

**PERBANDINGAN MODEL *KORF-A* DAN MODEL *GOMPERTZ*
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN JAGUNG (*Zea mays L.*)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:

ERMITA IKA PAHLAWANITA
105090500111018-95



PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2015

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PERBANDINGAN MODEL *KORF-A* DAN MODEL *GOMPERTZ*
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN JAGUNG (*Zea mays* L.)**

oleh:

**ERMITA IKA PAHLAWANITA
105090500111018-95**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 29 Januari 2015
dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Sains dalam bidang Statistika**

Pembimbing



Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS
NIP. 195511021981032001



**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

Ratno Bagus E.W., M.Si, Ph.D
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ermita Ika Pahlawanita
NIM : 105090500111018-95
Jurusan : Matematika
Penulisan Skripsi berjudul :

PERBANDINGAN MODEL *KORF-A* DAN MODEL *GOMPERTZ* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN JAGUNG (*Zea mays L.*)

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain selain nama-nama yang termaktub di isis dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran

Malang, 12 Januari 2015



(Ermita Ika Pahlawanita)
105090500111018-95

PERBANDINGAN MODEL *KORF-A* DAN MODEL *GOMPERTZ* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN JAGUNG (*Zea mays* L.)

ABSTRAK

Model pertumbuhan digunakan untuk mempelajari pola pertumbuhan makhluk hidup. Pada penelitian ini diterapkan dan dibandingkan model pertumbuhan *Korf-A* dan *Gompertz* untuk menjelaskan pola pertumbuhan tanaman jagung. Metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi Levenberg-Marquardt digunakan dalam pendugaan parameter. Data yang digunakan merupakan data sekunder hasil penelitian tentang tanaman jagung yang diberi perlakuan *Paspalum conjugatum* L. dan amonium thiosulfat pada tanah bekas *tailing* tambang emas. Berdasarkan nilai *AICc* model *Gompertz* lebih baik dari pada model *Korf-A* dalam menjelaskan pertumbuhan tanaman jagung, dimana laju pertumbuhan maksimum terjadi antara umur 7 sampai 8 minggu setelah tanam.

Kata kunci : *Korf-A*, *Gompertz*, Laju Pertumbuhan



COMPARISON OF KORF-A MODEL AND GOMPERTZ MODEL IN DESCRIBING GROWTH OF CORN (*Zea mays* L.)

ABSTRAC

The Growth model was used to describe a relation between growth product versus time. In this research Korf-A and Gompertz model were used to explain the growth pattern of corn and comparing those models. Ordinary Least Square nonlinier with Levenberg-Marquardt iteration was used to estimate the parameter. This research used secondary data of corn which were given *Paspalum Conjugatum* L. and amonium thiosulfat treatment on former gold mine tailing soil. According to the value of $AICc$, Gompertz model is better than Korf-A in explaining the growth of corn, which the maximum growth rate occurs between 7 to 8 week after planting

Keyword : Korf-A, Gompertz, Growth Rate



KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulisan Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Skripsi yang berjudul “PERBANDINGAN MODEL *KORF-A* DAN MODEL *GOMPERTZ* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN JAGUNG (*Zea mays L.*)” ini merupakan salah satu prasyarat kelulusan di Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya.

Terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang turut membantu terselesainya penyusunan skripsi ini:

1. Ibu Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS. selaku Dosen yang telah banyak membantu dalam membimbing pengerjaan Tugas Akhir ini.
2. Ibu Ir. Heni Kusdarwati, MS selaku Dosen Penguji I dan bapak Prof. Dr. Ir. Waego Hadi Nugroho selaku Dosen Penguji II atas saran dan masukan yang telah diberikan.
3. Bapak Ratno Bagus E.W., M.Si, Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
4. Kedua orang tua, adik tercinta, dan keluarga untuk kasih sayang, semangat, dukungan serta doa restu yang selalu diberikan.
5. Seseorang yang selalu ada mulai dari judul sampai Skripsi ini selesai Marianto Sugatra, terima kasih selalu kasih semangat dan support.
6. Semua sahabat terbaikku, teman-teman Program Studi Statistika, khususnya Statistika 10, Cece, Anisa, Elfanita, Bikriyah, Wawan, Shahril, Muslikha, dan semuanya yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu terimakasih atas semangat dan dukungan yang luar biasa.
7. Anak kos gajayana 733, khususnya kak ayus, evita, rani, mbak depi, mbak ike, terimakasih atas semangat dan dukungan yang luar biasa.
8. Semua pihak yang telah membantu penulisan Tugas Akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Malang, 12 Januari 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	4
1.5 Manfaat.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Regresi Nonlinier.....	5
2.1.1 Beberapa Model Regresi Nonlinier.....	6
1. Model <i>Korf-A</i>	6
2. Model <i>Gompertz</i>	7
2.1.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier.....	8
1. Iterasi <i>Gauss-Newton</i>	9
2. Iterasi <i>Lavenberg-Marquardt</i>	10
2.1.3 Pendugaan Nilai Awal Parameter.....	10
2.1.4 Pengujian Asumsi Model Regresi Nonlinier.....	11
1. Asumsi Kenormalan Galat.....	11
2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	12
2.1.5 Pemeriksaan Kebaikan Model.....	13
2.1.6 Analisis Pertumbuhan.....	14
1. Pertumbuhan dan perkecambahan Tanaman Jagung.....	12
BAB III METODELOGI	
3.1 Sumber Data.....	17
3.2 Metode Analisis.....	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Diagram Pencar.....	21
4.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier.....	21
4.3 Pengujian Asumsi.....	25

1. Asumsi Kenormalan Galat.....	25
2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat	26
4.4 Pemeriksaan Kebaikan Model.....	26
4.2 Laju Pertumbuhan.....	28
1. Laju Pertumbuhan Absolut	28
2. Laju Pertumbuhan Relatif.....	29
3. Laju Pertumbuhan Maksimum.....	30
4.3 Perbandingan Model <i>Korf-A</i> dan Model <i>Gompertz</i>	30
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	31
5.2 Saran.....	31
DAFTAR PUSTAKA	33
LAMPIRAN	35



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1	Penduga Awal Parameter..... 22
Tabel 4.2	Penduga Parameter Hasil Iterasi <i>Lavenberg Marquardt</i> 22
Tabel 4.3	Persamaan Model..... 23
Tabel 4.4	Tinggi Tanaman jagung Hasil Pengamatan dan Prediksi Model (dalam cm)..... 24
Tabel 4.5	Hasil Pengujian Kenormalan Galat 26
Tabel 4.6	Hasill Pengujian Kehomogenan Galat..... 26
Tabel 4.7	Hasil Pemeriksaan Model 27
Tabel 4.8	Laju Pertumbuhan maksimum 29



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Diagram Alir	19
Gambar 4.1 Diagram Pencar Tinggi Tanaman Jagung terhadap umur... 21	
Gambar 4.2 Diagram Pencar antara umur dengan tinggi tanaman hasil pengamatan jagung dan hasil prediksi.....	25
Gambar 4.2 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut	28
Gambar 4.3 Kurva Laju Pertumbuhan Relatif	29



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1	Sumber Data..... 35
Lampiran 2	Nilai Duga Awal Parameter..... 36
Lampiran 3	Hasil Pendugaan Parameter Iterasi <i>Lavenberg Marquardt</i> dengan SPSS..... 38
Lampiran 4	Pengujian Asumsi Kenormalan Galat..... 46
Lampiran 5	Pengujian Asumsi Kehomogenan Galat 48
Lampiran 6	Hasil Perhitungan R_{adj}^2 dan AIC_c 52
Lampiran 7	Penurunan Model Pertumbuhan..... 53
Lampiran 8	Iterasi <i>Lavenberg Marquardt</i> 57



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah respons dengan satu atau lebih peubah prediktor. Terdapat dua jenis analisis regresi yaitu regresi linier dan regresi nonlinier. Regresi linier mempunyai parameter yang bersifat linier sedangkan regresi nonlinier mempunyai parameter yang bersifat nonlinier. Salah satu bentuk model regresi nonlinier yang banyak diterapkan pada bidang pertanian adalah model pertumbuhan tanaman.

Model pertumbuhan digunakan untuk mengetahui hubungan antara produk pertumbuhan terhadap waktu. Produk pertumbuhan tanaman dapat berupa berat kering tanaman, tinggi tanaman, panjang akar, luas daun dan lain-lain. Model pertumbuhan pada umumnya mengikuti bentuk sigmoid. Model tersebut memiliki kurva sigmoid atau seperti huruf S yang menggambarkan laju pertumbuhan lambat di awal kemudian mencapai maksimal saat titik belok dan akan melambat pada akhirnya.

Model *Korf* diusulkan oleh Korf tahun 1939. Pada tahun 1957 peneliti sebelumnya mengembangkan model pertumbuhan tinggi tanaman menggunakan model *Korf* pada perkebunan cemara dan kemudian beberapa peneliti telah berhasil mengaplikasikan model *Korf* untuk mendeskripsikan tinggi dan diameter tanaman. Menurut Arjo (2011) tanaman cemara memiliki fase pertumbuhan yaitu fase vegetatif dan fase generatif. Tanaman-tanaman yang masih muda akan memiliki laju pertumbuhan yang sangat cepat kemudian menurun seiring bertambahnya umur tanaman. Tanaman yang masih muda mempunyai sel-sel yang masih aktif membelah sehingga mengalami pertumbuhan yang sangat cepat, sedangkan pada tanaman yang sudah tua pembelahan sel menurun sehingga pertumbuhan akan menurun dan akhirnya berhenti.

Model *Korf* mampu mendeskripsikan dan menganalisis pertumbuhan tanaman. Menurut Li Fengri *et al.* (2000) dilihat dari p (parameter yang mempengaruhi titik belok) model *Korf* terdiri dari dua bagian yaitu model *Korf-A* ($p > 1$) dan model *Korf-B* ($0 \leq p < 1$). Diantara kedua model tersebut terdapat model *Gompertz* dengan $p = 1$.

Model *Korf-B* menurut Li Fengri *et al.* (2000) merupakan model pertumbuhan yang memiliki kurva sigmoid dengan titik belok diantara

A/e dan A , model ini cocok untuk diaplikasikan pada model pertumbuhan tanaman. Model *Korf-B* hampir sama dengan model *Korf-A* hanya saja pada nilai pertumbuhan awal yang membedakan. Model *Korf-B* untuk mencari laju pertumbuhannya membutuhkan waktu saat $t=t_0$ dan $y = y_0$. Tipe *Korf-B* merupakan model yang hanya dapat mendiskripsikan kurva model pertumbuhan sigmoid dengan nilai awal y_0 .

Model *Korf-A* memiliki kurva sigmoid yang memiliki titik belok diantara 0 dan A/e . Model *Korf-A* memiliki kelebihan dari pada model *Korf-B*, kelebihanya yaitu saat $y(t)=0$, $t=0$ dan diberikan $k = \frac{1}{(p-1)}$ (k merupakan parameter titik belok pada model *Korf-A*), kemudian di substitusikan kedalam model *Korf-A* maka persamaan tersebut menghasilkan persamaan model *Korf* biasa. Oleh karena itu, pada penelitian ini penulis menggunakan model *Korf-A*. (Li Fengri *et al.*2000)

Model *Gompertz* memiliki p (parameter yang mempengaruhi titik belok) diantara model *Korf-A* ($p>1$) dan *Korf-B* ($0 \leq p < 1$) yaitu $p=1$. Model *Gompertz* merupakan model pertumbuhan sigmoid dengan titik belok A/e . Model *Korf-A* mempunyai titik belok yang sama dengan *Gompertz* yaitu A/e . Oleh karena itu, penulis menggunakan model *Korf-A* ($p>1$) dan dibandingkan dengan model *Gompertz* ($p=1$) untuk mengetahui pertumbuhan tanaman Jagung (*Zea mays L.*).

Jagung merupakan komoditas kedua setelah padi dan sumber kalori atau makanan pengganti beras. Kebutuhan jagung akan terus meningkat dari tahun ketahun sejalan dengan peningkatan taraf hidup. Tinggi tanaman jagung merupakan salah satu tolok ukur pertumbuhan vegetatif. Pada saat tinggi jagung mencapai maksimum ditandai dengan adanya cabang terakhir dari bunga jantan sebelum kemunculan bunga betina (silk/rambut tongkol). Tahap ini dimulai 2-3 hari sebelum rambut tongkol muncul. Pada fase ini dihasilkan biomasa maksimum dari bagian vegetatif tanaman.

