpha\xi)$ aya Universitas Brawijaya **Universitas Braw** Univ awijaya rsitas Brawijava awijaya awijaya (2) Titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sadel jika $|\lambda_1| < 1$ dan $|\lambda_2| > 1$ atau Universitas Brawijaya Brawijaya 21. Brawijaya (a) Titik kesetimbangan $E_1=(\gamma,0)$ bersifat sadel jika $|\lambda_1|$ < 1 dan $|\lambda_2|$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Rrawijava Universitas Rrawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava

BRAWIJAYA

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

 $n\Gamma(n)$ Universitas dengan C_2 Un **Universitas Brawi** $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sadel jika (b) Universitas danwijaya

universitas Brawijaya $1+rac{s^n}{n\Gamma(n)}\left(rac{eta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+lpha\xi+\gamma}-\delta
ight)<-$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ÷lδawi≪va−2niversitas Brawijava versitas Brawijaya <u>Un</u>iversitas Brawijaya $1 + \alpha \xi$ Universitas Brawijaya Universitas Brswi \ge ya $\sqrt[n]{C_2}$ iversitas Br(4.3)ya $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\delta)$ $=\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\delta)}{\beta((1-c')\gamma+\xi)-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)} \text{ dan}$ Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Bravijaya Universitas Brawijaya $\left(\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{-\delta} \right)$ Brδwijaya 1Universitas Brawijaya 1 + αξ + γ as Bra λ ijaya Universitas Brawijaya $\frac{(-c')\gamma+\xi}{2}-\delta$ > Universitas Brawijaya $\beta | (1$ Oniversitas Brawijaya 0. niversitas Bravaya Br (4.4) ya Berdasarkan pada persamaan (4.1), (4.3), dan (4.4), titik kesetimbangan $\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\delta)}{\beta((1-c')\gamma+\xi)-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)} < s < \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}.$ (4.5) Titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sadel jika $|\lambda_1| > 1$ dan $|\lambda_2| < 1$. < -1 $n\Gamma(n)$ sn ≫rs2tas Brawijaya

Universitas Brawij Universitas Brawij $n\Gamma(n)$ Universitas Brawijaya $s_n > r_s \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}$ ijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijay

 $n\Gamma(n)$

Universitas Bra(4.6) ya

Hniversitas Brawijava
Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijava Universitas Brawijaya Sniversitas Brawijaya Universitas Brawijay $n\Gamma(n)$ ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Bravijaya Universitas Bravijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Dari persamaan (4.2), (4.6), dan (4.7), titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ berawijaya sifat sadel jika awijaya ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya Iniversitas Braw jaya $-2n\Gamma(n)$ $+\alpha\xi+\delta$ $+\gamma$) ersitas Br (4.8) ya Universitas Brawijaya $\sqrt[n]{2n\Gamma(n)} < s <$ awijaya $\delta(1+\alpha\xi)$ tas Brawijaya awijaya Universitas Disimpulkan dari persamaan (4.5) dan (4.8) bahwa titik kesetimbangan a awijaya Universitas $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sadel apabila awijaya jaya awijaya awijaya $\frac{\overline{2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}}{c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}$ niversitas Brawijaya awijaya $\sqrt[n]{2n\Gamma(n)},$ min awijaya iversitas Brawijaya $\frac{2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}{c'(\gamma+\xi)-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}$ awijaya max hiversitas Brawijaya awijaya awijaya (3) Titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ bersifat sumber apabila $|\lambda_1| > 1$ dan $|\lambda_2| > 1$. awijaya awijaya Titik kesetimbangan $E_1=(\gamma,0)$ bersifat sumber apabila awijaya awijaya $s > \max \left\{ \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}, \sqrt[n]{\frac{-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)}{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi)}} \right\}$ Universitas Brawijava awijaya +₁ γ_{ij} ersitas Brawijaya Universitas Brawijaya awijaya Titik kesetimbangan $E_1 = (\gamma, 0)$ akan bersifat nonhiperbolik jika $|\lambda_1|, |\lambda_2| = 1$. (4) awijaya Jika $|\lambda| = 1$ maka $\lambda = 1$ dan $-\lambda = 1$. awijaya awijaya Univers(a)s 1∂1a ≓j1ya awijaya Universitas Brawiją<u>ya</u> U**sⁿversitas Brawijaya** awijaya Universitas Brawijaya $n\Gamma(n)$ rsitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya Ustiversitas Brawijaya Universitas Brawijaya $n\Gamma(n)$ rsītas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Univ&rsitas@rawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijav **Hniversitas Brawijava**

awijaya awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya

awijaya

awijaya awijaya

awijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya Universitas Brawijaya awijaya awijaya awijaya awijaya University $|\lambda_2| = 1$ awijaya Universit awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya Universitas Brawi awijaya

