MODEL EOQ UNTUK BARANG YANG MENGALAMI KERUSAKAN DENGAN TINGKAT PERMINTAAN KUADRATIK, LINEAR, DAN KONSTAN

SKRIPSI

oleh :
MUKHAMMAD AKBAR FARIZQI
105090400111020

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2016

MODEL EOQ UNTUK BARANG YANG MENGALAMI KERUSAKAN DENGAN TINGKAT PERMINTAAN KUADRATIK, LINEAR, DAN KONSTAN

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh :

MUKHAMMAD AKBAR FARIZQI
105090400111020

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2016

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

MODEL EOQ UNTUK BARANG YANG MENGALAMI KERUSAKAN DENGAN TINGKAT PERMINTAAN KUADRATIK, LINEAR, DAN KONSTAN

oleh:

MUKHAMMAD AKBAR FARIZQI
105090400111020

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 21 Januari 2016 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Dosen Pembimbing

Kwardiniya Andawaningtyas, S.Si.,M.Si
NIP. 197006221998022001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy W., S.Si.,M.Si.,Ph.D
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**: Mukhammad Akbar Farizqi**
NIM	**: 105090400111020**
Jurusan	**: Matematika**
Penulis skripsi berjudul	**: Model EOQ untuk Barang yang Mengalami Kerusakan dengan Tingkat Permintaan Kuadratik, Linear, dan Konstan**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Skripsi ini adalah hasil pemikiran saya, bukan hasil plagiat dari tulisan orang lain. Rujukan-rujukan yang tercantum pada daftar pustaka hanya digunakan sebagai acuan dan referensi.**
2. **Apabila suatu saat nanti diketahui bahwa isi skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang, 21 Januari 2016
Yang menyatakan,

Mukhammad Akbar Farizqi
NIM. 105090400111020

MODEL EOQ UNTUK BARANG YANG MENGALAMI KERUSAKAN DENGAN TINGKAT PERMINTAAN KUADRATIK, LINEAR, DAN KONSTAN

ABSTRAK

Agar dapat memenuhi kebutuhan konsumen, produsen maupun distributor harus dapat mengatur persediaannya. Di dalam proses pengaturan persediaan, perlu diperhatikan tingkat permintaan konsumen dan tingkat kerusakan barang karena kedua hal tersebut berpengaruh terhadap model yang akan digunakan. Tujuan dalam penulisan Skripsi ini adalah mengetahui model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan serta melakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas. Berdasarkan perhitungan simulasi numerik didapatkan nilai total biaya persediaan minimal sebesar 494.050 pada model dengan tingkat permintaan kuadratik, 396.917 pada model dengan tingkat permintaan linear, dan 173.856 pada model dengan tingkat permintaan konstan. Hasil analisis sensitivitas yang dilakukan dengan merubah nilai tingkat kerusakan barang (θ) semakin bertambah dan nilai yang lain dibuat tetap, didapatkan nilai rentang waktu 2 pemesanan barang (T) semakin berkurang pada ketiga model, nilai kuantitas persediaan optimum (Q) semakin berkurang pada model kuadratik dan linear sedangkan pada model konstan semakin bertambah, nilai biaya simpan (HC) semakin turun pada ketiga model, nilai biaya kerusakan (DC) dan nilai biaya pemesanan (SC) semakin bertambah pada ketiga model, nilai total biaya persediaan minimal (TC^*) semakin bertambah pada ketiga model.

Kata Kunci: *EOQ, kerusakan barang, tingkat permintaan kuadratik, kekurangan barang.*

EOQ MODEL FOR DETERIORATING ITEMS WITH QUADRATIC, LINEAR, AND CONSTAN DEMAND RATES

ABSTRACT

In order to meet the needs of consumers, producers and distributors must be able to adjust their inventory. In the process of inventory adjustment, need to be considered consumer demand rates and deterirating rates of goods since both affect the model to be used. The aim in writing this mini thesis was to determine the EOQ model for deteriorating items with quadratic, linear and constant demand rates and also perform numerical simulations and analysis sensitivity. Based on numerical simulation calculations obtained minimum value of the total cost is 494.050 on models with quadratic demand rates, 396.917 on model with linear demand rates, and 173.856 on model with constant demand rates. The results of analysis sensitivity that performed by changing the value of deteriorated item (θ) is increasing and the value of the other is made permanent, obtained the value of T decreasing in all three models , the value of Q in the model quadratic and linear are decreasing but in constant increasing, the value of the holding cost (HC) decreasing on all three models, the value of the deteriorating cost (DC) and the value of the setup cost (SC) increasing on all three models , the value of minimal total inventory cost (TC^*) is increasing in all three models .

Keywords: *EOQ, deteriorating items, Quadratic demand rate, shortage*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *Model EOQ untuk Barang yang Mengalami Kerusakan dengan Tingkat Permintaan Kuadratik, Linear, dan Konstan* dengan baik. Skripsi ini merupakan sebagian persyaratan kelulusan dalam memperoleh gelar sarjana di Fakultas MIPA Jurusan Matematika Universitas Brawijaya.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kwardiniya Andawaningtyas., S.Si., M.Si, selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini,
2. Prof. Dr. Agus Widodo. M.Kes, Drs. Imam Nurhadi Purwanto, serta Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si selaku dosen penguji atas segala kritik dan saran yang telah diberikan untuk perbaikan skripsi ini,
3. Drs. Marsudi, MS, selaku dosen Pembimbing Akademik.
4. seluruh dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya,
5. keluarga terutama kedua orang tua penulis, untuk segala doa, motivasi, dukungan, dan bantuannya dalam penulisan skripsi ini,
6. semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuannya dalam penulisan skripsi ini.

Sebagai manusia yang memiliki keterbatasan, penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang dapat disampaikan melalui email *mukhakbarfarizqi@gmail.com*. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi berbagai pihak.

Malang, 21 Januari 2016

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

DAFTAR NOTASI

Notasi	Keterangan
$D(t)$	Tingkat permintaan terhadap barang, $D(t) = a + bt + ct^2$, dimana a, b, c adalah bilangan positif
$I(t)$	Persediaan sesaat pada waktu t
Q	Kuantitas persediaan optimum, yaitu tingkat persediaan pada waktu $t = 0$
θ	Tingkat kerusakan barang, bernilai konstan sehingga $\theta(t) = \theta$
C_1	Biaya pembelian unit barang
T	Rentang waktu dari 2 pemesanan barang secara berurutan
A	Biaya pemesanan per unit yang dipesan. Nilainya diketahui dan konstan
HC	*Holding cost* atau biaya penyimpanan barang, ditentukan oleh fungsi linear terhadap waktu $H(t) = \alpha + \beta t$ dimana $\alpha, \beta > 0$ dan konstan
NDU	*Number of Deteriorated Unit* atau jumlah barang yang mengalami kerusakan
DC	*Deterioration cost* atau biaya kerusakan barang per siklus
SC	*Setup cost* atau biaya pemesanan barang per siklus
TC	*Total cost* atau total biaya persediaan
TC^*	*Total cost* minimal atau total biaya persediaan minimal

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia termasuk dalam negara berkembang, sehingga perekonomian Indonesia terus tumbuh mengikuti arus perekonomian dunia. Beberapa faktor yang mempengaruhi pertumbuhan perekonomian di Indonesia, salah satunya adalah aktivitas jual-beli barang. Di dalam aktivitas jual-beli, produsen maupun distributor diharuskan memenuhi kebutuhan konsumennya, sehingga perlu dilakukan persediaan agar aktivitas jual-beli tetap berlangsung. Persediaan adalah barang-barang yang dimiliki perusahaan untuk dijual kembali atau digunakan dalam kegiatan operasional perusahaan (Soemarso, 1999). Setiap perusahaan yang berperan sebagai produsen maupun distributor diharuskan dapat memenuhi kebutuhan konsumennya agar mendapatkan keuntungan, sehingga persediaan dipengaruhi oleh tingkat permintaan konsumennya.

Di dalam usaha untuk memenuhi permintaan konsumen, produsen maupun distributor harus bisa mengelola persediaannya, terutama barang yang mengalami kerusakan atau penurunan kualitas. Kerusakan ini bersifat nyata dan merupakan suatu permasalahan dalam persediaan. Sebagai contohnya sayur dan buah dapat mengalami pembusukan jika disimpan terlalu lama atau makanan dan obat-obatan mengalami kadaluarsa. Jika hal ini terjadi, tentunya akan merugikan perusahaan karena selain harga jual yang menurun juga menambah biaya penyimpanan. Tujuan dari persediaan adalah untuk memenuhi permintaan konsumen. Tetapi pada kenyataannya tingkat permintaan konsumen tidak selalu sama, sehingga perusahaan atau distributor harus jeli dalam mengatur persediaannya.

Zuanisa (2013) membahas tentang model EOQ dengan *perishable* atau barang yang tidak tahan lama dimana tingkat permintaannya adalah fungsi linear, di skripsi ini mengulas kembali jurnal Rangarajan dan Karthikeyan (2015) yang berjudul "*Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates*". Jurnal tersebut membahas tentang model *Economic Order Quantity (EOQ)* untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan tergantung pada waktu serta biaya penyimpanannya yang juga tergantung pada waktu.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkonstruksi kembali model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan?
2. Bagaimana simulasi numerik pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan?
3. Bagaimana analisis sensitivitas pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan?

1.3 Asumsi

Asumsi dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. *Shortage* atau kekurangan persediaan tidak diizinkan.
2. *Lead time* atau periode datangnya pesanan adalah nol.
3. *Planning horizon* atau jangka waktu perencanaan yang digunakan adalah terbatas.
4. Tingkat *replenishment* atau penambahan adalah tidak terbatas.
5. Tingkat kerusakan barang adalah konstan.
6. *Holding Cost* atau biaya simpan berbentuk fungsi linear terhadap waktu $H(t) = \alpha + \beta t$ dimana nilai $\alpha, \beta > 0$ dan konstan.

1.4 Batasan Masalah

Batasan Masalah dalam skripsi ini adalah solusi dari perhitungan model tingkat persediaan menggunakan ekspansi deret Taylor disekitar $t = 0$ dan mengambil 2 suku pertama.

1.5 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkonstruksi kembali model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan.
2. Mengetahui hasil simulasi numerik pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan.
3. Mengetahui hasil analisis sensitivitas pada model dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan.

BAB II
DASAR TEORI

2.1 Persediaan

Persediaan adalah suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode tertentu (Rangkuti, 2004). Selain itu, menurut Ristono (2009), persediaan dapat diartikan sebagai barang-barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa persediaan merupakan suatu barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual kembali dalam suatu jangka waktu atau periode.

Secara teknis, inventori atau persediaan adalah suatu teknik yang berkaitan dengan penetapan terhadap besarnya persediaan bahan yang harus diadakan untuk menjamin kelancaran dalam kegiatan operasi produksi, serta menetapkan jadwal pengadaan, dan jumlah pemesanan barang yang seharusnya dilakukan oleh perusahaan.

2.2 Tujuan Pengelolaan Persediaan

Tujuan pengelolaan persediaan menurut Ristono (2009) adalah sebagai berikut,

1. Untuk memenuhi kebutuhan konsumen dengan tepat.
2. Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi.
3. Untuk meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
4. Menjaga agar pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi besar.

2.3 Jenis Persediaan

Menurut Rangkuti (2004), persediaan dapat dibagi menjadi 5 berdasarkan jenis barang dalam persediaan, yaitu,

1. Persediaan barang mentah (*raw material*), yaitu persediaan barang-barang yang digunakan untuk suatu proses produksi.
2. Persediaan barang rakitan (*purchased parts/component*), yaitu persediaan barang-barang yang terdiri dari komponen-

komponen yang berasal dari perusahaan lain yang secara lagsung dapat dirakit menjadi suatu barang produksi.

3. Persediaan bahan pembantu atau penolong (*supplies*), yaitu persediaan barang-barang yang diperlukan dalam proses suatu produksi.
4. Persediaan barang dalam proses (*work in process*), yaitu persediaan barang yang terdapat di setiap bagian dalam proses produksi atau yang telah diolah menjadi suatu bentuk, tetapi perlu diproses lebih lanjut menjadi barang jadi.
5. Persediaan barang jadi (*finished goods*), yaitu persediaan barang yang telah selesai diproses dan siap dijual kepada konsumen.

Selain itu menurut Ristono (2009), persediaan dapat dibagi menjadi 3 berdasarkan proses manufakturnya, yaitu persediaan barang baku, persediaan barang setengah jadi, dan persediaan barang jadi. Selain itu persediaan juga dapat dibagi berdasarkan tujuannya, yaitu,

1. Persediaan pengamanan (*safety stock*), yaitu persediaan yang dilakukan untuk mengantisipasi unsur ketidakpastian permintaan dan penyediaan.
2. Persediaan antisipasi (*stabilization stock*), yaitu persediaan yang dilakukan untuk menghadapi fluktuasi permintaan yang sudah dapat diperkirakan sebelumnya.
3. Persediaan dalam pengiriman (*transit stock*), yaitu persediaan yang masih dalam proses transportasi (*external transit stock*) dan persediaan yang masih menunggu untuk diproses atau menunggu sebelum dipindahkan (*internal transit stock*)

2.4 Biaya Persediaan

Biaya persediaan adalah semua pengeluaran atau kerugian yang ditimbulkan oleh persediaan. Menurut Ristono (2009), biaya persediaan terbagi menjadi 4 macam, yaitu:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)

   Biaya pembelian adalah harga pembelian setiap unit item dari pihak luar, atau biaya produksi per unit jika item tersebut diproduksi oleh perusahaan.
2. Biaya pemesanan atau biaya persiapan (*order cost / set up cost*)

   Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan untuk memesan barang setiap kali akan mendatangkan barang.