Dalam penelitian ini penulis menggunakan tanaman jagung untuk mengetahui laju pertumbuhan tanaman jagung dengan menggunakan model *Korf-A* dan model *Gompertz*. Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder pertumbuhan tanaman jagung (*Zea mays L.*) pascafitoremediasi tanah bekas *tailing* tambang emas dengan juku pahit (*Paspalum conjugatum L.*).

Pada penelitian ini diambil 2 perlakuan, yaitu perlakuan pertama PCT1L1 (media tanam tanah tailing sianidasi pasca fitoremediasi dengan pemberian *Paspalum conjugatum* L. dan penambahan 4 g amonium thiosulfat/kg media). Penggunaan amonium thiosulfat dalam proses fitoremediasi menyebabkan peningkatan serapan Hg oleh tanaman fitoremediator yang dapat meningkatkan tinggi tanaman. Perlakuan kedua adalah KT1 (media tanam tanah tailing sianidasi tanpa fitoremediasi). Tujuannya untuk mengetahui perbedaan pertumbuhan tanaman jagung pada media tanam yang dilakukan fitromediasi dan media tanam tanpa fitromediasi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang maka rumusan masalah yang akan di bahas dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah model *Korf-A* dan model *Gompertz* dapat menggambarkan laju pertumbuhan tanaman jagung?
2. Model pertumbuhan manakah yang lebih baik untuk menjelaskan pertumbuhan tanaman jagung ?
3. Pada umur berapakah tanaman jagung mencapai laju pertumbuhan maksimum?

1.3 Batasan Masalah

1. Menggunakan data sekunder pada penelitian Nurdiana (2014) tentang pertumbuhan tanaman jagung (*Zea mays* L.) pascafitorremediasi tanah bekas tailing tambang emas dengan juku pahit (*Paspalum conjugatum* L.)
2. Pemeriksaan kebaikan model yang digunakan adalah Koefisien Determinasi (R^2_{adj}) dan AIC terkoreksi (AIC_C).
3. Pendugaan parameter model menggunakan metode kuadrat terkecil dan iterasi *Lavenberg Marquadt*.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menjelaskan laju pertumbuhan tanaman jagung menggunakan model *Korf-A* dan model *Gompertz*.
2. Menentukan model pertumbuhan yang lebih baik untuk menjelaskan pertumbuhan tanaman jagung.
3. Mengetahui laju pertumbuhan tanaman jagung saat mencapai maksimum.

1.5 Manfaat

Melalui penelitian ini diharapkan dapat diketahui model yang lebih baik menggambarkan pola pertumbuhan. Mengetahui laju pertumbuhan tanaman jagung sehingga dapat diketahui kapan perlakuan dapat diterapkan agar dihasilkan pertumbuhan jagung yang baik.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Nonlinier

Analisis regresi merupakan suatu analisis statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah respons (Y) dengan satu atau lebih peubah prediktor (X). Namun tidak semua hubungan dalam suatu kejadian mempunyai hubungan yang linier. Terkadang ada kejadian yang mempunyai hubungan nonlinier sehingga diperlukan analisis regresi nonlinier.

Menurut Draper dan Smith (1992) suatu model regresi dikatakan linier jika memiliki peubah dan parameter berpangkat satu, jika tidak dikatakan nonlinier. Bentuk umum regresi nonlinier :

$$y_t = f(t_i, \theta) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Dimana :

- y_t : respon pada waktu ke- t
($y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$)
- t_i : umur pada waktu ke- i
- θ : vektor parameter
- ε_i : galat pada waktu ke- i
- n : ukuran contoh

Dengan $E(\varepsilon_i) = 0$ dan $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

Model regresi nonlinier dibagi menjadi dua, yaitu model *non intrinsically nonlinear* dan *intrinsically nonlinear*

a) Model *non intrinsically nonlinear* berbentuk nonlinier pada parameter yang dapat diubah menjadi linier melalui transformasi yang tepat.

$$Y = ae^{\beta_0 + \beta_1 + \beta_1 x_1 + \varepsilon} \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dapat diubah menjadi bentuk linier dengan transformasi logaritma menjadi :

$$\log_e(y) = \log_e(ae^{\beta_0 + \beta_1 + \beta_1 x_1 + \varepsilon})$$

b) Model *intrinsically nonlinear* berbentuk nonlinier pada parameter dan tidak dapat dilinierkan dengan transformasi yang apapun.

2.1.1 Beberapa Model Regresi Nonlinier

1. Model Korf-A

Model umum dari fungsi *Korf-A* dinyatakan sebagai :

$$y_t = A \exp \left[-b(t + c)^{-\frac{1}{p-1}} \right] \quad (2.3)$$

dimana :

- y_t : tinggi pada saat waktu t
- A : nilai pertumbuhan maksimum
- c : nilai pertumbuhan tahap awal (y_0)
- b : skala laju pertumbuhan tanaman
- p : parameter yang menentukan titik belok

Persamaan (2.3) diturunkan terhadap t didapatkan persamaan seperti dibawah:

$$\frac{dy}{dt} = A \exp \left[-b(t + c)^{-\frac{1}{p-1}} \right] \frac{b}{p-1} (t + c)^{-\frac{p}{p-1}} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) digunakan untuk mengukur laju pertumbuhan absolut. Laju pertumbuhan absolut (*absolut growth rate*) menurut Brown *et al.* (1988) adalah pertambahan tinggi tanaman perunit waktu. Pada awal tanam terjadi peningkatan pertambahan tinggi tanaman yang semakin meningkat. Setelah fase vegetatif, pertambahan tinggi tanaman menurun sampai mendekati titik nol.

Sedangkan laju pertumbuhan relatif menurut Sitompul dan Guritno(1995) adalah perubahan tingkat laju pertumbuhan dalam setiap satuan waktu. Menurut Li Fengri *et al.* $\frac{1}{y} \times \frac{dy}{dt}$ mewakili laju pertumbuhan relatif. Laju pertumbuhan relatif dari model *Korf-A* adalah sebagai berikut :

$$\frac{dy}{dt} \times \frac{1}{y} = \frac{b}{p-1} (t + c)^{-\frac{p}{p-1}} \quad (2.5)$$

Menurut Li Fengri *et al.*(2000) karena $p > 1$, model *Korf-A* bentuk kurvanya sigmoid dengan titik belok antara 0 sampai $\frac{A}{e}$. Jika nilai p mendekati 1 maka model ini berbentuk model *Gompertz*.

Titik belok pada model *Korf-A* yaitu saat (t^*, y^*) . Dari persamaan (2.4) didapatkan turunan kedua. Nilai t^* diperoleh dari $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$. yaitu :

$$t^* = \left(\frac{b}{p} \right)^{p-1} - c \quad (2.6)$$

Selang waktu dimana terdapat titik belok (t^*) disebut waktu efektif. Menurut Li Fengri *et al.*(2000) waktu efektif menandakan bahwa pada saat itu laju pertumbuhan maksimum. Persamaan (2.6)

disubsitusikan ke dalam persamaan (2.3) maka didapatkan tinggi tanaman pada saat titik belok, yaitu

$$y^* = A e^{-p} \quad (2.7)$$

Model *Korf-A* memiliki kelebihan dari pada model *Korf-B*.

Model *Korf-A* mempunyai alternatif :

saat $y(t)=0$ dan $t=0$ dari persamaan model *Korf-A* yaitu

$$y_t = A \exp \left[-b(t + c)^{-\frac{1}{p-1}} \right]$$

dan diberikan $k = \frac{1}{(p-1)}$ (k merupakan parameter titik belok pada model *Korf*). Didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$y_t = A \exp[-bt^{-k}] \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) merupakan persamaan model *Korf*.

2. Model Gompertz

Alfredo et al. (2004) model *Gompertz* memiliki kurva sigmoid yang tidak simetris atau setangkup terhadap titik beloknya. Titik beloknya tercapai saat $\frac{d^2y}{dt} = 0$ yaitu ketika A/e . Model ini memiliki tiga parameter. Menurut Seber dan Wild (2003) model *Gompertz* dinyatakan sebagai:

$$y_t = \alpha e^{(-\beta e^{-kt})} + \varepsilon \quad (2.9)$$

Dimana

α : nilai pertumbuhan maksimum

β : nilai pertumbuhan tahap awal (y_0)

k : skala laju pertumbuhan

t : umur tanaman

Persamaan (2.9) diturunkan terhadap t didapatkan persamaan seperti berikut:

$$\frac{dy}{dt} = (\alpha e^{-\beta e^{-kt}})(\beta k e^{-kt}) \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) digunakan untuk mencari laju pertumbuhan absolut. Laju pertumbuhan absolut digunakan untuk mengukur perubahan tinggi tanaman dari waktu ke waktu.

Menurut Li Fengri et al. (2000) Laju pertumbuhan relatif dari model *Gompertz* adalah sebagai berikut :

$$\frac{dy}{dt} \times \frac{1}{y} = \beta k e^{-kt} \quad (2.11)$$

Titik belok model *Gompertz* terjadi pada saat t^* dan y^* . Nilai t^* diperoleh dari $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$. Yaitu :

$$t^* = \frac{\ln \beta}{k} \quad (2.12)$$

dan

$$y^* = \frac{\alpha}{e} \quad (2.13)$$

2.1.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier

Menurut Fekedulegn *et al.* (1999) bentuk nonlinier model seperti pada (2.1) penduga bagi θ dihasilkan dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG).

$$JKG = \sum_{i=1}^n [y_t - f(t_i, \theta)]^2 \quad (2.14)$$

dengan asumsi galat menyebar normal. Mempunyai nilai tengah nol dan ragamnya σ^2 . Penduga kuadrat terkecil θ dilakukan dengan cara meminimumkan JKG yaitu memperoleh turunan parsial pertama terhadap θ .

$$JKG = [y_t - f(t_i, \theta)]' [y_t - f(t_i, \theta)] \quad (2.15)$$

dengan meminimumkan JKG maka akan dilakukan penaksiran parameter θ . Persamaan normal untuk nilai minimum JKG adalah :

$$\frac{\partial JKG}{\partial \theta} = -2 \left[\frac{\partial f(t, \theta)'}{\partial \theta_j} \right] [y_t - f(t, \theta)] \quad (2.16)$$

Bila fungsi $f(t, \theta)$ adalah nonlinier, maka menaksir θ yang meminimumkan JKG tidak dapat diperoleh secara langsung sebagaimana dalam model linier. Model nonlinier untuk menduga parameternya menggunakan metode iterasi. Salah satu metode untuk memperoleh pendugaan parameter adalah dengan menggunakan metode *Levenberg Marquardt*.

Menurut Marquardt (1963) metode iterasi *Lavenberg Marquardt* dirancang untuk memperbaiki dua metode iterasi sebelumnya yang biasa digunakan untuk pendugaan parameter yaitu *steepest descent* dan *Gauss-Newton*. Metode *Levenberg-Marquardt* merupakan salah satu metode optimasi untuk menyelesaikan masalah kuadrat terkecil yang didasarkan pada metode *Gauss - Newton*.

1. Iterasi Gauss-Newton

Misalkan $\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta})$ adalah transpose matrix $\frac{\partial f(t, \boldsymbol{\theta})'}{\partial \boldsymbol{\theta}'}$ yaitu :

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial f(t, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \end{bmatrix}_{ixj} \quad (2.17)$$

Pada iterasi ini mula-mula fungsi $f(t_i, \boldsymbol{\theta})$ diaproksimasi dengan *first order Taylor Series* disekitar initial value $\boldsymbol{\theta}^{(1)}$.

$$f(t_i, \boldsymbol{\theta}) = f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) + \frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \Big|_{\boldsymbol{\theta}^{(1)}} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^{(1)}) \quad (2.18)$$

Jika $\boldsymbol{\theta}^{(1)}$ initial value maka $\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)}) = \frac{\partial f(t, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \Big|_{\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(1)}}$

Jadi persamaan (2.18) menjadi :

$$f(t_i, \boldsymbol{\theta}) = f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) + \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)}) \cdot \boldsymbol{\theta} - \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)}) \cdot \boldsymbol{\theta}^{(1)}$$

Sehingga;

$$f(t_i, \boldsymbol{\theta}) = f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(1)}) + \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)}) \cdot \boldsymbol{\theta} - \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)}) \cdot \boldsymbol{\theta}^{(1)} + e$$

Jika pada model tersebut ditaksir $\boldsymbol{\theta}$ dengan OLS maka akan diperoleh $\boldsymbol{\theta}^2$ adalah :

$$\boldsymbol{\theta}^{(2)} = \boldsymbol{\theta}^{(1)} [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)})' \cdot \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)})]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(1)})' (y_t - f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(1)}))$$

Jika $\boldsymbol{\theta}^{(2)}$ digunakan aproksimasi seperti persamaan (2.18) maka akan diperoleh $\boldsymbol{\theta}^{(3)}$:

$$\boldsymbol{\theta}^{(3)} = \boldsymbol{\theta}^{(2)} + [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(2)})' \cdot \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(2)})]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(2)})' (y_t - f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(2)}))$$

Dan seterusnya, sehingga secara umum didapat sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\theta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(n)} + [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})' \cdot \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})' (y_t - f(t_i, \boldsymbol{\theta}^{(n)})) \quad (2.19)$$

Secara umum iterasi *Gauss-Newton* dapat dinyatakan dengan

$$\boldsymbol{\theta}^{(n+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(n)} - \frac{1}{2} [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})' \cdot \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta}^{(n)})' \left(\frac{\partial JKG}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) \Big|_{\boldsymbol{\theta}^{(n)}} \quad (2.20)$$

(Sanjoyo, 2006)

2. Iterasi *Lavenberg – Marquardt*

Metode *Lavenberg – Marquardt* mengaplikasikan metode iterasi *Gauss-Newton*. Pada iterasi *Lavenberg – Marquardt* menambahkan perkalian skalar dan Identity Matrix, λI_k , serta bebas dalam menentukan panjang langkahnya, $t_n = \frac{1}{2}$.

