BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Optimasi Produksi *Home* Industri 'Amanah' dengan Menggunakan Metode *Fuzzy Linear Programming*.

Home industri 'Amanah' adalah industri yang bergerak di bidang makanan jadi, yang memproduksi dua jenis abon ayam (krispi manis dan krispi pedas) dengan bahan-bahan mentah: daging ayam, gula, bumbu, dan cabe dengan laba tiap produksi 300 ribu rupiah untruk krispi manis dan 450 ribu rupiah untuk krispi pedas..

Namun demikian, pihak *home* industri 'Amanah' masih memungkinkan melakukan penambahan tiap bahan baku sampai dengan 10% dari tiap bahan baku yang ada. Dengan penambahan bahan baku sedikit saja, keuntungan yang diperoleh *home* industri akan bertambah. Kebutuhan bahan perjenis abon dan batas persediaan bahan baku untuk satu masa produksi serta besar laba dari penjualan untuk satu masa produksi tertera dalam Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1. Bahan Baku Kebutuhan Produksi dan Toleransi

Bahan	Satuan unit		Kebutuhan bahan produksi		Satuan
	Krispi manis	Krispi pedas	Jumlah bahan baku	Toleransi (p_i)	
Daging ayam	20	15	100	10%*100 = 10 (p_1)	Kilogram
Gula	3	2,5	40	10%*40 = 4 (p_2)	Kilogram
Bumbu	5	8	30	10%*30 = 3 (p_3)	Kilogram
Cabe	1,5	2	8	10%*8 = 0,8 (p_4)	Kilogram

Variabel keputusan:
x_1: Jumlah krispi manis yang diproduksi
x_2: Jumlah krispi pedas yang diproduksi

4.1.1. Menentukan Model Matematika

Kasus tersebut dapat dimodelkan dalam model matematika sebagai berikut:

Maksimumkan : $Z = 10x_1 + 15x_2$

Batasan :

$$20x_1 + 15x_2 \leq 100$$
$$3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 40$$
$$5x_1 + 8x_2 \leq 30$$
$$1{,}5x_1 + 2x_2 \leq 8$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

4.1.2. Mencari Nilai Z^0

Model matematika linear programming adalah:

Maksimumkan : $Z = 10x_1 + 15x_2$

Batasan :

$$20x_1 + 15x_2 \leq 100$$
$$3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 40$$
$$5x_1 + 8x_2 \leq 30$$
$$1{,}5x_1 + 2x_2 \leq 8$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Persoalan di atas, dapat diselesaikan dengan metode simpleks dalam bentuk standar program linier klasik (*Linear Programming*) berikut:

Maksimumkan: $Z = 10x_1 + 15x_2$

Batasan : $20x_1 + 15x_2 + S_1 = 100$

$$3x_1 + 2{,}5x_2 + S_2 = 40$$
$$5x_1 + 8x_2 + S_3 = 30$$
$$1{,}5x_1 + 2x_2 + S_4 = 8$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Tabel 4.2. Tabel Simpleks untuk Solusi Awal

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi	
Z	1	-10	-15	0	0	0	0	0	
S_1	0	20	15	1	0	0	0	100	6,666667
S_2	0	3	2,5	0	1	0	0	40	16
S_3	0	5	8	0	0	1	0	30	3,75
S_4	0	1,5	2	0	0	0	1	8	4

Variabel masuk : x_2
Variabel keluar : S_3

Tabel 4.3. Tabel Simpleks untuk Solusi Baru

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi	
Z	1	-0,625	0	0	0	1,875	0	56,25	
S_1	0	10,625	0	1	0	-1,875	0	43,75	4,117647
S_2	0	1,4375	0	0	1	-0,3125	0	30,625	21,30435
x_2	0	0,625	1	0	0	0,125	0	3,75	6
S_4	0	0,25	0	0	0	-0,25	1	0,5	2

Variabel masuk : x_1
Variabel keluar : S_4

Tabel 4.4. Tabel Simpleks untuk Solusi Akhir

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	1	0	0	0	0	1,25	2,5	57,5
S_1	0	0	0	1	0	8,75	-42,5	22,5
S_2	0	0	0	0	1	1,125	-5,75	27,75
x_2	0	0	1	0	0	0,75	-2,5	2,5
x_1	0	1	0	0	0	-1	4	2

