

**GRAFIK KENDALI T^2 HOTELLING DENGAN
PENDEKATAN BOOTSTRAP PADA DATA BERDISTRIBUSI
NON-NORMAL MULTIVARIAT**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:
Diah Ekorini
105090501111017



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**GRAFIK KENDALI T^2 HOTELLING DENGAN
PENDEKATAN BOOTSTRAP PADA DATA BERDISTRIBUSI
NON-NORMAL MULTIVARIAT**

oleh:

Diah Ekorini

105090501111017

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
Pada tanggal 8 Agustus 2014
Dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

Pembimbing

Dr. Suci Astutik, S.Si, M.Si

NIP. 197407221999032001

Mengetahui,

**Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc

NIP. 19670907 199203 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Diah Ekorini
NIM : 105090501111017
Penulis Skripsi Berjudul :

GRAFIK KENDALI T^2 HOTELLING DENGAN PENDEKATAN BOOTSTRAP PADA DATA BERDISTRIBUSI NON-NORMAL MULTIVARIAT

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 8 Agustus 2014
Yang menyatakan,

(Diah Ekorini)
NIM. 105090501111017

GRAFIK KENDALI T^2 HOTELLING DENGAN PENDEKATAN BOOTSTRAP PADA DATA BERDISTRIBUSI NON-NORMAL MULTIVARIAT

ABSTRAK

Grafik kendali multivariat digunakan jika diperlukan adanya pengendalian bersama-sama dua atau lebih karakteristik kualitas yang saling berhubungan. Pengawasan proses produksi dan prosedur pengendalian multivariat yang paling umum adalah grafik kendali T^2 Hotelling yang berguna untuk memonitor rata-rata pergeseran proses produksi dengan asumsi kenormalan yang harus terpenuhi. Pada penelitian ini akan digunakan data berdistribusi non-normal multivariat dalam mensimulasikan kinerja dari grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap yang dapat efisien memantau proses ketika distribusi data yang diamati adalah tidak normal atau tidak diketahui. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder tentang data karakteristik kualitas proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI dari bulan April sampai dengan Juli 2008, dengan 2 peubah yaitu *emitter weight* (berat *emitter*) dan *segment coil* (panjang *segment coil*). Pada grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap ini menunjukkan bahwa satu atau kombinasi dari dua peubah karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI dalam keadaan yang tidak terkendali. Titik-titik yang keluar dari batas pengendali atau *out of control* adalah sebanyak 56 titik. Grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap lebih sensitif dibandingkan grafik kendali T^2 Hotelling klasik, karena grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap memiliki nilai ARL yang lebih kecil daripada grafik kendali T^2 Hotelling klasik. Sehingga, dapat dikatakan bahwa grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap lebih peka dalam mendeteksi adanya pergeseran proses dalam suatu produksi.

Kata Kunci : Grafik kendali T^2 Hotelling, Transformasi Johnson, Bootstrap, Average Run Length

HOTELLING'S T^2 CONTROL CHART USING BOOTSTRAP FOR NON-NORMAL MULTIVARIATE DISTRIBUTION OF DATA

ABSTRACT

Multivariate control charts are used when necessary to control together two or more quality characteristics that are related. Production process control and procedures multivariate control are the most common is Hotelling's T^2 control chart is useful to monitor the average shift of the production process with the assumption of normality that must be met. This research will use non-normal multivariate distribution of data in a simulate the performance of the Hotelling's T^2 control chart with a bootstrap approach that can efficiently monitor the process when the observed data distribution is not normal or unknown. The data used in this research is a secondary data on the characteristics of the data quality process of machine types JIS Mount 20 Watt in PLI from April to July 2008, with two variables are emitters weight and segment coil. Hotelling's T^2 control chart with a bootstrap approach suggests that one or a combination of the two variables on the quality characteristics of the engine type JIS Mount 20 Watt in PLI in uncontrolled circumstances. The points are out of control limits or out of control is as much as 56 points. Hotelling's T^2 control chart with Bootstrap approach is more sensitive than Hotelling's T^2 control chart classic, because the Hotelling's T^2 control chart with Bootstrap have ARL value smaller than Hotelling's T^2 control chart classic. So, it can be said that the Bootstrap Hotelling's T^2 control chart is more sensitive on detection of shifting production process.

Keyword : Hotelling's T^2 control chart, Johnson Transformation, Bootstrap, Average Run Length

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kehadirat Allah SWT atas berkat, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga Skripsi dengan judul Grafik kendali T^2 Hotelling dengan Pendekatan Bootstrap pada Data Berdistribusi Non-Normal Multivariat dapat terselesaikan dengan baik.

Dalam penyusunan Skripsi ini, penulis telah banyak dibantu oleh berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Suci Astutik, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas waktu dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Bapak Dr.Ir.Solimun, MS selaku dosen penguji I atas saran dan masukan yang telah diberikan.
3. Ibu Dr.Ir.Atiék Iriany, MS selaku dosen penguji II atas saran dan masukan yang telah diberikan.
4. Dr.Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
5. Kedua orang tua, dan keluargaku atas semangat, dukungan serta doa restunya.
6. Teman-teman Program Studi Statistika 2009 dan 2010 atas semangat, dukungan, dan doanya.
7. Seluruh staf pengajar Jurusan Matematika atas bantuan dan kerjasamanya.
8. Teman-teman kos TC 25 atas semangat, dukungan, dan doanya.
9. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian penyusunan skripsi.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, berbagai saran ataupun kritik yang membangun akan sangat berguna bagi penulis dalam penulisan ilmiah selanjutnya.

Malang, 8 Agustus 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 <i>Statistical Process Control (SPC)</i>	5
2.2 Grafik Kendali	6
2.3 Korelasi.....	7
2.4 Distribusi Normal Multivariat	8
2.5 Transformasi Johnson.....	10
2.6 Grafik Kendali T^2 Hotelling	11
2.7 Bootstrap.....	13
2.8 Grafik Kendali T^2 Hotelling Bootstrap.....	16
2.9 Analisis Pola pada Grafik Kendali	17
2.10 Average Run Length (ARL).....	20
2.11 Analisis Kemampuan Proses	21
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	25
3.2 Metode Penelitian.....	25

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Statistika Deskriptif 29

4.2 Pemeriksaan Kenormalan Multivariat 29

4.3 Korelasi Pearson 30

4.4 Transformasi Johnson 30

4.5 Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik 32

4.6 Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan
Bootstrap 34

4.7 Analisis Pola Titik-Titik Pengamatan 36

4.8 Average Run Length (ARL) 37

4.9 Analisis Kemampuan Proses 38

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan 39

5.2 Saran 39

DAFTAR PUSTAKA..... 41

LAMPIRAN..... 43



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Fungsi Transformasi Keluarga Johnson.....	11
Tabel 4.1. Statistika Deskriptif dan Batas Spesifikasi.....	29
Tabel 4.2. Nilai ARL grafik kendali kendali T^2 Hotelling klasik dan grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap.....	37

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Bentuk Dasar Grafik Kendali	6
Gambar 2.2. Q-Q Plot.....	10
Gambar 2.3. Grafik Kendali T^2 Hotelling	13
Gambar 2.4. Skema proses Bootstrap.....	15
Gambar 2.5. Prosedur bootstrap dalam menghitung batas kendali grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap	16
Gambar 2.6. Pola <i>Out Of Control</i> 1.....	17
Gambar 2.7. Pola <i>Out Of Control</i> 2.....	17
Gambar 2.8. Pola <i>Out Of Control</i> 3.....	18
Gambar 2.9. Pola <i>Out Of Control</i> 4.....	18
Gambar 2.10. Pola <i>Out Of Control</i> 5.....	18
Gambar 2.11. Pola <i>Out Of Control</i> 6.....	19
Gambar 2.12. Pola <i>Out Of Control</i> 7.....	19
Gambar 2.13. Pola <i>Out Of Control</i> 8.....	19
Gambar 3.1. Diagram Alir Langkah-langkah Penelitian.....	27
Gambar 4.1. Transformasi Johnson untuk <i>Emitter Weight</i>	31
Gambar 4.2. Transformasi Johnson untuk <i>Segment Coil</i>	32
Gambar 4.3. Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik.....	33
Gambar 4.4. Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan Bootstrap.....	35
Gambar 4.5. Pola Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan Bootstrap.....	36

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Karakteristik Kualitas Proses <i>Mount</i> Di PLI.....	43
Lampiran 2. Macro Minitab Untuk Menguji Distribusi Normal Multivariat	55
Lampiran 3. Nilai T^2 Pada Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik...	57
Lampiran 4. Titik-titik yang Keluar dari Batas Pengendali Atas Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik	59
Lampiran 5. Nilai T^2 Untuk Data Yang Tidak Ditransformasi	61
Lampiran 6. Program Bootstrap Pada Matlab	63
Lampiran 7. Nilai T^2 Hasil Bootstrap Pada Matlab	64
Lampiran 8. Program R Untuk Grafik Kendali T^2 Bootstrap.....	65
Lampiran 9. Titik-Titik Yang Keluar Dari Batas Kendali Grafik T^2 Hotelling Bootstrap	66



BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Tujuan utama proses pengendalian statistik adalah untuk meningkatkan kualitas dan produktivitas. Kualitas adalah kesesuaian suatu produk terhadap fungsinya. Kualitas menjadi faktor dasar keputusan konsumen dalam produk dan jasa. Pengendalian kualitas sangat dibutuhkan dalam proses produksi guna menjaga kestabilan suatu produk. Salah satu teknik proses pengendalian statistik adalah grafik kendali (*control chart*). Penggunaan grafik kendali memainkan peranan yang besar dalam dunia industri masa kini. Grafik kendali telah terbukti berguna dalam upaya meningkatkan produktivitas, efektif dalam pencegahan produk yang cacat, memberikan informasi diagnostik dan informasi tentang kemampuan proses.

