OPTIMALISASI STRATEGI *MALL* MENARIK PENGUNJUNG DENGAN METODE SIMPLEKS DAN COP

(Studi Kasus Mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)

SKRIPSI

oleh:

EVA REHULINA SEMBIRING

145090401111020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018

OPTIMALISASI STRATEGI *MALL* MENARIK PENGUNJUNG DENGAN METODE SIMPLEKS DAN COP

(Studi Kasus Mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Matematika

oleh:
EVA REHULINA SEMBIRING
145090401111020

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

OPTIMALISASI STRATEGI *MALL* MENARIK PENGUNJUNG DENGAN METODE SIMPLEKS DAN COP
(Studi Kasus Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)

oleh:
EVA REHULINA SEMBIRING
145090401111020

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika

Pembimbing

Dr. Sobri A., MT
NIP. 196012071988021001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si, M.Si, Ph.D.
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**:**	**Eva Rehulina Sembiring**
NIM	**:**	**145090401111020**
Penulis Skripsi berjudul	**:**	**Optimalisasi Strategi *Mall* Menarik Pengunjung Dengan Metode Simpleks Dan Cop (**Studi Kasus Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)

dengan ini menyatakan bahwa:

1. **isi skripsi yang saya buat ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, nama-nama yang tertulis di Daftar Pustaka skripsi ini hanya sebagai referensi.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang,
yang menyatakan,

<u>Eva Rehulina Sembiring</u>
NIM. 145090401111020

OPTIMALISASI STRATEGI *MALL* MENARIK PENGUNJUNG DENGAN METODE SIMPLEKS DAN COP

(Studi Kasus Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)

ABSTRAK

Mall perlu melakukan perencanaan strategi pemasaran yang ideal agar menemukan peluang *marketing* yang baik. Salah satu cara menentukan strategi pemasaran yang harus dioptimalkan adalah dengan teori permainan. Pada skripsi membahas optimalisasi strategi *mall* dengan studi kasus Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya. *Mall* yang menjadi alternatif adalah *Mall* Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Garden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP). Alternatif strategi yang digunakan antara lain: kebersihan, keamanan, dekorasi, *food court*, tempat parkir, variasi produk, kelengkapan produk, tongkrongan, *event*, terkenalnya *mall*, dan kualitas produk. Terdapat tiga metode yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu metode dominasi, simpleks, dan *cut off point*. Metode dominasi digunakan untuk mengeliminasi matriks *payoff* yang berukuran $m \times n$ menjadi ukuran yang lebih kecil. Metode simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear berdasarkan matriks *payoff* yang telah didominasi. Selanjutnya metode *cut off point* digunakan untuk memilih strategi-strategi yang sesuai dengan minat konsumen dalam lingkup mahasiswa. Hasil dari penelitian ini diperoleh strategi optimal untuk MATOS adalah keamanan, dekorasi, dan *event*. Strategi optimal untuk MOG adalah keamanan, kebersihan, dan *event*. Strategi optimal untuk MDC adalah keamanan dan *event*. Strategi optimal untuk MCP adalah keamanan, *event,* dan kelengkapan produk. Sementara itu, strategi yang diminati oleh responden adalah kebersihan, keamanan, *food court*, kelengkapan produk, tempat parkir, variasi produk, dan kualitas barang.

Kata kunci: *strategi optimal, teori permainan, pemrograman linear, metode simpleks, metode cut off point, mall.*

OPTIMIZING THE MALL STRATEGY ATTRACTS VISITORS WITH SIMPLEX AND COP METHOD
(Case Study on Students of Mathematics and Statistics Department, University of Brawijaya)

ABSTRACT

The mall needs to do an ideal marketing strategy to find a good marketing chance. One way to determine which marketing strategy should be optimized is by game theory. This research will explain the optimization of mall strategy with the case study of the Department of Mathematics and Statistics in Brawijaya University. The Malls that become the alternative are Mall Malang Town Square (MATOS), Mall Olympic Garden (MOG), Mall Dinoyo City (MDC), and Malang City Point (MCP). The alternative strategies are cleanliness, security, decoration, food court, park places, product variety, completeness of the product, hangout place, event, famous mall, and product quality. There are three methods used in this research, domination, simplex, and cut of point. The domination method is used to eliminate matrix payoff of $m \times n$ size become smaller size. The simplex method is used to solve the linear programming problems based on the payoff matrix which has dominated. Furthermore, cut off point method is used to choose the strategies that compatible with consumer interest in the student area. The results of this research show the optimal strategies for MATOS are security, decoration, and event. The optimal strategies for MOG are security, cleanliness, and event. The optimal strategies for MDC are event and security otherwise, the optimal strategies for MCP are security, event, and completeness of the product. Meanwhile, the strategies that interested by the respondents are cleanliness, food court, product completeness, park place, product variation, and the goods quality.

Keywords: *optimal strategy, game theory, linear programming, simplex methods, cut off point methods, mall.*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yesus Kristus karena kasih dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Optimalisasi Strategi *Mall* Menarik Pengunjung Dengan Metode Simpleks Dan COP (Studi Kasus Mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya)" dengan lancar dan sesuai waktu yang diharapkan. Penulisan skripsi ini diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan dan penulisan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Sobri Abusini, MT selaku Dosen Pembimbing yang menyempatkan waktunya untuk membimbing, memberi nasihat, saran, dan kritik yang sangat bermanfaat bagi penulis selama proses penyusunan hingga skripsi ini selesai.
2. Bapak Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT dan ibu Mila Kurniawaty, S.Si., M.Si., Ph.D selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
3. Ibu Sa'adatul Fitri, S.Si., M.Sc dan ibu Nur Shofianah, S.Si., M.Si., Ph.D selaku Dosen Penasehat Akademik penulis atas masukan dan arahan selama kuliah.
4. Bapak Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si. Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika dan Ibu Dr. Isnani Dart, M.Si. atas segala bantuan yang diberikan.
5. Segenap dosen Matematika FMIPA Universitas Brawijaya yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat serta segenap karyawan Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
6. Papa, Mama, Brendy, dan Rahel yang selalu memberikan cinta, kasih sayang, semangat, dukungan, serta doa kepada penulis.
7. Keluarga Besar Matematika 2014 yang telah memberikan dukungan dan semangat.
8. Keluarga besar PMK Philadelphia atas doa, semangat, dan kebersamaan.

9. Semua pihak yang telah memberikan doa dan motivasi atas kelancaran penulisan skripsi ini yang tidak dapat penulis tuliskan satu per satu.

Semoga Tuhan memberikan balasan kepada semua pihak yang turut membantu kelancaran penulisan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dapat dikirim melalui email erehulina@yahoo.co.id. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak dan menjadi sumber inspirasi untuk penulisan skripsi selanjutnya.

Malang, 07 Juni 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Produk atau jasa yang diproduksi oleh produsen harus melewati tahap saluran pemasaran untuk sampai kepada konsumen. Saluran pemasaran adalah organisasi-organisasi yang saling tergantung dalam proses yang bertujuan membuat produk atau jasa tersedia untuk digunakan atau dikonsumsi (Kotler dan Keller, 2007). Saluran pemasaran tersebut meliputi, produsen, pedagang besar, pemborong, pengecer, dan konsumen akhir. Salah satu tempat pemasaran, pusat berkumpulnya beberapa pedagang adalah *shopping mall*. *Shopping mall* dapat diklasifikasikan dengan konsep penggabungan antara perbelanjaan dengan rekreasi dalam gedung kontemporer, di mana para konsumen dapat dipenuhi kebutuhannya dalam rekreasi seperti menonton bioskop, makan, berbelanja harian, dan lain-lain (Cahyono, 1995).

Seiring dengan perkembangan jaman dan bertambahnya jumlah *mall* di suatu daerah, maka berdampak pada peningkatan daya saing pemasaran antar *mall*. Untuk menarik minat perhatian dan mencegah pengunjung dari rasa bosan, *mall* harus memiliki strategi yang unik dan menarik, agar pemasaran dalam *mall* tersebut dapat bertahan. Konsep pemasaran merupakan kegiatan perusahaan yang memusatkan seluruh upayanya melalui strategi pemasaran (Howard, 1973). Mall perlu melakukan perencanaan strategi pemasaran yang ideal agar menemukan peluang *marketing* yang baik. Salah satu cara menentukan strategi pemasaran yang harus dioptimalkan adalah dengan teori permainan.

Dengan teori permainan maka suatu keputusan dapat diambil untuk memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan kerugian yang bertujuan untuk memenangkan permainan. Jika jumlah keuntungan dan kerugian adalah nol maka dikatakan permainan berjumlah nol (*zero sum game*). Jika jumlah keuntungan dan kerugian tidak sama dengan nol, maka dikatakan permainan berjumlah tak nol (*non-zero sum game*) (Subagyo dkk., 1990).

Pada skripsi ini dibahas tentang aplikasi teori permainan dengan mengacu pada artikel Ghadle dan Pawar (2014), yaitu aplikasi teori permainan dengan menggunakan metode simpleks. Berbeda dari skripsi sebelumnya yang membahas Aplikasi Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi Ritel Modern di Sekitar Kampus Dengan Metode Simpleks (Rifanand, 2017), dalam skripsi ini selain dibahas penentuan strategi optimal *mall* menggunakan metode simpleks, juga akan dicari strategi yang di minati oleh konsumen dengan menggunakan metode *Cut Off Point*.

Tam M.C.Y menggunakan metode *Cut Off Point* (COP) untuk menilai tingkat kepentingan kriteria yang ada (Tam, 1996). Dalam arti lain untuk menyederhanakan dan memiih kriteria yang relevan dengan permasalahan. Pada skripsi ini, metode COP digunakan untuk menentukan urutan strategi yang paling menarik perhatian menurut responden. Konsep ini diterapkan pada beberapa *mall* di sekitar kota Malang dengan studi kasus pada mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah di uraikan, permasalahan yang dibahas pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan teori permainan pada optimalisasi strategi *Mall* Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Garden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP) dengan menggunakan metode simpleks?
2. Bagaimana penerapan metode COP untuk menentukan strategi *mall* yang diminati mahasiswa Jurusan Matematika dan Staistika Universitas Brawijaya?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Jenis permainan merupakan permainan berjumlah nol.
2. *Mall* yang diuji adalah *Mall* Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Gaeden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP).
3. Kriteria yang digunakan merupakan beberapa kriteria umum konsumen, yaitu kebersihan, keamanan, dekorasi, *food court*, tempat parkir, variasi produk, kelengkapan produk, tongkrongan, *event*, terkenalnya *mall* dan kualitas barang yang tersedia.

1.4 Asumsi

Asumsi pada skripsi ini adalah *mall* yang menjadi alternatif penelitian ini adalah *mall* besar di kota Malang.

1.5 Tujuan

Tujuan dari skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui penerapan teori permainan pada optimalisasi strategi *Mall* Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Garden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP) dengan menggunakan metode simpleks.
2. Mengetahui penerapan metode COP untuk menentukan urutan strategi *mall* yang diminati mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya.

1.6 Manfaat

Manfaat dari skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Pembaca
   Menerapkan Simpleks dan *Cut Off Point* dalam kehidupan sehari-hari agar dapat mempermudah penyelesaian dalam teori permainan.
2. Bagi pihak *mall*
   Menetukan strategi yang akan dioptimalkan untuk menarik minat pengunjung.

BAB II

DASAR TEORI

Pada dasar teori ini dibahas beberapa definisi dan contoh yang digunakan sebagai dasar memahami konsep metode *Cut Off Point* (COP) dan teori permainan pada metode simpleks sebagai acuan dalam pembahasan.

2.1 *Cut Off Point* (COP)

Menurut Tam (1996), dalam menyelesaikan suatu permasalahan, kriteria yang diperoleh tidak selalu terbatas. Oleh karena itu, ditentukan derajat kebutuhannya untuk memilih kriteria-kriteria yang dieleminasi dan yang layak digunakan sebagai alternatif pemilihan dalam suatu masalah dengan menggunakan metode *Cut Off Point* (COP). Untuk memperoleh penilaian hasil yang akurat dilakukan penilaian melalui kuisioner. Dalam penilaian kuisioner, kepentingan kriteria dibedakan menjadi lima, yaitu diberi bobot 5 jika elemen dinilai sangat penting (*very important*), bobot 4 jika penting (*important*), bobot 3 jika netral, bobot 2 jika tidak penting (*not important*), dan bobot 1 jika sangat tidak penting (*very not important*). Seluruh kriteria yang telah diberi bobot nilai berdasarkan kuisioner diurutkan dari nilai tertinggi ke nilai terendah, kemudian ditentukan nilai COP dengan rumus:

$$Natural\ Cut\ Off\ Point = \frac{(maks\{\bar{x}_i\}+\min\{\bar{x}_i\})}{2}, \qquad (2.1)$$

dengan:

maks$\{\bar{x}_i\}$ = nilai rata – rata maksimum terhadap kriteria (i),

min$\{\bar{x}_i\}$ = nilai rata – rata minimum terhadap kriteria (i).

Nilai Natural *Cut Off Point* (COP) yang diperoleh akan digunakan untuk menyeleksi beberapa kriteria yang tidak terlalu dominan. Kriteria yang memiliki nilai lebih besar dari nilai natural COP tersebut yang digunakan pada proses selanjutnya.

2.2 Matriks

Matriks adalah serangkaian elemen yang diapit oleh dua kurung siku. Serangkaian elemen tersebut dapat berupa bilangan atau fungsi yang diletakkan atas baris dan kolom. Elemen dilambangkan dengan huruf kecil, sedangkan matriks dilambangkan dengan huruf kapital. Sebagai contoh, elemen a_{pq} dari matriks A berada pada baris ke-p dan kolom ke-q.

Dalam matriks, jika banyaknya baris adalah m dan banyaknya kolom adalah n maka ukuran (ordo) matriks tersebut adalah $m \times n$. Bentuk umum matriks adalah sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks A juga dapat ditulis dengan A= $(a_{ij})_{mxn}$ dengan *i* = 1, 2, …, *m* yang menyatakan letak baris elemen tersebut dan *j* = 1, 2, …, n yang menyatakan letak kolom elemen.

(Taha, 1997)

2.3 Teori Permainan

Menurut Dimyati, T.T dan Dimyati, A (1999), Teori Permainan (*game theory*) merupakan suatu pendekatan matematis yang berkaitan dengan pembuatan keputusan pada saat minimal dua pihak berada dalam kodisi persaingan atau konflik. Setiap pihak yang bersaing melakukan strategi tindakan yang rasional untuk memenangkan persaingan, dan setiap pihak tersebut juga mengetahui strategi pihak lawannya.

Model teori permainan diklasifikasikan dalam beberapa cara, bergantung pada jumlah pemain, jumlah keuntungan dan kerugian, dan banyaknya strategi yang dilakukan dalam permainan. Jika dalam permainan jumlah kerugian dan keuntungan adalah nol, maka disebut permainan berjumlah nol (*zero-sum game*) atau permainan berjumlah konstan (*constant-sum game*). Sebaliknya, jika jumlah keuntungan dan kerugian dalam suatu permainan tidak nol, maka disebut permainan berjumlah tak nol (*nonzero-sum game*).

2.4 Matriks Pembayaran (*Payoff*)

Matriks pembayaran (*payoff*) adalah suatu tabel berbentuk segi empat dengan elemen-elemennya merupakan besar nilai pembayaran yang bersesuaian dengan strategi yang digunakan oleh masing-masing pemain (Kartono, 1993). Bentuk umum dari matriks pembayaran (*payoff*) adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Bentuk umum matriks *payoff*

Pemain I	Pemain II					
	q_1	q_2	$\cdots$	q_j	$\cdots$	q_n
p_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1j}	$\cdots$	a_{1n}
p_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2j}	$\cdots$	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
p_i	a_{i1}	a_{i2}	$\cdots$	a_{ij}	$\cdots$	a_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
p_m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mj}	$\cdots$	a_{mn}

keterangan:

p_i = strategi yang dipilih oleh pemain 1,

q_j = strategi yang dipilih oleh pemain 2,

a_{ij} = nilai Pembayaran (*payoff*) yang didefinisikan secara numerik bersesuaian dengan strategi ke-*i* bagi pemain 1 dan strategi ke-j bagi pemain 2.

