

**PENERAPAN MODEL *KM-FUNCTION* DAN MODEL *GOMPERTZ*  
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

Oleh:  
**RISKYN IRINA SHENSACHINTYA**  
**145090507111021**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PENERAPAN MODEL *KM-FUNCTION* DAN MODEL *GOMPERTZ*  
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)**

Oleh:  
**RISKYN IRINA SHENSACHINTYA**  
**145090507111021**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 12 April 2018 dan dinyatakan memenuhi syarat  
untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

**Dosen Pembimbing**

**Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS**  
**NIP. 195511021981032001**

**Mengetahui,**  
**Ketua Jurusan Matematika**  
**Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D.**  
**NIP. 197509082000031003**

## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Riskyn Irina Shensachintya

NIM : 145090507111021

Jurusan : Matematika

Penulis Skripsi Berjudul:

**Penerapan Model *KM-Function* dan Model *Gompertz* Pada  
Pertumbuhan Tanaman Padi (*Oryza sativa* L.)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya saya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, saya akan bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 12 April 2018

Yang menyatakan,

Riskyn Irina Shensachintya

NIM. 145090507111021

repository.ub.ac.id

# PENERAPAN MODEL *KM-FUNCTION* DAN MODEL *GOMPERTZ* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)

## ABSTRAK

Model regresi nonlinier yang dapat digunakan untuk menduga pola pertumbuhan ukuran tanaman diantaranya adalah model *KM-Function* dan model *Gompertz*. Tujuan penelitian adalah mengetahui pola pertumbuhan serta laju pertumbuhan maksimum tanaman padi varietas Cigeulis dengan menggunakan kedua model tersebut. Data yang digunakan merupakan data sekunder dari penelitian pada tanaman padi selama 20 minggu dengan pemberian perlakuan bionutrien CAF. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kedua model dapat menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi dengan baik. Berdasarkan nilai  $AIC_c$ , model *KM-Function* lebih baik daripada model *Gompertz* dalam menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi pada pemberian perlakuan bionutrien CAF sedangkan pada tanaman tanpa pemberian bionutrien, model *Gompertz* lebih baik dibandingkan model *KM-Function*. Laju pertumbuhan absolut menunjukkan pola lengkung yang menjulur ke kanan dengan laju pertumbuhan maksimum terjadi pada saat tanaman berumur tiga sampai lima minggu setelah tanam. Informasi ini berguna bagi pemulia tanaman untuk memberikan perlakuan khusus pada saat tanaman berumur sekitar tiga minggu setelah tanam.

Kata kunci: *Gompertz*, *KM-Function*, Model Pertumbuhan

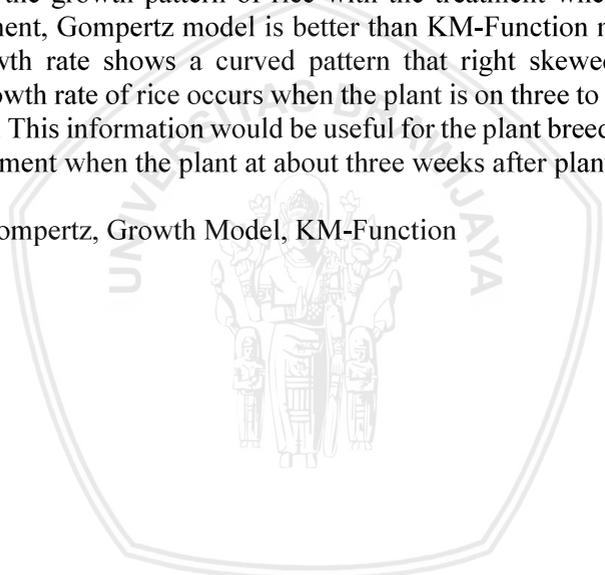
repository.ub.ac.id

## KM-FUNCTION MODEL AND GOMPERTZ MODEL IN DESCRIBING THE GROWTH OF RICE (*Oryza sativa* L.)

### ABSTRACT

Nonlinear regression models that can be used to estimate the growth pattern of plant size as KM-Function model and Gompertz model. The purpose of this study is to know the growth pattern and the maximum growth rate of Cigeulis varieties of rice using both models. The data used is secondary data from a research on rice for 20 weeks with CAF bionutrient treatment. The results showed that both models can describe the pattern of rice growth well. Based on  $AIC_c$  values, KM-Function model is better than Gompertz model in describing the growth pattern of rice with the treatment whereas in the control treatment, Gompertz model is better than KM-Function model. The absolute growth rate shows a curved pattern that right skewed with the maximum growth rate of rice occurs when the plant is on three to five weeks after planting. This information would be useful for the plant breeders to give a certain treatment when the plant at about three weeks after planting.

Keywords: Gompertz, Growth Model, KM-Function



## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah S.W.T. atas hidayah, berkah dan rahmat-Nya sehingga skripsi dengan judul “Penerapan Model *KM-Function* dan Model *Gompertz* Pada Pertumbuhan Tanaman Padi (*Oryza Sativa L.*)” dapat diselesaikan dengan baik.

Ucapan terima kasih tak lupa disampaikan kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan dalam penyusunan laporan ini, antara lain:

1. Ibu Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS selaku dosen pembimbing skripsi atas bimbingan, saran, waktu dan kesabaran yang telah diberikan dalam menyelesaikan skripsi.
2. Bapak Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D dan Ibu Dr. Dra. Ani Budi Astuti, M.Si. selaku Penguji I dan Penguji II yang telah memberi saran, bantuan dan masukan dalam menyelesaikan skripsi.
3. Ibu Tulus Mumpuni, Bapak Airianto, Mbak Arkinanti Hanumi Indahniar, Mbak Irene Olivia Humayang Dinar Irani, Keluarga Besar Soewito Winoto Warsowidjojo dan Keluarga Besar Amanoe.
4. Bapak Ibu Dosen beserta seluruh karyawan Jurusan Matematika Universitas Brawijaya yang telah memberikan ilmu serta bantuan selama masa perkuliahan.
5. Primasita, Ludia, Baretta, Dwi Yuliyana, Primavera, Sebrinda, Setinda, Shela, Fani dan Keluarga Besar Statistika 14 Universitas Brawijaya.
6. Seluruh pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini.

Pada penyusunan laporan ini, penulisan laporan masih sangat jauh dari kata sempurna sehingga pemberian kritik dan saran yang membangun untuk kedepannya dapat menjadi acuan agar bermanfaat. Semoga laporan ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

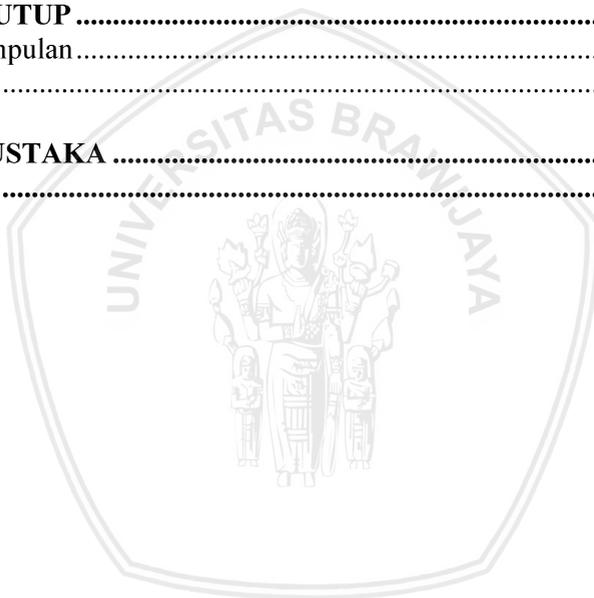
Malang, 12 April 2018

(Penulis)

# DAFTAR ISI

	Hal.
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>vi</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>vii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	2
1.3. Batasan Masalah .....	2
1.4. Tujuan.....	2
1.5. Manfaat.....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>5</b>
2.1. Regresi Nonlinier.....	5
2.2. Model Pertumbuhan.....	5
2.2.1. Model <i>KM-Function</i> .....	6
2.2.2. Model <i>Gompertz</i> .....	8
2.3. Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier.....	9
2.4. Pendugaan Nilai Awal Parameter .....	9
2.5. Iterasi <i>Levenberg-Marquadt</i> .....	10
2.6. Pengujian Asumsi Model Regresi Nonlinier .....	11
2.6.1. Asumsi Kenormalan Sisaan.....	11
2.6.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Sisaan.....	12
2.7. Uji Kebaikan Model .....	13
2.7.1. Koefisien Determinasi ( $R^2$ ) .....	13
2.7.2. <i>Akaike Information Criterion Corrected</i> ( $AIC_c$ ) .....	13
2.8. Tanaman Padi .....	14
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	<b>15</b>
3.1. Sumber Data .....	15
3.2. Metode Analisis.....	15

	Hal.
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>19</b>
4.1. Diagram Pencar .....	19
4.2. Pendugaan Parameter.....	20
4.3. Pengujian Asumsi Sisaan.....	23
4.3.1. Asumsi Kenormalan Sisaan.....	23
4.3.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Sisaan.....	23
4.4. Pemeriksaan Kebaikan Model .....	24
4.5. Laju Pertumbuhan.....	25
4.5.1. Laju Pertumbuhan Absolut.....	25
4.5.2. Laju Pertumbuhan Relatif .....	26
4.5.3. Laju Pertumbuhan Maksimum .....	27
 <b>BAB V PENUTUP .....</b>	 <b>31</b>
5.1. Kesimpulan .....	31
5.2. Saran .....	31
 <b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	 <b>33</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>37</b>