Berdasarkan karakteristik kualitas yang diamati, grafik kendali terdiri dari grafik kendali atribut dan grafik kendali peubah. Grafik kendali peubah terdiri dari *univariate* dan *multivariate*. Grafik kendali univariat digunakan jika hanya ada satu karakteristik kualitas yang diukur, sedangkan grafik kendali multivariat digunakan jika diperlukan adanya pengendalian bersama-sama dua atau lebih karakteristik kualitas yang saling berhubungan. Pengawasan proses dan prosedur pengendalian multivariat yang paling umum adalah grafik kendali T^2 Hotelling yang berguna untuk memonitor pergeseran proses rata-rata. Grafik kendali T^2 Hotelling hanya bisa dilakukan jika proses yang berjalan menghasilkan data yang berdistribusi normal.

Pada penelitian sebelumnya yang dilakukan Mardiyah (2009), telah melakukan penelitian pengendalian proses produksi menggunakan grafik kendali T^2 Hotelling dengan *run rules* pada data berdistribusi normal multivariat. Mengingat karakteristik kualitas proses produksi tidak selalu berdistribusi normal, maka perlu dilakukan penelitian pada data yang berdistribusi non-normal multivariat. Amin (2007), juga telah melakukan penelitian grafik kendali S untuk proses produksi pada data non-normal multivariat. Dari penelitian grafik kendali S pada data non-normal multivariat disimpulkan bahwa grafik kendali S mampu mendeteksi pergeseran kecil maupun pergeseran besar. Selain itu, juga mampu mendeteksi pergeseran proses rata-rata meskipun tidak semua peubah marginal dari peubah multivariat mengalami pergeseran parameter.

Wood, *et al.* (1999) menggunakan metode *bootstrap* untuk mengestimasi batas kendali dari grafik kendali. Prosedur ini dipandang lebih sederhana, transparan, fleksibel dan umum karena tidak melibatkan operasi matematika yang rumit. Bajgier (1992) juga menyarankan penggunaan prosedur *bootstrap* untuk mengestimasi batas kendali karena lebih akurat untuk pemodelan dimana distribusi tidak normal.

Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakan data berdistribusi non-normal multivariat dalam mensimulasikan kinerja dari grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap yang dapat efisien memantau proses ketika distribusi data yang diamati adalah tidak normal atau tidak diketahui.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini antara lain sebagai berikut:

1. Bagaimana kinerja grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap pada data berdistribusi non-normal multivariat?
2. Bagaimana perbandingan kepekaan grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik dalam mendeteksi pergeseran proses?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik.
2. Data yang digunakan adalah data karakteristik kualitas proses *Mount* di PLI pada bulan April sampai dengan Juli 2008.

1.4 Tujuan

Berdasarkan permasalahan tersebut maka tujuan yang diperoleh dari penelitian ini antara lain sebagai berikut:

1. Mendeteksi pergeseran proses dengan grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik pada data berdistribusi non-normal multivariat.
2. Membandingkan kepekaan grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik dalam mendeteksi pergeseran proses.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian tersebut, maka manfaat yang diperoleh antara lain:

1. Dapat mendeteksi pergeseran proses grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik pada data berdistribusi non-normal.
2. Dapat membandingkan kepekaan grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap dan grafik kendali T^2 Hotelling klasik dalam pendeteksian pergeseran proses.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Statistical Process Control* (SPC)

Pengendalian kualitas adalah aktivitas keteknikan dan manajemen untuk mengukur ciri-ciri kualitas produksi dan membandingkan dengan spesifikasi yang ada, serta mengambil tindakan perbaikan yang sesuai apabila ada perbedaan antara penampilan dengan standar yang ada. Dengan adanya pengendalian kualitas maka diharapkan penyimpangan-penyimpangan yang muncul dapat dikurangi dan proses produksi dapat diarahkan pada tujuan yang ingin dicapai. Pengendalian kualitas itu berhasil jika dapat menekan produk cacat seminimal mungkin dari apa yang direncanakan (Montgomery, 1990).

Statistical Process Control (SPC) atau pengendalian proses secara statistik merupakan salah satu metode pengendalian kualitas. Pada tahun 1924, Walter A. Shewhart dari *Bell Telephone Laboratories* mengembangkan diagram pengawasan dengan pendekatan statistik untuk mengontrol peubah-peubah penting dalam proses produksi. Metode SPC lebih banyak menggunakan pendekatan diagram-diagram fungsi dan statistika dalam implementasinya. Metode tersebut merupakan salah satu cikal bakal konsep pendekatan jaminan kualitas terbaik yang diperkenalkan di dunia industrialisasi modern. Oleh karena konsep-konsep strateginya tersebut, pada masa sekarang Shewhart dianggap sebagai tokoh "*statistical quality control*". SPC adalah sekumpulan strategi, teknik, dan tindakan yang diambil oleh sebuah organisasi untuk memastikan bahwa strategi tersebut menghasilkan produk yang berkualitas atau menyediakan pelayanan yang berkualitas (Lind, 2008).

Dalam kamus manajemen (mutu) dikatakan bahwa SPC atau pengendalian proses secara statistik merupakan pengaplikasian teknik-teknik statistik untuk mengendalikan suatu proses untuk menentukan stabilitasnya dan kemampuannya menghasilkan produk/jasa bermutu (Sugian, 2006). Salah satu alat yang dapat digunakan dalam SPC adalah grafik kendali. Grafik kendali ini akan memberikan tanda apakah ada masalah atau penyimpangan dalam suatu proses. Pengendalian kualitas dalam SPC berdasarkan peubah yang diamati dibedakan menjadi dua macam yaitu diagram kendali univariat dan diagram kendali multivariat. Pada umumnya kedua diagram digunakan untuk monitoring dan

controlling (mean dan variabilitas) proses produksi (Montgomery, 1990).

2.2 Grafik Kendali

Grafik kendali adalah sebuah grafik yang digunakan untuk mengendalikan proses secara statistik dan sebagai alat untuk mempertimbangkan apakah proses terkendali secara statistik atau tidak. Grafik kendali dapat juga digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi, dan melalui informasi ini, dapat menentukan kemampuan proses. Pada grafik kendali memuat garis tengah yang merupakan nilai rata-rata karakteristik kualitas yang berkaitan dengan keadaan terkendali yaitu hanya sebab-sebab tak terduga yang ada. Selain itu, grafik kendali juga mempunyai dua batas kendali yaitu batas kendali atas (*upper limit control*) dan batas kendali bawah (*lower limit control*). Batas kendali atas dan batas kendali bawah sering disebut dengan UCL dan LCL. Apabila titik-titik sampel berada di antara UCL dan LCL maka dapat dikatakan bahwa proses dalam keadaan terkendali. Akan tetapi, jika ada titik-titik sampel yang berada di luar UCL atau LCL maka proses dikatakan tidak terkendali (Montgomery, 1990). Misal b adalah statistik sampel yang mengukur suatu karakteristik kualitas yang menjadi perhatian, rata-rata b adalah μ_b dan simpangan baku b adalah σ_b . Model umum grafik kendali adalah sebagai berikut:

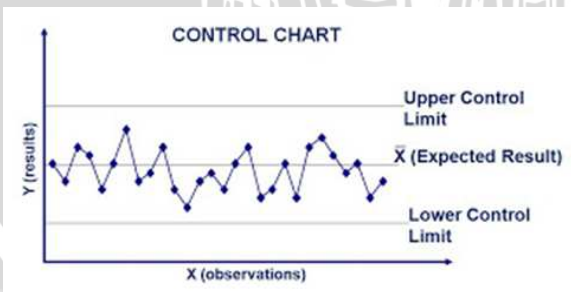
$$\text{UCL} = \mu_b + k\sigma_b$$

$$\text{CL} = \mu_b$$

$$\text{LCL} = \mu_b - k\sigma_b$$

dengan k adalah jarak batas-batas kendali dari garis tengah, yang dinyatakan dalam unit simpangan baku.

Bentuk dasar grafik kendali dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Bentuk Dasar Grafik Kendali

Berdasarkan karakteristik kualitas yang diamati, grafik kendali terdiri dari grafik kendali atribut dan grafik kendali peubah. Grafik kendali atribut digunakan untuk karakteristik produk yang dievaluasi dengan ukuran diskrit (lolos/gagal, ya/tidak, baik/buruk, jumlah cacat). Yang termasuk grafik kendali atribut diantaranya grafik kendali p, np, c, dan u. Sedangkan grafik kendali peubah digunakan bila karakteristik kualitas dapat diukur dan dinyatakan dalam angka.

Berdasarkan banyaknya peubah yang diamati, grafik kendali dibedakan menjadi dua tipe, yaitu:

1. Grafik kendali univariat

Merupakan peragaan grafik yang hanya mewakili satu peubah, jika ada beberapa peubah yang diamati maka antar peubah harus saling bebas. Penggunaan grafik kendali ini sangat sederhana, namun hanya terbatas pada data univariat yang berdistribusi normal. Ada beberapa bentuk grafik univariat, yaitu grafik kendali X, \bar{X} , CUSUM, dan EWMA (Gasperz, 1998).

2. Grafik kendali multivariat

Merupakan peragaan grafik yang mewakili lebih dari satu peubah yang berhubungan atau berkorelasi (Gasperz, 1998). Grafik kendali multivariat mengontrol peubah secara bersama-sama dengan mempertimbangkan adanya hubungan (korelasi) antar peubah. Penggunaan grafik kendali ini juga terbatas pada data yang berdistribusi normal multivariat agar didapatkan nilai penduga yang tak bias. Beberapa grafik kendali multivariat yang sering digunakan yaitu, X-bivariat dan T^2 -Hotelling (Montgomery, 1990).