Karena semua nilai pada baris Z pada tabel solusi akhir sudah positif atau nol, maka tabel solusi akhir merupakan tabel optimal. Dari Tabel 4.4 dan juga perhitungan dengan bantuan program WinQSB (lampiran 1) dapat diperoleh hasil akhir adalah sebagai berikut:

$$Z = 57,5$$
$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 2,5$$

4.1.3. Mencari Nilai Z^1

Model awal *Linear Programming* dapat diubah menjadi:

Maksimumkan : $Z = 10x_1 + 15x_2$

Dengan batasan :

$$20x_1 + 15x_2 \leq 110$$
$$3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 44$$
$$5x_1 + 8x_2 \leq 33$$
$$1{,}5x_1 + 2x_2 \leq 8{,}8$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Persoalan tersebut, dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks bentuk standar *Linear Programming*:

Maksimumkan : $Z = 10x_1 + 15x_2$

Dengan batasan :

$$20x_1 + 15x_2 + S_1 = 110$$
$$3x_1 + 2{,}5x_2 + S_2 = 44$$
$$5x_1 + 8x_2 + S_3 = 33$$
$$1{,}5x_1 + 2x_2 + S_4 = 8{,}8$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Tabel 4.5. Tabel Simpleks untuk Solusi Awal

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi	
Z	1	-10	-15	0	0	0	0	0	
S_1	0	20	15	1	0	0	0	110	7.333333
S_2	0	3	2,5	0	1	0	0	44	17,6
S_3	0	5	8	0	0	1	0	33	4,125
S_4	0	1,5	2	0	0	0	1	8,8	4,4

Variabel masuk : x_2

Variabel keluar : S_3

Tabel 4.6. Tabel Simpleks untuk Solusi Baru

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi	
Z	1	-0,625	0	0	0	1,875	0	61,875	
S_1	0	10,625	0	1	0	-1,875	0	48,125	4,529412
S_2	0	1,4375	0	0	1	-0,3125	0	33,6875	23,43478
x_2	0	0,625	1	0	0	0,125	0	4,125	6,6
S_4	0	0,25	0	0	0	-0,25	1	0,55	2,2

Variabel masuk : x_1
Variabel keluar : S_4

Tabel 4.7. Tabel Simpleks untuk Solusi Akhir

	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	1	0	0	0	0	1,25	2,5	63,25
S_1	0	0	0	1	0	8,75	-42,5	24,75
S_2	0	0	0	0	1	1,125	-5,75	30,525
x_2	0	0	1	0	0	0,75	-2,5	2,75
x_1	0	1	0	0	0	-1	4	2,2

Karena semua nilai pada baris Z pada tabel solusi akhir sudah positif atau nol, maka tabel solusi akhir merupakan tabel optimal. Dari Tabel 4.7 dan juga perhitungan dengan bantuan program WinQSB (lampiran 2) dapat diperoleh hasil akhir adalah sebagai berikut:

$$Z = 63,25$$
$$x_1 = 2,2$$
$$x_2 = 2,75$$

4.1.4. Mencari Nilai p_0

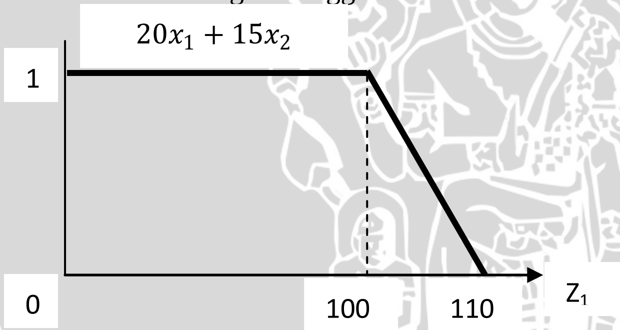
Dari kedua hasil ini Z^0 dan Z^1, kita dapat menentukan nilai p_0, yaitu hasil pengurangan dari Z^1 dengan Z^0 ($p_0 = 63{,}25 - 57{,}5 = 5{,}75$).

