

**OPTIMALISASI PERSEDIAAN BARANG
KOMPLEMENTER DAN SUBSTITUSI DUA PRODUK
MENGUNAKAN METODE *EOQ*
(Studi Kasus: KPRI Universitas Brawijaya)**

SKRIPSI

oleh :
TUHFATUR ROSYIDA
155090407111026



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU DAN PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2019**

**OPTIMALISASI PERSEDIAAN BARANG
KOMPLEMENTER DAN SUBSTITUSI DUA PRODUK
MENGUNAKAN METODE *EOQ*
(Studi Kasus: KPRI Universitas Brawijaya)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika

oleh :
TUHFATUR ROSYIDA
155090407111026



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS ILMU DAN PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2019**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**OPTIMALISASI PERSEDIAAN BARANG
KOMPLEMENTER DAN SUBSTITUSI DUA PRODUK
MENGUNAKAN METODE *EOQ*
(Studi Kasus: KPRI Universitas Brawijaya)**

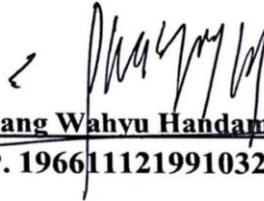
oleh

Tuhfatur Rosyida

155090407111026

**Setelah dipertahankan di depan majelis penguji
pada tanggal 27 Juni 2019
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika**

Pembimbing



Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si

NIP. 196611121991032001



Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.

NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Tuhfatur Rosyida
NIM : 155090407111026
Jurusan : Matematika
Penulis Skripsi berjudul : Optimalisasi Persediaan Barang
Komplementer dan Substitusi Dua
Produk menggunakan Metode
EOQ
(Studi Kasus: KPRI Universitas
Brawijaya)

dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi yang saya buat adalah hasil dari pemikiran saya, bukan hasil menjiplak dari tulisan orang lain. Rujukan-rujukan yang tercantum pada Daftar Pustaka hanya digunakan sebagai acuan.
2. Apabila di kemudian hari skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko akibat dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 27 Juni 2019
yang menyatakan,



Tuhfatur Rosyida
NIM. 155090407111026

**OPTIMALISASI PERSEDIAAN BARANG
KOMPLEMENTER DAN SUBSTITUSI DUA PRODUK
MENGUNAKAN METODE *EOQ*
(Studi Kasus: KPRI Universitas Brawijaya)**

ABSTRAK

Substitusi antar produk merupakan salah satu cara alternatif yang bisa digunakan perusahaan untuk menekan biaya persediaan agar menjadi lebih minimum. Oleh karena itu, pada penelitian ini dibahas konstruksi ulang model *Economic Order Quantity* (EOQ) konvensional menjadi model EOQ pada produk komplementer dan substitusi untuk dua produk. Pada penelitian ini, konstruksi ulang model dikaji untuk dua kasus, kasus pertama ketika produk 2 menjadi produk substitusi dan kasus kedua ketika produk 1 yang merupakan produk komplementer menjadi produk substitusi. Dengan mengoptimalkan kuantitas pemesanan untuk dua produk, kemudian akan dipilih total biaya persediaan yang paling minimum dari kedua kasus tersebut. Untuk memverifikasi model tersebut, dilakukan perhitungan dengan menggunakan data pada KPRI Universitas Brawijaya. Berdasarkan hasil yang didapatkan, model EOQ pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk menghasilkan kuantitas pemesanan optimal untuk produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) sebesar 252 *pcs* dan produk 2 (Rinso Molto) sebesar 53 *pcs*. Biaya persediaan yang dihasilkan model EOQ pada produk komplementer dan substitusi untuk dua produk sebesar Rp. 285.239,961, sedangkan biaya persediaan yang dihasilkan model EOQ pada dua produk komplementer tanpa substitusi sebesar Rp. 1.566.983,486.

Kata Kunci: *Economic Order Quantity* (EOQ), Produk Komplementer dan Substitusi

**OPTIMIZATION OF JOINT COMPLEMENTARY AND
SUBSTITUTION ITEMS INVENTORY FOR TWO
PRODUCTS BY THE METHOD OF EOQ
(Case Study: KPRI Universitas Brawijaya)**

ABSTRACT

Substitution between products is an alternative way that can be used to minimize inventory costs. Therefore, this study discusses the re-construction of conventional Economic Order Quantity (EOQ) model into an EOQ model on joint complementary items and substitution for two products. In this study, the re-construction of the model was examined for two cases, the first case when product 2 became a substitute and the second case when product 1 which is a complementary product became a substitute. By optimizing the order quantities for two products, the minimum inventory cost will be chosen from the two cases. To verify the model, calculations are made using data at KPRI Universitas Brawijaya. Based on the results obtained, the EOQ model on joint complementary and substitution items for two products produces optimal order quantities for product 1 (Rinso Anti Noda and Molto All In One) are 252 pcs and product 2 (Rinso Molto) are 53 pcs. The total inventory cost generated by the EOQ model on joint complementary and substitution items for two products is Rp. 285.239,961 while the total inventory cost generated by the EOQ model on two complementary products without substitution is Rp. 1.566.983,486.

Keywords: Economic Order Quantity (EOQ), Complementary and Substitution Products

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena atas rahmat dan ridho-Nya penulis diberikan kemudahan dan kelancaran dalam menyelesaikan menyelesaikan skripsi yang berjudul “Optimalisasi Persediaan Barang Komplementer dan Substitusi Dua Produk Menggunakan Metode EOQ (Studi Kasus: KPRI Universitas Brawijaya).

Penyusunan skripsi ini tentunya tidak terlepas dari dukungan, bimbingan, serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada:

1. Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan saran dan motivasi, serta membimbing dengan sabar selama proses penyusunan hingga skripsi ini dapat diselesaikan.
2. Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes. dan Mila Kurniawaty, S.Si., M.Si., Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritik kepada penulis hingga skripsi ini dapat diselesaikan.
3. Indah Yanti, S.Si., M.Si. selaku dosen Penasihat Akademik yang telah memberikan saran dalam masa perkuliahan.
4. Ratno Bagus Edy Wibowo, S. Si., M. Si., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika, Dr. Isnani Darti, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Matematika dan Bapak/Ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf MIPA atas segala bantuan yang telah diberikan.
5. Orang tua, kakak, dan adik saya yang selalu memotivasi untuk lulus dengan tepat waktu.
6. Seluruh teman-teman dekat saya dan teman-teman dari Jurusan Matematika.
7. Semua pihak yang tidak dapat dituliskan satu-persatu, yang telah membantu dalam proses pengerjaan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan.Oleh karena itu, saran dan kritik yang bersifat membangun sangat penulis harapkan guna perbaikan lebih lanjut.

Kritik dan saran dapat disampaikan melalui email
tuhfaturrosyida@yahoo.co.id

Malang, 27 Juni 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI	Error! Bookmark not defined.
LEMBAR PERNYATAAN	Error! Bookmark not defined.
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Asumsi Masalah	3
1.5 Tujuan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persediaan.....	5
2.1.1 Pengertian Persediaan.....	5
2.1.2 Jenis-Jenis Persediaan.....	5
2.1.3 Fungsi Persediaan	6
2.1.4 Faktor-Faktor yang Menentukan Persediaan.....	6
2.2 Pengendalian Persediaan	7
2.2.1 Pengertian Pengendalian Persediaan.....	7
2.2.2 Tujuan Pengendalian Persediaan	7
2.3 <i>Economic Order Quantity</i>	8
2.3.1 Pengertian <i>Economic Order Quantity</i> (EOQ).....	8
2.3.2 Asumsi <i>Economic Order Quantity</i> (EOQ).....	8
2.3.3 <i>Total Inventory Cost</i> (TIC)	10
2.3.4 <i>EOQ Multi-Item</i>	11

BAB III METODE PENELITIAN	13
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	13
3.2 Sumber Data	13
3.3 Metode Pengumpulan Data.....	14
3.4 Langkah-Langkah Penelitian	14
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Gambaran Umum KPRI Universitas Brawijaya.....	21
4.1.1 Visi, Misi dan Tujuan KPRI Universitas Brawijaya	21
4.1.2 Struktur Organisasi KPRI Universitas Brawijaya	22
4.2 Data Penelitian.....	23
4.2.1 Data Penjualan Barang	23
4.2.2 Kuantitas dan Frekuensi Pemesanan Barang.....	23
4.2.3 Biaya Pemesanan	25
4.2.4 Biaya Penyimpanan	25
4.3 Kontruksi Ulang Model dan Analisis EOQ.....	26
4.3.1 Kasus 1: $T_1 \leq T_2$	26
4.3.2 Kasus 2: $T_1 \geq T_2$	33
4.4 Perhitungan TCU Kasus 1 dan Kasus 2 Model EOQ pada Barang Komplementer dan Substitusi untuk Dua Produk ...	39
4.4.1 Kasus 1	39
4.4.2 Kasus 2	40
4.4.3 Perbandingan TCU_1 dan TCU_2	40
4.5 Perhitungan TCU untuk Model EOQ pada Dua Produk Komplementer Tanpa Substitusi	40
4.6 Perbandingan Total Biaya Persediaan Model EOQ pada Barang Komplementer Dua Produk dengan Substitusi dan Tanpa Substitusi.....	44
BAB V KESIMPULAN	45
DAFTAR PUSTAKA	47

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik Siklus Persediaan EOQ Konvensional	8
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	17
Gambar 3.2	Diagram Analisis Data	18
Gambar 4.1	Struktur Organisasi.....	23
Gambar 4.2	Grafik Siklus Persediaan $T_1 \leq T_2$	27
Gambar 4.3	Grafik Siklus Persediaan $T_1 \geq T_2$	33
Gambar 4.4	Grafik Siklus Persediaan Produk 1	40
Gambar 4.5	Grafik Siklus Persediaan Produk 2	41

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Tabel Data Penelitian.....	15
Tabel 4.1	Tabel Penjualan Barang.....	24
Tabel 4.2	Tabel Pemesanan Rinso Anti Noda.....	24
Tabel 4.3	Tabel Pemesanan Molto All In One.....	25
Tabel 4.4	Tabel Pemesanan Rinso Molto.....	25
Tabel 4.5	Tabel Harga Penjualan Pokok.....	26
Tabel 4.6	Tabel Data Metode EOQ.....	27

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Turunan TCU_1 Terhadap q_1 (Kasus 1)	49
Lampiran 2 Mencari Nilai q_1 (Kasus 1)	51
Lampiran 3 Turunan TCU_1 Terhadap Q_2 (Kasus 1)	53
Lampiran 4 Mencari Nilai Q_2 (Kasus 1)	55
Lampiran 5 Turunan TCU_2 Terhadap q_1 (Kasus 2)	57
Lampiran 6 Mencari Nilai q_1 (Kasus 2)	59
Lampiran 7 Turunan TCU_2 Terhadap Q_2 (Kasus 2)	61
Lampiran 8 Mencari Nilai Q_2 (Kasus 2)	63
Lampiran 9 Turunan TCU Terhadap T dan Mencari T Optimal	65
Lampiran 10 Surat Keterangan Pengambilan Data	67

DAFTAR SIMBOL

A_1	= Biaya pemesanan produk 1 (<i>Setup Cost</i>)
A_2	= Biaya pemesanan produk 2 (<i>Setup Cost</i>)
h_1	= Biaya Penyimpanan produk 1 (<i>Holding Cost</i>)
h_2	= Biaya penyimpanan produk 2 (<i>Holding Cost</i>)
D_1	= Jumlah permintaan produk 1
D_2	= Jumlah permintaan produk 2
a_1	= Tingkat penjualan produk 1
a_2	= Tingkat penjualan produk 2
t	= Interval waktu saat substitusi terjadi
q_1	= Kuantitas komponen α produk 1
q_2	= Kuantitas komponen β produk 1
Q_2	= Kuantitas produk 2
TC_{11}	= Total biaya persediaan produk 1 pada kasus 1
TC_{12}	= Total biaya persediaan produk 1 pada kasus 2
TC_{21}	= Total biaya persediaan produk 2 pada kasus 1
TC_{22}	= Total biaya persediaan produk 2 pada kasus 2
TC_1	= Total biaya persediaan per siklus periode pada kasus 1
TC_2	= Total biaya persediaan per siklus periode pada kasus 2
TCU_1	= Total biaya persediaan per satu kali pemesanan pada kasus 1
TCU_2	= Total biaya persediaan per satu kali pemesanan pada kasus 2
TCU	= Total biaya persediaan per satu kali pemesanan

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Bertambah pesatnya dunia usaha telah membawa pengaruh besar terhadap perkembangan ekonomi di Indonesia. Hal itu dibuktikan dengan semakin ketatnya persaingan dalam dunia usaha sehingga mengharuskan setiap perusahaan untuk meningkatkan efisiensi terutama dalam pengendalian kuantitas persediaan. Oleh karena persediaan merupakan kekayaan perusahaan yang memiliki peranan penting dalam operasi bisnis, maka perusahaan perlu melakukan manajemen persediaan proaktif, artinya perusahaan harus mampu mengantisipasi keadaan maupun tantangan yang ada dalam manajemen persediaan untuk mencapai sasaran akhir dalam manajemen persediaan, yaitu untuk meminimasi total biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan untuk penanganan persediaan (Yamit, 2002).

Dalam dunia nyata, substitusi dapat terjadi dalam hal persediaan produk. Secara umum, substitusi dapat didefinisikan sebagai penggunaan satu produk untuk memenuhi permintaan produk yang berbeda dalam kategori khusus. Kategori khusus yang dimaksud mengacu pada produk-produk yang homogen atau serupa dalam hal seperti warna, ukuran, dan kegunaannya (Shin et al., 2015). Selain itu, fenomena lain yang terjadi dalam dunia nyata adalah barang komplementer. Barang-barang komplementer adalah barang-barang yang dikonsumsi bersama. Pembelian barang-barang komplementer ada karena pelanggan ingin mendapatkan manfaat/kegunaan suatu produk secara utuh (Mokhtari, 2018). Adapun hubungan antara barang substitusi dan barang komplementer dalam penelitian ini diilustrasikan seperti berikut, saat pelanggan membeli kopi maka pelanggan membutuhkan gula, sehingga pelanggan akan membeli kopi dan gula. Ketika salah satu barang diantara kopi atau gula habis, maka pelanggan dapat membeli kopi *sachet* yang sudah mengandung gula. Sehingga terjadilah proses substitusi.