3. Biaya simpan (*carrying cost / holding cost / storage cost*)

   Biaya penyimpanan adalah semua pengeluaran yang ditimbulkan oleh penyimpanan persediaan dalam gudang dalam periode waktu tertentu.

4. Biaya kekurangan persediaan (*shortage cost*)

   Biaya kekurangan persediaan adalah biaya yang timbul karena tidak tersedianya barang pada waktu yang diperlukan. Biaya kekurangan persediaan pada dasarnya bukan biaya nyata, melainkan biaya kehilangan kesempatan. Biaya ini dapat diukur dari kuantitas yang tidak dapat dipenuhi, waktu pemenuhan dan biaya pengadaan darurat.

2.5 Model Manajemen Persediaan

Menurut Ristono (2009), manajemen persediaan dapat dibagi menjadi dua model utama, yaitu,

1. Model deterministik, yaitu model persediaan yang menganggap semua variabelnya telah diketahui dengan pasti.
2. Model probabilistik, yaitu model persediaan yang menganggap semua variabelnya mempunyai nilai yang tidak pasti dan variabelnya merupakan variabel acak.

2.6 Model EOQ *(Economic Order Quantity)*

Model EOQ (*Economic Order Quantity*) merupakan salah satu model klasik *deterministik*. Model ini untuk menentukan jumlah pesanan yang ekonomis, yaitu jumlah pesanan yang meminimumkan total biaya persediaan dengan mempertimbangkan biaya pemesanan dan penyimpanan (Hadley dan Within, 1963). Selain itu menurut Siswanto (1985), *Economic Order Quantity* (EOQ) adalah model persediaan yang akan membantu manajemen untuk mengambil keputusan tentang unit yang harus dipesan agar tidak terjadi investasi yang berlebihan yang ditanamkan didalam persediaan, serta tidak mengalami kehabisan persediaan yang akan mengakibatkan produksi terhenti, penundaan pesanan, kehilangan laba, dan lain-lain.

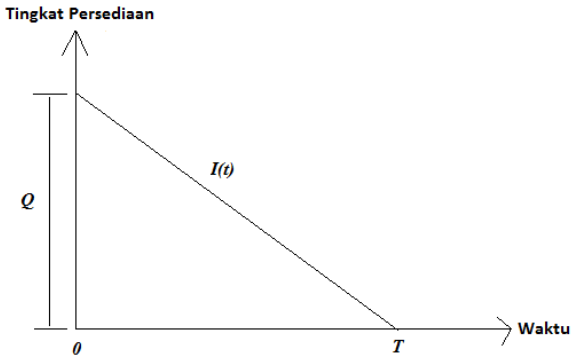
Di dalam model EOQ item tunggal *(single item),* diharapkan bahwa pesanan datang tepat pada saat persediaan habis, sehingga kehabisan persediaan tidak pernah terjadi. Oleh karena itu, biaya kehabisan persediaan atau *shortages cost* diabaikan, sehingga total biaya persediaannya *(total inventory cost)* adalah penjumlahan dari biaya pemesanan *(ordering cost/setup cost)* dan biaya penyimpanan *(holding cost)*.

2.7 Model EOQ untuk Barang yang Mengalami Kerusakan

Barang yang mengalami kerusakan menurut Rangarajan dan Karthikeyan (2015) dapat dikelompokkan menjadi dua kategori, pertama adalah kategori barang yang dapat menjadi busuk, rusak, menguap, kadaluarsa, cacat, penurunan nilai dan sebagainya, contohnya daging, buah, obat, bunga, film, dan sebagainya. Kedua adalah kategori barang yang mengacu kepada barang yang kehilangan sebagian atau keseluruhan nilai berdasarkan waktu karena teknologi baru atau pengenalan alternatif.

Model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan, diasumsikan sama seperti model EOQ item tunggal, hanya saja perlu ditambahkan biaya kerusakan *(deterioration cost)* untuk setiap barang yang mengalami kerusakan dalam selang waktu yang diberikan.

Pada Gambar 2.1 dapat dilihat model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan.



Gambar 2.1. Grafik model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan.

Berdasarkan Gambar 2.1, persediaan sesaat pada waktu $t = 0$ yang dinotasikan dengan Q adalah kuantitas persediaan optimum, seiring dengan bertambahnya waktu maka persediaan sesaat pada waktu t

yang dinotasikan dengan $I(t)$ akan semakin berkurang dan akan habis pada saat $t = T$.

Laju perubahan persediaan sesaat pada waktu t selama siklus waktu T ditentukan oleh persamaan differensial berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta(t)I(t) = -D(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

Karena tingkat kerusakan barang konstan, maka $\theta(t) = \theta$ adalah nilai konstan dari barang yang mengalami kerusakan, $D(t)$ adalah tingkat permintaan, dan $I(t)$ adalah persediaan sesaat, maka persamaan differensial tersebut menjadi:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

Biaya penyimpanan atau *Holding Cost (HC)* adalah jumlah persediaan sesaat $I(t)$ dalam selang waktu $[0, T]$ dikalikan biaya simpan yang berbentuk fungsi linear terhadap waktu $(\alpha + \beta t)$. Oleh karena itu biaya penyimpanan adalah sebagai berikut:

$$HC = \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha + \beta t)I(t)\, dt$$

Biaya pemesanan atau *Ordering Cost/Setup Cost (SC)* adalah biaya pemesanan per unit (A) dalam selang waktu $[0, T]$. Oleh karena itu biaya pemesanan adalah sebagai berikut:

$$SC = \frac{A}{T}$$

Biaya kerusakan atau *Deterioration Cost (DC)* adalah harga per unit barang (C_1) dalam selang waktu $[0, T]$ dikalikan jumlah barang yang mengalami kerusakan pada waktu itu yaitu kuantitas persediaan optimum (Q) dikurangi tingkat permintaannya $(D(t))$. Oleh karena itu biaya kerusakannya adalah sebagai berikut:

$$DC = \frac{C_1}{T}\left[Q - \int_0^T D(t)\, dt\right]$$

Total biaya persediaannya (TC) adalah penjumlahan dari biaya penyimpanan, biaya pemesanan, dan biaya kerusakan. Oleh karena itu total biaya adalah sebagai berikut:

$$TC = HC + SC + DC$$

(Rangarajan dan Karthikeyan, 2015).

2.8 Persamaan Differensial

Menurut Purcell dan Varberg (1998), andaikan $y = f(x)$ terdifferensialkan di x, dan andaikan dx differensial dari peubah bebas x, yang menyatakan pertambahan sembarang dari x. Differensial yang bersesuaian dengan dy dari peubah tak bebas y didefinisikan oleh

$$dy = f'(x)dx.$$

2.9 Persamaan Differensial Biasa

Menurut MacCann (1982) berdasarkan peubah atau variabel bebasnya, persamaan differensial dibagi menjadi dua yaitu, persamaan differensial biasa (PDB) dan persamaan differensial parsial (PDP). Persamaan differensial biasa adalah suatu persamaan yang melibatkan fungsi satu peubah dan turunan atau differensialnya.

2.10 Persamaan Differensial Linear Orde Satu

Menurut Purcell dan Varberg (1998), persamaan differensial orde satu adalah persamaan yang memiliki bentuk

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x),$$

dimana $P(x)$ dan $Q(x)$ fungsi kontinu pada suatu selang yang diberikan.

Untuk menyelesaikan persamaan differensial orde satu, dapat menggunakan metode faktor integral, yaitu dengan mengalikan kedua sisinya dengan faktor integralnya $e^{\int P(x)dx}$ menjadi

$$e^{\int P(x)dx}\frac{dy}{dx} + e^{\int P(x)dx}P(x)y = e^{\int P(x)dx}Q(x).$$

Ruas kiri adalah turunan dari $ye^{\int P(x)dx}$, Sehingga persamaan di atas dapat diubah menjadi bentuk

$$\frac{d}{dx}\left(y.e^{\int P(x)dx}\right) = e^{\int P(x)dx}Q(x).$$

Kemudian diintegral kedua sisinya, menghasilkan

$$ye^{\int P(x)dx} = \int\left(Q(x)e^{\int P(x)dx}\right)dx,$$

Sehingga penyelesaian umum persamaan differensialnya menjadi

$$y = e^{-\int P(x)dx} \int \left(Q(x)e^{\int P(x)dx}\right)dx.$$

2.11 Deret Taylor

Menurut Purcell dan Varberg (1998), Andaikan suatu fungsi dapat dinyatakan dalam deret pangkat dalam $(x - a)$, maka deret tersebut berbentuk deret Taylor :

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1} + \cdots$$

2.12 Uji Konveksitas

Menurut Hillier dan Liebermen (1995), Uji kekonvekkan dari suatu fungsi dengan variabel tunggal yaitu memperhatikan beberapa fungsi dengan variabel tunggal $f(x)$ yang memiliki turunan kedua untuk semua nilai x yang mungkin,sehingga$f(x)$ adalah:

1. Konveks jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \geq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
2. *Strictly convex* jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} > 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
3. Konkaf jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \leq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
4. *Strictly concave* jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} < 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.

2.13 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas merupakan analisis yang berkaitan dengan perubahan parameter diskrit untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditoleransi sebelum solusi optimum mulai kehilangan optimalitasnya. Solusi dikatakan sangat sensitif terhadap perubahan parameter jika suatu perubahan kecil dalam parameter tersebut menyebabkan perubahan drastis dalam solusi. Sebaliknya, jika perubahan parameter tidak mempunyai pengaruh besar terhadap solusi dikatakan solusi relatif insensitif terhadap nilai parameter itu (Mulyono, 1991).

Menurut Agustini dan Rahmadi (2004), analisis sensitivitas sering disebut juga analisis pasca optimalitas, karena analisis ini hanya bisa dilakukan setelah penyelesaian yang optimal tercapai. Analisis ini digunakan untuk melakukan interpretasi penyelesaian yang telah dicapai sehingga menjadi lebih mudah dipahami.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Pengolahan Data

3.1.1 Menentukan model dan mencari solusi laju perubahan persediaan serta biaya-biaya yang terdapat pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan

Model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear dan konstan dipengaruhi oleh tingkat permintaan dan tingkat kerusakannya. Oleh karena itu, perlu dilakukan perhitungan masing-masing sistem persediaan agar mendapatkan solusi dari laju perubahan persediaan tersebut dengan menggunakan metode faktor integral serta menggunakan pendekatan deret Taylor untuk mempermudah perhitungan. Solusi dari masing-masing laju perubahan persediaan tersebut digunakan untuk menentukan biaya persediaannya, yaitu *Holding Cost (HC), Deteriorating Cost (DC)*, dan *Setup Cost (SC)*.

3.1.2 Menentukan total biaya persediaan minimum pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan

Setelah didapatkan angka biaya persediaannya yang terdiri dari *Holding Cost (HC), Deteriorating Cost (DC)*, dan *Setup Cost (SC)*, kemudian dihitung total biaya persediaan *(TC)* adalah sebagai berikut,

$$TC = HC + DC + SC$$

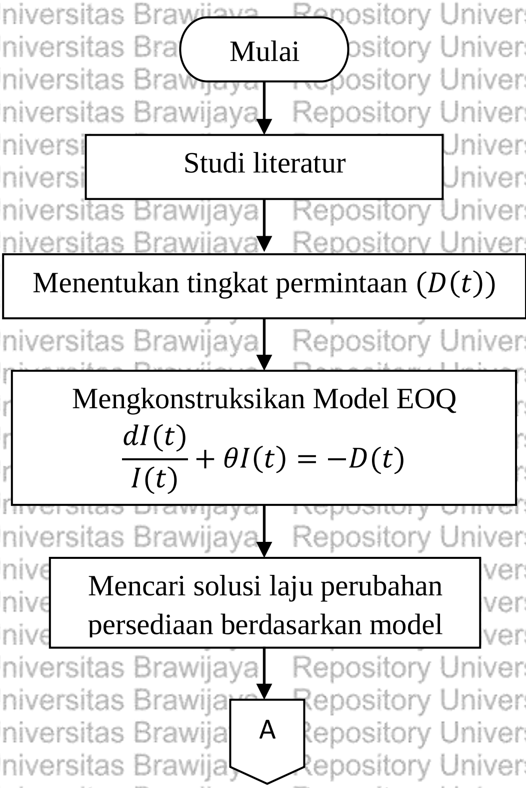
Setelah didapatkan total biaya persediaan (TC), maka perlu dilakukan uji konveksitas agar menjadi nilai total biaya persediaan yang minimum (TC^*). Untuk membantu perhitungan digunakan *Maple Mathematical Software*.

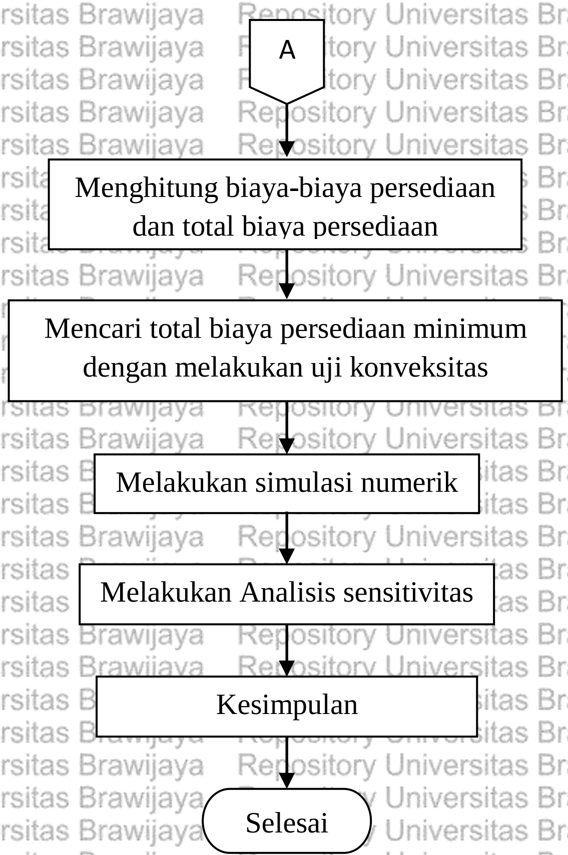
3.1.3 Simulasi numerik dan analisis sensitivitas pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan

Setelah total biaya persediaan yang minimum (TC^*) diperoleh, dilakukan simulasi numerik untuk menggambarkan dan mengecek kebenaran model yang diusulkan dengan menggunakan data numerik. Selanjutnya, dilakukan perhitungan analisis sensitivitas terhadap perubahan parameter tingkat kerusakannya. Untuk membantu perhitungan digunakan *Maple Mathematical Software*.