**DAFTAR TABEL**

	Hal.
Tabel 3.1. Perlakuan Pada Tanaman Padi .....	15
Tabel 4.1. Nilai Duga Awal Parameter.....	20
Tabel 4.2. Penduga Parameter Hasil Iterasi <i>Levenberg-Marquadt</i> .....	21
Tabel 4.3. Model Pertumbuhan <i>KM-Function</i> dan <i>Gompertz</i> .....	21
Tabel 4.4. Hasil Pengujian Kenormalan Sisaan.....	23
Tabel 4.5. Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Sisaan.....	23
Tabel 4.6. Nilai $R^2$ .....	24
Tabel 4.7. Nilai $AIC_c$ .....	24
Tabel 4.8. Laju Pertumbuhan Maksimum Tanaman Padi .....	27



## DAFTAR GAMBAR

	Hal.
Gambar 2.1. Kurva Model <i>KM-Function</i> .....	6
Gambar 2.2. Kurva Model <i>Gompertz</i> .....	8
Gambar 3.1. Diagram Alir Analisis Model Pertumbuhan .....	17
Gambar 4.1. Diagram Pencar Tinggi Tanaman Padi Berdasarkan Pemberian Perlakuan .....	19
Gambar 4.2. Grafik Prediksi Model <i>KM-Function</i> Dan Model <i>Gompertz</i> Pada Berbagai Perlakuan .....	22
Gambar 4.3. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut Model Terbaik .....	25
Gambar 4.4. Kurva Laju Pertumbuhan Relatif .....	26
Gambar 4.5. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut .....	28



## DAFTAR LAMPIRAN

	Hal.
Lampiran 1. Data Pertumbuhan Tinggi Tanaman Padi .....	37
Lampiran 2. Penurunan Model Pertumbuhan .....	38
Lampiran 3. Iterasi <i>Levenberg-Marquadt</i> .....	47
Lampiran 4. Nilai Duga Awal Parameter .....	49
Lampiran 5. <i>Coding R</i> .....	51
Lampiran 6. Hasil Duga Tinggi Tanaman Padi .....	57
Lampiran 7. Pengujian Asumsi Kenormalan Sisaan .....	58
Lampiran 8. Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Sisaan.....	60
Lampiran 9. Perhitungan $R^2$ dan $AIC_c$ .....	66
Lampiran 10. Laju Pertumbuhan Absolut .....	67
Lampiran 11. Laju Pertumbuhan Relatif .....	68



# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Analisis regresi baik linier maupun nonlinier digunakan untuk mengetahui bentuk hubungan ketergantungan antara peubah prediktor dengan peubah respon. Pada umumnya, analisis regresi nonlinier digunakan untuk menjelaskan pola pertumbuhan, seperti pertumbuhan pada hewan, tanaman, manusia dan organisme. Pada kasus pertumbuhan tanaman, hasil pengamatan pertumbuhan tanaman menunjukkan pertambahan massa ataupun panjang tanaman mengikuti bentuk S atau dikenal dengan nama kurva sigmoid. Kemudian perubahan pertambahan tanaman tersebut akan konstan seiring dengan pertambahan umur tanaman (Anonim, 2015). Selain dapat menjelaskan massa dan panjang tanaman, model pertumbuhan juga dapat menjelaskan pola pertumbuhan panjang akar, luas daun dan ukuran sel pada tanaman.

Penelitian yang dilakukan oleh Sedmak dan Sheer (2012) bertujuan membandingkan model pertumbuhan *Richards*, *Korf* dan *Weibull* dengan model *KM-Function*. Penelitian menggunakan model *KM-Function* untuk mengetahui apakah model tersebut dapat digunakan sebagai model pertumbuhan dengan menggunakan metode pendugaan parameter Bayesian dan *Nonlinear Least Square* (NLS). Data yang digunakan pada penelitian adalah data pertumbuhan diameter batang pohon beech di Slovakia. Dari penelitian, dapat dikatakan bahwa model *KM-Function* dapat digunakan sebagai model pertumbuhan tanaman seperti ketiga model pembanding lainnya.

Selain model *KM-Function*, model pertumbuhan dengan tiga parameter adalah model *Gompertz*. Model *Gompertz* sering digunakan untuk studi kependudukan dan pertumbuhan hewan. Pada tahun 1825, model *Gompertz* pertama kali dikemukakan oleh Benjamin Gompertz. Pada tahun 1926, Wright menggunakan model *Gompertz* sebagai model pertumbuhan yang selanjutnya diterapkan oleh Medawar pada percobaan jantung ayam pada tahun 1940. Selain pertumbuhan pada hewan, model *Gompertz* pernah diterapkan pada data pertumbuhan tanaman. Pada tahun 2003, Ismail dkk. menerapkan model *Gompertz* pada pertumbuhan tanaman tembakau. Peubah pada penelitian tersebut antara lain daun, akar dan batang.

Padi termasuk bahan pangan yang dibutuhkan lebih dari separuh penduduk dunia. Benua Asia memiliki tingkat persentase tertinggi dalam bidang pertanian dan konsumsi tanaman padi, yaitu sekitar 90%. Tanaman padi mempunyai adaptasi lingkungan yang baik dan dapat tumbuh di daerah kering maupun genangan. Pertumbuhan tanaman padi dibagi ke dalam tiga fase, yaitu fase vegetatif, fase reproduktif dan fase pemasakan. Fase vegetatif

merupakan fase pertumbuhan organ-organ vegetatif seperti penambahan tinggi, jumlah anakan, bobot dan luas daun tanaman. Lama fase vegetatif beragam dan menyebabkan adanya perbedaan umur tanaman. Fase reproduktif tanaman padi pada umumnya terjadi selama 30 hari ditandai dengan memanjangnya beberapa ruas teratas batang, berkurangnya jumlah anakan, serta pembungaan dan akan melewati fase pematangan sekitar 25 sampai 35 hari. Perbedaan masa pertumbuhan ditentukan oleh lamanya fase vegetatif.

Penelitian ini menerapkan model *KM-Function* dan model *Gompertz* untuk menggambarkan dan menjelaskan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi. Metode pendugaan parameter yang digunakan adalah *Nonlinier Least Square* (NLS) dengan menggunakan iterasi *Levenberg-Marquadt*.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, rumusan masalah pada penelitian adalah:

1. Bagaimana pola laju pertumbuhan tanaman padi dengan model *KM-Function* dan model *Gompertz*?
2. Model pertumbuhan manakah yang dapat menggambarkan pertumbuhan tanaman padi lebih baik?
3. Pada umur berapakah tanaman padi mencapai laju pertumbuhan maksimum?

## 1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Model *KM-Function* merupakan bentuk integral dari distribusi KM (Kumaraswamy) dengan tiga parameter.
2. Pendugaan parameter model *KM-Function* dan model *Gompertz* dengan metode kuadrat terkecil nonlinier menggunakan iterasi *Levenberg-Marquadt*.

## 1.4. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menduga pola laju pertumbuhan tanaman padi menggunakan model *KM-Function* dan model *Gompertz*.
2. Menentukan model pertumbuhan yang lebih baik antara model *KM-Function* dan model *Gompertz* dalam menjelaskan pertumbuhan tanaman padi.
3. Mengetahui umur tanaman padi pada saat laju pertumbuhan mencapai maksimum.

### 1.5. Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah dapat mengetahui model pertumbuhan yang lebih baik antara model *KM-Function* dan model *Gompertz* dalam menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi. Selain itu, waktu pada saat laju pertumbuhan maksimum yang diketahui dapat dimanfaatkan untuk memberikan perlakuan yang tepat pada tanaman padi agar pertumbuhan tanaman dapat tumbuh secara baik dan menghasilkan tinggi tanaman padi yang lebih optimal serta bermanfaat bagi masyarakat luas dalam budidaya tanaman padi.





## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Regresi Nonlinier

Analisis regresi merupakan teknik untuk membangun persamaan. Persamaan dapat menggambarkan hubungan antara dua atau lebih peubah dan menaksir nilai peubah respon berdasarkan nilai tertentu peubah prediktor. Hubungan antara peubah respon dengan peubah prediktor dapat dirumuskan ke dalam suatu bentuk hubungan fungsional pada persamaan (2.1) (Algifari, 2011).

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

di mana  $Y$  adalah peubah respon dan  $x_1, x_2$ , sampai dengan  $x_n$  adalah peubah prediktor.

Berdasarkan hubungan antara peubah respon dengan peubah prediktor, analisis regresi dibagi menjadi analisis regresi linier dan analisis regresi nonlinier. Analisis regresi nonlinier memiliki pola yang tidak lurus atau hiperbolik. Kondisi hubungan fungsi tidak linier sering dijumpai pada banyak bidang salah satunya di bidang pertanian. Menurut Seber dan Wild (2003), model regresi nonlinier ditunjukkan pada persamaan (2.2).

$$Y_i = f(t_i, \theta) + \varepsilon_i, \quad (2.2)$$

di mana:

$Y_i$  : peubah respon pengamatan ke- $i$

$t_i$  : peubah prediktor pengamatan ke- $i$

$\theta$  : vektor dari  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$

$\varepsilon_i$  : peubah acak galat pengamatan ke- $i$

Model regresi nonlinier terbagi menjadi dua model, *intrinsically linear* yaitu model nonlinier yang dapat ditransformasi menjadi bentuk linier dan model *intrinsically nonlinear*, yaitu model regresi nonlinier yang tidak dapat ditransformasi ke dalam bentuk linier.

### 2.2. Model Pertumbuhan

Pertumbuhan tanaman merupakan suatu proses penambahan ukuran dan volume yang tidak dapat kembali ke bentuk semula. Mula-mula, pertumbuhan tanaman tumbuh secara lambat yang kemudian akan lebih cepat sampai mencapai titik maksimum dan akan konstan seiring dengan penambahan umur tanaman. Jika digambarkan menggunakan grafik pertumbuhan akan membentuk pola menyerupai huruf S atau sering disebut kurva sigmoid (Anonim, 2015). Selain dapat menjelaskan massa dan tinggi tanaman, model pertumbuhan dapat menjelaskan pola pertumbuhan panjang akar, luas daun dan ukuran sel pada tanaman.