2.3 Korelasi

Menurut Walpole (2002) korelasi menunjukkan tingkat/ukuran keeratan hubungan linier antar variabel X dan Y . Koefisien korelasi populasi dilambangkan dengan ρ didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X)var(Y)}} \quad (2.1)$$

Skala untuk mengetahui keeratan hubungan diantara kedua variabel adalah $-1 \leq \rho \leq 1$. Apabila $\rho = 0$ maka antar variabel tersebut tidak saling berkorelasi atau disebut saling bebas dan sebaliknya jika $\rho \neq 0$ maka terdapat korelasi antar variabel tersebut

terdapat korelasi dengan kecenderungan positif jika $\rho > 0$ dan kecenderungan negatif jika $\rho < 0$.

Ukuran hubungan linier antara variabel X dan variabel Y diduga dengan koefisien korelasi sampel yang diduga dilambangkan dengan r , yaitu (Walpole, 2002):

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}} \quad (2.2)$$

Untuk mengetahui adanya korelasi antar dua variabel, hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat korelasi antar variabel)

$H_0 : \rho \neq 0$ (terdapat korelasi antar variabel)

Statistik uji yang digunakan untuk pengujian hipotesis tersebut adalah:

$$t_{hit} = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2} \quad (2.3)$$

dimana:

r = koefisien korelasi sampel

n = ukuran sampel

Dengan kriteria keputusan, jika nilai $|t_{hit}| < t_{n-2}^{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ maka H_0 diterima dengan taraf nyata α dan dapat disimpulkan bahwa kedua variabel saling bebas (tidak terdapat korelasi). Dan sebaliknya, jika $|t_{hit}| \geq t_{n-2}^{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} > \alpha$ maka H_0 ditolak pada taraf nyata α dan dapat disimpulkan bahwa kedua variabel tidak saling bebas (terdapat korelasi).

2.4 Distribusi Normal Multivariat

Peubah acak X yang berdistribusi normal univariat dengan rata-rata μ dan ragam σ^2 atau $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(X - \mu)^2\right]; -\infty < X < \infty \quad (2.4)$$

Asumsi data berdistribusi multivariat normal seringkali diperlukan dalam pengontrolan proses produksi. Pada kenyataannya,

data proses produksi tidak sepenuhnya berdistribusi normal multivariat. Untuk mendekati distribusi populasi data tersebut maka digunakan distribusi normal multivariat pada data dengan p peubah. Bila terdapat peubah X_1, X_2, \dots, X_p yang berdistribusi normal multivariat dengan parameter $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{\Sigma}$ maka *probability density function* (PDF) dari distribusi tersebut adalah:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})/2} \quad (2.5)$$

dengan $\boldsymbol{\mu}$ sebagai vektor rata-rata berukuran $p \times 1$ dan $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks peragam berukuran $p \times p$. Vektor acak \mathbf{x} yang berdistribusi normal p peubah dapat ditulis dengan $X \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ (Johnson dan Wichern, 2002).

Untuk memeriksa apakah suatu himpunan data mempunyai distribusi normal multivariat adalah dengan menggunakan Q-Q plot yang didasarkan pada jarak kuadrat atau jarak Mahalanobis. Jarak kuadrat dari vektor rata-rata populasi berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat bebas p . Langkah-langkah membuat Q-Q plot seperti pada Gambar 2.2 adalah sebagai berikut (Johnson dan Wichren, 2002):

1. Menghitung nilai vektor rata-rata $\bar{\mathbf{x}}$ dan nilai matriks varians-kovarians \mathbf{S} .
2. Menghitung jarak tergeneralisasi yang dikuadratkan atau biasa disebut dengan d_i^2 dengan perhitungan:

$$d_i^2 = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

dimana:

\mathbf{x}_i = vektor pengamatan ke- i berukuran $p \times 1$

$\bar{\mathbf{x}}$ = vektor rata-rata berukuran $p \times 1$

\mathbf{S} = matriks varians-kovarians yang berukuran $p \times p$

p = banyak peubah

n = banyak pengamatan

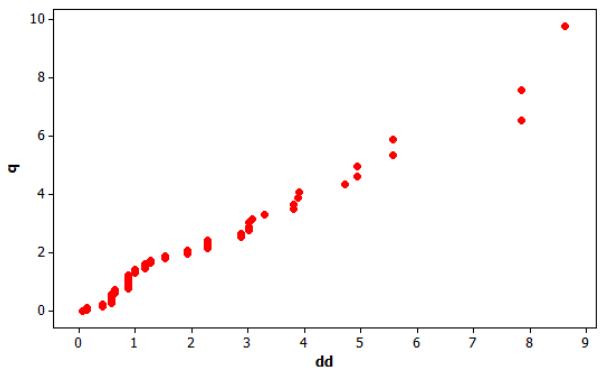
3. Mengurutkan d_i^2 dari terkecil sampai terbesar untuk memperoleh kuantil terobservasi dari distribusi sebagai berikut :

$$d_1^2 \leq d_2^2 \leq \dots \leq d_n^2$$

4. Menghitung q_i (kuantil harapan) dari distribusi χ_p^2 dimana:

$$q_i = X_p^2 \left(\frac{i-1/2}{n} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

5. Setelah menentukan semua nilai, langkah terakhir adalah dengan membuat *scatter plot* antara d_i^2 dengan q_i dengan koordinat $(d_i^2 ; q_i)$



Gambar 2.2 Q-Q Plot

Data berdistribusi normal multivariat jika plot mendekati garis lurus dan sebaliknya bila terdapat kelengkungan, maka menunjukkan penyimpangan dari normalitas. Atau dapat juga dikatakan bahwa data berdistribusi normal multivariat jika terdapat lebih dari 50% jarak $d_i^2 \leq \chi_{(p,\alpha)}^2$ terletak dalam ellips (Johnson dan Wichren, 2002).

2.5 Transformasi Johnson

Transformasi adalah suatu usaha untuk mengubah data dari suatu skala ke skala yang lain (Aunuddin, 2005). Transformasi yang biasa digunakan adalah transformasi box-cox. Transformasi ini mempergunakan λ sebagai parameternya. Sedangkan pada penelitian ini digunakan transformasi Johnson. Transformasi Johnson dapat mengubah data menjadi normal dengan mempergunakan sistem distribusi Johnson. Sistem distribusi Johnson terdiri dari tiga keluarga distribusi (Bowman dan Shenton, 1983) yaitu *bounded*, *lognormal*, dan *unbounded* (S_B , S_L , dan S_U). Dari ketiga distribusi tersebut dipilih secara optimal yang dapat memenuhi distribusi normal. Hal ini didasarkan pada pemilihan nilai z yang nilai maksimum dari statistik uji Shapiro-Wilk (Chou *et al.*, 1998). Fungsi transformasi keluarga Johnson dapat dilihat dalam tabel 2.1.

Tabel 2.1 Fungsi Transformasi Keluarga Johnson

Keluarga Johnson	Fungsi Transformasi	Range
SB	$\gamma + \eta \ln[(x - \varepsilon)/(\lambda + \varepsilon - x)]$	$\eta, \lambda > 0,$ $-\infty < \gamma < \infty,$ $-\infty < \varepsilon < \infty,$ $\varepsilon < x < \varepsilon + \lambda$
SL	$\gamma + \eta \ln(x - \varepsilon)$	$\eta > 0,$ $-\infty < \gamma < \infty,$ $-\infty < \varepsilon < \infty,$ $\varepsilon < x$
SU	$\gamma + \eta \sinh^{-1}[(x - \varepsilon)/\lambda]$ dimana $\sinh^{-1}(x) = \ln[x + \text{sqrt}(1 + x^2)]$	$\eta, \lambda > 0,$ $-\infty < \gamma < \infty,$ $-\infty < \varepsilon < \infty,$ $-\infty < x < \infty$

2.6 Grafik Kendali T² Hotelling

Grafik kendali T² Hotelling dapat digunakan untuk sejumlah karakteristik yang saling berhubungan. Grafik kendali T² Hotelling diperkenalkan oleh Harold Hotelling pada tahun 1947 dengan menggunakan data pembidik bom selama Perang Dunia II. Statistik T² Hotelling adalah suatu nilai yang dihitung dari matriks ragam-peragam sebaran normal multivariat dan merupakan bagian dari statistik *t-student* (Montgomery, 1990).

Grafik kendali T² Hotelling dibagi menjadi dua, yaitu untuk pengamatan individual dan pengamatan subgrup. Pada penelitian ini hanya akan dibahas grafik kendali T² Hotelling dengan pengamatan subgrup. Rata-rata dan varians sampel dihitung dari masing-masing sampel, sehingga:

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2.8)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2.9)$$

Dimana X_{ijk} merupakan pengamatan ke- i pada karakteristik ke- j dalam sampel ke- k . Kovarian antar karakteristik kualitas j dan karakteristik kualitas h dalam sampel ke- k adalah:

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) \begin{cases} k = 1, 2, \dots, m \\ j \neq h \end{cases} \quad (2.10)$$

Statistik \bar{X}_{jk} , S_{jk}^2 , S_{jhk} adalah rata-rata dari semua m sampel, sehingga diperoleh:

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.11)$$

$$\bar{S}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.12)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad j \neq h \quad (2.13)$$

$\bar{\mathbf{X}}$ adalah elemen vektor $\bar{\mathbf{x}}$, dan $p \times p$ matriks kovarian sampel \mathbf{S} adalah