3.2 Diagram Alir

Diagram alir langkah kerja ditunjukkan pada Gambar 3.1,





Gambar 3.1. Diagram Alir

Tingkat permintaan yang dipakai dalam diagram alir adalah $D(t) = a + bt + ct^2$ untuk tingkat permintaan kuadratik, $D(t) = a + bt$ untuk tingkat permintaan linear, dan $D(t) = a$ untuk tingkat permintaan konstan.

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Konstruksi Model

4.1.1 Tingkat Permintaan Kuadratik

Diberikan suatu persediaan sesaat $I(t)$ dalam selang waktu periode tertentu. Awal periode adalah ketika $t = 0$ dan akhir periodenya adalah ketika $t = T$, laju perubahan dari $I(t)$ ditentukan oleh adanya tingkat permintaan tergantung pada waktu dan tingkat kerusakan.

Tingkat permintaan pada model dengan tingkat permintaan kuadratik yaitu:

$$D(t) = a + bt + ct^2 \qquad \text{dengan } a, b, c > 0 \tag{4.1}$$

Model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan adalah sebagai berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -D(t) \tag{4.2}$$

dengan $0 \leq t \leq T$.

Pada awal periode yaitu $t = 0$, kuantitas persediaanya adalah optimum, sehingga didapatkan syarat awal $I(0) = Q$. Ketika waktu sudah mulai berjalan dan di akhir periode $t = T$, maka persediaan sesaatnya habis sehingga didapatkan syarat batas $I(T) = 0$.

Persamaan (4.2) dapat dinyatakan sebagai persamaan differensial linear orde satu, yaitu:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -(a + bt + ct^2), \qquad 0 \leq t \leq T \tag{4.3}$$

persamaan (4.3) dapat diselesaikan menggunakan metode faktor integral, dimana persamaan differensial linear orde satu dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x), \tag{4.4}$$

dari persamaan (4.3) dan (4.4) diperoleh:

$$y = I(t)$$
$$x = t$$
$$P(x) = \theta$$
$$Q(x) = -D(t) = -(a + bt + ct^2)$$

Dengan menggunakan faktor integral dari $e^{\int \theta\, dt} = e^{\theta t}$ didapatkan:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -(a + bt + ct^2)$$

$$\frac{d}{dt}\left[I(t)e^{\int \theta\, dt}\right] = \frac{dI(t)}{dt}e^{\int \theta\, dt} + \theta I(t)e^{\int \theta\, dt}$$

Nilai faktor integral tersebut diekspansikan menggunakan deret Taylor disekitar $t = 0$ didapatkan $e^{\theta t} = 1 + \theta t + \frac{\theta^2 t^2}{2} + \cdots$ kemudian diambil 2 suku pertamanya.

$$\frac{d}{dt}[I(t)(1 + \theta t)] = \frac{dI(t)}{dt}(1 + \theta t) + \theta I(t)(1 + \theta t)$$

$$= (1 + \theta t)\left[\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t)\right]$$

$$= (1 + \theta t)[-(a + bt + ct^2)]$$

$$[I(t)(1 + \theta t)] = -\int (a + bt + ct^2)\,(1 + \theta t)\, dt$$

$$I(t) = \frac{1}{1 + \theta t}\left[-\left(at + \frac{a\theta t^2}{2} + \frac{bt^2}{2} + \frac{b\theta t^3}{3} + \frac{ct^3}{3} + \frac{c\theta t^4}{4}\right) + k\right]$$

$$I(t) = \frac{1}{1 + \theta t}\left[-\left(at + \frac{(a\theta + b)t^2}{2} + \frac{(b\theta + c)t^3}{3} + \frac{c\theta t^4}{4}\right) + k\right]$$

Mencari nilai k dengan syarat awal $I(0) = Q$

$$I(0) = \frac{1}{1 + \theta 0}\left[-\left(a0 + \frac{(a\theta + b)0^2}{2} + \frac{(b\theta + c)0^3}{3} + \frac{c\theta 0^4}{4}\right) + k\right]$$

$$Q = k$$

Substitusi nilai k sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1 + \theta t}\left[-\left(at + \frac{(a\theta + b)t^2}{2} + \frac{(b\theta + c)t^3}{3} + \frac{c\theta t^4}{4}\right) + Q\right]$$

Mencari nilai Q dengan syarat batas $I(T) = 0$

$$I(T) = \frac{1}{1 + \theta T}\left[-\left(aT + \frac{(a\theta + b)T^2}{2} + \frac{(b\theta + c)T^3}{3} + \frac{c\theta T^4}{4}\right) + Q\right]$$

$$Q = aT + \frac{(a\theta + b)T^2}{2} + \frac{(b\theta + c)T^3}{3} + \frac{c\theta T^4}{4}$$

Kemudian substitusi nilai Q sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at + \frac{(a\theta + b)t^2}{2} + \frac{(b\theta + c)t^3}{3} + \frac{c\theta t^4}{4}\right) + aT + \frac{(a\theta + b)T^2}{2} + \frac{(b\theta + c)T^3}{3} + \frac{c\theta T^4}{4}\right]$$

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[a(T-t) + \frac{(a\theta + b)(T-t)^2}{2} + \frac{(b\theta + c)(T-t)^3}{3} + \frac{c\theta (T-t)^3}{4}\right] \quad (4.5)$$

Nilai solusi laju perubahan persediaan pada persamaan (4.5) ini berbeda dari jurnal *Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates* (Rangarajan dan Karthikeyan, 2015). Perbedaan tersebut terdapat $\frac{1}{1+\theta t}$ pada hasil perhitungan sedangkan pada jurnal tidak ada.

Setelah mendapatkan solusi dari persamaan (4.3), selanjutnya menghitung biaya-biaya yang terdapat dalam persediaan, yaitu:

1) Biaya penyimpanan barang (HC)

Perhitungan nilai HC adalah sebagai berikut:

$$HC = \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha + \beta t) I(t)\ dt$$

$$HC = -\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} + \frac{1}{6}\frac{b\alpha T}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3} - \frac{b\alpha T^2}{9} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta} + \frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3} + \frac{1}{4}\frac{c\alpha}{\theta^4} + \frac{1}{6}\frac{c\alpha T}{\theta^2} - \frac{1}{8}\frac{c\alpha T}{\theta^3} - \frac{c\alpha}{\theta^3} - \frac{1}{9}\frac{c\alpha T^2}{\theta} - \frac{1}{16}\frac{c\alpha T^3}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{c\alpha T^2}{\theta^2} + \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{\theta} + \frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{\theta} + \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^4} - \frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^5} + \frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta} + \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} - \frac{a\beta T^2}{3} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2} - \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4} -$$

$\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}+\frac{b\beta T^3}{4}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}-\frac{1}{4}\frac{c\beta}{\theta^5}+\frac{1}{3}\frac{c\beta}{\theta^4}+$
$\frac{1}{8}\frac{c\beta T}{\theta^4}-\frac{1}{6}\frac{c\beta T}{\theta^3}-\frac{1}{12}\frac{c\beta T^2}{\theta^3}+\frac{1}{9}\frac{c\beta T^2}{\theta^2}+\frac{1}{4}\frac{c\beta T^3}{\theta}+\frac{1}{16}\frac{c\beta T^3}{\theta^2}+$
$\frac{1}{5}\frac{c\beta T^4}{\theta}+\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^6}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^5}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^2}-$
$\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta^2}$

Perhitungan HC selengkapnya dapat dilihat dalam Lampiran 1. Nilai HC berbeda dari jurnal *Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates* (Rangarajan dan Karthikeyan, 2015) dikarenakan nilai solusi laju perubahan persedian yang berbeda. Berikut adalah nilai HC dari jurnal:

$$HC=\frac{\alpha aT}{2}+\frac{\alpha(a\theta+b)T^2}{3}+\frac{\alpha(b\theta+c)T^3}{4}+\frac{\alpha c\theta T^4}{5}+\frac{\beta aT^2}{6}+\frac{\beta(a\theta+b)T^3}{8}+\frac{\beta(b\theta+c)T^4}{10}+\frac{\beta c\theta T^5}{12}$$

2) Jumlah barang yang mengalami kerusakan (NDU)

Perhitungan nilai NDU adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}NDU &= Q-\int_0^T D(t)\,dt\\
&= aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{(b\theta+c)T^3}{3}+\frac{c\theta T^4}{4}-\int_0^T(a+bt+ct^2)\,dt\\
&= aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{(b\theta+c)T^3}{3}+\frac{c\theta T^4}{4}-\left(aT+\frac{1}{2}bT^2+\frac{1}{3}cT^3\right)\\
&= \frac{a\theta T^2}{2}+\frac{b\theta T^3}{3}+\frac{c\theta T^4}{4}\end{aligned}$$

3) Biaya kerusakan barang (DC)

Perhitungan nilai DC adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}DC &= \frac{C_1}{T}(NDU)\\
&= \frac{C_1}{T}\left(\frac{a\theta T^2}{2}+\frac{b\theta T^3}{3}+\frac{c\theta T^4}{4}\right)\end{aligned}$$

$$= \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{C_1 b\theta T^2}{3} + \frac{C_1 c\theta T^3}{4}$$

4) Biaya pemesanan barang (SC)

Perhitungan nilai SC adalah $SC = \frac{A}{T}$

Total biaya persediaan *Total Cost* (TC) adalah jumlah total dari semua biaya yang muncul selama proses persediaan, sehingga didapatkan nilai $TC = HC + DC + SC$. Yaitu:

$$\begin{aligned}
TC = &-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \\
&\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} + \frac{1}{6}\frac{b\alpha T}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3} - \\
&\frac{b\alpha T^2}{9} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta} + \frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3} + \frac{1}{4}\frac{c\alpha}{\theta^4} + \frac{1}{6}\frac{c\alpha T}{\theta^2} - \frac{1}{8}\frac{c\alpha T}{\theta^3} - \\
&\frac{c\alpha}{\theta^3} - \frac{1}{9}\frac{c\alpha T^2}{\theta} - \frac{1}{16}\frac{c\alpha T^3}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{c\alpha T^2}{\theta^2} + \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{\theta} + \\
&\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{\theta} + \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^4} - \frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^5} + \frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta} + \\
&\frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} - \frac{a\beta T^2}{3} - \\
&\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2} - \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4} - \\
&\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2} + \frac{b\beta T^3}{4} - \frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta} - \frac{1}{4}\frac{c\beta}{\theta^5} + \frac{1}{3}\frac{c\beta}{\theta^4} + \\
&\frac{1}{8}\frac{c\beta T}{\theta^4} - \frac{1}{6}\frac{c\beta T}{\theta^3} - \frac{1}{12}\frac{c\beta T^2}{\theta^3} + \frac{1}{9}\frac{c\beta T^2}{\theta^2} + \frac{1}{4}\frac{c\beta T^3}{\theta} + \frac{1}{16}\frac{c\beta T^3}{\theta^2} + \\
&\frac{1}{5}\frac{c\beta T^4}{\theta} + \frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^6} - \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^5} - \frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^2} - \\
&\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta^2} + \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{C_1 b\theta T^2}{3} + \frac{C_1 c\theta T^3}{4} + \frac{A}{T}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Nilai TC berbeda dari jurnal *Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates* (Rangarajan dan Karthikeyan, 2015) dikarenakan nilai HC yang berbeda. Berikut adalah nilai TC dari jurnal:

$$\begin{aligned}
TC = &\frac{\alpha a T}{2} + \frac{\alpha(a\theta + b)T^2}{3} + \frac{\alpha(b\theta + c)T^3}{4} + \frac{\alpha c\theta T^4}{5} + \frac{\beta a T^2}{6} \\
&+ \frac{\beta(a\theta + b)T^3}{8} + \frac{\beta(b\theta + c)T^4}{10} + \frac{\beta c\theta T^5}{12} \\
&+ \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{C_1 b\theta T^2}{3} + \frac{C_1 c\theta T^3}{4} + \frac{A}{T}
\end{aligned}$$

Untuk mendapatkan total biaya persediaan yang minimal (TC^*) perlu dilakukan uji konveksitas terlebih dahulu. Nilai TC akan menjadi minimal jika turunan pertamanya disama dengankan nol.

