

**PEMILIHAN BANYAK DAN LETAK TITIK KNOT PADA
ANALISIS JALUR NONPARAMETRIK *TRUNCATED SPLINE***

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika**

Oleh:

TEDDY ARMANA BASTANTA

165090507111042



PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2020

**PEMILIHAN BANYAK DAN LETAK TITIK KNOT PADA
ANALISIS JALUR NON PARAMETRIK *TRUNCATED SPLINE***

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika**

Oleh:

TEDDY ARMANA BASTANTA

165090507111042



PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2020

HALAMAN PENGESAHAN SKRIPSI

Pemilihan Banyak dan Letak Titik Knot pada Analisis Jalur

Nonparametrik *Truncated Spline*

oleh :

Teddy Armana Bastanta

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 6 Juli 2020
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar**

Sarjana Statistika

Dosen Pembimbing

Dr. Adji Achmad R.F., S.Si., M.Sc

NIK. 198109082005011002

Mengetahui

Ketua Jurusan Statistika

Fakultas MIPA

Universitas Brawijaya



Rahina Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D

NIP. 197603281999032001



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

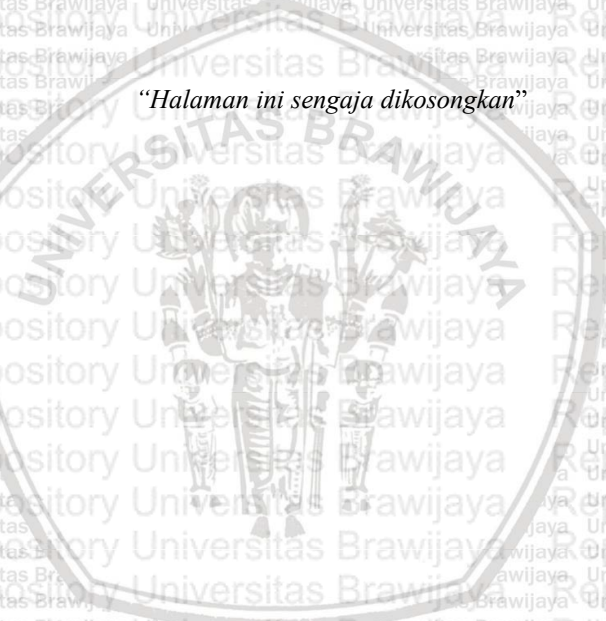
Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

"Halaman ini sengaja dikosongkan"



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Teddy Armana Bastanta

NIM : 165090507111042

Jurusan : Statistika

Judul Skripsi :

**PEMILIHAN BANYAK DAN LETAK TITIK KNOT PADA
ANALISIS JALUR NONPARAMETRIK TRUNCATED
SPLINE**

Dengan ini menyatakan bahwa :

- 1. Isi dari Skripsi yang saya buat benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang bermaktab di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.**
- 2. Apabila kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

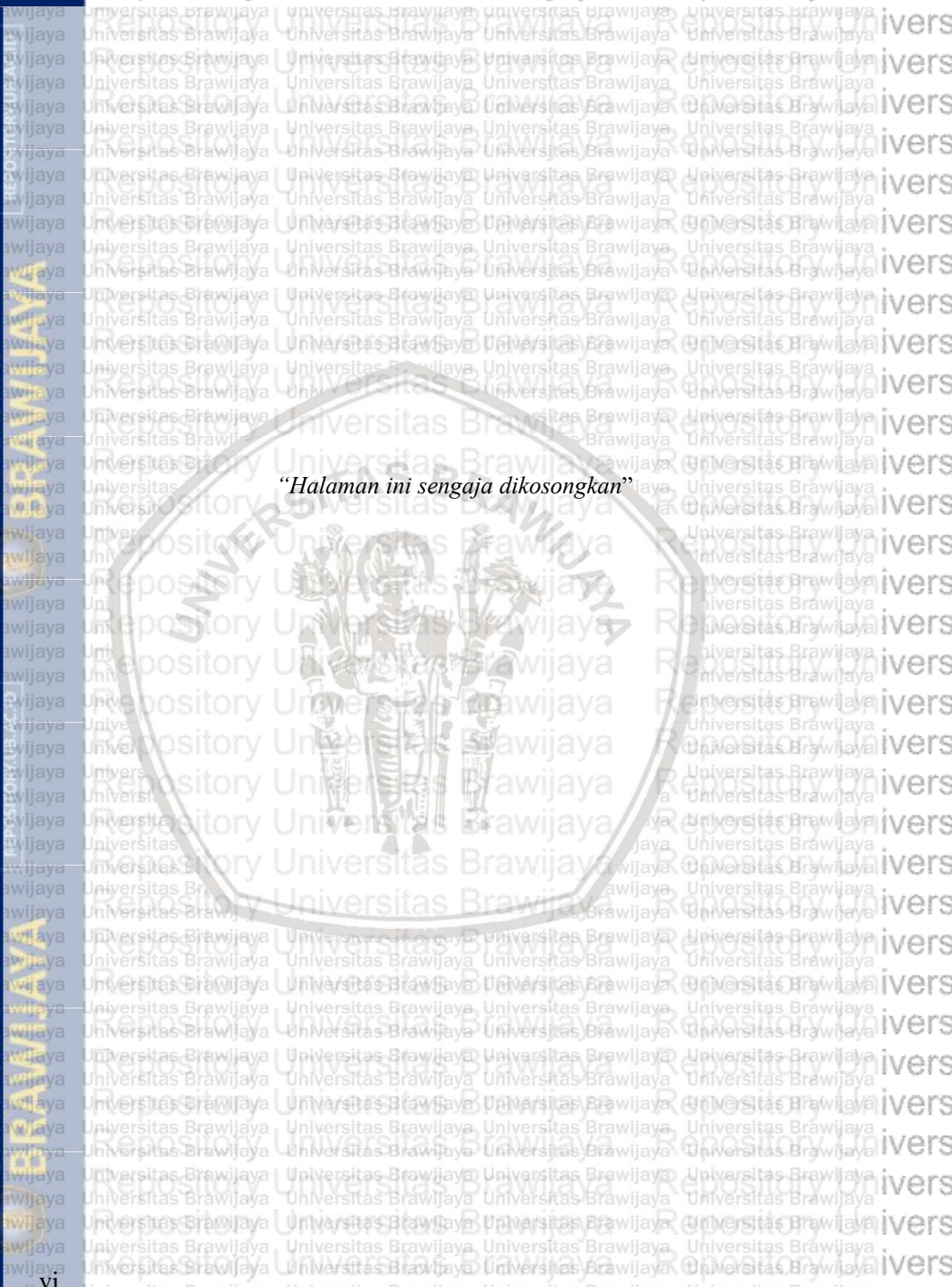
Malang, 20 April 2020

Yang menyatakan,



Teddy Armana Bastanta

NIM. 165090507111042



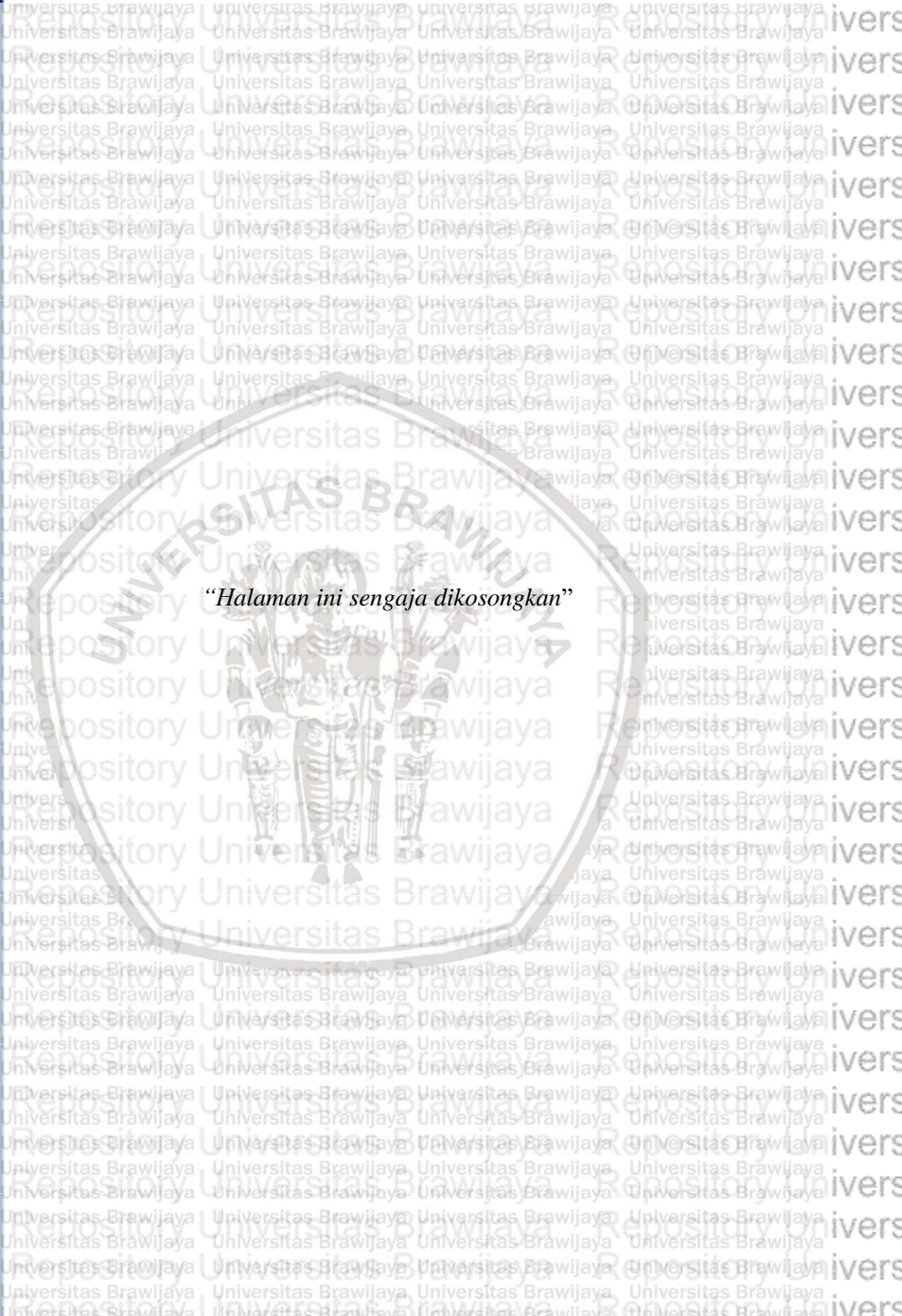
"Halaman ini sengaja dikosongkan"

PEMILIHAN BANYAK DAN LETAK TITIK KNOT PADA ANALISIS JALUR NON PARAMETRIK *TRUNCATED SPLINE*

ABSTRAK

Metode statistika yang berguna untuk mengetahui pola hubungan dua atau lebih variabel disebut analisis regresi. Analisis jalur adalah pengembangan dari analisis regresi yang memiliki lebih dari satu persamaan, di mana persamaan pada analisis jalur bercirikan minimal terdapat satu variabel eksogen, minimal satu variabel endogen *intervening*, dan terdapat satu atau lebih variabel eksogen murni. Analisis jalur berbasis regresi nonparametrik merupakan pendekatan *Jalur* atau regresi yang sesuai untuk pola hubungan antara variabel eksogen dengan variabel eksogen yang tidak atau belum diketahui bentuknya. Pendekatan *truncated spline* lebih menekankan terhadap sub bagian (*regime*) dari regresi dan mempertimbangkan adanya titik *knot* dalam menentukan titik-titik yang paling optimal. Tujuan dari penelitian ini adalah memilih banyak dan letak titik *knot* analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah. Penelitian ini memiliki lima variabel yang digunakan, yaitu persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih (X_1), pengangguran (X_2), angka melek huruf (Y_1), pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan (Y_2), dan persentase jumlah penduduk miskin (Y_3). Semua variabel dalam satuan persen. Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa model jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah adalah jalur *truncated spline* derajat polinomial linier dengan 1 *knot* yang memiliki nilai R^2 sebesar 95,72%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,72%, sedangkan sisanya 4,28% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model.

Kata kunci: Analisis Jalur, *knot*, *truncated spline*, kemiskinan



"Halaman ini sengaja dikosongkan"

ELECTION OF MANY AND LAYOUT KNOT POINTS ON TRUNCATED SPLINE NON-PARAMETRIC PATH ANALYSIS

ABSTRACT

The statistical method that is useful for knowing the pattern of relationships of two or more variables is called regression analysis. Path analysis is the development of regression analysis which has more than one equation, where the equation in path analysis is characterized by at least one exogenous variable, at least one endogenous intervening variable, and one or more pure exogenous variables. Path analysis based on nonparametric regression is a path or regression approach that is appropriate for the pattern of relationships between exogenous variables and exogenous variables whose form is unknown or unknown. The truncated spline approach emphasizes the subdivisions (regimes) of the regression and considers the presence of knots in determining the most optimal points. The aim of this study is to select many and where the non-parametric path analysis knots are located on the variables that affect poverty in East and Central Java. This study has five variables used, namely the percentage of poor households using clean water (X_1), unemployment (X_2), literacy rate (Y_1), GRDP at constant prices (Y_2), and percentage of the number of poor people (Y_3). All variables are in percent units. Based on the results and discussion, it can be concluded that the nonparametric pathway model on variables that affect poverty in East Java and Central Java is a linear polynomial degree truncated spline pathway with 1 knot that has an R^2 value of 95.72%. This means that the model formed can explain the variation of endogenous variables at 95.72%, while the remaining 4.28% is explained by other factors not known outside the model.

Keywords: Path Analysis, knot, truncated spline, poverty

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena telah memberikan berkat sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini.

Dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih dan hormat kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung selama penyusunan skripsi, yakni :

1. Tuhan Yesus Kristus yang telah menyertai sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.
2. Dr. Adji Achmad R.F., S.Si., M.Sc, dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan dan saran selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Dr. Dra. Umu Sa`adah, M.Si, selaku dosen penguji I dan Bapak Dr. Ir. Solimun, MS., selaku dosen penguji II yang telah memberikan bimbingan dan saran dalam penyusunan skripsi.
4. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D, selaku Ketua Jurusan Statistika Universitas Brawijaya.
5. Seluruh jajaran dosen dan karyawan Jurusan Statistika Universitas Brawijaya.
6. Papa, Mama, dan Audy yang memberikan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
7. HSA, HIMANTEB, CC, serta teman-teman Statistika Universitas Brawijaya angkatan 2016.
8. Semua pihak yang pernah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis maupun pembaca.

Malang, 30 Juni 2020

penulis

DAFTAR ISI

	hal
HALAMAN PENGESAHAN SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PERNYATAAN.....	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Analisis Regresi	5
2.2 Analisis Regresi Nonparametrik.....	5
2.3 Uji Linieritas dengan <i>Ramsey's RESET</i> (RRT).....	6
2.4 Regresi Nonparametrik <i>Truncated Spline</i>	7
2.5 Diagram <i>Jalur</i>	10
2.6 Analisis Jalur Nonparametrik	11
2.7 Pendugaan Fungsi Regresi Nonparametrik <i>Truncated Spline</i>	16
2.8 Pemilihan Titik <i>Knot</i> Optimal	20
2.9 Persentase Rumah Tangga Miskin yang Menggunakan Air Bersih	20
2.10 Pengangguran	21
2.11 Angka Melek Huruf.....	21
2.12 Pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Atas Dasar Harga Konstan	21
2.13 Persentase Jumlah Penduduk Miskin	22
2.14 Hubungan Antar Variabel Penelitian	22
BAB III METODE PENELITIAN.....	25
3.1 Sumber Data.....	25



3.2	Variabel Penelitian	25
3.3	Metode Penelitian.....	25
3.4	Diagram Alir	26
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		27
4.1	Analisis Deskriptif.....	27
4.2	Uji Linieritas	29
4.3	Analisis Jalur Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> dengan Derajat Polinomial Linier 1 <i>Knot</i>	30
4.4	Analisis Jalur Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> dengan Derajat Polinomial Kuadratik 1 <i>Knot</i>	32
4.5	Analisis Jalur Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> dengan Derajat Polinomial Linier 2 <i>Knot</i>	34
4.6	Analisis Jalur Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> dengan Derajat Polinomial Kuadratik 2 <i>Knot</i>	36
4.7	Model Nonparametrik <i>Truncated Spline</i> Ordo Polinomial terbaik	38
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		49
5.1	Kesimpulan	49
5.2	Saran	49
DAFTAR PUSTAKA		51
LAMPIRAN.....		55

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Jalur Sederhana	11
Gambar 2.2 Diagram Jalur Penelitian.....	22
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	26
Gambar 4.1 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_1$ terhadap y_1	31
Gambar 4.2 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> kuadratik 1 $knot x_1$ terhadap y_1	33
Gambar 4.3 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 2 $knot x_1$ terhadap y_1	35
Gambar 4.4 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> kuadratik 2 $knot x_1$ terhadap y_1	37
Gambar 4.5 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_1$ terhadap y_1	40
Gambar 4.6 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_2$ terhadap y_1	41
Gambar 4.7 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_1$ terhadap y_2	42
Gambar 4.8 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_2$ terhadap y_2	43
Gambar 4.9 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_1$ terhadap y_3	44
Gambar 4.10 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot x_2$ terhadap y_3	45
Gambar 4.11 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot y_1$ terhadap y_3	46
Gambar 4.12 Fungsi Model <i>Truncated Spline</i> linier 1 $knot y_2$ terhadap y_3	47



"Halaman ini sengaja dikosongkan"



Repository Universitas Brawijaya



DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1. Statistika Deskriptif Variabel Penelitian 27

Tabel 4. 2. Hasil Ramsey Reset test 29

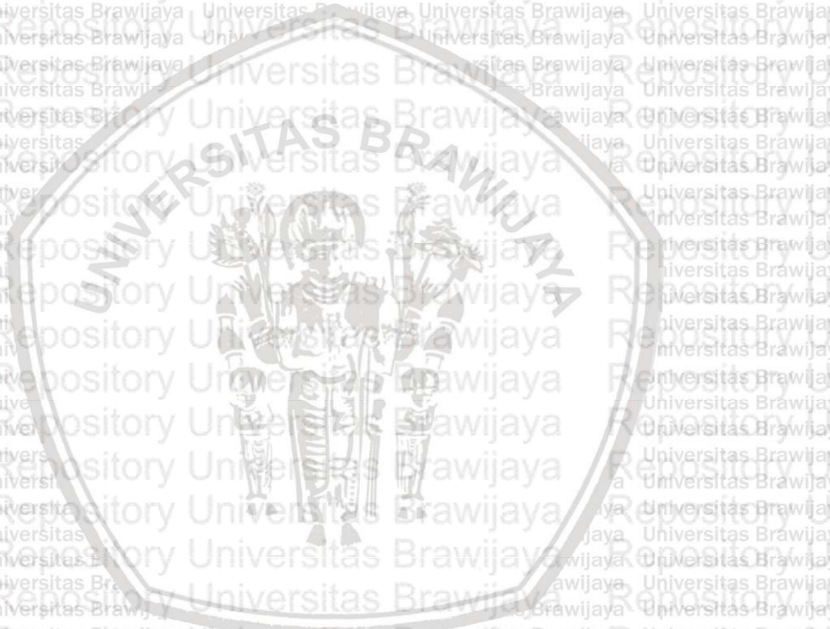
Tabel 4. 3. Titik *Knot* Optimum pada Model Linier 1 *Knot* 30

