

**ANALISIS RAGAM RANCANGAN BUJUR SANGKAR  
LATIN DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM**

**SKRIPSI**

oleh:

**DESI DWI CAHYANTI**  
**145090507111011**



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2018**

## HALAMAN JUDUL

# ANALISIS RAGAM RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM

## SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

oleh:

**DESI DWI CAHYANTI**

**145090507111011**



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2018**

**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**ANALISIS RAGAM RANCANGAN BUJUR SANGKAR  
LATIN DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM**

oleh:

**DESI DWI CAHYANTI**

**145090507111011**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Pengaji pada tanggal  
5 Juli 2018 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk  
memperoleh gelar Sarjana Statistika**

**Dosen Pembimbing**

**Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda**  
**NIP. 195205211981032001**

**Mengetahui,  
Ketua Jurusan Statistika  
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.**  
**NIP. 197603281999032001**

## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Desi Dwi Cahyanti

NIM : 145090507111011

Jurusan : Statistika

Penulis skripsi berjudul:

### Analisis Ragam Rancangan Bujur Sangkar Latin Dengan Pendekatan Model Linier Umum

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya saya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termasuk di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 8 Juli 2018

Yang menyatakan,

Desi Dwi Cahyanti

NIM. 145090507111011

# ANALISIS RAGAM RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM

## ABSTRAK

Rancangan Acak Lengkap (RAL) merupakan rancangan percobaan dengan lingkungan homogen. Jika lingkungan heterogen maka dapat menggunakan Rancangan Acak Kelompok (RAK). Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL) merupakan rancangan lingkungan yang memiliki dua arah keheterogenan lingkungan berdasarkan baris dan kolom. Pada RBSL jumlah baris, kolom dan perlakuan sama. Model linier aditif RBSL akan disederhanakan menjadi model linier umum agar mudah dalam proses pendugaan parameter dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Tujuan penelitian ini adalah menerapkan model linier umum pada analisis ragam terhadap dua data sekunder yang berasal dari RBSL. Dua data tersebut, yaitu rata-rata frekuensi nyengir (Data 1) dan rata-rata frekuensi menggosok ranggah (Data 2). Data, merupakan respons dari pemberian dosis pasak bumi berbeda pada pakan rusa Timor. Hasil analisis menunjukkan bahwa untuk mengatasi kesingularan matriks  $X'X$  digunakan metode reparameterisasi. Analisis ragam menunjukkan bahwa pemberian dosis pasak bumi yang berbeda pada pakan rusa Timor memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir dan menggosok ranggah .

Kata Kunci: RBSL, Model Linier Umum, Reparameterisasi, ANOVA

# VARIANCE ANALYSIS OF LATIN SQUARE DESIGN WITH GENERAL LINEAR MODEL APPROACH

## ABSTRACT

Completely Randomized Design (RAL) is an experimental design with a homogeneous environment. Group Random Design (RAK) applied when environment is heterogeneous. Latin Square Design (RBSL) is an environmental design with two directions of environmental heterogeneity based on rows and columns. In RBSL number of rows, columns and treatments are equal. The linear additive model of RBSL will be simplified into a general linear model so that estimating parameter process is easier by using Ordinary Least Square (OLS). The purpose of this study is applying a general linear model on the analysis of variance into two secondary data that is derived from RBSL. Data are average of the grinning frequency (Data 1) and ranggah rubbing frequency (Data 2). These two data are responses from applying different doses of Pasak Bumi (*Eurycoma Longifolia Jack*) into Timor deer's feed. The result of the analysis showed us how to overcome the singularity of  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  matrix by using reparameterization method. And also the analysys of variance shows about applying different doses of Pasak Bumi on Timor deer's feed have same effect both of average, grinning frequency and rubbing ranggah frequency.

Keyword: RBSL, General Linear Model, Reparameterization, ANOVA

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi dengan judul “ Analisis Ragam Rancangan Bujur Sangkar Latin dengan Pendekatan Model Linier Umum” dapat diselesaikan. Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, dukungan dan do'a dari banyak pihak. Oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Ir. Maria Bernadetha T Mitakda, dosen pembimbing yang telah membimbing dan memberi motivasi.
2. Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., M.S, dosen penguji I atas bimbingan yang telah diberikan.
3. Dr. Dra. Ani Budi Astuti, M.Si, dosen penguji II atas bimbingan yang telah diberikan.
4. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D, Ketua Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
5. Semua dosen dan karyawan Jurusan Statistika FMIPA yang telah memberi ilmu dan bantuan.
6. Keluarga, terutama orang tua, kakak dan Asid yang telah memberi dukungan, doa dan semangat.
7. Teman-teman dekat (Tia, Frisa, Alvi, Vera, Iin, Laila dan Novita), serta semua mahasiswa statistika angkatan 2014 Universitas Brawijaya yang telah memberikan doa, dukungan dan bantuan.

Skripsi ini masih mengandung banyak kekurangan, maka perlu kritik dan saran yang membangun dari pembaca. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan menambah pengetahuan pembaca.

Malang, Juli 2018

Penulis

## DAFTAR ISI

	Hal.
<b>HALAMAN JUDUL.....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK.....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	2
1.3. Batasan Masalah .....	3
1.4. Tujuan penelitian .....	3
1.5. Manfaat .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>5</b>
2.1. Rancangan Bujur Sangkar Latin .....	5
2.2. Denah Percobaan dan Pengacakan.....	5
2.3. Model Linier Aditif.....	6
2.4. Model Linier Umum .....	7
2.5. Pendugaan Parameter.....	12
2.6. Reparameterisasi.....	14
2.7. Asumsi Analisis Ragam.....	16
2.7.1. Aditivitas Pengaruh.....	16
2.7.2. Kenormalan Galat .....	16
2.7.3. Kehomogenan Ragam Galat .....	17
2.7. Analisis Ragam.....	17
2.8. Rusa Timor .....	20
2.9.1. Pakan Rusa Timor.....	21
2.9.2. Prilaku Seksual Rusa Timor Jantan .....	22
<b>BAB III METODOLOGI .....</b>	<b>23</b>
3.1. Sumber Data.....	23
3.2. Prosedur Analisis Data .....	23
3.3. Diagram Alir .....	25

	Hal.
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>27</b>
4.1. Model Linier Aditif Setiap Respons.....	27
4.2. Model Linier Umum .....	28
4.3. Membentuk dan Memeriksa Matriks $X'X$ dan $X'Y$ .....	29
4.4. Reparameterisasi .....	30
4.5. Pendugaan Parameter .....	31
4.6. Uji Asumsi .....	33
4.6.1. Aditivitas Pengaruh .....	33
4.6.2. Kenormalan Galat .....	33
4.6.3. Kehomogenan Ragam Galat.....	34
4.7. Analisi Ragam.....	34
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>39</b>
5.1. Kesimpulan .....	39
5.2. Saran .....	39
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>41</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>43</b>

**DAFTAR TABEL**

	Hal.
Tabel 2.1. Struktur Data .....	7
Tabel 2.2. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ ) .....	20
Tabel 2.3. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ ) .....	20
Tabel 2.4. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ ) .....	20
Tabel 2.5. Analisis Ragam Lengkap .....	20
Tabel 4.1. Hasil Pendugaan Parameter Model Data 1 .....	31
Tabel 4.2. Hasil Pendugaan Parameter Model Data 2 .....	32
Tabel 4.3. Hasil Pengujian Kenormalan Galat .....	33
Tabel 4.4. Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Galat .....	34
Tabel 4.5. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ ) Data 1 .....	35
Tabel 4.6. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ ) Data 1 .....	35
Tabel 4.7. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ ) Data 1 .....	36
Tabel 4.8. Analisis Ragam Lengkap Data 1 .....	36
Tabel 4.9. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ ) Data 2 .....	37
Tabel 4.10. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ ) Data 2 .....	37
Tabel 4.11. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ ) Data 2 .....	38
Tabel 4.12. Analisis Ragam Lengkap Data 2 .....	38

## DAFTAR GAMBAR

	Hal.
Gambar 2.1. Rusa Timor .....	21
Gambar 2.2. Pasak Bumi .....	21
Gambar 3.1. Diagram Alir Prosedur Analisis .....	25
Gambar 4.1. Diagram Pencar .....	33



## DAFTAR LAMPIRAN

	Hal.
Lampiran 1. Prilaku Seksual Rusa Timor.....	43
Lampiran 2. Uji Asumsi Analisis Ragam.....	45
Lampiran 3. Matriks Kebalikan $X'X$ .....	47



## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1. Latar Belakang

Rancangan percobaan dibagi menjadi tiga, yaitu rancangan perlakuan, rancangan lingkungan dan rancangan pengukuran. Rancangan perlakuan digunakan jika peneliti ingin mengetahui lebih detail mengenai pengaruh dari perlakuan yang digunakan. Selain perlakuan yang dicobakan, peneliti juga sering menggunakan lingkungan untuk percobaan karena lingkungan juga dapat mempengaruhi hasil dari percobaan.

Rancangan percobaan dengan lingkungan homogen dapat menggunakan Rancangan Acak Lengkap (RAL). Jika rancangan dengan lingkungan heterogen dapat menggunakan Rancangan Acak Kelompok (RAK). Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL) merupakan perpotongan antara dua buah RAK, digunakan jika lingkungan heterogen dan terdapat dua sumber keragaman diluar faktor yang diteliti.

Keheterogenan lingkungan pada RBSL mengarah pada dua arah gradien, yaitu menurut baris dan kolom. Dalam setiap baris dan kolom tidak terdapat perlakuan yang sama. RBSL memiliki ciri khas, yaitu jumlah baris, jumlah kolom dan jumlah perlakuan sama. Model linier aditif RBSL akan disederhanakan ke dalam model linier umum untuk mempermudah pendugaan parameter. Model linier umum menghasilkan matriks  $X'X$  tidak berpangkat penuh dan singular karena hal tersebut maka dilakukan reparameterisasi.