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1^2 & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ & S_2^2 & \cdots & S_{2p} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & S_p^2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Nilai \mathbf{S} dalam (2.14) digunakan untuk mengestimasi Σ dan vektor $\bar{\mathbf{x}}$ diambil sebagai nilai pengendali dalam vektor rata-rata proses, \mathbf{S} adalah matriks kovarians p karakteristik kualitas X_1, X_2, \dots, X_p . Bila μ diganti dengan $\bar{\mathbf{x}}$ dan Σ diganti dengan \mathbf{S} , maka statistik uji yang digambarkan pada grafik pengendali bagi masing-masing sampel adalah:

$$T^2 = (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}) \quad (2.15)$$

Menentukan batas kendali adalah salah satu keputusan penting yang harus dibuat dalam merancang grafik kendali. Grafik kendali multivariat T^2 Hotelling mempunyai Batas Kendali Atas (BPA) yaitu:

$$BPA = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad (2.16)$$

dimana:

p = banyaknya karakteristik kualitas

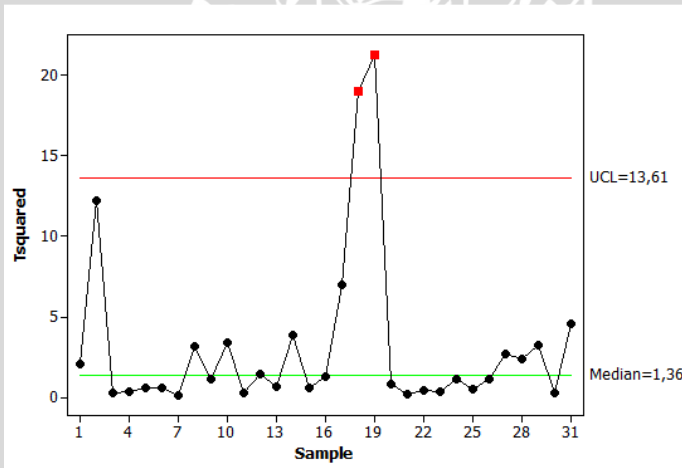
n = jumlah sampel

m = jumlah subgrup

$F_{\alpha,p,mn-m-p+1}$ = titik kritis sebaran F dengan derajat bebas p dan $mn - m - p + 1$

Tidak ada batas kendali bawah seperti pada grafik kendali univariat. Jika $T^2 > T^2_{\alpha,p,mn-m-p+1}$ maka paling sedikit satu dari karakteristik kualitas tidak terkendali (Montgomery, 1990).

Dengan T^2 dan batas kendali sesuai persamaan 2.15 dan 2.16, dapat digambarkan grafik kendali T^2 hotelling seperti Gambar 2.3:



Gambar 2.3 Grafik Kendali T^2 Hotelling

2.7 Bootstrap

Metode *Bootstrap* adalah metode simulasi data untuk keperluan inferensi statistik (Efron dan Tibshirani, 1993). Apabila *Bootstrap* digunakan, maka inferensi dapat dilakukan tanpa asumsi distribusi. Dalam *Bootstrap* dilakukan resampling dengan pengembalian. Resampling dengan pengembalian ini membuat setiap resampel dapat

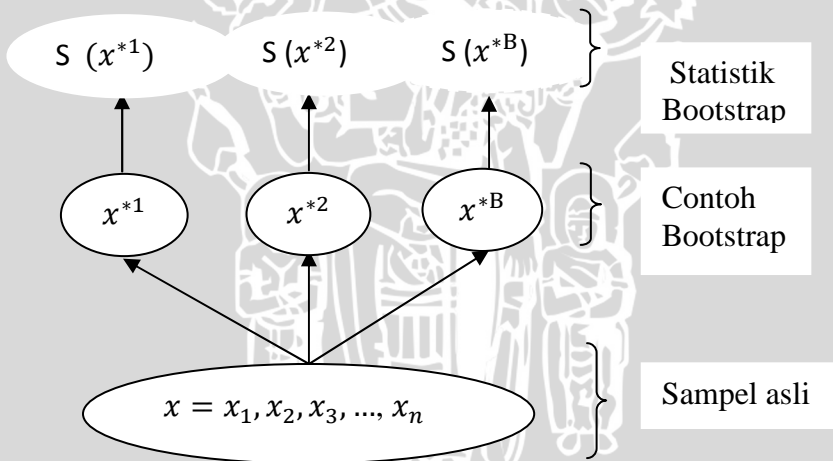
mempunyai beberapa elemen dari sampel asli muncul lebih dari sekali dan mungkin beberapa tidak muncul sama sekali. Sampel disyaratkan identik dan independen. Metode *Bootstrap* merupakan metode yang bagus digunakan ketika asumsi normalitas multivariat data tidak terpenuhi (Anderson, 1984).

Bootstrap terbagi menjadi dua prosedur, yakni *Bootstrap* parametrik dan *Bootstrap* nonparametrik. Perbedaan dari kedua prosedur *Bootstrap* tersebut terletak pada teknik pengacakan dalam pengambilan sampel. Pada *Bootstrap* parametrik, distribusi dari sampel asli perlu diketahui terlebih dahulu, kemudian *resampling* dilakukan sesuai distribusi dari sampel asli. Sedangkan pada *Bootstrap* nonparametrik, *resampling* dilakukan secara acak tanpa perlu mengetahui distribusi sampel asli. Pada penelitian ini jenis *Bootstrap* yang digunakan adalah *Bootstrap* nonparametrik karena distribusi dari sampel tidak diketahui. Keunggulan metode *Bootstrap* adalah memepertahankan informasi dari bentuk sampel asli. Informasi yang berasal dari sampel tidak perlu dibuang, seperti yang dilakukan teknik nonparametrik yang mengkonversi data untuk diperingkat.

Efron dan Tibshirani (1993) mengungkapkan bahwa prinsip dalam pengambilan contoh *Bootstrap*, yaitu pandang sebuah contoh asli X dan Y berukuran n yang terdiri dari $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ dan $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$. Kemudian sebanyak B contoh *Bootstrap* berukuran n diambil dengan pengembalian dari contoh asli X dan Y sehingga diperoleh sekumpulan data *Bootstrap* yaitu yang terdiri dari data anggota asli. Tanda * menunjukkan bahwa data X bukanlah data asli, akan tetapi merupakan data yang diperoleh dari hasil pengambilan sampel secara acak (*random*). Sedangkan B adalah banyaknya jumlah pengambilan contoh *Bootstrap*. Jumlah sampel *Bootstrap* (B) yang harus diambil, idealnya adalah $B \rightarrow \infty$. Untuk menghitung kuantil, diperlukan $B=200$ (Efron dan Tibshirani, 1993).

Apabila sampel yang dimiliki berukuran kecil maka metode *bootstrap* dapat digunakan sebagai alternatif pendekatan sebaran penarikan sampel tanpa memperbesar ukuran sampel. Apabila ukuran penarikan sampel diperbesar secara otomatis akan memperbesar biaya penarikan sampel, waktu dan tenaga. Jika suatu percobaan dilakukan untuk mencari suatu teknik yang tidak sensitif terhadap ukuran sampel yang kecil maka metode *bootstrap* yang digunakan (Wasserman dan Bockenholt, 1989). Sprent (1991: 250) menjelaskan bahwa prinsip dalam *bootstrap* adalah bahwa kita menduga parameter untuk masing-

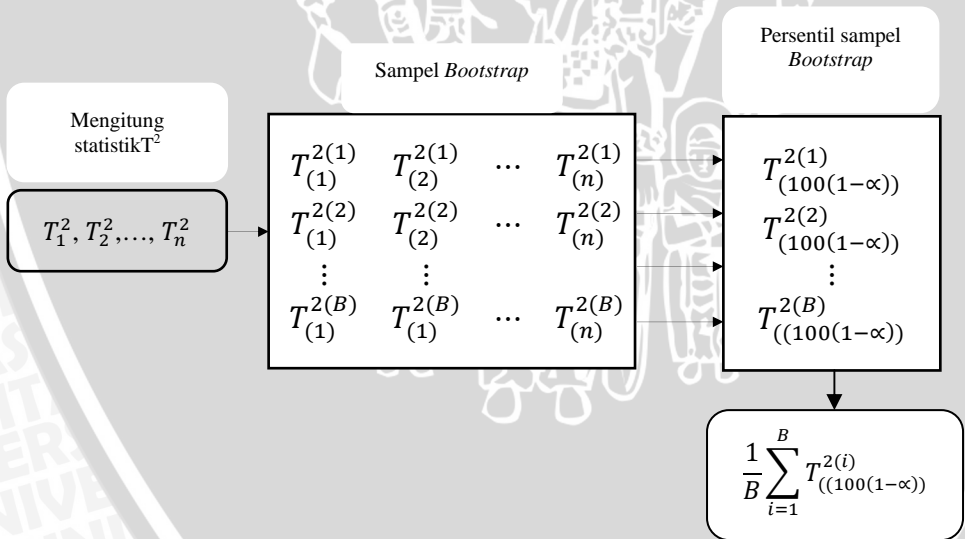
masing jumlah sampel yang diperoleh dengan mengambil sampel berukuran n dari nilai-nilai data asli, sampel ini merupakan sampel acak dengan pengembalian. Dari masing-masing sampel ini, kita hitung penduga parameter metode bootstrap. Pendekatan bootstrap lebih mudah sebagai cara untuk menetapkan batas kontrol karena tidak melibatkan proses pemodelan dalam menentukan parameter. Meskipun prosedur bootstrap tidak melibatkan proses eksplisit untuk menentukan parameter, jumlah sampel bootstrap yang digunakan dapat mempengaruhi penentuan batas kontrol. Dilakukan bootstrap sampai didapatkan hasil yang konvergen terhadap batas kendali yang dilakukan dengan parametrik. Komputasi waktu yang dibutuhkan telah dianggap sebagai salah satu kelemahan dari teknik bootstrap, tetapi hal ini tidak lagi menjadi masalah signifikan karena kekuatan komputasi saat ini tersedia (Woodall, 1998). Skema proses Bootstrap seperti pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Skema proses Bootstrap