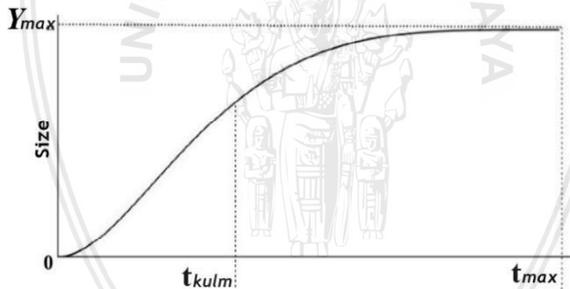
### 2.2.1. Model *KM-Function*

Model *KM-Function* atau *Kumaraswamy Function* adalah model pertumbuhan yang merupakan bentuk integral dari distribusi *Kumarawamy* yang dikemukakan oleh Poondi Kumaraswamy pada tahun 1975. Model *KM-Function* pertama kali diterapkan pada data pertumbuhan pohon beech pada tahun 2012. Bentuk persamaan dari distribusi dan model *KM-Function* ditunjukkan pada persamaan (2.3). Kurva model *KM-Function* dapat dilihat pada Gambar 2.1.

$$f\left(\left(\frac{t}{t_{max}}\right); b, k\right) = bk \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^{b-1} \left(1 - \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b\right)^{k-1}$$
$$y(t) = y_{max} \left[1 - \left(1 - \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b\right)^k\right] \quad (2.3)$$

di mana:

- $y_{max}$  : tinggi tanaman maksimum
- $t_{max}$  : waktu penelitian maksimum
- $b$  : tinggi awal tanaman
- $k$  : parameter laju pertumbuhan
- $t$  : umur tanaman



Gambar 2.1. Kurva Model *KM-Function* (Sedmak dan Sheer, 2015)

Analisis pertumbuhan tanaman dapat digunakan sebagai alat untuk mengetahui lebih jauh karakteristik tanaman dalam hubungan antara hasil dan besarnya perubahan ukuran tanaman berdasarkan pengaruh umur dan lingkungan sekitar. Menurut Makarim dan Suhartatik (2009), analisis pertumbuhan didasarkan pada Hukum Blackman (1919), yaitu bobot benih awal, laju pertumbuhan dan periode atau jangka waktu. Analisis pertumbuhan dapat dinyatakan sebagai berikut:

#### 1. Laju Pertumbuhan Absolut

Menurut Ghule dkk. (2013), *absolute growth rate* atau laju pertumbuhan absolut adalah pertambahan ukuran tanaman (bobot, tinggi dan lain-lain) pada tiap satuan waktu. Laju pertumbuhan absolut diukur dari hasil

turunan model terhadap  $t$ . Laju pertumbuhan absolut untuk model *KM-Function* ditunjukkan pada persamaan (2.4).

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y_{max} b k \left(1 - \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b\right)^{k-1} \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b}{t} \quad (2.4)$$

## 2. Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif menunjukkan besarnya pertambahan ukuran tanaman bagi setiap ukuran tanaman yang terdapat pada tiap satuan waktu (Makarim dan Suhartatik, 2009). Laju pertumbuhan relatif sangat berhubungan erat dengan ukuran tanaman pada awal pertumbuhan. Asumsi yang digunakan untuk persamaan laju pertumbuhan relatif adalah pertambahan ukuran tanaman persatuan waktu tergantung pada ukuran awal tanaman. Persamaan (2.5) merupakan laju pertumbuhan relatif untuk model pertumbuhan *KM-Function*.

$$\frac{dy(t)}{dt} \times \frac{1}{y(t)} = \frac{y_{max} b k \left(1 - \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b\right)^{k-1} \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b}{t y_{max} \left[1 - \left(1 - \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^b\right)^k\right]} \quad (2.5)$$

Laju pertumbuhan relatif juga dapat dihitung dari nilai laju pertumbuhan absolut dibagi dengan tinggi tanaman pada saat  $t$ .

## 3. Laju Pertumbuhan Maksimum

Laju pertumbuhan maksimum adalah laju pertumbuhan tertinggi yang dicapai oleh suatu tanaman atau pada saat mencapai titik belok. Menurut Seber dan Wild (2003), titik belok terjadi pada saat  $t$  sama dengan  $\gamma$ , di mana  $b = e^{k\gamma}$  dan  $\gamma > 0$ . Laju pertumbuhan tanaman akan mencapai maksimum ketika turunan kedua model terhadap waktu sama dengan nol. Waktu saat laju pertumbuhan maksimum untuk model *KM-Function* adalah:

$$t^* = (t_{max}) e^{\frac{\ln\left(\frac{1-b}{1-bk}\right)}{b}} \quad (2.6)$$

Kemudian persamaan (2.6) akan disubstitusikan ke dalam persamaan (2.4), sehingga akan didapatkan tinggi tanaman saat terjadi laju pertumbuhan maksimum yang dapat diketahui melalui persamaan (2.7).

$$y(t^*) = y_{max} - y_{max} \left(1 - \left(e^{\ln\left(\frac{1-b}{1-bk}\right)}\right)^b\right)^k \quad (2.7)$$

Langkah-langkah untuk perhitungan laju pertumbuhan absolut, laju pertumbuhan relatif dan laju pertumbuhan maksimum model *KM-Function* disajikan pada Lampiran 2.

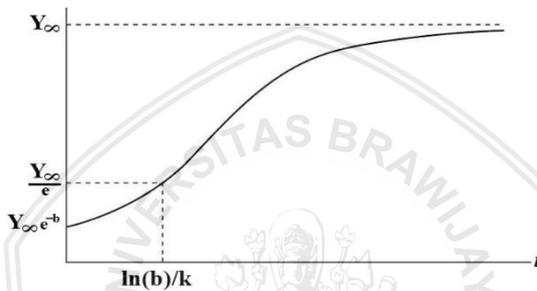
### 2.2.2. Model Gompertz

Model *Gompertz* dikemukakan pertama kali oleh Benyamin Gompertz pada tahun 1825 dan digunakan oleh Wright pada tahun 1926 sebagai model pertumbuhan. Pada tahun 1940, Medawar menggunakan model *Gompertz* pada percobaan jantung ayam. Bentuk model *Gompertz* ditunjukkan pada persamaan (2.8) (Panik, 2014).

$$y(t) = y_{max}e^{-be^{-kt}} \quad (2.8)$$

di mana:

- $y_{max}$  : tinggi tanaman maksimum
- $b$  : tinggi awal tanaman
- $k$  : parameter laju pertumbuhan
- $t$  : umur tanaman



Gambar 2.2. Kurva Model *Gompertz* (Panik, 2014)

Analisis pertumbuhan model *Gompertz* antara lain laju pertumbuhan absolut, laju pertumbuhan relatif dan laju pertumbuhan maksimum.

#### 1. Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan absolut model *Gompertz* dapat diketahui melalui persamaan (2.9).

$$\frac{dy(t)}{dt} = (y_{max}e^{-be^{-kt}})(bke^{-kt}) \quad (2.9)$$

#### 2. Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif untuk model *Gompertz* ditunjukkan dalam persamaan (2.10).

$$\frac{dy(t)}{dt} \times \frac{1}{y(t)} = bke^{-kt} \quad (2.10)$$

#### 3. Laju Pertumbuhan Maksimum

Laju pertumbuhan maksimum pada model *Gompertz* terjadi pada saat titik belok dapat dicapai ketika:

$$t^* = \frac{\ln(b)}{k} \quad (2.11)$$

Sehingga dari persamaan (2.11) dapat diketahui tinggi tanaman pada saat laju pertumbuhan maksimum model *Gompertz* seperti pada persamaan (2.12).

$$y(t^*) = \frac{y_{max}}{e} \quad (2.12)$$

Langkah-langkah perhitungan untuk laju pertumbuhan absolut, relatif, waktu serta laju pertumbuhan maksimum model *Gompertz* dapat dilihat pada Lampiran 2.

### 2.3. Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier

Metode Kuadrat Terkecil Nonlinier atau *Nonlinear Least Square* (NLS) dapat digunakan untuk menduga parameter pada model regresi nonlinier. Pendugaan parameter NLS dilakukan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat di mana asumsi galat model menyebar normal dengan nilai tengah nol dan ragam  $\sigma_\varepsilon^2$  (Panik, 2014). Jumlah kuadrat galat untuk model regresi nonlinier adalah:

$$JKG = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(t_i, \theta)]^2 \quad (2.13)$$

Persamaan (2.13) diturunkan secara parsial terhadap  $\hat{\theta}$  untuk mencapai jumlah kuadrat galat dalam model minimum bagi  $\hat{\theta}$  yang merupakan penduga parameter bagi  $\theta$  dan akan menghasilkan persamaan normal sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial JKG}{\partial \hat{\theta}} &= \sum_{i=1}^n -2 [Y_i - f(t_i, \hat{\theta})] \left[ \frac{\partial f(t_i, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \right] = 0 \\ \sum_{i=1}^n [Y_i - f(t_i, \hat{\theta})] \left[ \frac{\partial f(t_i, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) memerlukan proses iterasi untuk mendapatkan solusi penduga parameter dengan baik. Iterasi yang digunakan adalah iterasi *Levenberg-Marquadt*.

### 2.4. Pendugaan Nilai Awal Parameter

Pendugaan nilai awal parameter dilakukan sebelum melakukan proses iterasi untuk menduga model regresi. Menurut Draper dan Smith (1998), terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menentukan nilai duga awal parameter model nonlinier. Langkah-langkah pendugaan nilai awal parameter untuk model pertumbuhan *KM-Function* sebagai berikut:

1.  $\alpha$  adalah tinggi tanaman maksimum atau  $y_{max}$ .
2.  $k$  adalah laju pertumbuhan ketika peubah respon mencapai titik maksimum. Laju pertumbuhan dapat diketahui melalui persamaan (2.15).

$$k = \frac{1}{(t_j - t_i)} \ln \frac{\exp(\alpha - y_i) - 1}{\exp(\alpha - y_j) - 1} \quad (2.15)$$

di mana:

- $y_i$  : tinggi tanaman pada pengamatan ke- $i$
- $y_j$  : tinggi tanaman pada pengamatan ke- $j$
- $t_i$  : umur tanaman pada pengamatan ke- $i$
- $t_j$  : umur tanaman pada pengamatan ke- $j$ ,  $j > i$ .