Reparameterisasi merupakan pendekatan model berpangkat tidak penuh. Setelah melakukan reparameterisasi akan menghasilkan matriks  $X'X$  yang berpangkat penuh, tidak singular dan  $(X'X)^{-1}$  dapat dihitung. Jika sifat tersebut telah terpenuhi maka pendugaan parameter dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) dapat dilakukan. Pendugaan parameter menggunakan MKT karena model linier dalam parameter. MKT menghendaki jumlah kuadrat galat sekecil mungkin.

Tujuan akhir dari suatu percobaan adalah membandingkan apakah terdapat perbedaan pengaruh antar perlakuan. Salah satu cara untuk melihat perbedaan pengaruh tersebut adalah dengan analisis ragam.

Analisis tersebut merupakan metode untuk melihat adanya pengaruh nyata atau tidak antar perlakuan yang dicobakan. Karena hal tersebut, maka penelitian ini dilakukan untuk menerapkan penggunaan analisis ragam rancangan bujur sangkar latin dengan pendekatan model linier umum.

Penelitian ini menggunakan dua data sekunder yang berasal dari penelitian Febria (2012). Penelitian tersebut menghasilkan dua data tentang perilaku seksual Rusa Timor yaitu data satu rata-rata frekuensi nyengir dan data dua merupakan rata-rata frekuensi mengosok-gosokkan ranggah. Penelitian tersebut hanya ingin mengetahui apakah perlakuan yang dicobakan berpengaruh terhadap setiap respons tanpa penjabaran menggunakan pendekatan model linier umum. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah perlakuan dan baris tidak berpengaruh terhadap setiap respons dan sumber keragaman kolom berpengaruh terhadap setiap respons.

Merujuk pada data penelitian Febria (2012), peneliti ingin melakukan analisis ragam dengan pendekatan model linier umum. Analisis ragam dengan pendekatan model linier umum dapat dilakukan jika penduga parameter telah diketahui. Untuk mendapatkan penduga harus melakukan reparameterisasi. Karena matriks  $X'X$  bersifat singular dan berpangkat tidak penuh. Setelah melakukan reparameterisasi maka matriks  $X'X$  yang dihasilkan bersifat tidak singular dan berpangkat penuh dan penduga dapat hitung. Jika telah mendapatkan hasil penduga maka analisis ragam dengan pendekatan model linier umum dapat dilakukan.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, terdapat tiga masalah seperti berikut ini:

1. Bagaimana penerapan model linier umum pada analisis ragam rancangan bujur sangkar latin?
2. Apakah pemberian dosis pasak bumi yang berbeda berpengaruh pada rata-rata frekuensi nyengir rusa Timor?
3. Apakah pemberian dosis pasak bumi yang berbeda berpengaruh pada rata-rata frekuensi menggosok-gosok ranggah rusa Timor?

### **1.3. Batasan Masalah**

Penelitian ini memiliki dua batasan masalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan telah memenuhi asumsi analisis ragam.
2. Metode pendekatan model linier umum menggunakan reparameterisasi.

### **1.4. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk menerapkan model linier umum pada analisis ragam rancangan bujur sangkar latin.
2. Mengetahui pengaruh pemberian dosis pasak bumi yang berbeda pada rata-rata frekuensi nyengir rusa timor.
3. Mengetahui pengaruh pemberian dosis pasak bumi yang berbeda pada rata-rata frekuensi menggosok-gosok ranggah.

### **1.5. Manfaat**

Manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan pembaca mengenai analisis ragam bujur sangkar latin dengan pendekatan model linier umum.

Sebagai bahan masukan kepada peneliti mengenai pengaruh dosis pasak bumi terhadap prilaku seksual Rusa Timor.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1. Rancangan Bujur Sangkar Latin

Rancangan Bujur Sangkar Latin merupakan rancangan lingkungan dalam rancangan percobaan. Rancangan ini digunakan apabila unit percobaan tidak homogen. Keheterogenan tersebut mengarah pada dua gradien, arah menurut baris dan kolom (Cox, 2000). Di setiap baris dan kolom yang sama dalam rancangan bujur sangkar latin tidak hadir perlakuan sama karena pengacakan dilakukan secara tidak bebas menurut baris dan kolom.

#### 2.2. Denah Percobaan dan Pengacakan

Penempatan perlakuan dilakukan secara acak. RBSL merupakan perpotongan antara dua buah RAK, hal ini yang menyebabkan lingkungan memiliki dua buah gradien.

Prosedur pengacakan RBSL adalah

- Pandang 5 perlakuan: A, B, C, D, E. Tempatkan perlakuan-perlakuan pada baris pertama secara acak, sebagai dasar pengacakan berikut.

B	D	C	A	E

- Dengan dasar baris satu, kolom satu (B) lakukan pengacakan kolom pertama.

B	D	C	A	E
E				
D				
C				
A				

- c. Pengacakan baris dua, dengan melakukan pengacakan perlakuan kecuali (E).

B	D	C	A	E
E	A	B	D	C
D				
C				
A				

- d. Pengacakan kolom dua dengan menempatkan perlakuan kecuali D dan A ke dalam baris dua secara acak.

B	D	C	A	E
E	A	B	D	C
D	E			
C	B			
A	C			

- e. Pengacakan dilakukan bergiliran antara baris dan kolom secara bebas sampai tabel terisi lengkap dengan dasar perlakuan yang telah terdapat pada baris atau kolom.

B	D	C	A	E
E	A	B	D	C
D	E	A	C	B
C	B	D	E	A
A	C	E	B	D

### 2.3. Model Linier Aditif Rancangan Bujur Sangkar Latin

RBSL memiliki tiga sumber keragaman yaitu baris, kolom dan perlakuan. Tiga sumber keragaman dijelaskan oleh model linier aditif sebagaimana persamaan (2.1) berikut: (Montgomery, 2013)

$$y_{ij(k)} = \mu + \alpha_i + \rho_j + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)}; \quad i, j, k = 1, 2, \dots, r \quad (2.1)$$

di mana,

$y_{ij(k)}$  : respons baris ke- $i$ , lajur ke- $j$  dan perlakuan ke- $k$

$\mu$  : nilai tengah umum

$\alpha_i$  : pengaruh baris ke- $i$

$\rho_j$  : pengaruh kolom ke- $j$

$\tau_{(k)}$  : pengaruh perlakuan ke- $k$

$\varepsilon_{ij(k)}$  : galat baris ke- $i$ , lajur ke- $j$  dan perlakuan ke- $k$ .

Galat tersebut memiliki asumsi menyebar secara normal bebas identik dengan rata-rata 0 dan ragam  $\sigma^2$ ,  $\varepsilon_{ij(k)} \sim NIID(0, \sigma^2)$

Pandang struktur data pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1. Struktur Data

Baris (i)	Kolom (j)					$Y_{i(.)}$
	1	2	3	...	r	
1	$Y_{11(2)}$	$Y_{12(5)}$	$Y_{13(1)}$	...	$Y_{1r(4)}$	$Y_{1(.)}$
2	$Y_{21(4)}$	$Y_{22(1)}$	$Y_{23(5)}$	...	$Y_{2r(3)}$	$Y_{2(.)}$
3	$Y_{31(5)}$	$Y_{31(2)}$	$Y_{31(3)}$	...	$Y_{3r(1)}$	$Y_{3(.)}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
r	$Y_{r1(3)}$	$Y_{r2(4)}$	$Y_{r3(2)}$	...	$Y_{rr(5)}$	$Y_{r(.)}$
$Y_{j(.)}$	$Y_{1(.)}$	$Y_{2(.)}$	$Y_{3(.)}$		$Y_{r(.)}$	$Y_{..(.)}$
Total Perlakuan:	1	2	3	4	5	
$Y_{..(k)}$	$Y_{..(1)}$	$Y_{..(2)}$	$Y_{..(3)}$	$Y_{..(4)}$	$Y_{..(5)}$	

Sumber: Yitnosumarto (1993)

## 2.4. Model Linier Umum Respons Percobaan Rancangan Bujur Sangkar Latin

Model linier aditif sebagaimana persamaan (2.1) dapat diuraikan ke dalam setiap respons seperti berikut:

Baris 1

$$y_{11(k)} = \mu + \alpha_1 + \rho_1 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{11(k)}$$

$$y_{12(k)} = \mu + \alpha_1 + \rho_2 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{12(k)}$$

$$y_{13(k)} = \mu + \alpha_1 + \rho_3 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{13(k)}$$

:

$$y_{1r(k)} = \mu + \alpha_1 + \rho_r + \tau_{(k)} + \varepsilon_{1r(k)}$$

Baris 2

$$y_{21(k)} = \mu + \alpha_2 + \rho_1 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{21(k)}$$

$$y_{22(k)} = \mu + \alpha_2 + \rho_2 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{22(k)}$$

$$y_{23(k)} = \mu + \alpha_2 + \rho_3 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{23(k)}$$

$$\begin{aligned}
 & \vdots \\
 y_{2r(k)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_r + \tau_{(k)} + \varepsilon_{2r(k)} \\
 &\text{Baris r} \\
 y_{r1(k)} &= \mu + \alpha_r + \rho_1 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{r1(k)} \\
 y_{r2(k)} &= \mu + \alpha_r + \rho_2 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{r2(k)} \\
 y_{r3(k)} &= \mu + \alpha_r + \rho_3 + \tau_{(k)} + \varepsilon_{r3(k)} \\
 &\vdots \\
 y_{rr(k)} &= \mu + \alpha_r + \rho_r + \tau_{(k)} + \varepsilon_{rr(k)}
 \end{aligned}$$