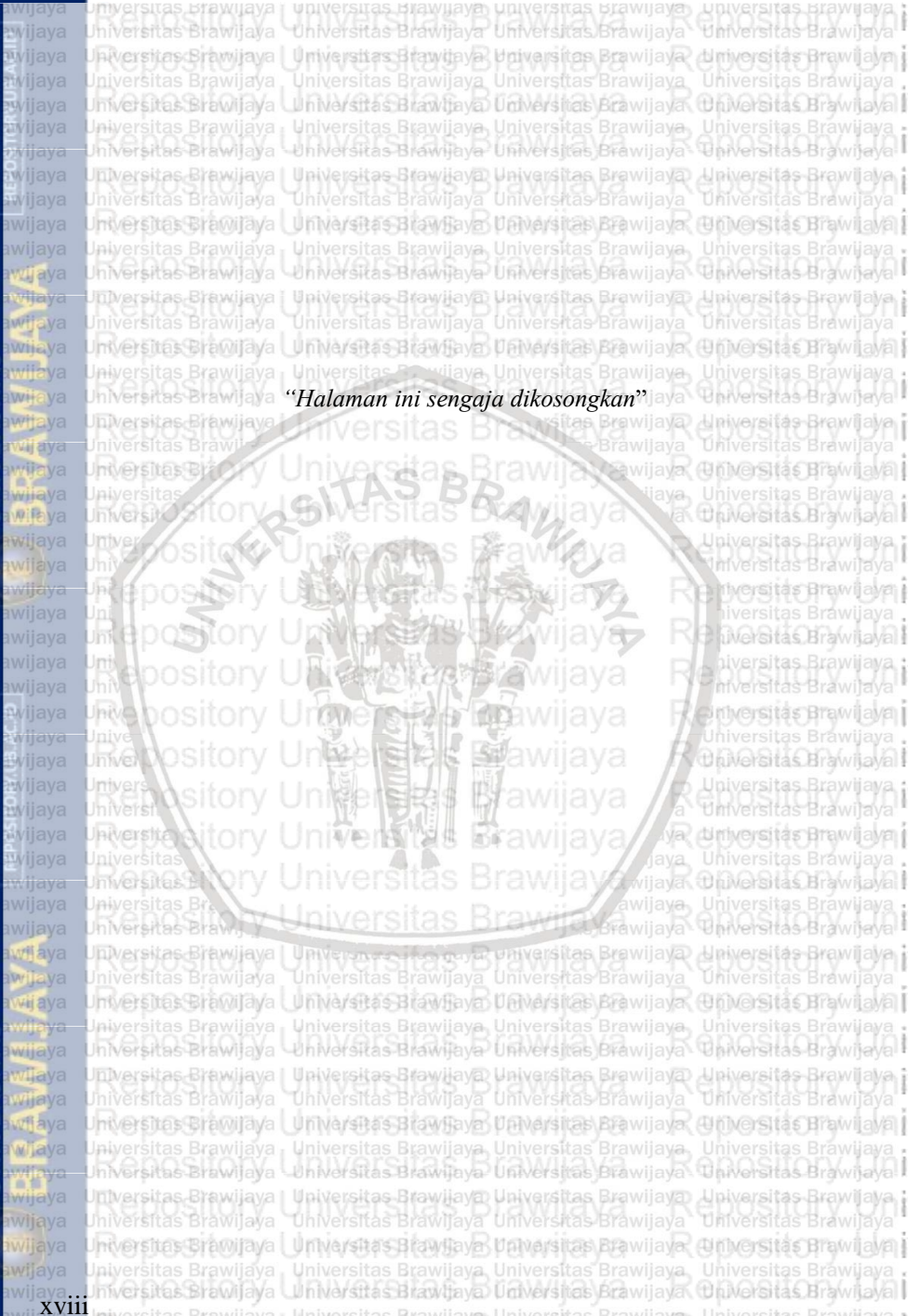
Tabel 4. 4. Titik *Knot* Optimum pada Model Kuadratik 1 *Knot* 32

Tabel 4. 5. Titik *Knot* Optimum pada Model Linier 2 *Knot* 34

Tabel 4. 6. Titik *Knot* Optimum pada Model Kuadratik 2 *knot* 36

Tabel 4. 7. Estimasi Fungsi Terbaik *Truncated Spline* 38





"Halaman ini sengaja dikosongkan"



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Provinsi Jawa Timur dan Jawa tengah 55

Lampiran 2. Coding dan Output Pengujian Asumsi Linieritas 56

Lampiran 3. Coding dan Output Path nonparametric truncated spline dengan derajat polinomial linier 1 knot 57



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Metode statistika yang berguna untuk mengetahui pola hubungan dua atau lebih variabel disebut analisis regresi. Menurut Gujarati (2004), analisis regresi berkaitan dengan studi hubungan antar variabel, dengan tujuan untuk memperkirakan atau memprediksi nilai rata-rata variabel respon. Model regresi umumnya dapat dikelompokkan menjadi tiga model yaitu model regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik.

Saat ini lebih banyak penelitian yang melibatkan lebih dari satu variabel respon. Analisis regresi belum bisa digunakan pada kondisi dengan dua variabel respon. Analisis jalur dikembangkan untuk menjawab kelemahan analisis regresi tersebut. Analisis jalur pertama kali dikembangkan oleh Sewall Wright pada tahun 1934 (Fernandes dkk., 2017). Analisis jalur digunakan untuk melukiskan dan menguji model hubungan antar variabel yang berbentuk sebab akibat (Solimun, 2002). Analisis jalur adalah pengembangan dari analisis regresi yang memiliki lebih dari satu persamaan, di mana persamaan pada analisis jalur bercirikan minimal terdapat satu variabel eksogen, minimal satu variabel eksogen *intervening*, dan terdapat satu atau lebih variabel eksogen murni. Variabel *intervening* merupakan variabel perantara antara variabel eksogen dengan variabel eksogen murni (Solimun dkk., 2017). Sama halnya dengan analisis regresi, analisis jalur juga mempunyai beberapa asumsi antara lain asumsi linieritas, asumsi kenormalan sisaan dan asumsi homoskedastisitas. Menurut Solimun (2002), salah satu asumsi dalam analisis jalur adalah hubungan antar variabel yang akan dianalisis berbentuk linear, aditif, dan kausal.

Metode yang digunakan dalam pengujian asumsi linieritas salah satunya adalah *Regression Specification Error Test* (RESET). Seperti analisis regresi, tidak menutup kemungkinan bahwa hubungan non-linier antar variabel yang diteliti muncul pada kasus analisis jalur. Dalam suatu kasus, terdapat sebuah hubungan non-linier antara *innovation culture* dan perilaku ihsan terhadap perilaku menyimpang karyawan di Pemerintah Kota A, di mana karyawan yang senang berinovasi tidak akan berperilaku menyimpang. Namun, jika karyawan memiliki inovasi berlebih dapat meningkatkan keinginan untuk berperilaku menyimpang yang akan menurunkan kinerja karyawan. Kasus tersebut dapat mengindikasikan adanya *trend*

kuadratik. Model regresi nonparametrik adalah model yang dapat digunakan apabila asumsi linieritas tersebut tidak terpenuhi dan bentuk nonliniernya tidak atau belum diketahui. Statistika nonparametrik berbeda dengan regresi nonparametrik. Statistika nonparametrik berbasis bebas asumsi bentuk sebaran atau residual tidak perlu menyebar normal, sedangkan regresi nonparametrik berbasis bebas asumsi bentuk fungsi hubungan antar variabel. Statistik non parametrik banyak digunakan pada kondisi di mana peneliti dihadapkan pada data yang berupa ranking, misalnya data untuk menilai peringkat mana yang lebih penting diantara beberapa atribut produk. Statistika nonparametrik dapat digunakan untuk menganalisis data yang berskala nominal atau ordinal. Dalam kehidupan nyata, seringkali pola hubungan antara variabel eksogen dan endogen tidak diketahui bentuknya. Analisis jalur berbasis regresi nonparametrik merupakan pendekatan analisis jalur atau regresi yang sesuai untuk pola hubungan antara variabel eksogen dengan variabel eksogen yang tidak atau belum diketahui bentuknya, atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap tentang pola hubungan (Eubank, 1999). Model nonparametrik yang sering mendapat perhatian dari para peneliti adalah *Kernel*, *Spline*, Deret *Fourier* dan *Wavelets*. Dalam pendekatan analisis jalur regresi nonparametrik, bentuk estimasi model pola hubungan ditentukan berdasarkan pada pola data yang ada.

Pendekatan *spline* baik untuk regresi nonparametrik karena memiliki fleksibilitas yang tinggi dan mampu menangani pola hubungan data yang perilakunya berubah-ubah pada setiap interval tertentu. Pendekatan yang digunakan dalam estimasi *spline* yaitu pendekatan *truncated spline* dan pendekatan *smoothing spline*. *Smoothing spline* memiliki fleksibilitas tinggi pada pola data dan tidak memiliki batasan pada tiap daerah, namun harus mencari parameter penghalus yang sesuai. Sedangkan, *truncated spline* lebih menekankan terhadap sub bagian (*regime*) dari regresi, dan mempertimbangkan adanya titik *knot* dalam menentukan titik-titik yang paling optimal. Dengan titik *knot* ini, *truncated spline* dapat memberikan fleksibilitas yang lebih baik dari pada polinomial, sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan secara efektif terhadap karakteristik lokal dari suatu fungsi atau data. Pemilihan banyak dan letak titik *knot* menjadi penting karena pada penelitian ini belum atau tidak diketahui bentuk hubungan nonlinear yang dapat menggambarkan model. Salah satu metode untuk dapat mengetahui bentuk hubungan tersebut dengan membagi data ke dalam *regime*

tertentu, dimana *regime* tersebut dibatasi oleh titik *knot*, jadi apabila dilakukan pemilihan banyak dan letak titik *knot* akan dapat diketahui bentuk hubungan yang sesuai untuk menggambarkan model pada *regime* yang dibatasi titik *knot*. Oleh karena itu peneliti menggunakan regresi nonparametrik *truncated spline* yang berbasis pada titik *knot* yang tidak perlu mencari lagi parameter penghalus, akan tetapi peneliti harus mencari banyaknya titik *knot* yang paling optimal digunakan pada model tersebut.

Menurut Nugroho (1995), kondisi masyarakat yang disebut miskin dapat diketahui berdasarkan kemampuan pendapatan dalam memenuhi standar hidup. Pada prinsipnya, standar hidup di suatu masyarakat tidak sekedar tercukupinya kebutuhan akan pangan, akan tetapi juga tercukupinya kebutuhan akan kesehatan maupun pendidikan. Umumnya, setiap negara termasuk Indonesia memiliki definisi dan kategori kemiskinan masing masing. Hal ini dikarenakan kondisi yang disebut miskin bersifat relatif untuk setiap negara misalnya kondisi perekonomian, standar kesejahteraan, dan kondisi sosial. Setiap definisi ditentukan menurut kriteria atau ukuran-ukuran berdasarkan kondisi tertentu, yaitu pendapatan rata-rata, daya beli atau kemampuan konsumsi rata-rata, status kependidikan, dan kondisi kesehatan. Secara umum, kemiskinan diartikan sebagai kondisi ketidakmampuan pendapatan dalam mencukupi kebutuhan pokok sehingga kurang mampu untuk menjamin kelangsungan hidup (Suryawati, 2004).

Berdasarkan uraian, penelitian ini akan membahas pemilihan letak dan banyaknya titik *knot* pada analisis jalur nonparametrik *truncated spline*. Dalam pendugaan kurva atau fungsi regresi nonparametrik *truncated spline* digunakan pendekatan *Weighted Least Square* (WLS) untuk mengetahui variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah. Pendekatan WLS digunakan untuk kasus dengan mempertimbangkan adanya korelasi antar *error*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka dapat ditulis rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana hasil pemilihan banyak dan letak titik *knot* model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi

kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah berdasarkan *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah memilih banyak dan letak titik *knot* analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah berdasarkan GCV minimum.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang akan diperoleh dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui hasil pemilihan banyak dan letak titik *knot* model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah berdasarkan GCV minimum.
2. Mengetahui penerapan analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah.
3. Memberikan wawasan keilmuan yang lebih kepada penulis tentang perbandingan pada pendugaan fungsi analisis jalur nonparametrik dengan menggunakan pendekatan *Weighted Least Square* (WLS).

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Variabel yang digunakan adalah dua variabel eksogen, dua variabel endogen *intervening* dan satu variabel endogen murni.
2. Analisis data pada pendekatan *truncated spline* hanya dibatasi pada *spline linier*, dan *spline kuadrat* dengan jumlah maksimum titik *knot* adalah dua.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Metode statistika yang berguna untuk mengetahui pola hubungan dua atau lebih variabel disebut analisis regresi. Menurut Gujarati (2004), analisis regresi berkaitan dengan studi hubungan antar variabel, dengan tujuan untuk memperkirakan atau memprediksi nilai rata-rata variabel respon. Penulisan model regresi untuk n pengamatan data berpasangan dapat dinyatakan dalam persamaan (2.1).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_j X_{ji} + \varepsilon_i; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m \quad 2.1$$

dengan:

n : banyaknya pengamatan.

Y_i : variabel respon pada pengamatan ke- i .

β_0 : *intercept*.

β_j : parameter regresi prediktor ke- j

X_{ji} : variabel prediktor ke- j pada pengamatan ke- i .

ε_i : sisaan pada pengamatan ke- i .

Analisis regresi terbagi menjadi dua pendekatan berdasarkan pada bentuk estimasi kurva yang didapat, yaitu parametrik dan nonparametrik. Menurut Budiantara (2006) regresi parametrik digunakan ketika pola hubungan variabel endogen dan variabel eksogen diketahui bentuknya, sedangkan bila pola hubungan dari variabel endogen dan variabel eksogen tidak diketahui maka pendekatan nonparametrik lebih sesuai untuk menyelesaikan masalah jika data tidak linier.

2.2 Analisis Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik mulai dikenal sekitar abad 19, tepatnya pada tahun 1857 (Hardle, 1990). Regresi nonparametrik digunakan apabila asumsi regresi parametrik tidak terpenuhi, salah satunya adalah karena kurva tidak mengikuti standar linier, kuadratik dan polinomial. Pendekatan regresi nonparametrik menyesuaikan dengan data yang memiliki pola tidak diketahui bentuk kurva regresinya atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap tentang bentuk pola

data (Eubank, 1999). Model regresi secara umum dapat ditulis seperti pada persamaan (2.2).

$$Y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 2.2$$

di mana:

Y_i : respon pada pengamatan ke- i

x_i : prediktor pada pengamatan ke- i

$f(x_i)$: fungsi regresi yang belum diketahui bentuk pola yang ingin diduga

n : banyaknya pengamatan/subyek.

ε_i : galat yang berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan variansi σ^2

2.3 Uji Linieritas dengan Ramsey's RESET (RRT)

Solimun (2002) menyatakan bahwa dalam analisis jalur, hubungan antar variabel harus linier dan aditif. Uji linieritas bertujuan untuk mengetahui hubungan linier antara dua atau lebih variabel. Salah satu uji linieritas adalah metode *Regression Specification Error Test* (RESET). Pendekatan RESET memanfaatkan metode kuadrat terkecil untuk meminimumkan jumlah dari error yang dikuadratkan dari setiap observasi (Gujarati, 2004). Berikut merupakan langkah dalam melakukan uji RESET menurut Gujarati (2004):

a) Menentukan persamaan regresi pertama, yaitu:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \quad 2.3$$

Dengan pendekatan metode kuadrat terkecil (MKT) diperoleh pendugaan parameter sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \dots + \hat{\beta}_p X_{ip} \quad 2.4$$

Kemudian melakukan perhitungan koefisien determinasi R^2 pada persamaan \hat{y}_i seperti pada persamaan (2.5).

$$R_1^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad 2.5$$

b) Menentukan persamaan regresi kedua, yaitu

$$\hat{Y}_i^* = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{li} + \hat{\beta}_2 \hat{Y}_i^2 + \hat{\beta}_3 \hat{Y}_i^3 \quad 2.6$$

Kemudian melakukan perhitungan nilai R^2 dengan rumus

$$R_2^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad 2.7$$

c) Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0, \text{ vs}$$

$$H_1 : \text{minimal terdapat satu } \beta_j \neq 0; j = 2, 3$$

Statistik uji untuk menguji linieritas x_i dan y_i mengikuti sebaran F dan memiliki rumus seperti pada persamaan (2.8).

$$F = \frac{(R_2^2 - R_1^2) / 2}{(1 - R_2^2) / (n - (k + 2))} \sim F_{(2, n-k-2)} \quad 2.8$$

Kriteria penolakan H_0 adalah ketika $F_{hitung} > F_{\alpha(2, n-k-2)}$ atau $p\text{-value} < \alpha_{(0.05)}$. Berdasarkan penjelasan tersebut dapat disimpulkan bahwa hubungan antara variabel respon Y dan variabel prediktor X tidak linier.

2.4 Regresi Nonparametrik *Truncated Spline*

Pendekatan regresi nonparametrik menyesuaikan dengan data yang memiliki pola tidak diketahui bentuk kurva regresinya atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap tentang bentuk pola data (Eubank, 1999). Dalam aplikasi, untuk memperoleh fungsi tersebut secara tepat sangat sulit bahkan seringkali ditemukan gejala yang menunjukkan bahwa data yang diperoleh tidak atau belum menunjukkan pola hubungan yang mudah untuk digambarkan. Secara



visual, jenis regresi ini memiliki bentuk pola yang tidak dapat diidentifikasi.

Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk penduga kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti (Eubank, 1999). Selain itu, kurva regresi nonparametrik hanya diasumsikan *smooth* (mulus), artinya termuat di dalam suatu ruang fungsi tertentu (Wu dan Zhang, 2006). Pendekatan regresi nonparametrik yang sering digunakan salah satunya adalah *truncated spline*. Di dalam *truncated spline* terdapat derajat polinomial. Derajat polinomial pada *truncated spline* berguna untuk pendekatan dalam menentukan model dari regresi nonparametrik.

Spline merupakan model regresi di mana model menyesuaikan diri terhadap karakteristik data (Budiantara, 2005). Kemampuan *spline* inilah yang memberinya keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam, selain itu kurva yang dihasilkan relatif lebih mulus.

Spline memiliki beberapa tipe estimator diantaranya adalah *truncated spline*. Dalam *truncated spline* terdapat titik fokus dari estimator *spline* yang dinamakan titik *knot*, biasanya dalam estimator *truncated spline* terdapat beberapa titik *knot* yang dilambangkan (k_1, k_2, \dots, k_K) . Salah satu kelebihan dari *truncated spline* adalah dapat digunakan pada data yang mengalami perubahan perilaku pada interval tertentu. Dalam *truncated spline* digunakan *truncated spline* dengan k *knot* $\{1, X_i, \dots, X_i^p, (X_i - k_1)_+^p, \dots, (X_i - k_K)_+^p\}$, dengan fungsi $(X_i - k_k)_+^p$, di mana p menunjukkan derajat polinomial *truncated spline*, $p=1, 2$ dan 3 secara umum merupakan fungsi derajat *truncated spline* polinomial linier, kuadratik dan kubik (Takezawa, 2006).

Bentuk umum fungsi *truncated spline* regresi nonparametrik yang paling sederhana dengan variabel respon tunggal dan prediktor tunggal dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$Y_i = f(x_{i1}) + \varepsilon_i \quad 2.9$$

$$f(x_i) = \beta_0 + \sum_{h=1}^p \beta_h X_i^h + \sum_{k=1}^K \delta_k (X_i - K_k)_+^p \quad 2.10$$

di mana:

$i = 1, 2, \dots, n$ dengan n adalah banyak pengamatan
 p : orde polinomial dari regresi *spline*, $h = 1, 2, \dots, p, p \geq 1$
 K : banyak titik *knot* $k = 1, 2, \dots, K$

Bentuk umum model regresi *truncated spline* derajat polinomial linier yang paling sederhana dengan variabel respon tunggal dan prediktor tunggal adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \delta_1 (X_i - k_1)_+ + \dots + \delta_K (X_i - k_K)_+ + \varepsilon_{i1} \quad 2.11$$

di mana:

$$(X_i - k_k)_+ = \begin{cases} (X_i - k_k) & ; X_i \geq k_k \\ 0 & ; X_i < k_k \end{cases}$$

Pada saat linier 1 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \delta_1 (X_i - k_1)_+ \quad 2.12$$

Pada saat linier 2 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \delta_1 (X_i - k_1)_+ + \delta_2 (X_i - k_2)_+ \quad 2.13$$

Pada saat linier 3 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \delta_1 (X_i - k_1)_+ + \delta_2 (X_i - k_2)_+ + \delta_3 (X_i - k_3)_+ \quad 2.14$$

Bentuk umum model regresi *truncated spline* derajat polinomial kuadrat yang paling sederhana dengan variabel respon tunggal dan prediktor tunggal adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^2 + \dots + \delta_K (X_i - k_K)_+^2 + \varepsilon_{i1} \quad 2.15$$

di mana :

$$(X_i - k_k)_+^2 = \begin{cases} (X_i - k_k)^2 & ; X_i \geq k_k \\ 0 & ; X_i < k_k \end{cases}$$

Pada saat kuadratik 1 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^2 \quad 2.16$$

Pada saat kuadratik 2 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^2 + \delta_2 (X_i - k_2)_+^2 \quad 2.17$$

Pada saat kuadratik 3 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^2 + \delta_2 (X_i - k_2)_+^2 + \delta_3 (X_i - k_3)_+^2 \quad 2.18$$

Bentuk umum model regresi *truncated spline* derajat polinomial kubik yang paling sederhana dengan variabel respon tunggal dan prediktor tunggal adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^3 + \dots + \delta_K (X_i - k_K)_+^3 + \varepsilon_{ii} \quad 2.19$$

di mana:

$$(X_i - k_k)_+^3 = \begin{cases} (X_i - k_k)^3 & ; X_i \geq k_k \\ 0 & ; X_i < k_k \end{cases}$$

Pada saat kuadratik 1 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^3 \quad 2.20$$

Pada saat kuadratik 2 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^3 + \delta_2 (X_i - k_2)_+^3 \quad 2.21$$

Pada saat kuadratik 3 *knot* maka akan didapatkan model sebagai berikut:

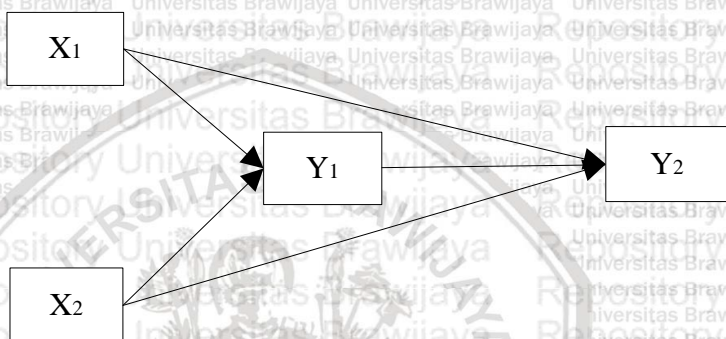
$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \delta_1 (X_i - k_1)_+^3 + \delta_2 (X_i - k_2)_+^3 + \delta_3 (X_i - k_3)_+^3 \quad 2.22$$

2.5 Diagram Jalur

Salah satu komponen yang penting dalam analisis jalur adalah pembuatan diagram jalur. Setelah mendapatkan model konseptual, selanjutnya dibentuk suatu diagram jalur dalam bentuk gambar untuk mempermudah dalam melihat hubungan kausalitas antar variabel (Dillon dan Goldstein, 1984).