Tabel 4.8. Batasan *Non*-Fuzzy dan Batasan *Fuzzy*

	Batasan *Non-Fuzzy*	Batasan *Fuzzy*	
		t=0	t=1
Fungsi objektif		57,5	63,25
Batasan 1	100	100	110
Batasan 2	40	40	44
Batasan 3	30	30	33
Batasan 4	8	8	8,8

4.1.5. Fungsi Keanggotaan untuk Masing-Masing Batasan dan Fungsi Tujuan

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk batasan 1.

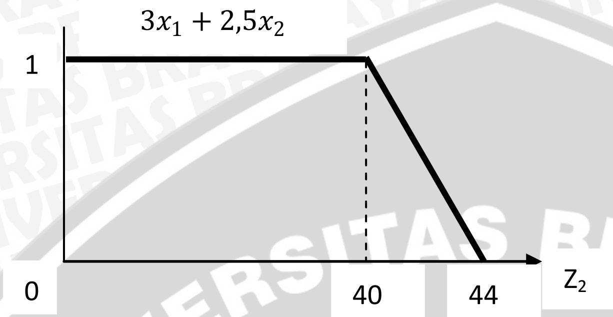


Gambar 4.1. Fungsi Keanggotaan Batasan 1

dengan,

$$\mu(Z_1) = \begin{cases} 1; & jika\ Z_1 \leq 100 \\ 1 - \dfrac{Z_1 - 100}{10}; & jika\ 100 < Z_1 < 110 \\ 0; & jika\ Z_1 \geq 110 \end{cases}$$

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk batasan 2.

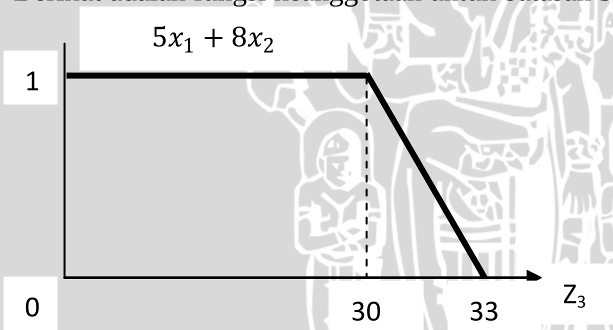


Gambar 4.2. Fungsi Keanggotaan Batasan 2

dengan,

$$\mu(Z_2) = \begin{cases} 1; & jika\ Z_2 \leq 40 \\ 1 - \dfrac{Z_2 - 40}{4}; & jika\ 40 < Z_2 < 44 \\ 0; & jika\ Z_2 \geq 44 \end{cases}$$

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk batasan 3.

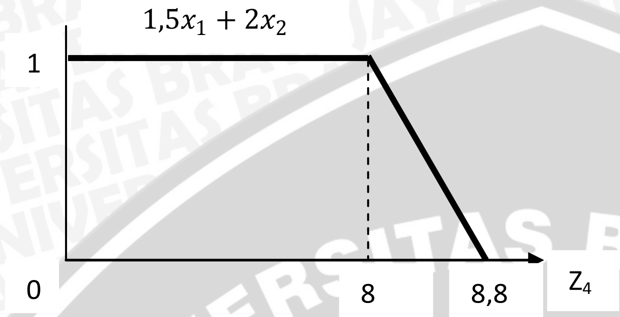


Gambar 4.3. Fungsi Keanggotaan Batasan 3

dengan,

$$\mu(Z_3) = \begin{cases} 1; & jika\ Z_3 \leq 30 \\ 1 - \dfrac{Z_3 - 30}{3}; & jika\ 30 < Z_3 < 33 \\ 0; & jika\ Z_3 \geq 33 \end{cases}$$

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk batasan 4.