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} - t_n \left[\mathbf{Z}(\theta^{(n)})' \cdot \mathbf{Z}(\theta^{(n)}) + \lambda I_k \right]^{-1} \left(\frac{\partial JKG}{\partial \theta} \right) |_{\theta^{(n)}} \quad (2.21)$$

Dimana :

$\theta^{(n+1)}$: Penduga parameter tiap iterasi

$\theta^{(n)}$: Penduga awal parameter

$\mathbf{Z}(\theta^{(n)})$: Matriks turunan fungsi terhadap parameter berukuran $i \times j$

λ : Nilai eigen matriks $\mathbf{Z}(\theta^{(n)})$

I : Matriks identitas

(Sanjoyo,2006)

Menurut Draper dan Smith (1992) metode iterasi adalah metode pengulangan hingga diperoleh penduga yang konvergen. Oleh karena itu, bila $\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)}$ maka iterasi disebut konvergen.

2.1.3 Pendugaan Nilai Awal Parameter

Menurut Draper dan Smith (1992) beberapa metode untuk menentukan nilai duga awal parameter model nonlinier yang telah terbukti berhasil untuk berbagai masalah adalah:

1. Bila $t = \infty$, maka $y = \alpha$ oleh karena itu $\alpha_0 = Y_{max}$

2. Nilai duga awal skala laju pertumbuhan

$$b = \frac{1}{t_j - t_i} \ln \left\{ \frac{\text{eksp}(A - y_i) - 1}{\text{eksp}(A - y_j) - 1} \right\} \quad (2.22)$$

$$k = \frac{(\omega_2 - \omega_1) / (t_2 - t_1)}{\alpha} \quad (2.23)$$

3. Nilai duga awal pada parameter titik belok bergantung pada karakteristik model pada model *Korf-A* $p > 1$.

4. Nilai duga awal nilai pertumbuhan awal (y_0).

Pada model *Korf-A* adalah $y_0 = A \exp -bc \frac{1}{p-1}$ (2.24)

Pada model *Gompertz* $y_0 = \alpha e^{-\beta s}$ (2.25)

2.1.4 Pengujian Asumsi Model Regresi Nonlinier

Asumsi model regresi nonlinier hampir sama dengan asumsi model regresi linier, namun pada regresi nonlinier hanya ada dua asumsi yang harus dipenuhi yaitu normalitas dan kehomogenan ragam galat. Hal ini dikarenakan model regresi nonlinier dilandasi pada asumsi galat menyebar normal (Rawlings *et al.* 1998).

1. Asumsi Kenormalan Galat

Uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah sampel yang diambil berasal dari populasi berdistribusi normal. Metode untuk pengujian kenormalan sisaan dengan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*. Kelebihan dari uji ini adalah sederhana dan tidak menimbulkan perbedaan persepsi di antara satu pengamat dengan pengamat yang lain, yang sering terjadi pada uji normalitas dengan menggunakan grafik.

Hipotesis untuk uji asumsi kenormalan galat menggunakan *Kolmogorov Smirnov* adalah:

H_0 : Galat menyebar normal, lawan

H_1 : Galat tidak menyebar normal

Statistik uji asumsi kenormalan galat adalah:

$$D_{maks} = Maks[|F_n(t) - F_0(t)|] \quad (2.26)$$

di mana

D_{maks} : nilai deviasi maksimum antara fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_n(t)$: fungsi sebaran kumulatif yang diamati

$F_0(t)$: fungsi sebaran kumulatif menyebar normal

Jika $D_{maks} < D(\alpha)$, maka keputusannya adalah terima H_0 yang berarti galat menyebar normal. (Daniel. 1989).

Menurut Kutner (2004) apabila galat masih meyebar tidak normal, maka bisa diatasi dengan transformasi data $N' = \log_{10}N$, diamana N adalah peubah respon dan peubah prediktor.

2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Pengujian asumsi ini bertujuan untuk mengetahui apakah sisaan mempunyai ragam yang homogen. Menurut Dielman (1991). secara analitis, asumsi kehomogenan ragam galat dapat dihitung dengan menggunakan uji *J. Szroeter* yaitu:

Hipotesis pada pengujian ini adalah

H_0 : ragam galat konstan.

H_1 : ragam galat tidak konstan

$$Q = \left(\frac{6n}{n^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right) \quad (2.27)$$

di mana

n : banyaknya pengamatan

e_i : galat ke- i . dimana $i = 1, \dots, n$

Apabila $|Q| \leq |Z_{\alpha/2}|$. maka H_0 diterima yang berarti ragam galat konstan.

Menurut Kutner (2004) apabila masih terdapat sifat heteroskedastisitas, maka biasa diatasi dengan beberapa cara yaitu :

- Apabila σ^2 diketahui atau dapat ditaksir, maka bisa menggunakan *WLS (Weighted Least Square)*

$$y_t = f(t_i, \theta) + \varepsilon_i$$

Dengan bentuk transformasi adalah:

$$\frac{y_t}{\sigma^2} = \frac{f(t_i, \theta)}{\sigma^2} + \frac{\varepsilon_i}{\sigma^2}$$

- Apabila σ^2 tidak diketahui, maka dilakukan transformasi.

$$y_t = f(t_i, \theta) + \varepsilon_i$$

Dengan bentuk transformasi adalah:

$$\frac{y_t}{t_i} = f\left(\frac{t_i}{t_i}, \theta\right) + \frac{\varepsilon_i}{t_i}$$

Dimana: $t'_i = \frac{1}{t_i}$

2.1.5 Pemeriksaan Kebaikan Model

Pemeriksaan kebaikan model yang digunakan adalah R^2_{adj} dan *Akaike's Information Criterion (AIC)* terkoreksi. Hal ini dilakukan untuk mengetahui kesesuaian model terhadap data. Menurut Draper dan Smith (1992), R^2_{adj} mengukur keragaman yang dapat dijelaskan oleh model yang telah disesuaikan dengan melibatkan derajat bebas galat dan total. R^2_{adj} lebih baik dari pada R^2 karena untuk ukuran sampel kecil R^2 kurang valid. Oleh karena itu R^2 dikoreksi menjadi R^2_{adj} . R^2_{adj} yang terbaik mendekati 1. Model matematis koefisien determinasi adalah:

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{JKG/(n-p)}{JKT/(n-1)} = 1 - \frac{KTG}{KTT} \quad (2.28)$$

Di mana :

n : banyaknya pengamatan

p : banyaknya parameter

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

JKT : Jumlah Kuadrat Total

KTG : Kuadrat Tengah Galat

KTT : Kuadrat Tengah Total

Menurut Kutner *et al.* (2004) *Akaike's Information Criterion (AIC)* merupakan ukuran kebaikan model, semakin kecil *AIC* maka semakin baik model tersebut.

$$AIC = n \ln JKG - n \ln n + 2p \quad (2.29)$$

Untuk contoh berukuran kecil sehingga $\frac{n}{p} < 40$ digunakan AIC terkoreksi AIC_c .

$$AIC_c = AIC + \frac{2p(p+1)}{n-p-1}$$

Di mana :

p : banyaknya parameter dalam model

n : banyaknya pengamatan

JKG : jumlah kuadrat galat

2.1.6 Analisis Pertumbuhan

1. Pertumbuhan dan perkecambahan Tanaman Jagung

Secara umum jagung mempunyai pola pertumbuhan yang sama, namun interval waktu antar tahap pertumbuhan dan jumlah daun yang berkembang dapat berbeda. Pertumbuhan jagung dapat dikelompokkan ke dalam tiga tahap yaitu (1) fase perkecambahan, saat proses imbibisi air yang ditandai dengan pembengkakan biji sampai dengan sebelum munculnya daun pertama; (2) fase pertumbuhan vegetatif, yaitu fase mulai munculnya daun pertama yang terbuka sempurna sampai tasseling dan sebelum keluarnya bunga betina (*silking*), fase ini diidentifikasi dengan jumlah daun yang terbentuk; dan (3) fase reproduktif, yaitu fase pertumbuhan setelah *silking* sampai masak fisiologis.

Benih jagung umumnya ditanam pada kedalaman 5-8 cm. Bila kelembaban tepat, pemunculan kecambah seragam dalam 4-5 hari setelah tanam. Semakin dalam lubang tanam semakin lama pemunculan kecambah ke atas permukaan tanah. Pada kondisi lingkungan yang lembab, tahap pemunculan berlangsung 4-5 hari setelah tanam, namun pada kondisi yang dingin atau kering pemunculan tanaman dapat berlangsung hingga dua minggu setelah tanam atau lebih. Setelah perkecambahan, pertumbuhan jagung melewati beberapa fase berikut:

1. Fase V3-V5 (jumlah daun yang terbuka sempurna 3-5)
Fase ini berlangsung pada saat tanaman berumur antara 10-18 hari setelah berkecambah. Pada fase ini akar seminal sudah mulai berhenti tumbuh, akar nodul sudah mulai aktif, dan titik tumbuh di bawah permukaan tanah. Suhu tanah sangat mempengaruhi titik tumbuh. Suhu rendah akan memperlambat keluar daun, meningkatkan jumlah daun, dan menunda terbentuknya bunga jantan.
2. Fase V6-V10 (jumlah daun terbuka sempurna 6-10)
Fase ini berlangsung pada saat tanaman berumur antara 18 -35 hari setelah berkecambah. Titik tumbuh sudah di atas permukaan tanah, perkembangan akar dan penyebarannya di tanah sangat cepat, dan pemanjangan batang meningkat dengan cepat. Pada fase ini bakal bunga jantan (tassel) dan perkembangan tongkol dimulai. Tanaman mulai menyerap hara dalam jumlah yang lebih banyak karena itu pemupukan pada fase ini diperlukan untuk mencukupi kebutuhan hara bagi tanaman jagung.
3. Fase V11- Vn (jumlah daun terbuka sempurna 11 sampai daun terakhir 15-18). Fase ini berlangsung pada saat tanaman berumur antara 33-50 hari setelah berkecambah. Tanaman tumbuh dengan cepat dan akumulasi bahan kering meningkat dengan cepat pula. Kebutuhan hara dan air relatif sangat tinggi untuk mendukung laju pertumbuhan tanaman. Tanaman sangat sensitif terhadap cekaman kekeringan dan kekurangan hara. Pada fase ini. kekeringan dan kekurangan hara sangat berpengaruh terhadap pertumbuhan dan perkembangan tongkol dan bahkan akan menurunkan jumlah biji dalam satu tongkol karena mengecilnya tongkol yang akibatnya menurunkan hasil. Kekeringan pada fase ini juga akan memperlambat munculnya bunga betina (silking).
4. Fase tasseling biasanya berkisar antara 45-52 hari. ditandai oleh adanya cabang terakhir dari bunga jantan sebelum kemunculan bunga betina (silk/rambut tongkol). Tahap VT dimulai 2-3 hari sebelum rambut tongkol muncul, di mana pada periode ini tinggi tanaman hampir mencapai maksimum dan mulai menyebarkan serbuk sari (pollen). Pada fase ini dihasilkan biomas maksimum dari bagian vegetatif tanaman, yaitu sekitar 50% dari total bobot kering tanaman, penyerapan N, P, dan K

oleh tanaman masing-masing 60-70%, 50%, dan 80-90%.
(Subekti dkk, 2012)

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODOLOGI

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder dari penelitian yang dilakukan oleh Nurdiana (2014) tentang pertumbuhan tanaman jagung (*Zea mays* L.) pascafitoremediasi tanah bekas *tailing* tambang emas dengan juku pahit (*Paspalum conjugatum* L.).