Terdapat dua variabel yang berkaitan dengan analisis jalur yaitu variabel eksogen dan endogen. Variabel eksogen merupakan variabel yang tidak dipengaruhi oleh variabel lain sedangkan variabel endogen merupakan variabel yang dapat memengaruhi dan atau dipengaruhi variabel lain. Berdasarkan Gambar 2.1 dapat dilihat

bahwa diagram jalur menggambarkan sebab akibat dari empat variabel. Variabel X merupakan variabel eksogen, variabel Y_1 dan Y_2 merupakan variabel endogen. Variabel Y_2 merupakan variabel endogen murni sedangkan variabel Y_1 merupakan variabel endogen *intervening*.



Gambar 2.1 Diagram Jalur Sederhana

2.6 Analisis Jalur Nonparametrik

Analisis jalur pada dasarnya adalah pengembangan dari analisis regresi parametrik, dengan melibatkan fungsi lebih dari satu. Menurut Li (1975), analisis jalur tergantung pada hubungan sebab dan akibat antar variabel eksogen dan endogen. Dillon dan Goldstein (1984) menyebutkan bahwa Wright mengembangkan metode tersebut sebagai sarana untuk mempelajari efek langsung dan tidak langsung dari beberapa variabel di mana beberapa variabel dipandang sebagai penyebab dan variabel lain dipandang sebagai akibat. Pengertian lain menyebutkan bahwa analisis jalur menentukan kekuatan jalur yang ditunjukkan dalam suatu diagram jalur (Hair dkk., 1998). Berdasarkan beberapa pengertian tersebut analisis jalur dapat diartikan sebagai salah satu teknik multivariat yang mempelajari hubungan sebab akibat antar variabel eksogen dan endogen dengan tujuan untuk mencari jalur paling efisien. Namun saat asumsi linieritas tidak terpenuhi dan bentuk kurva regresi belum diketahui, model ini belum mampu mengakomodir fungsi regresi yang tidak diketahui. Oleh karena itu,

dikembangkan analisis jalur nonparametrik. Analisis jalur nonparametrik pada dasarnya adalah pengembangan dari analisis regresi nonparametrik. Fungsi analisis jalur nonparametrik dapat dilihat pada persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned}
 Y_{1i} &= f_1(x_{1i}) + f_1(x_{2i}) + \varepsilon_{1i}; \\
 &= f_2(x_{1i}, x_{2i}) + \varepsilon_{2i}; \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 Y_{2i} &= f_2(x_{1i}) + f_2(x_{2i}) + \varepsilon_{2i} \\
 &= f_2(x_{1i}, x_{2i}) + \varepsilon_{2i}; \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 Y_{3i} &= f_3(x_{1i}) + f_3(x_{2i}) + f_3(y_{1i}) + f_3(y_{2i}) + \varepsilon_{3i} \\
 &= f_3(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}) + \varepsilon_{3i}; \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Persamaan (2.23) dapat dijabarkan kedalam bentuk matriks dengan banyaknya pengamatan $i=1, 2, \dots, n$ pengamatan adalah:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \vdots \\ Y_{1n} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \\ \vdots \\ Y_{2n} \\ Y_{31} \\ Y_{32} \\ \vdots \\ Y_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_{11}) + f_1(x_{21}) \\ f_1(x_{12}) + f_1(x_{22}) \\ \vdots \\ f_1(x_{1n}) + f_1(x_{2n}) \\ f_2(x_{11}) + f_2(x_{21}) \\ f_2(x_{12}) + f_2(x_{22}) \\ \vdots \\ f_2(x_{1n}) + f_2(x_{2n}) \\ f_3(x_{11}) + f_3(x_{21}) + f_3(y_{11}) + f_3(y_{21}) \\ f_3(x_{12}) + f_3(x_{22}) + f_3(y_{12}) + f_3(y_{22}) \\ \vdots \\ f_3(x_{1n}) + f_3(x_{2n}) + f_3(y_{1n}) + f_3(y_{2n}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{32} \\ \vdots \\ \varepsilon_{3n} \end{bmatrix}
 \tag{2.24}$$

a. Model *nonparametrik truncated spline* dengan derajat polinomial linier 1 *knot*

Pada saat linier 1 *knot* maka akan di dapatkan model sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y_{1i} &= \beta_{10} + \beta_{11}x_{1i} + \delta_{11}(x_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{12}x_{2i} + \lambda_{11}(x_{2i} - k_{21})_+ \\
 y_{2i} &= \beta_{20} + \beta_{21}x_{1i} + \delta_{21}(x_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{22}x_{2i} + \lambda_{21}(x_{2i} - k_{21})_+ \\
 y_{3i} &= \beta_{30} + \beta_{31}x_{1i} + \delta_{31}(x_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{32}x_{2i} + \lambda_{31}(x_{2i} - k_{21})_+ + \\
 &\quad \beta_{33}y_{1i} + \gamma_{31}(y_{1i} - k_{31})_+ + \beta_{34}y_{2i} + \theta_{31}(y_{2i} - k_{41})_+
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

di mana

$$(X_{1i} - k_{11})_+ = \begin{cases} (X_{1i} - k_{11}) & ; X_{1i} \geq k_{11} \\ 0 & ; X_{1i} < k_{11} \end{cases}$$

$$(X_{2i} - k_{21})_+ = \begin{cases} (X_{2i} - k_{21}) & ; X_{2i} \geq k_{21} \\ 0 & ; X_{2i} < k_{21} \end{cases}$$

$$(Y_{1i} - k_{31})_+ = \begin{cases} (Y_{1i} - k_{31}) & ; Y_{1i} \geq k_{31} \\ 0 & ; Y_{1i} < k_{31} \end{cases}$$

$$(Y_{2i} - k_{41})_+ = \begin{cases} (Y_{2i} - k_{41}) & ; Y_{2i} \geq k_{41} \\ 0 & ; Y_{2i} < k_{41} \end{cases}$$

• Pengaruh Langsung

1. $Y_{1i} = \beta_{11}X_{1i}$ saat $X_{1i} < k_{11}$

2. $Y_{1i} = \beta_{11}X_{1i} + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})$ saat $X_{1i} \geq k_{11}$

3. $Y_{1i} = \beta_{12}X_{2i}$ saat $X_{2i} < k_{21}$

4. $Y_{1i} = \beta_{12}X_{2i} + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})$ saat $X_{2i} \geq k_{21}$

5. $Y_{2i} = \beta_{21}X_{1i}$ saat $X_{1i} < k_{11}$

6. $Y_{2i} = \beta_{21}X_{1i} + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})$ saat $X_{1i} \geq k_{11}$

7. $Y_{2i} = \beta_{22}X_{2i}$ saat $X_{2i} < k_{21}$

8. $Y_{2i} = \beta_{22}X_{2i} + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})$ saat $X_{2i} \geq k_{21}$

9. $Y_{3i} = \beta_{31}X_{1i}$ saat $X_{1i} < k_{11}$

- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.
- 15.
- 16.

$$Y_{3i} = \beta_{31} X_{li} + \delta_{31} (X_{li} - k_{11}) \text{ saat } X_{li} \geq k_{11}$$

$$Y_{3i} = \beta_{32} X_{2i} \text{ saat } X_{2i} < k_{21}$$

$$Y_{3i} = \beta_{32} X_{2i} + \lambda_{31} (X_{2i} - k_{21}) \text{ saat } X_{2i} \geq k_{21}$$

$$Y_{3i} = \beta_{33} Y_{li} \text{ saat } Y_{li} < k_{31}$$

$$Y_{3i} = \beta_{33} Y_{li} + \gamma_{31} (Y_{li} - k_{31}) \text{ saat } Y_{li} \geq k_{31}$$

$$Y_{3i} = \beta_{34} Y_{2i} \text{ saat } Y_{2i} < k_{41}$$

$$Y_{3i} = \beta_{34} Y_{2i} + \theta_{31} (Y_{2i} - k_{41}) \text{ saat } Y_{2i} \geq k_{41}$$

• Pengaruh tidak langsung

1. $Y_{3i} = \beta_{11} X_{li} (\beta_{33} Y_{li})$ saat $X_{li} < k_{11}$ dan $Y_{li} < k_{31}$
2. $Y_{3i} = (\beta_{11} X_{li} + \delta_{11} (X_{li} - k_{11})) (\beta_{33} Y_{li} + \gamma_{31} (Y_{li} - k_{31}))$ saat $X_{li} \geq k_{11}$ dan $Y_{li} \geq k_{31}$
3. $Y_{3i} = \beta_{11} X_{li} (\beta_{34} Y_{2i})$ saat $X_{li} < k_{11}$ dan $Y_{2i} < k_{41}$
4. $Y_{3i} = (\beta_{11} X_{li} + \delta_{11} (X_{li} - k_{11})) (\beta_{34} Y_{2i} + \theta_{31} (Y_{2i} - k_{41}))$ saat $X_{li} \geq k_{11}$ dan $Y_{2i} \geq k_{41}$
5. $Y_{3i} = \beta_{12} X_{2i} (\beta_{33} Y_{li})$ saat $X_{2i} < k_{21}$ dan $Y_{li} < k_{31}$
6. $Y_{3i} = (\beta_{12} X_{2i} + \lambda_{11} (X_{2i} - k_{21})) (\beta_{33} Y_{li} + \gamma_{31} (Y_{li} - k_{31}))$ saat $X_{2i} \geq k_{21}$ dan $Y_{li} \geq k_{31}$
7. $Y_{3i} = \beta_{12} X_{2i} (\beta_{34} Y_{2i})$ saat $X_{2i} < k_{21}$ dan $Y_{2i} < k_{41}$
8. $Y_{3i} = (\beta_{12} X_{2i} + \lambda_{11} (X_{2i} - k_{21})) (\beta_{34} Y_{2i} + \theta_{31} (Y_{2i} - k_{41}))$ saat $X_{2i} \geq k_{21}$ dan $Y_{2i} \geq k_{41}$

Dalam *truncated spline* model linier 1 *knot* tanpa mempertimbangkan tingkat korelasi, $\hat{\beta}$ didapatkan dengan pendekatan OLS melalui desain \mathbf{X} pada persamaan (2.25). Pada



model *truncated spline* linier 1 *knot* didapatkan desain \mathbf{X} sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{X}_3 \end{pmatrix}_{(3+p+k) \times 3n}$$

Sub-matrik \mathbf{X}_1 , \mathbf{X}_2 dan \mathbf{X}_3 disajikan sebagai berikut:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & (X_{11} - k_{11})_+ & X_{21} & (X_{11} - k_{21})_+ \\ 1 & X_{12} & (X_{12} - k_{11})_+ & X_{22} & (X_{22} - k_{21})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & (X_{1n} - k_{11})_+ & X_{2n} & (X_{2n} - k_{21})_+ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & (X_{11} - k_{11})_+ & X_{21} & (X_{11} - k_{21})_+ \\ 1 & X_{12} & (X_{12} - k_{11})_+ & X_{22} & (X_{22} - k_{21})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & (X_{1n} - k_{11})_+ & X_{2n} & (X_{2n} - k_{21})_+ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & (X_{11} - k_{11})_+ & X_{21} & (X_{21} - k_{21})_+ & Y_{11} & (Y_{11} - k_{31})_+ & Y_{21} & (Y_{21} - k_{41})_+ \\ 1 & X_{12} & (X_{12} - k_{11})_+ & X_{22} & (X_{22} - k_{21})_+ & Y_{12} & (Y_{12} - k_{31})_+ & Y_{22} & (Y_{22} - k_{41})_+ \\ 1 & X_{13} & (X_{13} - k_{11})_+ & X_{23} & (X_{23} - k_{21})_+ & Y_{13} & (Y_{13} - k_{31})_+ & Y_{23} & (Y_{23} - k_{41})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & (X_{1n} - k_{11})_+ & X_{2n} & (X_{2n} - k_{21})_+ & Y_{1n} & (Y_{1n} - k_{31})_+ & Y_{2n} & (Y_{2n} - k_{41})_+ \end{bmatrix}$$

b. Model analisis jalur nonparametrik *truncated spline* dengan derajat polinomial kuadratik 2 *knot*

Pada saat kuadratik 2 *knot* di dapatkan model sebagai berikut:



$$\begin{aligned}
 Y_{1i} &= \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \beta_{12}X_{1i}^2 + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{12}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{13}X_{2i} + \beta_{14}X_{2i}^2 + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{12}(X_{2i} - k_{22})_+^2 \\
 Y_{2i} &= \beta_{20} + \beta_{21}X_{1i} + \beta_{22}X_{1i}^2 + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{22}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{23}X_{2i} + \beta_{24}X_{2i}^2 + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{22}(X_{2i} - k_{22})_+^2 \\
 Y_{3i} &= \beta_{30} + \beta_{31}X_{1i} + \beta_{32}X_{1i}^2 + \delta_{31}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{32}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{33}X_{2i} + \beta_{34}X_{2i}^2 + \lambda_{31}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{32}(X_{2i} - k_{22})_+^2 \\
 &\quad \beta_{35}Y_{1i} + \beta_{36}Y_{1i}^2 + \gamma_{31}(Y_{1i} - k_{31})_+^2 + \gamma_{32}(Y_{1i} - k_{32})_+^2 \\
 &\quad \beta_{37}Y_{2i} + \beta_{38}Y_{2i}^2 + \theta_{31}(Y_{2i} - k_{41})_+^2 + \theta_{32}(Y_{2i} - k_{42})_+^2
 \end{aligned}$$

2.26

2.7 Pendugaan Fungsi Regresi Nonparametrik Truncated Spline

Misalkan Y adalah variabel respon dan X adalah variabel prediktor, maka hubungan variabel Y dan X dalam regresi dapat dinyatakan dalam bentuk umum berikut.

$$Y_i = f_i(x_i) + \varepsilon_i \tag{2.27}$$

Bentuk matriks persamaan regresi nonparametrik dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix}_{n \times 1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \tag{2.28}$$

Persamaan (2.27) dapat disederhanakan dalam bentuk berikut:

$$\underline{y} = \underline{f} + \underline{\varepsilon} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \tag{2.29}$$

di mana:

$$\underline{y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^t; \underline{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^t$$

$$\underline{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^t$$

Matriks \underline{X} dinyatakan berikut:



$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} \\ \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{X}_{2n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} \\ \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{X}_{3n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} \\ \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{0}_{n \times (1+p+m)} & \mathbf{X}_{4n \times (1+p+m)} \end{pmatrix}_{(4n) \times 4(1+p+m)} \quad 2.30$$

Matriks \mathbf{O} adalah matriks yang semua elemen-elemen matriksnya bernilai nol (0) di mana n adalah banyaknya pengamatan yang akan diduga dari matriks \mathbf{X}_i melambangkan subjek pengamatan berikut:

$$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} 1 & X_1 & \cdots & X_1^p (X_1 - k_{i1})_+^p & \cdots & (X_1 - k_{im})_+^p \\ 1 & X_2 & \cdots & X_2^p (X_1 - k_{i1})_+^p & \cdots & (X_1 - k_{im})_+^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_n & \cdots & X_n^p (X_1 - k_{i1})_+^p & \cdots & (X_1 - k_{im})_+^p \end{pmatrix}_{n \times (1+p+m)} \quad 2.31$$

di mana:

$$i = 1, 2, 3, 4$$

Persamaan *spline* yang antar subjeknya saling berautokorelasi akan menggunakan bobot. Jika ditetapkan $n=4$, maka pembobot pada persamaan *spline* dinyatakan pada matriks-kovarians *error* $\text{Var}(\xi) = \Sigma$ (matriks berukuran $4t \times 4t$) jika subjek sebanyak 4 berikut (Fernandes, 2015):

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma_4 \end{bmatrix}_{4t \times 4t} \quad 2.32$$

Elemen sub-matriks Σ yaitu matriks diagonal bernilai varians pengamatan pada respon dan antar pengamatan pada respon saling bebas ditandai dengan nilai elemen selain diagonal bernilai 0.

Matriks $\Sigma_i; i = 1, 2, \dots, t$ dinyatakan pada persamaan berikut:



$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & \rho\sigma_i^2 & \rho^2\sigma_i^2 & \cdots & \rho^{t-1}\sigma_i^2 \\ \rho\sigma_i^2 & \sigma_i^2 & \rho\sigma_i^2 & \cdots & \rho^{t-2}\sigma_i^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \sigma_i^2 & \cdots & \vdots \\ \rho^{t-1}\sigma_i^2 & \rho^{t-2}\sigma_i^2 & \rho^{t-3}\sigma_i^2 & \cdots & \sigma_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Jika nilai σ_i^2 pada persamaan (2.33) dianggap homogen, maka dapat diubah menjadi persamaan berikut:

$$\Sigma_i = \sigma_i^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \cdots & \rho^{t-1} \\ \rho & 1 & \rho & \cdots & \rho^{t-2} \\ \vdots & \vdots & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{t-1} & \rho^{t-2} & \rho^{t-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{t \times t} \quad (2.34)$$

Matriks $\mathbf{0}$ dapat dinyatakan pada persamaan (2.35) berikut:

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{t \times t} \quad (2.35)$$

Estimasi $\hat{\beta}$ didapat dengan melakukan optimasi *Weighted Least Square* (WLS). Rumus *Weighted Least Square* (WLS) dinyatakan pada persamaan (2.36) berikut:

$$\min \{ \xi' \Sigma^{-1} \xi \} = \min \left\{ \left(\underline{y} - \mathbf{X}\underline{\beta} \right)' \Sigma^{-1} \left(\underline{y} - \mathbf{X}\underline{\beta} \right) \right\} \quad (2.36)$$

Kemudian pada persamaan (2.36) dilakukan *derivative parsial*, yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Q(\underline{\beta}) &= (\underline{y} - \mathbf{X}\underline{\beta})' \underline{\Sigma}^{-1} (\underline{y} - \mathbf{X}\underline{\beta}) \\ &= (\underline{y}' - \mathbf{X}'\underline{\beta}') \underline{\Sigma}^{-1} (\underline{y} - \mathbf{X}\underline{\beta}) \\ &= \underline{y}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} - \underline{\beta}' \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} - \underline{y}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} + \underline{\beta}' \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} \\ &= \underline{y}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} - 2 \underline{\beta}' \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} + \underline{\beta}' \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Dari persamaan (2.37) diketahui bahwa $\underline{y}' \mathbf{X} \underline{\beta} = \underline{\beta}' \mathbf{X}' \underline{y}$ yang berupa skalar. Kemudian persamaan (2.37) diturunkan terhadap $\underline{\beta}$ sehingga didapat persamaan berikut:

$$\frac{\partial Q(\underline{\beta})}{\partial \underline{\beta}} = -2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} + 2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} \tag{2.38}$$

Persamaan (2.38) disamakan dengan nol dan didapatkan estimator $\underline{\beta}$

$$\begin{aligned} 0 &= -2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} + 2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{\beta} \\ 2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} &= 2 \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} \\ \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} &= \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X} \underline{\beta} \\ \underline{\beta} &= (\mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} \end{aligned} \tag{2.39}$$

Estimasi fungsi \hat{f} didapat dengan merubah bentuk persamaan (2.39) ke fungsi:

$$\begin{aligned} \hat{f} &= \mathbf{X} \underline{\beta} = \mathbf{X} (\mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \underline{y} \\ &= H(\mathbf{K}) \underline{y} \end{aligned} \tag{2.40}$$

Di mana $\hat{f} = (\hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{f}_3, \hat{f}_4)^{-1}$. Selanjutnya dilakukan penyederhanaan persamaan (2.40) ke bentuk $\hat{f} = H(\underline{\mathbf{K}}) \underline{y}$ dengan matriks $H(\underline{\mathbf{K}}) = \mathbf{X} (\mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \underline{\Sigma}^{-1}$. Dimana $(\underline{\mathbf{K}})$ merupakan titik-titik *knot*.