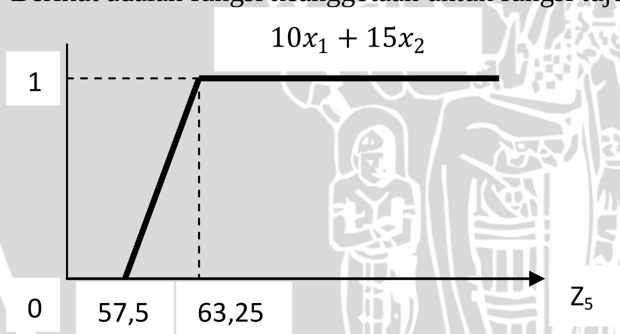


Gambar 4.4. Fungsi Keanggotaan Batasan 4

dengan,

$$\mu(Z_4) = \begin{cases} 1; & jika\ Z_4 \leq 8 \\ 1 - \dfrac{Z_4 - 8}{0{,}8}; & jika\ 8 < Z_4 < 8{,}8 \\ 0; & jika\ Z_4 \geq 8{,}8 \end{cases}$$

Berikut adalah fungsi keanggotaan untuk fungsi tujuan.



Gambar 4.5. Fungsi Keanggotaan untuk Fungsi Tujuan

dengan,

$$\mu(Z_5) = \begin{cases} 0; & jika\ Z_5 \leq 57{,}5 \\ 1 - \dfrac{63{,}25 - Z_5}{5{,}75}; & jika\ 57{,}5 < Z_5 < 63{,}25 \\ 1; & jika\ Z_5 \geq 63{,}5 \end{cases}$$

4.1.6. Menghitung Nilai λ=1-t

Akhirnya dapat dibentuk model *Fuzzy Linear Programming* sebagai berikut:

Maksimumkan : λ

Dengan batasan :

$$5{,}75\lambda - (10x_1 + 15x_2) \leq -63{,}25 + 5{,}75 = -57{,}5$$
$$10\lambda + 20x_1 + 15x_2 \leq 100 + 10 = 110$$
$$4\lambda + 3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 40 + 4 = 44$$
$$3\lambda + 5x_1 + 8x_2 \leq 30 + 3 = 33$$
$$0{,}8\lambda + 1{,}5x_1 + 2x_2 \leq 8 + 0{,}8 = 8{,}8$$
$$\lambda, x_1, x_2 \geq 0$$

Sehingga bentuk *Linear Programming* menjadi:

Maksimum : λ

Dengan batasan :

$$-5{,}75\lambda + 10x_1 + 15x_2 \geq 57{,}5$$
$$10\lambda + 20x_1 + 15x_2 \leq 110$$
$$4\lambda + 3x_1 + 2{,}5x_2 \leq 44$$
$$3\lambda + 5x_1 + 8x_2 \leq 33$$
$$0{,}8\lambda + 1{,}5x_1 + 2x_2 \leq 8{,}8$$
$$\lambda, x_1, x_2 \geq 0$$

Bentuk standar *Linear Programming* menjadi:

Maksimum : $Z = \lambda$

Dengan batasan :

$$-5{,}75\lambda + 10x_1 + 15x_2 - S_1 + R_1 = 57{,}5$$
$$10\lambda + 20x_1 + 15x_2 + S_2 = 110$$
$$4\lambda + 3x_1 + 2{,}5x_2 + S_3 = 44$$
$$3\lambda + 5x_1 + 8x_2 + S_4 = 33$$
$$0{,}8\lambda + 1{,}5x_1 + 2x_2 + S_5 = 8{,}8$$
$$\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \geq 0$$

Linear Programming ini harus diselesaikan dengan dua tahap, yaitu:

Tahap 1
Menyelesaikan *Linear Programming*:
Min : r = R_1
Dengan batasan :

$$-5{,}75\lambda + 2x_1 + 3x_2 - S_1 + R_1 = 57{,}5$$
$$10\lambda + 20x_1 + 15x_2 + S_2 = 110$$
$$4\lambda + 3x_1 + 2{,}5x_2 + S_3 = 44$$
$$3\lambda + 5x_1 + 8x_2 + S_4 = 33$$
$$0{,}8\lambda + 1{,}5x_1 + 2x_2 + S_5 = 8{,}8$$
$$\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \geq 0$$