Model linier umum setiap respons dengan permisalan 5 baris, 5 kolom dan 5 perlakuan:

Baris 1

$$\begin{aligned}
 y_{11(1)} &= \mu + \alpha_1 + \rho_1 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{11(1)} \\
 y_{12(2)} &= \mu + \alpha_1 + \rho_2 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{12(2)} \\
 y_{13(3)} &= \mu + \alpha_1 + \rho_3 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{13(3)} \\
 y_{14(4)} &= \mu + \alpha_1 + \rho_4 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{14(4)} \\
 y_{15(5)} &= \mu + \alpha_1 + \rho_5 + \tau_{(5)} + \varepsilon_{15(5)}
 \end{aligned}$$

Baris 2

$$\begin{aligned}
 y_{21(2)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_1 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{21(2)} \\
 y_{22(3)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_2 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{22(3)} \\
 y_{23(4)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_3 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{23(4)} \\
 y_{24(5)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_4 + \tau_{(5)} + \varepsilon_{24(5)} \\
 y_{25(1)} &= \mu + \alpha_2 + \rho_5 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{25(1)}
 \end{aligned}$$

Baris 3

$$\begin{aligned}
 y_{31(3)} &= \mu + \alpha_3 + \rho_1 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{31(3)} \\
 y_{32(4)} &= \mu + \alpha_3 + \rho_2 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{32(4)} \\
 y_{33(5)} &= \mu + \alpha_3 + \rho_3 + \tau_{(5)} + \varepsilon_{33(5)} \\
 y_{34(1)} &= \mu + \alpha_3 + \rho_4 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{34(1)} \\
 y_{35(2)} &= \mu + \alpha_3 + \rho_5 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{35(2)}
 \end{aligned}$$

Baris 4

$$\begin{aligned}
 y_{41(4)} &= \mu + \alpha_4 + \rho_1 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{41(4)} \\
 y_{42(5)} &= \mu + \alpha_4 + \rho_2 + \tau_{(5)} + \varepsilon_{42(5)} \\
 y_{43(1)} &= \mu + \alpha_4 + \rho_3 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{43(1)} \\
 y_{44(2)} &= \mu + \alpha_4 + \rho_4 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{44(2)} \\
 y_{45(3)} &= \mu + \alpha_4 + \rho_5 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{45(3)}
 \end{aligned}$$

**Baris 5**

$$\begin{aligned}y_{51(5)} &= \mu + \alpha_5 + \rho_1 + \tau_{(5)} + \varepsilon_{51(5)} \\y_{52(1)} &= \mu + \alpha_5 + \rho_2 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{52(1)} \\y_{53(2)} &= \mu + \alpha_5 + \rho_3 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{53(2)} \\y_{54(3)} &= \mu + \alpha_5 + \rho_4 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{54(3)} \\y_{55(4)} &= \mu + \alpha_5 + \rho_5 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{55(4)}\end{aligned}\tag{2.2}$$

Model linier aditif sebagaimana persamaan (2.2) dapat ditulis secara lengkap menjadi model (2.3).



(2.3)

Himpunan model linier aditif sebagaimana persamaan (2.3) dapat ditulis menjadi model linier umum (2.4) (Kutner, 2005).

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.4)$$

di mana,

$\mathbf{Y}$  : vektor respons

$\mathbf{X}$  : matriks rancangan

$\boldsymbol{\beta}$  : vektor parameter

$\boldsymbol{\varepsilon}$  : vektor galat dilandasi asumsi  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim NIID(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0} \quad var(\boldsymbol{\varepsilon}) = diag [\sigma^2]$$

Asumsi galat menyebar normal, identik dan saling bebas mengakibatkan matriks  $var(\boldsymbol{\varepsilon})$  selain diagonal utama bernilai 0 (peragam 0).

Bila ditulis sebagai matriks, model linier umum sebagaimana persamaan (2.4) menjadi berikut ini:

$$\begin{bmatrix} y_{11(1)} \\ y_{12(2)} \\ y_{13(3)} \\ y_{14(4)} \\ y_{15(5)} \\ y_{21(2)} \\ y_{22(3)} \\ y_{23(4)} \\ y_{24(5)} \\ y_{25(1)} \\ y_{31(3)} \\ y_{32(4)} \\ y_{33(5)} \\ y_{34(1)} \\ y_{35(2)} \\ y_{41(4)} \\ y_{42(5)} \\ y_{43(1)} \\ y_{44(2)} \\ y_{45(3)} \\ y_{51(5)} \\ y_{52(4)} \\ y_{53(3)} \\ y_{54(2)} \\ y_{55(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \alpha_5 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \rho_4 & \rho_5 & \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_4 & \tau_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11(1)} \\ \varepsilon_{12(2)} \\ \varepsilon_{13(3)} \\ \varepsilon_{14(4)} \\ \varepsilon_{15(5)} \\ \varepsilon_{21(2)} \\ \varepsilon_{22(3)} \\ \varepsilon_{23(4)} \\ \varepsilon_{24(5)} \\ \varepsilon_{25(1)} \\ \varepsilon_{31(3)} \\ \varepsilon_{32(4)} \\ \varepsilon_{33(5)} \\ \varepsilon_{34(1)} \\ \varepsilon_{35(2)} \\ \varepsilon_{41(4)} \\ \varepsilon_{42(5)} \\ \varepsilon_{43(1)} \\ \varepsilon_{44(2)} \\ \varepsilon_{45(3)} \\ \varepsilon_{51(5)} \\ \varepsilon_{52(4)} \\ \varepsilon_{53(3)} \\ \varepsilon_{54(2)} \\ \varepsilon_{55(1)} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Y}$

$\mathbf{X}$

$\boldsymbol{\beta}$

$\boldsymbol{\varepsilon}$

Karena asumsi  $\varepsilon_{ij(k)} \sim NIID(0, \sigma^2)$ , maka  $E(\varepsilon) = 0$  dan  $var(\varepsilon) = \sigma^2$ . Hal ini menyebabkan model linier umum sebagaimana persamaan (2.4) dapat disederhanakan menjadi model linier umum (2.5).

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(X\beta) + E(\varepsilon) \\ Y &= X\hat{\beta} + 0 \\ Y &= X\hat{\beta} \end{aligned} \quad (2.5)$$

## 2.5. Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter menggunakan MKT. Metode tersebut bertujuan meminimumkan jumlah kuadrat galat dengan cara menurunkan secara parsial fungsi jumlah kuadrat galat terhadap parameter dan disamadengarkan 0 akan menghasilkan persamaan normal sebagaimana persamaan (2.6).

$$\begin{aligned} r^2\mu + r \sum_{i=1}^r \alpha_i + r \sum_{j=1}^r \rho_j + r \sum_{k=1}^r \tau_{(k)} &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ij(k)} \\ r\hat{\mu} + r\hat{\alpha}_i + \sum_{j=1}^r \hat{\rho}_j + \sum_{k=1}^r \hat{\tau}_{(k)} &= \sum_{j=1}^r Y_{ij(k)} \\ r\hat{\mu} + \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i + r\hat{\rho}_j + \sum_{k=1}^r \hat{\tau}_{(k)} &= \sum_{i=1}^r Y_{ij(k)} \\ r\hat{\mu} + \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i + \sum_{j=1}^r \hat{\rho}_j + r\hat{\tau}_{(k)} &= \sum_{k=1}^r Y_{ij(k)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Model linier aditif sebagaimana persamaan (2.1) berpangkat tidak penuh dapat disederhanakan menjadi model linier umum sebagaimana persamaan (2.7) yang berpangkat penuh, untuk memudahkan pendugaan parameter. Pendugaan menggunakan MKT karena model linier dalam parameter.

$$\begin{aligned} y_u &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{22} + \cdots + \beta_p x_{pu} + \varepsilon_u \\ y_u &= \beta_0 + \sum_{l=1}^p \beta_l X_{lu} + \varepsilon_u \end{aligned} \quad (2.7)$$

di mana,

$$\begin{aligned} p &= \text{banyaknya prediktor } (1 + 3r) \\ l &= 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

$$u = 1, 2, \dots, r^2$$

$$x_{lu} = \begin{cases} 1, & \text{jika respons menghasilkan } u \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Melalui proses meminimumkan jumlah kuadrat galat dan menyamadengangkan 0 didapatkan persamaan normal berikut:

$$\begin{aligned} p\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{l=1}^p x_{1u} + \hat{\beta}_2 \sum_{l=1}^p x_{2u} + \dots + \hat{\beta}_p \sum_{l=1}^p x_{lu} &= \sum_{u=1}^{r^2} y_u \\ \hat{\beta}_0 \sum_{l=1}^p x_{1u} + \hat{\beta}_1 \sum_{l=1}^p x_{1u}^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{l=1}^p x_{1u}x_{2u} + \dots + \hat{\beta}_p \sum_{l=1}^p x_{1u}x_{lu} &= \sum_{u=1}^{r^2} x_{1u}y_u \\ \hat{\beta}_0 \sum_{l=1}^p x_{2u} + \hat{\beta}_1 \sum_{l=1}^p x_{1u}x_{2u} + \hat{\beta}_2 \sum_{l=1}^p x_{2u}^2 + \dots + \hat{\beta}_p \sum_{l=1}^p x_{2u}x_{lu} &= \sum_{u=1}^{r^2} x_{2u}y_u \\ &\vdots \\ \hat{\beta}_0 \sum_{l=1}^p x_{lu} + \hat{\beta}_1 \sum_{l=1}^p x_{1u}x_{lu} + \hat{\beta}_2 \sum_{l=1}^p x_{2u}x_{lu} + \dots + \hat{\beta}_p \sum_{l=1}^p x_{lu}^2 &= \sum_{u=1}^{r^2} x_{pu}y_u \end{aligned}$$