2.8 Grafik Kendali T^2 Hotelling Bootstrap

Dalam membuat grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap sama dengan grafik kendali T^2 Hotelling Klasik, hanya saja pada grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap tidak membutuhkan asumsi kenormalan multivariat pada data proses produksi, karena metode bootstrap yang digunakan pada penelitian ini adalah bootstrap nonparametrik yang dalam metode pendugaannya tidak memerlukan asumsi sebaran. Oleh karena itu, dipakai teknik bootstrap yang merupakan salah satu metode *resampling* yang paling banyak digunakan untuk menentukan perkiraan statistik ketika distribusi populasi tidak diketahui. Wood, *et al.* (1999) menggunakan metode *bootstrap* untuk mengestimasi batas kendali dari grafik kendali. Prosedur ini dipandang lebih sederhana, transparan, fleksibel dan umum karena tidak melibatkan operasi matematika yang rumit. Bajgier (1992) juga menyarankan penggunaan prosedur *bootstrap* untuk mengestimasi batas kendali karena lebih akurat untuk pemodelan dimana distribusi tidak normal. Sebuah gambaran dari prosedur bootstrap dalam menghitung batas kendali grafik kendali T^2 Hotelling dapat dilihat pada Gambar 2.5:



Gambar 2.5 Prosedur bootstrap dalam menghitung batas kendali grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap

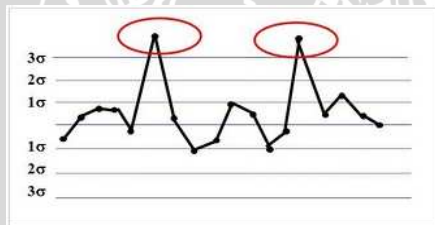
2.9 Analisis Pola pada Grafik Kendali

Menurut Montgomery (1990), seringkali peneliti akan memeriksa grafik kendali dan menyimpulkan bahwa proses itu tidak terkendali (*out of control*) apabila dipenuhi salah satu atau beberapa kriteria sebagai berikut:

1. Satu atau beberapa titik di luar batas kendali.
2. Suatu giliran dengan paling sedikit tujuh atau delapan titik, dengan macam giliran dapat berbentuk giliran naik atau turun, giliran di atas atau di bawah garis tengah, atau giliran di atas atau di bawah median.
3. Dua atau tiga titik yang berurutan di luar batas peringatan 2σ , tetapi masih di dalam batas kendali.
4. Empat atau lima titik yang berurutan di luar batas 1σ .
5. Pola tak biasa atau tak random dalam data.
6. Satu atau beberapa titik dekat satu batas peringatan atau pengendali.

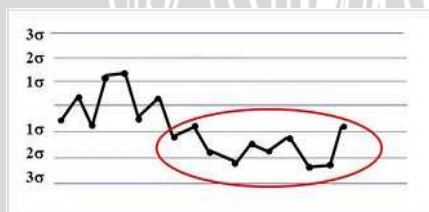
Nelson dalam Juran (1988) menggambarkan delapan kategori adanya pola yang *out of control* pada *special cause* yang menunjukkan bahwa proses belum stabil secara statistik (*undercontrolled*), yaitu:

1. Satu atau beberapa titik berada di luar batas pengendali tiga sigma (3σ) dari garis tengah



Gambar 2.6 Pola *Out Of Control* 1

2. Sembilan titik berada pada lajur baris yang sama dari garis tengah



Gambar 2.7 Pola *Out Of Control* 2

3. Suatu alur (*run*) dengan paling sedikit enam atau tujuh titik berurutan terus meningkat atau menurun di atas atau di bawah garis tengah



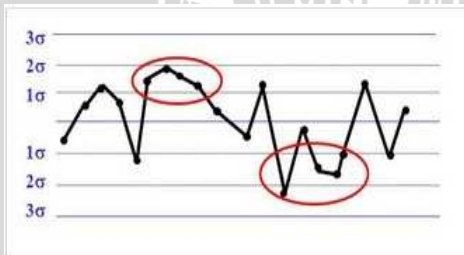
Gambar 2.8 Pola *Out Of Control* 3

4. Dua dari tiga titik yang berurutan berada di luar batas dua sigma (2σ) dari garis tengah



Gambar 2.9 Pola *Out Of Control* 4

5. Empat dari lima titik yang berurutan berada di luar batas satu sigma (1σ) dari garis tengah



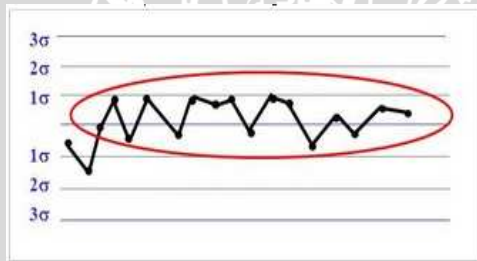
Gambar 2.10 Pola *Out Of Control* 5

6. Pola tidak biasa atau tidak random. Empat belas titik berurutan yang terdapat pada gambar bergantian naik dan turun



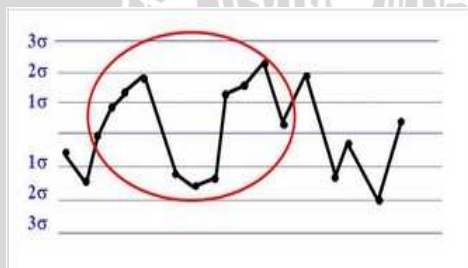
Gambar 2.11 Pola *Out Of Control* 6

7. Lima belas titik berurutan berada pada batas satu sigma (1σ) dari garis tengah (di atas dan di bawah garis tengah)



Gambar 2.12 Pola *Out Of Control* 7

8. Delapan titik berurutan berada di kedua sisi garis tengah



Gambar 2.13 Pola *Out Of Control* 8

Apabila grafik kendali tidak terkendali, maka perlu untuk memperbaiki batas kendali dengan pemeriksaan tiap titik terkendali mencari sebab terduga atau sebab terusut. Jika ditemukan sebab terusut, titik yang tidak terkendali dibuang dan batas kendali dihitung kembali dengan menggunakan titik-titik sisanya.

2.10 Average Run Length (ARL)

Average Run Length (ARL) adalah rata-rata banyaknya sampel yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama (Montgomery, 1990). Hal yang paling penting bagi perusahaan adalah pengidentifikasian adanya tanda-tanda akan terjadinya proses yang tidak terkendali. Hal tersebut erat hubungannya dengan pengambilan keputusan dilakukannya perbaikan terhadap proses sebelum terjadinya kegagalan produksi akibat dari produk yang tidak memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan agar tidak terjadi kerugian. Salah satu cara untuk mengestimasi tanda-tanda proses berada diluar kendali adalah dengan ARL. ARL disebut juga waktu tunggu terjadinya sinyal *out of control*, karena ARL memberitahukan berapa lama secara rata-rata akan dilakukan plot titik-titik pada grafik kendali sebelum terdeteksi sebuah titik berada diluar batas kendali.

Nilai ARL dapat dibagi menjadi dua yaitu ARL_0 yang disebut *ARL in control* dan ARL_1 atau yang disebut *ARL out of control*. Pada saat proses dalam keadaan terkendali, diharapkan mempunyai ARL yang besar karena observasi yang diplot diluar batas kendali mewakili sebuah *fase alarm*. Sedangkan pada saat proses diluar kendali diharapkan memiliki nilai ARL yang kecil, karena ingin dideteksi kondisi *out of control* secepat mungkin. *ARL in control* yang besar dan *out of control* yang kecil merupakan sensitivitas grafik kendali baik grafik kendali *univariate* maupun grafik kendali *multivariate* dan dapat digunakan untuk perbandingan diantara grafik kendali. Dalam uji hipotesis statistik biasanya dituli sebagai berikut:

$H_0 : \mu = \mu_0$ (proses terkendali atau *in control*)

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ (proses tidak terkendali atau *out of control*)

dengan

$$\alpha = P(\text{statistik uji} > UCL \mid \mu = \mu_0)$$

$$= P(\text{Menolak } H_0 \text{ padahal } H_0 \text{ benar})$$

$$= P(\text{Menolak proses terkendali padahal proses terkendali})$$

$\beta = P(\text{statistik uji} < UCL \mid \mu \neq \mu_0)$
 $= P(\text{Menerima } H_0 \text{ padahal } H_0 \text{ salah})$
 $= P(\text{Menerima proses terkendali padahal proses tidak terkendali})$
 ARL_0 merupakan ARL pada saat rata-rata proses sebesar $\mu = \mu_0$
 (proses terkendali atau *in control*) yang dirumuskan dengan:

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{P(\text{Menolak } H_0 \text{ padahal } H_0 \text{ benar})} \quad (2.17)$$

dengan α adalah kesalahan tipe I pada uji hipotesis. Sedangkan ARL_1 merupakan ARL pada saat rata-rata proses sebesar $\mu \neq \mu_0$ (proses tidak terkendali atau *out of control*) yang dirumuskan dengan persamaan:

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{P(\text{Menerima } H_0 \text{ padahal } H_0 \text{ salah})} \quad (2.18)$$

dengan β adalah kesalahan tipe II pada uji hipotesis.

Nilai ARL dari hasil simulasi ini didefinisikan sebagai nilai rata-rata panjang terjadinya *out of control* dalam iterasi yang dilakukan dalam simulasi. Semakin kecil nilai ARL, maka semakin kecil pula jumlah sampel yang diperlukan untuk menghasilkan tanda pergeseran proses atau dengan kata lain semakin cepat grafik kendali dapat mendeteksi adanya pergeseran proses, sehingga semakin kecil nilai ARL semakin efektif grafik kendali tersebut untuk mendeteksi pergeseran proses (Mitra, 1998).

Nilai ARL *on target* adalah nilai ARL yang dihitung berdasarkan rumus (2.18). nilai ARL *on target* dipakai acuan dalam membandingkan beberapa metode grafik kendali. Pergeseran proses adalah besar pergeseran rata-rata dalam unit standar deviasi, dimana besarnya nilai pergeseran proses ini merupakan seberapa besar perbedaan nilai antara sampel yang *out of control* dengan nilai batas kendali dari sampel. Pergeseran proses rata-rata dari suatu produksi disimbolkan dengan δ (Montgomery, 2009).