Diperoleh variabel *basic*: R_1, S_2, S_3, S_4. Karena R_1 muncul di persamaan *r*, maka harus disubstitusikan dengan batasan pertama.

$$R_1 = 57{,}5 + 5{,}75\lambda - 10x_1 - 15x_2 + S_1$$

Dengan mensubstitusikan R_1 ke persamaan r, maka *Linear Programming* yang harus diselesaikan adalah:
Min: $r = 57{,}5 + 5{,}75\lambda - 10x_1 - 15x_2 + S_1$
Dengan batasan:

$$-5{,}75\lambda + 10x_1 + 15x_2 - S_1 + R_1 = 57{,}5$$
$$10\lambda + 20x_1 + 15x_2 + S_2 = 110$$
$$4\lambda + 3x_1 + 2{,}5x_2 + S_3 = 44$$
$$3\lambda + 5x_1 + 8x_2 + S_4 = 33$$
$$0{,}8\lambda + 1{,}5x_1 + 2x_2 + S_5 = 8{,}8$$
$$\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \geq 0$$

Tabel 4.9. Tabel Simpleks untuk Solusi Awal

	r	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	R_1	Solusi	
r	1	-5,75	10	15	-1	0	0	0	0	0	57,5	
R_1	0	-5,75	10	15	-1	0	0	0	0	1	57,5	3,833333
S_2	0	10	20	15	0	1	0	0	0	0	110	7,333333
S_3	0	4	3	2,5	0	0	1	0	0	0	44	17,6
S_4	0	3	5	8	0	0	0	1	0	0	33	4,125
S_5	0	0,8	1,5	2	0	0	0	0	1	0	8,8	4,4

Variabel masuk : x_2
Variabel keluar : R_1

Tabel 4.10. Tabel Simpleks untuk Solusi Baru

	r	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S5	R_1	Solusi
r	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
x_2	0	-0,38333	0,666667	1	-0,06667	0	0	0	0	0,066667	3,833333
S_2	0	15,75	10	0	1	1	0	0	0	-1	52,5
S_3	0	4,958333	1,333333	0	0,166667	0	1	0	0	-0,16667	34,41667
S_4	0	6,066667	-0,33333	0	0,533333	0	0	1	0	-0,53333	2,333333
S_5	0	1,566667	0,166667	0	0,133333	0	0	0	1	-0,13333	1,133333

Tahap 2

Menyelesaikan *Linear Programming*:

Maks: z = λ

Tabel 4.11. Tabel Simpleks untuk Solusi Awal

	Z	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Solusi	
Z	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	
x_2	0	-0,38333	0,666667	1	-0,06667	0	0	0	0	3,833333	
S_2	0	15,75	10	0	1	1	0	0	0	52,5	3,333333
S_3	0	4,958333	1,333333	0	0,166667	0	1	0	0	34,41667	6,941176
S_4	0	6,066667	-0,33333	0	0,533333	0	0	1	0	2,333333	0,384615
S_5	0	1,566667	0,166667	0	0,133333	0	0	0	1	1,133333	0,723404

Variabel masuk : λ

Variabel keluar : S_4

Tabel 4.12. Tabel Simpleks untuk Solusi Baru

	Z	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Solusi	
Z	1	0	-0,05495	0	0,087912	0	0	0,164835	0	0,384615	
x_2	0	0	0,645604	1	-0,03297	0	0	0,063187	0	3,980769	
S_2	0	0	10,86538	0	-0,38462	1	0	-2,59615	0	46,44231	4,274336
S_3	0	0	1,605769	0	-0,26923	0	1	-0,81731	0	32,50962	20,24551
λ	0	1	-0,05495	0	0,087912	0	0	0,164835	0	0,384615	
S_5	0	0	0,252747	0	-0,0044	0	0	-0,25824	1	0,530769	2,1