Dalam sebuah usaha, tentu saja perusahaan harus memiliki metode dalam hal pengendalian persediaan. Dalam skripsi ini akan digunakan metode *Economic Order Quantity* (EOQ). Metode ini

bertujuan untuk menghitung kuantitas pesanan yang optimal sehingga meminimalkan total biaya, yang termasuk biaya penyimpanan dan biaya proses pemesanan (Mokhtari, 2018). Skripsi ini mengkaji kembali jurnal (Mokhtari, 2018) yang membahas model *Economic Order Quantity* (EOQ) dalam menentukan kuantitas optimal untuk barang komplementer dan substitusi. Pada penelitian terdahulu telah dibahas penelitian oleh (Zhang et al., 2010) membahas model EOQ dua produk di bawah situasi substitusi dengan *backordering* parsial yang diizinkan. Dalam penelitian tersebut (Zhang et al., 2010) membahas kasus untuk kekosongan persediaan karena backorder dapat diganti dengan persediaan barang lain yang serupa. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh (Chen et al., 2010) membahas masalah layanan pelanggan untuk mencapai keputusan inventaris optimal untuk dua produk substitusi.

Penelitian dalam skripsi ini merupakan masalah penting untuk dibahas karena efek substitusi pada persediaan produk dapat meningkatkan ketersediaan produk dan lebih meningkatkan respon cepat dari sistem persediaan dan gudang untuk permintaan pasar (Mokhtari, 2018). Untuk lebih memahami jurnal (Mokhtari, 2018), maka akan dilakukan penelitian pada studi kasus Koperasi Pegawai Republik Indonesia Universitas Brawijaya. Penelitian ini akan melibatkan dua produk, dimana produk 1 terdiri dari dua komponen komplementer.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, adapun pokok permasalahan yang dikaji dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana konstruksi ulang model *Economic Order Quantity* (EOQ) pada barang substitusi dan komplementer untuk dua produk?
2. Bagaimana hasil perhitungan total biaya dan kuantitas pesanan optimal model *Economic Order Quantity* (EOQ) pada barang komplementer dan substitusi dua produk untuk dua kasus pada studi kasus KPRI Universitas Brawijaya?
3. Bagaimana perbandingan total biaya model *EOQ* yang paling minimum dari dua kasus pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk dengan total biaya dari model

EOQ pada barang komplementer tanpa ada substitusi untuk dua produk?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penulisan skripsi ini, untuk menghindari permasalahan yang dibahas tidak keluar dari batasannya, maka diberikan beberapa batasan masalah. Batasan masalah yang digunakan diantaranya sebagai berikut:

1. Sistem persediaan melibatkan dua produk yang tahan lama,
2. Produk yang diteliti merupakan produk yang dapat disubstitusi.

1.4 Asumsi Masalah

Adapun asumsi masalah yang digunakan diantaranya sebagai berikut:

1. Sistem persediaan melibatkan dua produk dan kekurangan produk tidak diperbolehkan.
2. Ada dua komponen pelengkap untuk produk 1.
3. Permintaan bersifat deterministik dan konstan.
4. *Lead time* diasumsikan nol.
5. Biaya *setup* ditetapkan dan dikeluarkan per siklus.
6. Substitusi adalah satu-ke-satu di antara produk.
7. Permintaan satu produk dapat sepenuhnya digantikan oleh produk lain.
8. Substitusi hanya terjadi dalam kondisi *stock-out* (kondisi kosong) tidak dalam kondisi *stock-in* (kondisi normal).
9. Setiap komponen dari produk 1 selalu dibeli secara bersama oleh konsumen.
10. Ketika salah satu komponen produk 1 mengalami kekosongan persediaan, maka produk 1 akan langsung tersubstitusi oleh produk 2.

1.5 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui konstruksi ulang model *Economic Order Quantity* (EOQ) pada barang substitusi dan komplementer untuk dua produk.
2. Mengetahui hasil perhitungan total biaya dan kuantitas pesanan optimal model *Economic Order Quantity* (EOQ)

- pada barang komplementer dan substitusi dua produk untuk dua kasus pada studi kasus KPRI Universitas Brawijaya.
3. Mengetahui perbandingan total biaya model EOQ yang paling minimum dari dua kasus pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk dengan total biaya dari model EOQ pada barang komplementer tanpa ada substitusi untuk dua produk.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

2.1.1 Pengertian Persediaan

Persediaan adalah suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan yang dimaksud untuk dijual dalam satu periode usaha yang normal atau persediaan barang baku yang menunggu penggunaannya dalam suatu proses produksi.

Sofjan Assauri (2008 : 237)

2.1.2 Jenis-Jenis Persediaan

Adapun jenis-jenis persediaan, yaitu:

1. Persediaan Bahan Mentah (*Raw-Material Inventory*)

Persediaan bahan mentah adalah persediaan yang telah dibeli, tetapi belum diproses. Persediaan ini dapat digunakan untuk memisahkan (yaitu, menyaring) pemasok dari proses produksi. Meskipun demikian, pendekatan yang lebih disukai adalah menghapus variabilitas pemasok dalam kualitas, jumlah, atau waktu pengiriman sehingga tidak diperlukan pemisahan.

2. Persediaan Barang dalam Proses (*Work-in-Process Inventory*)

Persediaan barang dalam proses adalah persediaan dalam bentuk bahan mentah yang telah melewati beberapa proses perubahan, tetapi belum selesai. WIP itu ada karena untuk membuat produk diperlukan waktu (disebut juga waktu siklus). Mengurangi waktu siklus akan mengurangi waktu persediaan WIP.

3. Persediaan untuk Pemeliharaan/Perbaikan/Operasi (*Maintenance/Repair/Operating Inventory*)

Persediaan MRO adalah persediaan yang disediakan untuk perlengkapan pemeliharaan/perbaikan/operasi (*maintenance/repair/operating*). Persediaan MRO ini dibutuhkan untuk menjaga agar mesin dan proses tetap produktif. MRO ada karena kebutuhan dan waktu untuk pemeliharaan dan perbaikan dari beberapa peralatan tidak dapat diketahui. Walaupun permintaan untuk MRO ini sering

kali merupakan fungsi dari jadwal pemeliharaan, permintaan MRO lain yang tidak terjadwal harus diantisipasi.

4. Persediaan Barang Jadi (*Finish-Good Inventory*)

Persediaan barang jadi adalah persediaan yang telah selesai dan tinggal menunggu pengiriman. Barang jadi dapat dimasukkan ke persediaan karena permintaan pelanggan pada masa mendatang tidak diketahui.

Heizer dan Render (2015:554)

2.1.3 Fungsi Persediaan

1. Fungsi *Decoupling*

Fungsi *Decoupling* adalah fungsi persediaan yang memungkinkan perusahaan dapat memenuhi permintaan pelanggan tanpa tergantung pada *supplier*.

2. Fungsi *Economic Lot Sizing*

Persediaan *Lot Size* ini perlu mempertimbangkan penghematan atau potongan pembelian, biaya pengangkutan per unit menjadi lebih murah dan sebagainya. Hal ini disebabkan perusahaan melakukan pembelian dalam kuantitas yang lebih besar dibandingkan biaya-biaya yang timbul karena besarnya persediaan persediaan (biaya sewa gudang, investasi, risiko).

3. Fungsi Antisipasi

Fungsi Antisipasi digunakan apabila perusahaan menghadapi fluktuasi permintaan yang dapat diperkirakan dan diramalkan berdasar pengalaman atau data-data masa lalu, yaitu persediaan musiman (*seasonal inventories*).

Di samping itu, perusahaan juga sering menghadapi ketidakpastian jangka waktu pengiriman dan permintaan barang-barang selama periode tertentu. Dalam hal ini perusahaan memerlukan persediaan ekstra yang disebut persediaan pengaman (*safety stock/inventories*).

Freddy Rangkuty (2004:15-16)

2.1.4 Faktor-Faktor yang Menentukan Persediaan

Salah satu masalah yang ada di perusahaan adalah bagaimana menentukan persediaan yang optimal. Ada perbedaan faktor yang menentukan persediaan untuk barang baku dan barang jadi.

Besar kecilnya persediaan bahan baku dan bahan penolong dipengaruhi oleh faktor:

1. Volume atau jumlah yang dibutuhkan, yaitu yang dimaksudkan untuk menjaga kelangsungan (kontinuitas) proses produksi. Semakin banyak jumlah bahan baku yang dibutuhkan, maka akan semakin besar tingkat persediaan bahan baku. Volume produksi yang direncanakan, hal ini ditentukan oleh penjualan terdahulu dan ramalan penjualan. Semakin tinggi volume produksi yang direncanakan berarti membutuhkan bahan baku yang lebih banyak yang berakibat pada tingginya tingkat persediaan bahan baku.
2. Kontinuitas produksi tidak terhenti, diperlukan tingkat persediaan bahan baku yang tinggi dan sebaliknya.
3. Sifat bahan baku/penolong, apakah cepat rusak (*durable good*) atau tahan lama (*undurable good*). Barang yang tidak tahan lama tidak dapat di simpan lama, oleh karena itu bila bahan baku yang diperlukan tergolong barang yang tidak tahan lama maka tidak perlu disimpan dalam jumlah banyak. Sedangkan untuk bahan baku yang memiliki sifat tahan lama, maka tidak ada salahnya perusahaan menyimpannya dalam jumlah besar.

Freddy Rangkyuti (2004:6)

2.2 Pengendalian Persediaan

Teknik pengendalian perusahaan merupakan tindakan yang sangat penting dalam menghitung berapa jumlah tingkat persediaan yang optimal dalam perusahaan.

2.2.1 Pengertian Pengendalian Persediaan

Pengendalian persediaan merupakan salah satu fungsi manajemen yang dapat dipecahkan dengan menerapkan metode kuantitatif.

Freddy Rangkyuti (2004:26)

2.2.2 Tujuan Pengendalian Persediaan

Menurut Sofjan Assauri (2008:249) secara umum persediaan atau *inventory* berfungsi untuk mengelola persediaan barang dagangan yang selalu mengalami perubahan jumlah dan nilai melalui transaksi-transaksi pembelian dan penjualan.

Tujuan Persediaan:

1. Menghilangkan pengaruh ketidakpastian.
2. Mempersiapkan stok apabila ada keperluan mendadak.
3. Mengantisipasi perubahan harga pada pasar produksi.
4. Memberi waktu luang untuk pengelolaan produksi dan pembelian.
5. Untuk mengantisipasi perubahan pada permintaan dan penawaran *Economic Order Quantity* (EOQ).

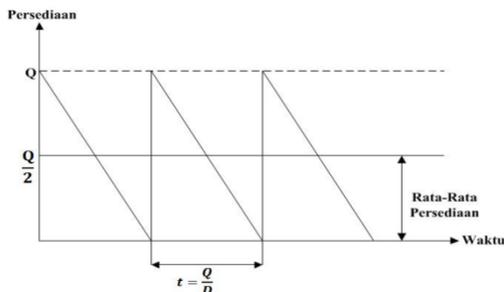
Sofjan Assauri (2008 : 249)

2.3 Economic Order Quantity

2.3.1 Pengertian *Economic Order Quantity* (EOQ)

Economic Order Quantity (EOQ) adalah salah satu model kuantitatif untuk pengendalian persediaan. Pendekatan dari metode ini adalah untuk membangun model sistem persediaan yang diidealkan dan menghitung kuantitas pesanan tetap yang meminimalkan total biaya.

(Waters 2003:65-66)



Gambar 2.1 Siklus Persediaan EOQ Konvensional

2.3.2 Asumsi *Economic Order Quantity* (EOQ)

Model *Economic Order Quantity* (EOQ) hanya dapat dibenarkan apabila asumsi-asumsi berikut dapat dipenuhi, yaitu:

1. Permintaan konstan dan seragam meskipun model *Economic Order Quantity* (EOQ) mengasumsikan permintaan konstan, permintaan sesungguhnya mungkin bervariasi dari hari kehari.
2. Harga per unit konstan termasuk variabel harga yang timbul dari diskon kuantitas dapat ditangani dengan

agak mudah dengan cara memodifikasi model awal, mendefinisikan kembali biaya total dan menentukan kuantitas pesanan yang optimal.

3. Biaya pemesanan konstan, biaya penyimpanan per unit mungkin bervariasi sangat besar ketika besarnya persediaan meningkat.
4. Biaya pemesanan konstan, meskipun asumsi ini umumnya valid, pelanggan dapat diakomodir dengan memodifikasi model *Economic Order Quantity* (EOQ) awal dengan cara yang sama dengan yang digunakan untuk harga per unit variabel.
5. Pengiriman seketika, jika pengiriman tidak terjadi seketika yang merupakan kasus umum, maka model *Economic Order Quantity* (EOQ) awal harus dimodifikasi dengan cara memesan *stock* pengaman.
6. Pesanan yang independen, jika multi pesanan menghasilkan penghematan biaya dengan mengurangi biaya administrasi dan transportasi maka model *Economic Order Quantity* (EOQ) awal harus dimodifikasi kembali.

Dalam penerapan metode EOQ, terdapat beberapa biaya yang harus dipertimbangkan, diantaranya:

1. *Ordering Cost/Set-Up Cost*

Mencakup biaya dari persediaan, formulir, proses pesanan, pembelian, dukungan administrasi, dan seterusnya. Ketika pesanan sedang diproduksi, biaya pesanan juga ada.

Rumus biaya pemesanan:

$$TOC = \frac{D}{Q} \times S, \quad (2.1)$$

TOC = Total Ordering Cost,

D = Jumlah kebutuhan unit per tahun,

Q = Jumlah barang setiap kali pesan,

S = Biaya pesanan setiap kali pesan.

2. *Holding Cost*

Biaya yang terkait dengan menyimpan persediaan selama waktu tertentu. Oleh karena itu, biaya penyimpanan juga mencakup biaya barang usang dan biaya yang terkait dengan penyimpanan, seperti asuransi, pegawai tambahan, dan pembayaran bunga. Banyak perusahaan yang tidak

berhasil menyertakan semua biaya penyimpanan persediaan. Akibatnya, biaya penyimpanan sering diterapkan kurang dari sebenarnya.

Rumus biaya penyimpanan:

$$TCC = \frac{Q}{2} \times H, \quad (2.2)$$

TCC = Total Carrying Cost,

H = Biaya penyimpanan unit per tahun.

Heizer dan Render (2010:91-95)

2.3.3 Total Inventory Cost (TIC)

Total biaya persediaan didapatkan dengan menjumlahkan biaya pemesanan dan biaya penyimpanan.

Rumus TIC:

$$TIC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H, \quad (2.3)$$

TIC = Total biaya persediaan,

D = Jumlah permintaan barang per tahun,

Q = Jumlah barang setiap kali pesan,

S = Biaya pemesanan setiap kali pesan,

H = Biaya penyimpanan, unit per tahun.