2.11 Analisis Kemampuan Proses

Analisa kemampuan proses adalah suatu teknik statistik yang bertujuan untuk menganalisa variabilitas terhadap spesifikasi suatu

variabel yang selanjutnya dapat digunakan untuk mengurangi variabilitas tersebut (Montgomery, 1990).

Analisis kemampuan proses adalah bagian yang sangat penting dari keseluruhan program peningkatan kualitas. Di antara penggunaan data yang utama dari analisis kemampuan proses adalah sebagai berikut:

1. Memprakirakan seberapa baik proses akan memenuhi toleransi.
2. Membantu pengembang/perancang produk dalam memilih atau mengubah proses.
3. Membantu dalam pembentukan interval untuk pengendalian interval antara pengambilan sampel.
4. Menetapkan persyaratan penampilan bagi alat baru.
5. Memilih di antara penjual yang bersaing.
6. Merencanakan urutan proses produksi apabila ada pengaruh interaktif proses pada toleransi.
7. Mengurangi variabilitas dalam proses produksi.

Kriteria yang digunakan untuk mengetahui apakah proses memiliki kapabilitas yang baik atau jelek digunakan Indeks Kemampuan Proses (C_p). Adapun ketentuan interpretasi dari C_p adalah sebagai berikut:

1. Jika $C_p=1$, maka batas spesifikasi yang ditetapkan perusahaan sama dengan sebaran data pengamatan proses, sehingga dapat dikatakan proses dalam keadaan cukup baik.
2. Jika $C_p>1$, maka sebaran data pengamatan berada di dalam batas spesifikasi sehingga dapat dikatakan proses dalam keadaan baik.
3. Jika $C_p<1$, maka sebaran data pengamatan berada di luar batas spesifikasi.

Untuk menghitung kemampuan proses data variabel ada dua cara yang dapat digunakan:

1. Perbandingan kemampuan proses dua sisi:

$$PKP = \frac{BSA - BSB}{6\sigma} \quad (2.19)$$

dimana BSA dan BSB masing-masing adalah Batas Spesifikasi Atas dan Batas Spesifikasi Bawah grafik pengendali (BPA dan BPB).

2. Perbandingan kemampuan proses untuk spesifikasi satu sisi:

$$PKP = \frac{BSA - \mu}{3\sigma} \quad (\text{untuk spesifikasi atas}) \quad (2.20)$$

$$PKP = \frac{\mu - BSB}{3\sigma} \text{ (untuk spesifikasi bawah)} \quad (2.21)$$

dimana μ diduga dengan \bar{x} dan BSA dan BSB adalah Batas Spesifikasi Atas dan Batas Spesifikasi Bawah.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diambil dari Tugas Akhir Ahdine Windyarti yang berjudul “*Diagram Kontrol Hotelling Dengan Run Rules*”. Data ini merupakan data karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI. Proses *Mount* adalah proses pembuatan komponen *Mount* yang merupakan penyusun lampu FL. Karakteristik kualitas yang digunakan sebagai peubah antara lain:

- a. *Emitter Weight* (berat *emitter*) yang mempunyai spesifikasi $7,0 \pm 0,7$ mg
- b. *Segment Coil* (panjang *segment coil*) yang mempunyai spesifikasi $8,5 \pm 1$ mm

Data karakteristik kualitas tersebut mempunyai ukuran subgrup 2 untuk setiap pengamatan, karena pada pengambilan sampel dilakukan sebanyak 2 kali dalam setiap 4 jam. Data yang digunakan yaitu data dari bulan April sampai dengan bulan Juli sebanyak 360 data seperti terlampir pada Lampiran 1. Sehingga pada pengamatan subgrup, data tersebut menjadi 180 amatan.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

3.2.1 Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik

Langkah-langkah dalam membuat grafik kendali T^2 Hotelling klasik adalah:

1. Pengujian asumsi korelasi dua peubah pada data dengan persamaan (2.3)
2. Pengujian asumsi kenormalan pada data dengan persamaan (2.6) dan (2.7)
3. Pengubahan skala data dengan menggunakan transformasi Johnson pada data yang tidak memenuhi asumsi distribusi normal multivariat
4. Pengujian kembali asumsi distribusi normal multivariat pada data yang telah ditransformasi
5. Menghitung nilai T^2 untuk setiap pengamatan sampel dengan persamaan (2.15)

6. Menghitung nilai batas pengendali atas dengan persamaan (2.16)
7. Nilai T^2 untuk setiap pengamatan dan nilai batas kendali digambarkan dalam satu grafik
8. Mengidentifikasi titik-titik yang berada di luar batas kendali
9. Menghitung nilai ARL

3.2.2 Grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan *bootstrap*

Langkah-langkah dalam membuat grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan *bootstrap* adalah:

1. Menghitung statistik T^2 dengan sampel n dengan menggunakan persamaan (2.15)
2. Menjadikan $T_1^{2(i)}, T_2^{2(i)}, \dots, T_n^{2(i)}$ sebagai nilai T^2 dari sampel *bootstrap* ke- i , ($i=1, \dots, B$) yang diambil secara acak dari statistik T^2 . Dalam setiap sampel *bootstrap* B , menentukan nilai persentil $100*(1-\alpha)$ dinotasikan dengan α dengan kisaran antara 0 sampai 1. Dalam penelitian ini $\alpha = 0,05$.
3. Menentukan batas kendali dengan mengambil rata-rata nilai persentil dari B $100*(1-\alpha)$ ($\bar{T}_{100*(1-\alpha)}^2$) sesuai dengan Gambar 2.5.
4. Mengidentifikasi titik-titik sampel yang berada di luar batas kendali
5. Menghitung nilai ARL

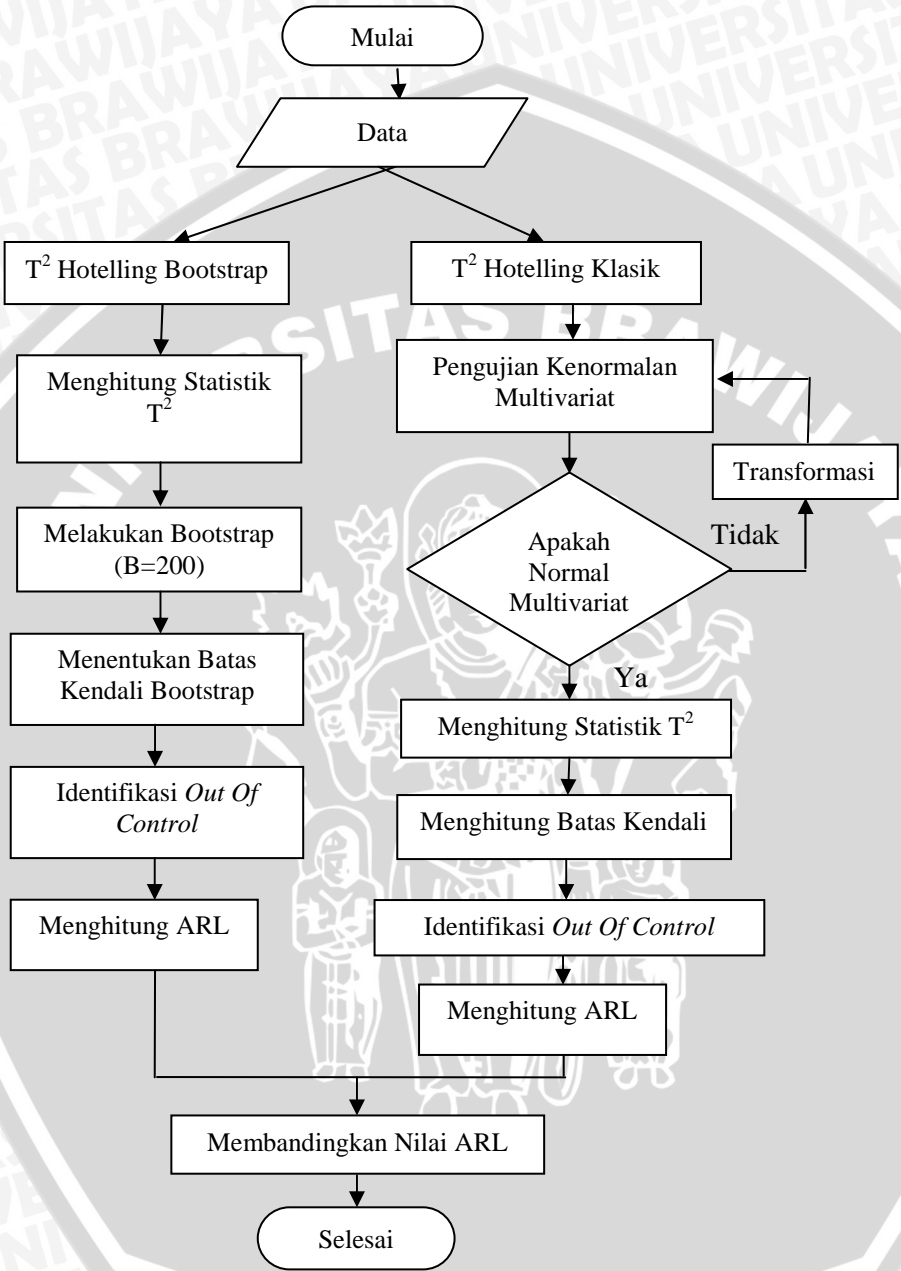
3.2.3 Membandingkan nilai ARL dari Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik dan Grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan *bootstrap*

Setelah dilakukan perhitungan ARL dari masing-masing grafik kendali dengan beberapa nilai pergeseran proses rata-rata. Grafik kendali dikatakan lebih peka dalam mendeteksi adanya pergeseran proses rata-rata jika grafik kendali tersebut memiliki nilai ARL yang lebih kecil dari grafik kendali yang lain dalam nilai pergeseran proses yang sama.