3.  $b$  adalah tinggi awal tanaman didapatkan dari substitusi nilai  $k$  kedalam persamaan (2.4) sehingga :

$$b = \frac{\ln \left( 1 - \left( 1 - (y(t)/y_{max}) \right)^{(1/k)} \right)}{\ln(t/t_{max})} \quad (2.16)$$

Sedangkan pendugaan nilai awal parameter untuk model *Gompertz* dapat dilakukan dengan beberapa langkah sebagai berikut:

1.  $\alpha$  adalah tinggi tanaman maksimum atau  $y_{max}$ .
2.  $k$  adalah laju pertumbuhan ketika peubah respon mencapai titik maksimum. Laju pertumbuhan dapat diketahui melalui persamaan (2.17).

$$k = \frac{(y_j - y_i)/(t_j - t_i)}{\alpha} \quad (2.17)$$

di mana  $y_j$  dan  $y_i$  merupakan peubah respon ketika peubah prediktor sama dengan  $t_j$  dan  $t_i$ .

3.  $b$  adalah tinggi awal tanaman.

### 2.5. Iterasi *Levenberg-Marquadt*

Metode iterasi *Levenberg-Marquadt* merupakan penyempurnaan dari iterasi *Gauss Newton* dengan menambahkan perkalian skalar nilai eigen ( $\lambda$ ) dan matriks identitas ( $I$ ) pada metode *Gauss Newton*. Menurut Sanjoyo (2006), persamaan (2.18) merupakan bentuk iterasi *Levenberg-Marquadt*.

$$\theta_{(m+1)} = \theta_m - [z(\theta_m)'z(\theta_m) + \lambda_m I]^{-1} z(\theta_m)'[y - f(t_i, \theta_m)] \quad (2.18)$$

di mana :

- $z(\theta_m)$  : matrik turunan parsial parameter
- $z(\theta_m)'$  : *transpose* dari matrik turunan parsial parameter
- $\theta_{(m+1)}$  : matriks penduga parameter
- $\theta_m$  : matriks penduga parameter awal
- $\lambda_m$  : akar ciri positif minimum matrik  $z(\theta_m)'z(\theta_m)$
- $I$  : matrik identitas
- $m$  : banyaknya iterasi.

$$\theta_{(m+1)} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}_{px1}$$

$$\theta_m = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}_{px1}$$

$$z(\theta_m)' = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta_m)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_r, \theta_m)}{\partial \theta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_1, \theta_m)}{\partial \theta_p} & \dots & \frac{\partial f(t_r, \theta_m)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}_{pxn}$$

$$z(\theta_m) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta_m)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, \theta_m)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_r, \theta_m)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_r, \theta_m)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}_{n \times p}$$

$$[y - f(t_i, \theta_m)] = \begin{bmatrix} [y(t_1) - f(t_1, \theta_m)] \\ [y(t_2) - f(t_2, \theta_m)] \\ \vdots \\ [y(t_r) - f(t_r, \theta_m)] \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Iterasi pada metode *Levenberg-Marquadt* akan berhenti apabila nilai penduga dari hasil proses iterasi sudah konvergen, yaitu apabila selisih antara  $\theta_{(m+1)}$  dan  $\theta_m$  sama dengan  $10^{-6}$  (Draper dan Smith, 1998). Iterasi *Levenberg-Marquadt* kedua model pertumbuhan disajikan pada Lampiran 2.

## 2.6. Pengujian Asumsi Model Regresi Nonlinier

Menurut Kutner dkk. (2004), terdapat dua asumsi yang harus terpenuhi pada model pertumbuhan, yaitu asumsi kenormalan sisaan dan asumsi kehomogenan sisaan. Dalam regresi nonlinier, asumsi nonautokorelasi dilanggar karena data yang digunakan dalam model pertumbuhan merupakan data deret waktu yang cenderung berkorelasi satu sama lain.

### 2.6.1. Asumsi Kenormalan Sisaan

Asumsi kenormalan sisaan berpengaruh terhadap hasil pendugaan parameter. Jika asumsi kenormalan sisaan terpenuhi maka metode NLS yang digunakan dapat menduga parameter dengan baik. Apabila asumsi kenormalan tidak terpenuhi, maka hasil pendugaan NLS tidak dapat digunakan. Salah satu metode untuk menguji asumsi kenormalan sisaan adalah *Kolmogorov-Smirnov*. Statistik uji yang digunakan ditunjukkan pada persamaan (2.19) (Weber dkk., 2004).

$$D_n = \sup |F^*(x) - F_n(x)| \quad (2.19)$$

di mana *sup* merupakan supremum atau nilai terbesar dari  $D_n$ ,  $F^*(x)$  adalah fungsi distribusi kumulatif sebaran normal dan  $F_n(x)$  adalah fungsi distribusi kumulatif empiris. Hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

$H_0: F^*(x) = F_n(x)$  (Sisaan menyebar normal) vs

$H_1: F^*(x) \neq F_n(x)$  (Sisaan tidak menyebar normal)

Kriteria pengujian yang digunakan adalah jika  $D_n < D_{(\alpha)}$  atau nilai signifikansi  $> \alpha=0.05$ , maka  $H_0$  diterima atau sisaan berdistribusi normal dan asumsi normal terpenuhi. Pengujian asumsi kenormalan sisaan tersebut menggunakan pendekatan *Lilliefors* berdasarkan distribusi sampling dari kriteria *Kolmogorov-Smirnov*. Uji *Lilliefors* merupakan modifikasi dari uji *Kolmogorov-Smirnov* yang dapat digunakan pada pengujian normalitas galat tanpa mengetahui distribusi dari parameter berdasarkan data contoh (Razali dan Yap, 2010). Menurut Kutner dkk. (2004), apabila asumsi kenormalan sisaan tidak terpenuhi dapat diatasi dengan cara transformasi  $M' = \log_{10} M$ , di mana  $M$  adalah data dari peubah respon dan peubah prediktor.

### 2.6.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Sisaan

Menurut Little (2013), salah satu asumsi utama model regresi adalah ragam sisaan konstan. Dalam regresi deret waktu, sering ditemui ragam dari sisaan dipengaruhi oleh sisaan pada data sebelumnya. Heteroskedastisitas terjadi ketika ragam sisaan model regresi tidak konstan. Jika terjadi heteroskedastisitas, penduga parameter masih tak bias. Namun, penduga parameter tersebut akan tidak efisien (Moy, 2000).

Asumsi kehomogenan ragam sisaan dapat diuji menggunakan uji *Szroeter* dengan hipotesis sebagai berikut (Dufour dkk., 2001):

$$H_0: \sigma_{e_i}^2 = \sigma^2 \text{ vs}$$

$$H_1: \sigma_{e_i}^2 \neq \sigma^2$$

Statistik Uji Szroeter ditunjukkan pada persamaan (2.20).

$$Q = \left( \frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\sum_{i=1}^n i e_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n + 1}{2} \right) \sim Z \quad (2.20)$$

di mana  $n$  adalah banyaknya pengamatan dan  $e_i$  adalah sisaan ke- $i$ ,  $i=1,2,3,\dots,n$ . Kriteria pengujian jika  $|Q| \leq Z_{\alpha}$ , maka terima  $H_0$  atau ragam sisaan konstan. Asumsi kehomogenan ragam sisaan yang tidak terpenuhi dapat diatasi dengan beberapa cara antara lain (Kutner dkk., 2004):

1. Apabila  $\sigma^2$  diketahui, dapat menggunakan *Weighted Least Square* (WLS) dengan bentuk transformasi adalah:

$$\frac{Y_i}{\sigma^2} = \frac{f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})}{\sigma^2} + \frac{\varepsilon_i}{\sigma^2}$$

2. Apabila  $\sigma^2$  tidak diketahui, maka menggunakan bentuk transformasi sebagai berikut:

$$\frac{Y_i}{x_i} = f(\mathbf{x}_i', \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i$$

di mana  $\mathbf{x}_i' = \frac{1}{x_i}$ .

## 2.7. Uji Keباikan Model

Uji kebaikan model digunakan untuk mengukur apakah garis regresi yang dihasilkan dapat menduga parameter dengan baik. Ukuran kebaikan model yang biasa digunakan adalah koefisien determinasi ( $R^2$ ) dan nilai AIC<sub>c</sub> (*Akaike Information Criterion Corrected*).

### 2.7.1. Koefisien Determinasi ( $R^2$ )

Koefisien determinasi ( $R^2$ ) menjelaskan sejauh mana garis regresi sesuai dengan data dan seberapa baik sebuah model sesuai dengan data. Koefisien determinasi mengukur proporsi dari ragam peubah prediktor yang dapat dijelaskan oleh model. Menurut Dufour (2011), koefisien determinasi dapat dihitung melalui persamaan (2.21).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{JKG}{JKT} \quad (2.21)$$

di mana:

JKG : Jumlah kuadrat galat,

JKT : Jumlah kuadrat total,

Karakteristik dari koefisien determinasi adalah bernilai 0 hingga 1 atau selalu bernilai positif, sebab merupakan nisbah dari dua jumlah kuadrat. Nilai sempurna dari koefisien determinasi adalah 1, diperoleh apabila data berada persis di sepanjang garis lurus. Jika nilai koefisien determinasi mendekati nilai 1 dapat dikatakan bahwa model baik yang berarti peubah prediktor berpengaruh terhadap peubah respon. Sedangkan jika nilai koefisien determinasi rendah atau mendekati nilai 0 maka dapat dikatakan bahwa peubah prediktor tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap peubah respon.