(Heizer dan Render 2010:97)

$TIC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$ merupakan total dari biaya persediaan.

Akan dicari turunan pertama dari persamaan (2.3), karena yang akan dicari Q^* (nilai Q optimal), maka persamaan (2.3) akan diturunkan terhadap Q .

$$\frac{d(TIC)}{dQ} = \frac{d}{dQ} \left(\frac{DS}{Q} \right) + \frac{d}{dQ} \left(\frac{QH}{2} \right),$$

$$\frac{d(TIC)}{dQ} = -\frac{DS}{Q^2} + \frac{H}{2}.$$

Karena syarat minimum dari turunan harus sama dengan nol, maka

$$\frac{d(TIC)}{dQ} = 0,$$

Sehingga,

$$-\frac{DS}{Q^2} + \frac{H}{2} = 0,$$

$$\frac{H}{2} = \frac{DS}{Q^2},$$

$$Q^2H = 2DS,$$

$$Q^2 = \frac{2DS}{H},$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}. \quad (2.4)$$

Q^* = Jumlah barang (optimal).

Q^* menandakan bahwa nilai adalah optimal, yang dikenal sebagai metode EOQ.

2.3.4 EOQ Multi-Item

Dalam dunia nyata sangat sedikit perusahaan yang memiliki hanya satu macam item saja dalam persediaannya. Model statis EOQ *multi-item* merupakan model EOQ untuk pembelian bersama (*joint purchase*) beberapa jenis item, dengan asumsi:

1. Tingkat permintaan untuk setiap item bersifat konstan dan diketahui dengan pasti, *lead time* juga diketahui dengan pasti.
2. *Lead time* sama untuk semua item.
3. *Holding cost*, harga tiap unit (*unit cost*) dan *ordering cost* untuk setiap *item* diketahui. Tidak ada perubahan dalam biaya tiap unit (seperti *quantity discount*, *ordering cost*, dan *holding cost*).

Adapun Total Biaya Persediaan untuk EOQ *Multi-Item*, yaitu:

$$TIC = S \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{Q_i} + H \sum_{i=1}^n \frac{Q_i C_i}{2}. \quad (2.5)$$

Dari formulasi *TIC* kita dapat menurunkannya untuk memperoleh *unit* (optimal) yang dipesan, yaitu:

$$Q_i = \sqrt{\frac{2D_i S}{C_i H}}, \quad (2.6)$$

D_i = Permintaan barang ke- i ,

C_i = Harga barang ke- i per unit,

Q_i = Jumlah barang ke- i ,

H = Biaya penyimpanan, unit per tahun,

S = Biaya pemesanan setiap kali pesan.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Untuk melakukan simulasi model yang sudah dikembangkan, dibutuhkan data yang sesuai dengan model. Data dalam skripsi ini diambil dari Koperasi Pegawai Republik Indonesia Universitas Brawijaya pada tanggal 21 dan 22 Desember 2018. Koperasi Pegawai Republik Indonesia Universitas Brawijaya atau yang biasa disebut KPRI UB merupakan koperasi yang dinaungi oleh Universitas Brawijaya. KPRI UB terletak di jalan MT. Haryono 169 Malang. Seperti koperasi secara umum, KPRI UB selain menerima simpan pinjam juga terdapat aktivitas perdagangan. Koperasi ini menjual berbagai macam barang mulai dari barang pokok, barang pecah belah, elektronik, dan lain-lain.

3.2 Sumber Data

Dalam penelitian ini akan diambil data dari beberapa produk yang dijual KPRI UB, yaitu Rinso Anti Noda, Molto All In One, dan Rinso Molto. Penelitian ini menggunakan data dari 1 Januari 2018 sampai 31 Desember 2018. Adapun data-data yang diambil, yaitu:

1. Data Primer

Data primer adalah data yang diperoleh dari Koperasi Pegawai Republik Indonesia Universitas Brawijaya secara langsung terkait penelitian ini. Data primer dalam penelitian ini adalah hasil dari wawancara langsung dengan manajer umum KPRI UB.

2. Data Sekunder

Data sekunder adalah data yang mengacu pada informasi yang dikumpulkan dari sumber yang telah ada.

Data sekunder yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Kuantitas pemesanan tiap produk yang diteliti (Q).
2. Biaya pemesanan tiap produk yang diteliti (A).
3. Jumlah permintaan tiap produk per tahun (D).
4. Biaya penyimpanan tiap produk yang diteliti (h).
5. Tingkat penjualan tiap produk yang diteliti (a).

3.3 Metode Pengumpulan Data

Untuk memperoleh data pendukung skripsi ini, maka dilakukan pengumpulan data melalui dua tahap, yaitu:

1. Penelitian langsung ke Lapangan atau Perusahaan (*field research*). Metode ini bertujuan untuk memperoleh data-data dari produk yang diteliti untuk mendukung proses penelitian dan mengetahui permasalahan yang ada di Koperasi Pegawai Republik Indonesia Universitas Brawijaya.
2. Studi Literatur adalah pengumpulan data sebagai dasar pedoman dan acuan dalam menganalisa dan membuat perencanaan.

3.4 Langkah-Langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur
Mempelajari ilmu pengetahuan yang sesuai dengan apa yang akan dibahas pada penelitian ini.
2. Perumusan Masalah
Menentukan inti permasalahan yang bertujuan membatasi area penelitian yaitu, masalah optimalisasi biaya persediaan dan kuantitas pemesanan.
3. Pengumpulan Data
Setelah merumuskan masalah selanjutnya mengumpulkan data. Adapun data-data yang akan digunakan ditunjukkan pada **Tabel 3.1**

Tabel 3.1 Tabel Data Penelitian

No	Produk	Data yang dibutuhkan
1.	Produk 1	<ul style="list-style-type: none"> • Kuantitas pemesanan tiap komponen produk 1 (Q). • Biaya pemesanan tiap komponen produk 1 (A). • Jumlah permintaan tiap komponen produk 1 per tahun (D). • Biaya penyimpanan tiap komponen produk 1 (h). • Tingkat penjualan tiap komponen produk 1 (a).
	Produk 1 merupakan dua komponen yang komplementer. Komponen pertama yaitu Rinso Anti Noda dan komponen kedua yaitu Molto All In One.	
2.	Produk 2 yaitu Rinso Molto.	<ul style="list-style-type: none"> • Kuantitas pemesanan produk 2 (Q). • Biaya pemesanan produk 2 (A). • Jumlah permintaan produk 2 per tahun (D). • Biaya penyimpanan produk 2 (h). • Tingkat penjualan produk 2 (a).

4. Kontruksi Ulang Model

Mengkonstruksi ulang model *Economic Order Quantity* (EOQ) konvensional menjadi model yang disesuaikan untuk kondisi produk komplementer dan substitusi dua produk. Konstruksi model *Economic Order Quantity* (EOQ) akan dibagi menjadi dua kasus. Kasus pertama adalah model EOQ saat produk 2 yang berperan sebagai barang substitusi dan kasus kedua adalah model EOQ saat produk 1 yang merupakan produk komplementer, berperan sebagai barang substitusi.

5. Pengolahan Data

Setelah data terkumpul, kemudian data diolah menggunakan model *Economic Order Quantity* (EOQ) yang sudah dikonstruksi untuk kondisi barang komplementer dan substitusi dua produk. Pengolahan data dibagi menjadi dua macam, yaitu perhitungan menggunakan model EOQ untuk kondisi kasus pertama kemudian yang kedua perhitungan untuk kondisi kasus kedua. Kemudian data juga akan diolah menggunakan model EOQ pada dua produk komplementer tanpa substitusi.

6. Interpretasi Hasil

Dalam Interpretasi hasil, dari model *Economic Order Quantity* (EOQ) pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk akan dipilih perhitungan biaya yang paling minimum dari kasus pertama atau kasus kedua, sehingga didapatkan kuantitas pesanan yang paling optimal dan biaya persediaan yang minimum. Kemudian, hasil biaya persediaan model *Economic Order Quantity* (EOQ) pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk akan dibandingkan dengan hasil biaya persediaan model EOQ pada dua produk komplementer tanpa substitusi.

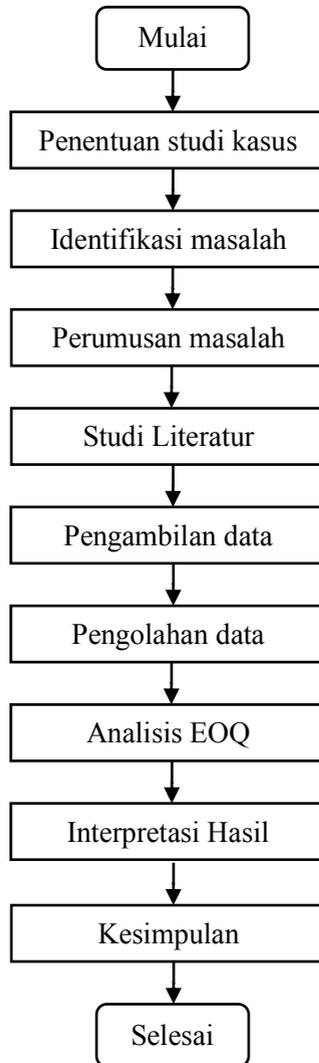
7. Kesimpulan

Setelah melakukan tahap-tahap sebelumnya, pada kesimpulan ini diperoleh biaya dan kuantitas pemesanan paling optimal untuk dua produk.

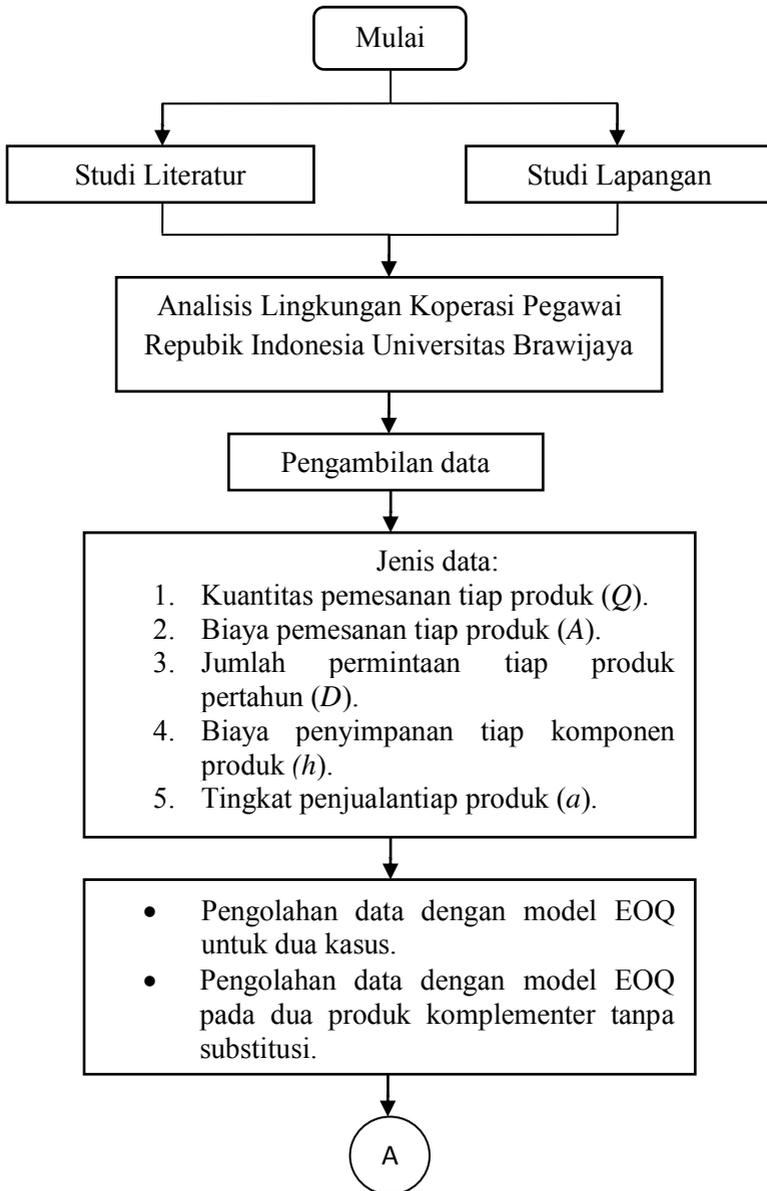
Diagram alir penelitian dapat dilihat pada **Gambar 3.1**

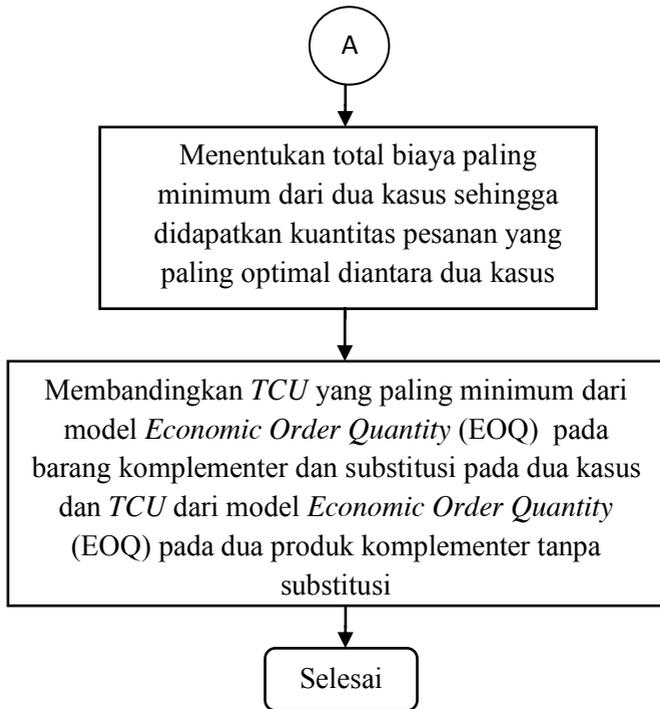
3.5 Analisis Data

Untuk menganalisis data penelitian yang diperoleh, digunakan metode *Economic Order Quantity* (EOQ) untuk mencari biaya dan kuantitas pemesanan yang paling optimal untuk dua produk substitusi dan komplementer. Hasil dari metode ini akan dibandingkan dengan metode *Economic Order Quantity* (EOQ) pada dua produk komplementer tanpa substitusi. Diagram analisis data menggunakan metode EOQ dapat dilihat pada **Gambar 3.2**



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian





Gambar 3.2 Diagram Analisis Data

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Umum KPRI Universitas Brawijaya

Koperasi Pegawai Republik Indonesia atau KPRI UB yang terletak di Jl. MT. Haryono 169 Malang, didirikan pada tanggal 12 mei 1969 dan sudah secara resmi sebagai badan hukum bernomor 148/11/BH/17-69. Dalam kegiatannya, KPRI UB berlandaskan azas Pancasila dan Undang-Undang Dasar 1945. KPRI UB memiliki 3 divisi usaha yaitu:

1. Divisi Perdagangan Umum
Divisi ini menyediakan berbagai produk kebutuhan anggota dan masyarakat, diantaranya seperti bahan pokok, barang pecah belah, barang elektronik, kosmetik, dan lain lain.
2. Divisi Simpan Pinjam
Pada divisi simpan pinjam, KPRI UB memiliki beberapa program kerja untuk pinjaman dan simpanan. Untuk pinjaman ada 4 program kerja yaitu, pinjaman penelitian jangka panjang (jasa 0.99%), pembiayaan syariah, pembiayaan untuk penelitian, dan pinjaman umum. Begitu juga dengan simpanan, KPRI UB memiliki 4 program kerja, yaitu Simpanan Kesejahteraan Pegawai (SKP), simpanan hari tua, pembiayaan syariah, dan simpanan berjangka.
3. Divisi Usaha Lain
Selain perdagangan umum dan simpan pinjam, KPRI UB juga memiliki usaha seperti, *Security, Cleaning Service, Rent Car*, pembelian tiket, dan lain lain.