2.8 Pemilihan Titik *Knot* Optimal

Spline adalah potongan polinomial yang memuat titik-titik *knot*. Titik *knot* merupakan titik bersama yang menunjukkan perubahan pola data atau perilaku fungsi. Sehingga letak dan banyaknya titik *knot* merupakan hal yang penting dalam pemodelan regresi *truncated spline*. Untuk memperoleh model regresi *spline* terbaik, maka titik *knot* optimal yang didapatkan harus sesuai dengan data. Salah satu metode yang digunakan untuk mendapatkan titik *knot* yang optimal adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV) (Wahba, 1990). Metode GCV merupakan pengembangan metode *Cross Validation* (CV) yang memiliki sifat optimal asimtotik di mana memiliki perbedaan pada faktor-faktor yang membagi residual. Nilai GCV diperoleh melalui penjumlahan dari residual-residual kuadrat yang telah terkoreksi dengan kuadrat dari faktor-faktor ini (Fitriyani, 2014). Pemilihan titik *knot* optimal didasarkan pada nilai GCV yang paling minimum. Menurut Amelia (2016), metode GCV dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$GCV(K_1, K_2, \dots, K_r) = \frac{MSE(K_1, K_2, \dots, K_r)}{(n^{-1} \text{trace}[I - A(K_1, K_2, \dots, K_r)])^2} \quad 2.41$$

di mana K_1, K_2, \dots, K_r merupakan titik *knot* pertama hingga titik *knot* ke- r . $A(K_1, K_2, \dots, K_r)$ merupakan matriks yang memuat titik *knot* dan didefinisikan dalam bentuk operasi matriks

$$A(K_1, K_2, \dots, K_r) = X(K_1, K_2, \dots, K_r) [X(K_1, K_2, \dots, K_r)^T X(K_1, K_2, \dots, K_r)]^{-1} X(K_1, K_2, \dots, K_r)^T$$

2.9 Persentase Rumah Tangga Miskin yang Menggunakan Air Bersih

Pembangunan kesehatan merupakan upaya untuk memenuhi salah satu hak dasar rakyat, yaitu hak untuk memperoleh pelayanan kesehatan. Kesehatan adalah keadaan sejahtera dari badan, jiwa, dan sosial yang memungkinkan setiap orang hidup produktif secara sosial, dan ekonomis (Wardhani & Paramita, 2016). Pemeliharaan kesehatan adalah upaya penanggulangan, dan pencegahan gangguan kesehatan yang memerlukan pemeriksaan, pengobatan dan atau perawatan termasuk kehamilan, dan persalinan. Kesehatan dapat dilihat dari presentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih.

Semakin tinggi presentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka akan semakin menurunkan kemiskinan.

2.10 Pengangguran

Pengangguran merupakan keadaan yang keberadaannya tidak terelakan, baik itu di negara berkembang maupun di negara maju sekalipun. Pengangguran adalah seseorang yang sudah digolongkan dalam angkatan kerja yang secara aktif sedang mencari pekerjaan pada suatu tingkat upah tertentu, tetapi tidak dapat memperoleh pekerjaan yang diinginkannya (Sukmaraga & Hayati, 2011). Pengangguran memiliki keterbatasan yang perlu diperhatikan karena pengangguran sangat berpengaruh pada terjadinya masalah kerawanan berbagai kriminal dan gejala sosial, politik dan kemiskinan (Amalia, 2012). Rendahnya tingkat pertumbuhan permintaan terhadap tenaga kerja di sektor industri modern dan tingkat pertumbuhan yang cepat dari persediaan tenaga kerja kota yang berasal dari desa yang menyebabkan munculnya pengangguran (Todaro, 1997).

2.11 Angka Melek Huruf

Pendidikan merupakan salah satu unsur dalam ilmu pengetahuan, keterampilan sikap dan perilaku umumnya dapat di lingkungan sekolah atau pendidikan formal (Jolianis dkk., 2013). Angka melek huruf juga dapat menjadi indikator melihat perkembangan pendidikan penduduk. Angka melek huruf adalah proporsi penduduk miskin yang dapat membaca dan menulis kalimat sederhana dalam aksara tertentu, yaitu huruf Latin, huruf Arab, atau huruf lainnya (BPS, 2018). Penduduk yang bisa baca tulis diasumsikan memiliki kemampuan dan keterampilan karena dapat menyerap informasi baik itu lisan maupun tulisan.

2.12 Pertumbuhan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Atas Dasar Harga Konstan

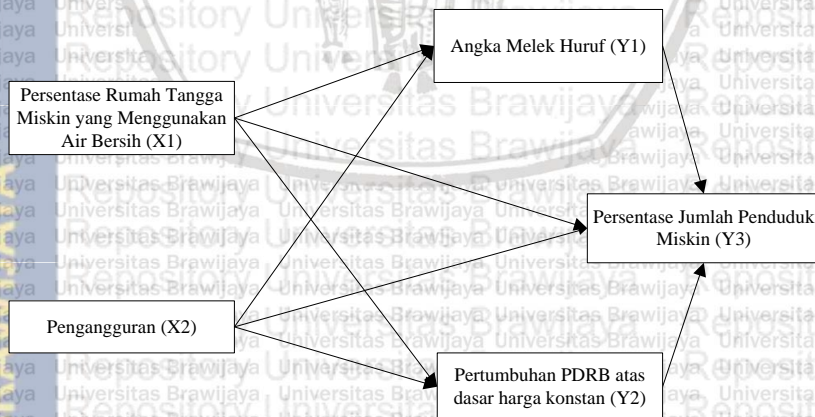
Laju PDRB merupakan jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha dalam suatu daerah tertentu. PDRB bisa juga didefinisikan sebagai jumlah nilai barang dan jasa akhir (netto) yang dihasilkan oleh seluruh unit ekonomi (BPS, 2018). Berdasarkan penjelasan tersebut, bisa dikatakan bahwa PDRB adalah jumlah keseluruhan nilai tambah barang dan jasa yang dihasilkan dari semua kegiatan perekonomian di seluruh wilayah dalam periode tahun tertentu, yang pada umumnya dalam waktu satu tahun. PDRB atas

dasar harga konstan isinya menggambarkan nilai tambah barang dan jasa, dihitung menggunakan harga yang berlaku pada satu tahun tertentu sebagai dasar.

2.13 Persentase Jumlah Penduduk Miskin

Menurut Nugroho (1995), kondisi masyarakat yang disebut miskin dapat diketahui berdasarkan kemampuan pendapatan dalam memenuhi standar hidup. Pada prinsipnya, standar hidup di suatu masyarakat tidak sekedar tercukupinya kebutuhan akan pangan, akan tetapi juga tercukupinya kebutuhan akan kesehatan maupun pendidikan. Umumnya, setiap negara termasuk Indonesia memiliki definisi kemiskinan sendiri. Hal ini dikarenakan kondisi yang disebut miskin bersifat relatif untuk setiap negara misalnya kondisi perekonomian, standar kesejahteraan, dan kondisi sosial. Setiap definisi ditentukan menurut kriteria atau ukuran-ukuran berdasarkan kondisi tertentu, yaitu pendapatan rata-rata, daya beli atau kemampuan konsumsi rata-rata, status kependidikan, dan kondisi kesehatan. Secara umum, kemiskinan diartikan sebagai kondisi ketidakmampuan pendapatan dalam mencukupi kebutuhan pokok sehingga kurang mampu untuk menjamin kelangsungan hidup (Suryawati, 2004).

2.14 Hubungan Antar Variabel Penelitian



Gambar 2.2 Diagram Jalur Penelitian

Jolianis dkk., (2013), menyatakan bahwa kesehatan yang diukur dengan angka harapan hidup dan pendidikan yang diukur dengan angka melek huruf berpengaruh signifikan terhadap kemiskinan di provinsi Sumatera Barat. Menurut Ratih dkk., (2017), pengeluaran pemerintah memengaruhi tingkat kemiskinan dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) di wilayah Sarbagita. Produk PDRB di wilayah Sarbagita memengaruhi kemiskinan di wilayah Sarbagita (Ratih dkk., 2017). Berdasarkan penelitian yang dilakukan Paramita dan Purbadharmaja (2015) menunjukkan bahwa Pengangguran berpengaruh positif dan signifikan terhadap kemiskinan. Sementara itu, penelitian yang dilakukan Wowor (2015) menunjukkan bahwa ketika pemerintah mulai merealisasikan anggaran belanja (pengeluaran) untuk meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan maka kesehatan yang diukur dengan angka harapan hidup akan mengalami peningkatan.





"Halaman ini sengaja dikosongkan"



Repository Universitas Brawijaya

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari hasil survei Susenas Konsumsi Pengeluaran Maret 2018 yang telah dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistika. Data tersebut digunakan untuk menghitung kemiskinan di tingkat kabupaten/kota Tahun 2018. Banyaknya observasi sejumlah 73 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur, dan Jawa Tengah.

3.2 Variabel Penelitian

Penelitian ini memiliki lima variabel yang digunakan, yaitu persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih (X_1), pengangguran (X_2), angka melek huruf (Y_1), pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan (Y_2), dan persentase jumlah penduduk miskin (Y_3). Semua variabel dalam satuan persen.

3.3 Metode Penelitian

Metode analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Diagram jalur telah ditetapkan terlebih dahulu beserta variabel-variabel yang termasuk didalamnya.
2. Melakukan pengujian asumsi linieritas menggunakan uji Ramsey's RESET berdasarkan subbab 2.3.
3. Melakukan normalisasi pada data untuk menyamaratakan rentang pada saat pencarian nilai *knot*, dengan rumus pada persamaan (3.1)

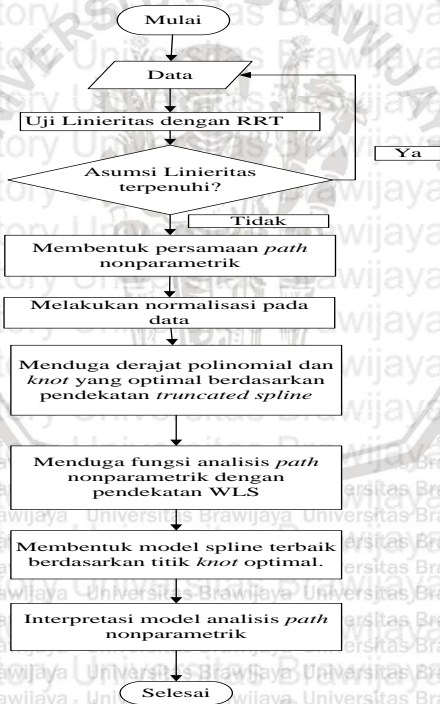
$$X_i^* = \frac{X_i - \min(X)}{\max(X) - \min(X)}, Y_i^* = \frac{Y_i - \min(Y)}{\max(Y) - \min(Y)}$$

dimana X_i^* , Y_i^* adalah data pada variabel x dan y yang telah dinormalisasi

4. Menentukan elemen-elemen matriks ragam-peragam (Σ) dengan rata-rata $E(\varepsilon) = 0$ dan $Var(\varepsilon) = \Sigma$.

5. Menduga fungsi faktor-faktor pada data dengan *truncated spline* linier, kuadratik, dan kubik dengan jumlah *knot* yaitu 1 *knot*, dan 2 *knot* dengan metode WLS.
6. Mendapatkan hasil penduga fungsi dan R^2 dari setiap derajat polinomial yaitu linier dan kuadratik dengan jumlah *knot* yaitu 1 *knot*, dan 2 *knot*.
7. Pemilihan titik *knot* optimum dan model optimum berdasarkan koefisien GCV terkecil pada persamaan 2.41.
8. Melakukan interpretasi model dan menarik kesimpulan dari hasil analisis.

3.4 Diagram Alir



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari hasil survei Susenas Konsumsi Pengeluaran Maret 2018 yang telah dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistika. Data tersebut digunakan untuk menghitung kemiskinan di tingkat kabupaten/kota Tahun 2018. Banyak observasi sejumlah 73 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur, dan Jawa Tengah.

Sebelum melakukan pemodelan statistika pada kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah, maka perlu dilihat terlebih dahulu statistika deskriptif dari variabel-variabel tersebut seperti tersaji pada Tabel 4.1. Statistika deskriptif yang ditampilkan dapat menerangkan atau memberikan informasi mengenai data secara umum sehingga lebih mudah dipahami.

Tabel 4. 1. Statistika Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
Persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih	34,96	100	69,23	13,23
Pengangguran	25,05	59,23	39,91	5,86
Angka melek huruf	85,90	100	96,59	3,14
Pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan	3,05	6,52	5,42	0,63
Persentase jumlah penduduk miskin	3,89	21,21	10,87	4,02

Persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih di 73 kabupaten/kota memiliki persentase terendah sebesar 34,96



persen dan tertinggi sebesar 100 persen. Pengangguran di 73 kabupaten/kota memiliki persentase terendah sebesar 3,05 persen dan tertinggi sebesar 6,52 persen. Angka melek huruf di 73 kabupaten/kota memiliki persentase terendah sebesar 85,9 persen dan tertinggi sebesar 100 persen. Pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan di 73 kabupaten/kota memiliki persentase terendah sebesar 3,05 persen dan tertinggi sebesar 6,52 persen. Persentase jumlah penduduk miskin di 73 kabupaten/kota memiliki persentase terendah sebesar 3,89 persen dan tertinggi sebesar 21,21 persen.

Rata-rata persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih di 73 kabupaten/kota adalah 69,23 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih di 73 kabupaten/kota adalah 69,23 persen. Rata-rata pengangguran di 73 kabupaten/kota adalah 39,91 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar persentase pengangguran di 73 kabupaten/kota adalah 39,91 persen. Rata-rata angka melek huruf di 73 kabupaten/kota adalah 96,59 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar angka melek huruf di 73 kabupaten/kota adalah 96,59 persen. Rata-rata pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan di 73 kabupaten/kota adalah 5,42 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan di 73 kabupaten/kota adalah 5,42 persen. Rata-rata persentase jumlah penduduk miskin di 73 kabupaten/kota adalah 10,87 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar persentase jumlah penduduk miskin di 73 kabupaten/kota adalah 10,87 persen.

Persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih di 73 kabupaten/kota memiliki standar deviasi sebesar 13,23 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih di 73 kabupaten/kota berjarak 13,23 persen terhadap nilai rata-ratanya. Pengangguran memiliki standar deviasi sebesar 5,86 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar pengangguran di 73 kabupaten/kota berjarak 5,86 persen terhadap nilai rata-ratanya. Angka melek huruf memiliki standar deviasi sebesar 3,14 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar angka melek huruf di 73 kabupaten/kota berjarak 3,14 persen terhadap nilai rata-ratanya. Pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan memiliki standar deviasi sebesar 0,63 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan di 73 kabupaten/kota berjarak 0,63 persen terhadap nilai rata-ratanya. Persentase jumlah penduduk miskin memiliki standar

deviasi sebesar 4,02 persen, hal ini dapat diartikan bahwa sebagian besar persentase jumlah penduduk miskin di 73 kabupaten/kota berjarak 4,02 persen terhadap nilai rata-ratanya.

4.2 Uji Linieritas

Pada pemodelan statistika, diperlukan sebuah informasi mengenai pola hubungan antar variabel guna menentukan apakah suatu metode yang digunakan melalui pendekatan parametrik atau non parametrik. *Ramsey Reset test* dilakukan guna mengetahui apakah hubungan antar variabel memiliki hubungan yang linier atau tidak linier.

Tabel 4.2 menyajikan hasil *Ramsey Reset test* antar variabel yang digunakan dalam penelitian. Perhitungan *Ramsey Reset test* dengan menggunakan bantuan *software R* dapat dilihat pada Lampiran 2.

Tabel 4. 2. Hasil Ramsey Reset test

Hubungan Antar Variabel	<i>P-Value</i>	Kesimpulan
X1 terhadap Y1	$1,90.10^{-14}$	Tidak Linier
X1 terhadap Y2	$5,05.10^{-2}$	Linier
X1 terhadap Y3	$8,93.10^{-4}$	Tidak Linier
X2 terhadap Y1	$2,63.10^{-2}$	Tidak Linier
X2 terhadap Y2	$8,53.10^{-1}$	Linier
X2 terhadap Y3	$6,10.10^{-3}$	Tidak Linier
Y1 terhadap Y3	$1,60.10^{-2}$	Tidak Linier
Y2 terhadap Y3	$6,88.10^{-11}$	Tidak Linier

Tabel 4.2 memberikan informasi bahwa terdapat satu hubungan antar variabel yang tidak linier. Pada tabel 4.2 dengan tingkat kepercayaan 95% dapat diketahui bahwa hubungan antara persentase

rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih dengan angka melek huruf, persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih dengan persentase jumlah penduduk miskin, pengangguran dengan angka melek huruf, pengangguran dengan persentase jumlah penduduk miskin, angka melek huruf dengan persentase jumlah penduduk miskin, pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan dengan persentase jumlah penduduk miskin adalah tidak linier. Sedangkan, hubungan antara persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih dengan pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan, pengangguran dengan pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan adalah linier.

4.3 Analisis Jalur Nonparametrik *Truncated Spline* dengan Derajat Polinomial Linier 1 *Knot*

Bentuk model analisis jalur dengan pendekatan nonparametrik *truncated spline* derajat polinomial linier 1 *knot* adalah sebagai berikut.

$$Y_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{12}X_{2i} + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})_+$$

$$Y_{2i} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{1i} + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{22}X_{2i} + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})_+$$

$$Y_{3i} = \beta_{30} + \beta_{31}X_{1i} + \delta_{31}(X_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{32}X_{2i} + \lambda_{31}(X_{2i} - k_{21})_+ + \beta_{33}Y_{1i} + \gamma_{31}(Y_{1i} - k_{31})_+ + \beta_{34}Y_{2i} + \theta_{31}(Y_{2i} - k_{41})_+$$

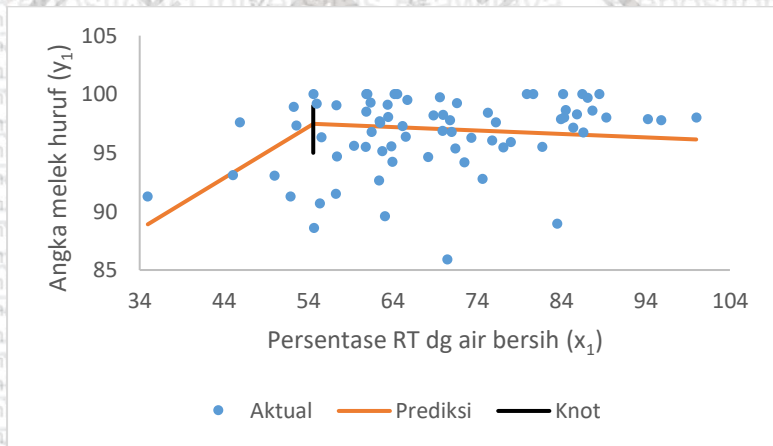
Tabel 4. 3. Titik *Knot* Optimum pada Model Linier 1 *Knot*

<i>Knot</i>	R ² Model	GCV Model
$k_{11} = 54,47$	0,9572	0,2485321
$k_{21} = 42,14$		
$k_{31} = 92,95$		
$k_{41} = 4,09$		

Berdasarkan tabel 4.3 dapat diketahui bahwa R² model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah derajat polinomial linier dengan 1 *knot* sebesar 95,72%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,72%, sedangkan sisanya 4,28% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berdasarkan hasil tersebut, penduga model *truncated spline*

derajat polinomial linier dengan 1 titik *knot* dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{1i} &= 0,35 + 0,99X_{1i} - 0,75(X_{1i} - 52,47)_+ + \\ &\quad 0,16X_{2i} - 0,16(X_{2i} - 42,14)_+ \\ \hat{f}_{2i} &= 0,57 - 0,16X_{1i} + 0,50(X_{1i} - 52,47)_+ + \\ &\quad 0,18X_{2i} - 0,02(X_{2i} - 42,14)_+ \\ \hat{f}_{3i} &= -0,06 + 0,81X_{1i} - 1,14(X_{1i} - 52,47)_+ + \\ &\quad 0,13X_{2i} - 0,92(X_{2i} - 42,14)_+ - \\ &\quad 0,26Y_{1i} + 0,44(Y_{1i} - 92,05)_+ + \\ &\quad 1,87Y_{2i} - 2,36(Y_{2i} - 4,09)_+ \end{aligned}$$



Gambar 4.1 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 *knot* x_1 terhadap

y_1

Berdasarkan gambar 4.1. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 54,47%, dimana persentase yang kurang dari 54,47% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 54,47%.