Penelitian ini dilakukan di laboratorium jurusan tanah, Fakultas Pertanian Universitas Brawijaya Malang dan rumah plastik lapangan di lahan percobaan Universitas Tribuawana Tunggadewi Malang. Penelitian ini menggunakan Rancangan Acak Kelompok (RAK) dengan 3 ulangan dengan sampel yang digunakan sebanyak 24 tanaman. Pada penelitian ini menggunakan 8 perlakuan yaitu 2 perlakuan tanah *tailing* bekas tambang emas tanpa fitoremediasi dan 6 perlakuan merupakan perlakuan tanah *tailing* pasca fitoremediasi.

Perlakuan tanah *tailing* bekas tambang emas tanpa fitoremediasi yaitu KT1 (media tanam 1 tanpa fitoremediasi dengan campuran 70% tanah dan 30% *tailing* sianidasi) dan KT2 (media tanam 2 tanpa fitoremediasi dengan campuran 70% tanah dan 30% *tailing* sianidasi). Perlakuan yang dilakukan pascafitoremediasi yaitu pada tanah pascafitoremediasi dengan *tailing* sianidasi (T1) dan tanah pascafitoremediasi *tailing* amalgamasi (T2).

Media tanam 1 merupakan tanah pascafitoremediasi dengan *tailing* sianidasi (T1) dilakukan 3 perlakuan dan penambahan *Paspalum conjugatum* L. Masing-masing perlakuannya yaitu PCT1L0 (media tanam 1 pascafitoremediasi dengan *Paspalum conjugatum* L. tanpa penambahan amonium thiosulfat), PCT1L1 (ditambahkan 4g amonium thiosulfat/kg media), PCT1L2 (ditambahkan 8g amonium thiosulfat/kg media).

Media tanam 2 merupakan tanah pascafitoremediasi dengan *tailing* amalgamasi (T2) dilakukan 3 perlakuan dengan penambahan *Paspalum conjugatum* L. Masing-masing perlakuannya yaitu PCT2L0 (Tanpa penambahan amonium thiosulfat), PCT2L1 (ditambah 4g amonium thiosulfat/kg media), PCT2L2 (ditambah 8g amonium thiosulfat/kg media).

Pada penelitian ini penulis menggunakan perlakuan menggunakan tanah pascafitoremediasi dengan *tailing* sianidasi

karena sianidasi sudah mengalami homogenitas yang dicampur dengan karbon aktif yang dapat menyerap logam berat. Sehingga konsentrasi Hg pada tanah tailing sianidasi lebih sedikit dari tanah tailing amalgamasi pada tanah tanpa fitoremediasi. Pada perlakuan tanah tailing sianidasi dengan penambahan *Paspalum conjugatum* L. dengan penambahan 4g amonium sulfat (PCT1L1) tanaman jagung dapat tumbuh lebih cepat dari pada perlakuan lainnya, sedangkan perlakuan kedua yang digunakan KT1 (tanah tailing sianidasi tanpa fitoremediasi). Tujuannya untuk mengetahui perbedaan pertumbuhan tanaman jagung pada media tanam dengan tanah tailing sianidasi yang dilakukan fitromediasi dan media tanam tanpa fitromediasi. Parameter yang diamati tinggi tanaman. Tinggi tanaman merupakan salah satu parameter yang diamati dilapangan dengan tujuan untuk mengetahui pertumbuhan tanaman setiap minggunya terhadap perlakuan yang diterapkan. Pengukuran tinggi tanaman dilakukan selama 11 minggu. Data secara lengkap disajikan pada lampiran 1.

3.2 Metode Analisis

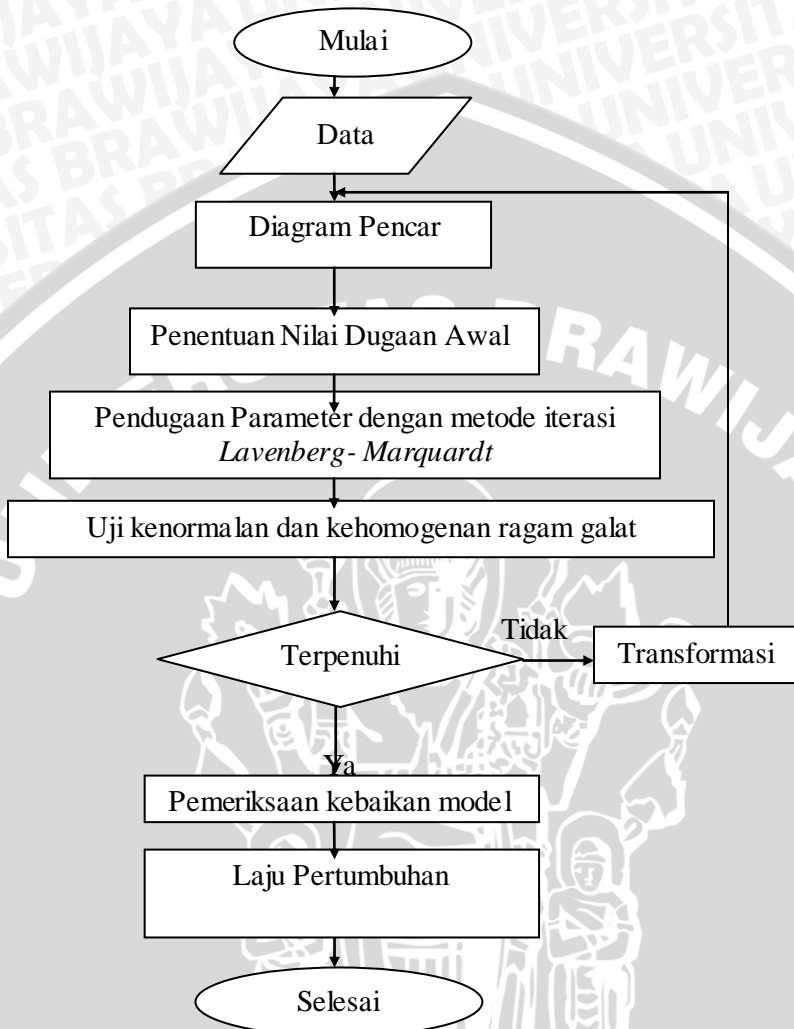
Metode penelitian dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membuat diagram pencar antara umur dengan tinggi tanaman jagung untuk mengetahui pola pertumbuhan.
2. Menentukan nilai duga awal parameter untuk setiap model pertumbuhan
 - a. Model *Korf-A*
 - Menentukan tinggi maksimum $A = y_{maks}$
 - Menentukan nilai b berdasarkan dua sembarang amatan ke- i dan ke- j kemudian dimasukkan ke persamaan (2.22)
(Agar proses iterasinya berlangsung lebih cepat, secara umum i dan j sebaiknya terpisah jauh).
 - Menentukan nilai p yaitu bernilai 2
 - Menghitung parameter c yaitu nilai pertumbuhan awal sesuai dengan persamaan (2.24)
 - b. Model *Gompertz*
 - Menentukan α yaitu tinggi maksimum
 - Menentukan nilai k berdasarkan dua sembarang amatan ke- i dan ke- j kemudian dimasukkan ke persamaan (2.23)

(Agar proses iterasinya berlangsung lebih cepat, secara umum i dan j sebaiknya terpisah jauh).

- Menghitung parameter β yaitu nilai pertumbuhan awal sesuai dengan persamaan (2.25)
3. Melakukan pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt* dengan bantuan SPSS 20.
 4. Melakukan pengujian asumsi kenormalan galat dan kehomogenan ragam galat dengan persamaan (2.26) dan (2.27).
 5. Memeriksa kebaikan model dengan R^2_{adj} sesuai persamaan (2.28) dan AIC_c sesuai persamaan (2.29).
 6. Menghitung laju pertumbuhan absolut pada model *Korf-A* sesuai persamaan (2.4) sedangkan pada model *Gompertz* sesuai persamaan (2.10) . Laju pertumbuhan relatif pada model *Korf-A* sesuai persamaan (2.5) sedangkan pada model *Gompertz* sesuai persamaan (2.11).
 7. Menghitung waktu terjadinya laju pertumbuhan maksimum dan laju pertumbuhan maksimum pada model *Korf-A* sesuai persamaan (2.6) dan (2.7) sedangkan pada model *Gompertz* (2.12) dan (2.13).

Diagram alir tahapan analisis dapat dilihat pada Gambar 3.1. Tahapan analisis ini dilakukan dengan menggunakan *Microsoft Excel 2007* dan *SPSS 20*.



Gambar 3.1 Diagram alir metode analisis

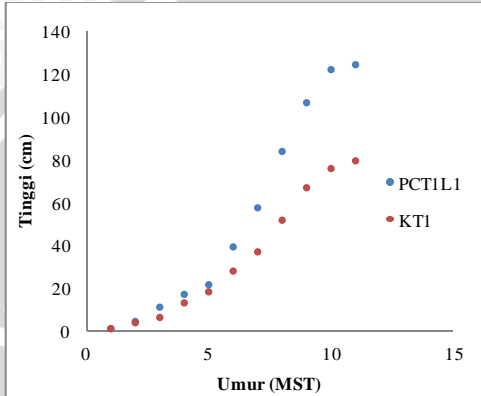
UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagram Pencar

Diagram pencar tinggi tanaman jagung terhadap umur dari masing – masing perlakuan di gambarkan sebagai berikut :



Keterangan :

PCT1L1 : media tanam tanah tailing sianidasi pasca fitoremediasi dengan *Paspalum conjugatum* L. dengan penambahan 4 g amonium thiosulfat/kg media

KT1 : media tanam tanah tailing sianidasi tanpa fitoremediasi

Gambar 4.1 Diagram pencar tinggi tanaman jagung terhadap umur

Berdasarkan Gambar 4.1 bahwa pertumbuhan tinggi tanaman jagung membentuk pola sigmoid sehingga diharapkan model pertumbuhan *Korf-A* dan *Gompertz* dapat menggambarkan pola pertumbuhan tanaman jagung dengan baik. Pertumbuhan tinggi tanaman jagung pada umur 2-5 MST dan 10-11 MST cenderung lambat namun pada umur 5-10 MST pertumbuhannya relatif cepat.

4.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier

Pendugaan parameter menggunakan iterasi *Levenberg Marquardt* dan diperlukan nilai duga awal untuk proses iterasi. Langkah-langkah perhitungan untuk memperoleh nilai duga parameter pada model *Korf-A* dan *Gompertz* dapat dilihat pada lampiran 2.

Model *Korf-A* terdiri dari empat parameter yaitu A (nilai pertumbuhan maksimum), b (skala pertumbuhan), c (nilai pertumbuhan

tahap awal), dan p (parameter yang menentukan titik belok). Sedangkan model *Gompertz* memiliki tiga parameter yaitu α (nilai pertumbuhan maksimum), β (nilai pertumbuhan tahap awal), dan k (skala pertumbuhan). Secara ringkas nilai duga awal model disajikan pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 Penduga Awal Parameter

Model Pertumbuhan	Parameter	Perlakuan PCT1L1	Perlakuan KT1
<i>Korf-A</i>	A	124,3	79,3
	b	14,3	9,03
	c	0,05	1,96
	p	2	2
<i>Gompertz</i>	α	124,3	79,3
	β	5,18	4,6
	k	0,18	0,19

Nilai pada Tabel 4.3 adalah penduga awal yang akan digunakan untuk iterasi *Levenberg-Marquardt* sehingga dihasilkan penduga parameter yang konvergen dengan bantuan SPSS 20. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada Lampiran 3 dan disajikan secara ringkas pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Penduga Parameter Hasil Iterasi *Levenberg-Marquardt*

Model Pertumbuhan	Parameter	Perlakuan PCT1L1	Perlakuan KT1
<i>Korf-A</i>	A	229,82	228,917
	b	19274,2	21887,3
	c	7,78	7,94
	p	1,28	1,28
<i>Gompertz</i>	α	175,51	123,43
	β	9,45	6,809
	k	0,315	0,257

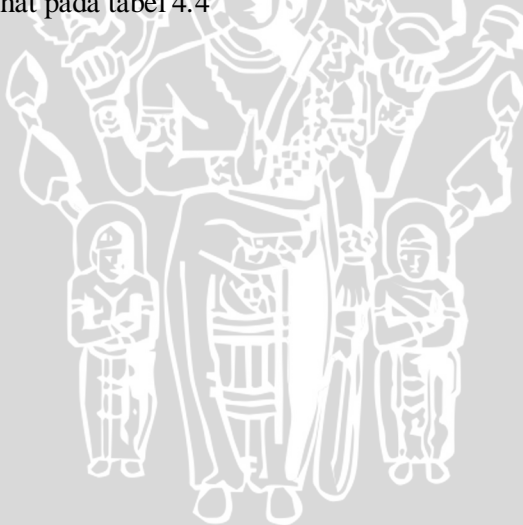
Penduga yang konvergen pada Tabel 4.2 digunakan untuk membentuk model pertumbuhan model *Korf-A* seperti pada persamaan (2.3) dan model *Gompertz* pada persamaan (2.9) yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Persamaan model *Korf-A* dan model *Gompertz*

Model	Perlakuan	Persamaan
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	$y_t = 229,82 \exp \left[-19274,2(t + 7,78) \frac{1}{1,28-1} \right]$
	KT1	$y_t = 228,92 \exp \left[-21887,3(t + 7,94) \frac{1}{1,28-1} \right]$
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	$y_t = 175,51 \exp^{-9,45 \exp^{-0,315t}}$
	KT1	$y_t = 123,43 \exp^{-6,809 \exp^{-0,2575t}}$

Pendugaan parameter model *Korf-A* dan *Gompertz* merupakan sebuah kesatuan yang tidak bisa diinterpretasikan masing-masing. Nilai tersebut harus diolah terlebih dahulu agar bisa didapatkan tinggi tanaman jagung saat umur ke- t .