4.1.1 Visi, Misi dan Tujuan KPRI Universitas Brawijaya

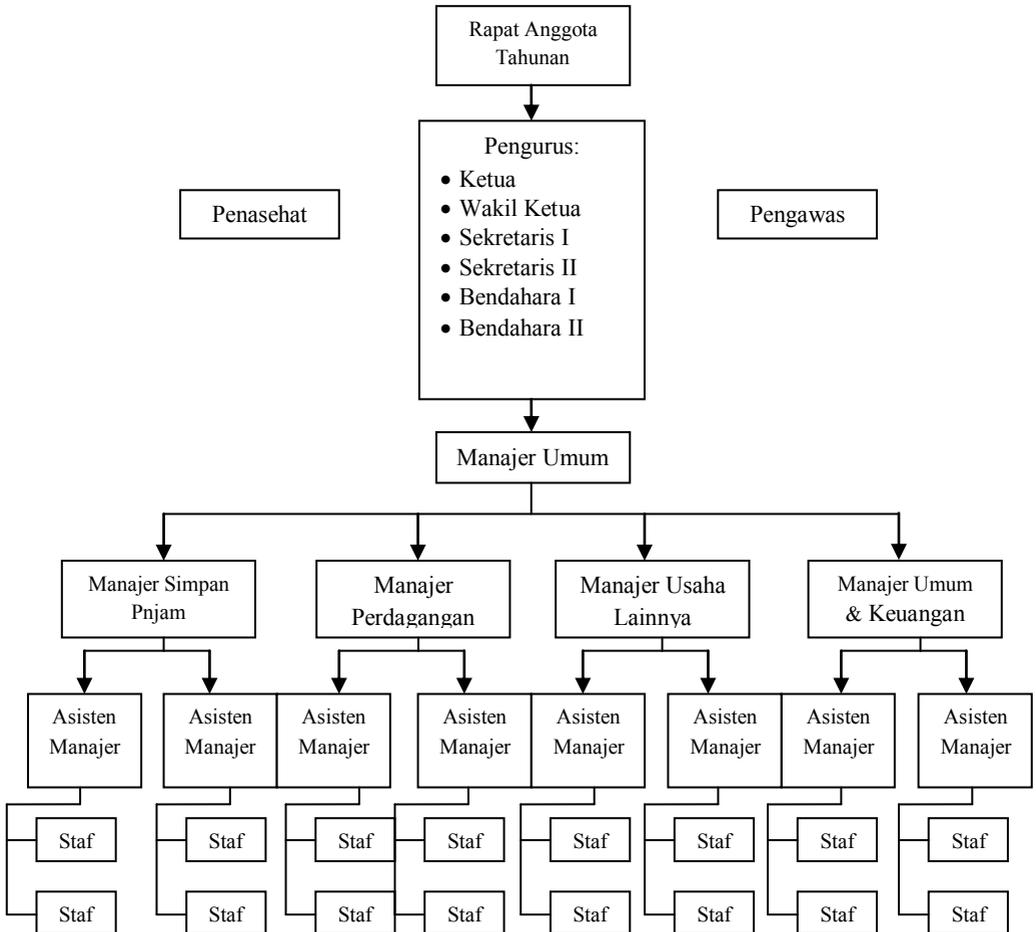
Visi: “Menjadi pusat layanan ekonomi dalam rangka peningkatan kesejahteraan anggota dan masyarakat dengan berbasiskan komitmen pada kejujuran, keterbukaan, dan tanggung jawab sosial.”

Misi: “Mengembangkan organisasi dan usaha yang memberikan nilai tambah pada peningkatan kesejahteraan anggota, karyawan, dan masyarakat.”

Tujuan KPRI Universitas Brawijaya:

1. Memajukan kesejahteraan anggota.
2. Ikut membantu tatanan perekonomian nasional dalam rangka mewujudkan masyarakat yang maju, adil, dan makmur berlandaskan Pancasila dan Undang-Undang Dasar 1945 Pasal 33.

4.1.2 Struktur Organisasi KPRI Universitas Brawijaya



Gambar 4.1 Struktur Organisasi

4.2 Data Penelitian

Perhitungan biaya persediaan barang dengan metode EOQ membutuhkan beberapa data yaitu kuantitas pemesanan barang, biaya pemesanan setiap kali pesan, biaya penyimpanan barang, jumlah permintaan barang per tahun, dan tingkat penjualan tiap barang.

Dalam penelitian ini data diambil dari tiga produk yang dijual KPRI UB yaitu, Rinso Anti Noda Liquid 800 ml, Molto All In One Blue, dan Rinso Molto Royal Gold Liquid 800 ml. Penelitian ini menggunakan data dari 1 Januari 2018 sampai 31 Desember 2018.

4.2.1 Data Penjualan Barang

Berikut merupakan tabel penjualan dari ketiga produk pada tanggal 1 Januari 2018 sampai 31 Desember 2018 dalam satuan *pieces (pcs)*:

Tabel 4.1 Tabel Penjualan Barang

Penjualan Barang (<i>pcs</i>)			
Nama Barang	Rinso Anti Noda	Molto All In	Rinso Molto
Jumlah	238	19	89

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa penjualan barang pada KPRI UB untuk Rinso Anti Noda sebesar 238 *pcs*, Molto All In One sebesar 19 *pcs*, dan Rinso Molto sebesar 89 *pcs*.

4.2.2 Kuantitas dan Frekuensi Pemesanan Barang

Selain membutuhkan data penjualan barang, pada penelitian ini juga dibutuhkan data kuantitas dan frekuensi pemesanan barang. Berikut merupakan data tabel kuantitas dan frekuensi pemesanan barang dari ketiga produk pada tanggal 1 Januari 2018 sampai 31 Desember 2018:

Tabel 4.2 Tabel Pemesanan Rinso Anti Noda

Pemesanan Barang (<i>pcs</i>)				
Nama Supplier			Nama Barang	Kuantitas
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	24
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	12

Nama Supplier			Nama Barang	Kuantitas
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	36
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	24
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	48
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	48
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	48
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	12
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	12
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	12
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Rinso Anti Noda	24
Jumlah				300

Tabel 4.3 Tabel Pemesanan Molto All In One

Pemesanan Barang (<i>pcs</i>)				
Nama Supplier			Nama Barang	Kuantitas
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	48
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	24
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	12
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	6
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	12
Panahmas (Unilever)	E.D	PT.	Molto All In One	12
Panahmas	E.D	PT.	Molto All In One	12

(Unilever)		
Jumlah		126

Tabel 4.4 Tabel Pemesanan Rinso Molto

Pemesanan Barang (pcs)		
Nama Supplier	Nama Barang	Kuantitas
Panahmas E.D PT. (Unilever)	Rinso Molto	26
Panahmas E.D PT. (Unilever)	Rinso Molto	10
Jumlah		36

Berdasarkan Tabel 4.2, Tabel 4.3, dan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa kuantitas pemesanan barang tidak selalu konstan. Dapat diketahui juga bahwa frekuensi pemesanan tiap barang berbeda. Hal ini dikarenakan kuantitas pemesanan barang menggunakan estimasi pada barang yang laku sebelumnya. Selain itu kuantitas pemesanan barang setiap order juga tergantung oleh permintaan dari anggota atau konsumen.

Demikian juga pada hari besar seperti Ramadhan, permintaan dari anggota atau konsumen meningkat sehingga kuantitas pemesanan barang bisa naik dua kali lipat atau dua kali order dalam satu bulan. Namun pihak KPRI UB menyampaikan bahwa rata-rata pemesanan dari ketiga barang tersebut adalah 24 pcs.

4.2.3 Biaya Pemesanan

KPRI UB tidak dibebankan biaya pengiriman oleh *supplier*, begitu juga dengan biaya telepon dan administrasi. Sehingga KPRI UB tidak mengeluarkan biaya apapun untuk pemesanan barang. Oleh sebab itu, dalam penelitian ini akan diasumsikan untuk biaya pemesanan sebesar Rp. 20.000,- untuk setiap kali pemesanan.

4.2.4 Biaya Penyimpanan

KPRI UB tidak mengeluarkan biaya untuk penyimpanan barang pada gudang, oleh karena itu dalam penelitian ini akan diasumsikan biaya penyimpanan sebesar 5% dari HPP atau Harga Pokok Penjualan.

Tabel 4.5 Tabel Harga Penjualan Pokok

Nama Barang	Harga Penjualan Pokok	Biaya Penyimpanan (5% HPP)
Rinso Anti Noda	Rp. 16.788,-	Rp. 839,4
Molto All In One	Rp. 2.311,-	Rp. 115,55
Rinso Molto	Rp 16.788,-	Rp. 839,40

Berdasarkan Tabel 4.5 dapat diketahui bahwa biaya penyimpanan untuk produk 1 merupakan biaya penyimpanan Rinso Anti Noda ditambah biaya penyimpanan Molto All In One yaitu Rp. 954,95 per tahun. Dan biaya penyimpanan untuk Rinso Molto yaitu Rp. 839,40 per tahun.

4.3 Kontruksi Ulang Model dan Analisis EOQ

Berdasarkan data yang sudah dijelaskan pada Sub Bab 4.2, berikut adalah data yang digunakan dalam perhitungan dengan menggunakan metode EOQ:

Tabel 4.6 Tabel Data Metode EOQ

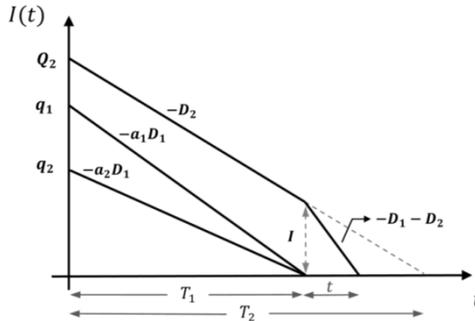
Data Komponen EOQ	Produk 1	Produk 2
Jumlah Permintaan (D)	300 <i>pcs</i>	136 <i>pcs</i>
Biaya Pemesanan (A)	Rp. 20.000,00	Rp. 20.000,00
Biaya Penyimpanan (h)	Rp. 954,95	Rp. 839,40
Tingkat Penjualan (a)	2	1

Pada Tabel 4.6, *Demand* untuk produk 1 sebesar 300 *pcs*. Hal itu karena produk 1 diasumsikan dibeli secara bersama oleh konsumen, sehingga *Demand* untuk produk 1 diambil dari jumlah pembelian terbanyak KPRI UB terhadap dua barang komponen produk 1. *Demand* untuk produk 2 sebesar 136 *pcs* karena jumlah pembelian produk 2 yaitu Rinso Molto pada periode 2018 sebesar 136 *pcs*.

4.3.1 Kasus 1: $T_1 \leq T_2$

Pada kasus 1, diasumsikan bahwa produk 1 yang dijual habis didalam siklus persediaan produk 2. Hal ini mengakibatkan terjadinya kekosongan produk 1 padahal permintaan pada produk 1 masih ada. Untuk mengatasi kekosongan produk 1, terjadi substitusi oleh produk 2. Permintaan produk 1 dipenuhi dari sisa persediaan

produk 2. Gambaran dari siklus persediaan $T_1 \leq T_2$ dapat dilihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Grafik Siklus Persediaan $T_1 \leq T_2$

Untuk mencari total biaya persediaan kasus 1 pada siklus persediaan $T_1 + t$ akan digunakan model dasar EOQ yaitu, dengan menjumlahkan *setup cost* (A) dan *holding cost* (h). Total biaya persediaan produk 1 dapat dicari dengan menjumlahkan total biaya persediaan dari komponen α dan β , sehingga didapatkan

TC_{11} = (biaya pemesanan α + biaya penyimpanan α)
 + (biaya pemesanan β + biaya penyimpanan β),

$$TC_{11} = \left(A_1 + h_1 T_1 \frac{q_1}{2} \right) + \left(A_1 + h_1 T_1 \frac{q_2}{2} \right). \quad (4.1)$$

Kemudian TC_{11} akan disederhanakan dalam q_1 dan diketahui $T = \frac{Q}{D}$. Komponen α dan komponen β memiliki waktu siklus persediaan yang sama karena kedua komponen tersebut dipesan secara bersama, sehingga $T_1 = \frac{q_1}{a_1 D_1}$, dan didapatkan $q_2 = \left(\frac{a_2}{a_1} \right) q_1$. Substitusi q_2 dan T_1 pada persamaan (4.1), sehingga didapatkan

$$TC_{11} = 2A_1 + h_1 \frac{q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right).$$

Diketahui tingkat persediaan produk 2 pada saat produk 1 mengalami kekosongan adalah $I = Q_2 - T_1 D_2$ dan interval waktu pada saat terjadi substitusi adalah $t = \frac{I}{D_1 + D_2}$ (mengacu pada $T = \frac{Q}{D}$). Nilai I merupakan sisa persediaan produk 2 yang belum terjual sebelumnya dan nilai t didapat dari sisa persediaan produk 2 sebagai

barang substitusi dibagi dengan jumlah permintaan saat waktu substitusi. Substitusi $T_1 = \frac{q_1}{a_1 D_1}$ pada I dan t , sehingga didapatkan

$$I = Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}. \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{Q_2 - T_1 D_2}{D_1 + D_2}, \\ &= \frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{D_1 + D_2}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Untuk mencari *holding cost* produk 2 pada kasus 1 adalah dengan menghitung luas seluruh area dalam tingkat persediaan produk 2 (berdasarkan Gambar 4.2), sehingga didapatkan nilai total *holding cost* yaitu

$$H_1 = h_2 \left\{ \frac{(I + Q_2)T_1}{2} + \frac{It}{2} \right\}. \quad (4.4)$$

Dengan mensubstitusi T_1 , persamaan (4.2), dan persamaan (4.3) pada persamaan (4.4) didapatkan nilai *holding cost* yaitu

$$\begin{aligned} H_1 &= h_2 \left\{ \frac{((Q_2 - T_1 D_2) + Q_2) \left(\frac{q_1}{a_1 D_1} \right)}{2} + \frac{(Q_2 - T_1 D_2)t}{2} \right\}, \\ &= h_2 \left\{ \frac{\left(\left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) + Q_2 \right) \left(\frac{q_1}{a_1 D_1} \right)}{2} + \frac{\left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \frac{(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1})}{D_1 + D_2}}{2} \right\}, \\ &= h_2 \left\{ \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) + \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 \right\}, \\ &= h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Didapatkan total biaya persediaan dari produk 2 pada kasus 1 yaitu,

$$\begin{aligned} TC_{21} &= \text{Biaya pemesanan produk 2} + \text{Biaya Penyimpanan produk 2} \\ &= A_2 + H_1, \end{aligned}$$

$$= A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}.$$

Akan dicari total biaya persediaan produk 1 dan 2 pada kasus 1 dengan menjumlahkan total biaya persediaan produk 1 pada kasus 1 dan produk 2 pada kasus 1.