4.4 Analisis Jalur Nonparametrik *Truncated Spline* dengan Derajat Polinomial Kuadratik 1 *Knot*

Bentuk model analisis jalur dengan pendekatan nonparametrik *truncated spline* derajat polinomial kuadratik 1 *knot* adalah sebagai berikut.

$$Y_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \beta_{12}X_{1i}^2 + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \beta_{13}X_{2i} + \beta_{14}X_{2i}^2 + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})_+^2$$

$$Y_{2i} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{1i} + \beta_{22}X_{1i}^2 + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \beta_{23}X_{2i} + \beta_{24}X_{2i}^2 + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})_+^2$$

$$Y_{3i} = \beta_{30} + \beta_{31}X_{1i} + \beta_{32}X_{1i}^2 + \delta_{31}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \beta_{33}X_{2i} + \beta_{34}X_{2i}^2 + \lambda_{31}(X_{2i} - k_{21})_+^2 +$$

$$\beta_{35}Y_{1i} + \beta_{36}Y_{1i}^2 + \gamma_{31}(Y_{1i} - k_{31})_+^2 + \beta_{37}Y_{2i} + \beta_{38}Y_{2i}^2 + \theta_{31}(Y_{2i} - k_{41})_+^2$$

Tabel 4. 4. Titik *Knot* Optimum pada Model Kuadratik 1 *Knot*

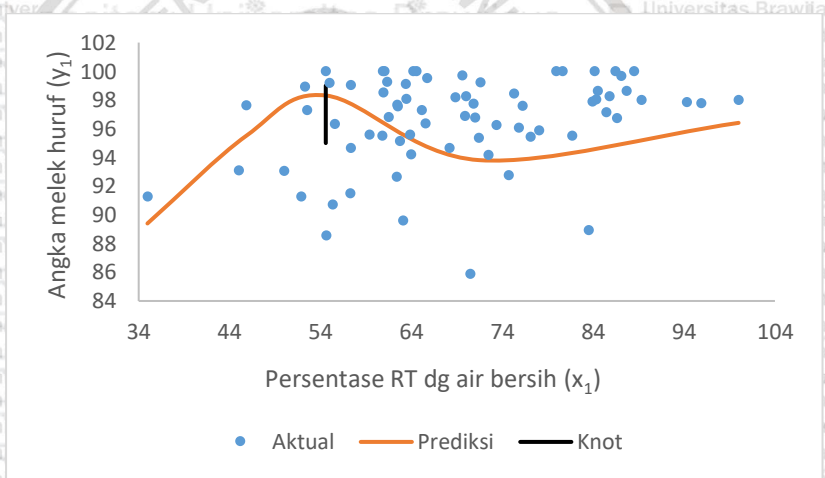
<i>Knot</i>	R ² Model	GCV Model
$k_{11} = 54,47$	0,9584585	0,2972797
$k_{21} = 35,30$		
$k_{31} = 92,95$		
$k_{41} = 4,09$		

Berdasarkan tabel 4.4 dapat diketahui bahwa R^2 model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah derajat polinomial kuadratik dengan 1 *knot* sebesar 95,84%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,48%, sedangkan sisanya 4,16% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berdasarkan hasil tersebut, penduga model *truncated spline* derajat polinomial kuadratik dengan 1 titik *knot* dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$f_{1i} = 0,58 + 0,95 X_{1i} - 0,05 X_{1i}^2 - 0,58(X_{1i} - 54,47)_+^2 + 0,55 X_{2i} - 1,25 X_{2i}^2 + 2,25(X_{2i} - 35,3)_+^2$$

$$f_{2i} = 0,65 - 0,19 X_{1i} + 0,27 X_{1i}^2 + 0,24(X_{1i} - 54,47)_+^2 - 0,1 X_{2i} - 0,39 X_{2i}^2 + 0,8(X_{2i} - 35,3)_+^2$$

$$f_{3i} = -0,28 + 0,73 X_{1i} - 0,53 X_{1i}^2 - 0,51(X_{1i} - 54,47)_+^2 + 1,26 X_{2i} + 0,006 X_{2i}^2 - 1,86(X_{2i} - 35,3)_+^2 + 0,14 Y_{1i} - 0,8 Y_{1i}^2 + 1,34(Y_{1i} - 92,95)_+^2 + 1,76 Y_{2i} - 0,21 Y_{2i}^2 - 1,94(Y_{2i} - 4,09)_+^2$$



Gambar 4.2 Fungsi Model *Truncated Spline kuadratik 1 knot* x_1 terhadap y_1

Berdasarkan gambar 4.2. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 54,47%, dimana persentase yang kurang dari 54,47% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 54,47%.

4.5 Analisis Jalur Nonparametrik *Truncated Spline* dengan Derajat Polinomial Linier 2 *Knot*

Bentuk model analisis jalur dengan pendekatan nonparametrik *truncated spline* derajat polinomial linier 2 *knot* adalah sebagai berikut.

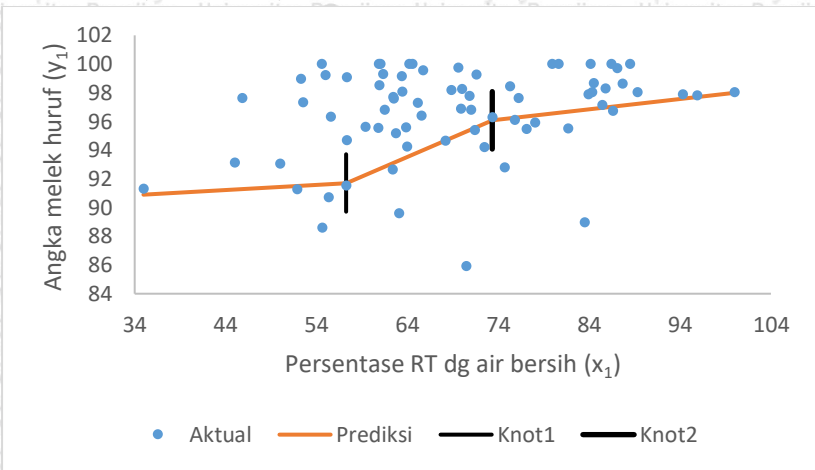
$$\begin{aligned}
 Y_{1i} &= \beta_{10} + \beta_{11} X_{1i} + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})_+ + \delta_{12}(X_{1i} - k_{12})_+ + \beta_{12} X_{2i} + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})_+ + \lambda_{12}(X_{2i} - k_{22})_+ \\
 Y_{2i} &= \beta_{20} + \beta_{21} X_{1i} + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})_+ + \delta_{22}(X_{1i} - k_{11})_+ + \beta_{22} X_{2i} + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})_+ + \lambda_{22}(X_{2i} - k_{22})_+ \\
 Y_{3i} &= \beta_{30} + \beta_{31} X_{1i} + \delta_{31}(X_{1i} - k_{11})_+ + \delta_{32}(X_{1i} - k_{12})_+ + \beta_{32} X_{2i} + \lambda_{31}(X_{2i} - k_{21})_+ + \lambda_{32}(X_{2i} - k_{22})_+ \\
 &\quad + \beta_{33} Y_{1i} + \gamma_{31}(Y_{1i} - k_{31})_+ + \gamma_{32}(Y_{1i} - k_{32})_+ + \beta_{34} Y_{2i} + \theta_{31}(Y_{2i} - k_{41})_+ + \theta_{32}(Y_{2i} - k_{42})_+
 \end{aligned}$$

Tabel 4. 5. Titik *Knot* Optimum pada Model Linier 2 *Knot*

Knot	R² Model	GCV Model
$k_{11} = 57,74$	0,9546993	0,2962501
$k_{21} = 33,59$		
$k_{31} = 90,83$		
$k_{41} = 4,26$		
$k_{12} = 73,98$		
$k_{22} = 45,55$		
$k_{32} = 94,36$		
$k_{42} = 5,13$		

Berdasarkan tabel 4.5 dapat diketahui bahwa R² model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah derajat polinomial linier dengan 2 *knot* sebesar 95,46%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,46%, sedangkan sisanya 4,54% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berdasarkan hasil tersebut, penduga model *truncated spline* derajat polinomial linier dengan 2 titik *knot* dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 f_{1i} &= 0,65 + 0,89 X_{1i} - 0,76(X_{1i} - 57,74)_+ + 0,29(X_{1i} - 73,98)_+ - \\
 &1,28 X_{2i} + 1,7(X_{2i} - 33,59)_+ - 0,5(X_{2i} - 45,55)_+ \\
 f_{2i} &= 0,69 - 0,24 X_{1i} + 0,65(X_{1i} - 57,74)_+ - 0,004(X_{1i} - 73,98)_+ - \\
 &0,24 X_{2i} + 0,51(X_{2i} - 33,59)_+ - 0,06(X_{2i} - 45,55)_+ \\
 f_{3i} &= -0,13 + 0,33 X_{1i} - 0,84(X_{1i} - 57,74)_+ + 0,05(X_{1i} - 73,98)_+ + \\
 &1,77 X_{2i} - 2,24(X_{2i} - 33,59)_+ - 0,35(X_{2i} - 45,55)_+ - \\
 &1,25 Y_{1i} + 2,07(Y_{1i} - 90,83)_+ - 0,75(Y_{1i} - 94,36)_+ + \\
 &1,73 Y_{2i} - 2,23(Y_{2i} - 4,26)_+ + 0,02(Y_{2i} - 5,13)_+
 \end{aligned}$$



Gambar 4.3 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 2 *knot* x_1 terhadap y_1

Berdasarkan gambar 4.3. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 57,72% dan 73,98%, dimana persentase yang kurang dari 57,72% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 57,72% dan persentase yang kurang dari 73,98% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 73,98%.

4.6 Analisis Jalur Nonparametrik *Truncated Spline* dengan Derajat Polinomial Kuadratik 2 *Knot*

Bentuk model analisis jalur dengan pendekatan nonparametrik *truncated spline* derajat polinomial kuadratik 2 *knot* adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Y_{1i} &= \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \beta_{12}X_{1i}^2 + \delta_{11}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{12}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{13}X_{2i} + \beta_{14}X_{2i}^2 + \lambda_{11}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{12}(X_{2i} - k_{22})_+^2 \\
 Y_{2i} &= \beta_{20} + \beta_{21}X_{1i} + \beta_{22}X_{1i}^2 + \delta_{21}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{22}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{23}X_{2i} + \beta_{24}X_{2i}^2 + \lambda_{21}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{22}(X_{2i} - k_{22})_+^2 \\
 Y_{3i} &= \beta_{30} + \beta_{31}X_{1i} + \beta_{32}X_{1i}^2 + \delta_{31}(X_{1i} - k_{11})_+^2 + \delta_{32}(X_{1i} - k_{12})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{33}X_{2i} + \beta_{34}X_{2i}^2 + \lambda_{31}(X_{2i} - k_{21})_+^2 + \lambda_{32}(X_{2i} - k_{22})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{35}Y_{1i} + \beta_{36}Y_{1i}^2 + \gamma_{31}(Y_{1i} - k_{31})_+^2 + \gamma_{32}(Y_{1i} - k_{32})_+^2 + \\
 &\quad \beta_{37}Y_{2i} + \beta_{38}Y_{2i}^2 + \theta_{31}(Y_{2i} - k_{41})_+^2 + \theta_{32}(Y_{2i} - k_{42})_+^2
 \end{aligned}$$

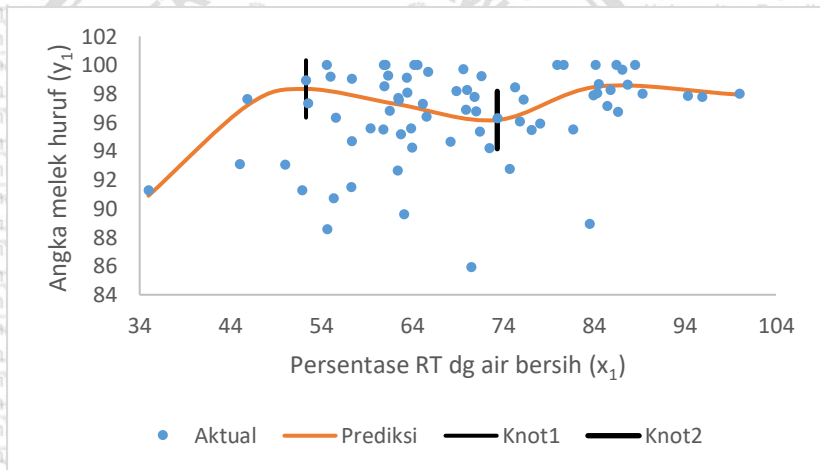
Tabel 4. 6. Titik *Knot* Optimum pada Model Kuadratik 2 *knot*

<i>Knot</i>	R ² Model	GCV Model
k ₁₁ = 57,74	0,955477	0,3046217
k ₂₁ = 33,59		
k ₃₁ = 90,83		
k ₄₁ = 4,26		
k ₁₂ = 73,98		
k ₂₂ = 45,55		
k ₃₂ = 94,36		
k ₄₂ = 5,13		

Berdasarkan tabel 4.6 dapat diketahui bahwa R² model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah derajat polinomial kuadratik dengan 2 *knot* sebesar 95,54%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,54%, sedangkan sisanya 4,46% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berdasarkan hasil tersebut, penduga model *truncated spline*

derajat polinomial kuadratik dengan 2 titik *knot* dapat ditulis dalam bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 f_{1i} &= 0,64 + 2,14X_{1i} - 3,35X_{1i}^2 + \\
 &\quad 3,05(X_{1i} - 57,74)_+^2 + 0,45(X_{1i} - 73,98)_+^2 - \\
 &\quad 3,14X_{2i} + 6,08X_{2i}^2 - 9,21(X_{2i} - 33,59)_+^2 + 4,29(X_{2i} - 45,55)_+^2 \\
 f_{2i} &= 0,62 + 0,44X_{1i} - 0,96X_{1i}^2 + \\
 &\quad 1,61(X_{1i} - 57,74)_+^2 - 0,37(X_{1i} - 73,98)_+^2 - \\
 &\quad 0,96X_{2i} + 2,15X_{2i}^2 - 3,28(X_{2i} - 33,59)_+^2 + 1,64(X_{2i} - 45,55)_+^2 \\
 f_{3i} &= 0,15 + 0,14X_{1i} + 0,49X_{1i}^2 - \\
 &\quad 1,86(X_{1i} - 57,74)_+^2 + 1,41(X_{1i} - 73,98)_+^2 + \\
 &\quad 2,77X_{2i} - 4,6X_{2i}^2 + 4,18(X_{2i} - 33,59)_+^2 + 0,70(X_{2i} - 45,55)_+^2 - \\
 &\quad 2,72Y_{1i} + 3,75Y_{1i}^2 - 2,74(Y_{1i} - 90,83)_+^2 - 1,53(Y_{1i} - 94,36)_+^2 - \\
 &\quad 1,21Y_{2i} + 7,17Y_{2i}^2 - 11,89(Y_{2i} - 4,26)_+^2 + 5,63(Y_{2i} - 5,13)_+^2
 \end{aligned}$$



Gambar 4.4 Fungsi Model *Truncated Spline kuadratik 2-knot* x_1 terhadap y_1

Berdasarkan gambar 4.4. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 51,22% dan 73,98%, dimana persentase yang kurang dari 51,22% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 51,22% dan persentase yang

kurang dari 73,98% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 73,98%.

4.7 Model Nonparametrik *Truncated Spline* Ordo Polinomial terbaik

Pada Tabel 4.7 menyajikan informasi mengenai semua nilai GCV optimal dari keempat model regresi *truncated spline*. Nilai GCV minimum terdapat pada model analisis jalur *truncated spline* derajat polinomial linier dengan 1 *knot* yaitu sebesar 0,2485321.

Tabel 4.7. Estimasi Fungsi Terbaik *Truncated Spline*

Ordo	Knot	$R^2_{adjusted}$	GCV
Linier	1	0,9572	0,2485321
Kuadratik	1	0,9584585	0,2972797
Linier	2	0,9546993	0,2962501
Kuadratik	2	0,955477	0,3046217

Dari nilai GCV minimum tersebut maka model yang sesuai untuk pemodelan kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah yaitu model *truncated spline* derajat polinomial linier dengan 1 titik *knot* yang memiliki nilai R^2 sebesar 95,72%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95,72%, sedangkan sisanya 4,28% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berikut merupakan hasil pendugaan fungsi dari model terbaik:

$$\hat{f}_{1i} = 0,35 + 0,99X_{1i} - 0,75(X_{1i} - 52,47)_+ +$$

$$0,16X_{2i} - 0,16(X_{2i} - 42,14)_+ +$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,57 - 0,16X_{1i} + 0,50(X_{1i} - 52,47)_+ +$$

$$0,18X_{2i} - 0,02(X_{2i} - 42,14)_+ +$$

$$\hat{f}_{3i} = -0,06 + 0,81X_{1i} - 1,14(X_{1i} - 52,47)_+ +$$

$$0,13X_{2i} - 0,92(X_{2i} - 42,14)_+ -$$

$$0,26Y_{1i} + 0,44(Y_{1i} - 92,05)_+ +$$

$$1,87Y_{2i} - 2,36(Y_{2i} - 4,09)_+ +$$

• Pengaruh langsung

$$\hat{f}_{1i} = 0,99X_{1i} \text{ saat } X_{1i} < k_{11}$$

$$\hat{f}_{1i} = 0,99X_{1i} - 0,75(X_{1i} - 52,47) \text{ saat } X_{1i} \geq k_{11}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,16X_{2i} \text{ saat } X_{2i} < k_{21}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,16X_{2i} - 0,16(X_{2i} - 42,14) \text{ saat } X_{2i} \geq k_{21}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,16X_{1i} \text{ saat } X_{1i} < k_{11}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,16X_{1i} + 0,50(X_{1i} - 52,47) \text{ saat } X_{1i} \geq k_{11}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,18X_{2i} \text{ saat } X_{2i} < k_{21}$$

$$\hat{f}_{2i} = 0,18X_{2i} - 0,02(X_{2i} - 42,14) \text{ saat } X_{2i} \geq k_{21}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,81X_{1i} \text{ saat } X_{1i} < k_{11}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,81X_{1i} - 1,14(X_{1i} - 52,47) \text{ saat } X_{1i} \geq k_{11}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,13X_{2i} \text{ saat } X_{2i} < k_{21}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,13X_{2i} - 0,92(X_{2i} - 42,14) \text{ saat } X_{2i} \geq k_{21}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,26Y_{1i} \text{ saat } Y_{1i} < k_{31}$$

$$\hat{f}_{3i} = 0,26Y_{1i} + 0,44(Y_{1i} - 92,05) \text{ saat } Y_{1i} \geq k_{31}$$

$$\hat{f}_{3i} = 1,87Y_{2i} \text{ saat } Y_{2i} < k_{41}$$

$$\hat{f}_{3i} = 1,87Y_{2i} - 2,36(Y_{2i} - 4,09) \text{ saat } Y_{2i} \geq k_{41}$$

• Pengaruh tidak langsung

$$\bullet \hat{f}_{3i} = 0,99X_{1i}(0,26Y_{1i}) \text{ saat } X_{1i} < k_{11} \text{ dan } Y_{1i} < k_{31}$$

$$\bullet \hat{f}_{3i} = (0,99X_{1i} - 0,75(X_{1i} - 52,47))(0,26Y_{1i} + 0,44(Y_{1i} - 92,05))$$

$$\text{saat } X_{1i} \geq k_{11} \text{ dan } Y_{1i} \geq k_{31}$$

$$\bullet \hat{f}_{3i} = 0,99X_{1i}(1,87Y_{2i}) \text{ saat } X_{1i} < k_{11} \text{ dan } Y_{2i} < k_{41}$$

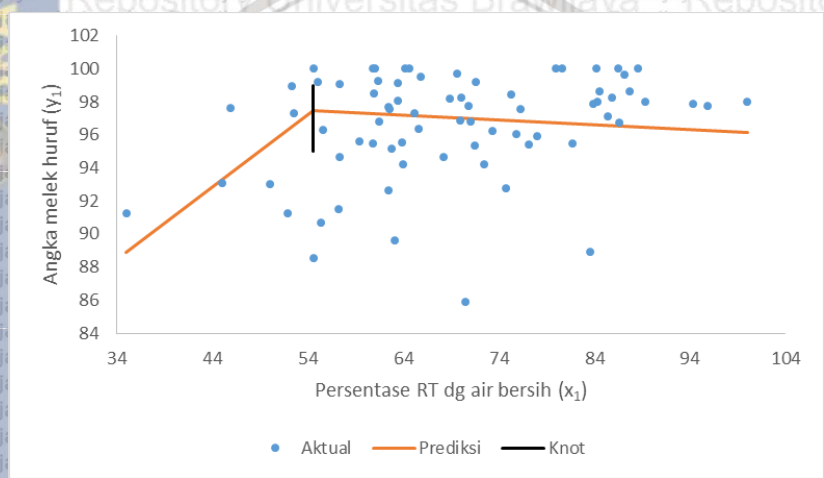
$$\bullet \hat{f}_{3i} = (0,99X_{1i} - 0,75(X_{1i} - 52,47))(1,87Y_{2i} - 2,36(Y_{2i} - 4,09)) \text{ saat}$$

$$X_{1i} \geq k_{11} \text{ dan } Y_{2i} \geq k_{41}$$

$$\bullet \hat{f}_{3i} = 0,16X_{2i}(0,26Y_{1i}) \text{ saat } X_{2i} < k_{21} \text{ dan } Y_{1i} < k_{31}$$

- $\hat{f}_{3i} = (0,18X_{2i} - 0,02(X_{2i} - 42,14))(0,26Y_{1i} + 0,44(Y_{1i} - 92,05))$
saat $X_{2i} \geq k_{21}$ dan $Y_{1i} \geq k_{31}$
- $\hat{f}_{3i} = 0,16X_{2i}(1,87Y_{2i})$ saat $X_{2i} < k_{21}$ dan $Y_{2i} < k_{41}$
- $\hat{f}_{3i} = (0,18X_{2i} - 0,02(X_{2i} - 42,14))(1,87Y_{2i} - 2,36(Y_{2i} - 4,09))$
saat $X_{2i} \geq k_{21}$ dan $Y_{2i} \geq k_{41}$

Pola hubungan antara nilai penduga fungsi dengan variabel penjelas model terbaik dapat disajikan dalam bentuk gambar sebagai berikut.