Menurut Dimyati, T.T dan Dimyati, A (1999), dalam *two-person zero-sum game*, bagi pihak yang ditulis pada baris sebagai pemain yang akan memaksimumkan keuntungan dan bagi pihak yang ditulis pada kolom sebagai pemain yang akan meminimumkan kerugian.

2.5 Unsur-unsur Dasar Teori Permainan

Menurut Subagyo dkk (1990), unsur-unsur dasar teori permainan adalah sebagai berikut.

1. Bilangan-bilangan positif menunjukkan keuntungan bagi pemain baris yang memaksimumkan keuntungan dan merupakan kerugian bagi pemain kolom yang meminimumkan kerugian.
2. Strategi adalah tindakan atau rencana pada suatu pilihan. Strategi permainan adalah rangkaian kegiatan atau rencana yang menyeluruh dari seorang pemain, sebagai reaksi atas aksi yang mungkin dilakukan oleh pemain lain yang menjadi pesaingnya.
3. Aturan-aturan permainan menggambarkan kerangka bagaimana cara para pemain memilih strategi mereka.
4. Nilai pemainan menyatakan hasil yang diperkirakan per permainan atau *payoff* rata-rata dari sepanjang rangkaian permainan, di mana kedua pemain mengikuti atau mempergunakan strategi mereka yang paling optimal.
5. Bila setiap bilangan pada matriks *payoff* (baik pada baris atau kolom) dalam suatu strategi adalah superior dibanding *payoff* lainnya yang berhubungan dalam suatu strategi alternatif disebut strategi dominan.
6. Strategi optimal adalah rangkaian kegiatan atau rencana yang menyeluruh sehingga seorang pemain dapat diuntungkan.
7. Tujuan dari model permainan adalah mengidentifikasi strategi optimal untuk masing-masing pemain.

2.6 Permainan Dua-Pemain Jumlah-Nol (*Two-Person Zero-Sum Game*)

Permainan dua-pemain jumlah-nol adalah model konflik yang paling umum dalam dunia persaingan (bisnis). Permainan ini dimainkan oleh dua pemain yang setiap pemain mempunyai beberapa strategi. Keuntungan seorang pemain sama dengan kerugian seorang pemain lainnya disebut permainan berjumlah nol.

Ada dua tipe permainan dua-pemain jumlah-nol, yaitu permainan strategi murni (*pure-strategy game*) dan permainan strategi-campuran (*mixed-strategy game*).

(Subagyo dkk, 1990).

2.7 Permainan Strategi Murni (*Pure-strategy Game*)

Menurut Dimyati, T.T dan Dimyati, A (1999), disebut permainan strategi murni (*pure-strategy game*) jika masing-masing pemain mencapai posisi pilihan terbaiknya atau optimal dengan memilih satu strategi tunggal.

Pada strategi murni, pemain yang memaksimumkan keuntungan (pemain baris) akan mengidentifikasi strategi optimumnya dengan menggunakan kriteria maksimin (nilai yang paling maksimum dari antara nilai-nilai minimum di setiap baris), sedangkan pemain yang meminimumkan kerugian (pemain kolom) akan mengidentifikasi strategi optimumnya dengan menggunakan kriteria minimaks (nilai yang paling minimum dari antara nilai-nilai maksimum di setiap kolom).

Dikatakan strategi murni jika "nilai maksimin = nilai minimaks", sehingga titik keseimbangan atau titik pelana (*saddle point*) telah tercapai.

Contoh 2.7.1

Tentukan titik keseimbangan (*saddle point*) matriks *payoff* 4 x 4 sebagai berikut.

$$\text{Pemain 1}\quad \begin{array}{c} \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \begin{array}{c} \text{Pemain 2} \\ \begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4 & 6 & -3 & 2 \\ 7 & 13 & 5 & 9 \\ 12 & 8 & 0 & -1 \\ 9 & 10 & 4 & 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

Langkah-langkah penyelesaian.

1. Menentukan nilai maksimin pada pemain 1.

   Pemain 1 memiliki 4 strategi yaitu p_1, p_2, p_3, dan p_4. Seperti yang telah di bahas pada dasar teori diatas, untuk memperoleh kriteria maksimin maka dicari nilai yang paling maksimum dari antara nilai-nilai minimum di setiap baris. Jika pemain 1 menggunakan strategi p_1, maka strategi optimal bagi pemain 1 adalah q_3 dengan nilai -3. Jika pemain 1 memilih strategi p_2, maka strategi optimal bagi pemain 1 adalah q_2 dengan nilai 5. Jika pemain 1 memilih strategi p_3 maka strategi optimal pemain 1 adalah q_4 dengan nilai

-1. Sementara itu jika pemain 1 memilih strategi p_4, maka strategi optimalnya adalah q_3 atau q_4 dengan nilai yang sama yaitu 4.

$$\text{Pemain 1}\quad \begin{array}{c} \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \overset{\text{Pemain 2}}{\begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \\ \hline \end{array}} \quad \begin{array}{c|c} \begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} & \text{Minimum baris} \\ \begin{bmatrix} 4 & 6 & -3 & 2 \\ 7 & 13 & 5 & 9 \\ 12 & 8 & 0 & -1 \\ 9 & 10 & 4 & 4 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} -3 \\ \underline{5} \\ -1 \\ 4 \end{array} \end{array}$$

Maka nilai maksimin pada pemain 1 adalalah 5.

2. Menentukan nilai minimaks pada pemain 2.

   Pemain 2 memiliki 4 strategi, yaitu q_1, q_2, q_3, dan q_4. Untuk memperoleh nilai minimaks maka dicari nilai paling minimum dari antara nilai-nilai maksimum di setiap kolom. Oleh karena itu, Jika pemain 2 memilih strategi q_1 maka strategi optimal bagi pemain 2 adalah p_3 dengan nilai 12. Jika pemain 2 memilih strategi q_2, maka strategi optimal pemain 2 adalah p_2 yang bernilai 13. Jika pemain 2 memilih strategi q_3 atau q_4, maka strategi optimal bagi pemain 2 adalah sama-sama q_2 dengan nilai berturut-turut 5 atau 9.

$$\begin{array}{lc} & \text{Pemain 2} \\ & \begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} \\ \text{Pemain 1} \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & 6 & -3 & 2 \\ 7 & 13 & 5 & 9 \\ 12 & 8 & 0 & -1 \\ 9 & 10 & 4 & 4 \end{bmatrix} \\ \hline \text{Maksimum kolom} & \begin{array}{cccc} 12 & 13 & \underline{5} & 9 \end{array} \end{array}$$

   Maka nilai minimaks pada pemain 2 adalah 5.

Karena nilai maksimin pada pemain 1 = nilai minimaks pada pemain 2, maka strategi diatas adalah strategi murni dengan nilai *saddle point* pada matriks *payoff* tersebut adalah 5.

2.8 Permainan Strategi Campuran (*Mixed-strategy Game*)

Strategi campuran digunakan jika pada permainan “nilai maksimin ≠ nilai minimaks” sehingga titik keseimbangan tidak tercapai atau tidak mempunyai *saddle point*. Untuk menyelesaikan masalah tersebut terdapat beberapa metode, yaitu Metode Analitis, Metode Aljabar Matriks, Metode Grafik, dan metode pemrograman linear (Subagyo dkk., 1990).

2.9 Dominasi

Untuk matriks *payoff* berukuran $m \times n$, dapat di reduksi terlebih dahulu dengan menggunakan kosep dominasi agar dapat diselesaikan dengan mudah. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa baris i mendominasi baris k pada matriks *payoff* jika $p_{ij} \geq p_{kj}$ untuk $j = 1,2, \dots, n$, maka dapat diartikan baris k tidak dapat menghasilkan suatu *payoff* yang lebih besar dari pada baris i, sehingga baris k dapat dieliminasi tanpa memperhatikan apa yang dilakukan pemain II. Kemudian memperhatikan kolom pada matriks payoff, jika $p_{ij} \geq p_{ik}$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka j mendominasi kolom k dalam matriks *payoff*, sehingga kolom k dapat dieleminasi dari matriks *payoff*.

(Marsudi, 2014)

Pada kenyataanya hasil dominasi akhir tidak selalu menghasilkan matriks *payoff* 2×2, sehingga diperlukan metode lain untuk menyelesaikannya. Apabila matriks *payoff* tidak memenuhi ketentuan di atas, maka matriks *payoff* dapat diselesaikan dengan metode pemrograman linear seperti yang sudah dibahas sebelumnya.

Contoh 2.11.1

Ubahlah matriks *payoff* 4×5 berikut menjadi matriks *payoff* 2×2 dengan menggunakan metode dominasi.

Pemain II

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{c} \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4 & -9 & 7 & -2 & 1 \\ 2 & -8 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 8 & 9 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 8 & 0 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Langkah-langkah penyelesaian

1. Eliminasi Kolom

   Berdasarkan Matriks *payoff* di atas, eleminasi kolom untuk pemain II dapat dilakukan berdasarkan strategi pemain I. jika pemain I memainkan strategi p_1, maka strategi optimal untuk pemain II adalah q_2, karena q_2 memiliki nilai *payoff* terkecil yaitu -9. Jika pemain I memainakan strategi p_2, maka strategi optimal digunakan pemain II adalah juga q_2 dengan nilai *payoff* terkecil yaitu -8. Jika pemain I menggunakan strategi p_3, maka optimal bagi pemain II jika menggunakan strategi q_1. Jika pemain I menggunakan strategi p_4, maka strategi optimal pemain II adalah q_4. Terlihat bahwa strategi q_1, q_2 dan q_4 mendominasi strategi q_3 dan q_5, sehingga strategi q_3 dan q_5 dapat dieliminasi dari matriks *payoff*. Dalam hal ini dipilih strategi q_5 untuk dieliminasi.

Pemain II

$$\text{Pemain I}\qquad \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & -9 & 7 & -2 & 1 \\ 2 & -8 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 8 & 9 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 8 & 0 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

2. Eliminasi Baris

   Eliminasi Baris untuk pemain I dapat dilakukan dengan melihat strategi pemain II. Jika pemain II menggunakan strategi q_1, maka strategi optimal bagi pemain I adalah p_4 dengan nilai *payoff* terbesar yaitu 5. Jika pemain II menggunakan strategi q_2 atau q_3, maka strategi optimal bagi pemain I adalah p_3 dengan nilai *payoff* terbesar berturut-urut yaitu 8 dan 9. Jika pemain II menggunakan strategi q_4, maka strategi p_4 optimal digunakan bagi pemain I. Terlihat bahwa strategi p_3 dan p_4 mendominasi strategi p_1 dan p_2, sehingga strategi p_1 dan p_2 dapat dieliminasi dari matriks *payoff*. Dalam hal ini dipilih strategi p_1 untuk dieliminasi.

Pemain II

$$\text{Pemain I}\qquad \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 4 & -9 & 7 & -2 \\ 2 & -8 & 4 & -4 \\ -2 & 8 & 9 & 2 \\ 5 & 1 & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. Eliminasi Kolom

   Eliminasi kolom ini dilakukan dengan cara yang sama seperti langkah i). jika pemain I memakai strategi p_2, maka strategi optimal bagi pemain II adalah q_2 dengan nilai *payoff* terkecil yaitu -8. Jika pemain I memakai strategi p_3, maka strategi optimal bagi pemain II adalah q_1. Jika pemain I memakai strategi p_4, maka strategi q_4 optimal bagi pemain II. Terlihat bahwa strategi q_1, q_2, dan q_4 mendominasi strategi q_3, sehingga strategi q_3 dapat dieliminasi dari matrik *payoff*.

Pemain II

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{cc} & \begin{matrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2 & -8 & \cancel{4} & -4 \\ -2 & 8 & \cancel{9} & 2 \\ 5 & 1 & \cancel{8} & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

4. Eliminasi Baris

   Eliminasi baris selanjutnya dilakukan dengan cara yang sma seperti ii). Jika pemain II memakai strategi q_1, maka strategi optimal bagi pemain I adalah p_4 dengan nilai *payoff* terbesar yaitu 5. Jika pemain II memakai strategi q_2 atau q_4, maka optimal bagi pemain I memakai strategi p_3 dengan nilai *payoff* terbesar berturut-turut yaitu 8 dan 2. Terlihat bahwa strategi p_3 dan p_4, sehingga strategi p_2 dapat dieliminasi dari matriks *payoff*.

Pemain II

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{cc} & \begin{matrix} q_1 & q_2 & q_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \cancel{p_2} \\ p_3 \\ p_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cancel{2} & \cancel{-8} & \cancel{-4} \\ -2 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

5. Eliminasi Kolom

   Dilakukan dengan cara yang sama seperti pada eliminasi kolom sebelumnya. Jika pemain I menggunakan strategi p_3 maka strategi optimal bagi pemain II adalah q_1. Jika pemain I menggunakan strategi p_4, maka strategi q_4 optimal digunanakan bagi pemain II. Terlihat bahwa strategi q_1 dan q_4 mendominasi strategi q_2, sehingga strategi q_2 dapat dieliminasi dari matriks *payoff*.

Pemain II

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{cc} & \begin{matrix} q_1 & q_2 & q_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} p_3 \\ p_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -2 & \cancel{8} & 2 \\ 5 & \cancel{1} & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

∴ Matriks *payoff* 2 × 2 yang terbentuk adalah.

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{c} \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \overset{\text{Pemain II}}{\begin{array}{cc} q_1 & q_4 \\ \end{array}} \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

2.10 Metode Pemrograman Linear

Menurut Subagyo dkk, (1990), metode-metode grafik, analitis, dan aljabar matriks mempunyai ruang lingkup yang terbatas, maka untuk menyelsaikan permainan-permainan strategi campuran untuk dimensi yang lebih besar ($m \times n$), dapat menggunakan linear programming.

Diketahui matriks *payoff* sebagai berikut.

Pemain II

$$\text{Pemain I} \quad \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

Menurut Taha (1997), secara matematis kriteria minimaks untuk kasus strategi campuran adalah seperti berikut:

Pemain I memilih x_i ($x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{m} x_i = 1$) yang akan menghasilkan nilai maksimin, yaitu:

$$\underset{x_i}{max} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i , \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \cdots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i \right) \right\}.$$

Pemain II memilih y_j ($y_j \geq 0, \sum_{j=1}^{n} y_j = 1$) yang akan menghasilkan nilai minimaks, yaitu:

$$\underset{y_j}{min} \left\{ \max \left(\sum_{j=1}^{n} a_{1j}y_j , \sum_{j=1}^{n} a_{2j}y_j, \cdots, \sum_{j=1}^{n} a_{mj}y_j \right) \right\}.$$

Masalah ini dapat ditempatkan dalam bentuk pemrograman linier sebagai berikut:

- Masalah pemain I

Misal:

$$v = \min\left(\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i\,, \sum_{i=1}^{m} a_{i2}x_i, \cdots, \sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i\right).$$

Maka masalah ini menjadi maksimum *z* = *v*, dengan batasan,

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_i \geq v, \qquad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{i1}x_i \geq v\,,$$

$$\vdots\,,$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{in}x_i \geq v\,,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1\,,$$

dengan $x_i \geq 0$ untuk semua i.