dan

Univer $1 + \frac{1}{n\Gamma(n)}$

 $-2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya

Universitas Brawijay

awijaya $\overline{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}$ awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas BrawijayaⁿUniversitas Brawijaya Universitas Bra $h_n f_n \Gamma(n)$ iversitas Brawijaya Universitas Brawijaya, Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya, Universi2as Brawijaya Universitas Brawija $\overline{n\Gamma(n)}$ niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Usiv=si $\sqrt[n]{2n\Gamma(n)}$ jaya Universitas Bra(4.9)va Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas $s^{naw} \beta[(1-c')\gamma + \xi]$ Brawijaya iiava Universitas Brawijaya $1 + \alpha \xi + \gamma$ $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{2}$ <u>B</u>rδwija<u>v</u>a Iniversitas Brawijaya $1 + \alpha \xi + \gamma_{as}$ Bravijaya Iniversitas Brawijaya Brawija<u>ya</u> jaya niversitas Brawijaya $\sqrt[n]{C_3}$ versitas B(4.10)ya S = $2n\Gamma(n)(1+\alpha\xi+\gamma)$ dengan $C_3 = \frac{-2\alpha \Gamma(\alpha)(1+\alpha\xi+\gamma)}{\beta[(1-c')\gamma+\xi]-\delta(1+\alpha\xi+\gamma)}$ Dari persamaan (4.9) dan (4.10). titik kesetimbangan (γ ,0) bersifat nonhiperbolik jika $s = \sqrt[n]{2n\Gamma(n)}$ atau 4.6 java Keempat kondisi di atas terpenuhi dengan syarat $\frac{\beta[(1-c')\gamma+\xi]}{1+\alpha\xi+\gamma} > \delta$. $1+\alpha\xi+\gamma$

orv.ub.ac.

awijaya

awijaya

awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya₂ awijaya awijaya³ awijaya awijaya⁴ awijaya₅ awijaya awijaya awijaya awijaya7 awijaya awijaya⁸ awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya2 awijaya 13 awijaya awijaya4 awijaya awijaya5 awijaya awijay¹⁶ awijaya 17 awijaya awijaya₈ awijaya awijaya9 awijaya awijay²⁰ awijaya ²¹ awijaya awijayą awijaya awijay₂₃ awijaya awijay24 awijaya awijaya²⁵ awijaya 26 awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Lampiran 3. Simulasi Numerik Titik kesetimbangan $E_1=(\gamma,0)$ Brawijay %iordeaf Paksion aliniyersitaf Brawijaya Universitas Brawijaya % Gamma(n)avijgamma(af)tas Brawijaya Universitas Brawijaya % gamma_s ≘ra**g**vijaya Universitas Brawijaya Vniversitas Brawijaya % alpha^s = a^{vijaya} Universitas Brawijaya %nixirs⊭asxirawijaya % deltas = dvijava

tas Brav beta

% s = h (time clear all

clc h=2.07 t = 0:h:1000:N=length(t); x=zeros(N,1);

y = zeros(N, 1);a=0.6 as Brave 9nπ4ersitas Brawijava c=0.21; Brawijaya rsitas Brawijaya xi =0.2, Brawijaya Universitas Brawijaya d=0.9tas Brawijaya b=0-15; Brawijaya at =0.9 Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas

Unive

step)

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Dowijaya Universitas Brawijaya

RANJURL

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Iniversitas Brawijaya Universitas Brawijava

Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava iversitas Brawijava iversitas Brawijava hiversitas Brawijava hiversitas Brawijaya niversitas Brawijava Iniversitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava

awijaya awijay27 awijaya awijay²⁸ awijaya 29 awijaya awijay₃₀ awijaya awijay 31 awijaya awijay³² awijaya 33 awijaya awijay34 awijaya awijay 35 awijaya awijay³⁶ awijaya ³⁷ awijaya awijaya awijaya awijay 39 awijaya awijay40 awijaya awijaya awijaya awijaya awijaya3 awijaya awijay44 awijaya ⁴⁵ awijaya awijaya₆ awijaya awijaya, awijaya awijay48 awijaya awijay⁴⁹ awijaya awijaya awijaya awijaya awijay 52 awijaya awijay⁵³ awijaya awijaya awijaya

universitas Brawijaya awijaya x(1)=1.5; y(1)=0.5; ywysias grawijaya forersi≡2:Nrawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya k1=x (j−1)*(1−x (j−1)/g);s Brawijaya Universitas Brawijaya k2=(1−c) *x(j−1)*y(j−1)/(1+a*xi+x(j−1)); k3=b*y(j-1)*((1-c)*x(j-1)+xi)/(1+a*xi+x(j-1));k4=d*y(j-1);

fx = k1 - k2

fy = k3 - k4

WIJAL $x(j)=x(j-1)+h^af*fx/(af*gamma(af))$

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

y(j)=y(j-1)+h^af*fy/(af*gamma(af));

end

%xx=(d+a*d*xi-b*xi)/(b*(1d) C)

%yy=(1-xx/g) *((1+a*xi+xx)/(1-c)) versitas B

XX=g sitas Brawijaya Universitas Brawijaya yyi≂0rsitas Brawijaya %xxeoitas Brawijaya %yy=0itas Brawijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijav

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

niversitas Brawijaya

Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava iversitas Brawijava iversitas Brawijaya hiversitas Brawijava hiversitas Brawijaya niversitas Brawijava Iniversitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava

ory.ub.ac.l

awijaya awijaya awijav55 awijaya awijay⁵⁶ awijaya 57 awijaya awijay₅₈ awijaya awijay 59 awijaya awijay⁶⁰ awijaya 61 awijaya awijay₆₂ awijaya awijay 63 awijaya awijay⁶⁴ awijaya ⁶⁵ awijaya awijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya figure (1) rawijava subplot(2,1,1); Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya plot (t,x, Brawijaya, Universitas Brawija**3**);Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya xlabeląs Waktuvą T)niversitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya ylabel (s' Populasi UPreysit) s Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya hold on Barid on Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya subplot(2,1,2); plot (taygrablack 'Unilinewidth 'i,3);Universitas Brawijaya xlabel('Waktuv(T)'); 'Populasi Predator'); ylabel(

on; grid on; hold

Universitas Brawijaya Universitas Brawijava

TURKE

java

vijaya

Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya Universitas Brawijava Universitas Brawijaya Universitas Brawijaya