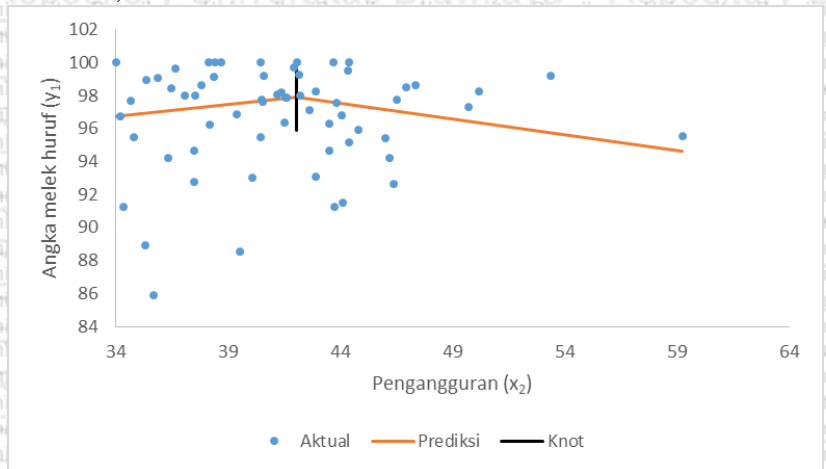


Gambar 4.5 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 *knot* x_1 terhadap

y_1

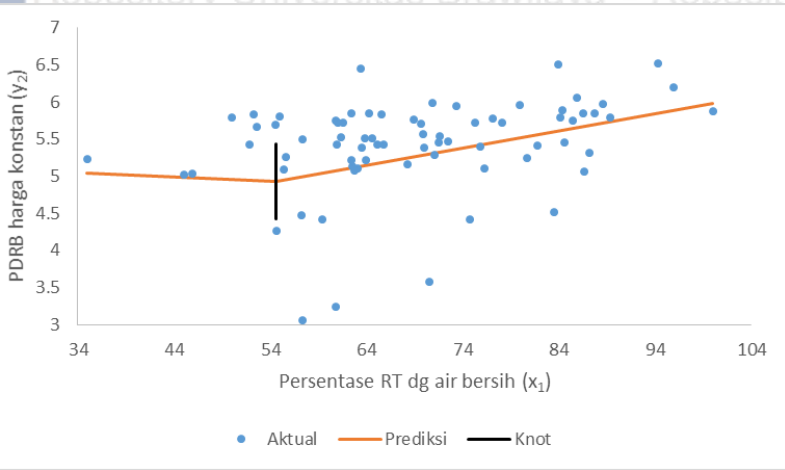
Berdasarkan gambar 4.5 dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 54,47%, dimana persentase yang kurang dari 54,47% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 54,47%. Variabel angka melek huruf memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama angka melek huruf, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka angka melek huruf akan mengalami kenaikan sebesar 0,99%. Pada

saat *regime* kedua angka melek huruf, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih, dan pengangguran maka angka melek huruf akan mengalami kenaikan sebesar 0,24%.



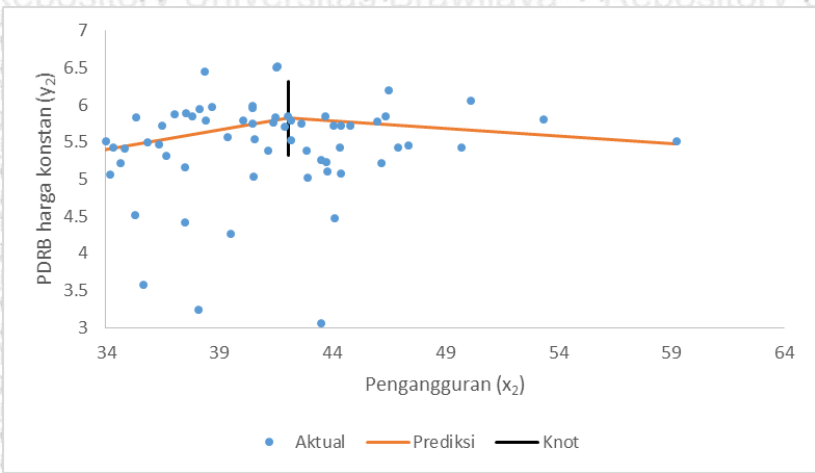
Gambar 4.6 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 *knot* x_2 terhadap y_1

Berdasarkan gambar 4.6. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel angka melek huruf terjadi ketika pengangguran bernilai 42,14%, dimana persentase yang kurang dari 42,14% akan memiliki pola sebaran data angka melek huruf yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 42,14%. Variabel angka melek huruf memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama angka melek huruf, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka angka melek huruf akan mengalami kenaikan sebesar 0,16%. Pada saat *regime* kedua angka melek huruf, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka angka melek huruf akan mengalami kenaikan sebesar 0,004%.



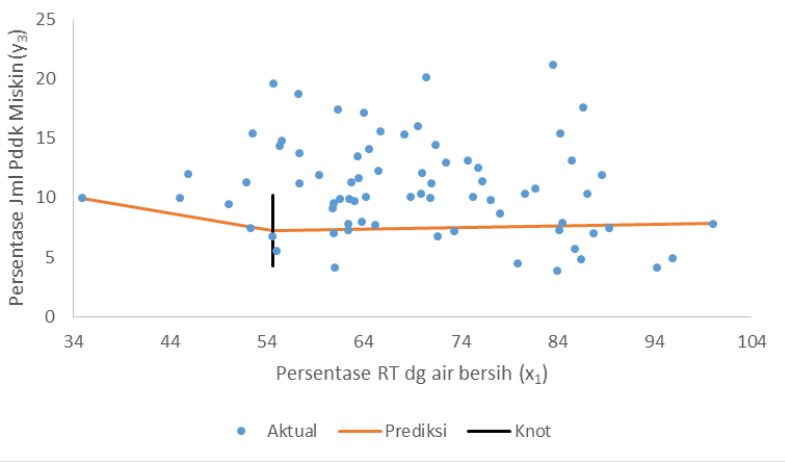
Gambar 4.7 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 knot x_1 terhadap y_2

Berdasarkan gambar 4.7 dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel pertumbuhan PDRB dengan harga konstan terjadi ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 54,47%, dimana persentase yang kurang dari 54,47% akan memiliki pola sebaran data pertumbuhan PDRB dengan harga konstan yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 54,47%. Variabel pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan akan mengalami penurunan sebesar 0,15%. Pada saat *regime* kedua pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan akan mengalami kenaikan sebesar 0,34%.



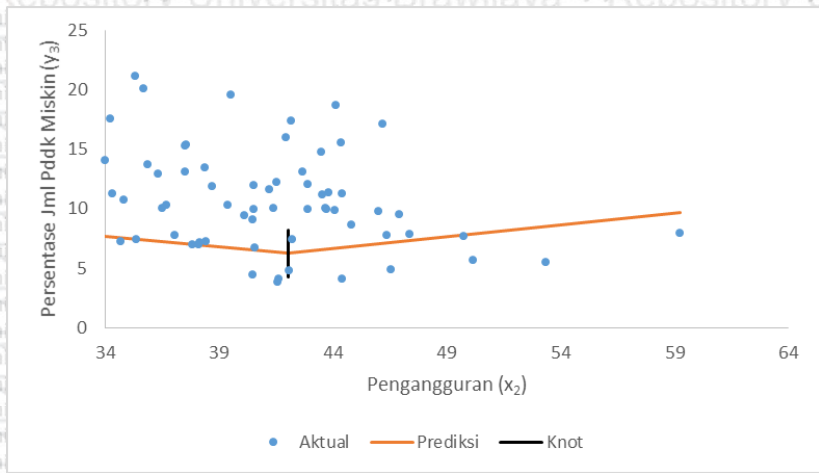
Gambar 4.8 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 *knot* x_2 terhadap y_2

Berdasarkan gambar 4.8. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel pertumbuhan PDRB dengan harga konstan terjadi ketika pengangguran bernilai 42,14%, dimana persentase yang kurang dari 42,14% akan memiliki pola sebaran data pertumbuhan PDRB dengan harga konstan yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 42,14%. Variabel pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan akan mengalami kenaikan sebesar 0,18%. Pada saat *regime* kedua pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan akan mengalami kenaikan sebesar 0,16%.



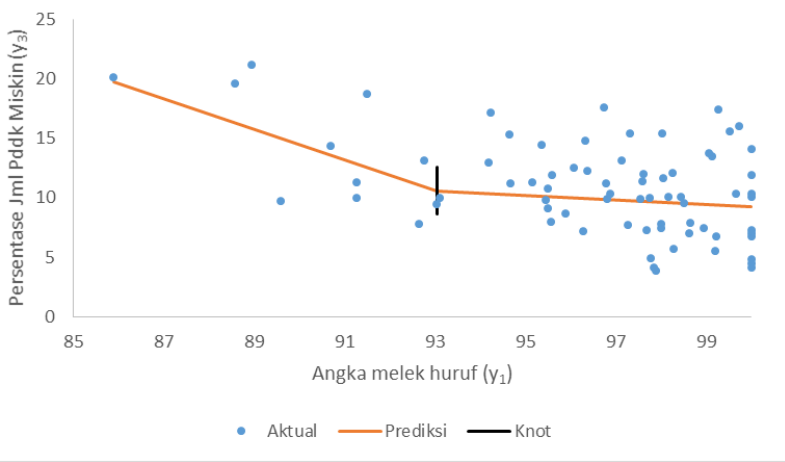
Gambar 4.9 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 knot x_1 terhadap y_3

Berdasarkan gambar 4.9 dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel persentase jumlah penduduk miskin ketika persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih bernilai 54,47%, dimana persentase yang kurang dari 54,47% akan memiliki pola sebaran data persentase jumlah penduduk miskin yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 54,47%. Variabel persentase jumlah penduduk miskin memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami kenaikan sebesar 0,81%. Pada saat *regime* kedua persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami penurunan sebesar 0,33%.



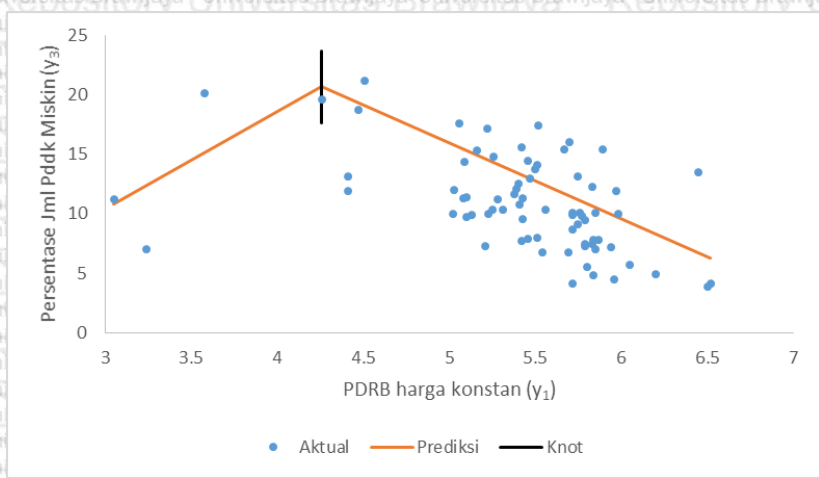
Gambar 4.10 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 knot x_2 terhadap y_3

Berdasarkan gambar 4.10. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel persentase jumlah penduduk miskin terjadi ketika pengangguran bernilai 42,14%, dimana persentase yang kurang dari 42,14% akan memiliki pola sebaran data persentase jumlah penduduk miskin yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 42,14%. Variabel persentase jumlah penduduk miskin memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami kenaikan sebesar 0,14%. Pada saat *regime* kedua persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen pengangguran maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami penurunan sebesar 0,78%.



Gambar 4.11 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 knot y_1 terhadap y_3

Berdasarkan gambar 4.11. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel persentase jumlah penduduk miskin terjadi ketika angka melek huruf bernilai 92,95%, dimana persentase yang kurang dari 92,95% akan memiliki pola sebaran data persentase jumlah penduduk miskin yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 92,95%. Variabel persentase jumlah penduduk miskin memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen angka melek huruf maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami penurunan sebesar 0,26%. Pada saat *regime* kedua persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen angka melek huruf maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami kenaikan sebesar 0,18%.



Gambar 4.12 Fungsi Model *Truncated Spline* linier 1 *knot* y_2 terhadap y_3

Berdasarkan gambar 4.12. dapat diketahui bahwa perubahan pola perilaku data pada variabel persentase jumlah penduduk miskin terjadi ketika pertumbuhan PDRB dengan harga konstan bernilai 4,09%, dimana persentase yang kurang dari 4,09% akan memiliki pola sebaran data persentase jumlah penduduk miskin yang berbeda dengan persentase yang lebih besar dari 4,09%. Variabel persentase jumlah penduduk miskin memiliki 2 *regime* yang menggambarkan perubahan perilaku. Pada *regime* pertama persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen pertumbuhan PDRB dengan harga konstan maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami kenaikan sebesar 1,87%. Pada saat *regime* kedua persentase jumlah penduduk miskin, untuk setiap kenaikan satu persen pertumbuhan PDRB dengan harga konstan maka persentase jumlah penduduk miskin akan mengalami penurunan sebesar 0,49%.



"Halaman ini sengaja dikosongkan"



Repository Universitas Brawijaya

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa banyak titik *knot* yang dipilih untuk model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah berdasarkan GCV minimum pada tabel 4.7 adalah 1 *knot* dengan derajat polinomial linier. Letak titik *knot* untuk variabel persentase rumah tangga miskin yang menggunakan air bersih (X_1) terdapat di 54,47%, pengangguran (X_2) 42,14% , angka melek huruf (Y_1) 92,95% , dan pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan (Y_2) 4,09%. Model analisis jalur nonparametrik pada variabel yang memengaruhi kemiskinan di Jawa Timur dan Jawa Tengah memiliki nilai R^2 sebesar 95.72%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel endogen sebesar 95.72%, sedangkan sisanya 4.28% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui di luar model. Berikut merupakan hasil pendugaan fungsi dari model terbaik:

$$\hat{f}_{1,1} = 0,35 + 0,99X_{1,1} - 0,75(X_{1,1} - 52,47)_+ + 0,16X_{2,1} - 0,16(X_{2,1} - 42,14)_+$$

$$\hat{f}_{2,1} = 0,57 - 0,16X_{1,1} + 0,50(X_{1,1} - 52,47)_+ + 0,18X_{2,1} - 0,02(X_{2,1} - 42,14)_+$$

$$\hat{f}_{3,1} = -0,06 + 0,81X_{1,1} - 1,14(X_{1,1} - 52,47)_+ + 0,13X_{2,1} - 0,92(X_{2,1} - 42,14)_+ -$$

$$0,26Y_{1,1} + 0,44(Y_{1,1} - 92,05)_+ + 1,87Y_{2,1} - 2,36(Y_{2,1} - 4,09)_+$$

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan penulis adalah

1. Penelitian ini menggunakan dua *knot*, dapat dikembangkan menjadi lebih dari dua *knot*.
2. Model *non parametrik truncated spline* polinomial kubik dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya.
3. Penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode simulasi untuk mendapatkan pengaruh langsung dan tidak langsung yang lebih detail.



4. Penelitian ini menggunakan data sekunder, penelitian selanjutnya dapat menggunakan data simulasi untuk mendapatkan model yang lebih kompleks.



DAFTAR PUSTAKA

- Amalia, F. (2012). *Pengaruh Pendidikan, Pengangguran dan Inflasi Terhadap Tingkat Kemiskinan di Kawasan Timur Indonesia (KTI) Periode 2001- 2010*. Fakultas Ekonomi dan Bisnis UIN Syarif Hidayatullah. Jakarta.
- Amelia, D. (2016). *Model Regresi Nonparametrik Multirespon Spline Truncated Untuk Data Longitudinal*. Tesis Jurusan Statistika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh November. Surabaya.
- Badan Pusat Statistika. (2018). *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten/Kota Tahun 2018*. Jakarta.
- Budiantara, I. N. (2005). *Model Keluarga Spline Polinomial Truncated Dalam Regresi Semiparametrik*. Jurnal Berkala MIPA Vol. 15(3). Universitas Jember.
- Budiantara, I. N. (2006). *Model Spline Dengan Knots Optimum*. Jurnal Ilmu Dasar. Fakultas MIPA. Universitas Jember.
- Dillon, W. R. dan Goldstein, M. (1984). *Multivariate Analysis Methods and Applications*. John Wiley dan Sons. New York.
- Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing 2nd Edition*. Marcel Decker Inc. New York.
- Fitriyani, N. (2014). *Metode Cross Validation dan Generalized Cross Validation dalam Regresi Nonparametrik Spline (Studi Kasus Data Fertilitas di Jawa Timur)*. Tesis Program Magister. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Fernandes, A. A. R. (2015). *Spline Estimator for Bi-Responses and Multi-Predictors Nonparametric Regression Model in Case of Longitudinal Data*. Disertasi. Institut Teknologi Sepuluh November. Surabaya.
- Fernandes, A. A. R., Solimun, dan Arisoesilaningsih, E. (2017). *Estimation of Spline Function in Nonparametric Path Analysis Based on Penalized Weighted Least Square (PWLS)*. AIP Conference Proceeding. 1913(1).
- Gujarati, D. (2004). *Basic Econometrics Fourth Edition*. McGraw Hill. New York.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., dan Anderson, R. E. (1998). *Multivariate Data Analysis*. Prentice Hall. New Jersey.
- Hardle, W. (1990). *Applied Nonparametrik Regression*. Cambridge University Press. New York.
- Jolianis, J., Del Rosa, Y., dan Dores, E. (2015). *Pengaruh Angka Melek Huruf dan Angka Harapan Hidup terhadap Jumlah*