$$\frac{d(TC)}{dT} = 0$$

Didapatkan nilai turunan pertama TC terhadap T adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\frac{a\alpha}{(1+\theta T)T} + \frac{1}{3}\frac{b\alpha\theta T^2}{(1+\theta T)} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta T}{(1+\theta T)} - \frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)} + \frac{1}{4}\frac{c\alpha\theta T^3}{(1+\theta T)} + \\
&\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta} - \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\beta T}{(1+\theta T)} - \\
&\frac{2}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} - \frac{1}{3}\frac{b\beta T^2}{(1+\theta T)} - \frac{1}{2}\frac{b\beta T}{\theta(1+\theta T)} - \frac{2}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2} + \\
&\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^2\theta^3} - \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^3} - \frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta^2(1+\theta T)T} - \\
&\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T} + \frac{1}{12}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T^2\theta^5} - \frac{1}{12}\frac{c\beta}{\theta^4(1+\theta T)T} + \\
&\frac{1}{2}\frac{b\alpha T}{(1+\theta T)} + \frac{2}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta} + \frac{1}{3}\frac{c\alpha T^2}{(1+\theta T)} - \frac{A}{T^2} + \frac{1}{24}\frac{c\alpha}{\theta^2} - \frac{1}{24}\frac{c\beta}{\theta^3} + \\
&\frac{1}{12}\frac{b\beta}{\theta^2} + \frac{3}{4}\frac{a\beta}{\theta} + \frac{1}{18}\frac{c\beta T}{\theta^2} + \frac{8}{9}\frac{b\beta T}{\theta} + \frac{3C_1c\theta T^2}{4} + \frac{2C_1b\theta T}{3} + \frac{C_1a\theta}{2} + \\
&\frac{15}{16}\frac{c\beta T^2}{\theta} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha}{\theta} - \frac{1}{18}\frac{c\alpha T}{\theta} - \frac{1}{3}\frac{c\beta T^2}{\theta(1+\theta T)} - \frac{1}{12}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^4} + \\
&\frac{1}{12}\frac{c\alpha}{\theta^3(1+\theta T)T} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^4 T^2} + \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3(1+\theta T)T} - \\
&\frac{3}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta} - \frac{1}{4}\frac{c\beta T^3}{(1+\theta T)} + \frac{3b\beta T^2}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{2} + \frac{2a\beta T}{3} - \\
&\frac{3c\alpha T^2}{16} - \frac{2b\alpha T}{9} + \frac{4c\beta T^3}{5} + \frac{3c\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{4} + \frac{2b\ln(1+\theta T)\alpha T}{3} - \\
&\frac{a\alpha}{4} = 0
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Setelah itu, dari persamaan (4.7) dapat dicari nilai dari T, yaitu rentang waktu dari 2 pemesanan barang secara berurutan. Setelah didapatkan nilai T, perlu dibuktikan bahwa nilai T tersebut merupakan nilai yang optimal $T = T^*$, yaitu dengan mencari turunan kedua dari persamaan (4.6) dan nilai dari ruas kiri harus lebih besar dari nol.

$$\frac{d^2(TC)}{dT^2} > 0$$

Didapatkan nilai turunan kedua TC terhadap T adalah sebagai berikut:

$$\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)}+\frac{a\beta}{(1+\theta T)^2}+\frac{b\alpha}{(1+\theta T)}-\frac{a\beta}{(1+\theta T)}-\frac{b\beta}{\theta(1+\theta T)}+\frac{1}{2}\frac{a\beta\theta T}{(1+\theta T)^2}-$$
$$\frac{2}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta}+\frac{1}{3}\frac{b\beta\theta T^2}{(1+\theta T)^2}-\frac{2}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2}-\frac{1}{2}\frac{b\alpha\theta T}{(1+\theta T)^2}+\frac{2A}{T^3}+$$
$$\frac{2}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta}-\frac{1}{3}\frac{c\alpha\theta T^2}{(1+\theta T)^2}-\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)^2}-\frac{1}{18}\frac{c\beta}{\theta^2}+\frac{8}{9}\frac{b\beta}{\theta}+\frac{3C_1c\theta T}{4}+\frac{2C_1b\theta}{3}+$$
$$\frac{15}{8}\frac{c\beta T}{\theta}-\frac{1}{18}\frac{c\alpha}{\theta}+\frac{4}{3}\frac{b\alpha\theta T}{(1+\theta T)}-\frac{1}{3}\frac{b\alpha\theta^2T^2}{(1+\theta T)^2}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta^2T}{(1+\theta T)^2}+\frac{3}{2}\frac{c\alpha\theta T^2}{(1+\theta T)}-$$
$$\frac{1}{4}\frac{c\alpha\theta^2T^3}{(1+\theta T)^2}-\frac{4}{3}\frac{b\beta T}{(1+\theta T)}+\frac{1}{2}\frac{b\beta T}{(1+\theta T)^2}-\frac{4}{3}\frac{c\beta T}{\theta(1+\theta T)}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^3}+$$
$$\frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T^2}+\frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)^2T}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^3}+\frac{1}{3}\frac{b\alpha}{\theta^2(1+\theta T)T^2}+$$
$$\frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta(1+\theta T)^2T}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^2}-\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T^2}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{(1+\theta T)^2T}-\frac{1}{6}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^5}+$$
$$\frac{c\beta}{\theta^4(1+\theta T)T^2}+\frac{1}{12}\frac{c\beta}{\theta^3(1+\theta T)^2T}-\frac{4}{3}\frac{c\alpha T}{(1+\theta T)}+\frac{1}{3}\frac{c\beta T^2}{(1+\theta T)^2}+\frac{1}{6}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^4}-$$
$$\frac{1}{6}\frac{c\alpha}{\theta^3(1+\theta T)T^2}-\frac{1}{12}\frac{c\alpha}{\theta^2(1+\theta T)^2T}+\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^4}-\frac{1}{3}\frac{b\beta}{\theta^3(1+\theta T)T^2}-$$
$$\frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^2(1+\theta T)^2T}-\frac{3}{2}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta}-\frac{3}{2}\frac{c\beta T^2}{(1+\theta T)}+\frac{1}{4}\frac{c\beta\theta T^3}{(1+\theta T)^2}+\frac{3c\ln(1+\theta T)\alpha T}{2}+$$
$$\frac{3b\beta T}{2}+\frac{2b\ln(1+\theta T)\alpha}{3}+\frac{12c\beta T^2}{5}-\frac{3c\alpha T}{8}-\frac{2b\alpha}{9}+\frac{2a\beta}{3}>0$$

Kuantitas persediaan optimum Q dapat dicari dari nilai $Q=I(0)=aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{(b\theta+c)T^3}{3}+\frac{c\theta T^4}{4}$ dimana nilai $T=T^*$.

Total biaya persediaan yang minimal (TC^*) dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan (4.6) dengan menggunakan nilai $T=T^*$.

4.1.2 Tingkat Permintaan Linear

Tingkat permintaan yang dipakai pada model ini adalah linear, sehingga dapat dimisalkan $c=0$ pada persamaan (4.1) menjadi $D(t)=a+bt$. Perubahan tingkat permintaan mempengaruhi persediaan sesaatnya, sehingga model laju perubahan persediaannya akan menjadi:

$$\frac{dI(t)}{dt}+\theta I(t)=-(a+bt)$$

$$\frac{d}{dt}\left[I(t)e^{\int\theta\,dt}\right]=\frac{dI(t)}{dt}e^{\int\theta\,dt}+\theta I(t)e^{\int\theta\,dt}$$

Nilai $e^{\int\theta\,dt}$ di ekspansikan menggunakan deret Taylor disekitar $t=0$ didapatkan $e^{\theta t}=1+\theta t+\frac{\theta^2t^2}{2}+\cdots$ kemudian diambil 2 suku pertama dan disubstitusikan sehingga menjadi:

$$\frac{d}{dt}[I(t)(1+\theta t)] = \frac{dI(t)}{dt}(1+\theta t)+\theta I(t)(1+\theta t)$$

$$= (1+\theta t)\left[\frac{dI(t)}{dt}+\theta I(t)\right]$$

$$= (1+\theta t)[-(a+bt)]$$

$$[I(t)(1+\theta t)] = -\int (a+bt)\,(1+\theta t)\,dt$$

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at+\frac{a\theta t^2}{2}+\frac{bt^2}{2}+\frac{b\theta t^3}{3}\right)+k\right]$$

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at+\frac{(a\theta+b)t^2}{2}+\frac{b\theta t^3}{3}\right)+k\right]$$

Mencari nilai k dengan syarat awal $I(0) = Q$

$$I(0) = \frac{1}{1+\theta 0}\left[-\left(a0+\frac{(a\theta+b)0^2}{2}+\frac{b\theta 0^3}{3}\right)+k\right]$$

$$Q = k$$

Substitusi nilai k sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at+\frac{(a\theta+b)t^2}{2}+\frac{b\theta t^3}{3}\right)+Q\right]$$

Mencari nilai Q dengan syarat batas $I(T) = 0$

$$I(T) = \frac{1}{1+\theta T}\left[-\left(aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{b\theta T^3}{3}\right)+Q\right]$$

$$Q = aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{b\theta T^3}{3}$$

Kemudian substitusi nilai Q sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at+\frac{(a\theta+b)t^2}{2}+\frac{b\theta t^3}{3}\right)+aT+\frac{(a\theta+b)T^2}{2}+\frac{b\theta T^3}{3}\right]$$

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[a(T-t)+\frac{(a\theta+b)(T-t)^2}{2}+\frac{b\theta(T-t)^3}{3}\right]$$

Setelah didapatkan persediaan sesaat tersebut, selanjutnya perlu dihitung biaya-biaya yang terdapat dalam proses persediaannya, antara lain:

1) Biaya peyimpanan (HC)

$$HC = -\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} + \frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3} - \frac{b\alpha T^2}{9} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta} + \frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3} + \frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta} + \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} - \frac{a\beta T^2}{3} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2} - \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4} - \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2} + \frac{b\beta T^3}{4} - \frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}$$

Perhitungan HC selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 2.

2) Jumlah barang yang mengalami kerusakan (NDU)

$$\begin{aligned} NDU &= Q - \int_0^T D(t)\, dt \\ &= aT + \frac{(a\theta + b)T^2}{2} + \frac{b\theta T^3}{3} - \int_0^T (a + bt)\, dt \\ &= aT + \frac{(a\theta + b)T^2}{2} + \frac{b\theta T^3}{3} - \left(aT + \frac{1}{2}bT^2\right) \\ &= \frac{a\theta T^2}{2} + \frac{b\theta T^3}{3} \end{aligned}$$

3) Biaya kerusakan (DC)

$$\begin{aligned} DC &= \frac{C_1}{T}(NDU) \\ &= \frac{C_1}{T}\left(\frac{a\theta T^2}{2} + \frac{b\theta T^3}{3}\right) \\ &= \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{C_1 b\theta T^2}{3} \end{aligned}$$

4) Biaya pemesanan (SC)

$$SC = \frac{A}{T}$$

Setelah mendapatkan perhitungan biaya-biaya persediaannya, dapat dicari total biaya persediaan (TC), yaitu:

$$TC = HC + DC + SC$$

$$TC = -\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} + \frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3} - \frac{b\alpha T^2}{9} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta} + \frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3} + \frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta} + \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} - \frac{a\beta T^2}{3} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2} - \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4} - \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2} + \frac{b\beta T^3}{4} - \frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta} + \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{C_1 b\theta T^2}{3} + \frac{A}{T}$$

Untuk mendapatkan total biaya persediaan (TC) yang minimal perlu dilakukan uji konveksitas terlebih dahulu. Nilai TC akan menjadi minimal dengan syarat turunan pertamanya terhadap T disama dengankan nol.

$$\frac{d(TC)}{dT} = 0$$

Didapatkan nilai turunan pertama TC terhadap T sebagai berikut:

$$-\frac{2b\alpha T}{9} + \frac{2a\beta T}{3} - \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta} - \frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta T}{(1+\theta T)} + \frac{2b\ln(1+\theta T)\alpha T}{3} + \frac{1}{3}\frac{b\alpha\theta T^2}{(1+\theta T)} + \frac{a\alpha}{(1+\theta T)} - \frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta^2(1+\theta T)T} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^2\theta^3} - \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T} - \frac{2}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} - \frac{1}{3}\frac{b\beta T^2}{(1+\theta T)} + \frac{C_1 a\theta}{2} - \frac{1}{2}\frac{a\beta T}{(1+\theta T)} - \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^4 T^2} + \frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3(1+\theta T)T} - \frac{1}{2}\frac{b\beta T}{\theta(1+\theta T)} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T} + \frac{1}{2}\frac{b\alpha}{(1+\theta T)} + \frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^3} - \frac{a\alpha}{4} - \frac{1}{12}\frac{b\alpha}{\theta} + \frac{1}{12}\frac{b\beta}{\theta^2} + \frac{8}{9}\frac{b\beta T}{\theta} + \frac{3}{4}\frac{a\beta}{\theta} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{2} + \frac{2C_1 b\theta T}{3} + \frac{A}{T^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta} + \frac{3b\beta T^2}{4} = 0$$

Setelah didapatkan nilai T, perlu dibuktikan bahwa nilai T tersebut merupakan nilai yang optimal $T = T^*$, yaitu dengan mencari turunan kedua dari TC dan nilai dari ruas kiri harus lebih besar dari nol.

$$\frac{d^2(TC)}{dT^2} > 0$$

Didapatkan nilai turunan kedua TC terhadap T sebagai beikut:

$$\frac{2a\beta}{3} - \frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta^2 T}{(1+\theta T)^2} - \frac{1}{3}\frac{b\alpha\theta^2 T^2}{(1+\theta T)^2} + \frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta(1+\theta T)^2 T} + \frac{1}{3}\frac{b\alpha}{\theta^2(1+\theta T)T^2} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^3} + \frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T^2} + \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)^2 T} - \frac{4}{3}\frac{b\beta T}{(1+\theta T)} + \frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^4} -$$

$$\frac{1}{3}\frac{b\beta}{\theta^3(1+\theta T)T^2}-\frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^2(1+\theta T)^2T}+\frac{1}{2}\frac{b\beta T}{(1+\theta T)^2}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^2}-\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T^2}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{(1+\theta T)^2T}-\frac{2}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta}+\frac{1}{3}\frac{b\beta\theta T^2}{(1+\theta T)^2}+\frac{1}{2}\frac{a\beta\theta T}{(1+\theta T)^2}-\frac{1}{2}\frac{b\alpha\theta T}{(1+\theta T)^2}+\frac{2A}{T^3}+\frac{2b\ln(1+\theta T)\alpha}{3}-\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)^2}-\frac{a\beta}{(1+\theta T)}+\frac{8}{9}\frac{b\beta}{\theta}+\frac{2C_1b\theta}{3}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^3}-\frac{2b\alpha}{9}-\frac{3b\beta T}{2}-\frac{b\beta}{\theta(1+\theta T)}+\frac{b\alpha}{(1+\theta T)}+\frac{a\beta}{(1+\theta T)^2}+\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)}+\frac{4}{3}\frac{b\alpha\theta T}{(1+\theta T)}>0$$

Kuantitas persediaan optimum Q dapat dicari dari nilai $Q = I(0) = aT + \frac{(a\theta+b)T^2}{2} + \frac{b\theta T^3}{3}$ dimana nilai $T = T^*$.