Prediksi tinggi tanaman jagung menggunakan model *Korf-A* dan *Gompertz* dapat dilihat pada tabel 4.4

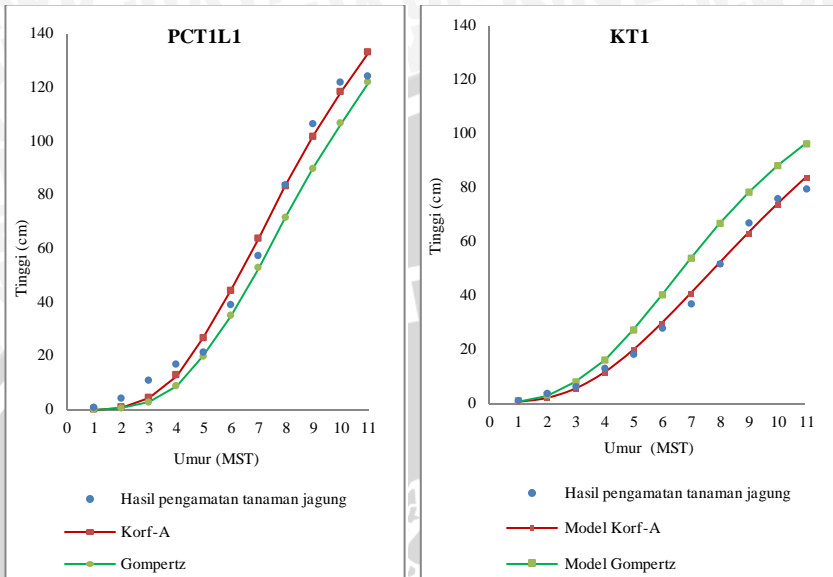


Tabel 4.4 Tinggi Tanaman jagung Hasil Pengamatan dan Prediksi Model (dalam cm)

Umur (MST)	PCT1L1			KT1		
	H(t)	Prediksi Model		H(t)	Prediksi Model	
		<i>Korf-A</i>	<i>Gompertz</i>		<i>Korf-A</i>	<i>Gompertz</i>
1	0,7	0,06	0,18	0,8	0,38	0,80
2	4,1	0,85	1,14	3,5	1,81	2,94
3	10,8	4,40	4,45	6	5,24	7,74
4	16,8	12,87	12,00	12,8	11,16	15,87
5	21,3	26,65	24,76	18	19,41	27,01
6	39	44,31	42,01	27,7	29,38	40,04
7	57,3	63,79	61,79	36,7	40,34	53,61
8	83,7	83,34	81,88	51,5	51,63	66,55
9	106,5	101,78	100,56	66,7	62,77	78,10
10	122	118,50	116,83	75,7	73,42	87,94
11	124,3	133,29	130,34	79,3	83,38	96,01

Tabel 4.4 menunjukkan hasil pengamatan tinggi tanaman jagung dan prediksi model. Prediksi tinggi tanaman jagung pada model *Korf-A* pada umur 1 MST adalah 0,06 cm dan pada umur 11 MST tinggi tanaman jagung 133,29 cm, sedangkan prediksi tinggi tanaman jagung pada model *Gompertz* pada umur 1 MST tinggi tanaman jagung adalah 0,18 cm dan pada umur 11 MST adalah 130,34 cm.

Prediksi model tinggi tanaman jagung model *Korf-A* pada perlakuan KT1 umur 1 MST adalah 0,02 cm dan pada umur 11 MST tinggi tanaman jagung 122,15 cm, sedangkan prediksi tinggi tanaman menggunakan model *Gompertz* pada perlakuan KT1 pada umur 1 MST adalah 0,8 cm dan pada umur 11 MST tinggi tanaman jagung adalah 96,01 cm.



Gambar 4.2 Diagram pencar antara umur dengan tinggi tanaman hasil pengamatan jagung dan hasil prediksi model

Gambar 4.2 menunjukkan pola tinggi tanaman jagung hasil prediksi model *korf-A* dan model *Gompertz* mendekati hasil pengamatan tanaman jagung. Hal ini menunjukkan bahwa model *Korf-A* dan model *Gompertz* dapat menjelaskan dengan baik pola pertumbuhan tanaman jagung.

Pada perlakuan PCT1L1 pertumbuhan tinggi tanaman lebih cepat dari pada perlakuan KT1 karena pada perlakuan PCT1L1 menggunakan perlakuan dengan pemberian *Paspalum Conjugatum L.* dan penambahan amonium thiosulfat yang dapat menyerap kandungan Hg dalam tanah tailing bekas tambang emas.

4.3 Pengujian Asumsi

1. Kenormalan Galat

Pengujian kenormalan ragam galat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* berdasarkan hipotesis berikut:

H_0 : Galat menyebar normal

H_1 : Galat tidak menyebar normal

H_0 diterima jika *nilai p* > 0,05. Hasil pengujian kenormalan galat pada Lampiran 4 dan secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 4.5. Galat kedua model pada setiap perlakuan menyebar normal.

Tabel 4.5 Hasil Pengujian Kenormalan Galat

Model	Perlakuan	Nilai p	α	Keputusan	Kesimpulan
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	0,839	0,05	Terima H_0	Galat menyebarkan normal
	KT1	0,984			
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	0,903			
	KT1	0,998			

2. Kehomogenan Ragam Galat

Kehomogenan ragam galat pada model dapat diketahui dengan melakukan uji *Szroeter* berlandaskan hipotesis berikut:

H_0 : Ragam galat konstan

H_1 : Ragam galat tidak konstan

Perhitungan nilai Q disajikan pada Lampiran 5. Hasil pengujian dapat dilihat pada Tabel 4.6. Nilai $Q \leq Z_{\alpha}$ sehingga H_0 diterima, galat model setiap perlakuan homogen.

Tabel 4.6 Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Galat

Model	Perlakuan	Q	$Z_{0,05}$	Keputusan	Kesimpulan
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	0,839	1,96	Terima H_0	Ragam galat homogen
	KT1	1,713			
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	0,71			
	KT1	1,65			

4.4 Pemeriksaan Kebaikan Model

Pemeriksaan kebaikan model dapat dilihat berdasarkan R_{adj}^2 dan AIC_c . Apabila R_{adj}^2 mendekati 1 maka model semakin baik dalam menjelaskan keragaman data dan nilai AIC_c yang paling kecil menunjukkan model lebih baik. Perhitungan AIC_c secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 6. Nilai R_{adj}^2 dan AIC_c disajikan pada Tabel 4.7

Tabel 4.7 Hasil Pemeriksaan Model

Model	Perlakuan	R_{adj}^2	AIC_c
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	0,98	49,57
	KT1	0,99	49,54
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	0,99	45,37
	KT1	0,99	29,1

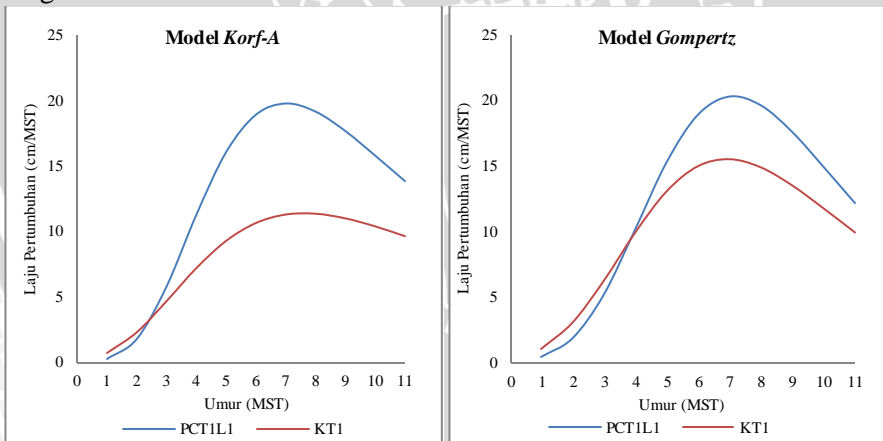
Pada Tabel 4.7 diketahui R_{adj}^2 model *Korf-A* dan model *Gompertz* menjelaskan bahwa sebesar 0,99 total keragaman tinggi tanaman jagung dapat dijelaskan oleh kedua model. Karena besarnya R_{adj}^2 pada kedua model sama sehingga dari kedua model tersebut tidak dapat diketahui model mana yang lebih baik. Untuk mengetahui model mana yang lebih baik dilihat dari nilai AIC_c yang semakin kecil maka model tersebut merupakan model yang lebih baik. Berdasarkan nilai AIC_c model *Gompertz* memiliki nilai lebih kecil dari pada model *Korf-A*. Hal ini dapat dikatakan bahwa model *Gompertz* lebih baik digunakan untuk menjelaskan pertumbuhan tanaman jagung pada perlakuan PCTIL1 dan KT

4.5 Laju Pertumbuhan

Laju pertumbuhan tanaman adalah ukuran kemampuan tanaman menghasilkan biomassa tanaman setiap harinya, yaitu ukuran tanaman yang dapat tumbuh dan berkembang dalam kondisi lingkungan tertentu.

4.5.1 Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan absolut digunakan untuk mengetahui perbedaan dalam produksi biomassa tanaman jagung yang dibentuk persatuan waktu. Laju pertumbuhan absolut tanaman jagung dapat dilihat pada gambar 4.3.

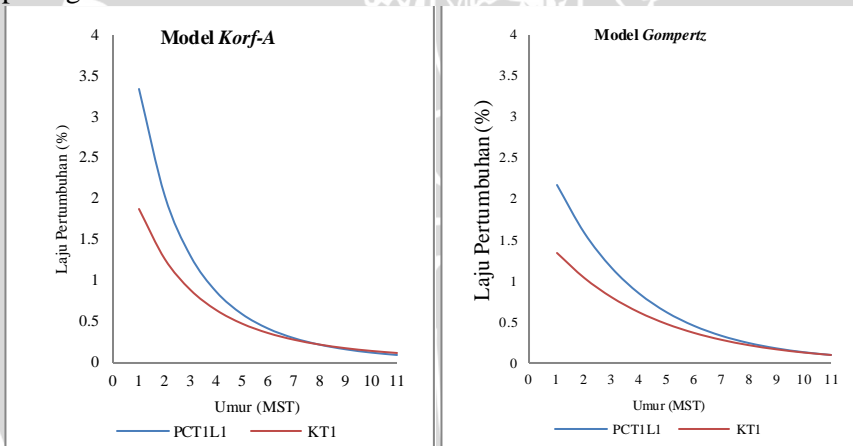


Gambar 4.3 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut

Gambar 4.3 menunjukkan perubahan ukuran tinggi tanaman jagung setiap minggu. Pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* bahwa perubahan tinggi tanaman jagung meningkat pada awal minggu hingga mencapai titik maksimum yaitu pada saat umur jagung 7-8 MST, fase ini merupakan fase vegetatif. Pada tanah tailing bekas tambang emas memiliki konsentrasi Hg yang tinggi di dalam tanah menyebabkan penyerapan unsur hara terganggu dan mengakibatkan pertumbuhan tanaman jagung terhambat. Oleh karena itu pada fase ini dilakukan penambahan amonium thiosulfat yang dapat menyerap kandungan Hg di dalam tanah.