3.2.4 Menghitung nilai indeks kemampuan proses

Setelah dilakukan analisis grafik kendali T^2 Hotelling, selanjutnya ingin diketahui kemampuan proses dari masing-masing peubah dengan menggunakan Indeks Kemampuan Proses (C_p).

Langkah-langkah penelitian secara umum disajikan pada Gambar 3.1:



Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah-langkah Penelitian

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Statistika Deskriptif

Agar data karakteristik kualitas proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI pada bulan April sampai dengan Juli 2008 memberikan informasi yang bermakna, maka dilakukan analisis statistika deskriptif. Analisis karakteristik secara umum dapat dilakukan dengan ringkasan statistika deskriptif untuk mencari rata-rata, standar deviasi, nilai minimum dan nilai maksimum.

Data pengukuran proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI pada bulan April sampai dengan Juli 2008 dapat dilihat pada Lampiran 1. Statistika deskriptif untuk masing-masing peubah yang meliputi *Emitter Weight* (berat *emitter*), dan *Segment Coil* (panjang *segment coil*).

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif dan Batas Spesifikasi

Peubah	Mean	Standar Deviasi	Minimum	Maksimum	Spesifikasi
<i>Emitter Weight</i>	7,1	0,1	6,7	7,4	6,3 - 7,7
<i>Segment Coil</i>	8,3	0,2	7,8	8,7	7,5 - 9,5

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa pada peubah *Emitter Weight* (berat *emitter*) memiliki rata-rata sebesar 7,1 mg, nilai minimum sebesar 6,7 mg, dan nilai maksimum sebesar 7,4 mg dengan standar deviasi sebesar 0,1. Pada peubah *Emitter Weight* (berat *emitter*), rata-rata, nilai minimum dan nilai maksimum masih berada dalam batas spesifikasi.

Pada peubah *Segment Coil* (panjang *segment coil*) memiliki rata-rata sebesar 8,3 mg, nilai minimum sebesar 7,8 mg, dan nilai maksimum sebesar 8,7 mg dengan standar deviasi sebesar 0,2. Pada peubah *Segment Coil* (panjang *segment coil*), rata-rata, nilai minimum dan nilai maksimum masih berada dalam batas spesifikasi.

4.2 Pemeriksaan Kenormalan Multivariat

Grafik kendali T^2 Hotelling dapat digunakan jika data berdistribusi normal multivariat, untuk menjamin kesahihan hasil analisis yang didapat. Hipotesis uji kenormalan multivariat:

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat

$$\text{Statistik uji : } d_i^2 = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}), \quad i = 1, 2, \dots, n \\ = 0,469$$

H_0 diterima apabila 50% nilai $d_i^2 \leq \chi_{(p;0,5)}^2$

Setelah dilakukan pengujian dengan menggunakan macro Minitab, didapatkan jarak d_i^2 yang kurang dari $\chi_{(2;0,5)}^2$ sebesar 46,9% yang berarti kurang dari 50%, sehingga tolak H_0 . Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa data peubah *emitter weight* dan *segment coil* bulan April sampai dengan Juli 2008 di PLI tidak berdistribusi normal multivariat.

4.3 Korelasi Pearson

Salah satu syarat menggunakan grafik kendali T^2 Hotelling adalah bahwa antar peubah harus saling berkorelasi. Dengan hipotesis:

H_0 : Tidak ada korelasi antara peubah *Emitter Weight* dan *Segment Coil*

H_1 : Terdapat korelasi antara peubah *Emitter Weight* dan *Segment Coil*

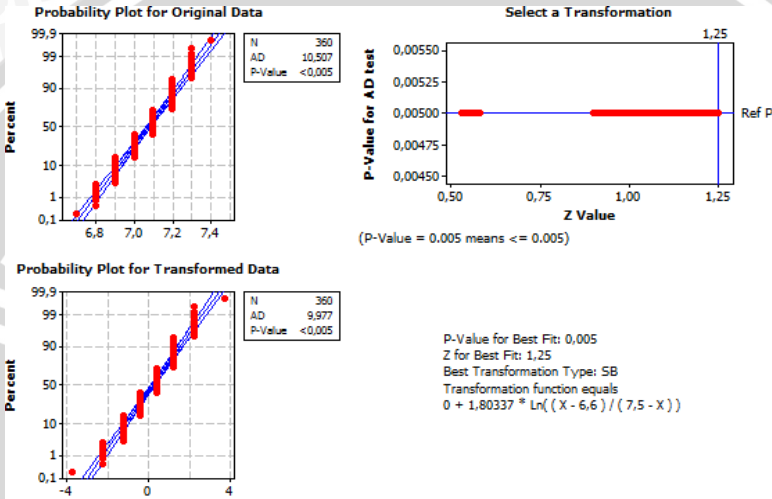
Dari hasil perhitungan dengan Minitab 16, didapatkan nilai korelasi sebesar 0,205 dengan nilai p-value sebesar 0,000. Karena nilai p-value lebih kecil dari $\alpha = 0,05$, maka dapat diambil keputusan untuk menolak H_0 . Jadi, dapat diambil kesimpulan bahwa dengan taraf nyata sebesar 5% terdapat korelasi antara peubah *emitter weight* dan *segment coil*.

4.4 Transformasi Johnson

Pada data peubah *emitter weight* dan *segment coil* bulan April sampai dengan Juli 2008 di PLI terbukti tidak memenuhi asumsi kenormalan. Maka sebagai tindak lanjut dilakukan transformasi Johnson. Transformasi Johnson ini dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* Minitab 16. Pada Gambar 4.1 merupakan model transformasi Johnson, yang terdiri dari tiga grafik yaitu grafik probability data asli, grafik probability data transformasi dan grafik *z-value* dan *p-value*. Transformasi Johnson pada Gambar 4.2

menggunakan metode sistem distribusi S_B . Fungsi transformasi yang sesuai untuk peubah *emitter weight* adalah:

$$x' = 0 + 1,80337 * \ln \left(\frac{(x - 6,6)}{(7,5 - x)} \right)$$

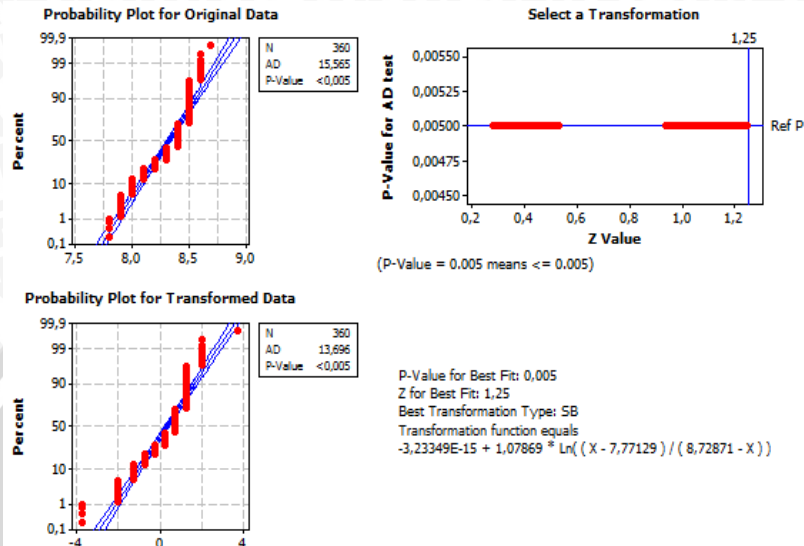


Gambar 4.1 Transformasi Johnson untuk *Emitter Weight*

Untuk peubah *segment coil*, transformasi Johnson juga menggunakan metode sistem distribusi S_B . Model transformasinya ditunjukkan pada Gambar 4.2 yang terdiri dari tiga grafik yaitu grafik probability data asli, grafik probability data transformasi dan grafik *z-value* dan *p-value*. Fungsi transformasi yang sesuai untuk peubah *segment coil* adalah:

$$x' = -3,23349E - 15 + 1,07869 * \ln \left(\frac{(x - 7,77129)}{(8,72871 - x)} \right)$$

Data hasil transformasi peubah *emitter weight* dan *segment coil* dapat dilihat pada Lampiran 1.



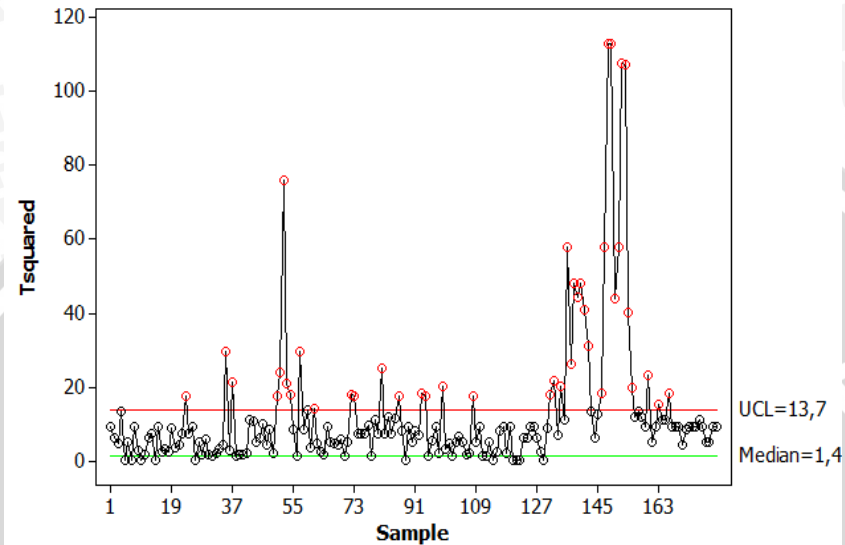
Gambar 4.2 Transformasi Johnson untuk *Segment Coil*

Setelah dilakukan transformasi Johnson pada data yang tidak memenuhi asumsi kenormalan, selanjutnya data hasil transformasi tersebut diuji asumsi distribusi normal multivariat.