Setiap ruas model linier umum sebagaimana persamaan (2.5) dikalikan dengan putaran matriks  $X$  akan menghasilkan model penduga beta pada persamaan (2.8).

$$\begin{aligned} (X'X)\hat{\beta} &= X'Y \\ \hat{\beta} &= (X'X)^{-1}X'Y \end{aligned} \tag{2.8}$$

di mana,

$$X'X = \left[ \begin{array}{c|ccccc} \mathbf{r}^2 & \mathbf{r}'_{1\times r} & \mathbf{r}'_{1\times r} & \cdots & \mathbf{r}'_{1\times r} \\ \mathbf{r}_{r\times 1} & r\mathbf{I}_r & \mathbf{J}_r & \cdots & \mathbf{J}_r \\ \mathbf{r}_{r\times 1} & \mathbf{J}_r & r\mathbf{I}_r & \cdots & \mathbf{J}_r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{r}_{r\times 1} & \mathbf{J}_r & \mathbf{J}_r & \cdots & r\mathbf{I}_r \end{array} \right] X'Y = \left[ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{i,j} \\ \sum_{i=1}^r Y_{1,(i)} \\ \sum_{i=1}^r Y_{2,(i)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^r Y_{i,(i)} \\ \sum_{j=1}^r Y_{1,(j)} \\ \sum_{j=1}^r Y_{2,(j)} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^r Y_{j,(j)} \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(1)} \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(2)} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(k)} \end{array} \right]$$

Matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  bersifat singular atau berpangkat tidak penuh, karena setiap baris dan kolom pertama terpaut linier dengan  $r$  baris,  $r$  kolom dan  $r$  perlakuan pada baris dan kolom lain, sehingga parameter  $\hat{\beta}$  tidak dapat diduga. Untuk mengatasi permasalahan ini dilakukan reparameterisasi atau memberi batas pada turunan parsial fungsi.

## 2.6. Reparameterisasi

Reparameterisasi merupakan metode pendekatan terhadap model berpangkat tidak penuh (Myers dan Milton, 1991), hasil dari penerapan metode reparameterisasi akan menghasilkan matriks rancangan yang bebas linier baris dan kolom. Agar bebas linier, model didefinisikan ulang dengan menggabungkan beberapa parameter menjadi satu, sehingga matriks rancangan baru akan berpangkat penuh. Model linier aditif sebagaimana persamaan (2.1) menghasilkan matriks rancangan seperti pada persamaan (2.4), matriks rancangan berpangkat tidak penuh atau terpaut linier. Maka dari itu matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  baru didasarkan pada pendefinisikan ulang parameter  $\mu$  sebagai:

$$\mu^* = \mu + \alpha_i$$

Model baru setelah reparameterisasi tersaji pada persamaan (2.9).

$$y_{ij(k)} = \mu^* + \rho_j + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)} \quad (2.9)$$

Reparameterisasi dilakukan dengan cara menghilangkan baris dan kolom pertama pada matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  dan menghilangkan baris perama vektor  $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$  yang terpaut linier terlihat pada matriks (2.10).

$$\begin{array}{c}
 X'X = \left[ \begin{array}{ccccc} r^2 & r'_{1 \times r} & r'_{1 \times r} & \cdots & r'_{1 \times r} \\ r_{r \times 1} & rI_r & J_r & \cdots & J_r \\ r_{r \times 1} & J_r & rI_r & \cdots & J_r \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{r \times 1} & J_r & J_r & \cdots & rI_r \end{array} \right] \\
 X'Y = \left[ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{i,j} \\ \sum_{i=1}^r Y_{1,i} \\ \sum_{i=1}^r Y_{2,i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^r Y_{i,i} \\ \sum_{j=1}^r Y_{1,j} \\ \sum_{j=1}^r Y_{2,j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^r Y_{j,j} \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(1)} \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(2)} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^r Y_{..(k)} \end{array} \right]
 \end{array} \quad (2.10)$$

Karena pada persamaan matriks (2.10) baris dan kolom pertama terpaut linier dengan  $r$  baris,  $r$  kolom dan  $r$  perlakuan, maka baris dan kolom pertama akan dihilangkan. Serta melakukan modifikasi dengan mengganti selain diagonal utama dengan angka 0. Ukuran matriks yang semula berordo  $(1 + 3r)$  akan menjadi matriks rancangan baru dengan ordo  $3r$  pada matriks (2.11)

$$X'X = \left[ \begin{array}{cccc} rI_r & \mathbf{0}_r & \cdots & \mathbf{0}_r \\ \mathbf{0}_r & rI_r & \cdots & \mathbf{0}_r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_r & \mathbf{0}_r & \cdots & rI_r \end{array} \right] \quad (2.11)$$

Karena telah melalui proses reparameterisasi, maka matriks (2.11) bersifat tidak singular, berpangkat penuh dan matriks kebalikan dari  $X'X$  ada. Rumus penduga beta setelah matriks  $X'X$  melalui proses reparameterisasi dan modifikasi adalah seperti berikut ini:

$$\hat{\beta}_{3r \times 1} = (r^{-1} I_{3r \times 3r}) X' Y_{3r \times 1}$$

Penduga parameter harus memenuhi batasan seperti di bawah ini:

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = \sum_{j=1}^r \rho_j = \sum_{k=1}^r \tau_{(k)} = 0$$

Untuk mendapatkan penduga setiap parameter, yaitu dengan menerapkan batasan pada persamaan (2.6). Penduga parameter dengan menerapkan batasan adalah:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} r^2\hat{\mu} \\ r\hat{\mu} + r\hat{\alpha}_i \\ r\hat{\mu} + r\hat{\rho}_j \\ r\hat{\mu} + r\hat{\tau}_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ij(k)} \\ \sum_{i=1}^r Y_{ij(k)} \\ \sum_{j=1}^r Y_{ij(k)} \\ \sum_{k=1}^r Y_{ij(k)} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} r^2\hat{\mu} \\ r\hat{\mu} + r\hat{\alpha}_i \\ r\hat{\mu} + r\hat{\rho}_j \\ r\hat{\mu} + r\hat{\tau}_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r^2\bar{Y}_{..(.)} \\ r\bar{Y}_{i.(.)} \\ r\bar{Y}_{j.(.)} \\ r\bar{Y}_{..(k)} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\alpha}_i \\ \hat{\rho}_j \\ \hat{\tau}_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{Y}_{...} \\ \bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{...} \\ \bar{Y}_{j...} - \bar{Y}_{...} \\ \bar{Y}_{..(k)} - \bar{Y}_{...} \end{bmatrix} = \hat{\beta}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

## 2.7. Asumsi Analisis Ragam

Terdapat tiga asumsi yang mendasari analisis ragam yaitu pengaruh perlakuan dan lingkungan bersifat aditif, galat perlakuan bersifat acak, bebas dan menyebar normal dengan rata-rata 0 dan ragam  $\sigma^2$  (Steel dan Torrie, 1960).

### 2.7.1. Aditivitas Pengaruh

Menurut Yitnosumarto (1993) non-aditivitas pengaruh disebabkan keberadaan pencilan dalam data dan akan mengakibatkan ragam bersifat heterogen. Dengan demikian diagram pencar  $e_{ij(k)}$  terhadap  $\hat{y}_{ij(k)}$  dapat digunakan untuk mendeteksi asumsi aditivitas pengaruh. Jika diagram pencar memiliki pola acak maka asumsi aditivitas terpenuhi.

### 2.7.2. Kenormalan Galat

Tidak terpenuhinya asumsi kenormalan galat menyebabkan nilai taraf nyata yang sebenarnya lebih besar dari yang diperkirakan. Jika hal tersebut terjadi maka mengakibatkan penolakan hipotesis nol, tetapi sebenarnya hipotesis nol tersebut benar (Steel dan Torrie, 1960).

Pengujian kenormalan galat dapat dilakukan dengan melihat hasil plot dari sisaan data, jika plot tersebut membentuk pola sebaran normal maka dapat disimpulkan asumsi kenormalan galat terpenuhi. Selain menggunakan plot juga dapat menggunakan pengujian hipotesis. Salah satu pengujian kenormalan galat adalah uji *liliefors* berdasarkan hipotesis:

$$H_0: \text{galat menyebar normal melawan}$$

$$H_1: \text{galat tidak menyebar normal}$$

Statistik uji:

$$L = \text{maks}|F(Z_u) - S(Z_u)|$$

di mana,

$F(Z_u)$  : probabilitas kumulatif normal

$S(Z_u)$  : probabilitas kumulatif empiris

$L$  : jarak maksimum antara probabilitas kumulatif normal  $Z_u$  dan probabilitas kumulatif empiris  $Z_u$

Karena statistik uji  $\leq L(\alpha)$ ,  $H_0$  diterima.

### 2.7.2. Kehomogenan Ragam Galat

Analisis ragam mengasumsikan ragam dari satu pengamatan ke pengamatan yang lain harus homogen dengan nilai mendekati  $\sigma^2$  (Yitnosumarto, 1993). Pengujian hipotesis yang dapat digunakan adalah uji *Bartlett*, dengan hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_r^2 = \sigma^2; \sigma_k^2 = \sigma^2 \text{ melawan}$$

$$H_1: \text{paling sedikit terdapat satu } k \text{ di mana } \sigma_k^2 \neq \sigma^2$$

Jika  $H_0$  benar statistik uji,

$$2.3026 \frac{Z}{c} \sim \chi_{\alpha, (r-1)}^2$$

di mana,

$$z = (r^2 - r) \log KTG - \sum_{k=1}^r (r-1) \log S_k^2$$

$$c = 1 + \frac{1}{3(r-1)} (\sum_{k=1}^r (r-1)^{-1} - (r^2 - r)^{-1})$$

$S_k^2$  : ragam perlakuan ke- $k$

Karena statistik uji  $\leq \chi_{\alpha, (r-1)}^2$ ,  $H_0$  diterima.