Total biaya persediaan yang minimal (TC^*) dapat dicari dengan menggunakan nilai $T = T^*$ pada TC.

4.1.3 Tingkat Permintaan Konstan

Tingkat permintaan pada model ini adalah linear, sehingga dapat dimisalkan $b = 0$ dan $c = 0$ pada persamaan (4.1) menjadi $D(t) = a$. Perubahan tingkat permintaan mempengaruhi persediaan sesaatnya, sehingga model laju perubahan persediaannya akan menjadi:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -a$$
$$\frac{d}{dt}\left[I(t)e^{\int\theta\,dt}\right] = \frac{dI(t)}{dt}e^{\int\theta\,dt} + \theta I(t)e^{\int\theta\,dt}$$

Nilai $e^{\int\theta\,dt}$ di ekspansikan menggunakan deret Taylor disekitar $t = 0$ didapatkan $e^{\theta t} = 1 + \theta t + \frac{\theta^2t^2}{2} + \cdots$ kemudian diambil 2 suku pertama dan disubstitusikan sehingga menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}[I(t)(1+\theta t)] &= \frac{dI(t)}{dt}(1+\theta t) + \theta I(t)(1+\theta t)\\ &= (1+\theta t)\left[\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t)\right]\\ &= (1+\theta t)[-a]\end{aligned}$$
$$[I(t)(1+\theta t)] = -\int a(1+\theta t)\,dt$$
$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at + \frac{a\theta t^2}{2}\right) + k\right]$$

Mencari nilai k dengan syarat awal $I(0) = Q$

$$I(0) = \frac{1}{1+\theta 0}\left[-\left(a0 + \frac{a\theta 0^2}{2}\right) + k\right]$$

$$Q = k$$

Substitusi nilai k sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at + \frac{a\theta t^2}{2}\right) + Q\right]$$

Mencari nilai Q dengan syarat batas $I(T) = 0$

$$I(T) = \frac{1}{1+\theta T}\left[-\left(aT + \frac{a\theta T^2}{2}\right) + Q\right]$$

$$Q = aT + \frac{a\theta T^2}{2}$$

Kemudian substitusi nilai Q sehingga didapatkan:

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[-\left(at + \frac{a\theta t^2}{2}\right) + aT + \frac{a\theta T^2}{2}\right]$$

$$I(t) = \frac{1}{1+\theta t}\left[a(T-t) + \frac{a\theta (T-t)^2}{2}\right]$$

Setelah didapatkan persediaan sesaatnya, selanjutnya perlu dihitung biaya-biaya yang terdapat dalam proses persediaannya, antara lain:

1) Biaya peyimpanan HC

$$HC = -\frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{\beta a}{\theta^2} + \frac{3}{4}\frac{\beta a T}{\theta} - \frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} - \frac{1}{3}\beta a T^2$$

Perhitungan nilai HC selegkapnya dapat dilihat pada lampiran 3.

2) Jumlah barang yang mengalami kerusakan (NDU)

$$\begin{aligned} NDU &= Q - \int_0^T D(t)\ dt \\ &= aT + \frac{a\theta T^2}{2} - \int_0^T (a)\ dt \\ &= aT + \frac{a\theta T^2}{2} - (aT) \\ &= \frac{a\theta T^2}{2} \end{aligned}$$

3) Biaya kerusakan (DC)

$$\begin{aligned} DC &= \frac{C_1}{T}(NDU) \\ &= \frac{C_1}{T}\left(\frac{a\theta T^2}{2}\right) \\ &= \frac{C_1 a\theta T}{2} \end{aligned}$$

4) Biaya pemesanan (SC)

$$SC = \frac{A}{T}$$

Setelah mendapatkan perhitungan biaya-biayanya, dapat dicari total biaya persediaan (TC), yaitu:

$$TC = -\frac{a\alpha T}{4} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2} - \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2} + \frac{1}{2}\frac{\beta a}{\theta^2} + \frac{3}{4}\frac{\beta a T}{\theta} - \frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta} - \frac{1}{3}\beta a T^2 + \frac{C_1 a\theta T}{2} + \frac{A}{T}$$

Untuk mendapatkan total biaya persediaan (TC) yang minimal perlu dilakukan uji konveksitas terlebih dahulu. Nilai TC akan menjadi minimal dengan syarat turunan pertamanya terhadap T disama dengankan nol.

$$\frac{d(TC)}{dT} = 0$$

Didapatkan nilai turunan pertama TC terhadap T sebagai berikut:

$$-\frac{a\alpha}{(1+\theta T)} - \frac{a\alpha}{4} + \frac{2a\beta T}{3} + \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{2} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta T}{(1+\theta T)} + \frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2\theta^2} - \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta} - \frac{1}{2}\frac{a\beta T}{(1+\theta T)} - \frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)} - \frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T} + \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^2\theta^3} + \frac{3}{4}\frac{a\beta}{\theta} + \frac{C_1 a\theta}{2} + \frac{A}{T^2} = 0$$

Setelah didapatkan nilai T, perlu dibuktikan bahwa nilai T tersebut merupakan nilai yang minimal $T = T^*$, yaitu dengan mencari turunan kedua dari TC dan nilai dari ruas kiri harus lebih besar dari nol.

$$\frac{d^2(TC)}{dT^2} > 0$$

Didapatkan nilai turunan kedua TC terhadap T sebagai berikut:

$$-\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)^2}+\frac{a\alpha\theta}{(1+\theta T)}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha\theta^2 T}{(1+\theta T)^2}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{(1+\theta T)^2 T}-\frac{a\alpha}{\theta(1+\theta T)T^2}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^3\theta^2}+\frac{2a\beta}{3}-\frac{a\beta}{(1+\theta T)}+\frac{1}{2}\frac{a\beta\theta T}{(1+\theta T)^2}+\frac{a\beta}{(1+\theta T)^2}+\frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta(1+\theta T)^2 T}+\frac{a\beta}{\theta^2(1+\theta T)T^2}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T^3\theta^3}+\frac{2A}{T^3}>0$$

Kuantitas persediaan optimum Q dapat dicari dari nilai $Q=I(0)=aT+\frac{a\theta T^2}{2}$ dimana nilai $T=T^*$.

Total biaya persediaan yang minimal (TC^*) dapat dicari dengan menggunakan nilai $T=T^*$ pada TC.

4.2 Simulasi Numerik

Data yang digunakan dalam Skripsi ini adalah data yang terdapat dalam jurnal *Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates* (Rangarajan dan Karthikeyan, 2015).

4.2.1 Tingkat Permintan Kuadratik

Simulasi numerik pada model dengan tingkat permintaan kuadratik menggunakan data biaya pemesanan per unit yang dipesan (A) sebesar 1000, $a=25$, $b=40$, $c=20$ sehingga tingkat permintaan barang $D(t)=25+40t+20t^2$. Tingkat kerusakan barang (θ) sebesar 0.02, $\alpha=0.5, \beta=0.01$, dan biaya pembelian unit barang sebesar 1.5.

Dengan menggunakan bantuan software *maple*, diperoleh nilai T, nilai turunan kedua TC, nilai kuantitas persediaan optimum (Q), nilai biaya simpan (HC), nilai biaya kerusakan (DC), nilai biaya pemesanan (SC), serta nilai total biaya persediaan minimalnnya (TC^*) seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Perhitungan nilai T dapat dilihat pada Lampiran 4. Perhitungan nilai turunan kedua TC dapat dilihat pada Lampiran 5, serta perhitungan nilai $Q, HC, DC, SC,$ dan TC^* dapat dilihat pada Lampiran 10.

Tabel 4.1. Perbandingan hasil simulasi dan jurnal pada tingkat permintaan kuadratik

Nilai	Hasil Simulasi	Hasil Jurnal
T	2.883	2.8598
Turunan Kedua TC	149.298	-
Q	413.556	405.9664
HC	139.231	139.5439
DC	8.003	7.8520
SC	346.816	349.7848
TC^*	494.050	497.1807

4.2.2 Tingkat Permintan Linear

Perhitungan simulasi numerik pada model dengan tingkat permintan linear menggunakan data biaya pemesanan per unit yang dipesan (A) sebesar 1000, $a = 25$, $b = 40$ sehingga tingkat permintaan barang $D(t) = 25 + 40t$. Tingkat kerusakan barang (θ) sebesar 0.02, $\alpha = 0.5, \beta = 0.01$, dan biaya pembelian unit barang (C_1) sebesar 1.5.

Dengan menggunakan bantuan software *maple*, diperoleh nilai T, nilai turunan kedua TC, nilai kuantitas persediaan optimum (Q), nilai biaya simpan (HC), nilai biaya kerusakan (DC), nilai biaya pemesanan (SC), serta nilai total biaya persediaan minimalnnya (TC^*) seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.2. Perbandingan hasil simulasi dan jurnal pada tingkat permintaan linear

Nilai	Hasil Simulasi	Hasil Jurnal
T	3.876	3.8235
Turunan Kedua TC	50.970	-
Q	416.667	406.5309
HC	131.461	131.7753
DC	7.463	7.2814
SC	257.993	261.5404
TC^*	396.917	400.5971

Perhitungan nilai T dapat dilihat pada Lampiran 6. Perhitungan nilai turunan kedua TC dapat dilihat pada Lampiran 7, serta perhitungan nilai $Q, HC, DC, SC,$ dan TC^* dapat dilihat pada Lampiran 11.

4.2.3 Tingkat Permintaan Konstan

Simulasi numerik pada model dengan tingkat permintaan konstan menggunakan data biaya pemesanan per unit yang dipesan (A) sebesar 1000, $a = 25$ sehingga tingkat permintaan barang $D(t) = 25$. Tingkat kerusakan barang (θ) sebesar 0.02, $\alpha = 0.5, \beta = 0.01$, dan biaya pembelian unit barang (C_1) sebesar 1.5.

Dengan menggunakan bantuan software *maple*, diperoleh nilai T, nilai turunan kedua TC, nilai kuantitas persediaan optimum (Q), nilai biaya simpan (HC), nilai biaya kerusakan (DC), nilai biaya pemesanan (SC), serta nilai total biaya persediaan minimalnnya (TC^*) seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.3. Perbandingan hasil simulasi dan jurnal pada tingkat permintaan linear

Nilai	Hasil Simulasi	Hasil Jurnal
T	10.885	10.3133
Turunan Kedua TC	1.717	-
Q	301.761	284.4235
HC	77.909	78.4391
DC	4.082	3.8674
SC	91.865	96.9621
TC^*	173.856	179.2686

Perhitungan nilai T dapat dilihat pada Lampiran 8. Perhitungan nilai turunan kedua TC dapat dilihat pada Lampiran 9, serta perhitungan nilai Q, HC, DC, SC, dan TC^* dapat dilihat pada Lampiran 12.

4.3 Analisis Sensitivitas dan Grafik Q Terhadap TC

Analisis sensitivitas dilakukan dengan melakukan perubahan nilai θ sebesar $\pm 25\%$, dan $\pm 50\%$ dari nilai awal sebesar 0.02 sehingga didapatkan nilai $\theta = 0.010, 0.015, 0.020, 0.025, 0.030$ dan nilai yang lain dibuat tetap.

Berdasarkan Tabel 4.4, semakin bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) mengakibatkan semakin berkurangnya nilai rentang waktu antara 2 pemesanan barang (T) pada ketiga model. Hal ini terjadi karena barang yang mengalami kerusakan bertambah banyak sehingga jumlah barang persediaan juga akan berkurang yang akan mengakibatkan waktu pemesanan kembali juga akan semakin cepat.

Tabel 4.4. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap T

θ	T		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	2.917	3.937	11.275
0.015	2.900	3.906	11.071
0.02	2.883	3.876	10.885
0.025	2.867	3.847	10.716
0.03	2.852	3.820	10.560

Semakin bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) mengakibatkan semakin berkurangnya nilai kuantitas persediaan optimum (Q) pada model dengan tingkat permintaan kuadratik dan linear, sedangkan pada model dengan tingkat permintaan berbentuk konstan mengalami kenaikan nilai seperti yang ditunjukkan dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.5. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap Q

θ	Q		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	416.610	418.548	297.777
0.015	415.046	417.573	299.753
0.02	413.556	416.667	301.761
0.025	412.135	415.825	303.785
0.03	410.778	415.042	305.816

Semakin bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) mengakibatkan semakin berkurangnya biaya penyimpanannya (HC) pada ketiga model seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.6. Hal ini disebabkan oleh jumlah barang yang disimpan akan semakin berkurang sehingga biaya penyimpanan barangnya juga akan semakin berkurang.