TC_1 = Total biaya persediaan produk 1 + Total biaya persediaan produk2,

$$TC_1 = TC_{11} + TC_{21},$$

$$TC_1 = 2A_1 + h_1 \frac{q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) + A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}. \quad (4.5)$$

Dengan membagi persamaan (4.5) dengan $T_1 + t$, akan didapatkan total biaya persediaan per satuan waktu pada kasus 1 yaitu

$$TCU_1 = \frac{TC_1}{T_1 + t},$$

$$TCU_1 = \frac{TC_{11} + TC_{21}}{T_1 + t},$$

$$TCU_1 =$$

$$\frac{2A_1 + h_1 \frac{q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) + A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}}{\frac{q_1}{a_1 D_1} + \frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{D_1 + D_2}},$$

$$TCU_1 =$$

$$\frac{2A_1 + h_1 \frac{q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) + A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}}{\frac{q_1(D_1 + D_2) + a_1 D_1 Q_2 - q_1 D_2}{a_1 D_1 (D_1 + D_2)}},$$

$$TCU_1 =$$

$$\frac{2A_1 + h_1 \frac{q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) + A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\}}{\frac{D_1 (q_1 + a_1 Q_2)}{a_1 D_1 (D_1 + D_2)}},$$

$$TCU_1 =$$

$$\frac{2A_1 + A_2 + h_2 \left\{ \frac{1}{2(D_1 + D_2)} \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 + \frac{q_1}{2D_1 a_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right\} + h_1 \frac{q_1^2}{a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{(D_1 + D_2)}}. \quad (4.6)$$

Total biaya persediaan TCU_1 masih mengandung dua variabel keputusan didalamnya yaitu q_1 dan Q_2 , karena kasus 1 menjelaskan terkait siklus persediaan $T_1 \leq T_2$ sehingga berlaku $\frac{q_1}{a_1 D_1} \leq \frac{Q_2}{D_2}$.

Selanjutnya untuk meminimumkan total biaya persediaan pada kasus 1 akan dicapai dengan mendapatkan nilai kuantitas pemesanan yang optimal yaitu dengan mencari $\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1} = 0$ dan $\frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2} = 0$.

Untuk mempermudah mencari turunan dari persamaan (4.6) terhadap q_1 dan Q_2 , akan digunakan bantuan pemrograman Maple.

1. $\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1}$

Untuk menyederhanakan persamaan $\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1}$ yang sudah didapatkan (Dapat dilihat pada Lampiran 1), akan digunakan pemisalan dikarenakan banyaknya variabel di dalam persamaan.

Didapatkan persamaan $\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1}$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1} = \frac{(\hat{A}q_1 + \hat{B}q_1)\hat{C}}{\hat{D}q_1} - \frac{(\hat{F} + \hat{G}q_1^2 + \hat{H}q_1^2)I}{\hat{J}q_1^2}.$$

Keterangan:

$$\hat{A} = \frac{h_2 D_2}{a_1^2 D_1^2},$$

$$\hat{B} = \frac{h_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{a_1 D_1},$$

$$\hat{C} = D_1 + D_2,$$

$$\hat{D} = \frac{D_2}{a_1 D_1} + \frac{1}{a_1},$$

$$\hat{E} = 2A_1 + A_2,$$

$$\hat{F} = \frac{h_2 D_2}{2a_1^2 D_1^2},$$

$$\hat{G} = \frac{h_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{2a_1 D_1},$$

$$\hat{H} = (D_1 + D_2) \left(\frac{D_2}{a_1 D_1} + \frac{1}{a_1} \right),$$

$$\hat{I} = \frac{D_2^2}{a_1^2 D_1^2} + \frac{2D_2}{a_1^2 D_1} + \frac{1}{a_1^2}.$$

Selanjutnya akan dicari nilai q_1 yang optimal untuk meminimumkan total biaya persediaan kasus 1.

Perhatikan untuk $\frac{\partial TCU_1}{\partial q_1} = 0$,

$$\frac{(\hat{A}q_1 + \hat{B}q_1)\hat{C}}{\hat{D}q_1} - \frac{(\hat{F} + \hat{G}q_1^2 + \hat{H}q_1^2)\hat{I}}{Iq_1^2} = 0,$$

$$\frac{Iq_1(\hat{A}\hat{C}q_1 + \hat{B}\hat{C}q_1) - (\hat{E}\hat{H} + \hat{F}\hat{H}q_1^2 + \hat{G}\hat{H}q_1^2)\hat{D}}{\hat{D}Iq_1^2} = 0,$$

$$\hat{A}\hat{C}\hat{I}q_1^2 + \hat{B}\hat{C}\hat{I}q_1^2 - \hat{E}\hat{H}\hat{D} - \hat{D}\hat{F}\hat{H}q_1^2 - \hat{D}\hat{G}\hat{H}q_1^2 = 0,$$

$$(\hat{A}\hat{C}\hat{I} + \hat{B}\hat{C}\hat{I} - \hat{D}\hat{F}\hat{H} - \hat{D}\hat{G}\hat{H})q_1^2 - \hat{E}\hat{H}\hat{D} = 0,$$

$$q_1^2 = \frac{\hat{E}\hat{H}\hat{D}}{(\hat{A}\hat{C}\hat{I} + \hat{B}\hat{C}\hat{I} - \hat{D}\hat{F}\hat{H} - \hat{D}\hat{G}\hat{H})}$$

Untuk mempermudah dalam mencari akar persamaan dari persamaan diatas, akan digunakan bantuan pemrograman Maple sehingga didapatkan akar persamaan dari persamaan diatas yaitu q_1^* (dapat dilihat pada Lampiran 2). Selanjutnya akan dicari nilai dari q_1^* dengan memasukkan nilai dari data Tabel 4.6 kedalam q_1^* , didapatkan hasil sebagai berikut:

$$q_1^* = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\left(h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1}\right) a_1 D_1 + h_2 D_2\right) (2A_1 + A_2) a_1 D_1}}{h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1}\right) a_1 D_1 + h_2 D_2},$$

$$q_1^* = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\left(954,95 \left(\frac{2+1}{2}\right) 2(300) + 839,40(136)\right) (2(20000) + 20000) 2(300)}}{954,95 \left(\frac{2+1}{2}\right) 2(300) + 839,40(136)},$$

$$q_1^* = 211,557.$$

Jadi, didapatkan nilai kuantitas pemesanan optimal untuk komponen pertama dari produk 1 adalah 212 pcs.

$$2. \frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2}$$

Untuk menyederhanakan persamaan $\frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2}$ yang sudah didapatkan (Dapat dilihat pada Lampiran 3), akan digunakan pemisalan dikarenakan karena banyaknya variabel di dalam persamaan.

Didapatkan persamaan $\frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2}$, sebagai berikut:

$$\frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2} = \frac{(\acute{A}Q_2 + \acute{B}Q_2)\acute{C}}{\acute{D}Q_2} - \frac{(\acute{E} + \acute{F}Q_2^2 + \acute{G}Q_2^2)\acute{H}}{\acute{I}Q_2^2}.$$

Keterangan:

$$\acute{A} = \frac{h_2}{D_2},$$

$$\acute{B} = \frac{a_1 h_1 D_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{D_2^2},$$

$$\acute{C} = D_1 + D_2,$$

$$\acute{D} = 1 + \frac{D_1}{D_2},$$

$$\acute{E} = 2A_1 + A_2,$$

$$\acute{F} = \frac{h_2}{2D_2},$$

$$\acute{G} = \frac{a_1 h_1 D_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{2D_2^2},$$

$$\acute{H} = (D_1 + D_2) \left(1 + \frac{D_1}{D_2}\right),$$

$$\acute{I} = 1 + \frac{2D_1}{D_2} + \frac{D_1^2}{D_2^2},$$

Selanjutnya akan dicari nilai Q_2 yang optimal untuk meminimumkan total biaya persediaan kasus 1.

Perhatikan untuk $\frac{\partial TCU_1}{\partial Q_2} = 0$,

$$\frac{(A Q_2 + B Q_2) C}{D Q_2} - \frac{(E + F Q_2^2 + G Q_2^2) H}{I Q_2^2} = 0,$$

$$\frac{(A C Q_2 + B C Q_2) I Q_2 - (E H + F H Q_2^2 + G H Q_2^2) D}{D I Q_2^2} = 0,$$

$$A C I Q_2^2 + B C I Q_2^2 - D E H - D F H Q_2^2 - D G H Q_2^2 = 0,$$

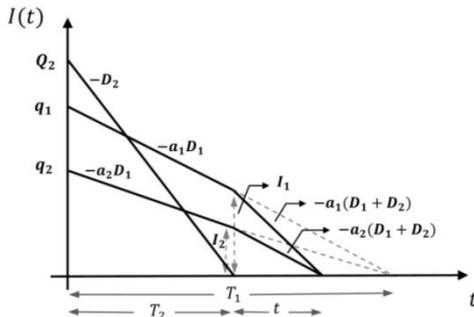
$$(A C I + B C I - D F H - D G H) Q_2^2 - D E H = 0,$$

$$Q_2^2 = \frac{D E H}{(A C I + B C I - D F H - D G H)}$$

Untuk mempermudah dalam mencari akar persamaan dari persamaan diatas, akan digunakan bantuan pemrograman Maple sehingga didapatkan akar persamaan dari persamaan diatas yaitu Q_2^* (dapat dilihat pada Lampiran 4). Selanjutnya akan dicari nilai dari Q_2^* dengan memasukkan nilai dari data Tabel 4.6 kedalam Q_2^* , sehingga didapatkan nilai $Q_2^* = 24,161$. Jadi, kuantitas pemesanan optimal untuk produk 2 pada kasus 1 adalah 24 pcs.

4.3.2 Kasus 2: $T_1 \geq T_2$

Pada kasus 2, diasumsikan bahwa produk 2 yang dijual habis didalam siklus persediaan produk 1. Hal ini mengakibatkan terjadinya kekosongan produk 2 padahal permintaan akan produk 2 masih ada. Untuk mengatasi kekosongan produk 2, terjadi substitusi oleh produk 1. Permintaan produk 2 dipenuhi dari sisa persediaan produk 1. Gambaran siklus persediaan $T_1 \geq T_2$ dapat dilihat pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Grafik Siklus Persediaan $T_1 \geq T_2$

Untuk mencari total biaya persediaan produk 2 pada siklus persediaan $T_1 + t$ akan digunakan model dasar EOQ yaitu, dengan menjumlahkan *setup cost* dan *holding cost* dari produk 2.

$$TC_{22} = A_2 + h_2 \frac{Q_2 T_2}{2}. \quad (4.7)$$

Diketahui $T_2 = \frac{Q_2}{D_2}$, substitusi T_2 pada persamaan (4.7), sehingga didapatkan:

$$TC_{22} = A_2 + h_2 \frac{Q_2^2}{2D_2}.$$

Diketahui tingkat persediaan komponen α dan β pada saat produk 2 mengalami kekosongan adalah $I_1 = q_1 - T_2(a_1 D_1)$ dan $I_2 = q_2 - T_2(a_2 D_1)$ (mengacu pada $T_2 = \frac{Q_2}{D_2}$). Interval waktu pada saat terjadi substitusi adalah $t = \frac{I_1}{a_1(D_1 + D_2)}$. Nilai I_1 dan I_2 merupakan sisa persediaan komponen α dan β produk 1 yang belum terjual sebelumnya dan nilai t didapat dari sisa persediaan produk 1 sebagai barang substitusi dibagi dengan jumlah permintaan saat waktu substitusi. Substitusi $T_2 = \frac{Q_2}{D_2}$ dan $q_2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) q_1$ pada persamaan I_1, I_2 , dan t sehingga didapatkan:

$$I_1 = q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}. \quad (4.8)$$

$$I_2 = \frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2}. \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{q_1 - T_2(a_1 D_1)}{a_1(D_1 + D_2)}, \\ &= \frac{q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}}{a_1(D_1 + D_2)}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Untuk mencari *holding cost* produk 1 pada kasus 2 adalah dengan menghitung luas seluruh area dalam tingkat persediaan dari dua komponen (berdasarkan Gambar 4.3),

$$H_2 = h_1 \left\{ \left(\frac{(I_1 + q_2)T_2}{2} + \frac{I_1 t}{2} \right) + \left(\frac{(I_2 + q_2)T_2}{2} + \frac{I_2 t}{2} \right) \right\}. \quad (4.11)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (4.8), persamaan (4.9), dan persamaan (4.10) pada persamaan (4.11), didapatkan perhitungan total *holding cost* adalah,

$$\begin{aligned}
 H_2 &= h_1 \left(\frac{\left(\left((q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \frac{Q_2}{D_2} \right)}{2} + \frac{(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}) \left(\frac{q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}}{a_1 (D_1 + D_2)} \right)}{2} \right) + \\
 & \quad h_1 \left(\frac{\left(\left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \frac{Q_2}{D_2}}{2} + \frac{\left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \left(\frac{q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2}}{a_1 (D_1 + D_2)} \right)}{2} \right) \\
 H_2 &= h_1 \left\{ \frac{Q_2}{2D_2} \left(\left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) + \frac{1}{2a_1(D_1 + D_2)} \left(q_1 - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \frac{Q_2}{2D_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{1}{2a_1(D_1 + D_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \right\}. \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

Didapatkan total biaya persediaan produk 1 pada kasus 2 adalah:

TC_{12} = Biaya pemesanan produk 1 + Biaya penyimpanan produk 1,

$$TC_{12} = 2A_1 + H_2,$$

$$\begin{aligned}
 TC_{12} &= 2A_1 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2D_2} \left(\left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \right) \\
 &+ h_1 \left(\frac{1}{2a_1(D_1 + D_2)} \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right) + h_1 \left(\frac{Q_2}{2D_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \right) + \\
 & h_1 \left(\frac{1}{2a_1(D_1 + D_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \right).
 \end{aligned}$$

Akan dicari total biaya persediaan produk 1 dan 2 pada kasus 2 dengan menjumlahkan total biaya persediaan produk 1 pada kasus 2 dan produk 2 pada kasus 2.