### 2.7.2. Akaike Information Criterion Corrected (AIC<sub>c</sub>)

Pada tahun 1973, Hirotugu Akaike memperkenalkan *Akaike's Information Criterion* (AIC) sebagai paradigma baru untuk pemilihan model dalam analisis data empiris. AIC adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendapatkan model regresi terbaik. Apabila asumsi sisaan pada model yang terbentuk terpenuhi (berdistribusi normal dan ragam homogen), maka AIC dapat diketahui dengan rumus sebagai berikut (Burnham dan Anderson, 2002):

$$AIC = n \log \left( \frac{JKG}{n} \right) + 2p$$

di mana  $n$  adalah banyak pengamatan dan  $p$  adalah banyak parameter. Jika ukuran contoh yang kecil ( $n/p < 40$ ), digunakan AIC terkoreksi atau AIC<sub>c</sub> yang dapat dihitung dengan persamaan (2.22).

$$AIC_C = AIC + \frac{2p(p+1)}{n-p-1} \quad (2.22)$$

Model terbaik dapat diketahui jika nilai AIC ataupun nilai AIC<sub>C</sub> paling kecil dibandingkan model lainnya.

## 2.8. Tanaman Padi

Padi merupakan tanaman pangan berupa rumput berumpun yang berasal dari dua benua yaitu Asia dan Afrika Barat. Padi termasuk pada genus *Oryza* L. yang meliputi 25 spesies. Saat ini, terdapat dua spesies tanaman padi yang banyak dibudidayakan yaitu *Oryza sativa* L. dan *Oryza glaberrima* Steud (Norsalis, 2011).

Pertumbuhan tanaman padi dibagi ke dalam tiga fase yaitu vegetatif, reproduktif dan pematangan. Fase vegetatif merupakan fase pertumbuhan organ-organ vegetatif seperti jumlah anakan, tinggi tanaman, jumlah, bobot dan luas daun. Fase reproduktif ditandai dengan memanjangnya beberapa ruas teratas batang tanaman, jumlah anakan berkurang, muncul daun bendera, bunting dan pembungaan. Lama fase reproduktif terjadi selama kurang lebih 30 hari sedangkan untuk fase pematangan sekitar 25 sampai 35 hari (Sumartono, 1984). Klasifikasi botani tanaman padi adalah sebagai berikut:

Kingdom	: Plantae (Tumbuhan)
Subkingdom	: Tracheobionta (Tumbuhan berpembuluh)
Super Divisi	: Spermatohyta (Menghasilkan biji)
Divisi	: Magnoliophyta (Tumbuhan berbuga)
Kelas	: Liliopsida (berkeping satu/monokotil)
Sub Kelas	: Commelinidae
Ordo	: Poales
Famili	: Poaceae (suku rumput-rumputan)
Genus	: <i>Oryza</i> .

Tanaman padi dibedakan dalam dua tipe, yaitu padi kering atau gogo yang ditanam di dataran tinggi dan padi sawah yang ditanam di dataran rendah dengan memerlukan penggenangan. Menurut Norsalis (2011), pertumbuhan dan perkembangan tanaman padi dipengaruhi oleh faktor genetik dan lingkungan. Syarat utama padi dapat tumbuh dengan baik adalah kondisi tanah dan iklim yang sesuai. Pada lahan basah (sawah atau irigrasi), curah hujan bukan merupakan faktor pembatas pertumbuhan tanaman padi (BPTP, 2009).

## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1. Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari hasil penelitian Irfan Abdurrachman Mubaroq tahun 2013 dengan judul “Kajian Potensi Bionutrien CAF dengan Penambahan Ion Logam terhadap Pertumbuhan dan Perkembangan Tanaman Padi”. Bionutrien merupakan hasil ekstraksi tanaman potensial yang digunakan sebagai sumber nutrisi untuk tanaman. Contoh bionutrien yang sering digunakan dalam penelitian adalah CAF. Bionutrien bersumber dari tanaman di daerah tropis dan mengandung nutrisi yang dibutuhkan tanaman seperti N, P dan K. Pada skripsi Mubaroq ingin diketahui pengaruh penambahan bionutrien CAF terhadap pertumbuhan dan perkembangan tanaman padi. Perlakuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

Tabel 3.1. Perlakuan Pada Tanaman Padi

No	Perlakuan	Keterangan
1	P1	Bionutrien CAF dosis 10 ml/L + larutan ion logam
2	P2	Bionutrien CAF dosis 20 ml/L + larutan ion logam
3	P3	Pupuk NPK (Kontrol)

Perlakuan yang diberikan pada tanaman padi antara lain pemberian bionutrien CAF dengan beberapa variasi dosis dan penambahan larutan ion logam seperti  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{2+}$  dan  $\text{Zn}^{2+}$  sebelum diaplikasikan pada tanaman. Pemilihan ion logam ini didasarkan pada komposisi produk pupuk organik yang banyak digunakan oleh petani dan fungsi logam tersebut pada proses pertumbuhan tanaman. Pemberian perlakuan bionutrien dilakukan setiap 1 minggu sekali selama masa tanam dengan cara disiram.

Pengukuran peubah tinggi tanaman pada penelitian mulai dilakukan saat tanaman berumur 1 minggu setelah masa tanam (mst) setelah diberi perlakuan sampai tanaman siap panen pada umur 20 mst dengan mengukur tanaman menggunakan alat meteran.

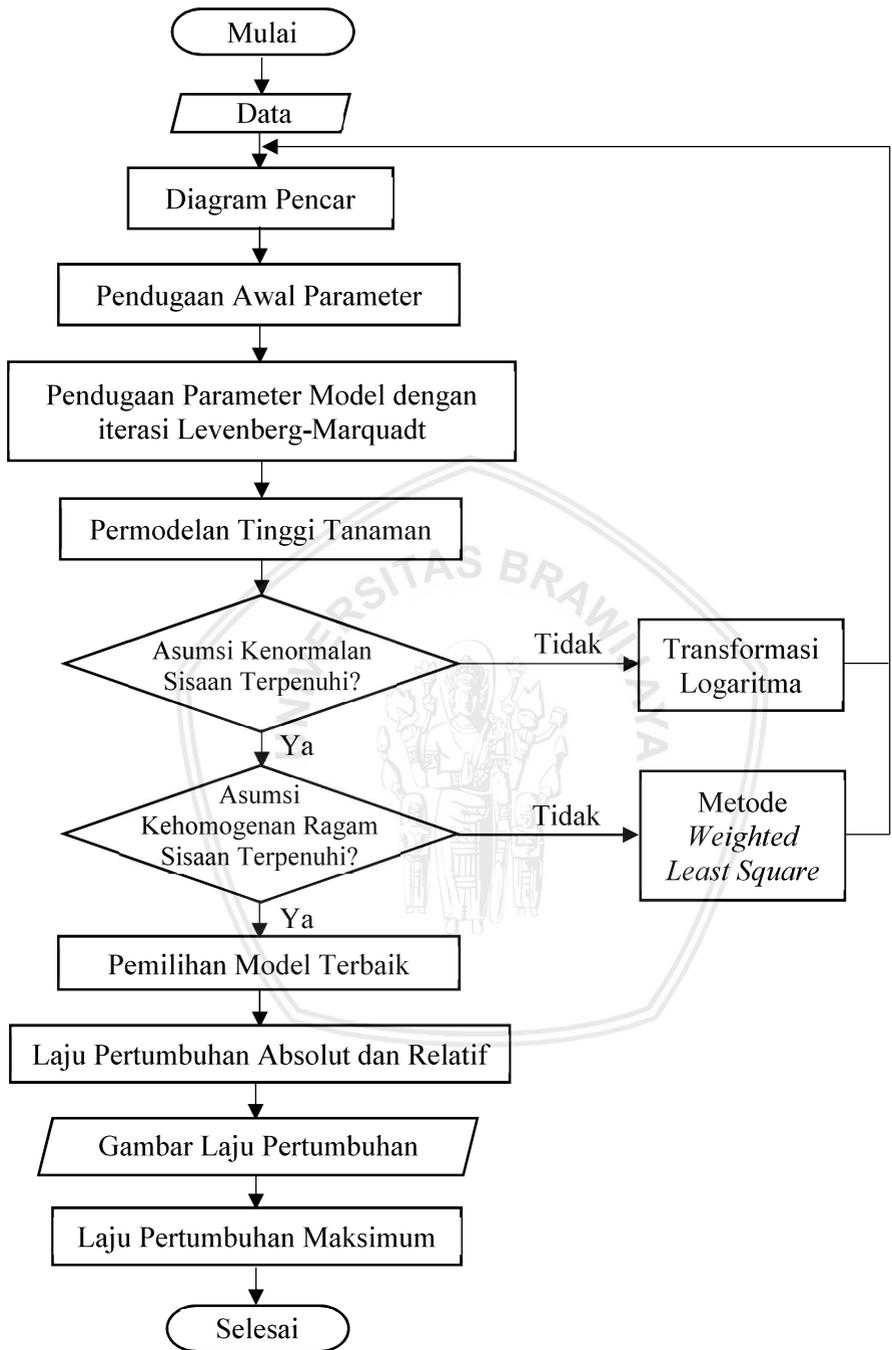
### 3.2. Metode Analisis

Langkah-langkah analisis data dalam penelitian ini adalah:

1. Membuat diagram pencar antara panjang tanaman dengan umur tanaman (mst) pada masing-masing perlakuan.
2. Menentukan nilai duga awal parameter untuk setiap model pertumbuhan. Langkah penentuan nilai duga awal parameter untuk setiap model adalah:
  - i. Model Pertumbuhan *KM-Function*
    1. Menentukan nilai pertumbuhan maksimum atau  $y_{max}$ .