Secara umum jika nilai maksimin dari sebuah permainan adalah tidak negative, maka nilai permainan tersebut lebih besar dari nol (dalam hal ini permainan tersebut tidak memiliki titik sadel). Jadi, dengan asumsi bahwa $v > 0$, maka batasan-batasan dari program linear ini menjadi,

$$a_{1\,1}\frac{x_1}{v} + a_{2\,1}\frac{x_2}{v} + \cdots + a_{m\,1}\frac{x_m}{v} \geq 1\,,$$

$$\vdots\,,$$

$$a_{1\,n}\frac{x_1}{v} + a_{2\,n}\frac{x_2}{v} + \cdots + a_{m\,n}\frac{x_m}{v} \geq 1\,,$$

$$\frac{x_1}{v} + \frac{x_2}{v} + \cdots + \frac{x_m}{v} \geq \frac{1}{v}.$$

Misal $X_i = \frac{x_1}{v}, i = 1, 2, \dots, m.$

Karena

$$max\, v \;\equiv\; min\, \frac{1}{v} = min\, \{X_1 + X_2 + \cdots + X_m\}\,,$$

masalah ini menjadi

$$\text{Minimumkan } z = X_1 + X_2 + \cdots + X_m\,,$$

dengan batasan

$$a_{1\,1}\, X_1 + a_{2\,1}\, X_2 + \cdots + a_{m\,1}\, X_m \geq 1\,,$$
$$\vdots\,,$$
$$a_{1\,n}\, X_1 + a_{2\,n}\, X_2 + \cdots + a_{m\,n}\, X_m \geq 1\,,$$

dengan $X_1, X_2, \cdots, X_m \geq 0$.

- Masalah pemain II

Diketahui

$$\min_{y_j} \left\{ \max \left(\sum_{j=1}^{n} a_{1j} y_j\,, \sum_{j=1}^{n} a_{2j} y_j, \cdots, \sum_{j=1}^{n} a_{mj} y_j \right) \right\},$$

dengan batasan $y_1 + y_2 + \cdots + y_n = 1$, dimana $y_j \geq 0$, $j = 1, 2, \cdots, n$.

Ini juga dapat dinyatakan sebagai sebuah program linear seperti berikut:

$$\text{Maksimumkan } w = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n,$$

dengan batasan

$$a_{1\,1}\, Y_1 + a_{1\,2}\, Y_2 + \cdots + a_{1\,n}\, Y_n \leq 1\,,$$
$$a_{2\,1}\, Y_1 + a_{2\,2}\, Y_2 + \cdots + a_{2\,n}\, Y_n \leq 1,$$
$$\vdots\,,$$
$$a_{m\,1}\, Y_1 + a_{m\,2}\, Y_2 + \cdots + a_{m\,n}\, Y_n \leq 1\,,$$

$$Y_1, Y_2, \cdots, Y_m \geq 0,$$

dengan $w = \frac{1}{v}$, $Y_j = \frac{y_j}{v}$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Perhatikan bahwa masalah pemain II pada kenyataanya merupakan masalah dual dari pemain I. oleh karena itu masalah pemain II dapat dipecahkan dengan metode simpleks biasa, sedangkan masalah pemain I dipecahkan dengan metode simpleks dual. Pilihan salah satu metode ini bergantung pada masalah mana yang memiliki jumlah batasan yang lebih sedikit, yang pada gilirannya bergantung pada jumlah strategi murni dari masing-masing pemain.

2.11 Metode Simpleks

Menurut Astuti dan Surachman (2015), Metode Simpleks adalah metode penyelesaian masalah program linier dalam bentuk iterasi, yaitu proses perhitungan yang sama yang di ulang-ulang beberapa kali hingga diperoleh hasil yang optimal. Langkah-langkah perhitungan dalam setiap iterasi disebut algoritma.

2.11.1 Algoritma simpleks

Langkah-langkah iterasi dalam algoritma simpleks dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Formulasi model program linier diubah ke dalam bentuk standar.
2. Bawa bentuk standar tersebut ke bentuk siap simpleks (hingga memuat basis atau sampai koefisien variable dalam fungsi kendalanya bisa membentuk matriks identitas).
3. Siapkan tabel awal simpeks (tabel 2.2)
4. Pilih kolom kunci (*pivot column*), dengan aturan:
   - Untuk khasus maksimasi: dipilih kolom dengan nilai $(z_j - c_j)$ yang paling negatif.
   - Untuk khasus minimasi: dipilih kolom dengan nilai $(z_j - c_j)$ yang paling positif.
5. Pilih baris kunci (*pivot row*), yaitu baris dengan nilai ratio (R_i) positif terkecil. Nilai R_i diperoleh dari nilai ruas kanan (b_i) dibagi kolom kunci yang > 0. Jika terdapat R_i positif terkecil lebih dari satu, maka dipilih salah satu sembarang. Elemen a_{rk} yang terletak pada perpotongan kolom kunci dan baris kunci disebut elemen kunci (*pivot element*).
6. Buat tabel baru dengan langkah sebagai berikut:
   - Mengganti variable basis: variable basis yang bersesuaian dengan baris kunci diganti dengan variable yang bersesuaian dengan kolom kunci. Koefisien variabel basisnya juga disesuaikan dengan variable basis yang baru.
   - Ganti elemen pada baris kunci dengan $a'_{rj} = \frac{a_{rj}}{a_{rk}}$ atau

$$\text{Baris } r \text{ baru} = \frac{\text{elemen baris } r \text{ sebelumnya}}{\text{elemen kunci}}$$

- Mengganti elemen pada baris lainnya:
  Baris baru = baris awal – (baris kunci awal $\times$ koefisien kolom kunci pada baris awal $\div$ angka kunci awal)

7. Kembali ke langkah 4
8. Jika hasil optimal sudah dicapai, maka iterasi di berhentikan.

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.11.2 Syarat-syarat bentuk standar dari model program linear

Syarat-syarat bentuk standar model program linier adalah sebagai berikut:

1. Semua fungsi kendala (*constraint*) harus merupakan persamaan dengan ruas kanan positif (*non-negatif*).
   - Fungsi kendala yang memiliki tanda pembatas berbentuk " $\leq$ " harus dibawa kebentuk persamaan dengan penambahan variabel *slack* pada ruas kiri. Koefisien variabel *slack* diisi dengan nilai 0, sehingga berapapun nilai variabel *slack* yang dihasilkan dalam keputusan optimal tidak mempengaruhi nilai fungsi tujuan.
   - Jika kendala berbentuk " $\geq$ " maka harus dibawa ke bentuk persamaan dengan mengurangkan variable *surplus* pada ruas kiri. Koefisien variabel *surplus* diisi dengan nilai 0, sehingga berapapun nilai variable *surplus* yang dihasilkan dalam keputusan optimal tidak mempengaruhi nilai fungsi tujuan.
   - Jika fungsi kendala dengan ruas kanan negatif, maka dibawa ke bentuk positif dengan mengalikan masing-masing ruas dengan -1.
2. Semua variabel keputusan harus non negatif.
3. Fungsi tujuan dapat berupa maksimasi atau minimasi.

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.11.3 Tabel awal simpleks

Tabel 2.2 Tabel awal simpleks

C_i	C_j	C_1	C_2	$\cdots$	C_n	0	0	$\cdots$	0	indeks	Ratio
	$x_i \setminus x_j$	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	s_1	s_2	$\cdots$	s_n	(b_i)	(R_i)
0	s_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}	1	0	$\cdots$	0	b_1	$R_i = \frac{b_1}{a_{1k}}$
0	s_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}	0	1	$\cdots$	0	b_2	$R_i = \frac{b_2}{a_{2k}}$
0	s_3	a_{31}	a_{32}	$\cdots$	a_{3n}	0	0	$\cdots$	0	b_3	$R_i = \frac{b_3}{a_{3k}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}	0	0	$\cdots$	1	b_m	$R_i = \frac{b_m}{a_{mk}}$
$z_j = \sum c_i a_{ij}$		$\sum c_i a_{i1} - c_1$	$\sum c_i a_{i2} - c_2$	$\cdots$	$\sum c_i a_{in} - c_n$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$z = \sum c_i b_i$	
$z_j - c_j$										$\sum c_i b_i - 0$	

(Astuti dan Surachman, 2015)

Keterangan:

- C_i = koefisien variabel basis x_i,
- C_j = koefisien variable keputusan x_j dalam fungsi Z,
- x_j = fungsi tujuan Z, termasuk di dalamnya variabel *slack* maupun *surplus*,
- x_i = variabel basis,
- a_{ij} = koefisien variable keptusan x_j pada fungsi kendala ke-i,
- b_i = nilai ruas kanan dari fungsi kendala ke-i.

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.12 Metode Dual Simpleks

Kondisi solusi basis dalam proses iterasi untuk kasus maksimasi masalah primal dengan pembatas " $\leq$ " dan minimasi masalah dual dengan pembatas " $\geq$ " dapat dijelaskan sebagai berikut:

Maksimasi masalah Primal	Minimasi masalah dual dengan pembatas " $\geq$ "
Pada tabel awal (iterasi 0) $(Z_j - C_j) \leq 0$ Solusi basis belum optimal tetapi fisibel (semua kendala dipenuhi)	$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}c_i - c_j \geq 0$ Kondisi ini tidak fisibel dan belum optimal
Pada tabel optimal $(Z_j - C_j) \geq 0$ Solusi basis sudah optimal dan tetap fisibel	$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}c_i - c_j \leq 0$ Kondisi fisibel dan optimal

Hubungan antara masalah primal dan dual tersebut, memungkinkan penyelesaian masalah program linier yang berawal dari kondisi optimal tetapi tidak fisibel, kemudian iterasi dari algoritma dijalankan dengan tetap mempertahankan keoptimalannya hingga dicapai kondisi yang fisibel dan optimal. Metode ini dikenal dengan metode dual simpleks.

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.12.1 Algoritma metode dual simpleks

Langkah-langkah algoritma metode dual simpleks adalah sebagai berikut:

1. Siapkan tabel awal dalam kondisi optimal.
   - $(Z_j - C_j) \geq 0$ untuk kasus maksimasi
   - $(Z_j - C_j) \leq 0$ untuk kasus minimasi
2. Jika $b_i \geq 0$ untuk semua i (nilai semua variable basisnya non-negatif) maka solusi sudah fisibel dan optimal. Jika belum maka lanjutkan ke langkah 3.
3. Tentukan baris kunci dengan memilih variabel basis yang mempunyai nilai ruas kanan (b_i)paling negatif. Jika terdapat lebih dari satu, maka dapat dipilih sebarang.
4. Kolom kunci ditentukan di antara variabel-variabel non-basis dengan aturan :
   - Hitung Rasio $(R_j) = \frac{z_j - c_j}{a_{rj}}$

     dengan a_{rj} = koefisien fungsi kendala pada baris kunci < 0 saja.
   - Untuk kasus maksimasi:

     Pilih $|R_j|$ yang terkecil
   - Untuk kasus minimasi:

     Pilih R_j yang terkecil

   Jika semua nilai $a_{rj} \geq 0$, maka permasalahan tidak memiliki solusi yang fisibel.
5. Buat tabel baru dengan kembali ke langkah 2.

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.12.2 Tabel awal simpleks dual

Tabel 2.3 Tabel awal simpleks dual

C_i	C_j	C_1	C_2	$\cdots$	C_n	0	0	$\cdots$	0	indeks
	x_i \ x_j	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	s_1	s_2	$\cdots$	s_n	(b_i)
0	s_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}	1	0	$\cdots$	0	b_1
0	s_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}	0	1	$\cdots$	0	b_2
0	s_3	a_{31}	a_{32}	$\cdots$	a_{3n}	0	0	$\cdots$	0	b_3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\vdots$
0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}	0	0	$\cdots$	1	b_m
$z_j = \sum c_i a_{ij}$		$z_1 = \sum c_i a_{i1}$	$z_2 = \sum c_i a_{i2}$	$\cdots$	$z_n = \sum c_i a_{in}$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$z_j - c_j$		$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$\cdots$	$z_2 - c_n$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$z = \sum c_i b_i$
Ratio (R_j)		$R_1 = \frac{z_1 - c_1}{a_{r1}}$	$R_2 = \frac{z_2 - c_2}{a_{r2}}$	$\cdots$	$R_n = \frac{z_n - c_n}{a_{rn}}$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	

(Astuti dan Surachman, 2015)

2.13 Peluang Suatu kejadian

Menurut Sukino (2004), bila suatu N percobaan yang berbeda mempunyai kesempatan atau kemungkinan yang sama, maka nilai peluang dari kejadian A adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)},$$

dengan,
$n(A)$ = banyaknya kejadian acak suatu percobaan,
$n(S)$ = banyaknya titik sampel.

2.14 Penentuan Ukuran Sampel

Dalam penelitian, jumlah sampel yang paling tepat digunakan bergantung pada tingkat ketelitian atau kesalahan yang dikehendaki. Semakin besar tingkat kesalahan maka semakin kecil jumlah sampel yang diperlukan, begitu juga sebaliknya, semakin kecil tingkat kesalahan maka semakin besar jumlah sampel yang diperlukan. Penentuan jumlah sampel dari populasi tertentu dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$n = \frac{N}{N(e)^2 + 1},$$

dengan,
n = jumlah sampel,
N = jumlah populasi,
e = batas tingkat kesalahan (*error*) yang di inginkan (misal 10%).

(Thoifah, 2015)

2.15 Pemasaran

Pemasaran (marketing) sebagai suatu proses sosial dan manajerial dimana individu atau kelompok memperoleh apa yang sesuai dengan kebutuhan dan keinginannya, lewat penciptaan atau pertukaran timbal balik produk dan nilai dengan orang lain. Pemasaran memiliki dua tujuan yaitu, menarik pelanggan baru dengan menjanjikan nilai superior dan mempertahankan pelanggan saat ini dengan memberi kepuasan. Kepuasan pelanggan (*customer satisfaction*) bergantung pada perkiraan kinerja produk, relatif terhadap harapan pembeli.

Manajemen pemasaran (*marketing management)* sebagai analisis, perencanaan, implementasi, dan pengendalian dari program-program yang telah dirancang untuk membangun dan memelihara pertukaran yang menguntungkan dengan pembeli. Tercapainya tujuan perusahaan atau organisasi tersebut, bergantung pada penentuan cara memuaskan pelanggan secara lebih efektif dan efisien daripada yang dilakukan oleh pesaing.

(Kotler dan Amstrong, 2001)

2.16 Strategi Pemasaran

Strategi pemasaran adalah sebagai alat fundamental yang direncanakan untuk mencapai tujuan perusahaan atau organisasi dengan mengembangkan keunggulan program pemasaran yang digunakan untuk melayani pasar sasaran agar menaikkan tingkat daya saing perusahaan tersebut. (Tull dan Kahle, 1990)

Menurut Dolan (1991), Strategi pemasaran (*marketing strategy*) terdiri atas lima elemen yang saling berkaitan, yaitu:

1. Pemilihan pasar
2. Perencanaan produk
3. Penetapan harga
4. Sistem distribusi
5. Komunikasi pemasaran (promosi)

2.17 *Shopping Mall*

Shopping mall dapat diklasifikasikan dengan konsep penggabungan antara perbelanjaan dengan rekreasi dalam gedung kontemporer dimana para konsumen dapat dipenuhi kebutuhannya dalam rekreasi seperti menonton bioskop, makan, berbelanja harian dan lain-lain (Cahyono, 1995).

Dalam satu gedung *mall* terdapat berbagai pedagang dengan segala usaha yang berbeda. Maka strategi yang diterapkan oleh *mall* sangat mempengaruhi tingkat penjualan pedagang-pedagang tersebut.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitan

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya pada bulan Mei 2018.

3.2 Sumber Data

Menurut Thoifah (2015), berdasarkan sumbernya, data dibagi menjadi dua, yaitu data *intern* dan data *ekstern*. Data intern adalah data yang dikumpulkan oleh satu badan, sedangkan data *ekstern* adalah data yang bersumber dari luar badan tersebut. Data *ekstern* dibagi menjadi dua jenis, yaitu:

1. Data primer
   Data primer adalah data yang diperoleh langsung dari objek penelitian oleh pihak peniliti.
2. Data sekunder
   Data sekunder adalah data yang tidak langsung di kumpulkan oleh pihak peneliti.