### 2.8. Analisis Ragam Rancangan Bujur Sangkar Latin

Dengan model linier umum juga dapat dibentuk tabel analisis ragam untuk setiap hipotesis. Analisis ragam merupakan suatu teknik

statistika untuk menguraikan keragaman total ke dalam komponen-komponen, sehingga dapat ditentukan nisbah dua buah komponen keragaman (Yitnosumarto, 1993). Model linier aditif rancangan bujur sangkar latin sebagaimana persamaan (2.1) keragaman total dapat diuraikan ke dalam 4 buah keragaman yaitu baris, kolom, perlakuan dan galat. Bila menggunakan model linier umum maka sumber keragaman total dapat diuraikan kedalam sumber keragaman model regresi penuh, hipotesis dan galat.

Setiap unsur pada model linier pada persamaan (2.1) diganti dengan penduga sebagaimana persamaan (2.13) akan menghasilkan bentuk hubungan.

$$Y_{ij(k)} = \bar{Y}_{...} + (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{..(k)} - \bar{Y}_{...}) + (Y_{ij(k)} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..(k)} + 2\bar{Y}_{...}) \quad (2.13)$$

Akan diperoleh jumlah kuadrat setiap sumber keragaman sebagaimana persamaan (2.14) dengan mengkuadratkan ruas kiri dan kanan model sebagaimana persamaan (2.13) kemudian menjumlahkan menurut  $i$  dan  $j$  (atau  $k$ ).

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ij(k)} - \bar{Y}_{...})^2 &= r \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{...})^2 + \\ &\quad r \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{..(k)} - \bar{Y}_{...})^2 + \\ &\quad \sum_{i,j=1}^r (Y_{ij(k)} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..(k)} + 2\bar{Y}_{...})^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} JK_{total} &= JK_{baris} + JK_{kolom} + JK_{perlakuan} + JK_{galat} \\ JK_{Regresi Model Penuh} &= JK_{baris} + JK_{kolom} + JK_{perlakuan} \end{aligned}$$

Bila persamaan (2.15) dalam bentuk matriks adalah

$$(Y'Y) - FK = [(Y'X)\hat{\beta}_\alpha - FK] + [(Y'X)\hat{\beta}_\rho - FK] + [(Y'X)\hat{\beta}_\tau FK] + JKG \quad (2.15)$$

di mana,

$$FK = (J'Y)^2 r^{-2}$$

$J'_{1 \times u}$  : vektor 1 (vektor yang hanya berisi angka 1)

$Y_{u \times 1}$  : vektor respons

$X_{u \times l}$  : matriks rancangan

$\hat{\beta}_\alpha$  : vektor penduga parameter (baris)

$\hat{\beta}_\rho$  : vektor penduga parameter (kolom)

$\hat{\beta}_\tau$  : vektor penduga parameter (perlakuan)

Jika  $H_0$  benar statistik uji,

$$\frac{KTR}{KTG} \sim F_{db1, dbgalat}$$

Pengujian tiga hipotesis terhadap parameter penyusun model jumlah kuadrat sebagaimana persamaan (2.15).

### 1. Hipotesis baris

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0; \quad \alpha_i = 0 \text{ melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \alpha_i \neq 0$$

Model akan menjadi

$$y_{ij(k)} = \mu^* + \rho_j + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)}$$

di mana,

$$\mu^* = \mu + \alpha_i$$

### 2. Hipotesis kolom

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_r = 0; \quad \rho_j = 0 \text{ melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } j \text{ di mana } \rho_j \neq 0$$

Model akan menjadi

$$y_{ij(k)} = \mu^* + \alpha_i + \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij(k)}$$

di mana,

$$\mu^* = \mu + \rho_j$$

### 3. Hipotesis perlakuan

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_r = 0; \quad \tau_k = 0 \text{ melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } k \text{ di mana } \tau_k \neq 0$$

Model akan menjadi

$$y_{ij(k)} = \mu^* + \alpha_i + \rho_j + \varepsilon_{ij(k)}$$

di mana,

$$\mu^* = \mu + \tau_{(k)}$$

(2.16)

Karena statistik uji  $> F_{\alpha(db1, dbgalat)}$ ,  $H_0$  ditolak

Untuk menguji setiap hipotesis pada persamaan (2.16) disusun tabel ANOVA yang disajikan pada Tabel 2.2 sampai dengan Tabel 2.5.

Tabel 2.2. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ )

SK	db	JK
Regresi Model Penuh	$3r - 3$	JKMRP
Model Tereduksi	$2r - 2$	JKK + JKP
Model Hipotesis	$(r - 1)$	JKB
Galat	$(r - 1)(r - 2)$	JKG
Total	$(r^2 - 1)$	JKT

Tabel 2.3. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ )

SK	db	JK
Regresi Model Penuh	$3r - 3$	JKMRP
Model Tereduksi	$2r - 2$	JKB + JKP
Model Hipotesis	$(r - 1)$	JKK
Galat	$(r - 1)(r - 2)$	JKG
Total	$(r^2 - 1)$	JKT

Tabel 2.4. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ )

SK	db	JK
Regresi Model Penuh	$3r - 3$	JKMRP
Model Tereduksi	$2r - 2$	JKB + JKK
Model Hipotesis	$(r - 1)$	JKP
Galat	$(r - 1)(r - 2)$	JKG
Total	$(r^2 - 1)$	JKT

Tabel 2.5. Analisis Ragam Lengkap

SK	db	JK
Model Regresi Penuh	$3r - 3$	JKMRP
Model Hipotesis Baris ( $\alpha$ )	$(r - 1)$	JKB
Model hipotesis Kolom ( $\rho$ )	$(r - 1)$	JKK
Model hipotesis Perlakuan ( $\tau$ )	$(r - 1)$	JKP
Galat	$(r - 1)(r - 2)$	JKG
Total	$(r^2 - 1)$	JKT

## 2.9. Rusa Timor

Rusa Timor (Gambar 2.1) termasuk satwa ruminansia dari bangsa *artiodactyla*, suku *cervidae*. Di Indonesia, rusa Timor tersebar di daerah Kalimantan dan Sumatera serta merupakan satwa yang dilindungi undang-undang karena termasuk spesies yang hampir

punah. Menurut Schroder (1976), rusa memiliki ciri-ciri rambut berwarna coklat kemerahan dengan bagian bawah perut dan ekor berwarna coklat, memiliki ukuran tubuh kecil, tungkai pendek, ekor panjang, dahi cekung dan gigi seri relatif besar. Rusa jantan memiliki ranggah relatif besar, ramping, panjang dan bercabang. Rusa Timor yang hidup secara bebas aktif pada malam hari untuk mencari makan sedangkan rusa Timor yang ditangkarkan cenderung lebih banyak menggunakan waktunya untuk beristirahat (Semiadi, 2006).



Gambar 2.1. Rusa Timor

### 2.9.1. Pakan Rusa Timor

Pakan rusa Timor yang berada di penangkaran khusus di Darmaga Bogor adalah rumput gajah, kalianda dan berbagai jenis tumbuhan lain. Dalam penelitian Febria, pakan rusa Timor ditambahkan dengan tanaman pasak bumi. Bagian pasak bumi yang digunakan untuk pakan ternak adalah batang dan akar (Gambar 2.2). Pasak bumi merupakan salah satu tumbuhan herbal yang digunakan sebagai perangsang. Sukimin (2008) menyatakan bahwa pasak bumi memiliki senyawa yang dapat melancarkan peredaran darah pada sistem saraf pusat dan dapat meningkatkan sirkulasi darah pada alat kelamin rusa jantan. Dosis pasak bumi yang terlalu tinggi akan mengakibatkan gangguan hati dan merusak sistem kerja ginjal (Pusat Medis, 2008).



Gambar 2.2. Tanaman Pasak Bumi

## 2.9.2. Perilaku Seksual Rusa Timor Jantan

Perilaku seksual rusa Timor dalam penelitian ini meliputi frekuensi nyengir dan menggosok-gosok ranggah.

1. Perilaku nyengir (*flehmen*) adalah mengangkat kepala tinggi-tinggi dengan bibir atas sedikit membuka atau bibir atas terlihat dikerutkan. Perilaku ini merupakan bentuk menarik perhatian rusa jantan terhadap rusa betina. Peubah yang diamati berupa frekuensi nyengir rusa Timor.
2. Tempat menggosok-gosokkan ranggah (*rutting*) rusa Timor biasanya dilakukan di dinding kandang atau pintu kandang. Perilaku ini bertujuan untuk lebih memperkuat ranggah agar pada saat pertarungan memperebutkan rusa betina rusa jantan bisa menang. Data berupa frekuensi menggosok-menggosok ranggah rusa Timor.





## BAB III

### METODE PENELITIAN

#### 3.1. Sumber Data

Penelitian ini menggunakan dua data skunder bersumber pada skripsi yang berjudul “Efek Pasak Bumi Terhadap Perilaku Rusa Timor Jantan di Penangkaran Hutan Penelitian Dramaga Bogor” (Febria, 2012). Data 1 dan 2 berturut-turut merupakan perilaku seksual rusa Timor meliputi rata-rata frekuensi nyengir selama 5 hari dan rata-rata frekuensi mengosok-gosok ranggah selama 5 hari. Respons berasal dari empat perlakuan dengan sumber keragaman baris (periode), kolom (4 ekor rusa Timor) yang memiliki ranggah baru lepas. Setiap periode terdiri dari 10 hari yang dibagi menjadi 5 hari masa pendahuluan 5 hari masa pencatatan frekuensi. Analisis data pada penelitian ini menggunakan *software* Minitab dan SPSS. Data disajikan pada Lampiran 1.