Tabel 4.6. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap HC

θ	HC		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	141.601	133.520	78.489
0.015	140.393	132.467	78.180
0.02	139.230	131.461	77.909
0.025	138.111	130.497	77.668
0.03	137.033	129.572	77.452

Bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) pada Tabel 4.7 mengakibatkan bertambahnya nilai biaya kerusakan (DC) pada ketiga model. Hal ini disebabkan oleh jumlah barang yang mengalami kerusakan semakin banyak sehingga biaya kerusakannya (DC) juga semakin bertambah.

Tabel 4.7. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap DC

θ	DC		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	4.111	3.839	2.114
0.015	6.082	5.676	3.114
0.02	8.003	7.463	4.082
0.025	9.875	9.204	5.023
0.03	11.701	10.902	5.940

Berdasarkan Tabel 4.8, semakin bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) juga mengakibatkan semakin bertambahnya nilai biaya pemesanan (SC) pada ketiga model, hal ini disebabkan oleh rentang waktu pemesanannya (T) semakin berkurang (Tabel 4.4) sehingga pemesanannya juga akan dilakukan lebih cepat.

Tabel 4.8. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap SC

θ	SC		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	342.801	253.984	88.689
0.015	344.830	256.014	90.327
0.02	346.816	257.993	91.865
0.025	348.763	259.922	93.318
0.03	350.671	261.806	94.697

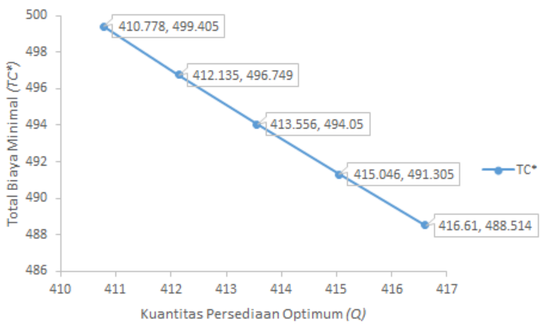
Meskipun nilai biaya penyimpanannya (HC) semakin menurun dengan semakin bertambahnya tingkat kerusakan barang (θ), nilai biaya kerusakan (DC) dan biaya pemesanan (SC) semakin bertambah, hal ini yang menyebabkan nilai total biaya persediaan minimal (TC^*) semakin bertambah seperti yang ditunjukkan oleh Tabel 4.9

Tabel 4.9. Analisis sensitivitas perubahan nilai θ terhadap TC^*

θ	TC^*		
	Kuadratik	Linear	Konstan
0.01	488.514	391.342	169.291
0.015	491.305	394.157	171.620
0.02	494.050	396.917	173.856
0.025	496.749	399.624	176.010
0.03	499.405	402.281	178.089

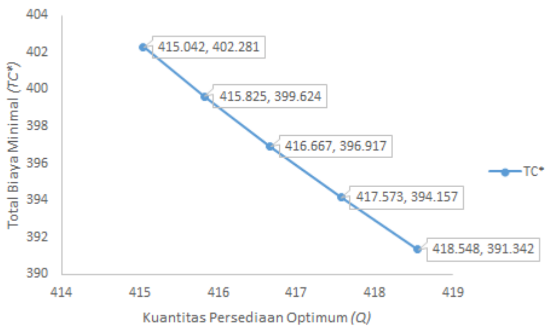
Di dalam persediaan, perlu dicari hubungan antara jumlah persediaan optimum (Q) dengan total biaya persediaan minimal (TC^*) karena produsen maupun distributor mengatur jumlah persediaannya agar mendapatkan total biaya persediaan yang minimal. Berdasarkan Tabel 4.5 dan Tabel 4.9 dapat dibuat grafik hubungan antara Q terhadap TC^*.

Pada model dengan tingkat permintaan kuadratik, tingkat kerusakan barang yang semakin bertambah mengakibatkan nilai kuantitas persediaan optimum (Q) semakin berkurang dan nilai total biaya persediaan minimalnya (TC^*) semakin bertambah, sehingga grafik hubungan antara nilai Q dan TC^* akan bergerak turun seperti ditunjukkan pada Gambar 4.1.



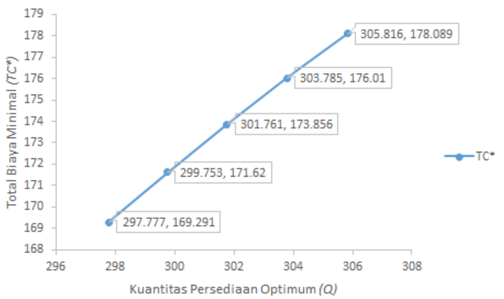
Gambar 4.1. Grafik Q terhadap TC^* pada tingkat permintaan kuadratik

Nilai kuantitas persediaan optimum (Q) semakin berkurang dan total biaya persediaan minimalnya (TC^*) semakin bertambah seiring dengan bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ) pada model dengan tingkat permintaan linear, sehingga grafik hubungan antara Q dan TC^* akan bergerak turun seperti ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Grafik Q terhadap TC^* pada tingkat permintaan linear

Nilai kuantitas persediaan optimum (Q) dan nilai total biaya persediaan minimal (TC^*) pada model dengan tingkat permintaan konstan semakin bertambah seiring dengan bertambahnya nilai tingkat kerusakan barang (θ), sehingga grafiknya bergerak naik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.3



Gambar 4.3. Grafik Q terhadap TC^* pada tingkat permintaan konstan

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

1. Model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik, linear, dan konstan memiliki laju perubahan persediaan yang sama dengan jurnal *Analysis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rates* (Rangarajan dan Karthikeyan, 2015) dan terdapat $\frac{1}{1+\theta t}$ pada hasil pengerjaan nilai solusi laju perubahan persediaan.
2. Hasil simulasi numerik pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan kuadratik menghasilkan nilai total biaya minimal (TC^*) sebesar 494.050 dengan kuantitas persediaan optimum (Q) sebesar 413.556.

   Hasil simulasi numerik pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan linear menghasilkan nilai total biaya minimal (TC^*) sebesar 396.917 dengan kuantitas persediaan optimum (Q) sebesar 416.667.

   Hasil simulasi numerik pada model EOQ untuk barang yang mengalami kerusakan dengan tingkat permintaan konstan menghasilkan nilai total biaya minimal (TC^*) sebesar 173.856 dengan kuantitas persediaan optimal (Q) sebesar 301.761.
3. Hasil analisis sensitivitas yang dilakukan dengan merubah nilai tingkat kerusakan barang (θ) semakin bertambah dan nilai yang lain dibuat tetap, didapatkan nilai rentang waktu 2 pemesanan barang (T) semakin berkurang pada ketiga model, nilai kuantitas persediaan optimum (Q) semakin berkurang pada model kuadratik dan linear sedangkan pada model konstan semakin bertambah, nilai biaya simpan (HC) semakin turun pada ketiga model, nilai biaya kerusakan (DC) dan nilai biaya pemesanan (SC) semakin bertambah pada ketiga model, nilai total biaya persediaan minimal (TC^*) semakin bertambah pada ketiga model.

5.2 Saran

Pada penulisan selanjutnya disarankan dilakukan pengembangan model dengan menggunakan tingkat permintaan yang lain, seperti fungsi eksponensial, stokastik, fuzzy, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

Agustini, M.Y.D.H. dan Y.E. Rahmadi. 2004. *Riset Operasional Konsep-konsep Dasar*. PT. Rineka Cipta. Jakarta.

Hadley, G.J. dan T.M. Within. 1963. *Analysis of Inventory Systems*. Prentice Hall. New York.

Hillier, F.S. dan G.J. Lieberman. 1995. *Introduction To Operations Research*. Sixth Edition. Mc Graw-Hill Internasional Editions. Singapore.

MacCann, R.C. 1982. *Differential Equation, First Ed.* Harcourt Brace Jovanovich, Inc. New York

Mulyono, S. 1991. *Operation Research*. Lembaga penerbit FE UI. Jakarta.

Purcell, E. J. dan D. E. Varberg. 1998. *Calculus with Analytic Geometry, Fourth Ed.* Prentice Hall, Inc. New Jersey.

Rangarajan, K. dan K. Karthikeyan. 2015. Analisis of an EOQ Inventory Model for Deteriorating Items with Different Demand Rate. *Applied Mathematical Science*. 9: 2255-2264.

Rangkuti, F. 2004. *Manajemen Persediaan* (Aplikasi di Bidang Bisnis). Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Ristono, A. 2009. *Manajemen Persediaan*. Graha Ilmu. Yogyakarta.

Siswanto. 1985. *Economic Order Quantity (EOQ)*. Andi Offset. Yogyakarta.

Soemarso. 1999. *Akuntansi: Suatu Pengantar*. Rineka Cipta. Jakarta.

Zuanisa, R. 2013. Model EOQ dengan *Perishable*. (Studi Kasus pada Divre III BULOG, Bojonegoro). *Journal of Student Mathematics Brawijaya University*. 240-243.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Perhitungan HC pada model dengan tingkat permintaan kuadratik

$$HC = \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t)I(t)\ dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t)\left[\frac{1}{1+\theta T}\left(a(t-T)+\frac{(a\theta+b)(T^2-t^2)}{2}+\frac{(b\theta+c)(T^3-t^3)}{3}+\frac{c\theta(T^4-t^4)}{4}\right)\right] dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\alpha a(T-t)}{1+\theta T}+\frac{\alpha(a\theta+b)(T^2-t^2)}{2(1+\theta T)}+\frac{\alpha(b\theta+c)(T^3-t^3)}{3(1+\theta T)}+\frac{\alpha c\theta(T^4-t^4)}{4(1+\theta T)}+\frac{\beta ta(T-t)}{1+\theta T}+\frac{\beta t(a\theta+b)(T^2-t^2)}{2(1+\theta T)}+\frac{\beta t(b\theta+c)(T^3-t^3)}{3(1+\theta T)}+\frac{\beta c\theta(T^4-t^4)}{4(1+\theta T)}\ dt$$

$$= \frac{1}{T}\left[-\frac{1}{2}\frac{a\alpha T}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta}-\frac{a\alpha T^2}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{2}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^2}+\frac{1}{6}\frac{b\alpha T}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{\theta}-\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^3}-\frac{b\alpha T^3}{9}-\frac{1}{12}\frac{b\alpha T^2}{\theta}+\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{3}+\frac{1}{4}\frac{c\alpha T}{\theta^4}+\frac{1}{6}\frac{c\alpha T^2}{\theta^2}-\frac{1}{8}\frac{c\alpha T^2}{\theta^3}-\frac{c\alpha T}{\theta^3}-\frac{1}{9}\frac{c\alpha T^3}{\theta}-\frac{1}{16}\frac{c\alpha T^4}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{c\alpha T^3}{\theta^2}+\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{\theta}+\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^4}{\theta}+\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^4}-\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^5}+\frac{3}{4}\frac{a\beta T^2}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\beta T}{\theta^2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^3}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}-\frac{a\beta T^3}{3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}+\frac{4}{9}\frac{b\beta T^3}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{b\beta T^2}{\theta^2}-\frac{1}{6}\frac{b\beta T}{\theta^3}+\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^4}-\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^2}+\frac{b\beta T^4}{4}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta}-\frac{1}{4}\frac{c\beta T}{\theta^5}+\frac{1}{3}\frac{c\beta T}{\theta^4}+\frac{1}{8}\frac{c\beta T^2}{\theta^4}-\frac{1}{6}\frac{c\beta T^2}{\theta^3}-\frac{1}{12}\frac{c\beta T^3}{\theta^3}+\frac{1}{9}\frac{c\beta T^3}{\theta^2}+\frac{1}{4}\frac{c\beta T^4}{\theta}+\frac{1}{16}\frac{c\beta T^4}{\theta^2}+\frac{1}{5}\frac{c\beta T^5}{\theta}+\right.$$

$$\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^6}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^5}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta^2}-\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^4}{\theta^2}\Bigg]$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta}-\frac{a\alpha T}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2}+\frac{1}{6}\frac{b\alpha T}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta}-\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3}-\frac{b\alpha T^2}{9}-\frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta}+\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3}+\frac{1}{4}\frac{c\alpha}{\theta^4}+\frac{1}{6}\frac{c\alpha T}{\theta^2}-\frac{1}{8}\frac{c\alpha T}{\theta^3}-\frac{c\alpha}{\theta^3}-\frac{1}{9}\frac{c\alpha T^2}{\theta}-\frac{1}{16}\frac{c\alpha T^3}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{c\alpha T^2}{\theta^2}+\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{\theta}+\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{\theta}+\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^4}-\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^5}+\frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2}-\frac{a\beta T^2}{3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta}+\frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2}-\frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3}+\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4}-\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}+\frac{b\beta T^3}{4}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}-\frac{1}{4}\frac{c\beta}{\theta^5}+\frac{1}{3}\frac{c\beta}{\theta^4}+\frac{1}{8}\frac{c\beta T}{\theta^4}-\frac{1}{6}\frac{c\beta T}{\theta^3}-\frac{1}{12}\frac{c\beta T^2}{\theta^3}+\frac{1}{9}\frac{c\beta T^2}{\theta^2}+\frac{1}{4}\frac{c\beta T^3}{\theta}+\frac{1}{16}\frac{c\beta T^3}{\theta^2}+\frac{1}{5}\frac{c\beta T^4}{\theta}+\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^6}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^5}-\frac{1}{3}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^2}-\frac{1}{4}\frac{c\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta^2}$$