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data primer yang bersumber dari pembagian kuisioner kepada mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya dan data strategi *mall* yang bersumber dari wawancara dengan pihak *mall*. Tujuannya adalah untuk membandingkan strategi optimal dari masing-masing *mall* dengan ketertarikan Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya terhadap *mall* tersebut. Adapun alternatif *mall* yang digunakan pada penelitian ini sebagai berikut.

1. Malang *Town Square* (MATOS)
2. *Mall Olympic Garden* (MOG)
3. *Mall* Dinoyo *City* (MDC)
4. Malang *City Point* (MCP)

3.3 Metode Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dapat dibagi menjadi empat teknik, yaitu sebagai berikut.

1. Pengamatan langsung
   Pengamatan langsung merupakan pengamatan yang dilakukan secara langsung oleh pihak peneliti terhadap objek riset untuk mengumpulkan data.
2. Wawancara
   Wawancara merupakan komunikasi dan interaksi dua arah antara pihak peneliti dengan objek riset untuk mendapatkan data.
3. Pengisian daftar pertanyaan
   Pengisian daftar pertanyaan merupakan bentuk wawancara secara tidak langsung. Umumnya digunakan untuk responden yang berjumlah sangat banyak.
4. Studi pustaka
   Studi pustaka merupakan teknik pengumpulan data dengan cara membaca buku-buku terkait untuk digunakan dalam kerangka riset yang berbeda.

(Sumarsono, 2004)

Pada penelitian ini penulis melakukan pengumpulan data dengan menggunakan dua metode, yaitu metode wawancara dan pengisian daftar pertanyaan.

3.4 Analisis Data

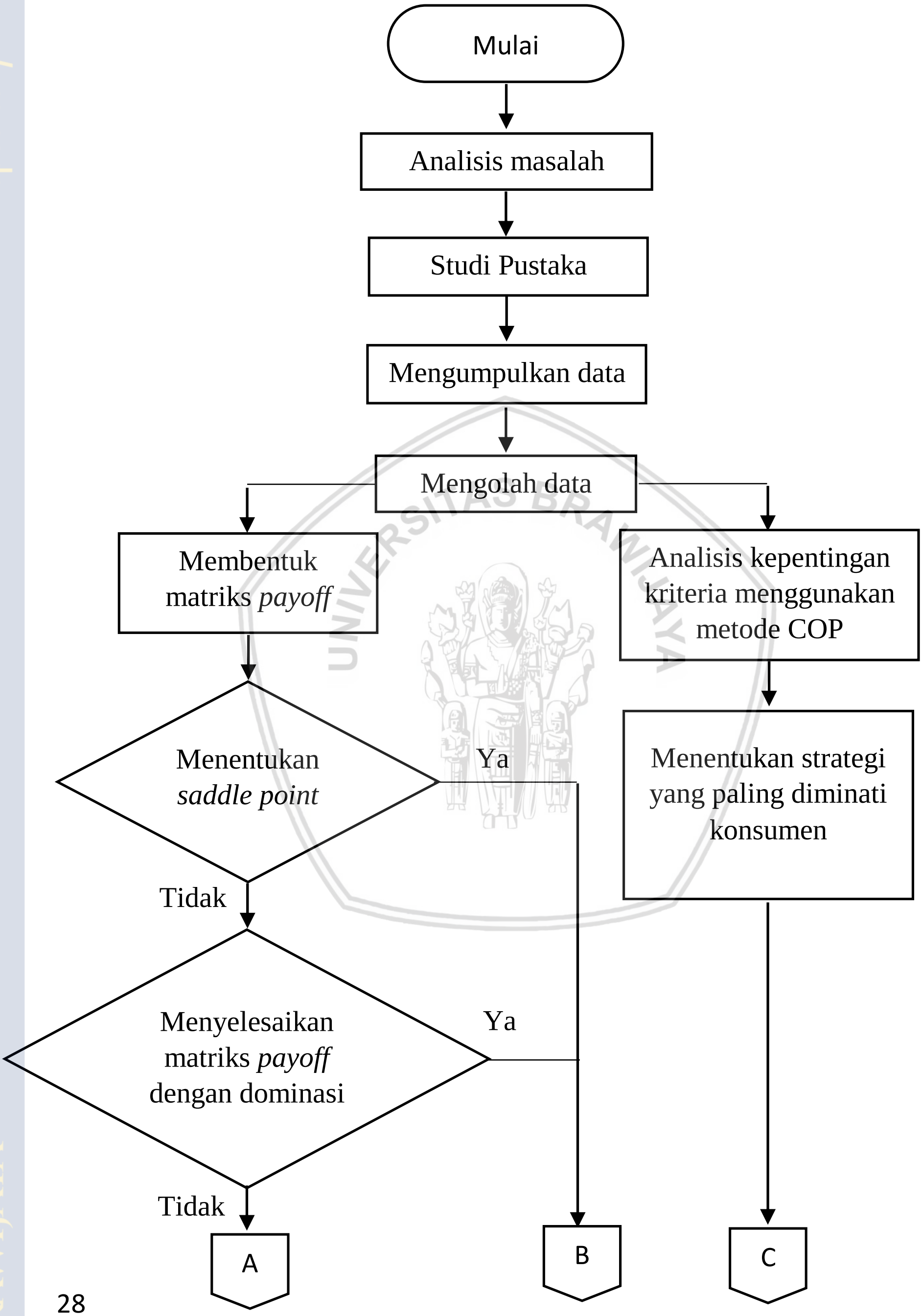
Langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam penelitian ini disajikan dalam bentuk diagram alir. Diagram alir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1. Adapun penjelasan dari diagram alir tersebut adalah sebagai berikut.

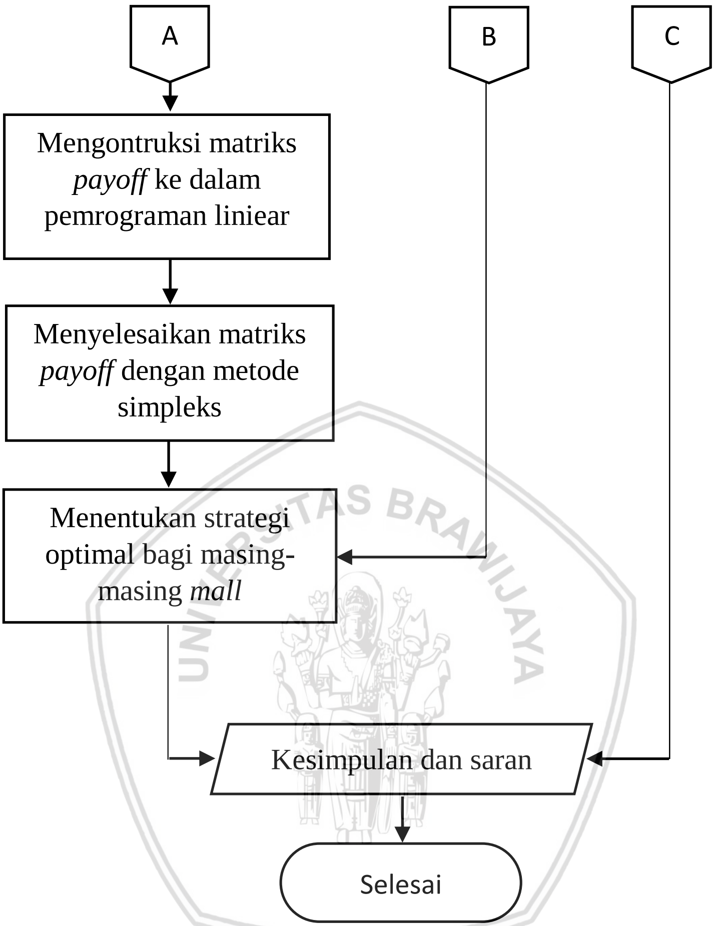
1. Menganalisis masalah yang sedang dihadapi.
2. Mengumpulkan bahan dan studi pustaka yang terkait dengan masalah.
3. Mengambil data melalui wawancara kemudian penyebaran kuisioner.
4. Mengolah data dari kuisioner.

4a. Dengan metode simpleks
- Membentuk matriks *payoff* dari data yang sudah diolah.
- Menentukan *saddle point* masing-masing pemain pada matriks *payoff*.
- Jika terdapat *saddle point*, maka menentukan strategi optimal masing-masing pemain.
- Jika tidak terdapat *saddle point*, maka menyelesaikan matriks *payoff* masing-masing pemain dengan dominasi.
- Jika hasil dominasi maksimal hingga berukuran 2×2, maka menentukan strategi optimal masing-masing pemain.
- Jika hasil dominasi tidak maksimal hingga berukuran 2×2, maka mengontruksi matriks *payoff* masing-masing pemain ke dalam pemrograman linear.
- Menyelesaikan matriks *payoff* masing-masing pemain dengan metode simpleks.
- Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

4b. Dengan metode COP
- Menganalisis kepentingan strategi-strategi dari data yang sudah diolah dengan menggunakan metode COP.
- Menentukan strategi-strategi yang paling diminati konsumen.

5. Membuat kesimpulan dan saran.


Mulai
Analisis masalah
Studi Pustaka
Mengumpulkan data
Mengolah data
Membentuk matriks *payoff*
Analisis kepentingan kriteria menggunakan metode COP
Menentukan *saddle point*
Ya
Menentukan strategi yang paling diminati konsumen
Tidak
Menyelesaikan matriks *payoff* dengan dominasi
Ya
Tidak
A
B
C



Gambar 3.1 Diagram alir tahapan penelitian

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penentuan Jumlah Responden

Berdasarkan hasil penyebaran kuisioner terhadap responden, yakni mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya yang berjumlah (N) 900 mahasiswa, ukuran sampel yang diambil (n) dari populasi tersebut dengan batas tingkat kesalahan (e) 10% adalah sebagai berikut.

$$n = \frac{N}{N(e)^2 + 1} = \frac{900}{900\,(10\%)^2 + 1} = \frac{900}{10} = 90$$

Jadi, sampel yang diambil minimal berjumlah 90 responden. Dalam penelitian ini, sampel yang diambil ialah berjumlah 100 responden.

4.2 Data Hasil Penelitian Untuk Metode Simpleks

Alternatif *mall* yang menjadi pilihan sebanyak empat *mall*, yaitu Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Garden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP). Setiap *mall* memiliki strategi masing-masing yang ditawarkan dengan jumlah berbeda. Tabel 4.1 menunjukkan strategi dari masing-masing *mall*.

Tabel 4.1 Strategi maing-masing *mall*

MATOS	MOG	MDC	MCP
1. *Event* [EV] 2. Keamanan [KA] 3. Kebersihan [KB] 4. Variasi Produk [VP] 5. Kelengkapan Produk [KP] 6. Dekorasi [DK]	1. *Event* [EV] 2. Keamanan [KA] 3. Kebersihan [KB] 4. Variasi Produk [VP] 5. Kelengkapan Produk [KP]	1. *Event* [EV] 2. Keamanan [KA] 3. Kebersihan [KB] 4. Variasi Produk [VP]	1. *Event* [EV] 2. Keamanan [KA] 3. Tongkrongan [TO] 4. Kelengkapan Produk [KP]

Data diperoleh dari pengisian kuisioner oleh responden terhadap pertanyaan nomor 2 dalam Lampiran 1, yaitu tentang pilihan *mall* yang terdapat. Berdasarkan 100 kuisioner yang terkumpul, diperoleh prosentase masing-masing pilihan ritel sebagai berikut.

1. Pilihan MATOS
$$= \frac{54}{100} \times 100\% = 56\%$$
2. Pilihan MOG
$$= \frac{25}{100} \times 100\% = 26\%$$
3. Pilihan MDC
$$= \frac{8}{100} \times 100\% = 8\%$$
4. Pilihan MCP
$$= \frac{13}{100} \times 100\% = 10\%$$

Tabel 4.2 berikut menunjukkan persentase dari masing-masing pilihan *mall*.

Tabel 4.2 Persentase pilihan *mall*

No.	**Alternatif *Mall***	**Prosentase**
1.	Malang *Town Square* (MATOS)	56%
2.	*Mall Olympic Garden* (MOG)	26%
3.	*Mall* Dinoyo *City* (MDC)	8%
4.	Malang *City Point* (MCP)	10%
Total		100%

Sebelum dianalisis menggunakan teori permainan, terlebih dahulu dibentuk pemain-pemain dari alternatif *mall* yang tersedia. Berdasarkan pertanyaan nomor 3 dalam kuisioner, responden dapat menentukan pilihan permainan yang melibatkan pemain pertama dan kedua dalam bentuk pasangan *mall*. Pasangan *mall* dapat dihitung melalui kombinasi ($C(n,r)$) dua dari empat *mall*, dengan $n = 4$ dan $r = 2$ sebagai berikut.

$$C(4,2) = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = 6.$$

Kombinasi *mall* yang terbentuk dinyatakan dalam 6 pasangan *mall* sebagai berikut.

1. Malang *Town Square* (MATOS) dan *Mall Olympic Garden* (MOG)
2. *Mall* Dinoyo *City* (MDC) dan Malang *City Point* (MCP)
3. Malang *City Point* (MCP) dan Malang *Town Square* (MATOS)
4. *Mall Olympic Garden* (MOG) dan *Mall* Dinoyo *City* (MDC)
5. *Mall* Dinoyo *City* (MDC) dan Malang *Town Square* (MATOS)
6. Malang *City Point* (MCP) dan *Mall Olympic Garden* (MOG)

Persentase pasangan *mall* dapat dihitung melalui jumlah responden yang memilih pasangan *mall* dibagi dengan total responden.

1. Malang *Town Square* (MATOS) & *Mall Olympic Garden* (MOG)
$$= \frac{63}{100} \times 100\% = 63\%$$
2. *Mall* Dinoyo *City* (MDC) & Malang *City Point* (MCP)
$$= \frac{0}{100} \times 100\% = 0$$
3. Malang *City Point* (MCP) & Malang *Town Square* (MATOS)
$$= \frac{14}{100} \times 100\% = 14\%$$
4. *Mall Olympic Garden* (MOG) & *Mall* Dinoyo *City* (MDC)
$$= \frac{2}{100} \times 100\% = 2\%$$
5. *Mall* Dinoyo *City* (MDC) & Malang *Town Square* (MATOS)
$$= \frac{16}{100} \times 100\% = 16\%$$
6. Malang *City Point* (MCP) & *Mall Olympic Garden* (MOG)
$$= \frac{5}{100} \times 100\% = 5\%$$

Tabel 4.3 berikut menunjukkan persentase pilihan *mall* yang berturut-turut menjadi pemain pertama dan pemain kedua.

Tabel 4.3 Persentase pilihan pasangan *mall*

No.	Alternatif *Mall*	Prosentase
1.	Malang *Town Square* (MATOS) dan *Mall Olympic Garden* (MOG)	63%
2.	*Mall* Dinoyo *City* (MDC) dan Malang *City Point* (MCP)	0%
3.	Malang *City Point* (MCP) dan Malang *Town Square* (MATOS)	14%
4.	*Mall Olympic Garden* (MOG) dan *Mall* Dinoyo *City* (MDC)	2%
5.	*Mall* Dinoyo *City* (MDC) dan Malang *Town Square* (MATOS)	16%
6.	Malang *City Point* (MCP) dan *Mall Olympic Garden* (MOG)	5%
Total		100%

Kuisioner juga dilengkapi dengan pengisian skor yang menunjukkan minat mahasiswa terhadap alternatif strategi unggulan yang ditawarkan masing-masing *mall*. Skala nilai yang digunakan dalam penelitian ini adalah skala ordinal, yaitu nilai 1 sampai 5 dengan ketentuan sebagai berikut.

1 = Sangat tidak penting
2 = Tidak penting
3 = Netral
4 = Penting
5 = Sangat penting.