Empat perlakuan adalah:

$$\tau_{ij(1)} \begin{cases} 1, & \text{jika pakan tanpa tambahan pasak bumi} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$
$$\tau_{ij(2)} \begin{cases} 1, & \text{jika pakan ditambahkan pasak bumi dengan dosis 3.00 mg} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$
$$\tau_{ij(3)} \begin{cases} 1, & \text{jika pakan ditambahkan pasak bumi dengan dosis 5.00 mg} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

#### 3.2. Metode Analisis

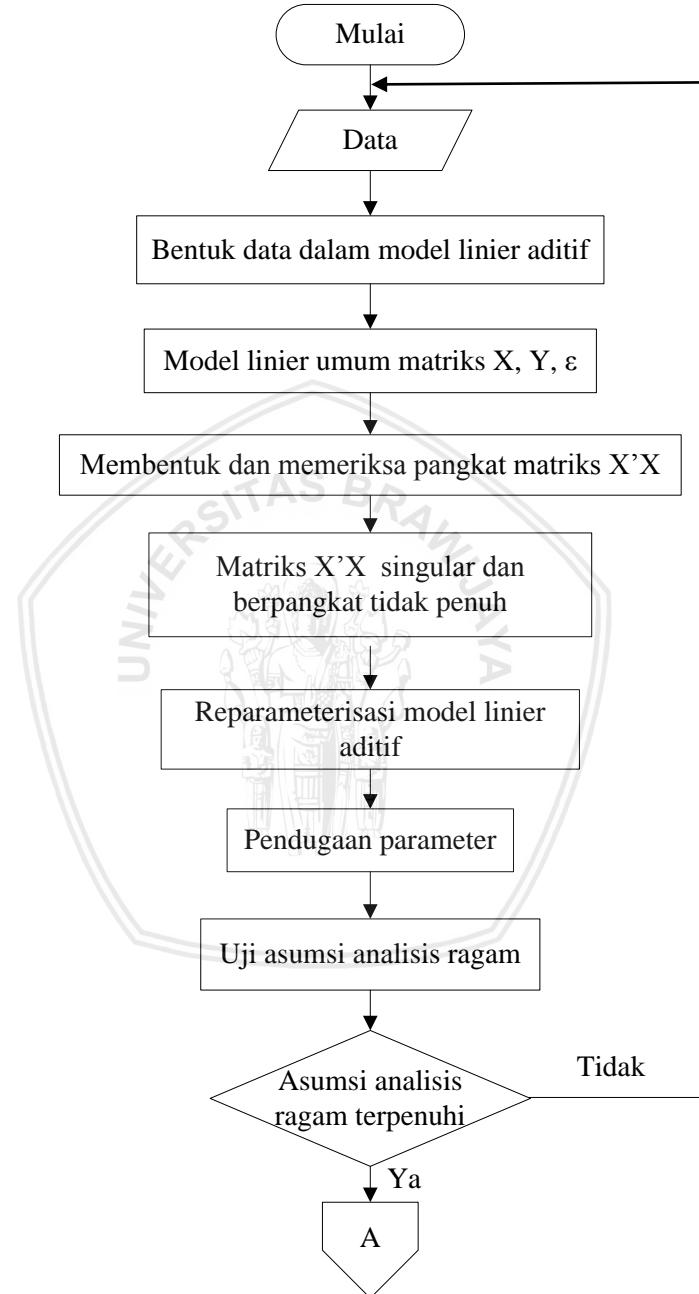
Prosedur analisis data:

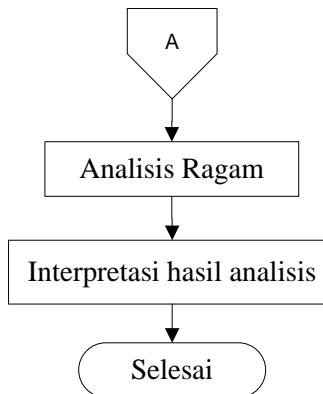
1. Membentuk model linier aditif sebagaimana persamaan (2.1) untuk data.
2. Membuat matriks  $Y$ ,  $X$ ,  $\epsilon$  untuk menyusun model linier umum sebagaimana persamaan (2.6).
3. Membentuk  $X'X$  dan  $X'Y$  seperti pada bentuk matriks (2.10) dan memeriksa apakah  $X'X$  dan  $X'Y$  bersifat singular dan tidak berpangkat penuh.
4. Reparameterisasi model linier aditif sebagaimana persamaan (2.11).
5. Menduga parameter menggunakan rumus pada persamaan (2.8).
6. Menguji asumsi analisis ragam seperti pada subbab 2.7.

7. Menghitung jumlah kuadrat untuk setiap sumber keragaman menggunakan rumus sebagaimana persamaan (2.15).
8. Menyusun tabel analisis ragam seperti pada Tabel 2.2 - 2.5.
9. Menguji pengaruh setiap parameter dengan uji F sebagaimana subbab 2.8 .
10. Interpretasi hasil analisis.



### 3.3. Diagram Alir Prosedur Analisis Data





Gambar 3.1. Diagram Alir Prosedur Analisis Data

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### **4.1. Model Linier Aditif Setiap Respons**

Model linier aditif sebagaimana persamaan (4.1) untuk Data 1.

Baris 1

$$8.2 = \mu + \alpha_1 + \rho_1 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{11(4)}$$

$$1.2 = \mu + \alpha_1 + \rho_2 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{12(1)}$$

$$15.1 = \mu + \alpha_1 + \rho_3 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{13(3)}$$

$$5.7 = \mu + \alpha_1 + \rho_4 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{14(2)}$$

Baris 2

$$21.6 = \mu + \alpha_2 + \rho_1 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{21(2)}$$

$$0.5 = \mu + \alpha_2 + \rho_2 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{22(4)}$$

$$21.1 = \mu + \alpha_2 + \rho_3 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{23(1)}$$

$$10 = \mu + \alpha_2 + \rho_4 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{24(3)}$$

Baris 3

$$15.6 = \mu + \alpha_3 + \rho_1 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{31(1)}$$

$$0.8 = \mu + \alpha_3 + \rho_2 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{32(3)}$$

$$21.5 = \mu + \alpha_3 + \rho_3 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{33(2)}$$

$$1.9 = \mu + \alpha_3 + \rho_4 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{34(4)}$$

Baris 4

$$27.1 = \mu + \alpha_4 + \rho_1 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{41(3)}$$

$$3.7 = \mu + \alpha_4 + \rho_2 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{42(2)}$$

$$27.9 = \mu + \alpha_4 + \rho_3 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{43(4)}$$

$$6.8 = \mu + \alpha_4 + \rho_4 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{44(1)}$$

(4.1)

Data 2 akan menghasilkan model linier aditif (4.2)

Baris 1

$$7.4 = \mu + \alpha_1 + \rho_1 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{11(4)}$$

$$0.6 = \mu + \alpha_1 + \rho_2 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{12(1)}$$

$$48.8 = \mu + \alpha_1 + \rho_3 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{13(3)}$$

$$15.3 = \mu + \alpha_1 + \rho_4 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{14(2)}$$

Baris 2

$$23.7 = \mu + \alpha_2 + \rho_1 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{21(2)}$$

$$30.1 = \mu + \alpha_2 + \rho_2 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{22(4)}$$

$$51.73 = \mu + \alpha_2 + \rho_3 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{23(1)}$$

$$\begin{aligned}
 5 &= \mu + \alpha_2 + \rho_4 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{24(3)} \\
 &\quad \text{Baris 3} \\
 47.8 &= \mu + \alpha_3 + \rho_1 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{31(1)} \\
 1.5 &= \mu + \alpha_3 + \rho_2 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{32(3)} \\
 65.4 &= \mu + \alpha_3 + \rho_3 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{33(2)} \\
 4.3 &= \mu + \alpha_3 + \rho_4 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{34(4)} \\
 &\quad \text{Baris 4} \\
 62.2 &= \mu + \alpha_4 + \rho_1 + \tau_{(3)} + \varepsilon_{41(3)} \\
 20.5 &= \mu + \alpha_4 + \rho_2 + \tau_{(2)} + \varepsilon_{42(2)} \\
 83.7 &= \mu + \alpha_4 + \rho_3 + \tau_{(4)} + \varepsilon_{43(4)} \\
 3.8 &= \mu + \alpha_4 + \rho_4 + \tau_{(1)} + \varepsilon_{44(1)}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

## 4.2. Model Linier Umum

Himpunan model (4.1) dan (4.2) dalam bentuk model linier  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  tersaji pada persamaan matriks (4.3) dan (4.4).