- repository.ub.ac.id
2. Menghitung  $k$  ( parameter laju pertumbuhan ketika peubah respon mencapai titik maksimum) dengan persamaan (2.15).
  3. Menghitung  $b$  (tinggi awal tanaman) dengan menggunakan persamaan (2.16).
- ii. Model Pertumbuhan *Gompertz*
1. Menentukan nilai pertumbuhan maksimum atau  $y_{max}$ .
  2. Menghitung  $k$  (parameter laju pertumbuhan ketika peubah respon mencapai titik maksimum) dengan persamaan (2.17).
  3. Menentukan nilai  $b$  (tinggi awal tanaman).
3. Menduga parameter menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquadt* seperti pada subbab 2.4.
  4. Membentuk model pertumbuhan berdasarkan penduga parameter dari hasil iterasi *Levenberg-Marquadt*.
  5. Menguji asumsi kenormalan sisaan dan kehomogenan ragam sisaan berdasarkan subbab 2.5.
  6. Mengidentifikasi kebaikan model menggunakan  $R^2$  pada persamaan (2.21) dan pemilihan model terbaik berdasarkan nilai  $AIC_c$  pada persamaan (2.22) dari masing-masing model pertumbuhan.
  7. Mengitung dan membuat kurva laju pertumbuhan absolut berdasarkan persamaan (2.4) untuk model *KM-Function* dan persamaan (2.9) untuk model *Gompertz* dan laju pertumbuhan relatif berdasarkan persamaan (2.5) untuk model *KM-Function* dan persamaan (2.10) untuk model *Gompertz*
  8. Mendapatkan waktu saat laju pertumbuhan maksimum model pertumbuhan berdasarkan persamaan (2.6) untuk model *KM-Function* dan persamaan (2.11) untuk model *Gompertz* serta mengetahui tinggi pada saat laju pertumbuhan maksimum untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* berdasarkan persamaan (2.7) dan (2.12).

Diagram alir analisis dapat dilihat pada Gambar 3.1 dan analisis dilakukan dengan menggunakan *software R, Microsoft Excel 2016* dan *SPSS Statistic 22*.



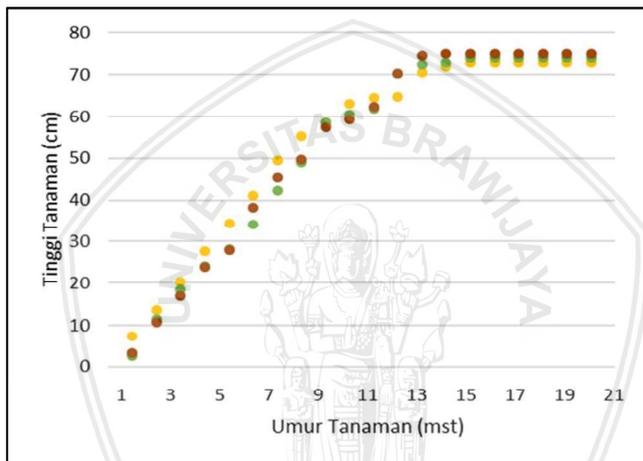
Gambar 3.1. Diagram Alir Analisis Model Pertumbuhan



## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1. Diagram Pencar

Tanaman padi dengan pemberian perlakuan bionutrien CAF dosis 10 ml/L dipilih sebagai peubah karena pemberian bionutrien CAF dosis 10 ml/L menghasilkan laju pertumbuhan tanaman yang tinggi dibandingkan pemberian CAF dengan dosis lain. Pemberian perlakuan bionutrien 20 ml/L dipilih karena menghasilkan panen terbanyak. Sedangkan perlakuan dengan pemberian pupuk NPK digunakan sebagai kontrol. Pertumbuhan tinggi tanaman padi terhadap umur tanaman dengan pemberian tiga perlakuan disajikan secara grafis pada Gambar 4.1.



Keterangan:

- : Perlakuan P0
- : Perlakuan P1
- : Perlakuan P2

Gambar 4.1. Diagram Pencar Tinggi Tanaman Padi Berdasarkan Pemberian Perlakuan

Tanaman padi yang digunakan sebagai objek penelitian adalah tanaman padi varietas Cigeulis. Berdasarkan Gambar 4.1, terdapat indikasi dari dampak pemberian perlakuan P1 dan perlakuan P2 terhadap pertambahan tinggi tanaman padi dibandingkan dengan tanaman padi tanpa pemberian perlakuan atau perlakuan P0 dilihat dari perbandingan tinggi tanaman padi pada umur 12 mst sampai dengan 20 mst.

Menurut Sumartono (1984), terdapat tiga fase pertumbuhan dan perkembangan tanaman padi antara lain fase vegetatif, fase reproduktif dan fase pemasakan. Pada Gambar 4.1, fase vegetatif terjadi pada awal pertumbuhan, yaitu saat tanaman berumur 1 sampai 8 mst ditandai dengan meningkatnya tinggi tanaman seiring bertambahnya umur tanaman. Pada saat tanaman berumur 9 sampai 11 mst, terjadi awal fase reproduktif yaitu inisiasi pembungaan atau primordia. Pada fase ini, pertumbuhan tanaman padi terhambat yang menyebabkan laju pertumbuhan tanaman padi lambat. Laju pertumbuhan tanaman padi meningkat pada umur 12 mst akibat munculnya malai dari daun bendera sampai terjadi proses pembungaan pada akhir fase reproduktif. Fase pemasakan terjadi mulai dari tanaman berumur 14 mst sampai tanaman padi memasuki masa panen atau pada saat tanaman berumur 20 mst di mana tidak terjadi peningkatan yang signifikan pada tinggi tanaman padi. Gambar 4.1 juga menunjukkan pola sigmoid seiring pertambahan umur tanaman.

#### 4.2. Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter model regresi nonlinier menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier (NLS) dengan iterasi *Levenberg-Marquadt* yang menggunakan nilai awal parameter model. Parameter yang diduga adalah  $\alpha$ ,  $k$  dan  $b$ . Perhitungan nilai duga awal parameter dapat dihitung menggunakan persamaan pada subbab 2.4 dan disajikan secara lengkap pada Lampiran 3 dan hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Nilai Duga Awal Parameter

Model	Parameter	Perlakuan Pengamatan		
		P0	P1	P2
<i>KM-Function</i>	$\alpha$	73	74	75
	$k$	6	8,9	7,4
	$b$	1,475	1,730	1,686
<i>Gompertz</i>	$\alpha$	73	74	75
	$k$	0,082	0,120	0,099
	$b$	7,5	2,5	3,3

Nilai duga awal parameter digunakan untuk menduga parameter model dengan menggunakan iterasi *Levenberg-Marquadt*. Proses perhitungan pendugaan parameter hasil iterasi *Levenberg-Marquadt* dapat diketahui dengan menggunakan *coding software R* seperti pada Lampiran 5.

Tabel 4.2. Penduga Parameter Hasil Iterasi *Levenberg-Marquadt*

Model	Parameter	Perlakuan		
		P0	P1	P2
<i>KM-Function</i>	$a$	73,297	74,91	75,924
	$k$	3,493	3,611	3,647
	$b$	1,265	1,457	1,462
<i>Gompertz</i>	$a$	74,908	77,575	78,395
	$k$	0,282	0,266	0,271
	$b$	3,075	3,602	3,671

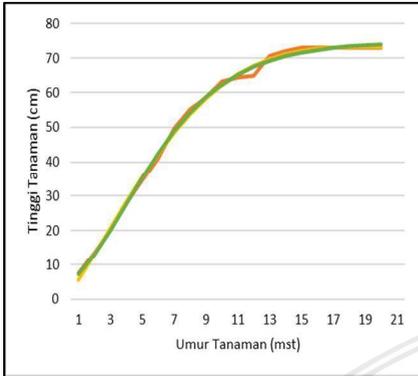
Berdasarkan Tabel 4.2, penduga parameter hasil iterasi *Levenberg-Marquadt* digunakan untuk membentuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Model Pertumbuhan *KM-Function* dan *Gompertz*

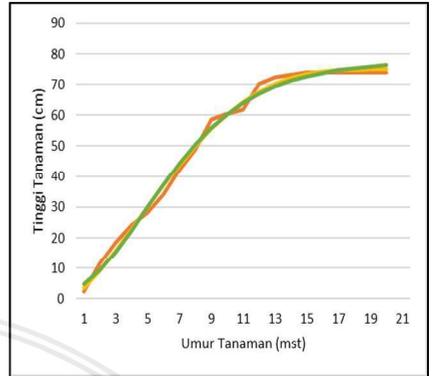
Model	Perlakuan	Persamaan
<i>KM-Function</i>	P0	$y(t) = 73,297 \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{t}{20} \right)^{1,265} \right)^{3,493} \right] + \varepsilon$
	P1	$y(t) = 74,91 \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{t}{20} \right)^{1,457} \right)^{3,611} \right] + \varepsilon$
	P2	$y(t) = 75,924 \left[ 1 - \left( 1 - \left( \frac{t}{20} \right)^{1,462} \right)^{3,647} \right] + \varepsilon$
<i>Gompertz</i>	P0	$y(t) = 74,908e^{-3,075e^{-0,282t}} + \varepsilon$
	P1	$y(t) = 77,575e^{-3,602e^{-0,266t}} + \varepsilon$
	P2	$y(t) = 78,395e^{-3,671e^{-0,271t}} + \varepsilon$