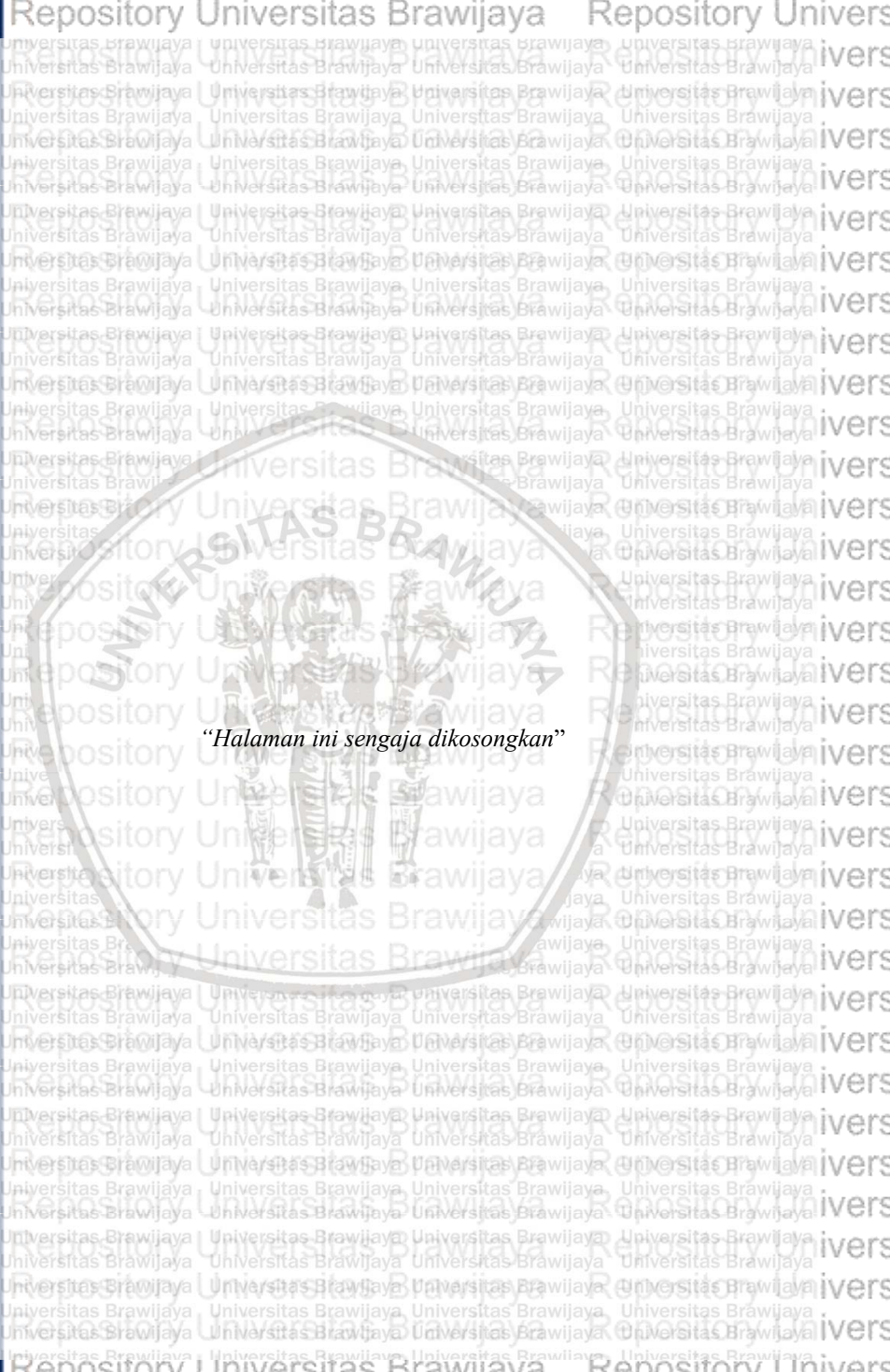
- Penduduk Miskin di Propinsi Sumatera Barat. Pendidikan Ekonomi*, 2(2), 29806.
- Li, C. C. (1975). *Path Analysis-a primer*. The Boxwood Press. California.
- Nugroho, H. (1995). *Kemiskinan, Ketimpangan dan Kesenjangan*. Aditya Media. Yogyakarta.
- Paramita, A. I. D., dan Purbadharmaja, I. P. (2015). *Pengaruh Investasi dan Pengangguran terhadap Pertumbuhan Ekonomi serta Kemiskinan di Provinsi Bali*. E-Jurnal Ekonomi Pembangunan Universitas Udayana, 4(10), 44574. Bali.
- Ratih, G. P. A., Utama, M. S., dan Yasa, I. N. M. (2017). *Pengaruh Investasi, Pengeluaran Pemerintah, Tenaga Kerja Terhadap Produk Domestik Regional Bruto Dan Tingkat Kemiskinan Pada Wilayah Sarbagita Di Provinsi Bali*. E-Jurnal Ekonomi dan Bisnis Universitas Udayana. Bali.
- Sukmaraga, P., dan Hayati, B. (2011). *Analisis Pengaruh Indeks Pembangunan Manusia, PDRB per kapita, dan Jumlah Pengangguran terhadap Jumlah Penduduk Miskin di Provinsi Jawa Tengah*. Doctoral dissertation. Universitas Diponegoro.
- Suryawati, C. (2004). *Memahami Kemiskinan Secara Multidimensional*. Jurnal Manajemen Pembangunan dan Kebijakan. Volume 08(03). Edisi September.
- Solimun. (2002). *Multivariate Analysis Structural Equation Modelling (SEM) Lisrel dan Amos*. Penerbit Universitas Negeri Malang. Malang.
- Solimun, A. A. R. Fernandes, dan Nurjannah. (2017). *Metode Statistika Multivariat: Pemodelan Persamaan struktural (SEM) pendekatan WarpPLS*. UB Press. Malang.
- Takezawa, K. (2006). *Introduction to Nonparametrik Regression*. John Wiley and Sons. New Jersey.
- Todaro dan Michael P. (1997). *Pembangunan Ekonomi Di Dunia Ketiga*. Edisi Ke Enam, Alih Bahasa : Drs. Haris Munandar, M. A. PT Gelora Aksara Pratama. Jakarta.
- Wahba, G. (1990). *Spline Models For Observation Data*. SIAM. Pennsylvania.
- Wardhani, Y. F., dan Paramita, A. (2016). *Pelayanan Kesehatan Mental dalam Hubungannya dnegan Disabilitas dan Gaya hidup Masyarakat Indonesia (Analisis Lanjut Riskesas 2007 dan 2013)*. Buletin Penelitian Sistem Kesehatan, 19(1), 99-107.



Wowor, R. (2015). *Pengaruh Belanja Sektor Kesehatan Terhadap Angka Harapan Hidup di Sulawesi Utara*. Jurnal Berkala Ilmiah Efisiensi, 15(02).

Wu, H. dan J. T. Zhang. (2006). *Nonparametrik Regression Methods for Longitudinal Data Analysis*. Wiley-Interscience. USA.





"Halaman ini sengaja dikosongkan"

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Provinsi Jawa Timur dan Jawa tengah

No	X1	X2	Y1	Y2	Y3
1	64.57	34.01	100	5.51	14.119
2	87.11	36.67	99.67	5.31	10.36
3	45.87	40.53	97.62	5.03	12.02
4	62.45	34.66	97.68	5.21	7.27
5	63.09	33.68	89.59	5.1	9.72
6	62.76	44.39	95.15	5.08	11.31
7	69.91	39.36	96.87	5.56	10.37
8	45.04	42.91	93.1	5.02	9.98
9	34.96	43.73	91.28	5.23	9.98
10	62.4	46.37	92.64	5.84	7.8
11	55.36	33.3	90.7	5.09	14.39
12	51.87	34.32	91.26	5.43	11.28
13	57.26	44.11	91.5	4.47	18.71
14	50.01	40.09	93.05	5.79	9.45
15	85.83	50.15	98.27	6.05	5.69
	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:
	:	:	:	:	:
64	68.87	41.39	98.17	5.76	10.06
65	69.63	41.93	99.72	5.7	16.04
66	63.84	59.23	95.57	5.51	7.94
67	63.96	46.18	94.23	5.22	17.17
68	84.53	47.36	98.65	5.46	7.87
69	60.83	40.46	95.51	5.75	9.08
70	86.46	42.06	100	5.84	4.84
71	94.3	41.6	97.85	6.52	4.14
72	54.582	25.05	100	5.69	6.75
73	100	37.05	98	5.87	7.81

Lampiran 2 *Coding* dan *Output* Pengujian Asumsi Linieritas

```
data=read.csv("D:/Teddy.csv",header=TRUE)
n=73
x1=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
x2=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
y1=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
y2=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
y3=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
for (i in 1:n)
{
x1[i]=data[i,1]
x2[i]=data[i,2]
y1[i]=data[i,3]
y2[i]=data[i,4]
y3[i]=data[i,5]
}
#Linieritas#
library(MASS)
RRT=function(X,Y1,pvalue){
n=73
X0=rep(1:1,each=n)
X01=cbind(X0,X)
X01
Bols1=ginv(t(X01)%*%X01)%*%(t(X01)%*%Y1)
Y1top=X01%*%Bols1
Err1=Y1-Y1top
R2_old=1-(sum(Err1^2)-n*mean(Err1^2))/(sum(Y1^2)-n*mean(Y1^2))
Y1top2=Y1top**2
Y1top3=Y1top**3
X01Y1=cbind(X0,X,Y1top2,Y1top3)
Bols2=ginv(t(X01Y1)%*%X01Y1)%*%(t(X01Y1)%*%Y1)
Y1topnew=X01Y1%*%Bols2
Err2=Y1-Y1topnew
R2_new=1-(sum(Err2^2)-n*mean(Err2^2))/(sum(Y1^2)-n*mean(Y1^2))
Fhit=abs(R2_new-R2_old)*5*(n-(1+2))/((1-R2_new)*2)
R2_old
R2_new
Fhit
Pvalue=df(Fhit,2,n-3)
Pvalue}
RRT(x1,y1)
RRT(x2,y1)
RRT(x1,y2)
```

Lampiran 2. Lanjutan

RRT(x2,y2)
RRT(x1,y3)
RRT(x2,y3)
RRT(y1,y3)
RRT(y2,y3)



Lampiran 3. Coding dan Output Path nonparametric truncated spline dengan derajat polinomial linier 1 Knot

> n=73

```

> cc=1
> x1=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
> x2=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
> y1=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
> y2=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
> y3=matrix(c(rep(0,n)),n,1)
> for (i in 1:n)
+ {
+ x1[i]=data[i,1]
+ x2[i]=data[i,2]
+ y1[i]=data[i,3]
+ y2[i]=data[i,4]
+ y3[i]=data[i,5]
+ }
>
> #proses selang [0,1]
> x1min=min(x1)
> x1max=max(x1)
> x2min=min(x2)
> x2max=max(x2)
> y2min=min(y2)
> y2max=max(y2)
> y1min=min(y1)
> y1max=max(y1)
> y2min=min(y2)
> y2max=max(y2)
> y3min=min(y3)
> y3max=max(y3)
>
> x1n=(x1-min(x1))/(max(x1)-min(x1))
> x2n=(x2-min(x2))/(max(x2)-min(x2))
> y1n=(y1-min(y1))/(max(y1)-min(y1))
> y2n=(y2-min(y2))/(max(y2)-min(y2))
> y3n=(y3-min(y3))/(max(y3)-min(y3))
>
> #weighted
> library(MASS)
> y=c(y1n,y2n,y3n)
> x0=rep(1:1,each=n)
> x01=cbind(x0,x1n,x2n)
> x02=cbind(x0,x1n,x2n)
> x03=cbind(x0,x1n,x2n,y1n,y2n)
> Bols1=ginv(t(x01)%*%x01)%*%(t(x01)%*%y1n)
> Bols2=ginv(t(x02)%*%x02)%*%(t(x02)%*%y2n)

```



```

> Bols3=ginv(t(x03)%*%x03)%*(t(x03)%*%y3n)
> Eols1=y1n-x01)%*%Bols1
> Eols2=y2n-x02)%*%Bols2
> Eols3=y3n-x03)%*%Bols3
> Sigma1=sqrt(sum((Eols1)^2))
> Sigma2=sqrt(sum((Eols2)^2))
> Sigma3=sqrt(sum((Eols3)^2))
> Sigma12=cor(y1n,y2n)*sqrt(Sigma1*Sigma2)
> Sigma13=cor(y1n,y3n)*sqrt(Sigma1*Sigma3)
> Sigma23=cor(y2n,y3n)*sqrt(Sigma2*Sigma3)
> S11=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
> S22=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
> S33=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
> S12=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
> S13=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
> S23=matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
>
> for (k in 1:n)
+ {
+ S11[k,k]=Sigma1
+ S22[k,k]=Sigma2
+ S33[k,k]=Sigma3
+ S12[k,k]=Sigma12
+ S13[k,k]=Sigma13
+ S23[k,k]=Sigma23
+ }
> SS1=cbind(S11,S12,S13)
> SS2=cbind(S12,S22,S23)
> SS3=cbind(S13,S23,S33)
> SS=rbind(SS1,SS2,SS3)
> #Tahap 1 selesai
> # Path Truncated Spline, Knot=Median=0.5
> f1n=rep(0:0,each=n)
> f2n=rep(0:0,each=n)
> f3n=rep(0:0,each=n)
> k1x1=0.5
> k1x2=0.5
> k1y1=0.5
> k1y2=0.5
> x1k1=rep(0:0,each=n)

```

```

> x2k1=rep(0:0,each=n)
> y1k1=rep(0:0,each=n)
> y2k1=rep(0:0,each=n)
>
> for (i in 1:n)
+ {
+ if (x1n[i]>=k1x1){
+ x1k1[i]=(x1n[i]-k1x1)}
+ if (x2n[i]>=k1x2){
+ x2k1[i]=(x2n[i]-k1x2)}
+ if (y1n[i]>=k1y1){
+ y1k1[i]=(y1n[i]-k1y1)}
+ if (y2n[i]>=k1y2){
+ y2k1[i]=(y2n[i]-k1y2)}
+ }
>
> xx1=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1)
> xx2=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1,y1n,y1k1,y2n,y2k1)
> m01=matrix(c(rep(0,n*5)),n,5)
> m02=matrix(c(rep(0,n*9)),n,9)
> xxx1=cbind(xx1,m01,m02)
> xxx2=cbind(m01,xx1,m02)
> xxx3=cbind(m01,m01,xx2)
> xxx=rbind(xxx1,xxx2,xxx3)
>
Btrunc=ginv(t(xxx)%*%ginv(SS)%*%xxx)%*%(t(xxx)%*%ginv(SS)%
*y)
> fn=xxx%*%Btrunc
> n3=n*3
> for (i in 1:n)
+ {
+ f1n[i]=fn[i]
+ f2n[i]=fn[i+n]
+ f3n[i]=fn[i+2*n]
+ }
> f1n=(f1n-min(f1n))/(max(f1n)-min(f1n))
> f2n=(f2n-min(f2n))/(max(f2n)-min(f2n))
> f3n=(f3n-min(f3n))/(max(f3n)-min(f3n))
> Er1=y1n-f1n
> Er2=y2n-f2n
> Er3=y3n-f3n
> Er1=cc*Er1
> Er2=cc*Er2
> Er3=cc*Er3

```

```

> f1n=y1n-Er1
> f2n=y2n-Er2
> f3n=y3n-Er3
> f1=y1-Er1
> f2=y2-Er2
> f3=y3-Er3
> GCV=(sqrt(sum(Er1^2)/n)+sqrt(sum(Er2^2)/n)+sqrt(sum(Er3^2)/n))/3
> R21=1-(sum(Er1^2)-n*mean(Er1)^2)/(sum(y1^2)-n*mean(y1)^2)
> R22=1-(sum(Er2^2)-n*mean(Er2)^2)/(sum(y2^2)-n*mean(y2)^2)
> R23=1-(sum(Er3^2)-n*mean(Er3)^2)/(sum(y3^2)-n*mean(y3)^2)
> R2=(R21+R22+R23)/3
> GCV
[1] 0.2988466
> R2
[1] 0.9561395
> Out=cbind(x1,x2,y1,f1,y2,f2,y3,f3)
> Out
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
[1,] 64.570 34.01 100.00 99.57916 5.51 5.025069 14.119 14.370382
[2,] 87.110 36.67 99.67 99.54127 5.31 5.329961 10.360 10.609767
[3,] 45.870 40.53 97.62 97.01273 5.03 4.702126 12.020 12.354422
[4,] 62.450 34.66 97.68 97.38249 5.21 4.811971  7.270  7.936568
[5,] 63.090 33.68 89.59 89.87053 5.10 4.718796  9.720 10.383395
[6,] 62.760 44.39 95.15 95.12559 5.08 4.890507 11.310 11.660872
[7,] 69.910 39.36 96.87 96.81440 5.56 5.224617 10.370 10.750558
[8,] 45.040 42.91 93.10 92.81427 5.02 4.730488  9.980 10.287321
[9,] 34.960 43.73 91.28 90.89844 5.23 4.834417  9.980 10.211149
[10,] 62.400 46.37 92.64 92.79314 5.84 5.454719  7.800  7.994109
[11,] 55.360 33.30 90.70 90.72293 5.09 4.661584 14.390 14.646846
[12,] 51.870 34.32 91.26 91.17487 5.43 4.903395 11.280 11.547496
[13,] 57.260 44.11 91.50 91.60892 4.47 4.422174 18.710 18.591135
[14,] 50.010 40.09 93.05 92.85594 5.79 5.257832  9.450  9.609030
[15,] 85.830 50.15 98.27 98.31719 6.05 6.036808  5.690  5.653895
[16,] 64.210 43.68 100.00 99.66168 5.85 5.437613 10.080 10.425999
[17,] 60.900 46.92 98.51 98.21502 5.43 5.161550  9.560  9.868454
[18,] 70.010 42.89 98.25 98.12929 5.39 5.167391 12.110 12.458394
[19,] 76.220 43.81 97.59 97.57508 5.10 5.093238 11.420 11.746801
[20,] 80.660 30.40 100.00 99.72500 5.25 5.044123 10.310 10.664563
[21,] 55.570 43.50 96.32 96.04647 5.26 4.967346 14.830 14.928015
[22,] 74.690 37.48 92.76 93.01896 4.41 4.463462 13.160 13.283677
[23,] 68.220 37.48 94.64 94.70790 5.16 4.871727 15.310 15.492218
[24,] 57.330 35.85 99.05 98.55187 5.50 5.012332 13.800 13.996106
[25,] 88.520 38.68 100.00 99.88138 5.97 5.864932 11.890 11.838940
[26,] 54.650 39.50 88.57 88.79252 4.26 4.183437 19.590 19.570009