4.5.2 Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif digunakan untuk mengetahui seberapa besar kemampuan tanaman dalam menghasilkan biomassa dari biomassa yang sudah ada. Laju pertumbuhan relatif tanaman jagung dapat dilihat pada gambar 4.4



Gambar 4.4 Kurva Laju Pertumbuhan Relatif

Gambar 4.4 menunjukkan persen perubahan laju pertumbuhan tanaman jagung setiap minggu. Pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* dengan perlakuan PCT1L1 dan KT1 laju pertumbuhan meningkat pada umur 1 MST kemudian terus menurun hingga umur 11 MST sampai mendekati titik nol yang menunjukkan pertumbuhan tanaman jagung semakin lambat.

4.5.3 Laju Pertumbuhan Maksimum

Laju pertumbuhan maksimum tanaman jagung terjadi pada saat tanaman tumbuh secara maksimum atau pada saat titik belok. Waktu dan tinggi tanaman jagung pada saat terjadi laju pertumbuhan maksimum untuk setiap perlakuan pada kedua model disajikan dalam tabel Tabel 4.8.

Tabel 4.8 Laju pertumbuhan maksimum tanaman jagung

Model	Perlakuan	Umur (MST)	Tinggi (cm)
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	7	63,9
	KT1	7,6	47,21
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	7	64,6
	KT1	7,5	45,4

Laju pertumbuhan maksimum tanaman jagung pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* disajikan pada tabel 4.8 yang menunjukkan bahwa umur tanaman saat laju pertumbuhan maksimum terjadi pada minggu ke-7 sampai ke 8 setelah tanam dengan tinggi 45-65 cm. Sebelum laju pertumbuhan tercapai dapat dilakukan usaha-usaha agronomis untuk memaksimalkan pertumbuhan seperti pemberian amonium thiosulfat pada tanah tailing bekas tambang emas sehingga dapat menyerap kandungan Hg di dalam tanah. Kandungan Hg yang tinggi pada tanah dapat menghambat penyerapan unsur hara.

Laju pertumbuhan maksimum model *Korf-A* dan model *Gompertz* pada perlakuan PCT1L1 terjadi pada minggu ke-7 MST lebih cepat dari pada perlakuan KT1. Hal ini disebabkan pada perlakuan PCT1L1 merupakan perlakuan yang menggunakan tanah tailing sianidasi dengan pemberian *Paspalum Conjugatum* L. dan penambahan amonium thiosulfat.

4.6 Perbandingan model *Korf-A* dan model *Gompertz*

Berdasarkan nilai AIC_c pada kedua model, model *Gompertz* memiliki nilai yang lebih kecil dari pada model *Korf-A*. maka dapat diketahui model *Gompertz* lebih baik dalam menjelaskan pertumbuhan jagung pada perlakuan PCT1L1 dan KT1.

Laju pertumbuhan digunakan untuk mengetahui ukuran kemampuan tanaman dalam menghasilkan biomassa setiap harinya. Laju pertumbuhan absolut pada model *Korf-A* memiliki pola yang sama dengan model *Gompertz* yaitu meningkat pada awal minggu hingga mencapai titik maksimum kemudian menurun seiring bertambahnya umur. Laju pertumbuhan tanaman jagung mencapai maksimum pada umur 7-8 MST.

Laju pertumbuhan relatif pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* dengan kedua perlakuan memiliki pola yang sama yaitu laju pertumbuhan meningkat pada umur 1 MST kemudian terus menurun hingga umur 11 MST sampai mendekati titik nol yang menunjukkan pertumbuhan tanaman jagung semakin lambat.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

1. Laju pertumbuhan absolut pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* meningkat pada awal minggu hingga mencapai titik maksimum pada umur 7 sampai 8 MST kemudian laju pertumbuhan tanaman jagung menurun seiring bertambahnya umur. Laju pertumbuhan relatif pada model *Korf-A* dan model *Gompertz* memiliki pola yang sama yaitu laju pertumbuhan tanaman jagung meningkat pada umur 1 MST kemudian terus menurun hingga umur 11 MST sampai mendekati titik nol yang menunjukkan pertumbuhan tanaman jagung semakin lambat.
2. Berdasarkan nilai AIC_c model *Gompertz* lebih baik dalam menjelaskan pertumbuhan tanaman jagung yang diberi perlakuan PCT1L1 dan KT1.
3. Laju pertumbuhan maksimum tanaman jagung terjadi antara minggu ke-7 sampai minggu ke-8 setelah tanam.

5.2 Saran

1. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai informasi bagi para petani yang berada pada daerah lahan pertanian yang tercemar tanah tailing bekas tambang. Petani dapat menambahkan amonium thiosulfat pada tanah tailing bekas tambang emas pada awal minggu tanam sampai minggu ke-7 setelah tanam.
2. Untuk peneliti selanjutnya dapat melakukan perbandingan model *Korf-A* dengan model pertumbuhan *Korf*.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Arjo, Julio D. 2011. Pertumbuhan Tanaman Pokok Cendana (*Santalum album Linn.*) Pada Sistem Agroforestri di Desa Sanirin, Kecamatan Balibo, Kabupaten Bobonaro-Timor Leste.
<http://dosen.narotama.ac.id/wpcontent/uploads/2012/03/PERTUMBUHAN-TANAMAN-POKOK-CENDANA.-PADA-SISTEM-AGROFORESTRI-DI-DESA-SANIRIN-KECAMATAN-BALIBOKABUPATEN-BOBONARO-TIMOR-LESTE.pdf>
Diakses tanggal 08 Januari 2015
- Brown, A.H., Johnson, Jr.Z.B., Chewning, J.J., dan Brown, C.J.. 1988. *Relationships Among Absolut Growth Rate, Relative Growth Rate And Feed Conversion During Postweaning Feedlot Performance Tests*. Journal of Animal Science, Vol 66, Page 2524-2529.<http://www.journalofanimalscience.org/content/66/10/2524>. Tanggal akses : 1 Mei 2014.
- Daniel, W.W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Alih Bahasa. Alex Tri K. W. PT Gramedia. Jakarta.
- Dielman, T.E. 1991. *Applied Regression Analysis for Bussiness and Econometrics*. PWS-KENT Publishing Company. Boston.
- Draper, N.R. dan Smith, H.. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Bambang Sumantri. Gramedia. Jakarta.
- Fekedulgn, D., Mac Siurtaín, M.P., dan Colbert, J.J.. 1999. *Parameter Estimation of Nonlinier Growth Models in Forestry*. Silva Fennica. Vol 33(4). Page 327-336.www.metla.fi/silvafennica/-full/sf33/sf-334327.pdf. Tanggal akses: 1 Mei 2014.
- Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J., Neter, J., dan W. Li. 2004. *Applied Linier Statistical Models*. Edisi kelima. McGraw-Hill. New York.
- Li feng-ri, Bao-dong, ZHAO, dan Gui-lin,SU. 2000. *A derivation of the generalized Korf growth equation and its application*.

<http://link.springer.com/article/10.1007%2F02856679#page-1>.

Tanggal akses: 1 April 2014.

Marquardt, D.W. 1963. *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameter*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. Vol.11. No.2. Page 431-441.http://www.-dista.unibo.it/~bittelli/materiale_lettura_fisica_terreno/marquardt_63.pdf. Tanggal akses : 5 Mei 2014

Nurdiana, Yeti. 2014. Pertumbuhan tanaman jagung (*Zea mays* L.) pascafitoremediasi tanah bekas *tailing* tambang emas dengan juku pahit (*Paspalum conjugatum* L.). Universitas Brawijaya . Malang.

Rawlings, J.O., Pantula S.G dan Dickey D.A.. 1998. *Applied Regression Analysis: A Research Tool*. Edisi Kedua. Springer. New York.

Piegorsch, W.W. dan Bailer, A. J.. 2005. *Analyzing Environmental Data*. John Wiley & Sons. Ltd. England.

Sanjoyo. 2006. *Non-Linear Estimation*.
<https://mhs.blog.ui.ac.id/sanj55/files/2008/11/non-linier.pdf> .Diakses tanggal 5 Mei 2014.

Seber, G.A.F. dan Wild, C.J.. 2003. *Nonlinear Regression*. John Wiley & Sons. Inc.. New Jersey.

Sitompul, S.M dan Guritno, B. 1995. Analisis Pertumbuhan Tanaman. Gadjah Mada University Press. Yogyakarta.

Subkti, Nuning, Syafruddin, Efendi, Roy, dan Sunarti, Sri. 2012. Morfologi Tanaman dan Fase Pertumbuhan Jagung.
<http://ba.litsereal.litbang.deptan.go.id/ind/images/stories/empat.pdf>.
Diakses tanggal 4 Oktober 2014

LAMPIRAN

Lampiran 1. Sumber data

Judul : Pertumbuhan tanaman jagung (*Zea mays* L.) pascafitoremediasi tanah bekas *tailing* tambang emas dengan juku pahit (*Paspalum conjugatum* L.)

Peubah :

Y : tinggi tanaman (cm)

X : umur tanaman (MST)

Lanjutan lampiran 1. Data

Umur (MST)	Tinggi Tanaman (cm)	
	PCT1L1	KT1
1 MST	0.7	0.8
2 MST	4.1	3.5
3 MST	10.8	6
4 MST	16.8	12.8
5 MST	21.3	18
6 MST	39	27.7
7 MST	57.3	36.7
8 MST	83.7	51.5
9 MST	106.5	66.7
10 MST	122	75.7
11 MST	124.3	79.3

Sumber data : (Nurdiana,2014)

Lampiran 2. Nilai Duga Awal Parameter Model *Korf-A* dan *Gompertz*

a. Model *Korf-A*

1. Perlakuan PCTIL1

- $A = (y_{maks})$
 $A = 124,3$
- $b = \frac{1}{t_j - t_i} \ln \left\{ \frac{eksp(A - y_i) - 1}{eksp(A - y_j) - 1} \right\}$
 $= \frac{1}{10 - 2} \ln \left\{ \frac{eksp(124,3 - 4,1) - 1}{eksp(124,3 - 122) - 1} \right\}$
 $= \frac{1}{8} (117,9)$
 $= 14,74$
- $p = 2$
- $0,7 = 124,3 \exp \left(-14,74(c)^{-\frac{1}{2-1}} \right)$
 $\frac{0,7}{124,3} = \exp \left(-14,74(c)^{-\frac{1}{2-1}} \right)$
 $\ln \frac{0,7}{124,3} = (-14,74) \frac{1}{c}$
 $\frac{-5,18}{-14,74} = \frac{1}{c}$
 $c = 2,86$

2. Perlakuan KT1

- $A = 79,3$
- $b = \frac{1}{t_j - t_i} \ln \left\{ \frac{eksp(A - y_i) - 1}{eksp(A - y_j) - 1} \right\}$
 $= \frac{1}{10 - 2} \ln \left\{ \frac{eksp(79,3 - 3,5) - 1}{eksp(79,3 - 75,7) - 1} \right\}$
 $= \frac{1}{8} (72,23)$
 $= 9,03$
- $p = 2$
- $0,8 = 79,3 \exp \left(-9,03(c)^{-\frac{1}{2-1}} \right)$
 $\frac{0,8}{79,3} = \exp \left(-9,03(c)^{-\frac{1}{2-1}} \right)$
 $\ln \frac{0,8}{79,3} = (-9,03) \frac{1}{c}$
 $c = 1,961$

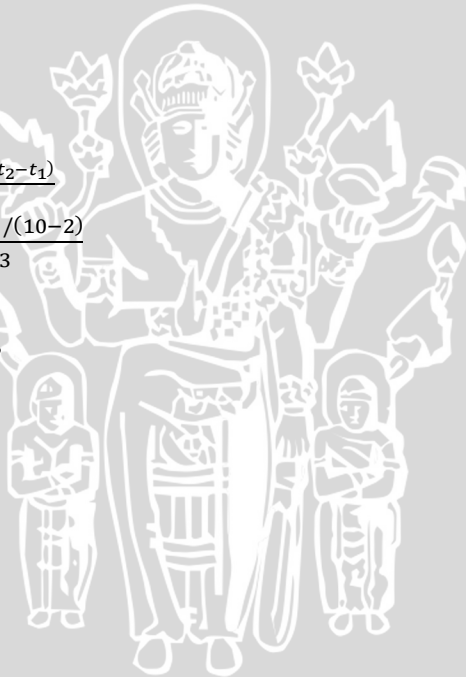
b. Model Gompertz

1. Perlakuan PCTIL1

- $\alpha = (y_{maks})$
 $\alpha = 124.3$
- $k = \frac{(y_2 - y_1)/(t_2 - t_1)}{\alpha}$
 $k = \frac{(122 - 4,1)/(10 - 2)}{124.3}$
 $k = 0,119$
- $y_0 = \alpha e^{-\beta}$
 $0.7 = 124.3 e^{-\beta}$
 $e^{-\beta} = \frac{0.7}{124.3}$
 $\beta = 5.18$

2. Perlakuan KT1

- $\alpha = (y_{maks})$
 $\alpha = 79.3$
- $k = \frac{(y_2 - y_1)/(t_2 - t_1)}{\alpha}$
 $k = \frac{(75,7 - 3,5)/(10 - 2)}{79,3}$
 $k = 0,114$
- $y_0 = \alpha e^{-\beta}$
 $0.8 = 79.3 e^{-\beta}$
 $e^{-\beta} = \frac{0.8}{79.3}$
 $\beta = 4.6$



Lampiran 3. Hasil Pendugaan Parameter Model *Korf*-Apada perlakuan PCT1L1 dengan SPSS

* NonLinear Regression.