Nilai pendugaan tinggi awal tanaman padi untuk model *KM-Function* pada perlakuan P0, P1 dan P2 masing-masing adalah 1,265 cm, 1,457 cm dan 1,462 cm. Sedangkan tinggi maksimum untuk perlakuan P0 adalah 73,297 cm, perlakuan P1 adalah 74,91 cm dan perlakuan P2 adalah 75,924 cm. Pada model *Gompertz*, nilai duga untuk tinggi tanaman padi pada ketiga perlakuan masing-masing bernilai 3,075 cm, 3,602 cm dan 3,671 cm. Pada perlakuan P0, nilai duga tinggi maksimum tanaman padi sebesar 74,908 cm dan untuk perlakuan P1 dan P2 sebesar 77,575 cm dan 78,395 cm. Hasil pendugaan parameter untuk kedua model pertumbuhan tersebut menunjukkan bahwa perlakuan P2 atau pemberian bionutrien CAF dengan dosis 20 ml/L menyebabkan tanaman padi menghasilkan tinggi tanaman yang paling maksimum dibandingkan dengan pemberian perlakuan P0 dan P1. Penduga

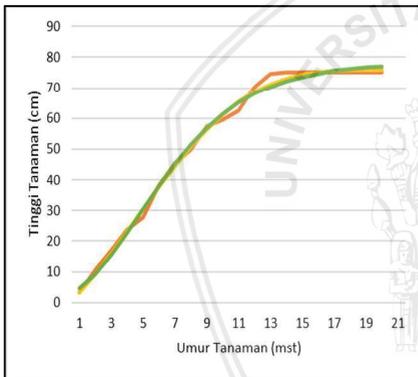
parameter model merupakan penduga yang sudah konvergen. Nilai prediksi tinggi tanaman setiap minggu disajikan secara lengkap pada Lampiran 5 dan disajikan secara grafis pada Gambar 4.2.



a. Perlakuan P0



b. Perlakuan P1



c. Perlakuan P2

Keterangan:

- : Hasil Pengamatan
- : Prediksi Model *KM-Function*
- : Prediksi Model *Gompertz*

Gambar 4.2. Grafik Prediksi Model *KM-Function* dan Model *Gompertz* Pada Berbagai Perlakuan

Berdasarkan Gambar 4.2, pola pertumbuhan tinggi tanaman padi hasil prediksi model *KM-Function* dan model *Gompertz* pada setiap perlakuan saling berhimpit dan mendekati pola hasil pengamatan. Gambar tersebut menunjukkan bahwa model *KM-Function* dan model *Gompertz* dapat menjelaskan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi dengan baik.

### 4.3. Pengujian Asumsi Sisaan

#### 4.3.1. Asumsi Kenormalan Sisaan

Asumsi kenormalan sisaan berpengaruh terhadap hasil pendugaan NLS. Jika asumsi kenormalan sisaan tidak terpenuhi, maka hasil pendugaan NLS tidak dapat digunakan. Pengujian asumsi kenormalan sisaan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0$ : Sisaan menyebar normal vs

$H_1$ : Sisaan tidak menyebar normal

Tabel 4.4. Hasil Pengujian Kenormalan Sisaan

Model	Perlakuan	$D_{maks}$	Keputusan	Kesimpulan
<i>KM-Function</i>	P0	0,103	Terima $H_0$	Sisaan menyebar normal
	P1	0,153		
	P2	0,091		
<i>Gompertz</i>	P0	0,099		
	P1	0,176		
	P2	0,140		

Tabel 4.4 menunjukkan hasil pengujian asumsi kenormalan sisaan. Hasil tersebut menunjukkan bahwa nilai statistik  $D_n$  pada setiap perlakuan kurang dari nilai kritis  $D_{0,05(20)}$  sebesar 0,2941 sehingga dapat disimpulkan bahwa sisaan menyebar secara normal atau asumsi kenormalan sisaan terpenuhi. Hasil pengujian disajikan secara lengkap pada Lampiran 6.

#### 4.3.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Sisaan

Asumsi kehomogenan ragam sisaan digunakan untuk mengetahui ragam sisaan penduga konstan atau tidak. Pengujian kehomogenan ragam sisaan menggunakan uji *Szroeter*. Hipotesis untuk asumsi kehomogenan ragam sisaan adalah:

$H_0$ :  $\sigma_{\varepsilon_i}^2 = \sigma^2$  (Ragam sisaan konstan) vs

$H_1$ :  $\sigma_{\varepsilon_i}^2 \neq \sigma^2$  (Ragam sisaan tidak konstan)

Tabel 4.5. Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Sisaan

Model	Perlakuan	Q	Keputusan	Kesimpulan
<i>KM-Function</i>	P0	-0,917	Terima $H_0$	Ragam Sisaan Homogen
	P1	-1,351		
	P2	-0,056		
<i>Gompertz</i>	P0	0,818		
	P1	-0,760		
	P2	0,505		

Berdasarkan hasil pengujian asumsi kehomogenan ragam sisaan dengan menggunakan uji *Szroeter* pada Tabel 4.5, jika nilai  $|Q| \leq 1,96$  maka  $H_0$  diterima sehingga dapat disimpulkan bahwa ragam sisaan konstan atau asumsi kehomogenan ragam sisaan terpenuhi untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz*. Hasil perhitungan nilai  $Q$  secara lengkap disajikan pada Lampiran 8.

#### 4.4. Pemeriksaan Keباikan Model

Uji kebaikan model yang digunakan adalah  $R^2$  dan  $AIC_c$ . Model dapat dikatakan model yang baik jika nilai  $R^2$  atau koefisien determinasi mendekati nilai 1. Nilai  $AIC_c$  digunakan untuk mengetahui model pertumbuhan yang lebih baik dalam menjelaskan pola pertumbuhan tanaman dengan melihat nilai  $AIC_c$  yang lebih kecil dibanding model lainnya.

Tabel 4.6. Nilai  $R^2$

Model	Perlakuan	$R^2$	Kesimpulan
<i>KM-Function</i>	P0	0,997	Model Baik
	P1	0,994	
	P2	0,996	
<i>Gompertz</i>	P0	0,998	
	P1	0,992	
	P2	0,994	

Tabel 4.6. menunjukkan nilai koefisien determinasi model *KM-Function* dan model *Gompertz* menghasilkan nilai yang mendekati 1 sehingga dapat disimpulkan bahwa variabilitas yang terjadi pada peubah tinggi tanaman padi dapat dijelaskan oleh variabilitas peubah waktu sebesar 99% dan dapat dikatakan bahwa kedua model pertumbuhan menjelaskan pertumbuhan tanaman padi dengan baik.

Tabel 4.7. Nilai  $AIC_c$

Perlakuan	Model	$AIC_c$	Kesimpulan
P0	<i>KM-Function</i>	11,503	<i>Gompertz</i> lebih baik daripada <i>KM-Function</i>
	<i>Gompertz</i>	8,712	
P1	<i>KM-Function</i>	30,594	<i>KM-Function</i> lebih baik daripada <i>Gompertz</i>
	<i>Gompertz</i>	37,868	
P2	<i>KM-Function</i>	24,798	<i>KM-Function</i> lebih baik daripada <i>Gompertz</i>
	<i>Gompertz</i>	32,992	

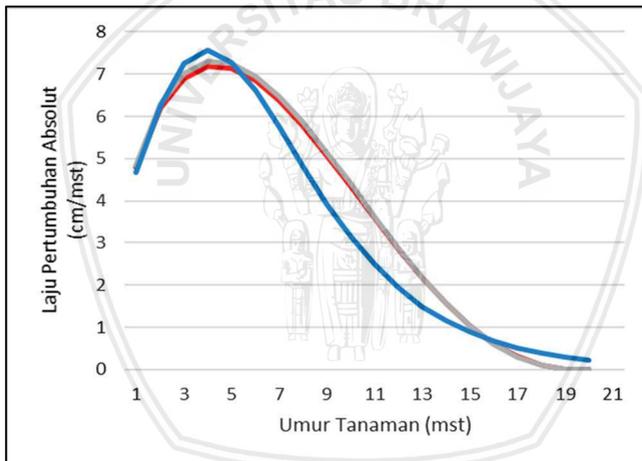
Berdasarkan Tabel 4.7, diketahui nilai  $AIC_c$  dari model *KM-Function* untuk perlakuan P1 dan P2 lebih kecil dibandingkan model *Gompertz*

sehingga dapat dikatakan bahwa model *KM-Function* lebih baik dalam menjelaskan pola pertumbuhan tanaman padi yang diberi perlakuan P1 dan P2 dibandingkan dengan model *Gompertz*. Sedangkan untuk perlakuan P0, model *Gompertz* lebih baik daripada model *KM-Function*. Hasil perhitungan nilai koefisien determinasi dan  $AIC_c$  dapat dilihat secara lengkap pada Lampiran 8.

## 4.5. Laju Pertumbuhan

### 4.5.1. Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan absolut diperoleh dari hasil turunan pertama model pertumbuhan terhadap waktu. Laju pertumbuhan absolut untuk model *KM-Function* diperoleh dari persamaan (2.4) sedangkan untuk model *Gompertz* diperoleh dari persamaan (2.8). Langkah-langkah perhitungan turunan pertama untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* dapat dilihat pada Lampiran 2. Laju pertumbuhan absolut untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* masing-masing disajikan pada Gambar 4.3.