Lampiran 2. Perhitungan nilai HC pada model dengan tingkat permintaan linear

$$HC = \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t) I(t)\ dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t)\left[\frac{1}{1+\theta T}\left(a(t-T)+\frac{(a\theta+b)\left(T^2-t^2\right)}{2}+\frac{b\theta\left(T^3-t^3\right)}{3}\right)\right] dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\alpha a(T-t)}{1+\theta T}+\frac{(a\theta+b)\left(T^2-t^2\right)}{2(1+\theta T)}+\frac{\alpha b\theta\left(T^3-t^3\right)}{3(1+\theta T)}+\frac{\beta t a(T-t)}{1+\theta T}+\frac{\beta t(a\theta+b)\left(T^2-t^2\right)}{2(1+\theta T)}+\frac{\beta t b\theta\left(T^3-t^3\right)}{3(1+\theta T)}\ dt$$

$$= \frac{1}{T}\left[-\frac{1}{2}\frac{a\alpha T}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta}-\frac{a\alpha T^2}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{2}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^2}+\frac{1}{6}\frac{b\alpha T}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{\theta}-\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^3}-\frac{b\alpha T^3}{9}-\frac{1}{12}\frac{b\alpha T^2}{\theta}+\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^3}{3}+\frac{3}{4}\frac{a\beta T^2}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\beta T}{\theta^2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^3}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}-\frac{a\beta T^3}{3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}+\frac{4}{9}\frac{b\beta T^3}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{b\beta T^2}{\theta^2}-\frac{1}{6}\frac{b\beta T}{\theta^3}+\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^4}-\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^2}+\frac{b\beta T^4}{4}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^3}{\theta}\right]$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta}-\frac{a\alpha T}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2}+\frac{1}{6}\frac{b\alpha}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta}-\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^3}-\frac{b\alpha T^2}{9}-\frac{1}{12}\frac{b\alpha T}{\theta}+\frac{b\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{3}+\frac{3}{4}\frac{a\beta T}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\beta}{\theta^2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2}-\frac{a\beta T^2}{3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta}+\frac{4}{9}\frac{b\beta T^2}{\theta}+\frac{1}{12}\frac{b\beta T}{\theta^2}-\frac{1}{6}\frac{b\beta}{\theta^3}+\frac{1}{6}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^4}-\frac{1}{2}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}+\frac{b\beta T^3}{4}-\frac{1}{3}\frac{b\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}\right]$$

Lampiran 3. Perhitungan nilai HC pada model dengan tingkat permintaan konstan

$$
\begin{aligned}
HC &= \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t)I(t)\ dt \\
&= \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha+\beta t)\left[\frac{1}{1+\theta T}\left(a(t-T)+\frac{a\theta\left(T^2-t^2\right)}{2}\right)\right] dt \\
&= \frac{1}{T}\int_0^T \frac{\alpha a(T-t)}{1+\theta T}+\frac{\alpha a\theta\left(T^2-t^2\right)}{2(1+\theta T)}+\frac{\beta t a(T-t)}{1+\theta T}+\frac{\beta t a\theta\left(T^2-t^2\right)}{2(1+\theta T)}\ dt \\
&= \frac{1}{T}\Bigg[-\frac{a\alpha T}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{\theta}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{a\alpha T}{\theta}-\frac{a\alpha T^2}{4}+ \\
&\quad \frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^2}+\frac{\beta aT^2}{\theta}-\frac{1}{2}\frac{\beta aT^2}{\theta}+\frac{\beta T}{\theta^2}- \\
&\quad \frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^3}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}-\frac{\beta aT^3}{6}+\frac{1}{4}\frac{\beta aT^2}{\theta}+\frac{\beta aT^3}{2}- \\
&\quad \frac{1}{2}\frac{\beta aT}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}\Bigg] \\
&= \frac{1}{T}\Bigg[-\frac{a\alpha T^2}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T^2}{2}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{T^2}- \\
&\quad \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta^3}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T^2}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{\theta^2}- \\
&\quad \frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{\beta aT}{\theta^2}+\frac{3}{4}\frac{\beta aT^2}{\theta}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha T}{\theta}-\frac{1}{3}\beta aT^3\Bigg] \\
&= -\frac{a\alpha T}{4}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha T}{2}+\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T^2}-\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{T\theta^3}- \\
&\quad \frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\beta T}{\theta}+\frac{1}{2}\frac{a\ln(1+\theta T)\alpha}{T\theta^2}-\frac{a\ln(1+\theta T)\beta}{\theta^2}+\frac{1}{2}\frac{\beta a}{\theta^2}+ \\
&\quad \frac{3}{4}\frac{\beta aT}{\theta}-\frac{1}{2}\frac{a\alpha}{\theta}-\frac{1}{3}\beta aT^2
\end{aligned}
$$

Lampiran 4. Perhitungan nilai T pada model dengan tingkat permintaan kuadratik

> *restart*;

> $A := 1000; a := 25; b := 40; c := 20; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01; C1 := 1.5;$

>

$$TC := \frac{1}{720}\frac{1}{T\theta^5}\Big(30\theta^3\alpha c T^2 - 30\beta c\theta^2 T^2 + 120\alpha b\theta^3 T - 60\alpha c\theta^2 T - 120\beta b\theta^2 T + 60\beta c\theta T + 360\ln(1+\theta T)\alpha a\theta^3 + 240\ln(1+\theta T)\alpha T^3 c\theta^4 + 360\ln(1+\theta T)\alpha T^2 b\theta^4 - 180\ln(1+\theta T)\beta c T^4\theta^4 - 240\ln(1+\theta T)\beta T^3 b\theta^4 - 240\ln(1+\theta T)\beta T^3 c\theta^3 - 360\ln(1+\theta T)\beta T^2 a\theta^4 - 360\ln(1+\theta T)\beta T^2 b\theta^3 - 720\ln(1+\theta T)\beta a T\theta^3 + 180\ln(1+\theta T)\alpha c T^4\theta^5 + 240\ln(1+\theta T)\alpha T^3 b\theta^5 + 360\ln(1+\theta T)\alpha T^2 a\theta^5 - 60\ln(1+\theta T)\beta c - 120\ln(1+\theta T)\alpha b\theta^2 - 360\ln(1+\theta T)\beta a\theta^2 + 60\ln(1+\theta T)\alpha c\theta + 120\ln(1+\theta T)\beta b\theta + 144\beta c\theta^5 T^5 + 180\beta T^4 b\theta^5 + 240\beta T^3 a\theta^5 - 45\alpha c\theta^5 T^4 - 80\alpha T^3 b\theta^5 - 20\theta^4\alpha T^3 c - 180\alpha T^2 a\theta^5 - 60\theta^4\alpha T^2 b - 360\theta^4\alpha a T + 225\beta c\theta^4 T^4 + 320\beta T^3 b\theta^4 + 20\theta^3\beta T^3 c + 540\beta T^2 a\theta^4 + 60\theta^3\beta T^2 b + 360\theta^3\beta a T + 720\ln(1+\theta T)\alpha a T\theta^4\Big) + \frac{1}{T}\left(C1\left(\frac{1}{4}c\theta T^4 + \frac{1}{3}(b\theta + c)T^3 + \frac{1}{2}(a\theta + b)T^2 - \frac{1}{2}T^2 b - \frac{1}{3}T^3 c\right)\right) + \frac{A}{T}:$$

> $dTC1 := \frac{\partial}{\partial T}TC;$

$$dTC1 := \frac{1}{T}\left(4.34027777810^5\left(0.00002880000T + 0.000046656000T^2 + 0.000023961600T^3 + 4.6080\,10^{-7}\,T^4\right)\right) - \frac{1}{T^2}\left(4.34027777810^5\left(0.00001440000T^2 + 0.000015552000T^3 + 0.000005990400T^4 + 9.2160\,10^{-8}\,T^5\right)\right) + \frac{1.5\left(0.4000000000T^3 + 0.799999998T^2 + 0.50000000T\right)}{T} - \frac{1.5\left(0.1000000000T^4 + 0.266666666T^3 + 0.25000000T^2\right)}{T^2} - \frac{1000}{T^2}$$

> $solve(dTC1);$

$$2.883369298,\ -0.3886728821 + 3.324848012\,I,\ -3.885629193,\ -49.78289434,\ -0.3886728821 - 3.324848012\,I$$

> $T := 2.883369298;$

$$T := 2.883369298$$

> TC

$$494.049865$$

>

Lampiran 5. Perhitungan nilai turunan kedua TC pada model dengan tingkat permintaan kuadratik

> $restart;$

> $A := 1000;\ a := 25;\ b := 40;\ c := 20;\ \theta := 0.02;\ \alpha := 0.5;\ \beta := 0.01;\ C1 := 1.5;$

>
$$TC := \frac{1}{720}\,\frac{1}{T\,\theta^5}\Big(30\,\theta^3\,\alpha\,c\,T^2 - 30\,\beta\,c\,\theta^2\,T^2 + 120\,\alpha\,b\,\theta^3\,T - 60\,\alpha\,c\,\theta^2\,T - 120\,\beta\,b\,\theta^2\,T + 60\,\beta\,c\,\theta\,T + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,a\,\theta^3 + 240\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^3\,c\,\theta^4 + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^2\,b\,\theta^4 - 180\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,c\,T^4\,\theta^4 - 240\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^3\,b\,\theta^4 - 240\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^3\,c\,\theta^3 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^2\,a\,\theta^4 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^2\,b\,\theta^3 - 720\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,a\,T\,\theta^3 + 180\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,c\,T^4\,\theta^5 + 240\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^3\,b\,\theta^5 + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^2\,a\,\theta^5 - 60\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,c - 120\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,b\,\theta^2 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,a\,\theta^2 + 60\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,c\,\theta + 120\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,b\,\theta + 144\,\beta\,c\,\theta^5\,T^5 + 180\,\beta\,T^4\,b\,\theta^5 + 240\,\beta\,T^3\,a\,\theta^5 - 45\,\alpha\,c\,\theta^5\,T^4 - 80\,\alpha\,T^3\,b\,\theta^5 - 20\,\theta^4\,\alpha\,T^3\,c - 180\,\alpha\,T^2\,a\,\theta^5 - 60\,\theta^4\,\alpha\,T^2\,b - 360\,\theta^4\,\alpha\,a\,T + 225\,\beta\,c\,\theta^4\,T^4 + 320\,\beta\,T^3\,b\,\theta^4 + 20\,\theta^3\,\beta\,T^3\,c + 540\,\beta\,T^2\,a\,\theta^4 + 60\,\theta^3\,\beta\,T^2\,b + 360\,\theta^3\,\beta\,a\,T + 720\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,a\,T\,\theta^4\Big) + \frac{1}{T}\left(C1\left(\frac{1}{4}\,c\,\theta\,T^4 + \frac{1}{3}\,(b\,\theta+c)\,T^3 + \frac{1}{2}\,(a\,\theta+b)\,T^2 - \frac{1}{2}\,T^2\,b - \frac{1}{3}\,T^3\,c\right)\right) + \frac{A}{T}:$$

> $dTC2 := \frac{\partial^2}{\partial T^2}\,TC;$

$$dTC2 := \frac{1}{T}\left(4.34027777810^{5}\left(0.00002880000 + 0.000093312000T + 0.000071884800T^{2} + 0.000001843200T^{3}\right)\right) - \frac{1}{T^{2}}\left(8.68055555610^{5}\left(0.00002880000T + 0.000046656000T^{2} + 0.000023961600T^{3} + 4.6080\,10^{-7}\,T^{4}\right)\right) + \frac{1}{T^{3}}\left(8.68055555610^{5}\left(0.00001440000T^{2} + 0.000015552000T^{3} + 0.000005990400T^{4} + 9.216\,10^{-8}\,T^{5}\right)\right) + \frac{1.5\left(1.200000000T^{2} + 1.599999996T + 0.50000000\right)}{T} - \frac{3.0\left(0.4000000000T^{3} + 0.799999998T^{2} + 0.50000000T\right)}{T^{2}} + \frac{3.0\left(0.1000000000T^{4} + 0.266666666T^{3} + 0.25000000T^{2}\right)}{T^{3}} + \frac{2000}{T^{3}}$$

> $T := 2.883369298$

$T := 2.88336929$

> TC

494.0498652

> $dTC2$

149.297559

>

Lampiran 6. Perhitungan nilai T pada model dengan tingkat permintaan linear

> *restart*;

> $A := 1000;\ a := 25;\ b := 40;\ c := 0;\ \theta := 0.02;\ \alpha := 0.5;\ \beta := 0.01;\ C1 := 1.5;$

>
$$TC := \frac{1}{720}\frac{1}{T\theta^5}\left(30\theta^3\alpha c T^2 - 30\beta c\theta^2 T^2 + 120\alpha b\theta^3 T - 60\alpha c\theta^2 T - 120\beta b\theta^2 T + 60\beta c\theta T + 360\ln(1 + \theta T)\alpha a\theta^3 + 240\ln(1+\theta T)\alpha T^3 c\theta^4 + 360\ln(1 + \theta T)\alpha T^2 b\theta^4 - 180\ln(1+\theta T)\beta c T^4\theta^4 - 240\ln(1 + \theta T)\beta T^3 b\theta^4 - 240\ln(1+\theta T)\beta T^3 c\theta^3 - 360\ln(1 + \theta T)\beta T^2 a\theta^4 - 360\ln(1+\theta T)\beta T^2 b\theta^3 - 720\ln(1 + \theta T)\beta a T\theta^3 + 180\ln(1+\theta T)\alpha c T^4\theta^5 + 240\ln(1 + \theta T)\alpha T^3 b\theta^5 + 360\ln(1+\theta T)\alpha T^2 a\theta^5 - 60\ln(1 + \theta T)\beta c - 120\ln(1+\theta T)\alpha b\theta^2 - 360\ln(1+\theta T)\beta a\theta^2 + 60\ln(1+\theta T)\alpha c\theta + 120\ln(1+\theta T)\beta b\theta + 144\beta c\theta^5 T^5 + 180\beta T^4 b\theta^5 + 240\beta T^3 a\theta^5 - 45\alpha c\theta^5 T^4 - 80\alpha T^3 b\theta^5 - 20\theta^4\alpha T^3 c - 180\alpha T^2 a\theta^5 - 60\theta^4\alpha T^2 b - 360\theta^4\alpha a T + 225\beta c\theta^4 T^4 + 320\beta T^3 b\theta^4 + 20\theta^3\beta T^3 c + 540\beta T^2 a\theta^4 + 60\theta^3\beta T^2 b + 360\theta^3\beta a T + 720\ln(1 + \theta T)\alpha a T\theta^4\right) + \frac{1}{T}\left(C1\left(\frac{1}{4}c\theta T^4 + \frac{1}{3}(b\theta + c)T^3 + \frac{1}{2}(a\theta + b)T^2 - \frac{1}{2}T^2 b - \frac{1}{3}T^3 c\right)\right) + \frac{A}{T}:$$