4.3 Pembentukan Matriks *Payoff*

Penerapan konsep teori permainan yang dibahas adalah permainan dengan dua pemain berupa pasangan *mall* dan alternatif strategi yang dimiliki masing-masing *mall* dapat dinyatakan dalam matriks *payoff*. Entri matriks *payoff* adalah jumlah skor untuk masing-masing strategi dibagi dengan jumlah responden yang memilih tiap pasangan tersebut. Berdasarkan data hasil pengisian kuisioner pada pertanyaan nomor 5 yang dijelaskan pada Lampiran 2, maka dapat dibentuk matriks *payoff* untuk setiap pasangan *mall*.

4.4 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MATOS dan MOG

Berdasarkan Lampiran 2, diperoleh pembentukan matriks payoff untuk MATOS dan MOG berukuran 6×5 sebagai berikut.

$$\text{MATOS}\quad \begin{array}{c} \\ p_1\\ p_2\\ p_3\\ p_4\\ p_5\\ p_6 \end{array}\!\!\!\begin{array}{c} \text{MOG} \\ \begin{array}{ccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3{,}476; 3{,}175 & 3{,}190; 4{,}318 & 3{,}175; 4{,}016 & 3{,}206; 3{,}968 & 3{,}175; 3{,}968 \\ 4{,}302; 2{,}968 & 4{,}238; 4{,}333 & 4{,}191; 4{,}159 & 4{,}206; 3{,}984 & 4{,}206; 3{,}952 \\ 4{,}143; 2{,}984 & 3{,}270; 4{,}222 & 4{,}254; 4{,}222 & 4{,}111; 3{,}698 & 4{,}127; 3{,}873 \\ 3{,}778; 3{,}032 & 3{,}921; 4{,}302 & 3{,}739; 4{,}143 & 3{,}825; 4 & 3{,}873; 3{,}841 \\ 3{,}762; 2{,}841 & 3{,}846; 4{,}238 & 3{,}984; 4{,}095 & 4; 3{,}810 & 3{,}905; 3{,}968 \\ 3{,}651; 3{,}206 & 3{,}460; 4{,}159 & 3{,}698; 4{,}079 & 3{,}635; 3{,}889 & 3{,}619; 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

Langkah-langkah untuk menentukan optimalisasi strategi *mall* antara MATOS dan MOG dilakukan secara terpisah untuk pemain pertama dan pemain kedua, sehingga diperoleh matriks *payoff* MATOS dan matriks MOG.

4.4.1 Penyelesaian matriks *payoff* MATOS

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MATOS adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point*.

Untuk menentukan *saddle point* harus ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS ialah sebagai berikut.

Tabel 4.4 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS antara MATOS dan MOG

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Min. Baris	Maksimin
p_1	3,476	3,190	3,175	3,206	3,175	3,175	
p_2	4,302	4,238	4,191	4,206	4,206	4,191	
p_3	4,143	3,270	4,254	4,111	4,127	3,270	
p_4	3,778	3,921	3,730	3,825	3,873	3,730	4,191
p_5	3,762	3,846	3,984	4	3,905	3,762	
p_6	3,651	3,460	3,698	3,635	3,619	3,460	
Maks. Kolom	4,302	4,238	4,254	4,206	4,206		
Minimaks	4,206						$\neq$

Berdasarkan Tabel 4.4, diperoleh nilai maksimin, yaitu 4,191 yang merupakan nilai maksimum pada minimum baris atau sebagai batas bawah permainan $(\underline{V})$. Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 4,206 yang merupakan nilai minimum pada maksimum kolom atau sebagai batas atas permainan $(\overline{V})$. Karena $\underline{V} \neq \overline{V}$, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS.

2. Menyelesaikan matriks payoff menggunakan dominasi.

Dominasi dilakukan jika tidak terdapat *saddle point* pada matriks *payoff*. Penyelesaian matriks *payoff* dengan menggunakan dominasi maksudnya ialah mengeliminasi matriks *payoff* berukuran besar menjadi matriks berukuran lebih kecil agar dapat memudahkan pada perhitungan selanjutnya. Berikut adalah matriks *payoff* MATOS.

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{MOG} \\
\text{MATOS} &
\begin{array}{c|ccccc}
 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \\
\hline
p_1 & 3{,}476 & 3{,}190 & 3{,}175 & 3{,}206 & 3{,}175 \\
p_2 & 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 & 4{,}206 & 4{,}206 \\
p_3 & 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 & 4{,}111 & 4{,}127 \\
p_4 & 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 & 3{,}825 & 3{,}873 \\
p_5 & 3{,}762 & 3{,}846 & 3{,}984 & 4 & 3{,}905 \\
p_6 & 3{,}651 & 3{,}460 & 3{,}698 & 3{,}635 & 3{,}619
\end{array}
\end{array}
$$

Langkah-langkah dominasi matriks *payoff* MATOS sebagai berikut.

i) Eliminasi kolom

Cara mengeliminasi kolom atau MOG sebagai pemain kedua, yaitu berdasarkan permainan strategi oleh pemain baris atau MATOS. Jika MATOS memainkan strategi p_1, maka strategi q_3 dan q_5 optimal untuk MOG dengan nilai *payoff* terkecil dibanding lainnya, yaitu 3,175. Jika MATOS memainkan strategi p_2, maka strategi q_3 dengan nilai *payoff* terkecil yaitu 4,191 yang optimal untuk MOG. Jika MATOS memainkan strategi p_3, maka strategi q_2 optimal untuk MOG. Jika MATOS memainkan strategi p_4 maka strategi yang optimal untuk MOG adalah q_3 dengan nilai 3,730. Jika MATOS memainkan strategi p_5, maka optimal bagi MOG jika memainkan strategi q_1. Namun jika MATOS memainkan strategi p_6, maka strategi q_2 adalah strategi optimal bagi MOG.

Strategi optimal yang dihasilkan MOG secara keseluruhan adalah strategi q_1, q_2, q_3, dan q_5. Sehingga dapat disimpulkan bahwa strategi q_1, q_2, q_3, dan q_5 mendominasi strategi q_4. Oleh karena itu, kolom q_4 dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \text{MOG} \\
 & & \begin{array}{ccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{array} \\
\text{MATOS} & \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{array} & \begin{bmatrix} 3{,}476 & 3{,}190 & 3{,}175 & 3{,}206 & 3{,}175 \\ 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 & 4{,}206 & 4{,}206 \\ 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 & 4{,}111 & 4{,}127 \\ 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 & 3{,}825 & 3{,}873 \\ 3{,}762 & 3{,}846 & 3{,}984 & 4 & 3{,}905 \\ 3{,}651 & 3{,}460 & 3{,}698 & 3{,}635 & 3{,}619 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

ii) Eliminasi baris

Cara mengeliminasi baris atau MATOS sebagai pemain pertama, yaitu berdasarkan permainan strategi oleh pemain kolom atau MOG. Jika MOG memainkan strategi q_1, maka strategi p_2 optimal untuk MATOS dengan *payoff* terbesar dibanding lainnya, yaitu 4,302. Jika MOG memainkan strategi q_2, maka strategi p_2 dengan nilai *payoff* 4,238 optimal untuk MATOS. Jika MOG memainkan strategi q_3, maka strategi p_3 optimal untuk MATOS. Namun, jika MOG memainkan strategi q_5, maka strategi optimal bagi MATOS adalah juga p_2

Strategi optimal yang dihasilkan MATOS secara keseluruhan adalah strategi p_2 dan p_3, sehingga dapat disimpulkan bahwa strategi p_2 dan p_3 mendominasi strategi p_1, p_4, p_5, dan p_6. Oleh karena itu, salah satu dari baris p_1, p_4, p_5, dan p_6 dapat dieliminasi. Dalam hal ini, dipilih strategi $p_1$untuk dieliminasi.

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \text{MOG} \\
 & & \begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_5 \end{array} \\
\text{MATOS} & \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{array} & \begin{bmatrix} 3{,}476 & 3{,}190 & 3{,}175 & 3{,}175 \\ 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 & 4{,}206 \\ 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 & 4{,}127 \\ 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 & 3{,}873 \\ 3{,}762 & 3{,}846 & 3{,}984 & 3{,}905 \\ 3{,}651 & 3{,}460 & 3{,}698 & 3{,}619 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

iii) Eliminasi kolom

Eliminasi kolom selanjutnya dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti langkah i). Jika MATOS memainkan strategi p_2, maka strategi optimal untuk MOG adalah q_3 dengan nilai *payoff* terkecil yaitu 4,191. Jika MATOS memainkan strategi p_3, maka strategi q_2 optimal untuk MOG. Jika MATOS memainkan strategi p_4, maka optimal bagi MOG memilih strategi q_3. Jika MATOS memilih strategi p_5, maka q_1 optimal bagi MOG. Namun, jika MATOS memilih strategi p_6, maka q_2 optimal bagi MOG.

Strategi optimal yang dihasilkan MOG secara keseluruhan adalah strategi q_1, q_2, dan q_3. sehingga dapat disimpulkan bahwa strategi q_1, q_2, dan q_3 mendominasi strategi q_5. Oleh karena itu, kolom q_5 dapat dieliminasi.

$$
\begin{array}{rc}
 & \text{MOG} \\
 & \begin{array}{cccc} \;\;q_1\;\; & \;\;q_2\;\; & \;\;q_3\;\; & \;\;q_5\;\; \end{array} \\
\text{MATOS} \;\; \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{array} & \begin{bmatrix} 4,302 & 4,238 & 4,191 & 4,206 \\ 4,143 & 3,270 & 4,254 & 4,127 \\ 3,778 & 3,921 & 3,730 & 3,873 \\ 3,762 & 3,846 & 3,984 & 3,905 \\ 3,651 & 3,460 & 3,698 & 3,619 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

iv) Eliminasi baris

Eliminasi baris selanjutnya dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti langkah ii). Jika MOG memainkan strategi q_1, maka strategi p_2 optimal untuk MATOS dengan nilai *payoff* terbesar. Jika MOG memainkan strategi q_2, maka strategi optimal untuk Indomaret juga p_2. Namun jika MATOS memainkan strategi q_3 maka p_3 strategi optimal bagi MOG.

Strategi optimal yang dihasilkan MATOS secara keseluruhan adalah strategi p_2 dan p_3, sehingga dapat disimpulkan bahwa strategi p_2 dan p_3 mendominasi strategi p_4, p_5, dan p_6. Oleh karena itu, salah satu dari baris p_4, p_5, dan p_6 dapat dieliminasi. Dalam hal ini, dipilih strategi p_6 untuk dieliminasi.

$$\begin{array}{c c c} & & \text{MOG} \\ & & \begin{array}{ccc} q_1 & q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} & \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ \cancel{p_6} \end{array} & \begin{bmatrix} 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 \\ 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 \\ 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 \\ 3{,}762 & 3{,}846 & 3{,}984 \\ \cancel{3{,}651} & \cancel{3{,}460} & \cancel{3{,}698} \end{bmatrix} \end{array}$$

v) Eliminasi kolom

Jika MATOS memainkan strategi p_2, maka strategi q_3 optimal untuk MOG. Jika MATOS memainkan strategi p_3, maka strategi q_2 optimal untuk MOG. Langkah tersebut diulang hingga strategi p_5. Strategi optimal yang dihasilkan MOG adalah strategi q_1, q_2 dan q_3 sehingga tidak ada strategi MOG yang dapat dieliminasi.

$$\begin{array}{c c c} & & \text{MOG} \\ & & \begin{array}{ccc} q_1 & q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} & \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 \\ 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 \\ 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 \\ 3{,}762 & 3{,}846 & 3{,}984 \end{bmatrix} \end{array}$$

vi) Eliminasi baris

Jika MOG memainkan strategi q_1, maka strategi p_2 optimal untuk MATOS. Jika MOG memainkan strategi q_2, maka juga strategi p_2 optimal untuk MATOS. Jika MOG memainkan strategi q_3, maka strategi p_3 optimal untuk MATOS. Secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa strategi p_2 dan p_3 mendominasi strategi p_4 dan p_5, sehingga strategi p_4 dan p_5 dapat dieliminasi. Dalam hal ini dipilih strategi p_5 untuk dieliminasi.

$$\begin{array}{c c c} & & \text{MOG} \\ & & \begin{array}{ccc} q_1 & q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} & \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ \cancel{p_5} \end{array} & \begin{bmatrix} 4{,}302 & 4{,}238 & 4{,}191 \\ 4{,}143 & 3{,}270 & 4{,}254 \\ 3{,}778 & 3{,}921 & 3{,}730 \\ \cancel{3{,}762} & \cancel{3{,}846} & \cancel{3{,}984} \end{bmatrix} \end{array}$$

vii) Eliminasi kolom

Jika MATOS memilih strategi p_2, maka q_3 optimal bagi MOG. Jika MATOS memilih strategi p_3, maka strategi q_2 optimal bagi MOG. Namun jika MATOS memilih strategi p_4, maka strategi optimal bagi MOG ialah q_3. Sehingga strategi optimal yang dihasilkan MOG adalah strategi q_2 dan q_3, maka strategi q_1 dapat dieliminasi.

$$\begin{array}{cc} & \text{MOG} \\ & \begin{array}{ccc} \cancel{q_1} & q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} \cancel{4{,}302} & 4{,}238 & 4{,}191 \\ \cancel{4{,}143} & 3{,}270 & 4{,}254 \\ \cancel{3{,}778} & 3{,}921 & 3{,}730 \end{bmatrix} \end{array}$$

viii) Eliminasi baris

Jika MOG memainkan strategi q_2, maka strategi p_2 optimal untuk MATOS. Jika MOG memainkan strategi q_3, maka strategi optimal untuk MATOS adalah p_3. Secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa strategi p_2 dan p_3 mendominasi strategi p_4 sehingga strategi p_4 dapat dieliminasi.

$$\begin{array}{cc} & \text{MOG} \\ & \begin{array}{cc} q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \\ \cancel{p_4} \end{array} & \begin{bmatrix} 4{,}238 & 4{,}191 \\ 3{,}270 & 4{,}254 \\ \cancel{3{,}921} & \cancel{3{,}730} \end{bmatrix} \end{array}$$

Setelah terbentuk matriks *payoff* 2×2 dan tidak ada kolom atau baris yang dapat dieleminasi lagi, maka penyelesaian dengan dominasi berakhir. Hasil dominasi maksimal untuk *payoff* MATOS adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{cc} & \text{MOG} \\ & \begin{array}{cc} q_2 & q_3 \end{array} \\ \text{MATOS} \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 4{,}238 & 4{,}191 \\ 3{,}270 & 4{,}254 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. Mengontruksi matriks *payoff* ke dalam pemrograman linear.

Masalah pemrograman linear terdiri atas masalah minimum dan masalah maksimum. Untuk menyelesaikan matriks *payoff* MATOS, maka digunakan masalah minimum karena MATOS sebagai pemain pertama berusaha untuk memaksimumkan keuntungan yang minimum.

Berikut adalah hasil konstruksi matriks *payoff* MATOS.

Minimum $Z_x = X_1 + X_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan:

$$4{,}238X_1 + 3{,}270X_1 \geq 1,$$
$$4{,}191X_1 + 4{,}254X_2 \geq 1,$$
$$X_1, X_2 \geq 0.$$

Keterangan: $X_1 = p_2,\ X_2 = p_3$.

4. Menyelesaikan matriks payoff dengan menggunakan metode simpleks.

Metode simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear melalui tahap iterasi. Iterasi yang digunakan pada masalah minimum ialah berdasarkan metode dual simpleks, sedangkan iterasi yang digunakan pada masalah maksimum ialah berdasarkan metode simpleks biasa. Karena masalah pada MATOS adalah masalah minimum, maka dapat diselesaikan dengan menggunakan dual dari MATOS sebagai berikut.

Maksimum $Z_y = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan:

$$4{,}238Y_1 + 4{,}191Y_2 \leq 1,$$
$$3{,}270Y_1 + 4{,}254Y_2 \leq 1,$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0.$$

Berdasarkan masalah tersebut, diperoleh bahwa masalah dual dari MATOS merupakan masalah maksimum pada MOG. Oleh karena itu, masalah tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks biasa. Langkah-langkah metode simpleks untuk MOG adalah sebagai berikut.

i) Mengubah masalah pemrograman linear menjadi bentuk standar pemrograman linear, yaitu dengan cara mengubah tanda "≤" menjadi "=", dengan menambahkan variabel slack (S).