Keterangan:

- : Model *KM-Function* Perlakuan P0
- : Model *KM-Function* Perlakuan P1
- : Model *Gompertz* Perlakuan P2

Gambar 4.3. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut Model Terbaik

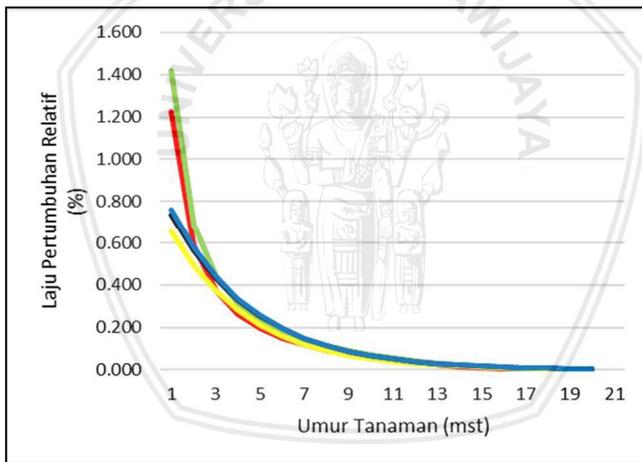
Gambar 4.3. menunjukkan laju pertumbuhan absolut tinggi tanaman padi setiap minggu yang membentuk pola lengkung yang menjulur ke kanan. Pada minggu pertama, tinggi tanaman padi akan terus meningkat hingga

mencapai titik maksimum yang dapat terjadi akibat pemberian perlakuan pada tanaman padi setiap minggu. Kemudian, laju pertumbuhan tanaman akan berangsur menurun seiring bertambahnya umur tanaman.

Berdasarkan hasil dari pemilihan model terbaik pada subbab 4.4, Gambar 4.3 menunjukkan laju pertumbuhan absolut pada model *KM-Function* untuk perlakuan P1 dan P2 serta model *Gompertz* untuk perlakuan P0. Ketiga model terbaik tersebut diketahui bahwa pemberian perlakuan berupa perlakuan P0, P1 dan P2 memberikan pengaruh perubahan tinggi yang nyata saat tanaman padi berumur 1 sampai 4 minggu setelah tanam. Hasil perhitungan disajikan secara lengkap pada Lampiran 9.

#### 4.5.2. Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif diperoleh dari hasil turunan laju pertumbuhan absolut terhadap waktu. Laju pertumbuhan relatif untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* diperoleh berdasarkan persamaan (2.4) dan (2.9). Laju pertumbuhan relatif untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* masing-masing disajikan pada Gambar 4.4.



Keterangan:

- : Model *KM-Function* Perlakuan P0
- : Model *Gompertz* Perlakuan P0
- : Model *KM-Function* Perlakuan P1
- : Model *Gompertz* Perlakuan P1
- : Model *KM-Function* Perlakuan P2
- : Model *Gompertz* Perlakuan P2

Gambar 4.4. Kurva Laju Pertumbuhan Relatif

Berdasarkan Gambar 4.4, laju pertumbuhan relatif untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* terjadi pada umur 1 mst dan terus menurun seiring bertambahnya umur tanaman. Laju pertumbuhan tanaman padi yang tinggi pada minggu pertama setelah tanam dan terus menurun menunjukkan perubahan laju pertumbuhan tinggi tanaman padi yang melambat. Pada minggu ke-20, laju pertumbuhan tanaman padi untuk model *KM-Function* yang mendekati nilai nol menunjukkan bahwa tidak terjadi penambahan tinggi pada tanaman padi. Hasil perhitungan laju pertumbuhan relatif untuk kedua model dapat dilihat secara lebih rinci pada Lampiran 20.

#### 4.5.3. Laju Pertumbuhan Maksimum

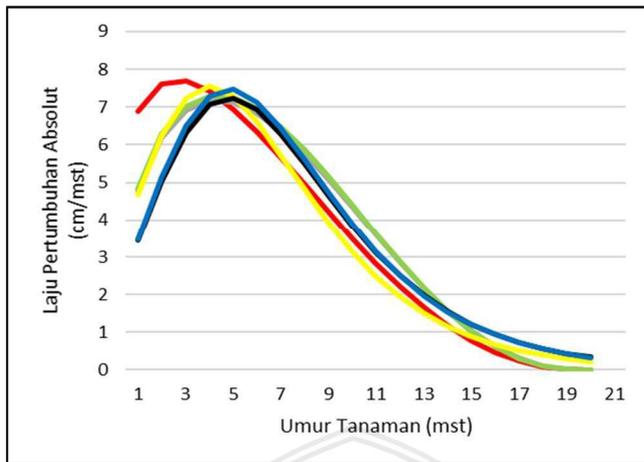
Laju pertumbuhan maksimum terjadi ketika pertumbuhan tanaman mencapai titik belok atau infleksi. Laju pertumbuhan maksimum untuk model *KM-Function* dapat diketahui berdasarkan persamaan (2.5) dan (2.6). Pada model *Gompertz*, laju pertumbuhan maksimum akan dicapai berdasarkan persamaan (2.10) dan (2.11).

Tabel 4.8. Laju Pertumbuhan Maksimum Tanaman Padi

Model	Perlakuan	Waktu (mst)	Tinggi (cm)
<i>KM-Function</i>	P0	2,647	17,919
	P1	4,318	24,865
	P2	4,326	25,283
<i>Gompertz</i>	P0	3,990	26,855
	P1	4,812	27,223
	P2	4,798	27,591

Berdasarkan hasil perhitungan laju pertumbuhan maksimum pada Tabel 4.8 dapat diketahui pada model *KM-Function*, tanaman padi dengan perlakuan P0 mencapai titik belok saat tinggi tanaman 17,919 cm saat tanaman padi berumur 2 minggu lebih 5 hari setelah tanam. Pada tanaman padi dengan pemberian perlakuan P1 dan P2, tinggi tanaman saat mencapai titik belok adalah 24,865 cm dan 25,283 cm ketika tanaman berumur 4 minggu lebih 2 hari setelah tanam.

Laju pertumbuhan maksimum untuk model *Gompertz* pada pemberian perlakuan P0 terjadi pada saat tinggi tanaman mencapai 26,855 cm ketika tanaman berumur sekitar 4 mst. Pada pemberian perlakuan P1 dan P2, tanaman padi mengalami laju pertumbuhan maksimum pada umur 4 minggu lebih 6 hari setelah tanam. Laju pertumbuhan maksimum untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* dapat dilihat secara grafis pada Gambar 4.5.



Keterangan:

- : Model *KM-Function* Perlakuan P0
- : Model *Gompertz* Perlakuan P0
- : Model *KM-Function* Perlakuan P1
- : Model *Gompertz* Perlakuan P1
- : Model *KM-Function* Perlakuan P2
- : Model *Gompertz* Perlakuan P2

Gambar 4.5. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut

Gambar 4.5 menunjukkan laju pertumbuhan tinggi tanaman padi untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz* yang meningkat pada minggu pertama pertumbuhan dan menurun setelah mencapai titik belok atau titik infleksi yang menandakan terjadinya laju pertumbuhan maksimum. Laju pertumbuhan maksimum merupakan puncak tertinggi dari kurva laju pertumbuhan absolut. Pada model *KM-Function*, diketahui bahwa laju pertumbuhan maksimum untuk ketiga perlakuan yang diberikan pada tanaman padi terjadi lebih cepat dibandingkan dengan model *Gompertz*. Hal tersebut terjadi karena penduga parameter untuk model *KM-Function* memiliki nilai penduga parameter tinggi awal tanaman yang lebih kecil dibandingkan model *Gompertz* dan dapat mempengaruhi laju pertumbuhan maksimum yang terjadi.

Berdasarkan Tabel 4.8 dapat diketahui bahwa model *Gompertz* menduga tinggi tanaman padi lebih tinggi dibandingkan model *KM-Function* di mana tinggi maksimum tanaman pada perlakuan P0 selisih 9 cm dan untuk perlakuan P1 dan P2 memiliki selisih tinggi 2 cm. Perbedaan tinggi tanaman

tersebut disebabkan karena perbedaan waktu terjadinya laju pertumbuhan maksimum pada pertumbuhan tinggi tanaman padi untuk model *KM-Function* dan model *Gompertz*.

Pada Tabel 4.8 dapat diketahui bahwa pemberian perlakuan bionutrien CAF dosis 10 ml/L dan 20 ml/L dapat membantu dalam pertumbuhan tinggi tanaman padi agar menghasilkan tinggi tanaman yang lebih maksimal dan tanaman dapat tumbuh dengan baik dibandingkan dengan tanaman padi varietas Cigeulis tanpa pemberian perlakuan atau perlakuan kontrol. Pemberian bionutrien CAF sebaiknya dilakukan sebelum laju pertumbuhannya mencapai maksimum atau pada saat tanaman padi berumur sekitar 1 sampai 3 minggu setelah tanam.





## BAB V PENUTUP

### 5.1. Kesimpulan

1. Laju pertumbuhan tanaman padi baik menggunakan model *KM-Function* dan model *Gompertz* menunjukkan pola lengkung yang menjulur ke kanan.
2. Berdasarkan nilai  $AIC_c$ , model *KM-Function* lebih baik daripada model *Gompertz* dalam menggambarkan pola pertumbuhan tanaman padi dengan perlakuan bionutrien CAF dosis 10 ml/L dan 20 ml/L. Sedangkan model *Gompertz* lebih baik dalam menggambarkan pola pertumbuhan tanaman padi pada perlakuan kontrol.
3. Laju pertumbuhan maksimum tanaman padi terjadi pada saat tanaman berumur 3 sampai 5 minggu setelah tanam.

### 5.2. Saran

Model *KM-Function* dapat digunakan sebagai model pertumbuhan untuk menduga laju pertumbuhan tanaman serta menggambarkan pola pertumbuhan tanaman dengan baik. Pada penelitian selanjutnya, diharapkan untuk menerapkan model *KM-Function* dengan 4 parameter, yaitu tinggi tanaman maksimum ( $y_{max}$ ), laju pertumbuhan maksimum ( $k$ ), tinggi awal tanaman ( $b$ ) dan waktu maksimum pengamatan ( $t_{max}$ ). Hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai informasi bagi para petani mengenai waktu yang baik untuk memberikan perlakuan agar pertumbuhan tanaman padi varietas Cigeulis dapat lebih maksimal. Selain itu, petani dapat menggunakan bionutrien CAF yang dapat diaplikasikan saat sebelum laju pertumbuhan maksimum terjadi atau tanaman berumur 3 minggu setelah tanam agar pertumbuhan tanaman padi lebih optimal.