$TC_2 =$ Total biaya persediaan produk 1
+total biaya persediaan produk 2,

$$TC_2 = TC_{12} + TC_{22},$$

$$TC_2 = 2A_1 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2D_2} \left(\left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \right) \\ + h_1 \left(\frac{1}{2a_1(D_1+D_2)} \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right) + h_1 \left(\frac{Q_2}{2D_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \right) + \\ h_1 \left(\frac{1}{2a_1(D_1+D_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \right) + A_2 + h_2 \frac{Q_2^2}{2D_2}.$$

Dengan membagi persamaan (4.12) dengan $T_1 + t$, akan didapatkan total biaya persediaan per satuan waktu pada kasus 2 yaitu:

$$TCU_2 = \frac{TC_2}{T_2+t},$$

$$TCU_2 =$$

$$\frac{2A_1+A_2+h_2\frac{Q_2^2}{2D_2}}{(Q_2+\frac{q_1}{a_1})/(D_1+D_2)} + \frac{h_1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{Q_2}{2D_2} \left(\left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) + \frac{1}{2a_1(D_1+D_2)} \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \\ + \frac{Q_2}{2D_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \\ + \frac{1}{2a_1(D_1+D_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - a_2 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \left(q_1 - a_1 Q_2 \frac{D_1}{D_2} \right) \end{array} \right\}}{(Q_2+\frac{q_1}{a_1})/(D_1+D_2)}.$$

(4.13)

Total biaya persediaan TCU_2 masih mengandung dua variabel keputusan didalamnya yaitu q_1 dan Q_2 , karena kasus 2 menjelaskan terkait siklus persediaan $T_1 \geq T_2$ sehingga berlaku $\frac{q_1}{a_1 D_1} \geq \frac{Q_2}{D_2}$.

Selanjutnya untuk meminimumkan total biaya persediaan pada kasus 2 akan dicapai dengan mendapatkan nilai kuantitas

pemesanan yang optimal yaitu dengan mencari $\frac{\partial TC U_2}{\partial q_1} = 0$ dan $\frac{\partial TC U_2}{\partial Q_2} = 0$.

Untuk mempermudah mencari turunan dari persamaan (4.13) terhadap q_1 dan Q_2 , akan digunakan bantuan pemrograman Maple.

1. $\frac{\partial TC U_2}{\partial q_1}$

Untuk menyederhanakan persamaan $\frac{\partial TC U_2}{\partial q_1}$ yang sudah didapatkan (dapat dilihat pada Lampiran 5), akan digunakan permisalan dikarenakan banyaknya variabel di dalam persamaan.

Didapatkan persamaan $\frac{\partial TC U_2}{\partial q_1}$, sebagai berikut:

$$\frac{\partial TC U_2}{\partial q_1} = \frac{(Aq_1)\dot{B}}{\dot{C}q_1} - \frac{(\dot{D} + \dot{E}q_1^2)\dot{F}}{\dot{G}q_1^2}.$$

Keterangan:

$$\dot{A} = \frac{2h_1a_2}{a_1^2D_1} + \frac{h_2D_2}{a_1^2D_1^2},$$

$$\dot{B} = D_1 + D_2,$$

$$\dot{C} = \frac{D_2}{a_1D_1} + \frac{1}{a_1},$$

$$\dot{D} = 2A_1 + A_2,$$

$$\dot{E} = \frac{h_1a_2}{a_1^2D_1} + \frac{h_1a_2}{2a_1^2D_1^2},$$

$$\dot{F} = (D_1 + D_2) \left(\frac{D_2}{a_1D_1} + \frac{1}{a_1} \right),$$

$$\dot{G} = \frac{D_2^2}{a_1^2D_1^2} + \frac{2D_2}{a_1^2D_1} + \frac{1}{a_1^2}.$$

Selanjutnya akan dicari nilai q_1 yang optimal untuk meminimumkan total biaya persediaan kasus 2.

Perhatikan untuk $\frac{\partial TCU_2}{\partial q_1} = 0$,

$$\frac{(\dot{A}q_1)\dot{B}}{\dot{C}q_1} - \frac{(\dot{D} + \dot{E}q_1^2)\dot{F}}{\dot{G}q_1^2} = 0,$$

$$\frac{(\dot{A}\dot{B}q_1)\dot{G}q_1 - (\dot{D}\dot{F} + \dot{E}\dot{F}q_1^2)\dot{C}}{\dot{C}\dot{G}q_1^2} = 0,$$

$$\dot{A}\dot{B}\dot{G}q_1^2 - \dot{C}\dot{D}\dot{F} - \dot{C}\dot{E}\dot{F}q_1^2 = 0,$$

$$(\dot{A}\dot{B}\dot{G} - \dot{C}\dot{E}\dot{F})q_1^2 - \dot{C}\dot{D}\dot{F} = 0,$$

$$q_1^2 = \frac{\dot{C}\dot{D}\dot{F}}{(\dot{A}\dot{B}\dot{G} - \dot{C}\dot{E}\dot{F})}.$$

Untuk mempermudah dalam mencari akar persamaan dari persamaan diatas, akan digunakan bantuan pemrograman Maple sehingga didapatkan akar persamaan dari persamaan diatas yaitu q_1^* (dapat dilihat pada Lampiran 6). Selanjutnya akan dicari nilai dari q_1^* dengan memasukkan nilai dari data Tabel 4.6 kedalam q_1^* , sehingga didapatkan nilai $q_1^* = 252,284$. Jadi nilai kuantitas pemesanan optimal komponen pertama dari produk 1 adalah 252 pcs.

2. $\frac{\partial TCU_2}{\partial Q_2}$

Untuk menyederhanakan persamaan $\frac{\partial TCU_2}{\partial Q_2}$ yang sudah didapatkan (dapat dilihat pada Lampiran 7), akan digunakan permisalan dikarenakan banyaknya variabel di dalam persamaan.

$$\frac{\partial TCU_2}{\partial Q_2} = \frac{(\ddot{A}Q_2)\ddot{B}}{\ddot{C}Q_2} - \frac{(\ddot{D} + \ddot{E}Q_2^2)\ddot{F}}{\ddot{G}Q_2^2}.$$

Keterangan:

$$\ddot{A} = \frac{2a_2h_1D_1}{D_2^2} + \frac{h_2}{D_2},$$

$$\ddot{B} = D_1 + D_2,$$

$$\ddot{C} = 1 + \frac{D_1}{D_2},$$

$$\ddot{D} = 2A_1 + A_2,$$

$$\ddot{E} = \frac{a_2 h_1 D_1}{D_2^2} + \frac{h_2}{2D_2},$$

$$\ddot{F} = (D_1 + D_2)\left(1 + \frac{D_1}{D_2}\right),$$

$$\ddot{G} = 1 + \frac{2D_1}{D_2} + \frac{D_1^2}{D_2^2}.$$

Selanjutnya akan dicari nilai Q_2 yang optimal untuk meminimumkan total biaya persediaan kasus 2.

$$\text{Perhatikan untuk } \frac{\partial TCU_2}{\partial Q_2} = 0,$$

$$\frac{(A Q_2) \ddot{B}}{\ddot{C} Q_2} - \frac{(\ddot{D} + \ddot{E} Q_2^2) \ddot{F}}{\ddot{G} Q_2^2} = 0,$$

$$\frac{(\ddot{A} \ddot{B} Q_2) \ddot{G} Q_2 - (\ddot{D} \ddot{F} + \ddot{E} \ddot{F} Q_2^2) \ddot{C}}{\ddot{C} \ddot{G} Q_2^2} = 0,$$

$$\ddot{A} \ddot{B} \ddot{G} Q_2^2 - \ddot{C} \ddot{D} \ddot{F} - \ddot{C} \ddot{E} \ddot{F} Q_2^2 = 0,$$

$$(\ddot{A} \ddot{B} \ddot{G} - \ddot{C} \ddot{E} \ddot{F}) Q_2^2 - \ddot{C} \ddot{D} \ddot{F} = 0,$$

$$Q_2^2 = \frac{\ddot{C} \ddot{D} \ddot{F}}{(\ddot{A} \ddot{B} \ddot{G} - \ddot{C} \ddot{E} \ddot{F})}.$$

Untuk mempermudah dalam mencari akar persamaan dari persamaan diatas, akan digunakan bantuan pemrograman Maple, sehingga didapatkan akar persamaan dari persamaan diatas yaitu Q_2^* (dapat dilihat pada Lampiran 8). Selanjutnya akan dicari nilai dari Q_2^* dengan memasukkan nilai dari data Tabel 4.6, sehingga didapatkan nilai $Q_2^* = 52,979$. Jadi, kuantitas pemesanan optimal untuk produk 2 pada kasus 2 adalah 53 pcs.

4.4 Perhitungan TCU Kasus 1 dan Kasus 2 Model EOQ pada Barang Komplementer dan Substitusi untuk Dua Produk

4.4.1 Kasus 1

Akan dicari total biaya persediaan dari kasus 1 dengan menggunakan nilai kuantitas pemesanan optimal yang telah

didapatkan sebelumnya. Dari perhitungan sebelumnya didapatkan kuantitas pemesanan produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) adalah 212 *pcs* dan produk 2 (Rinso Molto) adalah 24 *pcs* untuk. Dengan memasukkan nilai-nilai dari data Tabel 4.6 kedalam persamaan (4.6), didapatkan total biaya persediaan produk 1 yaitu:

$$TCU_1(212, 24) = \text{Rp. } 375.246,745$$

4.4.2 Kasus 2

Selanjutnya akan dicari juga total biaya persediaan dari kasus 2 dengan menggunakan nilai kuantitas pemesanan optimal yang telah didapatkan sebelumnya. Dari perhitungan sebelumnya didapatkan kuantitas pemesanan produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) adalah 252 *pcs* dan produk 2 (Rinso Molto) adalah 53 *pcs*. Dengan memasukkan nilai-nilai dari data Tabel 4.6 kedalam persamaan (4.13), didapatkan total biaya persediaan produk 2 yaitu,

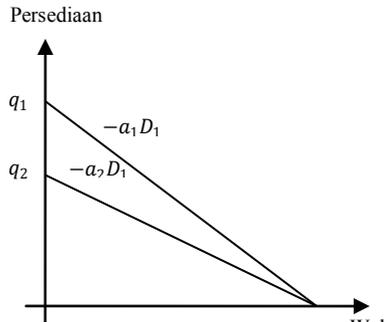
$$TCU_2(252, 53) = \text{Rp. } 285.239,961$$

4.4.3 Perbandingan TCU_1 dan TCU_2

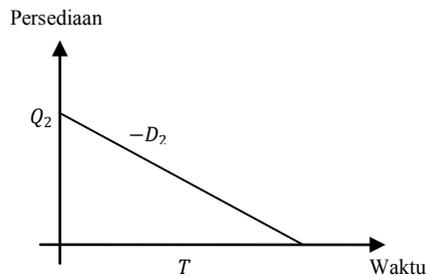
Karena nilai $TCU_2(252,53)$ lebih minimum dari $TCU_1(212, 24)$, sehingga solusi yang optimal adalah nilai dari kasus 2 yaitu $TCU_2(252,53) = \text{Rp. } 285.239,961$ dengan $q_1^* = 252$ dan $Q_2^* = 53$. Jadi didapatkan total biaya persediaan (TCU) untuk model EOQ barang komplementer dan substitusi pada dua produk yaitu Rp. 285.239,961.

4.5 Perhitungan TCU untuk Model EOQ pada Dua Produk Komplementer Tanpa Substitusi

Pada model ini akan dihitung total biaya persediaan untuk dua produk tanpa ada substitusi antar produk. Produk 1 terdiri dari 2 komponen barang yang saling komplementer yaitu Rinso Anti Noda dan Molto All In One, sedangkan produk 2 adalah Rinso Molto.