$$\left[ \begin{array}{c} 8.2 \\ 1.2 \\ 15.1 \\ 5.7 \\ 21.6 \\ 0.5 \\ 21.1 \\ 10 \\ 15.6 \\ 0.8 \\ 21.5 \\ 1.9 \\ 27.1 \\ 3.7 \\ 27.9 \\ 6.8 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccccccccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \mu \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \varepsilon_{11(4)} \\ \varepsilon_{12(1)} \\ \varepsilon_{13(3)} \\ \varepsilon_{14(2)} \\ \varepsilon_{21(2)} \\ \varepsilon_{22(4)} \\ \varepsilon_{23(1)} \\ \varepsilon_{24(3)} \\ \varepsilon_{31(1)} \\ \varepsilon_{32(3)} \\ \varepsilon_{33(2)} \\ \varepsilon_{34(4)} \\ \varepsilon_{41(3)} \\ \varepsilon_{42(2)} \\ \varepsilon_{43(4)} \\ \varepsilon_{44(1)} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \varepsilon_{11(4)} \\ \varepsilon_{12(1)} \\ \varepsilon_{13(3)} \\ \varepsilon_{14(2)} \\ \varepsilon_{21(2)} \\ \varepsilon_{22(4)} \\ \varepsilon_{23(1)} \\ \varepsilon_{24(3)} \\ \varepsilon_{31(1)} \\ \varepsilon_{32(3)} \\ \varepsilon_{33(2)} \\ \varepsilon_{34(4)} \\ \varepsilon_{41(3)} \\ \varepsilon_{42(2)} \\ \varepsilon_{43(4)} \\ \varepsilon_{44(1)} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{Y}_{16 \times 1} \quad \mathbf{X}_{16 \times 13} \quad \boldsymbol{\beta}_{13 \times 1} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{16 \times 1} \tag{4.3}$$

$$\begin{bmatrix} 7.4 \\ 0.6 \\ 48.8 \\ 15.3 \\ 23.7 \\ 30.1 \\ 51.73 \\ 5 \\ 47.8 \\ 1.5 \\ 65.4 \\ 4.3 \\ 62.2 \\ 20.5 \\ 83.7 \\ 3.8 \end{bmatrix} = 
 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} + 
 \begin{bmatrix} \varepsilon_{11(4)} \\ \varepsilon_{12(1)} \\ \varepsilon_{13(3)} \\ \varepsilon_{14(2)} \\ \varepsilon_{21(2)} \\ \varepsilon_{22(4)} \\ \varepsilon_{23(1)} \\ \varepsilon_{24(3)} \\ \varepsilon_{31(1)} \\ \varepsilon_{32(3)} \\ \varepsilon_{33(2)} \\ \varepsilon_{34(4)} \\ \varepsilon_{41(3)} \\ \varepsilon_{42(2)} \\ \varepsilon_{43(4)} \\ \varepsilon_{44(1)} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{Y}_{16 \times 1}$        $\mathbf{X}_{16 \times 13}$        $\boldsymbol{\beta}_{13 \times 1}$        $\boldsymbol{\varepsilon}_{16 \times 1}$   
(4.4)

### 4.3. Membentuk dan Memeriksa Matriks $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ dan $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$

Dari model linier umum didapatkan matriks rancangan ( $\mathbf{X}$ ). Putaran matriks  $\mathbf{X}$  dikalikan dengan matriks  $\mathbf{X}$  dan vektor  $\mathbf{Y}$  akan membentuk matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  dan vektor  $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$  seperti pada (4.5). Matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  yang dihasilkan dari kedua data sama karena berasal dari model yang sama, sehingga hanya satu kali melakukan reparameterisasi dan menghitung perkalian matriks  $\mathbf{X}$  dengan putaran matriks  $\mathbf{X}$ .

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = 
 \begin{array}{|c|cccc|ccccc|ccccc|} \hline
 16 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline
 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ \hline
 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 X'Y_1 &= \begin{vmatrix} 188.7 \\ 30.2 \\ 53.2 \\ 39.8 \\ 65.5 \\ 72.5 \\ 6.2 \\ 85.6 \\ 24.4 \\ 44.7 \\ 52.5 \\ 53 \\ 38.5 \end{vmatrix} \\
 X'Y_2 &= \begin{vmatrix} 471.83 \\ 72.1 \\ 110.53 \\ 119 \\ 170.2 \\ 141.1 \\ 52.7 \\ 249.63 \\ 28.4 \\ 103.93 \\ 124.9 \\ 117.5 \\ 125.5 \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Matriks (4.5) bersifat singular dan berpangkat tidak penuh karena kolom pertama terpaut linier dengan 4 kolom yang menerangkan kolom, 4 kolom menerangkan baris, 4 kolom menerangkan perlakuan dan baris pertama terpaut linier dengan 4 baris yang menerangkan kolom, 4 baris menerangkan baris, 4 baris menerangkan perlakuan. Karena keterpautan linier sehingga kebalikan dari matriks  $X'X$  tidak dapat dihitung dan rumus  $\hat{\beta}$  tidak dapat diterapkan maka perlu dilakukan reparameterisasi.

#### 4.4. Reparameterisasi

Untuk mengatasi masalah keterpautan linier, maka perlu dilakukan reparameterisasi dengan menghilangkan baris pertama kolom pertama yang terpaut linier dan melakukan modifikasi.

$$X'X = \begin{array}{|c|cccc|cccc|cccc|} \hline & 16 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ \hline & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{array}$$

Setelah reparameterisasi dan modifikasi dengan mengganti selain diagonal utama dengan angka 0 matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  adalah:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

Karena matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  telah direparametrisasi dan modifikasi maka matriks telah bersifat tidak singular dan berpangkat penuh. Matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  yang semula berordo 13 berkurang menjadi 12. Lampiran 3 menyajikan matriks  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ . Karena matriks  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  dapat dihitung maka  $\boldsymbol{\beta}$  dapat diduga.

#### 4.5. Pendugaan Parameter

Penerapan MKT akan menghasilkan penduga parameter yang disajikan pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2.

Tabel 4.1. Hasil Pendugaan Parameter Model Data 1

Parameter	Penduga	Batasan
$\alpha_1$	-4.244	$\sum_{i=1}^4 \alpha_i = 0$
$\alpha_2$	1.506	
$\alpha_3$	-1.844	
$\alpha_4$	4.581	
$\rho_1$	6.331	$\sum_{j=1}^4 \rho_j = 0$
$\rho_2$	-10.244	
$\rho_3$	9.606	
$\rho_4$	-5.694	

Tabel 4.1. Lanjutan

Parameter	Penduga	Batasan
$\tau_1$	-0.619	$\sum_{k=1}^4 \tau_k = 0$
$\tau_2$	1.331	
$\tau_3$	1.456	
$\tau_4$	-2.169	

Tabel 4.2. Hasil Pendugaan Parameter Model Data 2

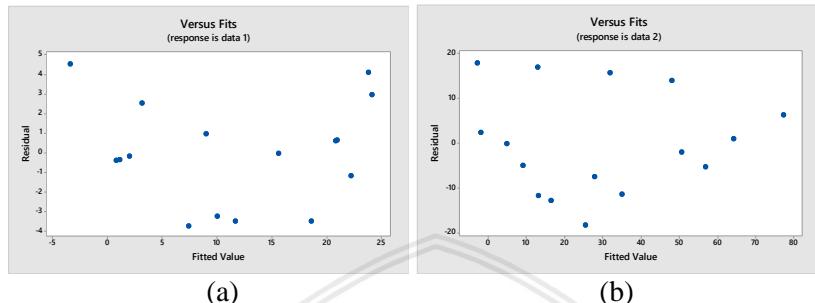
Parameter	Penduga	Batasan
$\alpha_1$	-11.464	$\sum_{i=1}^4 \alpha_i = 0$
$\alpha_2$	-1.857	
$\alpha_3$	0.261	
$\alpha_4$	13.061	
$\rho_1$	5.786	$\sum_{j=1}^4 \rho_j = 0$
$\rho_2$	-16.314	
$\rho_3$	32.918	
$\rho_4$	-22.389	
$\tau_1$	-3.507	$\sum_{k=1}^4 \tau_k = 0$
$\tau_2$	1.736	
$\tau_3$	-0.114	
$\tau_4$	1.886	

Terlihat pada Tabel 4.1 dan 4.2 bahwa  $\sum_{i=1}^r \alpha_i = \sum_{j=1}^r \rho_j = \sum_{k=1}^r \tau_{(k)} = 0$ , hal ini membuktikan bahwa nilai penduga parameter sudah benar.

## 4.6. Uji Asumsi

### 4.4.1. Aditivitas Pengaruh

Aditivitas pengaruh dapat diketahui melalui diagram pencar antara  $e_{ij(k)}$  terhadap  $\hat{y}_{ij(k)}$  seperti tampak pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1. Diagram Pencar Data 1 (a) dan Data 2 (b)

Terlihat pada Gambar 4.1 bahwa diagram pencar memiliki pola acak. Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh perlakuan (dosis pasak bumi) dan lingkungan (kandang) bersifat aditif. Rata-rata frekuensi nyengir adalah hasil penjumlahan pengaruh dosis pasak bumi dengan lingkungan kandang. Rata-rata frekuensi menggosok ranggah adalah hasil penjumlahan pengaruh dosis pasak bumi dengan lingkungan kandang.

### 4.4.2. Kenormalan Galat

Asumsi kenormalan galat diuji dengan uji *Liliefors* berdasarkan hipotesis di bawah ini:

$$H_0: \text{galat menyebabkan normal} \quad \text{melawan}$$

$$H_1: \text{galat tidak menyebabkan normal}$$

Hasil pengujian kenormalan galat Data 1 dan 2 disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4.3. Hasil Pengujian Kenormalan Galat

Data	Statistik <i>Liliefors</i>	Nilai-p	Keputusan
Data 1	0.167	0.200	Terima $H_0$
Data 2	0.164	0.200	Terima $H_0$

Karena penerimaan  $H_0$ , maka galat kedua data diasumsikan menyebar secara normal.

#### 4.4.3. Kehomogenan Ragam Galat

Pengujian asumsi kehomogenan ragam galat dilakukan dengan uji *Bartlett*, terhadap hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_r^2 = \sigma^2; \quad \sigma_k^2 = \sigma^2 \quad \text{melawan}$$

$$H_1: \text{paling sedikit terdapat satu } k \text{ di mana } \sigma_k^2 \neq \sigma^2$$

Pengujian kehomogenan ragam galat Data 1 dan 2 disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4.4. Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Galat

Data	Statistik <i>Bartlett</i>	Nilai-p	Keputusan
Data 1	0.37	0.946	Terima $H_0$
Data 2	0.60	0.897	Terima $H_0$

Tabel 4.4 menunjukkan penerimaan  $H_0$ . Ragam galat Data 1 dan 2 bersifat homogen.