Hasil bentuk standar masalah maksimum pemrograman linear tersebut adalah sebagai berikut.

Maksimum $Z_y = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan:

$$4{,}238Y_1 + 4{,}191Y_2 + 1S_1 + 0S_2 = 1,$$
$$3{,}270Y_1 + 4{,}254Y_2 + 0S_1 + 1S_2 = 1,$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0\ .$$

Nilai-nilai batasan tersebut kemudian dimasukkan kedalam tabel simpleks awak. Berikut adalah tabel simpleks awal MOG.

Tabel 4.5 Simpleks awal MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
0	S_1	4,238	4,191	1	0	1	
0	S_2	3,270	4,254	0	1	1	
$Z_j - C_j$						$Z_y =$	

ii) Pilih kolom kunci (*pivot column*), dengan aturan dipilih kolom dengan nilai $(z_j - c_j)$ yang paling negatif.

Nilai $Z_j - C_j$ pada tabel di atas ialah:

$$\begin{aligned} Z_1 - C_1 &= \sum_{i=1}^{2} C_i a_{i1} - C_1 \\ &= \{(0 \times 4{,}238) + (0 \times 3{,}270)\} - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$Z_2 - C_2 = \sum_{i=1}^{2} C_i a_{i2} - C_2$$
$$= \{(0 \times 4{,}191) + (0 \times 4{,}254)\} - 1$$
$$= -1$$
$$Z_3 - C_3 = \sum_{i=1}^{2} C_i a_{i3} - C_3$$
$$= \{(0 \times 1) + (0 \times 0)\} - 0$$
$$= 0$$
$$Z_4 - C_4 = \sum_{i=1}^{2} C_i a_{i4} - C_4$$
$$= \{(0 \times 0) + (0 \times 1)\} - 0$$
$$= 0$$

Jika terdapat Nilai $Z_j - C_j$ yang paling negatifnya lebih dari satu, maka dapat dipilih satu sembarang sebagai kolom kunci, seperti pada Tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Penentuan kolom kunci pada simpleks MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
0	S_1	4,238	4,191	1	0	1	
0	S_2	3,270	4,254	0	1	1	
$Z_j - C_j$		-1	-1	0	0	$Z_y =$	

iii) Pilih baris kunci (*pivot row*), yaitu baris dengan nilai ratio (R_i) positif terkecil.

Nilai R_i diperoleh dari nilai ruas kanan (b_i) dibagi kolom kunci yang > 0. Jika terdapat R_i positif terkecil lebih dari satu, maka dipilih salah satu sembarang. Elemen yang terletak pada perpotongan kolom kunci dan baris kunci disebut elemen kunci (*pivot element*).

Nilai Rasio (R_i) pada tabel diatas adalah,

$$\text{Rasio ke-1 } (R_1) = \frac{b_1}{kolom\ kunci\ pada\ baris\ ke{-}1}$$
$$= \frac{1}{4{,}238} = 0{,}236\ .$$
$$\text{Rasio ke-2 } (R_2) = \frac{b_2}{kolom\ kunci\ baris\ ke{-}2}$$
$$= \frac{1}{3{,}270} = 0{,}3058\ .$$

Dari kedua nilai rasio tersebut, terlihat bahwa nilai positif terkecil terletak pada R_1, sehingga baris R_1 menjadi baris kunci.

Sementara itu, nilai Z diperoleh dari

$$Z_y = \sum_{i=1}^{2} C_i\, b_i = (0 \times 1) + (0 \times 1) = 0$$

Tabel 4.7 Iterasi ke-1 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
0	S_1	4,238	4,191	1	0	1	0,236
0	S_2	3,270	4,254	0	1	1	0,3058
$Z_j - C_j$		-1	-1	0	0	$Z_y = 0$	

iv) Mengubah variabel keputusan pada baris kunci dengan variabel keputusan pada kolom kunci, lalu menentukan baris kunci baru, dan baris lainnya.

Variabel keputusan pada baris kunci, yaitu S_1 diubah menjadi Y_1 dan nilai C_i menjadi 1. Selanjutnya menentukan baris kunci baru berdasarkan pada rumus sebagai berikut.
Baris kunci baru = baris kunci lama ÷ elemen kunci.

Sehingga,

baris kunci lama	$\frac{4,238}{4,238}$	$\frac{4,191}{4,238}$	$\frac{1}{4,238}$	$\frac{0}{4,238}$	$\frac{1}{4,238}$
baris kunci baru	1	0,9889	0,236	0	0,236

Sementara itu, untuk menentukan baris lainnya menggunakan rumus sebagai berikut.

Koefisien kolom kunci baru = koefisien kolom kunci pada baris awal – (koefisien kolom kunc pada baris awal × angka kunci ÷ angka kunci).

Baris i baru = baris i awal – (baris kunci awal × koefisien kolom kunci pada baris awal ÷ elemen kunci).

Berikut adalah hasil perhitungan untuk baris ke-2 baru dari tabel 4.7.

Baris ke-2:

4,238	4,191	1	0	1	baris ke-2 awal,
3,270	4,254	0	1	1	baris ke-2 baru.
	1,0203	-0,7716	1	0,2284	

Untuk menghitung nilai $Z_j - C_j$ dan Z dilakukan dengan cara yang sama seperti langkah i) dan ii). Berikut adalah hasil perhitungan baris kunci baru dan baris lainnya dari iterasi ke-1.

Tabel 4.8 Hasil perhitungan baris kunci baru dan baris lainnya dari iterasi ke-1 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
1	Y_1	1	0,9889	0,236	0	0,236	
0	S_2	0	1,0203	-0,7716	1	0,2284	
$Z_j - C_j$		0	-0,0111	0,236	0	$Z_y = 0{,}236$	

v) Memastikan nilai $Z_j - C_j$ tidak bernilai negatif sehingga diperoleh solusi optimal. Jika nilai $Z_j - C_j$ masih bernilai negatif, maka dilakukan iterasi selanjutnya seperti pada langkah ii) dan iii)

Berdasarkan Tabel 4.8, dapat disimpulkan bahwa nilai $Z_j - C_j$ masih terdapat nilai negatif. Oleh karena itu, dilakukan kembali iterasi selanjutnya seperti pada langkah ii) dan iii).

Setelah ditentukan kolom kunci, baris kunci, dan nilai rasio dari Tabel 4.8, maka diperoleh hasil iterasi ke-2 dengan nilai angka kunci, yaitu 1,0203 sebagai berikut.

Tabel 4.9 Iterasi ke-2 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
1	Y_1	1	0,9889	0,236	0	0,236	0,2387
0	S_2	0	1,0203	-0,7716	1	0,2284	0,2239
$Z_j - C_j$		0	-0,0111	0,236	0	$Z_y = 0{,}236$	

Setelah dilakukan perhitungan seperti pada langkah iv) diperoleh Hasil perhitungan baris kunci baru dan baris lainnya dari iterasi ke-2 MOG yang terdapat pada Tabel 4.10

Tabel 4.10 Hasil perhitungan baris kunci baru dan baris lainnya dari iterasi ke-2 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
1	Y_1	1	0	0,9839	-0,9692	0,0146	
1	Y_2	0	1	-0,7563	0,9801	0,2239	
$Z_j - C_j$		0	0	0,2276	0,0109	$Z_y = 0{,}2385$	

Karena nilai $Z_j - C_j$ sudah tidak terdapat nilai negatif, maka tahap iterasi dihentikan dan diperoleh hasil akhir iterasi simpleks, yaitu iterasi ke-3 MOG sebagai berikut.

Tabel 4.11 Iterasi ke-3 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
1	Y_1	1	0	0,9839	-0,9692	0,0146	-
1	Y_2	0	1	-0,7563	0,9801	0,2239	-
$Z_j - C_j$		0	0	0,2276	0,0109	$Z_y = 0{,}2385$	

5. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Berdasarkan Tabel 4.11, seluruh baris dan kolom dapat diabaikan sehingga strategi optimal untuk MOG, yaitu: $Y_1 = 0{,}0146$ dan $Y_2 = 0{,}2239$ dengan $Y_1 = q_2$ (keamanan), $Y_2 = q_3$ (kebersihan) dan $Z_y = 0{,}2385$. Peluang strategi optimal untuk MOG adalah sebagai berikut,

peluang $q_2 = \frac{Y_1}{Z_y} = \frac{0{,}0146}{0{,}2385} = 0{,}0612 = 6{,}12\%$,

peluang $q_3 = \frac{Y_2}{Z_y} = \frac{0{,}2239}{0{,}2385} = 0{,}9388 = 93{,}88\%$,

dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_y} = \frac{1}{0{,}2385} = 4{,}1929$.

Sementara itu, strategi optimal untuk MATOS merupakan dual dari MOG (untuk tabel perhitungan dual terdapat pada Lampiran 4). Selain menggunakan tabel dual simpleks, strategi optimal untuk MATOS juga dapat dicari dengan melihat koefisien variabel *slack* pada iterasi terakhir MOG, dengan cara sebagai berikut.

$X_1 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} 0{,}9839 \\ -0{,}7563 \end{bmatrix} = 0{,}2276,$

$X_2 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} -0{,}9692 \\ 0{,}9801 \end{bmatrix} = 0{,}0109,$

$Z_x = Z_y = 0{,}2385.$

Oleh sebab itu diperoleh $X_1 = 0{,}2276$, $X_2 = 0{,}0109$, dengan $X_1 = p_2$, $X_2 = p_3$, dan $Z_x = 0{,}2385$. Maka peluang strategi optimal untuk MATOS adalah sebagai berikut.

peluang $p_2 = \frac{X_1}{Z_x} = \frac{0{,}2276}{0{,}2385} = 0{,}9543 = 95{,}43\%,$

peluang $p_3 = \frac{X_2}{Z_x} = \frac{0{,}0109}{0{,}2385} = 0{,}0457 = 4{,}57\%,$

dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_x} = \frac{1}{0{,}2385} = 4{,}1929.$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai permainan untuk MATOS dan MOG berdasarkan matriks *payoff* MATOS adalah $V = 4{,}1929$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MATOS adalah $X_1 = p_2$ atau strategi keamanan dengan peluang sebesar 95,43% untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Keuntungan sebelumnya, yaitu 4,191 dapat dimaksimumkan menjadi 4,1929. Sementara itu, strategi optimal untuk MOG adalah $Y_2 = q_3$ atau strategi kebersihan dengan peluang sebesar 93,88% untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya. Kerugian sebelumnya, yaitu 4,206 dapat diminimumkan menjadi 4,1929.

4.4.2 Penyelesaian matriks *payoff* MOG

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MOG adalah sebagai berikut.

1. **Menentukan *saddle point.***

Untuk menentukan *saddle point* harus ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

Tabel 4.12 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG antara MATOS dan MOG

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Min. Baris	Maksimin
p_1	3,175	4,318	4,016	3,968	3,968	3,175	3,206
p_2	2,968	4,333	4,159	3,984	3,952	2,968	
p_3	2,984	4,222	4,222	3,698	3,873	2,984	
p_4	3,032	4,302	4,143	4	3,841	3,032	
p_5	2,841	4,238	4,098	3,810	3,968	2,841	
p_6	3,206	4,159	4,079	3,889	4	3,206	
Maks. Kolom	3,206	4,333	4,222	4	4		
Minimaks	3,206						=

Berdasarkan Tabel 4.12, diperoleh nilai maksimin 3,206 yang merupakan nilai maksimum pada minimum baris atau sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$). Sementara itu, nilai minimaks atau nilai minimum pada maksimum kolom adalah 3,206 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena $\underline{V} = \overline{V}$, maka dapat disimpulkan terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

2. **Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.**

Karena terdapat saddle point, maka dapat disimpulkan nilai permainan untuk MATOS dan MOG adalah $V = 3{,}206$, yang merupakan nilai keseimbangan bagi kedua pemain. Strategi optimal untuk MATOS adalah p_6 atau dekorasi, dengan peluang sebesar 100% untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Sementara itu, strategi optimal untuk MOG adalah q_1 atau *event*, dengan peluang sebesar 100% untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya.

4.5 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MDC dan MCP

Berdasarkan data yang diperoleh dari hasil penyebaran kuisioner, tidak ada responden yang memilih pilihan *Mall* Dinoyo *City* (MDC) dan Malang *City Point* (MCP), maka tidak dapat ditentukan matriks *payoff* dari kedua pemain dan juga tidak dapat ditarik kesimpulan dari permainan ini.

4.6 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MCP dan MATOS

Berdasarkan Lampiran 2, pembentukan matriks *payoff* untuk MCP dan MATOS diperoleh matriks berukuran 4×6 sebagai berikut,

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{matrix} q_1 & \quad q_2 & \quad q_3 & \quad q_4 & \quad q_5 & \quad q_6 \end{matrix} \\
\begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{matrix} &
\begin{bmatrix}
3{,}429; 3{,}500 & 3{,}214; 4{,}214 & 3{,}357; 4{,}214 & 3{,}286; 4 & 3{,}214; 3{,}929 & 3{,}429; 3{,}429 \\
4{,}214; 3{,}143 & 4{,}286; 4{,}214 & 4{,}214; 4{,}286 & 4{,}5; 3{,}929 & 3{,}929; 3{,}875 & 4{,}429; 3{,}000 \\
4{,}071; 3{,}429 & 4{,}071; 4{,}286 & 3{,}929; 4{,}429 & 4{,}071; 4{,}071 & 4{,}214; 3{,}786 & 3{,}643; 3{,}143 \\
3{,}857; 3{,}286 & 3{,}786; 4{,}214 & 4{,}000; 4{,}357 & 3{,}786; 3{,}786 & 3{,}714; 3{,}929 & 3{,}857{,}3{,}143
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

dengan p adalah strategi dari MCP dan q adalah strategi dari MATOS.

Langkah-langkah untuk menentukan optimalisasi strategi *mall* antara MCP dan MATOS dilakukan secara terpisah, dimana MCP sebagai pemain pertama dan MATOS sebagai pemain kedua, sehingga diperoleh matriks *payoff* MCP dan matriks MATOS.

4.6.1 Penyelesaian matriks *payoff* MCP

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MCP adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point.*

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin (nilai maksimum pada minimum baris) dan nilai minimaks (nilai minimum pada maksimum kolom). Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP.

Tabel 4.13 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP antara MCP dan MATOS

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	Min. Baris	Maksimin
p_1	3,429	3,214	3,357	3,286	3,214	3,429	3,214	
p_2	4,214	4,286	4,214	4,5	3,929	4,429	3,929	
p_3	4,071	4,071	3,929	4,071	4,214	3,643	3.643	3,929
p_4	3,857	3,786	4	3,786	3,714	3,857	3,714	
Maks. Kolom	4,214	4,286	4,214	4,5	4,214	4,429		
Minimaks	4,214							≠

Berdasarkan Tabel 4.13, diperoleh nilai maksimin 3,929 sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$) dan nilai minimaks 4,214 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena $\underline{V} \neq \overline{V}$, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MCP.

2. Menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan dominasi.

Langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan dominasi seperti pada kasus sebelumnya, yaitu eliminasi baris (dilakukan dengan menentukan nilai terbesar disetiap kolom, maka baris yang didominasi dapat dieleminasi) dan eliminasi kolom (dilakukan dengan menentukan nilai terkecil disetiap baris, maka kolom yang mendominasi dapat dieleminasi). Berikut adalah hasil dominasi maksimal yang telah dijelaskan pada Lampiran 3.

$$\begin{array}{cc} & \text{MATOS} \\ & \begin{array}{cc} q_5 & q_6 \end{array} \\ \text{MCP} \begin{array}{c} p_2 \\ p_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 3{,}929 & 4{,}429 \\ 4{,}214 & 3{,}643 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. Mengontruksi matriks *payoff* ke dalam pemrograman linear.