> $dTC1 := \frac{\partial}{\partial T}TC;$

$$dTC1 := \frac{1}{T}\left(4.34027777810^{5}\left(0.00002880000T + 0.000046656000T^{2} + 9.2160010^{-7}\,T^{3}\right)\right) - \frac{1}{T^{2}}\left(4.34027777810^{5}\left(0.00001440000T^{2} + 0.000015552000T^{3} + 2.3040010^{-7}\,T^{4}\right)\right) + \frac{1.5\left(0.8000000001T^{2} + 0.50000000T\right)}{T} - \frac{1.5\left(0.2666666667T^{3} + 0.25000000T^{2}\right)}{T^{2}} - \frac{1000}{T^{2}}$$

> solve(dTC1);

$3.876080874, -2.156002956 + 3.682336944\mathrm{I}, -47.23074163, -2.156002956 - 3.682336944\mathrm{I}$

> $T := 3.876080874$;

$T := 3.876080874$

> TC

396.916634

>

Lampiran 7. Perhitungan nilai turunan kedua TC pada model dengan tingkat permintaan linear

> *restart*;

> $A := 1000; a := 25; b := 40; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01; C1 := 1.5;$

> $$TC := \frac{1}{36}\,\frac{1}{\theta^4 T}\Big(6\ln(1+\theta T)\,\beta\, b - 18\ln(1+\theta T)\,\beta\, T^2 b\,\theta^2 + 16\,\beta\, b\,\theta^3 T^3 - 36\ln(1+\theta T)\,\beta\, a\, T\theta^2 + 9\,\theta^4\beta\, b\, T^4 + 18\ln(1+\theta T)\,\alpha\, T^2 b\,\theta^3 - 6\,\beta\, b\,\theta\, T + 12\ln(1+\theta T)\,\alpha\, b\, T^3\theta^4 - 9\,\alpha\, T^2 a\,\theta^4 + 18\ln(1+\theta T)\,\alpha\, T^2 a\,\theta^4 - 18\,\theta^3\alpha\, a\, T - 4\,\alpha\, b\,\theta^4 T^3 + 12\,\theta^4\beta\, a\, T^3 - 3\,\theta^3\alpha\, T^2 b + 6\,\alpha\, b\,\theta^2 T + 18\,\theta^2\beta\, a\, T + 18\ln(1+\theta T)\,\alpha\, a\,\theta^2 + 27\,\beta\, T^2 a\,\theta^3 - 6\ln(1+\theta T)\,\alpha\, b\,\theta + 3\,\theta^2\beta\, T^2 b - 18\ln(1+\theta T)\,\beta\, a\,\theta - 12\ln(1+\theta T)\,\beta\, b\, T^3\theta^3 - 18\ln(1+\theta T)\,\beta\, T^2 a\,\theta^3 + 36\ln(1+\theta T)\,\alpha\, a\, T\theta^3\Big) + \frac{C1\left(\frac{1}{3}\, b\,\theta\, T^3 + \frac{1}{2}\,(a\,\theta + b)\, T^2 - \frac{1}{2}\, T^2 b\right)}{T} + \frac{A}{T}:$$

> $dTC2 := \frac{\partial^2}{\partial T^2}\, TC;$

$$dTC2 := \frac{1}{T}\left(1.736111111\,10^{5}\left(0.0002332800T + 0.0000069120T^{2} + 0.0000720000\right)\right) - \frac{1}{T^{2}}\left(3.472222222\,10^{5}\left(0.0001166400T^{2} + 0.0000023040T^{3} + 0.0000720000T\right)\right) + \frac{1}{T^{3}}\left(3.472222222\,10^{5}\left(0.0000388800T^{3} + 5.760\,10^{-7}\,T^{4} + 0.0000360000T^{2}\right)\right) + \frac{1.5\,(1.600000000T + 0.50000000)}{T} - \frac{3.0\left(0.8000000001T^{2} + 0.50000000T\right)}{T^{2}} + \frac{3.0\left(0.2666666667T^{3} + 0.25000000T^{2}\right)}{T^{3}} + \frac{2000}{T^{3}}$$

> $T := 3.876080874;$

$T := 3.876080874$

> TC

396.9166341

> $dTC2$

50.96969836

>

Lampiran 8. Perhitungan nilai T pada model dengan tingkat permintaan konstan

> $restart;$

> $A := 1000; a := 25; b := 0; c := 0; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01; C1 := 1.5;$

>
$$TC := \frac{1}{720}\frac{1}{T\theta^5}\Big(30\,\theta^3\,\alpha\,c\,T^2 - 30\,\beta\,c\,\theta^2\,T^2 + 120\,\alpha\,b\,\theta^3\,T - 60\,\alpha\,c\,\theta^2\,T - 120\,\beta\,b\,\theta^2\,T + 60\,\beta\,c\,\theta\,T + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,a\,\theta^3 + 240\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^3\,c\,\theta^4 + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^2\,b\,\theta^4 - 180\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,c\,T^4\,\theta^4 - 240\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^3\,b\,\theta^4 - 240\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^3\,c\,\theta^3 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^2\,a\,\theta^4 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,T^2\,b\,\theta^3 - 720\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,a\,T\,\theta^3 + 180\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,c\,T^4\,\theta^5 + 240\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^3\,b\,\theta^5 + 360\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,T^2\,a\,\theta^5 - 60\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,c - 120\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,b\,\theta^2 - 360\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,a\,\theta^2 + 60\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,c\,\theta + 120\ln(1+\theta\,T)\,\beta\,b\,\theta + 144\,\beta\,c\,\theta^5\,T^5 + 180\,\beta\,T^4\,b\,\theta^5 + 240\,\beta\,T^3\,a\,\theta^5 - 45\,\alpha\,c\,\theta^5\,T^4 - 80\,\alpha\,T^3\,b\,\theta^5 - 20\,\theta^4\,\alpha\,T^3\,c - 180\,\alpha\,T^2\,a\,\theta^5 - 60\,\theta^4\,\alpha\,T^2\,b - 360\,\theta^4\,\alpha\,a\,T + 225\,\beta\,c\,\theta^4\,T^4 + 320\,\beta\,T^3\,b\,\theta^4 + 20\,\theta^3\,\beta\,T^3\,c + 540\,\beta\,T^2\,a\,\theta^4 + 60\,\theta^3\,\beta\,T^2\,b + 360\,\theta^3\,\beta\,a\,T + 720\ln(1+\theta\,T)\,\alpha\,a\,T\,\theta^4\Big) + \frac{1}{T}\left(C1\left(\frac{1}{4}\,c\,\theta\,T^4 + \frac{1}{3}\,(b\,\theta+c)\,T^3 + \frac{1}{2}\,(a\,\theta+b)\,T^2 - \frac{1}{2}\,T^2\,b - \frac{1}{3}\,T^3\,c\right)\right) + \frac{A}{T}:$$

> $dTC1 := \frac{\partial}{\partial T}\,TC;$

$$dTC1 := \frac{4.34027777810^{5}\left(0.00002880000T + 5.7600010^{-7}\,T^{2}\right)}{T} - \frac{4.34027777810^{5}\left(0.00001440000T^{2} + 1.9200010^{-7}\,T^{3}\right)}{T^{2}} + 0.3750000000 - \frac{1000}{T^{2}}$$

> $solve(dTC1);$

$$10.88549302, -15.84167230, -34.79382072$$

> $T := 10.88549302;$

$$T := 10.88549302$$

> $TC;$

$$173.856272$$

>

Lampiran 9. Perhitungan nilai turunan kedua TC pada model dengan tingkat permintaan linear

> $restart;$

> $A := 1000; a := 25; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01; C1 := 1.5;$

> $$TC := \frac{1}{12} \frac{1}{T\theta^3}\Big(a\big(12\ln(1+\theta T)\,\alpha T\theta^2 - 3\alpha\theta^3 T^2 + 4\theta^3\beta T^3 + 6\ln(1+\theta T)\,\alpha T^2\theta^3 + 6\ln(1+\theta T)\,\alpha\theta - 6\ln(1+\theta T)\,\beta T^2\theta^2 - 12\ln(1+\theta T)\,\beta T\theta - 6\ln(1+\theta T)\,\beta + 9\beta\theta^2 T^2 - 6\theta^2\alpha T + 6\theta\beta T\big)\Big) + \frac{C1\left(a\left(T+\frac{1}{2}\theta T^2\right) - aT\right)}{T} + \frac{A}{T}:$$

> $$dTC2 := \frac{\partial^2}{\partial T^2} TC;$$

$$dTC2 := \frac{2.604166667\,10^5\,(0.0000480 + 0.000000192T)}{T} - \frac{5.208333334\,10^5\,(0.0000480T + 9.6\,10^{-7}\,T^2)}{T^2} + \frac{5.208333334\,10^5\,(0.0000240T^2 + 3.2\,10^{-7}\,T^3)}{T^3} + \frac{2000}{T^3}$$

> $T := 10.88549302$

$T := 10.8854930$

> TC

173.856272

> $dTC2$

1.71721634

>

Lampiran 10. Perhitungan biaya-biaya model tingkat permintaan kuadratik

> $restart;$

> $A := 1000; a := 25; b := 40; c := 20; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01;$
$C1 := 1.5; T := 2.883369298$

> $Q := \frac{1}{4} c\,\theta\,T^4 + \frac{1}{3}(b\,\theta + c)\,T^3 + \frac{1}{2}(a\,\theta + b)\,T^2 + a\,T;$

$$Q := 413.555557$$

> $It := \frac{1}{1+\theta t}\left(-\frac{1}{4} c\,\theta\,t^4 - \frac{1}{3}(b\,\theta + c)\,t^3 - \frac{1}{2}(a\,\theta + b)\,t^2 - a\,t + \frac{1}{4} c\,\theta\,T^4 + \frac{1}{3}(b\,\theta + c)\,T^3 + \frac{1}{2}(a\,\theta + b)\,T^2 + a\,T\right):$

> $HC := \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha + \beta \cdot t)\,It\,\mathrm{d}t;$

$$HC := 139.230819$$

> $NDU := Q - \int_0^T (a + b \cdot t + c \cdot t^2)\,\mathrm{d}t:$

> $DC := \frac{C1}{T} \cdot NDU;$

$$DC := 8.00256226$$

> $SC := \frac{A}{T};$

$$SC := 346.816483$$

> $TC := HC + DC + SC;$

$$TC := 494.049865$$

>

Lampiran 11. Perhitungan biaya-biaya model tingkat permintaan linear

> *restart*;

> $A := 1000;\ a := 25;\ b := 40;\ c := 0;\ \theta := 0.02;\ \alpha := 0.5;\ \beta := 0.01;\ C1 := 1.5;\ T := 3.876080874;$

> $Q := \frac{1}{3}\, b\, \theta\, T^3 + \frac{1}{2}\, T^2\, a\, \theta + \frac{1}{2}\, T^2\, b + a\, T;$

$$Q := 416.667214$$

> $It := \frac{1}{1 + \theta\, t}\left(-\frac{1}{3}\, b\, \theta\, t^3 - \frac{1}{2}\,(a\,\theta + b)\, t^2 - a\, t + \frac{1}{3}\, b\, \theta\, T^3 + \frac{1}{2}\,(a\,\theta + b)\, T^2 + a\, T\right);$

$$It := \frac{-0.2666666667 t^3 - 20.25000000 t^2 - 25\, t + 416.6672148}{1 + 0.02\, t}$$

> $HC := \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha + \beta \cdot t)\, It\, \mathrm{d}t;$

$$HC := 131.460950$$

> $NDU := Q - \int_0^T (a + b\cdot t)\, \mathrm{d}t:$

> $DC := \frac{C1}{T}\cdot NDU;$

$$DC := 7.46313147$$

> $SC := \frac{A}{T};$

$$SC := 257.992552$$

> $TC := HC + DC + SC;$

$$TC := 396.916634$$

>

Lampiran 12. Perhitungan biaya-biaya model tingkat permintaan konstan

> $restart;$

> $A := 1000; a := 25; b := 0; c := 0; \theta := 0.02; \alpha := 0.5; \beta := 0.01;$
$C1 := 1.5; T := 10.88549302;$

> $Q := a\,T + \frac{1}{2}\,a\,\theta\,T^2;$

$$Q := 301.760815$$

> $It := \frac{-a\left(t + \frac{1}{2}\,\theta\,t^2\right) + a\left(T + \frac{1}{2}\,\theta\,T^2\right)}{1 + \theta\,t};$

$$It := \frac{-25\,t - 0.2500000000\,t^2 + 301.7608150}{1 + 0.02\,t}$$

> $HC := \frac{1}{T}\int_0^T (\alpha + \beta \cdot t)\,It\,dt;$

$$HC := 77.9088278$$

> $NDU := Q - \int_0^T (a)\,dt :$

> $DC := \frac{C1}{T} \cdot NDU;$

$$DC := 4.08205988$$

> $SC := \frac{A}{T};$

$$SC := 91.8653843$$

> $TC := HC + DC + SC;$

$$TC := 173.856272$$

>