#### 4.7. Analisis Ragam

Perhitungan jumlah kuadrat dilakukan secara manual menggunakan rumus pendekatan model linier umum. Hasil perhitungan tersebut disajikan pada Tabel 4.5-4.12 , untuk menguji hipotesis-hipotesis berikut:

##### 1. Hipotesis Baris

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0; \quad \alpha_i = 0 \quad \text{melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \alpha_i \neq 0$$

##### 2. Hipotesis Kolom

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_r = 0; \quad \rho_j = 0 \quad \text{melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } j \text{ di mana } \rho_j \neq 0$$

##### 3. Hipotesis Perlakuan

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_r = 0; \quad \tau_k = 0 \quad \text{melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } k \text{ di mana } \tau_k \neq 0$$

Tabel 4.5. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ ) Data 1

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	1293.45		
Model Tereduksi	6	1114.79	10.63	4.28
Model Hipotesis	3	178.66	3.41	4.76
Galat	6	104.88		
Total	15	1398.33		

- Tabel 4.5 menunjukkan nilai statistik uji F model tereduksi > nilai tabel F maka  $H_0$  ditolak. Jika respons 4 rusa Timor dan respons pemberian dosis pasak bumi berbeda dijumlahkan akan memberikan pengaruh rata-rata frekuensi nyengir pada setiap rusa Timor.
- Sumber keragaman model hipotesis baris menghasilkan statistik uji F < nilai tabel F maka  $H_0$  diterima, maka periode memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir rusa Timor.

Tabel 4.6. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ ) Data 1

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	1293.45		
Model Tereduksi	6	214.58	2.05	4.28
Model Hipotesis	3	1078.87	20.57	4.76
Galat	6	104.88		
Total	15	1398.33		

- Terlihat pada Tabel 4.6 nilai statistik F model tereduksi < nilai tabel F maka  $H_0$  diterima. Respons periode dan respons pemberian dosis pasak bumi berbeda jika dijumlahkan akan memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir rusa Timor.
- Nilai statistik F model hipotesis kolom > nilai tabel F maka  $H_0$  ditolak, artinya 4 rusa Timor memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir rusa Timor.

Tabel 4.7. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ ) Data 1

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	1293.45		
Model Tereduksi	6	1257.53	11.99	4.28
Model Hipotesis	3	35.92	0.68	4.76
Galat	6	104.88		
Total	15	1398.33		

- Terlihat pada Tabel 4.7 nilai statistik F model tereduksi > nilai tabel F maka  $H_0$  ditolak. Respons periode dan respons 4 rusa timor jika dijumlahkan akan memberikan pengaruh rata-rata frekuensi nyengir pada setiap rusa Timor.
- Sedangkan sumber keragaman model hipotesis menghasilkan statistik F < nilai tabel F maka  $H_0$  diterima, maka pemberian dosis pasak bumi berbeda memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir rusa Timor.

Tabel 4.8. Analisis Ragam Lengkap Data 1

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Model Regresi Penuh	9	1293.45	8.22	4.09
Model Hipotesis Baris ( $\alpha$ )	3	178.66	3.41	4.76
Model hipotesis Kolom ( $\rho$ )	3	1078.87	20.57	4.76
Model hipotesis Perlakuan ( $\tau$ )	3	35.92	0.68	4.76
Galat	6	104.88		
Total	15	1398.33		

Terlihat pada Tabel 4.8, nilai statistik uji model regresi penuh > nilai tabel F menghasilkan penolakan  $H_0$  jika respons periode hari, 4 rusa Timor dan dosis pasak bumi berbeda dijumlahkan akan memberikan pengaruh terhadap rata-rata frekuensi nyengir setiap rusa Timor.

Tabel 4.9. Analisis Ragam Baris ( $\alpha$ ) Data 2

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	11272.71		
Model Tereduksi	6	10050.60	5.07	4.28
Model Hipotesis	3	1222.11	1.23	4.76
Galat	6	1981.62		
Total	15	10817.33		

- Tabel 4.9 memperlihatkan nilai statistik F model tereduksi > nilai tabel F maka  $H_0$  ditolak, respons 4 rusa timor dan respons pemberian dosis pakan berbeda dijumlaskan akan memberikan pengaruh terhadap rata-rata frekuensi menggosok ranggah setiap rusa Timor.
- Nilai statistik F model hipotesis baris < nilai tabel F memberikan keputusan  $H_0$  diterima, maka periode memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi menggosok ranggah.

Tabel 4.10. Analisis Ragam Kolom ( $\rho$ ) Data 2

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	11272.71		
Model Tereduksi	6	3734.63	1.89	4.28
Model Hipotesis	3	7538.08	7.61	4.76
Galat	6	1981.62		
Total	15	10817.33		

- Terlihat pada Tabel 4.10, nilai statistik F model tereduksi < nilai tabel F menghasilkan penerimaan  $H_0$ . Respons periode dan respons dosis pasak bumi berbeda dijumlaskan memberikan pengaruh yang sama terhadap rata-rata frekuensi menggosok ranggah.
- Sedangkan nilai satistik F model hipotesis kolom > nilai tabel F memberikan keputusan penolakan  $H_0$ , maka 4 rusa timor memberikan pengaruh terhadap rata-rata frekuensi menggosok ranggah setiap rusa Timor.

Tabel 4.11. Analisis Ragam Perlakuan ( $\tau$ ) Data 2

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Regresi Model Penuh	9	11272.71		
Model Tereduksi	6	11197.19	5.65	4.28
Model Hipotesis	3	75.52	0.08	4.76
Galat	6	1981.62		
Total	15	10817.33		

- Terlihat pada Tabel 2.11, nilai statistik F model tereduksi > nilai tabel F maka  $H_0$  ditolak, respons periode dan respons 4 rusa timor dijumlahkan akan memebrikan pengaruh terhadap rata-rata frekuensi menggosok rangkah setiap rusa Timor.
- Nilai statistik F model hipotesis perlakuan < nilai tabel F maka  $H_0$  diterima, maka konsentrasi pasak bumi beda akan menghasilkan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi menggosok rangkah.

Tabel 4.12. Analisis Ragam Data 2

SK	db	JK	Statistik uji F	$F_{\alpha(db1,dbg)}$
Model Regresi Penuh	9	11272.71	3.79	4.09
Model Hipotesis Baris ( $\alpha$ )	3	1222.11	1.23	4.76
Model hipotesis Kolom ( $\rho$ )	3	7538.08	7.61	4.76
Model hipotesis Perlakuan ( $\tau$ )	3	75.52	0.08	4.76
Galat	6	1981.62		
Total	15	10818.33		

Tabel 4.12 memperlihatkan nilai statistik uji model regresi penuh > nilai tabel F menghasilkan penolakan  $H_0$ . Jika respons periode hari, 4 rusa Timor dan dosis pasak bumi berbeda dijumlahkan akan menghasilkan pengaruh terhadap rata-rata frekuensi menggosok rangkah setiap rusa Timor.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis pada rancangan bujur sangkar latin dengan pendekatan model linier umum dapat disimpulkan beberapa hal seperti berikut:

1. Metode untuk mengatasi matriks rancangan model linier umum yang singular pada analisis ragam rancangan bujur sangkar latin dapat menggunakan reparameterisasi.
2. Hasil analisis ragam menunjukkan pemberian dosis pasak bumi berbeda akan memberikan pengaruh yang sama terhadap rata-rata frekuensi nyengir.
3. Hasil analisis ragam dengan respons menggosok ranggah menunjukkan pemberian dosis pasak bumi berbeda akan memberikan pengaruh sama terhadap rata-rata frekuensi menggosok ranggah.

#### 5.2. Saran

Dari kesimpulan dapat disarankan beberapa hal berikut:

1. Hasil analisis ragam menunjukkan pemberian dosis pasak bumi berbeda tidak berpengaruh terhadap setiap respons, dikarenakan jarak antar dosis terlalu sempit. Oleh karena itu, disarankan pada peneliti lain untuk memperlebar jarak antar dosis pasak bumi.
2. Disarankan pada peneliti lain untuk mengkaji pendekatan model linier umum dengan menggunakan metode Matriks Kebalikan Umum (MKU) pada rancangan bujur sangkar latin.
3. Disarankan pada peneliti lain apabila ingin melakukan analisis ragam agar menggunakan rumus defisi karena lebih mudah proses perhitungan jumlah kuadrat dibanding menggunakan pendekatan model linier umum.

## DAFTAR PUSTAKA

- Cox, D.R. 2000. *The Theory of the Design of Experiments*. Chapman and Hall. New York.
- Febria, R. 2012. *Efek Pasak Bumi Terhadap Perilaku Rusa Timor Jantan di Penangkaran Hutan Penelitian Dramaga Bogor*. Fakultas Kehutanan. Institut Pertanian Bogor. Bogor.
- Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J. dan Neter, J. 2005. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-HillCompanies, Inc. New York.
- Montgomery, D.C 2013. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, Inc.
- Myers, R.H. dan Milton, J.S. 1991. *A First Course in the Theory of Linear Statistical Models*. PWS-KENT Publishing Company. Boston.
- Pusat Medis. 2008. *Manfaat dan Efek Samping Pasak Bumi*. [www.google.com](http://www.google.com). [10 April 2018].
- Schoder T.O. 1976. *Deer In Indonesia*. Nature Conservation Department. Wageningenda Geofisika. Jakarta.
- Semiadi, G. 2006. *Biologi Rusa Tropis*. Puslit Biologi LIPI. Bogor.
- Sukimin. 2008. *Kandungan Senyawa Pasak Bumi*. <http://www.google.com>. [10 April 2018].
- Steel, R.G. dan Torrie, J.H. 1960. *Principles and Procedures of Statistics*. McGraw-HillCompanies, Inc. New York.
- Yitnosumarto, S. 1993. *Percobaan Rancangan, Analisis, dan Interpretasi*. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.