MODEL PROGRAM b=14.74 a=124.3 p=2 c=2.857.

COMPUTE PRED_=(a * EXP(- b * ((t + c) ** (-1 / (p - 1))))).

NLR PCT1L1

/OUTFILE='C:\Users\LINA\AppData\Local\Temp\sps5472\SPSSFNLR.TMP'

/PRED PRED_

/SAVE RESID

/CRITERIA SCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.

Nonlinear regression via the Levenberg-Marquardt algorithm

Iteration History

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		b	a	p	c
1.0	22221,754	14,740	124,300	2,000	2,857
1.1	54356,590	359,524	-212,802	-7,376	47,926
1.2	54356,590	127,559	593,021	,104	18,492
1.3	41259,196	32,346	581,191	2,107	1,437
1.4	479,891	12,010	258,002	1,802	-1,152
2.0	479,891	12,010	258,002	1,802	-1,152
2.1	6962,341	23,155	321,612	1,690	,521
...					
171.0	262,695	17957,897	230,314	1,282	7,717
171.1	262,892	19364,280	229,889	1,280	7,789
171.2	262,577	18405,291	230,152	1,282	7,738
172.0	262,577	18405,291	230,152	1,282	7,738
172.1	262,489	19274,200	229,822	1,281	7,778

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 401 model evaluations and 172 derivative evaluations because it reached the limit for the number of iterations.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	54094,101	4	13523,525
Residual	262,489	7	37,498
Uncorrected Total	54356,590	11	
Corrected Total	23085,476	10	

Dependent variable: PCT1L1

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares})$
= ,989.



Lampiran 3. (Lanjutan) Hasil Pendugaan Parameter Model *Korf-A* pada perlakuan KT1 dengan SPSS

* NonLinear Regression.

MODEL PROGRAM a=79.3 b=9.03 c=1.96 p=2.

COMPUTE PRED_=a*exp(-b*((t+c)**(-1/(p-1))))).

NLR KT1

/OUTFILE='C:\Users\Acer\AppData\Local\Temp\spps6800\SPSSFNLR.TMP'

/PRED PRED_

/SAVE RESID

/CRITERIA SSSCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.

Nonlinear regression via the Levenberg-Marquardt algorithm

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		b	a	p	c
1.0	23197,317	9,030	79,300	2,000	1,960
1.1	215583,729	2,185	756,361	5,787	3,565
1.2	1850,700	7,255	153,368	1,738	-1,557
2.0	1850,700	7,255	153,368	1,738	-1,557
2.1	5791,173	14,089	264,855	1,935	-,114
2.2	910,173	8,359	179,281	1,752	-1,925
...					
169.0	60,909	185,785	7,862	2275,030	1,370
169.1	60,963	185,268	7,931	2410,681	1,367
169.2	60,882	185,617	7,881	2315,713	1,369
170.0	60,882	185,617	7,881	2315,713	1,369
170.1	60,861	185,292	7,920	2395,309	1,367
171.0	60,861	185,292	7,920	2395,309	1,367
171.1	60,826	185,063	7,958	2471,752	1,366
169.0	60,909	185,785	7,862	2275,030	1,370

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 401 model evaluations and 174 derivative evaluations because it reached the limit for the number of iterations.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	21710,204	4	5427,551
Residual	60,826	7	8,689
Uncorrected Total	21771,030	11	
Corrected Total	8733,422	10	

Dependent variable: KT1

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares})$
= ,993.



Lampiran 3. (lanjutan) Hasil Pendugaan Parameter Model Gompertz pada perlakuan PCT1L1 dengan SPSS

* NonLinear Regression.
 MODEL PROGRAM a=124.3 b=5.18 k=0.2124.
 COMPUTE PRED_=a*exp(-b*exp(-k*Umur)).
 NLR Tinggi
 /OUTFILE='C:\Users\Acer\AppData\Local\Temp\sps240\SPSSFNLR.TMP'
 /PRED PRED_
 /SAVE RESID
 /CRITERIA SCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
 Nonlinear regression via the Levenberg-Marquardt algorithm

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter		
		a	b	k
1.0	33013,575	124,300	5,180	,119
1.1	6537645,029	-818,219	3,632	,795
1.2	6526,234	221,824	3,050	,170
2.0	6526,234	221,824	3,050	,170
2.1	758,556	278,884	4,695	,161
...				
12.1	214,928	175,579	9,439	,315
13.0	214,928	175,579	9,439	,315
13.1	214,928	175,525	9,448	,315
14.0	214,928	175,525	9,448	,315
14.1	214,928	175,513	9,450	,315
15.0	214,928	175,513	9,450	,315
15.1	214,928	175,510	9,450	,315

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 33 model evaluations and 15 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most $SSCON = 1,000E-008$.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	54141,662	3	18047,221
Residual	214,928	8	26,866
Uncorrected Total	54356,590	11	
Corrected Total	23085,476	10	

Dependent variable: PCT1L1

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares}) = ,991$.



Lampiran 3. (Lanjutan) Hasil Pendugaan Parameter Model Gompertz pada perlakuan KT1 dengan SPSS

* NonLinear Regression.
 MODEL PROGRAM a=79.3 b=4.6 k=0.114.
 COMPUTE PRED_=a*exp(-b*exp(-k*t)).
 NLR KT1
 /OUTFILE='C:\Users\Acer\AppData\Local\Temp\sps2216\SPSSFNLR.TMP'
 /PRED PRED_
 /SAVE RESID
 /CRITERIA SS CONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
 Nonlinear regression via the Levenberg-Marquardt algorithm

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter		
		a	b	k
1.0	12173,195	79,300	4,600	,114
1.1	632750,524	-248,933	3,945	,586
1.2	1568,391	116,656	3,409	,147
2.0	1568,391	116,656	3,409	,147
2.1	186,949	149,721	4,577	,184
3.0	186,949	149,721	4,577	,184
3.1	67,449	127,270	5,809	,233
...				
7.0	49,345	123,456	6,806	,257
7.1	49,345	123,430	6,809	,257
8.0	49,345	123,430	6,809	,257
8.1	49,345	123,428	6,809	,257
9.0	49,345	123,428	6,809	,257
9.1	49,345	123,428	6,809	,257

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 19 model evaluations and 9 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most $SSCON = 1,000E-008$.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	21721,685	3	7240,562
Residual	49,345	8	6,168
Uncorrected Total	21771,030	11	
Corrected Total	8733,422	10	

Dependent variable: KT1

a. $R \text{ squared} = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares})$
 $= ,994$.

Lampiran 4. Pengujian Asumsi Kenormalan Galat

1. Model *Korf*-Apada perlakuan PCT1L1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		11
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,7664
	Std. Deviation	5,05993
	Absolute	,186
Most Extreme Differences	Positive	,186
	Negative	-,148
Kolmogorov-Smirnov Z		,618
Asymp. Sig. (2-tailed)		,840

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

2. Model *Korf*-Apada perlakuan KT1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		11
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,1940
	Std. Deviation	2,45681
	Absolute	,135
Most Extreme Differences	Positive	,107
	Negative	-,135
Kolmogorov-Smirnov Z		,448
Asymp. Sig. (2-tailed)		,988

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Lampiran 4. (Lanjutan)

3. Model Gompertz pada perlakuan PCTIL1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		11
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,7926
	Std. Deviation	4,56089
	Absolute	,171
Most Extreme Differences	Positive	,171
	Negative	-,171
Kolmogorov-Smirnov Z		,569
Asymp. Sig. (2-tailed)		,903

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

4. Model Gompertz pada perlakuan KTI

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		11
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,1898
	Std. Deviation	2,21243
	Absolute	,118
Most Extreme Differences	Positive	,118
	Negative	-,106
Kolmogorov-Smirnov Z		,390
Asymp. Sig. (2-tailed)		,998

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Lampiran 5. Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat
1. Model *Korf*-Apada perlakuan PCT1L1

i	Galat (e_i)	e_i^2	ie_i^2
1	0,650	0,423	0,4225
2	3,330	11,089	22,1778
3	6,700	44,890	134,67
4	4,590	21,068	84,2724
5	-4,290	18,404	92,0205
6	-3,920	15,366	92,1984
7	-4,880	23,814	166,7008
8	2,070	4,285	34,2792
9	6,440	41,474	373,2624
10	5,160	26,626	266,256

$$Q = \left(\frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$Q = \left(\frac{6 \times 11}{11^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{1871,88}{262,495} - \frac{11+1}{2} \right)$$

$$Q = 0,839$$

Lampiran 5. (Lanjutan)

2. Model *Korf-Apada* perlakuan KT1

i	Galat (e_i)	e_i^2	ie_i^2
1	0,43	0,18	0,1849
2	1,73	2,99	5,9858
3	0,84	0,71	2,1168
4	1,78	3,17	12,6736
5	-1,21	1,46	7,3205
6	-1,43	2,04	12,2694
7	-3,35	11,22	78,5575
8	0,19	0,04	0,2888
9	4,27	18,23	164,0961
10	2,63	6,92	69,169
11	-3,74	13,99	153,8636

$$Q = \left(\frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$Q = \left(\frac{6 \times 11}{11^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{504,47}{60,73} - \frac{11+1}{2} \right)$$

$$Q = 1,713$$

Lampiran 5. (Lanjutan)

3. Model Gompertz pada perlakuan PCTIL1

i	Galat (e_i)	e_i^2	ie_i^2
1	0,52	0,2704	0,2704
2	2,95	8,7025	17,405
3	6,33	40,0689	120,2067
4	4,75	22,5625	90,25
5	-3,57	12,7449	63,7245
6	-3,17	10,0489	60,2934
7	-4,71	22,1841	155,2887
8	1,54	2,3716	18,9728
9	5,63	31,6969	285,2721
10	4,83	23,3289	233,289
11	-6,39	40,8321	449,1531

$$Q = \left(\frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$Q = \left(\frac{6 \times 11}{11^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{1494,13}{214,8} - \frac{11+1}{2} \right)$$

$$Q = 0,71$$

Lampiran 5. (Lanjutan)

4. Model Gompertz pada perlakuan KT1

i	Galat (e_i)	e_i^2	ie_i^2
1	0.162785	0.026499	0.026499
2	1.398319	1.955295	3.91059
3	0.710662	0.505041	1.515122
4	2.000502	4.002008	16.00803
5	-0.75672	0.572627	2.863137
6	-1.04619	1.094519	6.567114
7	-3.29313	10.84469	75.91281
8	-0.129	0.016641	0.133128
9	3.797287	14.41939	129.7745
10	2.416262	5.838322	58.38322
11	-3.17325	10.0695	110.7645

$$Q = \left(\frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$Q = \left(\frac{6 \times 11}{11^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{405,86}{49,344} - \frac{11+1}{2} \right)$$

$$Q = 1,65$$

Lampiran 6. Hasil Perhitungan R_{adj}^2 dan AIC_c

Hasil perhitungan R_{adj}^2

Model	Perlakuan	JKG	JKT	n	P	R_{adj}^2
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	262,489	23085,48	11	4	0,98
	KT1	60.8	8733,422	11	4	0,99
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	214,928	23085,48	11	4	0,99
	KT1	49,345	8733,422	11	4	0,99

Hasil Perhitungan AIC_c

Model	Perlakuan	JKG	n	k	AIC_c
<i>Korf-A</i>	PCT1L1	262,489	11	4	49,57
	KT1	60.8	11	4	49,54
<i>Gompertz</i>	PCT1L1	214,928	11	4	45,37
	KT1	49,345	11	4	29,1