Variabel masuk : x_1

Variabel keluar : S_5

Tabel 4.13. Tabel Simpleks untuk Solusi Akhir

	Z	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Solusi
Z	1	0	0	0	0,002899	0	0	0,108696	0,217391	0,5
x_2	0	0	0	1	-0,00072	0	0	0,722826	-2,55435	2,625
S_2	0	0	0	0	-0,00652	1	0	8,505435	-42,9891	23,625
S_3	0	0	0	0	-0,00804	0	1	0,82337	-6,35326	29,1375
λ	0	1	0	0	0,002899	0	0	0,108696	0,217391	0,5
x_1	0	0	1	0	-0,00058	0	0	-1,02174	3,956522	2,1

Maka hasil akhir yang diperoleh dari Tabel 4.13 dan juga perhitungan dengan bantuan program WinQSB (lampiran 3) adalah:

$$\lambda = 0{,}5$$
$$x_1 = 2{,}1$$
$$x_2 = 2{,}625$$
$$Z = 10x_1 + 15x_2 = 60{,}375$$

Berdasarkan hasil akhir di atas, maka solusi *Linear Programming* pada kasus *Non-Fuzzy* dan *Fuzzy* terlihat pada tabel 4.14 berikut.

Tabel 4.14. Solusi *Non-Fuzzy* dan *Fuzzy*

Solusi *non-fuzzy*	Solusi *fuzzy*
$x_1 = 2$ $x_2 = 2{,}5$ $Z = 57{,}5$	$x_1 = 2{,}1$ $x_2 = 2{,}625$ $Z = 60{,}375$

4.2. Interpretasi

Dengan menggunakan *Linear Programming* biasa, keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk krispi manis diproduksi sebanyak 2 kali produksi dan produk krispi pedas sebanyak 2,5 kali produksi, keuntungan yang diperoleh sebesar Rp. 57.500,- dalam sehari. Pada kondisi ini, dibutuhkan daging ayam sebanyak $77{,}5\ (20 * 2 + 15 * 2{,}5)$ kg; gula sebanyak $12{,}25\,(3 * 2 + 2{,}5 * 2{,}5)$ kg; bumbu sebanyak $30\ (5 * 2 + 8 * 2{,}5)$ kg; cabe sebanyak $8\ (1{,}5 * 2 + 2 * 2{,}5)$ kg.

Apabila digunakan *Fuzzy Linear Programming* keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk krispi manis diproduksi sebanyak 2,1 kali produksi dan produk krispi pedas sebanyak 2,625 kali produksi, keuntungan yang diperoleh sebesar Rp. 60.375,- (Rp. 2.875,- lebih banyak dibanding dengan *Linear Programming* biasa) dalam sehari. Dengan catatan bahwa pada kondisi ini dibutuhkan daging ayam sebanyak $81{,}375\ (20 * 2{,}1 + 15 * 2{,}625)$ kg; gula sebanyak $12{,}86\ (3 *$ *2,1+2,5∗2,625* kg; bumbu sebanyak *31,5 5∗2,1+8∗2,625* kg; cabe sebanyak $8{,}4\ (1{,}5 * 2{,}1 + 2 * 2{,}625)$ kg.

Nilai $\lambda = 0{,}5$ mengandung pengertian bahwa $\lambda = 1 - t$ untuk setiap himpunan yang digunakan untuk mengimplementasi setiap batasan sebesar 0,5. Dengan kata lain, skala terbesar $t = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$ digunakan untuk menentukan besarnya penambahan terbesar dari setiap batasan dari setiap batasan yang diizinkan. Pada batasan ke-1, penambahan daging ayam diizinkan hingga 110 kg, pada kenyataannya penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0{,}5 * 110\,\text{kg} = 55\,\text{kg}$. Pada batasan ke-2, penambahan gula diizinkan hingga 40 kg, pada kenyataanya penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0{,}5 * 44\,\text{kg} = 22\,\text{kg}$. Pada batasan ke-3, penambahan bumbu diizinkan hingga 33 kg, pada kenyataanya penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0{,}5 * 33\,\text{kg} = 16{,}5\,\text{kg}$. Pada batasan ke-4, penambahan bumbu diizinkan hingga 8,8 kg, pada kenyataanya penambahan yang dibutuhkan maksimal hanya sebesar $0{,}5 * 8{,}8\,\text{kg} = 4{,}4\,\text{kg}$.