Gambar 4.4 Grafik Siklus Persediaan Produk 1



Gambar 4.5 Grafik Siklus Persediaan Produk 2

Selanjutnya akan dicari total biaya persediaan untuk barang komplementer dua produk tanpa substitusi dengan menjumlahkan *setup cost* dan *holding cost* dari produk 1 dan produk 2. Karena produk 1 mempunyai 2 komponen, maka

1. Biaya Persediaan Produk 1 = Biaya Pemesanan α +
Biaya Pemesanan β + Biaya Penyimpanan α +
Biaya Penyimpanan β ,

$$= \frac{A_1}{T} + \frac{A_1}{T} + \frac{h_1 T (a_1 D_1)}{2} + \frac{h_1 T (a_2 D_1)}{2},$$

$$= \frac{2A_1}{T} + \frac{h_1 T (a_1 D_1)}{2} + \frac{h_1 T (a_2 D_1)}{2}.$$

2. Biaya Persediaan Produk 2 = Biaya Pemesanan produk 2 +
Biaya Penyimpanan produk 2,

$$= \frac{A_2}{T} + \frac{h_2 T D_2}{2}.$$

Sehingga didapatkan total biaya persediaan untuk Model EOQ pada Dua Produk Komplementer Tanpa Substitusi adalah dengan menjumlahkan biaya persediaan produk 1 dan biaya persediaan produk 2, yaitu

$$\begin{aligned} TCU &= \text{Biaya Persediaan Produk 1} \\ &\quad + \text{Biaya Persediaan Produk 2,} \\ TCU &= \frac{2A_1}{T} + \frac{A_2}{T} + \frac{h_1 T (a_1 D_1)}{2} + \frac{h_1 T (a_2 D_1)}{2} + \frac{h_2 T D_2}{2}. \end{aligned}$$

Untuk meminimumkan total biaya persediaan akan dicari nilai T yang optimal.

$$\frac{\partial TCU}{\partial T} = 0,$$

$$\frac{\partial \left(\frac{2A_1}{T} + \frac{A_2}{T} + \frac{h_1 T (a_1 D_1)}{2} + \frac{h_1 T (a_2 D_1)}{2} + \frac{h_2 T D_2}{2} \right)}{\partial T} = 0,$$

$$-\frac{2A_1}{T^2} - \frac{2A_2}{T^2} + \frac{a_1 h_1 D_1}{2} + \frac{a_2 h_1 D_1}{2} + \frac{h_2 D_2}{2} = 0,$$

$$-\frac{2A_1}{T} - \frac{2A_2}{T} = -\frac{a_1 h_1 D_1}{2} - \frac{a_2 h_1 D_1}{2} - \frac{h_2 D_2}{2}.$$

Untuk mempermudah mencari akar persamaan dari persamaan diatas digunakan bantuan pemrograman Maple (dapat dilihat pada Lampiran 9), sehingga didapatkan:

$$T^* = \sqrt{\frac{2(2A_1 + A_2)}{h_1(a_1 D_1 + a_2 D_1) + h_2 D_2}}.$$

Karena sebelumnya pada kasus 1 sudah diketahui $T_1 = \frac{q_1}{a_1 D_1}$ dan $T_2 = \frac{q_2}{a_2 D_1}$. Dan pada kasus 2 diketahui $T_2 = \frac{Q_2}{D_2}$, sehingga dapat dicari kuantitas pemesanan yang optimal menggunakan nilai T^* dengan perhitungan sebagai berikut: (4.14)

$$q_1 = (T^*)(a_1D_1),$$

$$Q_2 = (T^*)D_2.$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2(2(20000+20000))}{954.95(2(300)+1(300))+839.40(136)'}}$$

$$= 0,0387.$$

$$q_1 = (T^*)(a_1D_1),$$

$$= 0.0387(2(300)),$$

$$= 23,2515.$$

$$Q_2 = (T^*)D_2,$$

$$= 0.0387(136),$$

$$= 5,2632 .$$

Dengan menggunakan nilai $T^* = 0.0387$ maka dapat dicari nilai dari TCU , yaitu

$$TCU = \frac{2A_1}{T} + \frac{A_2}{T} + \frac{h_1T(a_1D_1)}{2} + \frac{h_1T(a_2D_1)}{2} + \frac{h_2TD_1}{2},$$

$$= \frac{2(20000)}{0.0387} + \frac{20000}{0.0387} + \frac{(954.95)(0.0387)(2(300))}{2}$$

$$+ \frac{(954.95)(0.0387)(1(300))}{2} + \frac{(839.4)(0.0387)(300)}{2},$$

$$= \text{Rp. } 1.566.983,486 .$$

Jadi didapatkan total biaya persediaan tanpa substitusi yaitu Rp. 1.566.983,486, dengan kuantitas pemesanan produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) 23 *pcs*/satuan waktu dan produk 2 (Rinso Molto) adalah 5 *pcs*/satuan waktu. Dalam kasus ini satu periode adalah satu tahun, sehingga waktu setiap kali pesan adalah $0.0387 \times 365 = 14,125$ atau 14 hari. Jadi, dalam waktu satu periode (satu tahun) Rinso Anti Noda dan Molto All In One dipesan

sebanyak $23 \times \frac{365}{14} = 599,642$ pcs atau 600 pcs, sedangkan Rinso Molto dipesan sebanyak $5 \times \frac{365}{14} = 130,357$ atau 300 pcs.

4.6 Perbandingan Total Biaya Persediaan Model EOQ pada Barang Komplementer Dua Produk dengan Substitusi dan Tanpa Substitusi

Berdasarkan perhitungan pada Sub Bab 4.4.3 diperoleh bahwa perhitungan dengan kasus 2 memberikan nilai kuantitas pemesanan barang yang lebih optimal yaitu 252 pcs untuk produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) dan 53 pcs untuk produk 2 (Rinso Molto). Total biaya persediaan yang dikeluarkan dengan model EOQ pada barang komplementer dan substitusi dua produk sebesar Rp. 285.239,961. Kemudian pada perhitungan Sub Bab 4.5 diperoleh total biaya persediaan yang dikeluarkan dengan model EOQ pada barang komplementer tanpa substitusi untuk dua produk adalah Rp. 1.566.983,486.

Total biaya persediaan yang dikeluarkan dengan model EOQ pada barang komplementer dan substitusi dua produk lebih hemat Rp. 1.281.743,525 dari total biaya persediaan yang dikeluarkan model tanpa substitusi.

BAB V

KESIMPULAN

1. Pada penelitian ini telah dikonstruksi ulang model EOQ pada barang substitusi dan komplementer untuk dua produk. Model yang dikembangkan dari model konvensional ini mempertimbangkan adanya substitusi antar produk dengan mengkaji dua kasus, dimana kasus pertama ketika produk 2 menjadi barang substitusi dan kasus kedua ketika produk 1 menjadi barang substitusi. Dengan adanya 2 kasus tersebut dapat ditentukan kuantitas pemesanan barang yang lebih optimal untuk meminimumkan biaya persediaan.
2. Berdasarkan hasil perhitungan dari model EOQ pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk, pada kasus 1 dihasilkan biaya persediaan sebesar Rp. 375.246,745 dengan kuantitas pemesanan produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) adalah 212 *pcs* dan produk 2 (Rinso Anti Noda) adalah 24 *pcs*. Pada kasus 2 dihasilkan biaya persediaan sebesar Rp. 285.239,961 dengan kuantitas pemesanan produk 1 (Rinso Anti Noda dan Molto All In One) adalah 252 *pcs* dan produk 2 (Rinso Molto) adalah 53 *pcs*.
3. Berdasarkan perhitungan dua kasus model EOQ pada barang komplementer dan substitusi untuk dua produk, didapatkan bahwa biaya persediaan yang dikeluarkan kasus 2 lebih minimum daripada kasus 1 yaitu Rp. 285.239,961 . Jadi, diputuskan bahwa kasus 2 lebih memberikan biaya persediaan yang lebih minimum untuk model EOQ pada barang komplementer dan substitusi dua produk. Selanjutnya didapatkan biaya persediaan yang dikeluarkan model EOQ komplementer tanpa substitusi untuk dua produk adalah Rp. 1.566.983,486. Model EOQ pada barang komplementer dan substitusi dua produk menghasilkan biaya yang lebih hemat Rp. 1.281.743,525 dari total biaya persediaan yang dikeluarkan model tanpa substitusi. Substitusi antar produk dapat mengurangi jumlah biaya persediaan yang dikeluarkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Assauri, S. 2008. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Chen, X., Feng, Y., Keblis, M. F., & Xu, J. 2015. *Optimal Inventory Policy For Two Substitutable Products With Customer Service Objectiv*, European J. Oper. Res. 246 (1) 76–85.
- Djunaidi, M., Nandiroh, S., & Marzuki, I. Octaviani. 2005. *Pengaruh Perencanaan Pembelian Bahan Baku Dengan Model EOQ Untuk Multi Item Dengan All Unit*.
- Drezner, Z., Gurnani, H., & Pasternack, B.A. 1995. *An EOQ Model With Substitutions Between Products*, J. Oper. Res. Soc. 46 887–891.
- Heizer, J & Render, B. 2015. *Manajemen Operasi: Keberlangsungan dan Rantai Pasokan*. Edisi Sebelas. Diterjemahkan oleh Hirson Kurnia, Ratna Saraswati, David Wijaya. Jakarta: Salemba Empat.
- Keown, J. Arthur., Martin, J., Petty, J. W., & Scott, David F. 2005. *Financial Managemen: Principles and Applications 10th ed*. New Jersey: Prentice Hall.
- Mokhtari, H. 2018. *Economic Order Quantity For Joint Complementary and Substitutable Items*. Mathematics and Computers in Simulation, 154, 34–47.
- Rangkuti, F. 2004. *Manajemen Persediaan*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- Riyanto, B. 2001. *Dasar-Dasar Pembelian Perusahaan*. Edisi 4. Yogyakarta: BPEE.
- Shin, H., Park, S., Lee, E., & Benton, W.C. 2015. *A Classification Of The Literature on the planning of substitutable products*. European J. Oper. Res. 246 (3) 686-699.
- Waters, D. 2003. *Inventory Control and Management*. Great Britain: Willey.
- Yamit, Z. 2002. *Manajemen Kualitas Produk dan Jasa*. Edisi Pertama. Yogyakarta: Ekonisia Kampus Fakultas Ekonomi UII.
- Zhang, R. & Huang, Y. 2010. *A Two-Item Deterministic EOQ Model With Partial Backordering and Substitution*, in: International

Conference on Economics, Business and Management,
Manila, Philippines.

Lampiran 1 Turunan TCU_1 terhadap q_1 (kasus 1)

$$\begin{aligned}
 > TCU_1 = \frac{1}{\left(\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{D_1 + D_2} \right)} \left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{1}{2(D_1 + D_2)} \right) \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + \frac{q_1}{2a_1 D_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right) + \frac{h_1 q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right); \\
 TCU_1 = \frac{1}{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}} & \left(\left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{2D_1 + 2D_2} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{q_1 \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)}{a_1 D_1} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 D_1} \right) (D_1 + D_2) \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 > \text{subs} \left(Q_2 = \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}, \frac{1}{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}} \left(\left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{2D_1 + 2D_2} \right)^2 \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{q_1 \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)}{a_1 D_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 D_1} \right) \cdot (D_1 + D_2) \right); \\
 & \quad \left(\frac{2A_1 + A_2 + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 D_2}{a_1^2 D_1^2} + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 D_1} \right) (D_1 + D_2) \\
 & \quad \frac{q_1 D_2 + q_1}{a_1 D_1 + a_1} \tag{2}
 \end{aligned}$$

$$> \text{diff} \left(\frac{\left(2A_1 + A_2 + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2} + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 R_1} \right) (R_1 + R_2)}{\frac{q_1 R_2 + q_1}{a_1 R_1 + a_1}}, q_1 \right);$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\frac{h_2 q_1 R_2}{a_1^2 R_1^2} + \frac{h_1 q_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 R_1}}{\frac{q_1 R_2 + q_1}{a_1 R_1 + a_1}} \right) (R_1 + R_2) \tag{3} \\
 & - \frac{\left(2A_1 + A_2 + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2} + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 R_1} \right) (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right)}{\left(\frac{q_1 R_2 + q_1}{a_1 R_1 + a_1} \right)^2}
 \end{aligned}$$

Lampiran 2 Mencari nilai q_1^* (kasus 1)

$$\begin{aligned}
 & \triangleright \text{solve} \left(\left(\frac{h_2 R_2 (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2^2}{a_1^2 R_1^2} + \frac{2 R_2}{a_1^2 R_1} + \frac{1}{a_1^2} \right)}{a_1^2 R_1^2} \right. \right. \\
 & \quad + \left. \left. \frac{h_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2^2}{a_1^2 R_1^2} + \frac{2 R_2}{a_1^2 R_1} + \frac{1}{a_1^2} \right)}{a_1 R_1} \right) \right. \\
 & \quad - \left. \left. \frac{1}{2} \frac{h_2 R_2 (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right)^2}{a_1^2 R_1^2} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left. \frac{1}{2} \frac{h_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right)^2}{a_1 R_1} \right) \right) \cdot x^2 - \left((2 A_1 + A_2) \cdot \left((R_1 + R_2) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \cdot \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right) \right) \cdot \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right) \right) \cdot (x) \Bigg\}; \\
 & \left. x = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\left(h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2 \right) (2 A_1 + A_2) a_1 R_1}}{h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2} \right\}, \quad x = \\
 & \left. - \frac{\sqrt{2} \sqrt{\left(h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2 \right) (2 A_1 + A_2) a_1 R_1}}{h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2} \right\} \quad (1) \\
 & \triangleright \text{subs} \left(R_1 = 300, R_2 = 126, A_1 = 20000, A_2 = 20000, h_1 = 954.95, h_2 = 839.4, a_1 = 2, a_2 = 1, \right. \\
 & \quad \left. \frac{\sqrt{2} \sqrt{\left(h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2 \right) (2 A_1 + A_2) a_1 R_1}}{h_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1} \right) a_1 R_1 + h_2 R_2} \right);
 \end{aligned}$$

$$\frac{600 \sqrt{2} \sqrt{36000000 954.95 \left(\frac{3}{2} \right) + 6.345864000 10^9}}{600 954.95 \left(\frac{3}{2} \right) + 1.057644 10^5} \quad (2)$$

Lampiran 3 Turunan TCU_1 terhadap Q_2 (kasus 1)

$$\begin{aligned}
 > TCU_1 = \frac{1}{\left(\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{D_1 + D_2}\right)} \left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{1}{2(D_1 + D_2)} \right) \left(Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)^2 \right. \\
 & \quad \left. + \frac{q_1}{2a_1 D_1} \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right) \right) + \frac{h_1 q_1^2}{2a_1 D_1} \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right); \\
 TCU_1 &= \frac{1}{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}} \left(\left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{2D_1 + 2D_2} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{q_1 \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)}{a_1 D_1} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 D_1} \right) (D_1 + D_2)
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 > \text{subs } q_1 = \frac{a_1 D_1 Q_2}{D_2}, \frac{1}{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}} \left(\left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1}}{2D_1 + 2D_2} \right)^2 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{q_1 \left(2Q_2 - \frac{q_1 D_2}{a_1 D_1} \right)}{a_1 D_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_1 q_1^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{a_1 D_1} \right) (D_1 + D_2) \Bigg); \\
 & \quad \left(\frac{2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{D_2} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_1 a_1 D_1 Q_2^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{D_2^2} \right) (D_1 + D_2)}{Q_2 + \frac{D_1 Q_2}{D_2}}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$> \text{diff} \left(\frac{\left(\left(2A_1 + A_2 + h_2 \left(\frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{R_2} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_1 a_1 R_1 Q_2^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right)}{R_2^2} \right) \cdot (R_1 + R_2) \right)}{Q_2 + \frac{R_1 Q_2}{R_2}}, Q_2 \right);$$

$$\left(\frac{h_2 Q_2}{R_2} + \frac{h_1 a_1 R_1 Q_2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{R_2^2} \right) (R_1 + R_2)$$

$$\frac{Q_2 + \frac{R_1 Q_2}{R_2}}{\left(2A_1 + A_2 + \frac{1}{2} \frac{h_2 Q_2^2}{R_2} + \frac{1}{2} \frac{h_1 a_1 R_1 Q_2^2 \left(1 + \frac{a_2}{a_1}\right)}{R_2^2} \right) (R_1 + R_2) \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}{\left(Q_2 + \frac{R_1 Q_2}{R_2} \right)^2}$$