Lampiran 7. Penurunan Model Pertumbuhan
1. Penurunan model pertumbuhan Korf-A

$$y = A \exp \left[-b(t + c)^{\frac{1}{p-1}} \right] \quad (1)$$

Turunan pertama terhadap t

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= A \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} e^{-b(t+c)^{\frac{1}{p-1}}} \\ &= \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} A e^{-b(t+c)^{\frac{1}{p-1}}} \\ &= \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} y \\ &= y \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} \end{aligned}$$

Turunan kedua terhadap t

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= y \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} + y \frac{b}{p-1} \left(\frac{-p}{p-1} \right) (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} - 1 \\ &= y \frac{b}{p-1} (t + c)^{\frac{-p}{p-1}} + y \frac{b}{p-1} \left(\frac{-p}{p-1} \right) \frac{(t+c)^{\frac{-p}{p-1}}}{(t+c)} \\ &= \frac{y \frac{b}{p-1} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} (t+c) + y \frac{b}{p-1} \left(\frac{-p}{p-1} \right) (t+c)^{\frac{-p}{p-1}}}{(t+c)} \\ &= \frac{y \left(\left(\frac{b}{p-1} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} \right) \left(\frac{b}{p-1} (t+c) \left(\frac{-p}{p-1} \right) + 1 \right) + \frac{-bp}{(p-1)^2} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} \right)}{(t+c)} \\ &= \frac{y \left(\left(\frac{b^2}{(p-1)^2} (t+c)^{\frac{-p-1}{p-1}} \right) + \frac{-bp}{(p-1)^2} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} \right)}{(t+c)} \end{aligned}$$

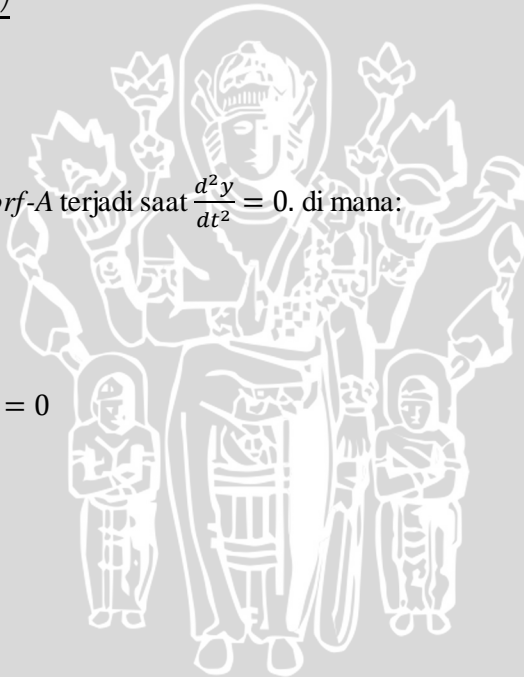
Lampiran 7.(Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{by}{(p-1)^2} \left(b(t+c)^{\frac{-p}{p-1}} - p(t+c)^{\frac{-1}{p-1}} \right)}{(t+c)} \\
 &= \frac{\frac{by}{(p-1)^2} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} \left(b(t+c)^{\frac{1}{p-1-p}} \right)}{(t+c)} \\
 &= \frac{\frac{1}{p-1} \frac{yb}{p-1} (t+c)^{\frac{-p}{p-1}} \left(b(t+c)^{\frac{1}{p-1-p}} \right)}{(t+c)} \\
 &= \frac{y' \frac{1}{p-1} \left(b(t+c)^{\frac{1}{p-1-p}} \right)}{(t+c)} \\
 &= \frac{y' \left(b(t+c)^{\frac{1}{p-1-p}} \right)}{(p-1)(t+c)}
 \end{aligned}$$

Titik belok model *Korf-A* terjadi saat $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$, di mana:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2y}{dt^2} &= 0 \\
 \frac{y' \left(b(t+c)^{\frac{-1}{p-1-p}} \right)}{(p-1)(t+c)} &= 0 \\
 y' b(t+c)^{\frac{-1}{p-1-p}} - py' &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b(t+c)^{\frac{-1}{p-1}} &= p \\
 \frac{1}{(t+c)^{\frac{1}{p-1}}} &= \frac{p}{b} \\
 p(t+c)^{\frac{1}{p-1}} &= b \\
 (t+c)^{\frac{1}{p-1}} &= \frac{b}{p}
 \end{aligned}$$



Lampiran 7.(Lanjutan)

$$t + c = \left(\frac{b}{p}\right)^{p-1}$$

$$t^* = \left(\frac{b}{p}\right)^{p-1} - c$$

(2)

Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (1)

$$y = A \exp \left[-b(t + c) \right]^{\frac{1}{p-1}}$$

$$y = A \exp \left[-b \left(\frac{b}{p}\right)^{p-1} - c + c \right]^{\frac{1}{p-1}}$$

$$y = A \exp \left[-b \cdot (b^{p-1} p^{-(p-1)}) \right]^{\frac{1}{p-1}}$$

$$y = A \exp \left[-b(b^{-1} p^1) \right]$$

$$y^* = A e^{-p}$$

2. Penurunan model pertumbuhan Gompertz

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-kx})} + \varepsilon$$

(3)

Turunan pertama terhadap t

Misal : $u = -\beta e^{-kt}$

$$\frac{du}{dt} = -\beta(-ke^{-kt})$$

$$\frac{du}{dt} = \beta ke^{-kt}$$

$$y = \alpha e^u$$

$$\frac{dy}{dy} = \alpha e^u$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{du}{dt} \times \frac{dy}{du}$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha e^u \times -\beta(-ke^{-kt})$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha e^{-\beta e^{-kx}} \times (\beta ke^{-kx})$$

$$\frac{dy}{dt} = (\alpha e^{-\beta e^{-kt}})(\beta ke^{-kt})$$

Turunan kedua terhadap t

Misal : $u = \alpha e^{-\beta e^{-kt}}$

$$\frac{du}{dt} = \alpha k \beta e^{-kt} e^{\beta e^{-kt}}$$

$$u' = \alpha k \beta e^{-kt} e^{\beta e^{-kt}}$$

$$v = \beta k e^{-kt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -k^2 \beta e^{-kt}$$

$$v' = -k^2 \beta e^{-kt}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= u'v + v'u \\ &= \alpha \beta^2 k^2 e^{-2kt} e^{-\beta e^{-kt}} - \alpha \beta k^2 e^{-\beta e^{-kt}} e^{-kt} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 0$$

$$\alpha \beta^2 k^2 e^{-2kt} e^{-\beta e^{-kt}} - \alpha \beta k^2 e^{-\beta e^{-kt}} e^{-kt} = 0$$

$$\alpha \beta^2 k^2 e^{-2kt} e^{-\beta e^{-kt}} = \alpha \beta k^2 e^{-\beta e^{-kt}} e^{-kt}$$

$$\beta e^{-kt} = 1$$

$$e^{-kt} = \frac{1}{\beta}$$

$$-kt = \ln \frac{1}{\beta}$$

$$-kt = \ln 1 - \ln \beta$$

$$t^* = \frac{\ln \beta}{k} \quad (4)$$

Persamaan (4) disubstitusikan (3) pada persamaan

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-kt})}$$

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-k(\frac{\ln \beta}{k})})}$$

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-\ln \beta})}$$

$$y^* = \frac{\alpha}{e}$$

(2.14)

Lampiran 8. Iterasi *Levenberg-Marquardt*

1. Model *Korf-A*

Turunan parsial terhadap A adalah:

$$y = A \exp \left[-b(t+c) \frac{1}{p-1} \right]$$

$$\frac{dy}{dA} = e^{-b(t+c) \frac{1}{p-1}}$$

Turunan parsial terhadap b adalah:

$$y = A \exp \left[-b(t+c) \frac{1}{p-1} \right]$$

Dimisalkan : $u = -b(t+c) \frac{1}{p-1}$

$$\frac{du}{db} = -(t+c) \frac{1}{p-1}$$

$$\frac{dy}{db} = A(t+c) \frac{1}{p-1} e^{-b(t+c) \frac{1}{p-1}}$$

Turunan parsial terhadap c adalah:

Dimisalkan : $u = -b(t+c) \frac{1}{p-1}$

$$\frac{du}{dc} = \frac{b}{p-1} (t+c) \frac{1}{p-1} - 1$$

$$\frac{dy}{dc} = A e^{-b(t+c) \frac{1}{p-1}} \left(\frac{b}{p-1} (t+c) \frac{1}{p-1} - 1 \right)$$

Turunan parsial terhadap p adalah:

$$\frac{dy}{dp} = A e^{-b(t+c) \frac{1}{p-1}} \frac{-b}{(p-1)^2} (t+c) \frac{1}{p-1} \ln(t+c)$$

Turunan parsial terhadap masing – masing parameter ini digunakan pada pendugaan parameter dengan iterasi *Levenberg Marquardt*.

2. Model *Gompertz*

Turunan parsial terhadap α adalah:

$$y = \alpha e^{-\beta e^{-kt}}$$
$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \exp(-\beta e^{-kt})$$

Lampiran 8. (Lanjutan)

Turunan parsial terhadap β adalah:

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-kt})}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta} = -\alpha e^{-\beta e^{-kt}} e^{-kt}$$

Turunan parsial terhadap k adalah:

$$y = \alpha e^{(-\beta e^{-kt})}$$

$$\frac{\partial y}{\partial k} = \alpha \beta x e^{-\beta e^{-kt}} e^{-kt}$$

Turunan parsial terhadap masing – masing parameter ini digunakan pada pendugaan parameter dengan iterasi *Levenberg Marquardt*.



Lampiran 8. (Lanjutan)
Perhitungan Iterasi Levenberg-Marquardt
 1. Model Korf-A

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} A_{0+1} \\ B_0 \\ C_0 \\ D_0 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \\
 & \begin{bmatrix} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ A(t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & A(t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ A e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) & \dots & A e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) \\ A e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_1+c) & \dots & A e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_{17}+c) \\ e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) \\ e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_1+c) & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} A(t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_{17}+c) \end{bmatrix}_{4 \times 17} \\
 & \times \\
 & \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{0,404} \end{bmatrix}_{4 \times 4} \\
 & = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ C_0 \\ D_0 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \\
 & \times \\
 & \begin{bmatrix} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ A(t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} & \dots & A(t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \\ A e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) & \dots & A e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \left(\frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} - 1 \right) \\ A e^{-b(t_1+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_1+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_1+c) & \dots & A e^{-b(t_{17}+c)} \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} (t_{17}+c) \frac{1}{(a-1)^{\frac{1}{a-1}}} \ln(t_{17}+c) \end{bmatrix}_{4 \times 17} \\
 & \times \\
 & \begin{bmatrix} y(x_1) - f(x_1, \beta_0) \\ \vdots \\ y(x_{17}) - f(x_{17}, \beta_0) \end{bmatrix}_{17 \times 1}
 \end{aligned}$$

Lampiran 8. (Lanjutan)

2. Model Gompertz

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \alpha_{0+1} \\ \beta_{0+1} \\ k_{0+1} \end{bmatrix}_{3 \times 1} \\
 & = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ k_0 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \times \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-\beta e^{-kt_1}) & \dots & \exp(-\beta e^{-kt_{10}}) \\ -\alpha e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} & \dots & -\alpha e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} \\ \alpha \beta x_1 e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} & \dots & \beta t_{10} e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} \end{bmatrix}_{3 \times 11} \times \\
 & \begin{bmatrix} \exp(-\beta e^{-kt_1}) & -\alpha e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} & \alpha \beta t_1 e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(-\beta e^{-kt_{10}}) & -\alpha e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} & \alpha \beta t_{10} e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} \end{bmatrix}_{11 \times 3} \\
 & + \begin{bmatrix} \lambda I_k & 0 & 0 \\ 0 & \lambda I_k & 0 \\ 0 & 0 & \lambda I_k \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{bmatrix}^{-1} \\
 & \times \begin{bmatrix} \exp(-\beta e^{-kt_1}) & \dots & \exp(-\beta e^{-kt_{10}}) \\ -\alpha e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} & \dots & -\alpha e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} \\ \alpha \beta x_1 e^{-\beta e^{-kt_1}} e^{-kt_1} & \dots & \beta t_{10} e^{-\beta e^{-kt_{10}}} e^{-kt_{10}} \end{bmatrix}_{3 \times 11} \\
 & \times \begin{bmatrix} y(t_1) - f(t_1, \theta_n) \\ \vdots \\ y(t_{11}) - f(t_{11}, \theta_n) \end{bmatrix}_{11 \times 1}
 \end{aligned}$$