Untuk menyelesaikan matriks *payoff* MCP, maka digunakan masalah minimum karena MCP sebagai pemain pertama berusaha untuk memaksimumkan keuntungan yang minimum. Berikut adalah hasil kontruksi matriks *paoff* MCP.

Minimum $Z_x = X_1 + X_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan

$$3{,}929X_1 + 4{,}214X_2 \geq 1\ ,$$
$$4{,}429X_1 + 3{,}643X_2 \geq 1\ ,$$
$$X_1, X_2 \geq 0\ .$$

Keterangan : $X_1 = p_2$ dan $X_2 = p_3$.

4. Menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan metode simpleks.

Metode yang digunakan pada masalah minimum ialah metode dual simpleks, sedangkan iterasi yang digunakan pada masalah maksimum ialah metode simpleks biasa. Untuk menyelesaikan masalah minimum pada MCP, digunakan metode dual simpleks seperti pada kasus sebelumnya. Sehingga masalah pada MCP dapat diselesaikan dengan menggunakan dual dari MCP sebagai berikut.

Maksimum $Z_y = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan:

$$3{,}929Y_1 + 4{,}429Y_2 \leq 1,$$
$$4{,}214Y_1 + 3{,}643Y_2 \leq 1,$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0\ .$$

Berdasarkan masalah tersebut, diperoleh bahwa masalah dual dari MCP merupakan masalah maksimum pada MATOS, maka masalah tersebut dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks biasa. Langkah-langkah metode simpleks untuk MATOS sama seperti kasus sebelumnya, sehingga diperoleh iterasi sebagai berikut.

Tabel 4.14 Iterasi ke-1 MATOS

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
0	S_1	3,929	4,429	1	0	1	0,255
0	S_2	4,214	3,643	0	1	1	0,237
$Z_j - C_j$		-1	-1	0	0	$Z_y = 0$	

Tabel 4.15 Iterasi ke-2 MATOS

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
0	S_1	0	1,032	1	-0,932	0,068	0,066
1	Y_1	1	0,865	0	0,273	0,237	0,274
$Z_j - C_j$		0	-0,135	0	0,273	$Z_y = 0,237$	

Tabel 4.16 Iterasi ke-3 MATOS

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks (b_i)	Rasio (R_i)
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2		
1	Y_2	0	1	0,969	-0,903	0,066	-
1	Y_1	1	0	-0,838	1,018	0,18	-
$Z_j - C_j$		0	0	0,131	0,115	$Z_y = 0,246$	

5. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Berdasarkan Tabel 4.16, seluruh baris dan kolom dapat diabaikan sehingga strategi optimal untuk MATOS, yaitu: $Y_1 = 0,18$ dan $Y_2 = 0,066$ dengan $Y_1 = q_5, Y_2 = q_6$ dan $Z_y = 0,246$. Peluang strategi optimal untuk MATOS adalah sebagai berikut

peluang $q_5 = \frac{Y_1}{Z} = \frac{0,18}{0,246} = 0,732 = 73,2\%$,

peluang $q_6 = \frac{Y_2}{Z} = \frac{0,066}{0,246} = 0,268 = 26,8\%$,

dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_y} = \frac{1}{0,246} = 4,065$.

Sementara itu, strategi optimal untuk MCP merupakan dual dari MATOS (untuk tabel perhitungan dual terdapat pada Lampiran 4). Selain menggunakan tabel dual simpleks, strategi optimal untuk MCP juga dapat dicari dengan melihat koefisien variabel *slack* pada iterasi terakhir MATOS, dengan cara sebagai berikut.

$X_1 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} 0{,}969 \\ -0{,}838 \end{bmatrix} = 0{,}131, \quad X_2 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} -0{,}903 \\ 1{,}018 \end{bmatrix} = 0{,}115,$
$Z_x = Z_y = 0{,}246.$

Sehingga diperoleh $X_1 = 0{,}131$, $X_2 = 0{,}115$, dengan $X_1 = p_2$, $X_2 = p_3$, dan $Z_x = 0{,}246$. Maka peluang strategi optimal untuk MCP adalah sebagai berikut.
peluang $p_2 = \frac{X_1}{Z} = \frac{0{,}131}{0{,}246} = 0{,}533 = 53{,}3\%$,
peluang $p_3 = \frac{X_2}{Z} = \frac{0{,}115}{0{,}2385} = 0{,}467 = 46{,}7\%$,
dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_x} = \frac{1}{0{,}246} = 4{,}065$.

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai permainan untuk MCP dan MATOS berdasarkan matriks *payoff* MCP adalah $V = 4{,}065$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MCP adalah $X_1 = p_2$ atau strategi keamanan dengan peluang sebesar $53{,}3\%$ untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Keuntungan sebelumnya, yaitu $3{,}929$ dapat dimaksimumkan menjadi $4{,}065$. Sementara itu, strategi optimal untuk MATOS adalah $Y_1 = q_5$ atau strategi kelengkapan produk dengan peluang sebesar $73{,}2\%$ untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya. Kerugian sebelumnya, yaitu $4{,}214$ dapat diminimumkan menjadi $4{,}065$.

4.6.2 Penyelesaian matriks *payoff* MATOS

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MATOS adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point*.

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS.

Tabel 4.17 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS antara MCP dan MATOS

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	Min. Baris	Maksimin
p_1	3,5	4,214	4,214	4	3,929	3,429	3,429	3,429
p_2	3,143	4,214	4,286	3,929	3,857	3	3	
p_3	3,429	4,286	4,429	4,071	3,786	3,143	3.143	
p_4	3,286	4,214	4,357	3,786	3,929	3,143	3,143	
Maks. Kolom	3,5	4,286	4,429	4,071	3,929	3,429		
Minimaks	3,429							=

Berdasarkan Tabel 4.17, diperoleh nilai maksimin, yaitu 3,429 sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$) dan nilai minimaks, yaitu 3,429 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena $\underline{V} = \overline{V}$, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MCP.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Karena terdapat saddle point, maka dapat disimpulkan nilai permainan untuk MCP dan MATOS adalah $V = 3{,}429$, yang merupakan nilai keseimbangan bagi kedua pemain. Strategi optimal untuk MCP adalah p_1 atau *event*, dengan peluang sebesar 100% untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya, sedangkan strategi optimal untuk MATOS adalah q_6 atau dekorasi, dengan peluang sebesar 100% untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya.

4.7 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MOG dan MDC

Berdasarkan Lampiran 2, pembentukan matriks *payoff* untuk MOG dan MDC diperoleh matriks berukuran 5×4 sebagai berikut.

MDC

$$
\text{MOG}\quad
\begin{array}{c}
\\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
3;2 & 2;3{,}5 & 2;3 & 2;3{,}5 \\
4{,}5;2 & 3;4 & 4{,}5;3{,}5 & 4{,}5;3{,}5 \\
4{,}5;2 & 4{,}5;3{,}5 & 4{,}5;3 & 4{,}5;3{,}5 \\
4;2 & 4;3{,}5 & 2{,}5;3 & 4;3{,}5 \\
4{,}5;2 & 4{,}5;3{,}5 & 4{,}5;3 & 4{,}5;3{,}5
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Langkah-langkah untuk menentukan optimalisasi strategi ritel antara MOG dan MDC dilakukan secara terpisah untuk pemain pertama dan pemain kedua, sehingga diperoleh matriks *payoff* MOG dan matriks *payoff* MDC.

4.7.1 Penyelesaian matriks payoff MOG

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MOG adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point.*

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

Tabel 4.18 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG antara MOG dan MDC

	q_1	q_2	q_3	q_4	Minimum Baris	Maksimin
p_1	3	2	2	2	2	4,5
p_2	4,5	3	4,5	4,5	3	
p_3	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	
p_4	4	4	2,5	4	2,5	
p_5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	
Maksimum Kolom	4,5	4,5	4,5	4,5		
Minimaks	4,5					=

Berdasarkan Tabel 4.18, diperoleh nilai maksimin, yaitu 4,5 sebagai batas bawah permainan $(\underline{V})$. Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 4,5 sebagai batas atas permainan

($\overline{V}$). Karena, $\underline{V} = \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Nilai permainan untuk MOG dan MDC berdasarkan matriks *payoff* MOG adalah $V = 4{,}5$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Dikarenakan jumlah reponden yang memilih terlalu sedikit, maka penentuan strategi optimalnya tidak dapat dilakukan. Data yang dihasilkan kurang akurat dan tidak sesuai prosedur.

4.7.2 Penyelesaian matriks *payoff* MDC

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MDC adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point*.

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC.

Tabel 4.19 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC antara MOG dan MDC

	q_1	q_2	q_3	q_4	Minimum Baris	Maksimin
p_1	2	3,5	3	3,5	2	2
p_2	2	4	3,5	3,5	2	
p_3	2	3,5	3	3,5	2	
p_4	2	3,5	3	3,5	2	
p_5	2	3,5	3	3,5	2	
Maksimum Kolom	2	4	3,5	3,5		
Minimaks	2					$=$

Berdasarkan Tabel 4.19, diperoleh nilai maksimin, yaitu 2 sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$). Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 2 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena, $\underline{V} = \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MDC.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Nilai permainan untuk MOG dan MDC berdasarkan matriks *payoff* MDC adalah $V = 2$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Dikarenakan jumlah reponden yang memilih terlalu sedikit, maka penentuan strategi optimalnya tidak dapat dilakukan. Data yang dihasilkan kurang akurat dan tidak sesuai prosedur.

4.8 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MDC dan MATOS

Berdasarkan Lampiran 2, pembentukan matriks *payoff* untuk MDC dan MATOS diperoleh matriks berukuran 4×6 sebagai berikut.

$$\begin{array}{cc} & \text{MATOS} \\ \text{MDC} & \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 & q_6 \end{array} \\ \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 3{,}69; 3{,}44 & 3{,}19; 4{,}25 & 3{,}06; 4{,}81 & 3{,}13; 3{,}75 & 3{,}5; 3{,}94 & 3{,}25; 3{,}94 \\ 3{,}69; 3{,}13 & 3{,}94; 4{,}06 & 4; 3{,}94 & 4{,}13; 3{,}69 & 4{,}06; 3{,}75 & 3{,}75; 3{,}69 \\ 3{,}44; 3{,}25 & 3{,}5; 4 & 3{,}69; 4{,}19 & 3{,}56; 3{,}88 & 3{,}5; 3{,}88 & 3{,}25; 3{,}56 \\ 3{,}31; 3{,}31 & 3{,}69; 4 & 3{,}63; 4{,}06 & 3{,}63; 3{,}75 & 3{,}69; 3{,}81 & 3{,}81; 3{,}69 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

Langkah-langkah untuk menentukan optimalisasi strategi *mall* antara MDC dan MATOS dilakukan secara terpisah untuk pemain pertama dan pemain kedua, sehingga diperoleh matriks *payoff* MDC dan matriks *payoff* MATOS.

4.8.1 Penyelesaian matriks *payoff* MDC

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MDC adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point.*

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC.

Tabel 4.20 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MDC antara MDC dan MATOS

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	Minimum Baris	Maksimin
p_1	3,69	3,19	3,06	3,13	3,5	3,25	3,06	3,69
p_2	3,69	3,94	4	4,13	4,06	3,75	3,69	
p_3	3,44	3,5	3,69	3,56	3,5	3,25	3,25	
p_4	3,31	3,69	3,63	3,63	3,69	3,81	3,31	
Maksimum Kolom	3,69	3,94	4	4,13	4,06	3,81		
Minimaks	3,69							=

Berdasarkan Tabel 4.20, diperoleh nilai maksimin, yaitu 3,69 sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$). Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 3,69 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena, $\underline{V} = \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MDC.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Nilai permainan untuk MDC dan MATOS berdasarkan matriks *payoff* MDC adalah $V = 3{,}69$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MDC adalah p_2 atau keamanan, untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Sedangkan strategi opimal bagi MATOS adalah q_1 atau *event*, untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya.

4.8.2 Penyelesaian matriks *payoff* MATOS

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MDC adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point*.

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS.

Tabel 4.21 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS antara MDC dan MATOS

<table>
<tr><th></th><th>q_1</th><th>q_2</th><th>q_3</th><th>q_4</th><th>q_5</th><th>q_6</th><th>Minimum Baris</th><th>Maksimin</th></tr>
<tr><td>p_1</td><td>3,44</td><td>4,25</td><td>4,81</td><td>3,75</td><td>3,94</td><td>3,94</td><td>3,44</td><td rowspan="5">3,44</td></tr>
<tr><td>p_2</td><td>3,13</td><td>4,06</td><td>3,94</td><td>3,69</td><td>3,75</td><td>3,69</td><td>3,13</td></tr>
<tr><td>p_3</td><td>3,25</td><td>4</td><td>4,19</td><td>3,88</td><td>3,88</td><td>3,56</td><td>3,25</td></tr>
<tr><td>p_4</td><td>3,31</td><td>4</td><td>4,06</td><td>3,75</td><td>3,81</td><td>3,69</td><td>3,31</td></tr>
<tr><td>Maksimum Kolom</td><td>3,44</td><td>4,25</td><td>4,81</td><td>3,88</td><td>3,94</td><td>3,94</td><td></td></tr>
<tr><td>Minimaks</td><td colspan="7">3,44</td><td>=</td></tr>
</table>

Berdasarkan Tabel 4.21, diperoleh nilai maksimin, yaitu 3,44 sebagai batas bawah permainan ($\underline{V}$). Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 3,44 sebagai batas atas permainan ($\overline{V}$). Karena, $\underline{V} = \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MATOS.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Nilai permainan untuk MDC dan MATOS berdasarkan matriks *payoff* MATOS adalah $V = 3{,}44$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MDC adalah p_1 atau *event*, untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Sedangkan strategi opimal bagi MATOS adalah juga q_1 atau *event*, untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya.

4.9 Teori Permainan pada Optimalisasi Strategi *Mall* antara MCP dan MOG

Berdasarkan Lampiran 2, pembentukan matriks *payoff* untuk MCP dan MOG diperoleh matriks berukuran 4×5 sebagai berikut.

$$\begin{array}{cc} & \text{MOG} \\ & \begin{array}{ccccc} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 \end{array} \\ \text{MCP} \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 2{,}4;2{,}8 & 2{,}6;3{,}2 & 3;3{,}8 & 2{,}6;4{,}2 & 2{,}4;3{,}6 \\ 3{,}2;2{,}6 & 2{,}8;3{,}2 & 3{,}4;3{,}8 & 3{,}2;4{,}2 & 3;4 \\ 4{,}2;3{,}6 & 4{,}8;2{,}8 & 4{,}4;4{,}4 & 4{,}6;4{,}6 & 4{,}4;4 \\ 4;3 & 4{,}2;3{,}4 & 4;3{,}8 & 4{,}4;3{,}8 & 4{,}4;4{,}2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Langkah-langkah untuk menentukan optimalisasi strategi *mall* antara MCP dan MOG dilakukan secara terpisah untuk pemain pertama dan pemain kedua, sehingga diperoleh matriks *payoff* MCP dan matriks *payoff* MOG.

4.9.1 Penyelesaian matriks *payoff* MCP

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MCP adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point*.

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP.

Tabel 4.22 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MCP antara MCP dan MOG

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Minimum Baris	Maksimin
p_1	2,4	2,6	3	2,6	2,4	2,4	
p_2	3,2	2,8	3,4	3,2	3	2,8	
p_3	4,2	4,8	4,4	4,6	4,4	4,2	4
p_4	4	4,2	4	4,4	4,4	4	
Maksimum Kolom	4	4,8	4,4	4,6	4,4		
Minimaks	4						=

Berdasarkan Tabel 4.22, diperoleh nilai maksimin, yaitu 4 sebagai batas bawah permainan $(\underline{V})$. Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 4 sebagai batas atas permainan $(\overline{V})$. Karena, $\underline{V} = \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MCP.

2. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Nilai permainan untuk MCP dan MOG berdasarkan matriks *payoff* MCP adalah $V = 4$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MCP adalah p_4 atau kelengkapan produk, untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Sedangkan strategi opimal bagi MOG adalah q_1 atau *event*, untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya.

4.9.2 Penyelesaian matriks *payoff* MOG

Langkah-langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* MOG adalah sebagai berikut.

1. Menentukan *saddle point.*

Langkah untuk menentukan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG sama seperti pada kasus sebelumnya, yaitu ditentukan terlebih dahulu nilai maksimin dan nilai minimaks. Berikut akan dijelaskan penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

Tabel 4.23 Penentuan *saddle point* pada matriks *payoff* MOG antara MCP dan MOG

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	Minimum Baris	Maksimin
p_1	2,8	3,2	3,8	4,2	3,6	2,8	3
p_2	2,6	3,2	3,8	4,2	4	2,6	
p_3	3,6	2,8	4,4	4,6	4	2,8	
p_4	3	3.4	3,8	3,8	4,2	3	
Maksimum Kolom	3,6	3,4	4,4	4,6	4,2		
Minimaks	3,4						$\neq$

Berdasarkan Tabel 4.23, diperoleh nilai maksimin, yaitu 3 sebagai batas bawah permainan $(\underline{V})$. Sementara itu, nilai minimaks pada matriks *payoff* tersebut adalah 3,4 sebagai batas atas permainan $(\overline{V})$. Karena, $\underline{V} \neq \overline{V}$ maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat *saddle point* pada matriks *payoff* MOG.

2. **Menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan dominasi.**

Langkah untuk menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan dominasi seperti pada kasus sebelumnya, yaitu eliminasi baris (dilakukan dengan menentukan nilai terbesar disetiap kolom, maka baris yang didominasi dapat dieleminasi) dan eliminasi kolom (dilakukan dengan menentukan nilai terkecil disetiap baris, maka kolom yang mendominasi dapat dieleminasi). Berikut adalah hasil dominasi maksimal yang telah dijelaskan pada Lampiran 3.

$$\begin{array}{ccc} & & \text{MOG} \\ & & \begin{array}{cc} q_1 & q_2 \end{array} \\ \text{MCP} & \begin{array}{c} p_3 \\ p_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 3{,}6 & 2{,}8 \\ 3 & 3{,}4 \end{bmatrix} \end{array}$$

3. **Mengontruksi matriks payoff ke dalam pemrograman linear.**

Untuk menyelesaikan matriks *payoff* MOG, maka digunakan masalah maksimum karena MOG sebagai pemain kedua berusaha untuk meminimumkan kerugian yang maksimum.

Maksimum $Z_y = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{V}$,

dengan batasan

$$3{,}6Y_1 + 2{,}8Y_2 \leq 1\ ,$$
$$3Y_1 + 3{,}4Y_2 \leq 1\ ,$$
$$Y_1, Y_2 \geq 0\ .$$

Keterangan : $Y_1 = q_1$ dan $Y_2 = q_2$.

4. **Menyelesaikan matriks *payoff* dengan menggunakan metode simpleks.**

Untuk menyelesaikan masalah maksimum pada MOG, digunakan metode simpleks seperti pada kasus sebelumnya Langkah-langkah metode simpleks untuk MOG sama seperti kasus sebelumnya, sehingga diperoleh iterasi sebagai berikut.

Tabel 4.24 Iterasi ke-1 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks	Rasio
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2	(b_i)	(R_i)
0	S_1	3,6	2,8	1	0	1	0,357
0	S_2	3	3,4	0	1	1	0,294
$Z_j - C_j$		-1	-1	0	0	$Z_y = 0$	

Tabel 4.25 Iterasi ke-2 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks	Rasio
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2	(b_i)	(R_i)
0	S_1	1,129	0	1	-0,824	0,176	0,156
1	Y_2	0,882	1	0	0,294	0,294	0,333
$Z_j - C_j$		-0,118	0	0	0,294	$Z_y = 0,294$	

Tabel 4.26 Iterasi ke-3 MOG

C_i	C_j	1	1	0	0	Indeks	Rasio
	Basis	Y_1	Y_2	S_1	S_2	(b_i)	(R_i)
1	Y_1	1	0	0,886	-0,73	0,156	-
1	Y_2	0	1	-0,781	0,938	0,157	-
$Z_j - C_j$		0	0	0,105	0,208	$Z_y = 0,313$	

5. Menentukan strategi optimal masing-masing pemain.

Berdasarkan Tabel 4.26, seluruh baris dan kolom dapat diabaikan sehingga strategi optimal untuk MOG, yaitu: $Y_1 = 0,156$ dan $Y_2 = 0,157$ dengan $Y_1 = q_1, Y_2 = q_2$ dan $Z_y = 0,313$. Peluang strategi optimal untuk MOG adalah sebagai berikut

peluang $q_1 = \frac{Y_1}{Z_y} = \frac{0,156}{0,313} = 0,498 = 49,8\%$,

peluang $q_2 = \frac{Y_2}{Z_y} = \frac{0,157}{0,313} = 0,502 = 50,2\%$,

dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_y} = \frac{1}{0,313} = 3,195$.

Strategi optimal untuk MCP merupakan dual dari MOG (untuk tabel perhitungan dual ada pada Lampiran 4). Selain menggunakan tabel dual simpleks, dapat juga dicari dengan melihat koefisien variabel *slack* pada iterasi terakhir MOG, dengan cara sebagai berikut.

$X_1 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} 0{,}886 \\ -0{,}781 \end{bmatrix} = 0{,}105, \quad X_2 = [1 \quad 1]\begin{bmatrix} -0{,}73 \\ 0{,}938 \end{bmatrix} = 0{,}208,$
$Z_x = Z_y = 0{,}313.$
Sehingga diperoleh $X_1 = 0{,}105$, $X_2 = 0{,}208$, dengan $X_1 = p_3$, $X_2 = p_4$, dan $Z_x = 0{,}313$. Maka peluang strategi optimal untuk MCP adalah sebagai berikut.
peluang $p_3 = \frac{X_1}{Z_x} = \frac{0{,}105}{0{,}313} = 0{,}334 = 33{,}4\%$,
peluang $p_4 = \frac{X_2}{Z_x} = \frac{0{,}208}{0{,}313} = 0{,}666 = 66{,}6\%$,
dengan nilai permainan $V = \frac{1}{Z_x} = \frac{1}{0{,}313} = 3{,}195$.

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai permainan untuk MCP dan MOG berdasarkan matriks *payoff* MOG adalah $V = 3{,}195$ yang merupakan nilai keseimbangan antara kedua pemain. Strategi optimal untuk MCP adalah $X_2 = p_4$ atau strategi kelengkapan produk dengan peluang sebesar 66,6% untuk diprioritaskan dalam memaksimumkan keuntungannya. Keuntungan sebelumnya, yaitu 3 dapat dimaksimumkan menjadi 3,195. Sementara itu, strategi optimal untuk MOG adalah $Y_2 = q_2$ atau strategi keamanan dengan peluang sebesar 50,2% untuk diprioritaskan dalam meminimumkan kerugiannya. Kerugian sebelumnya, yaitu 3,4 dapat diminimumkan menjadi 3,195.

4.10 Data Hasil Penelitian Untuk Metode COP

Data diperoleh dari pengisian kuisioner oleh responden terhadap pertanyaan nomor 4 dalam Lampiran 1, yaitu tentang strategi-strategi pilihan konsumen. Data strategi-strategi tersebut diperoleh berdasarkan wawancara terhadap konsumen dalam ruang lingkup mahasiswa.

Terdapat 11 strategi yang diminati oleh konsumen, yaitu kebersihan, keamanan, dekorasi, *food court*, tempat parkir, variasi produk, kelengkapan produk, tongkrongan, *event*, terkenalnya *mall*, dan kualitas barang yang tersedia. Sistem penilaian dibagi menjadi lima bagian, yaitu sangat penting, penting, netral, tidak penting, dan sangat tidak penting. Jika sangat penting maka diberi skor 5, penting diberi skor 4, netral diberi skor 3, tidak penting diberi skor 2, dan sangat tidak penting diberi skor 1.

Kemudian dicari nilai rata-rata dari setiap strategi dengan jumlah penilaian total dibagi jumlah responden, sebagai berikut.

1. Kebersihan
$$= \frac{439}{100} = 4{,}39$$
2. Keamanan
$$= \frac{410}{100} = 4{,}10$$
3. Dekorasi
$$= \frac{236}{100} = 2{,}36$$
4. *Food Court*
$$= \frac{351}{100} = 3{,}51$$
5. Tempat Parkir
$$= \frac{324}{100} = 3{,}24$$
6. Variasi Produk
$$= \frac{333}{100} = 3{,}33$$
7. Kelengkapan Produk
$$= \frac{340}{100} = 3{,}40$$
8. Tongkrongan
$$= \frac{259}{100} = 2{,}59$$
9. Event
$$= \frac{165}{100} = 1{,}65$$
10. Terkenalnya *Mall*
$$= \frac{159}{100} = 1{,}59$$
11. Kualitas Barang yang Tersedia
$$= \frac{307}{100} = 3{,}07$$

Berikut tabel 4.1 yang menunjukkan nilai rata-rata dari masing-masing strategi pilihan tersebut.

Tabel 4.27 Nilai rata-rata masing-masing strategi pilihan

No.	Strategi Pilihan	Nilai Rata-rata
1.	Kebersihan	4,39
2.	Keamanan	4,10
3.	Dekorasi	2,36
4.	*Food Court*	3,51
5.	Tempat Parkir	3,24
6.	Variasi Produk	3,33
7.	Kelengkapan Produk	3,40
8.	Tongkrongan	2,59
9.	*Event*	1,65

No.	Strategi Pilihan	Nilai Rata-rata
10.	Terkenalnya Mall	1,59
11.	Kualitas Barang	3,07

4.11 Seleksi Strategi Menggunakan Metode COP

Tingkat kepentingan strategi didapatkan dari hasil kuisoner yang berisi strategi-strategi yang telah ditentukan sebelumnya. Berdasarkan Tabel 4.27, dapat diurutkan tingkat kepentingan strategi tersebut menurut nilai rata-rata yang telah dihitung sebelumnya. Seluruh strategi diurutkan dari nilai rata-rata tertinggi hingga terendah, seperti pada Tabel 4.28 berikut.

Tabel 4.28 Urutan tingkat kepentingan masing-masing strategi pilihan

No.	Strategi Pilihan	Nilai Rata-rata
1.	Kebersihan	4,39
2.	Keamanan	4,10
3.	*Food Court*	3,51
4.	Kelengkapan Produk	3,40
5.	Variasi Produk	3,33
6.	Tempat Parkir	3,24
7.	Kualitas Barang	3,07
8.	Tongkrongan	2,59
9.	Dekorasi	2,36
10.	*Event*	1,65
11.	Terkenalnya Mall	1,59

Kemudian dihitung nilai COP dengan persamaan 2.1. sebagai berikut.

$$\text{Metode COP} = \frac{(maks\{\overline{x_i}\} + min\{\overline{x_i}\})}{2} = \frac{4{,}39 + 1{,}59}{2} = 2{,}99.$$

Karena nilai COP yang diperoleh adalah 2,99, maka strategi dengan nilai rata-rata dibawah 2,99 dapat diabaikan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa strategi-strategi yang diminati oleh responden adalah kebersihan, keamanan, *food court*, kelengkapan produk¸ variasi produk, tempat parkir, dan kualitas barang.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan tujuan pembahasan skripsi ini, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Penerapan teori permainan pada optimalisasi strategi *Mall* Malang *Town Square* (MATOS), *Mall Olympic Garden* (MOG), *Mall* Dinoyo *City* (MDC), dan Malang *City Point* (MCP) dengan matriks *payoff* berukuran $m \times n$, dapat diselesaikan terlebih dahulu dengan menggunakan dominasi. Selanjutnya, hasil dominasi maksimal dapat diselesaikan dengan menggunakan pemrograman linear. Penyelesaian pemrograman linear dilakukan dengan menggunakan metode simpleks sehingga dihasilkan strategi optimal bagi masing-masing *mall* sebagai berikut:
   - Strategi optimal bagi *Mall* Malang *Town Square* (MATOS) adalah keamanan, dekorasi, kelengkapan produk, dan *event*.
   - Strategi optimal bagi *Mall Olympic Garden* (MOG) adalah keamanan, kebersihan, dan *event*.
   - Strategi optimal bagi *Mall* Dinoyo *City* (MDC) adalah keamanan dan *event*.
   - Strategi optimal bagi Malang *City Point* (MCP) adalah keamanan, *event*, dan kelengkapan produk.
2. Penerapan metode COP untuk menentukan urutan strategi *mall* yang diminati mahasiswa Jurusan Matematika dan Statistika Universitas Brawijaya adalah dengan mencari nilai rata-rata dari setiap strategi lalu mengurutkannya dari tertinggi hingga terendah, kemudian dapat dilakukan perhitungan dengan rumus COP sehingga diperoleh strategi yang diminati adalah kebersihan, keamanan, *food court*, kelengkapan produk, tempat parkir, variasi produk, dan kualitas barang.

5.2 Saran

Saran yang dapat penulis sampaikan ialah pada skripsi ini membahas tentang aplikasi teori permainan dengan menggunakan metode simpleks, mungkin pada penelitian selanjutnya dapat digunakan metode lain misalnya metode brown dan keseimbangan nash.

DAFTAR PUSTAKA

Astuti, M. dan Surachman. 2015. *Operation Research, Edisi Kedua*. Malang: Media Nusa Creative.

Cahyono, B. T. 1995. *Almanak Bisnis* (*Volume 1*). Jakarta: IPWI.

Dimyati, T.T. dan A. Dimyati. 1999. *Operation Research: Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar baru Algesindo.

Dolan, R.J. 1991. *Strategi Marketing Management: Strategy and Cases, 5th edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Ghadle, K.P. dan T.S. Pawar. 2014. *Game Theory Problems by an Alternative Simplex Method*. India: *International Journal of Research in Engineering and Technology*.

Kartono. 1993. *Teori Permainan*. Yogyakarta: Andi Offset.

Kotler, P. dan G. Amstrong. 2001. *Prinsip-prinsip Pemasaran*. Jakarta: Erlangga.

Kotler, P. dan K. L. Keller. 2007. *Manajemen Pemasaran, Edisi 12*. Jakarta: PT Indeks.

Kusumadewi, dkk. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (FUZZY MADM)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Maitland, B. 1987. *Shopping* malls *Planning and Design*. London: Costruction Press.

Marsudi. 2014. *Modul Riset Operasi I*. Malang: Universitas Brawijaya.

Murthy, P.R. 2007. *Operation Research, Second Edition.* New Delhi: New Age International Publisher.

Rifanand, C.A.H. 2017. *Aplikasi Teori Permainan Pada Optimalisasi Strategi Modern Di Sekitar Kampus Dengan Metode Simpleks (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Brawijaya).* Skripsi. Universitas Brawijaya. Malang.

Subagyo, P., M. Asri, dan T.H. Handoko. 1990. *Dasar-Dasar Operation Research.* Yogyakarta: BPFE

Sukino. 2004. *Matematika untuk SMA kelas XI*. Jakarta: Erlangga.

Sumarsono, H.M.S. 2004. *Metode Riset Sumber Daya Manusia*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Taha, H.A. 1997. *Riset Operasi*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Tam, M.C.Y. 1996. *An Application of the AHP in Vendor Selection of A Telecomunications System*. Hong Kong: University of Hong Kong.

Thoifah, I. 2015. *Statistika Pendidikan dan Metode Penelitian Kuantitatif*. Malang: Madani.

Tull, D.S dan L.R. Kahle. 1990. *Marketing Management*. New York: Macmillan Publishing Company.

.