Lampiran 4 Mencari nilai Q_2^* (kasus 1)

$$\begin{aligned}
 & \text{solve} \left(\left(\frac{h_2 (R_1 + R_2) \left(1 + \frac{2 R_1}{R_2} + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right)}{R_2} \right. \right. \\
 & + \frac{h_1 a_1 R_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) (R_1 + R_2) \left(1 + \frac{2 R_1}{R_2} + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right)}{R_2^2} - \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)^2 h_2 (R_1 + R_2)}{R_2} \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)^2 h_1 a_1 R_1 \left(1 + \frac{a_2}{a_1} \right) (R_1 + R_2)}{R_2^2} \right) x^2 - (2 A_1 + A_2) (R_1 + R_2) \left(1 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{R_1}{R_2} \right) \right), (x);
 \end{aligned}$$

x

(1)

$$\begin{aligned}
 & = \left(\sqrt{2} \right. \\
 & \left. \sqrt{\left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) R_2 (2 A_1 + A_2) R_2} \right. \\
 & \left. / \left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) \right), \left[x = \right. \\
 & \left. - \left(\sqrt{2} \right. \right. \\
 & \left. \left. \sqrt{\left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) R_2 (2 A_1 + A_2) R_2} \right) \right. \\
 & \left. / \left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{subs} \left(R_1 = 300, R_2 = 126, A_1 = 20000, A_2 = 20000, h_1 = 954.95, h_2 = 839.4, a_1 = 2, a_2 = 1, \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\sqrt{2} \right. \\
 & \left. \sqrt{\left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) R_2 (2 A_1 + A_2) R_2} \right) \\
 & \left. / \left(R_1^2 a_1 h_1 + R_1^2 a_2 h_1 + R_1 h_1 a_1 R_2 + R_1 h_2 R_2 + R_1 h_1 a_2 R_2 + h_2 R_2^2 \right) \right);
 \end{aligned}$$

$$1.522048004 \sqrt{2} \sqrt{126}$$

(2)

Lampiran 5 Turunan TCU_2 terhadap q_1 (kasus 2)

\

$$\begin{aligned}
 > TCU_2 = \left(\frac{1}{\left(\frac{Q_2 + q_1}{a_1} \right)} \left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2R_2} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2 + \frac{Q_2}{2R_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \cdot \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) + \frac{h_2 Q_2^2}{2R_2} \right); \\
 TCU_2 &= \frac{1}{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}} \left(\left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{1}{2} \frac{Q_2 \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2 q_1}{a_1} \right)}{R_2} \right. \right. \right. \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{\left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2}{a_1(R_1 + R_2)} + \frac{1}{2} \frac{Q_2 \left(\frac{2a_2 q_1}{a_1} - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right)}{R_2} \right) \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{a_2 q_1}{a_1} - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)}{a_1(R_1 + R_2)} + \frac{1}{2} \frac{h_2 Q_2^2}{R_2} \right) (R_1 + R_2) \right) \\
 > \text{subs } Q_2 = \frac{q_1 R_2}{a_1 R_1}, \left(\frac{1}{\left(\frac{Q_2 + q_1}{a_1} \right)} \left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2R_2} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2}{a_1} q_1 \right) \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2 + \frac{Q_2}{2R_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \cdot \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) + \frac{h_2 Q_2^2}{2R_2} \right); \\
 & \quad \left(\frac{2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{q_1^2 a_2}{a_1^2 R_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2}}{\frac{q_1 R_2}{a_1 R_1} + \frac{q_1}{a_1}} \right) (R_1 + R_2) \tag{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{diff} \left(\frac{\left(2A_1 + A_2 + h_1 \cdot \left(\frac{q_1^2 \cdot a_2}{a_1^2 R_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2} \right) \cdot (R_1 + R_2)}{\frac{q_1 \cdot R_2}{a_1 \cdot R_1} + \frac{q_1}{a_1}}, q_1 \right); \\
 & \frac{\left(\frac{2 h_1 q_1 a_2}{a_1^2 R_1} + \frac{h_2 q_1 R_2}{a_1^2 R_1^2} \right) (R_1 + R_2)}{\frac{q_1 R_2}{a_1 R_1} + \frac{q_1}{a_1}} \\
 & - \frac{\left(2A_1 + A_2 + \frac{h_1 q_1^2 a_2}{a_1^2 R_1} + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2} \right) (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right)}{\left(\frac{q_1 R_2}{a_1 R_1} + \frac{q_1}{a_1} \right)^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Lampiran 6 Mencari nilai q_1^* (kasus 2)

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{aligned}
 & \triangleright \text{solve} \left(\frac{\left(\frac{2 h_1 q_1 a_2}{a_1^2 R_1} + \frac{h_2 q_1 R_2}{a_1^2 R_1^2} \right) (R_1 + R_2)}{\frac{q_1 R_2}{a_1 R_1} + \frac{q_1}{a_1}} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{\left(2 A_1 + A_2 + \frac{h_1 q_1^2 a_2}{a_1^2 R_1} + \frac{1}{2} \frac{h_2 q_1^2 R_2}{a_1^2 R_1^2} \right) (R_1 + R_2) \left(\frac{R_2}{a_1 R_1} + \frac{1}{a_1} \right)}{\left(\frac{q_1 R_2}{a_1 R_1} + \frac{q_1}{a_1} \right)^2}, q_1 \right); \\
 & \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2)} R_1 a_1}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2}, \\
 & \quad - \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2)} R_1 a_1}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2} \\
 & \triangleright \text{subs} \left(R_1 = 300, R_2 = 126, A_1 = 20000, A_2 = 20000, h_1 = 954.95, h_2 = 839.4, a_1 = 2, a_2 = 1, \right. \\
 & \quad \left. \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2)} R_1 a_1}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2} \right); \\
 & \quad \quad \quad 178.3926451 \sqrt{2}
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

Lampiran 7 Turunan TCU_2 terhadap Q_2 (kasus 2)

$$\begin{aligned}
 &> TCU_2 = \left(\frac{1}{\left(\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{R_1 + R_2} \right)} \left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2R_2} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2}{a_1} \cdot q_1 \right) \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2 + \frac{Q_2}{2R_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} \cdot q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} \cdot q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \cdot \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) + \frac{h_2 Q_2^2}{2R_2} \right) \right); \\
 TCU_2 &= \frac{1}{\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{R_1 + R_2}} \left(\left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{1}{2} \frac{Q_2 \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2 q_1}{a_1} \right)}{R_2} \right. \right. \right. \tag{1} \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{\left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2}{a_1(R_1 + R_2)} + \frac{1}{2} \frac{Q_2 \left(\frac{2a_2 q_1}{a_1} - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right)}{R_2} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{a_2 q_1}{a_1} - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)}{a_1(R_1 + R_2)} + \frac{1}{2} \frac{h_2 Q_2^2}{R_2} \right) (R_1 + R_2) \right) \right) \\
 &> \text{subs} \left(q_1 = \frac{a_1 R_1 Q_2}{R_2}, \left(\frac{1}{\left(\frac{Q_2 + \frac{q_1}{a_1}}{R_1 + R_2} \right)} \left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{Q_2}{2R_2} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} + \frac{a_2}{a_1} \cdot q_1 \right) \right) \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right)^2 + \frac{Q_2}{2R_2} \left(\frac{2a_2}{a_1} \cdot q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2a_1(R_1 + R_2)} \left(\frac{a_2}{a_1} \cdot q_1 - \frac{a_2 Q_2 R_1}{R_2} \right) \cdot \left(q_1 - \frac{a_1 Q_2 R_1}{R_2} \right) \right) + \frac{h_2 Q_2^2}{2R_2} \right) \right) \right); \\
 &\quad \left(2A_1 + A_2 + h_1 \left(\frac{Q_2^2 a_2 R_1}{R_2^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_2 Q_2^2}{R_2} \right) (R_1 + R_2) \\
 &\quad \frac{Q_2 + \frac{Q_2 R_1}{R_2}}{R_2} \tag{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \succ \text{diff} \left[\frac{\left(2A_1 + A_2 + h_1 \cdot \left(\frac{\mathcal{Q}_2^2 a_2 R_1}{R_2^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{h_2 \mathcal{Q}_2^2}{R_2} \right) \cdot (R_1 + R_2)}{\mathcal{Q}_2 + \frac{\mathcal{Q}_2 R_1}{R_2}}, \mathcal{Q}_2 \right]; \\
 & \frac{\left(\frac{2h_1 \mathcal{Q}_2 a_2 R_1}{R_2^2} + \frac{h_2 \mathcal{Q}_2}{R_2} \right) (R_1 + R_2)}{\mathcal{Q}_2 + \frac{\mathcal{Q}_2 R_1}{R_2}} \\
 & - \frac{\left(2A_1 + A_2 + \frac{h_1 \mathcal{Q}_2^2 a_2 R_1}{R_2^2} + \frac{1}{2} \frac{h_2 \mathcal{Q}_2^2}{R_2} \right) (R_1 + R_2) \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)}{\left(\mathcal{Q}_2 + \frac{\mathcal{Q}_2 R_1}{R_2} \right)^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Lampiran 8 Mencari nilai Q_2^* (kasus 2)

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{solve} \left(\frac{\left(\frac{2 h_1 Q_2 a_2 R_1}{R_2^2} + \frac{h_2 Q_2}{R_2} \right) (R_1 + R_2)}{Q_2 + \frac{Q_2 R_1}{R_2}} \right. \\
 & \left. - \frac{\left(2A_1 + A_2 + \frac{h_1 Q_2^2 a_2 R_1}{R_2^2} + \frac{1}{2} \frac{h_2 Q_2^2}{R_2} \right) (R_1 + R_2) \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)}{\left(Q_2 + \frac{Q_2 R_1}{R_2} \right)^2}, Q_2 \right); \\
 & \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2) R_2}}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2}, - \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2) R_2}}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2}
 \end{aligned} \right\} \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{subs} \left(R_1 = 300, R_2 = 126, A_1 = 20000, A_2 = 20000, h_1 = 954.95, h_2 = 839.4, a_1 = 2, a_2 = 1, \right. \\
 & \left. \frac{\sqrt{2} \sqrt{(2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2) R_2}}{2 h_1 a_2 R_1 + h_2 R_2} \right); \\
 & \qquad \qquad \qquad 37.46245548 \sqrt{2} \quad (5)
 \end{aligned}$$

Lampiran 9 Turunan TCU terhadap T dan mencari nilai T optimal

Done

$$\begin{aligned} &> \text{diff} \left(\frac{2 A_1}{T} + \frac{A_2}{T} + \frac{h_1 \cdot T \cdot (a_1 R_1)}{2} + \frac{h_1 \cdot T \cdot (a_2 R_2)}{2} + \frac{h_2 \cdot T \cdot R_2}{2}, T \right); \\ &\quad - \frac{2 A_1}{T^2} - \frac{A_2}{T^2} + \frac{1}{2} a_1 h_1 R_1 + \frac{1}{2} a_2 h_1 R_1 + \frac{1}{2} h_2 R_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &> \text{solve} \left(\left[- \frac{2 A_1}{T^2} - \frac{A_2}{T^2} + \frac{1}{2} a_1 h_1 R_1 + \frac{1}{2} a_2 h_1 R_1 + \frac{1}{2} h_2 R_2 \right], \{T\} \right); \\ &\quad \left\{ T = \frac{\sqrt{2} \sqrt{(a_1 h_1 R_1 + a_2 h_1 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2)}}{a_1 h_1 R_1 + a_2 h_1 R_1 + h_2 R_2} \right\}, \left\{ T = \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{2} \sqrt{(a_1 h_1 R_1 + a_2 h_1 R_1 + h_2 R_2) (2 A_1 + A_2)}}{a_1 h_1 R_1 + a_2 h_1 R_1 + h_2 R_2} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &> T = \left(\frac{2(2 A_1 + A_2)}{h_1((a_1 \cdot R_1) + (a_2 \cdot R_2)) + (h_2 \cdot R_2)} \right)^{\frac{1}{2}}; \\ &\quad T = \sqrt{2} \sqrt{\frac{2 A_1 + A_2}{h_1(a_1 R_1 + a_2 R_2) + h_2 R_2}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &> \text{subs} \left(A_1 = 20000, A_2 = 20000, R_1 = 300, R_2 = 126, h_1 = 954.95, h_2 = 839.4, a_1 = 2, a_2 = 1, \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{2(2 A_1 + A_2)}{h_1((a_1 \cdot R_1) + (a_2 \cdot R_2)) + (h_2 \cdot R_2)} \right)^{\frac{1}{2}} \right); \\ &\quad \sqrt{2} \sqrt{60000} \sqrt{\frac{1}{954.95(726) + 1.057644 \cdot 10^5}} \end{aligned} \quad (4)$$

Lampiran 10 Surat Keterangan Pengambilan Data

	<p>KOPERASI PEGAWAI REPUBLIK INDONESIA UNIVERSITAS BRAWIJAYA Badan Hukum No. 148A/BH/II/17-69-Tanggal 20 Agustus 1996 Jl. Mayjen Haryono 169 Telp. (0341) 552995, Fax. (0341) 552995 Malang</p>
<p style="text-align: center;">SURAT KETERANGAN Nomor : 43.23/KPRI-UB/UM/IV/2019</p>	
<p>Yang bertanda tangan dibawah ini :</p>	
N a m a	: Suparmiati, S. Sos
Jabatan	: Manager Utama KPRI -UB
Alamat	: Jl. MT Haryono 169 Malang
<p>Menerangkan bahwa :</p>	
Nama	: Thufatur Rosyida
NIM	: 155090407111026
Universitas	: Universitas Brawijaya Malang
Fakultas	: Fakultas MIPA
Jurusan	: Matematika
Judul	: Optimalisasi Persediaan Barang Komplementer dan Substitusi Dua Produk Menggunakan Metode EOQ
<p>Mahasiswa tersebut telah melakukan Penelitian di Koperasi Pegawai Republik Indonesia (KPRI) Universitas Brawijaya Malang mulai tanggal 21 s/d 22 Desember 2018</p>	
<p>Demikian surat keterangan ini, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.</p>	
<p style="text-align: right;">Malang, 16 April 2019</p> <p style="text-align: center;"> Suparmiati, S. Sos Manager Utama</p>	