```



[27,]	83.520	35.31	88.94	89.52606	4.51	4.665241	21.210	21.020499
[28,]	71.450	32.42	95.36	95.35294	5.46	5.052809	14.470	14.552510
[29,]	70.490	35.67	85.90	86.58915	3.58	3.757083	20.160	20.023707
[30,]	65.170	49.73	97.28	97.17978	5.42	5.213965	7.680	7.988124
[31,]	52.300	35.34	98.94	98.33054	5.83	5.209694	7.440	7.852713
[32,]	61.030	44.39	100.00	99.59247	5.72	5.336457	4.100	4.776347
[33,]	73.340	38.16	96.27	96.27506	5.94	5.539122	7.200	7.569670
[34,]	71.620	40.58	99.23	99.03500	5.54	5.266520	6.770	7.403724
[35,]	55.010	53.36	99.19	98.73850	5.80	5.474267	5.500	5.629323
[36,]	79.930	40.47	100.00	99.82339	5.96	5.724728	4.490	5.012052
[37,]	95.870	46.52	97.78	97.93745	6.20	6.292219	4.880	4.822841
[38,]	83.930	41.55	97.88	97.90068	6.50	6.207069	3.890	4.164209
[39,]	57.370	43.51	94.67	94.55426	3.05	3.404361	11.250	10.898768
[40,]	63.390	38.36	99.12	98.78018	6.45	5.769431	13.500	13.477882
[41,]	65.760	44.33	99.52	99.25331	5.42	5.148427	15.620	15.755013
[42,]	52.560	32.73	97.31	96.79484	5.67	5.048161	15.460	15.409019
[43,]	61.360	42.17	99.26	98.90381	5.52	5.167637	17.470	17.512572
[44,]	63.470	41.19	98.06	97.82665	5.38	5.061456	11.670	12.075321
[45,]	86.640	34.20	96.73	96.77985	5.06	5.096430	17.580	17.412682
[46,]	71.020	32.47	96.78	96.66892	5.28	4.917275	11.230	11.599636
[47,]	75.310	36.48	98.43	98.28195	5.72	5.389168	10.040	10.332218
[48,]	72.500	36.33	94.19	94.31602	5.47	5.153845	12.960	13.096691
[49,]	89.320	42.20	98.01	98.07593	5.79	5.818172	7.410	7.622751
[50,]	81.720	34.82	95.50	95.59965	5.41	5.261718	10.750	10.915409
[51,]	70.820	40.50	97.76	97.66128	5.98	5.562684	10.010	10.292815
[52,]	85.440	42.64	97.13	97.22543	5.75	5.719988	13.120	13.035862
[53,]	65.550	41.50	96.38	96.31610	5.83	5.399160	12.310	12.512395
[54,]	59.410	28.54	95.59	95.30818	4.41	4.110529	11.900	12.159531
[55,]	84.320	37.54	98.03	98.00175	5.89	5.705016	15.410	15.191340
[56,]	61.510	44.06	96.80	96.62901	5.72	5.334919	9.900	10.176793
[57,]	60.850	38.11	100.00	99.53769	3.24	3.465689	6.980	7.165750
[58,]	87.670	37.82	98.62	98.58271	5.85	5.746840	7.000	7.243178
[59,]	75.830	33.34	96.07	96.06125	5.40	5.112428	12.540	12.706130
[60,]	84.190	38.40	100.00	99.83983	5.79	5.647485	7.290	7.627975
[61,]	62.520	26.88	97.55	97.18225	5.13	4.609095	9.870	10.375527
[62,]	77.120	46.00	95.45	95.60338	5.77	5.615534	9.840	9.887928
[63,]	78.040	44.79	95.90	96.02498	5.72	5.582382	8.690	8.867070
[64,]	68.870	41.39	98.17	98.03407	5.76	5.384969	10.060	10.454078
[65,]	69.630	41.93	99.72	99.48655	5.70	5.367170	16.040	16.137891
[66,]	63.840	59.23	95.57	95.59781	5.51	5.391704	7.940	7.757816
[67,]	63.960	46.18	94.23	94.30494	5.22	5.019639	17.170	17.051016
[68,]	84.530	47.36	98.65	98.64782	5.46	5.556046	7.870	8.038768
[69,]	60.830	40.46	95.51	95.39016	5.75	5.296432	9.080	9.427900
[70,]	86.460	42.06	100.00	99.89821	5.84	5.795975	4.840	5.283696

```
[71,] 94.300 41.60 97.85 97.96586 6.52 6.423550 4.140 4.229891
[72,] 54.582 25.05 100.00 99.25981 5.69 4.929193 6.750 7.248756
[73,] 100.000 37.05 98.00 98.10868 5.87 5.985947 7.810 7.787028
```

```
> # Mencari k1 optimal
> n1=50
> Col_k1x1=rep(0:0,each=n1)
> Col_k1x2=rep(0:0,each=n1)
> Col_k1y1=rep(0:0,each=n1)
> Col_k1y2=rep(0:0,each=n1)
> Col_GCV=rep(0:0,each=n1)
>
> ih=0
> for (i1 in 1:3)
+ {
+ for (i2 in 1:3)
+ {
+ for (i3 in 1:3)
+ {
+ for (i4 in 1:3)
+ {
+ ih=ih+1
+ f1n=rep(0:0,each=n)
+ f2n=rep(0:0,each=n)
+ f3n=rep(0:0,each=n)
+ k1x1=0.1+i1/5
+ k1x2=0.1+i2/5
+ k1y1=0.1+i3/5
+ k1y2=0.1+i4/5
+
+ x1k1=rep(0:0,each=n)
+ x2k1=rep(0:0,each=n)
+ y1k1=rep(0:0,each=n)
+ y2k1=rep(0:0,each=n)
+
+ for (i in 1:n)
+ {
+ if (x1n[i]>=k1x1){
+ x1k1[i]=(x1n[i]-k1x1)
+ if (x2n[i]>=k1x2){
+ x2k1[i]=(x2n[i]-k1x2)
+ if (y1n[i]>=k1y1){
+ y1k1[i]=(y1n[i]-k1y1)
+ if (y2n[i]>=k1y2){
```

```

+ y2k1[i]=(y2n[i]-k1y2)
+ }
+
+ xx1=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1)
+ xx2=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1,y1n,y1k1,y2n,y2k1)
+ m01=matrix(c(rep(0,n*5)),n,5)
+ m02=matrix(c(rep(0,n*9)),n,9)
+ xxx1=cbind(xx1,m01,m02)
+ xxx2=cbind(m01,xx1,m02)
+ xxx3=cbind(m01,m01,xxx2)
+ xxx=rbind(xxx1,xxx2,xxx3)
+
Btrunc=ginv(t(xxx)%*%ginv(SS)%*%xxx)%*(t(xxx)%*%ginv(SS)%
*%y)
+ fn=xxx%*%Btrunc
+ n3=n*3
+ for (i in 1:n)
+ {
+ f1n[i]=fn[i]
+ f2n[i]=fn[i+n]
+ f3n[i]=fn[i+2*n]
+ }
+ f1n=(f1n-min(f1n))/(max(f1n)-min(f1n))
+ f2n=(f2n-min(f2n))/(max(f2n)-min(f2n))
+ f3n=(f3n-min(f3n))/(max(f3n)-min(f3n))
+ Er1=y1n-f1n
+ Er2=y2n-f2n
+ Er3=y3n-f3n
+ Er1=cc*Er1
+ Er2=cc*Er2
+ Er3=cc*Er3
+ f1n=y1n-Er1
+ f2n=y2n-Er2
+ f3n=y3n-Er3
+ f1=y1-Er1
+ f2=y2-Er2
+ f3=y3-Er3
+ GCV=(sqrt(sum(Er1^2)/n)+sqrt(sum(Er2^2)/n)+sqrt(sum(Er3^2)/n))/3
+ R21=1-(sum(Er1^2)-n*mean(Er1)^2)/(sum(y1^2)-n*mean(y1)^2)
+ R22=1-(sum(Er2^2)-n*mean(Er2)^2)/(sum(y2^2)-n*mean(y2)^2)
+ R23=1-(sum(Er3^2)-n*mean(Er3)^2)/(sum(y3^2)-n*mean(y3)^2)
+ R2=(R21+R22+R23)/3
+ GCV
+ R2

```

```

+
+ Col_k1x1[ih]=k1x1
+ Col_k1x2[ih]=k1x2
+ Col_k1y1[ih]=k1y1
+ Col_k1y2[ih]=k1y2
+ Col_GCV[ih]=GCV
+
+ if (ih==1)
+ {
+ k1x1.opt=k1x1
+ k1x2.opt=k1x2
+ k1y1.opt=k1y1
+ k1y2.opt=k1y2
+ GCV.min=GCV
+ }
+ if (ih>1)
+ {
+ if (GCV < GCV.min)
+ {
+ k1x1.opt=k1x1
+ k1x2.opt=k1x2
+ k1y1.opt=k1y1
+ k1y2.opt=k1y2
+ GCV.min=GCV
+ }
+ }
+ }
+ }
+ }
+ }
+ }
> Outsim=cbind(Col_k1x1,Col_k1x2,Col_k1y1,Col_k1y2,Col_GCV)
>
> Outsim
  Col_k1x1 Col_k1x2 Col_k1y1 Col_k1y2  Col_GCV
[1,]  0.3    0.3    0.3    0.3 0.2874411
[2,]  0.3    0.3    0.3    0.5 0.2984529
[3,]  0.3    0.3    0.3    0.7 0.2966868
[4,]  0.3    0.3    0.5    0.3 0.2856358
[5,]  0.3    0.3    0.5    0.5 0.2995726
[6,]  0.3    0.3    0.5    0.7 0.2971306
[7,]  0.3    0.3    0.7    0.3 0.2909923
    
```



[8,]	0.3	0.3	0.7	0.5	0.3016287
[9,]	0.3	0.3	0.7	0.7	0.2987960
[10,]	0.3	0.5	0.3	0.3	0.2492160
[11,]	0.3	0.5	0.3	0.5	0.2714989
[12,]	0.3	0.5	0.3	0.7	0.2700890
[13,]	0.3	0.5	0.5	0.3	0.2485321
[14,]	0.3	0.5	0.5	0.5	0.2685166
[15,]	0.3	0.5	0.5	0.7	0.2800817
[16,]	0.3	0.5	0.7	0.3	0.2550004
[17,]	0.3	0.5	0.7	0.5	0.2742546
[18,]	0.3	0.5	0.7	0.7	0.2814985
[19,]	0.3	0.7	0.3	0.3	0.2598222
[20,]	0.3	0.7	0.3	0.5	0.2785108
[21,]	0.3	0.7	0.3	0.7	0.2671481
[22,]	0.3	0.7	0.5	0.3	0.2567550
[23,]	0.3	0.7	0.5	0.5	0.2729099
[24,]	0.3	0.7	0.5	0.7	0.2781923
[25,]	0.3	0.7	0.7	0.3	0.2632441
[26,]	0.3	0.7	0.7	0.5	0.2705135
[27,]	0.3	0.7	0.7	0.7	0.2778640
[28,]	0.5	0.3	0.3	0.3	0.3331689
[29,]	0.5	0.3	0.3	0.5	0.3328740
[30,]	0.5	0.3	0.3	0.7	0.3247200
[31,]	0.5	0.3	0.5	0.3	0.3314122
[32,]	0.5	0.3	0.5	0.5	0.3356454
[33,]	0.5	0.3	0.5	0.7	0.3407946
[34,]	0.5	0.3	0.7	0.3	0.3384561
[35,]	0.5	0.3	0.7	0.5	0.3387686
[36,]	0.5	0.3	0.7	0.7	0.3434704
[37,]	0.5	0.5	0.3	0.3	0.2923106
[38,]	0.5	0.5	0.3	0.5	0.2989646
[39,]	0.5	0.5	0.3	0.7	0.2908628
[40,]	0.5	0.5	0.5	0.3	0.2894924
[41,]	0.5	0.5	0.5	0.5	0.2988466
[42,]	0.5	0.5	0.5	0.7	0.3071915
[43,]	0.5	0.5	0.7	0.3	0.2980657
[44,]	0.5	0.5	0.7	0.5	0.3045641
[45,]	0.5	0.5	0.7	0.7	0.3121507
[46,]	0.5	0.7	0.3	0.3	0.3053119
[47,]	0.5	0.7	0.3	0.5	0.2992786
[48,]	0.5	0.7	0.3	0.7	0.2921067
[49,]	0.5	0.7	0.5	0.3	0.3030370
[50,]	0.5	0.7	0.5	0.5	0.2976276
[51,]	0.5	0.7	0.5	0.7	0.3065232



```
[52.] 0.5 0.7 0.7 0.3 0.3014278
[53.] 0.5 0.7 0.7 0.5 0.3017911
[54.] 0.5 0.7 0.7 0.7 0.3101196
[55.] 0.7 0.3 0.3 0.3 0.3538576
[56.] 0.7 0.3 0.3 0.5 0.3596069
[57.] 0.7 0.3 0.3 0.7 0.3513015
[58.] 0.7 0.3 0.5 0.3 0.3544572
[59.] 0.7 0.3 0.5 0.5 0.3717900
[60.] 0.7 0.3 0.5 0.7 0.3666584
[61.] 0.7 0.3 0.7 0.3 0.3635894
[62.] 0.7 0.3 0.7 0.5 0.3734209
[63.] 0.7 0.3 0.7 0.7 0.3704337
[64.] 0.7 0.5 0.3 0.3 0.3200466
[65.] 0.7 0.5 0.3 0.5 0.3322561
[66.] 0.7 0.5 0.3 0.7 0.3237857
[67.] 0.7 0.5 0.5 0.3 0.3184015
[68.] 0.7 0.5 0.5 0.5 0.3452546
[69.] 0.7 0.5 0.5 0.7 0.3517329
[70.] 0.7 0.5 0.7 0.3 0.3317431
[71.] 0.7 0.5 0.7 0.5 0.3561361
[72.] 0.7 0.5 0.7 0.7 0.3572483
[73.] 0.7 0.7 0.3 0.3 0.3332525
[74.] 0.7 0.7 0.3 0.5 0.3303225
[75.] 0.7 0.7 0.3 0.7 0.3251947
[76.] 0.7 0.7 0.5 0.3 0.3302424
[77.] 0.7 0.7 0.5 0.5 0.3423521
[78.] 0.7 0.7 0.5 0.7 0.3506787
[79.] 0.7 0.7 0.7 0.3 0.3314097
[80.] 0.7 0.7 0.7 0.5 0.3512624
[81.] 0.7 0.7 0.7 0.7 0.3578637
> k1x1.opt
[1] 0.3
> k1x2.opt
[1] 0.5
> k1y1.opt
[1] 0.5
> k1y2.opt
[1] 0.3
> GCV.min
[1] 0.2485321
>
> # k1 optimal
> fln=rep(0:0,each=n)
```

```

> f2n=rep(0:0,each=n)
> f3n=rep(0:0,each=n)
> k1x1=k1x1.opt
> k1x2=k1x2.opt
> k1y1=k1y1.opt
> k1y2=k1y2.opt
>
> x1k1=rep(0:0,each=n)
> x2k1=rep(0:0,each=n)
> y1k1=rep(0:0,each=n)
> y2k1=rep(0:0,each=n)
>
> for (i in 1:n)
+ {
+ if (x1n[i]>=k1x1){
+ x1k1[i]=(x1n[i]-k1x1)}
+ if (x2n[i]>=k1x2){
+ x2k1[i]=(x2n[i]-k1x2)}
+ if (y1n[i]>=k1y1){
+ y1k1[i]=(y1n[i]-k1y1)}
+ if (y2n[i]>=k1y2){
+ y2k1[i]=(y2n[i]-k1y2)}
+ }
>
> xx1=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1)
> xx2=cbind(x0,x1n,x1k1,x2n,x2k1,y1n,y1k1,y2n,y2k1)
> m01=matrix(c(rep(0,n*5)),n,5)
> m02=matrix(c(rep(0,n*9)),n,9)
> xxx1=cbind(xx1,m01,m02)
> xxx2=cbind(m01,xx1,m02)
> xxx3=cbind(m01,m01,xx2)
> xxx=rbind(xxx1,xxx2,xxx3)
>
Btrunc=ginv(t(xxx)%*%ginv(SS)%*%xxx)%*%(t(xxx)%*%ginv(SS)%
*%y)
> fn=xxx%*%Btrunc
> n3=n*3
> for (i in 1:n)
+ {
+ f1n[i]=fn[i]
+ f2n[i]=fn[i+n]
+ f3n[i]=fn[i+2*n]
+ }
> f1n=(f1n-min(f1n))/(max(f1n)-min(f1n))

```

```

> f2n=(f2n-min(f2n))/(max(f2n)-min(f2n))
> f3n=(f3n-min(f3n))/(max(f3n)-min(f3n))
> Er1=y1n-f1n
> Er2=y2n-f2n
> Er3=y3n-f3n
> Er1=cc*Er1
> Er2=cc*Er2
> Er3=cc*Er3
> fln=y1n-Er1
> f2n=y2n-Er2
> f3n=y3n-Er3
> fl=y1-Er1
> f2=y2-Er2
> f3=y3-Er3
> GCV=(sqrt(sum(Er1^2)/n)+sqrt(sum(Er2^2)/n)+sqrt(sum(Er3^2)/n))/3
> R21=1-(sum(Er1^2)-n*mean(Er1)^2)/(sum(y1^2)-n*mean(y1)^2)
> R22=1-(sum(Er2^2)-n*mean(Er2)^2)/(sum(y2^2)-n*mean(y2)^2)
> R23=1-(sum(Er3^2)-n*mean(Er3)^2)/(sum(y3^2)-n*mean(y3)^2)
> R2=(R21+R22+R23)/3
> GCV
[1] 0.2485321
> R2
[1] 0.9572439
> Out=cbind(x1,x2,y1,f1,y2,f2,y3,f3)
> Out
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]
[1,] 64.570 34.01 100.00 99.65328 5.51 5.105879 14.119 14.165505
[2,] 87.110 36.67 99.67 99.56174 5.31 5.366156 10.360 10.496472
[3,] 45.870 40.53 97.62 97.13823 5.03 4.771638 12.020 12.199123
[4,] 62.450 34.66 97.68 97.48714 5.21 4.869086  7.270  7.750381
[5,] 63.090 33.68 89.59 89.96581 5.10 4.785074  9.720 10.069560
[6,] 62.760 44.39 95.15 95.21900 5.08 4.935872 11.310 11.497615
[7,] 69.910 39.36 96.87 96.84627 5.56 5.313525 10.370 10.548219
[8,] 45.040 42.91 93.10 92.92815 5.02 4.807960  9.980 10.153435
[9,] 34.960 43.73 91.28 90.89844 5.23 5.042724  9.980  9.930334
[10,] 62.400 46.37 92.64 92.88450 5.84 5.500045  7.800  7.922409
[11,] 55.360 33.30 90.70 90.92898 5.09 4.648517 14.390 14.500190
[12,] 51.870 34.32 91.26 91.36522 5.43 4.911863 11.280 11.443881
[13,] 57.260 44.11 91.50 91.78221 4.47 4.409868 18.710 18.652175
[14,] 50.010 40.09 93.05 93.02690 5.79 5.275366  9.450  9.595734
[15,] 85.830 50.15 98.27 98.31033 6.05 6.078390  5.690  5.668641
[16,] 64.210 43.68 100.00 99.73688 5.85 5.496717 10.080 10.284472
[17,] 60.900 46.92 98.51 98.32588 5.43 5.192319  9.560  9.767295
[18,] 70.010 42.89 98.25 98.15888 5.39 5.250227 12.110 12.242658

```



[19,]	76.220	43.81	97.59	97.59739	5.10	5.156272	11.420	11.559840
[20,]	80.660	30.40	100.00	99.74838	5.25	5.118747	10.310	10.482183
[21,]	55.570	43.50	96.32	96.24621	5.26	4.936338	14.830	14.888080
[22,]	74.690	37.48	92.76	93.04744	4.41	4.540624	13.160	13.301782
[23,]	68.220	37.48	94.64	94.74048	5.16	4.971312	15.310	15.246010
[24,]	57.330	35.85	99.05	98.73015	5.50	5.013196	13.800	13.916726
[25,]	88.520	38.68	100.00	99.90134	5.97	5.891088	11.890	11.802927
[26,]	54.650	39.50	88.57	89.00991	4.26	4.147096	19.590	19.683533
[27,]	83.520	35.31	88.94	89.54855	4.51	4.717365	21.210	20.889223
[28,]	71.450	32.42	95.36	95.38253	5.46	5.154173	14.470	14.347436
[29,]	70.490	35.67	85.90	86.61996	3.58	3.853442	20.160	19.756878
[30,]	65.170	49.73	97.28	97.21918	5.42	5.294355	7.680	7.839746
[31,]	52.300	35.34	98.94	98.52581	5.83	5.210030	7.440	7.828336
[32,]	61.030	44.39	100.00	99.71069	5.72	5.363847	4.100	4.678284
[33,]	73.340	38.16	96.27	96.30453	5.94	5.619220	7.200	7.431880
[34,]	71.620	40.58	99.23	99.06600	5.54	5.346374	6.770	7.202532
[35,]	55.010	53.36	99.19	98.91037	5.80	5.455874	5.500	5.695587
[36,]	79.930	40.47	100.00	99.84911	5.96	5.776065	4.490	4.911897
[37,]	95.870	46.52	97.78	97.93745	6.20	6.292219	4.880	4.910601
[38,]	83.930	41.55	97.88	97.92408	6.50	6.241774	3.890	4.160815
[39,]	57.370	43.51	94.67	94.72815	3.05	3.392076	11.250	10.852379
[40,]	63.390	38.36	99.12	98.87204	6.45	5.826827	13.500	13.396615
[41,]	65.760	44.33	99.52	99.30392	5.42	5.224852	15.620	15.552694
[42,]	52.560	32.73	97.31	96.99248	5.67	5.051854	15.460	15.375574
[43,]	61.360	42.17	99.26	99.02538	5.52	5.194305	17.470	17.380115
[44,]	63.470	41.19	98.06	97.91789	5.38	5.112428	11.670	11.899154
[45,]	86.640	34.20	96.73	96.80016	5.06	5.140587	17.580	17.282230
[46,]	71.020	32.47	96.78	96.69879	5.28	5.020001	11.230	11.366311
[47,]	75.310	36.48	98.43	98.30985	5.72	5.466746	10.040	10.173765
[48,]	72.500	36.33	94.19	94.34568	5.47	5.241546	12.960	12.914086
[49,]	89.320	42.20	98.01	98.09581	5.79	5.832796	7.410	7.592570
[50,]	81.720	34.82	95.50	95.62318	5.41	5.321336	10.750	10.788632
[51,]	70.820	40.50	97.76	97.69278	5.98	5.645516	10.010	10.135927
[52,]	85.440	42.64	97.13	97.24616	5.75	5.748881	13.120	12.979026
[53,]	65.550	41.50	96.38	96.37757	5.83	5.470949	12.310	12.355597
[54,]	59.410	28.54	95.59	95.45527	4.41	4.151748	11.900	12.230408
[55,]	84.320	37.54	98.03	98.02415	5.89	5.748650	15.410	15.123256
[56,]	61.510	44.06	96.80	96.74154	5.72	5.366679	9.900	10.085711
[57,]	60.850	38.11	100.00	99.66592	3.24	3.497334	6.980	7.092069
[58,]	87.670	37.82	98.62	98.60304	5.85	5.778146	7.000	7.194535
[59,]	75.830	33.34	96.07	96.08824	5.40	5.196253	12.540	12.527071
[60,]	84.190	38.40	100.00	99.86247	5.79	5.689365	7.290	7.540376
[61,]	62.520	26.88	97.55	97.28444	5.13	4.686884	9.870	10.166701
[62,]	77.120	46.00	95.45	95.61714	5.77	5.679543	9.840	9.797737



[63.]	78.040	44.79	95.90	96.04257	5.72	5.640941	8.690	8.769462
[64.]	68.870	41.39	98.17	98.06697	5.76	5.472278	10.060	10.260129
[65.]	69.630	41.93	99.72	99.51907	5.70	5.450459	16.040	15.936831
[66.]	63.840	59.23	95.57	95.62170	5.51	5.476034	7.940	7.706166
[67.]	63.960	46.18	94.23	94.37462	5.22	5.080820	17.170	16.897468
[68.]	84.530	47.36	98.65	98.65194	5.46	5.596918	7.870	7.967076
[69.]	60.830	40.46	95.51	95.51912	5.75	5.321844	9.080	9.342926
[70.]	86.460	42.06	100.00	99.92010	5.84	5.820604	4.840	5.225304
[71.]	94.300	41.60	97.85	97.98270	6.52	6.422187	4.140	4.308947
[72.]	54.582	25.05	100.00	99.47547	5.69	4.929193	6.750	7.207790
[73.]	100.000	37.05	98.00	98.12106	5.87	5.976495	7.810	7.837586