Setelah dilakukan pengujian dengan menggunakan macro Minitab, didapatkan jarak d_i^2 yang kurang dari $\chi^2_{(2;0,5)}$ sebesar 57,5% yang berarti lebih dari 50%, sehingga terima H_0 . Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa data peubah *emitter weight* dan *segment coil* bulan April sampai dengan Juli 2008 di PLI berdistribusi normal multivariat. Setelah melakukan pengecekan ulang terhadap data yang telah ditransformasi dan sudah berdistribusi normal, maka selanjutnya data dapat dianalisis menggunakan grafik kendali T^2 Hotelling klasik.

4.5 Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik

Setelah asumsi antar peubah berkorelasi dan data berdistribusi normal multivariat telah terpenuhi, maka selanjutnya grafik kendali T^2 Hotelling klasik dapat digunakan. Dari 360 data kemudian disubgrupkan sehingga mempunyai titik amatan sebanyak 180 data. Grafik kendali T^2 Hotelling klasik serta titik-titik yang keluar dari batas pengendali dapat dilihat pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Grafik Kendali T^2 Hotelling Klasik

Sumbu X menunjukkan banyaknya subgroup dan sumbu Y menunjukkan nilai T^2 . Warna merah pengeplotan menunjukkan nilai T^2 yang melebihi garis Batas Pengendali Atas (BPA) yaitu kondisi yang *out of control*. Sedangkan warna hitam pengeplotan menunjukkan nilai T^2 yang dalam garis Batas Pengendali Atas (BPA) yaitu kondisi *in control*.

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa nilai untuk median dan batas pengendali atas (UCL) menurut grafik kendali T^2 Hotelling klasik adalah masing-masing sebesar 1,4 dan 13,7. Gambar 4.3 dan Lampiran 4 memperlihatkan bahwa terdapat titik-titik yang keluar dari garis Batas Pengendali Atas (BPA) atau Upper Control Limit (UCL) pada grafik kendali T^2 Hotelling klasik. Hal ini menunjukkan bahwa satu atau kombinasi dari dua peubah karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI dalam keadaan yang tidak terkendali. Titik-titik yang keluar dari batas pengendali atau *out of control* pada grafik kendali T^2 Hotelling klasik ini adalah sebanyak 41 titik.

4.6 Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan Bootstrap

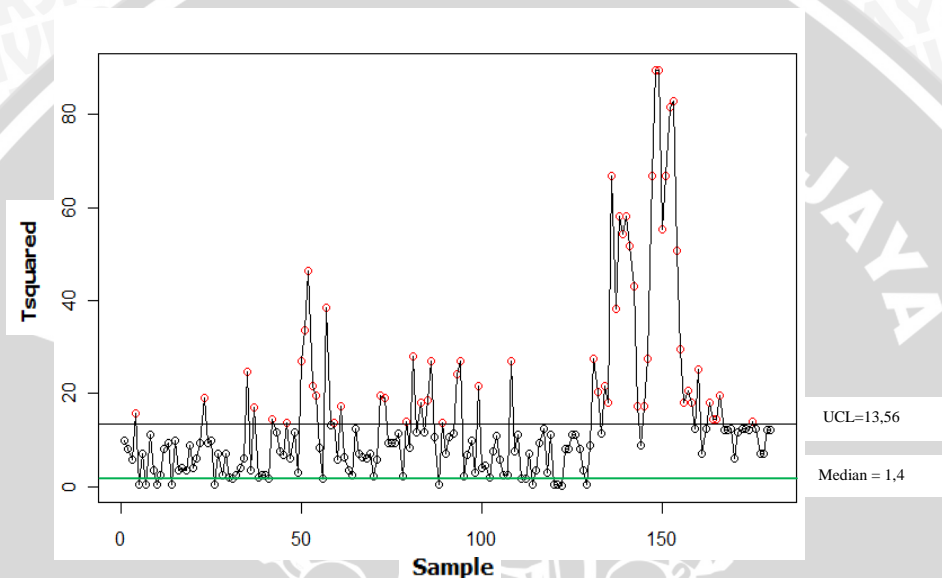
Pada data karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari bulan April sampai Juli di PLI ini tidak berdistribusi normal multivariat. Untuk membuat grafik kendali T^2 Hotelling klasik, maka data ini harus ditransformasi terlebih dahulu sampai menyebar normal kemudian baru dapat dibuat grafik kendali T^2 Hotelling klasik. Dan untuk membuat grafik kendali T^2 Hotelling yang tidak memerlukan asumsi kenormalan, maka akan dibuat grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap sehingga data asli tidak perlu ditransformasi terlebih dahulu. Perbedaan dari dibuat grafik kendali T^2 Hotelling klasik dan grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap terletak pada batas kendalinya.

Langkah pertama dalam membuat grafik kendali T^2 Hotelling bootstrap yaitu dengan menghitung nilai T^2 dari data yang tidak berdistribusi normal tanpa melakukan transformasi. Hasil perhitungan nilai T^2 tersebut dilakukan dengan bantuan *software* Minitab 16, hasil perhitungan dapat dilihat pada Lampiran 5. Setelah menghitung nilai T^2 , maka dilakukan *resampling* dengan pengembalian. Menurut Efron dan Tibshirani (1993), jumlah ulangan pada resampel bootstrap berkisar antara nilai 25-200. Untuk penelitian ini akan dilakukan ulangan sebesar 200 kali ($B = 200$), karena pada ulangan $B=200$ telah memperoleh hasil yang konvergen. Resampel ini dilakukan dengan menggunakan program Bootstrap pada Matlab seperti pada Lampiran 6. Hasil dari nilai T^2 yang telah dilakukan *resampling* dapat dilihat pada Lampiran 7.

Setelah didapatkan nilai T^2 bootstrap dengan ulangan 200 kali, maka langkah selanjutnya adalah dalam setiap sampel *bootstrap* B dihitung nilai persentil $100*(1-\alpha)$ dinotasikan dengan α dengan kisaran antara 0 sampai 1. Pada penelitian ini digunakan $\alpha = 0,05$, maka didapatkan nilai P_{95} dengan $\alpha = 0,05$ yaitu pada data ke 172 setiap sampel *bootstrap* B . Pada data ke 172 setiap sampel *bootstrap* B dengan $B=200$, kemudian ditentukan batas kendali dengan mengambil rata-rata nilai persentil dari B .

Dari hasil perhitungan rata-rata nilai persentil dengan $B=200$, didapatkan batas kendali sebesar 13,56. Setelah didapatkan nilai batas kendali grafik kendali T^2 dengan pendekatan bootstrap, lalu dibuat grafik kendali dengan mengplotkan nilai T^2 menggunakan bantuan *software* R seperti terlampir pada Lampiran 8.

Sumbu X menunjukkan banyaknya subgrup dan sumbu Y menunjukkan nilai T^2 . Warna merah pengeplotan menunjukkan nilai T^2 yang melebihi garis Batas Pengendali Atas (BPA) yaitu kondisi yang *out of control*. Sedangkan warna hitam pengeplotan menunjukkan nilai T^2 yang dalam garis Batas Pengendali Atas (BPA) yaitu kondisi *in control*.

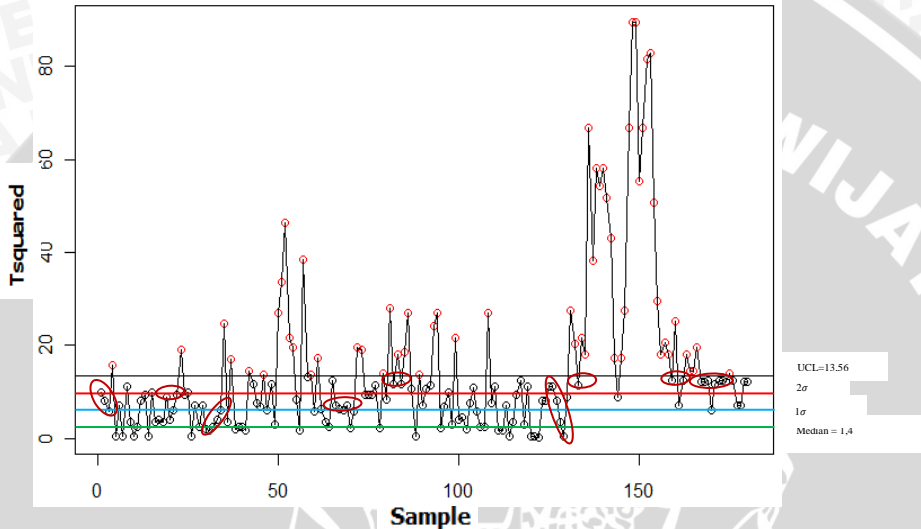


Gambar 4.4 Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan Bootstrap

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa nilai batas pengendali atas (UCL) menurut grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap adalah sebesar 13,56. Gambar 4.4 dan Lampiran 9 memperlihatkan bahwa terdapat titik-titik yang keluar dari garis Batas Pengendali Atas (BPA) atau Upper Control Limit (UCL) pada grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap. Hal ini menunjukkan bahwa satu atau kombinasi dari dua peubah karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI dalam keadaan yang tidak terkendali. Titik-titik yang keluar dari batas pengendali atau *out of control* pada grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan bootstrap ini adalah sebanyak 56 titik.

4.7 Analisis Pola Titik-Titik Pengamatan

Pada Gambar 4.5 merupakan gambar grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap dilengkapi dengan batas satu sigma (1σ) dan dua sigma (2σ), yang digunakan untuk melihat pola pada grafik kendali T^2 Hotelling.



Gambar 4.5 Pola Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Pendekatan Bootstrap

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa adanya indikasi proses mendekati *out of control*, yang terlihat dari titik yang berada dalam lingkaran merah. Pada lingkaran merah pertama, ketiga, dan keenam terlihat bahwa beberapa titik menunjukkan pola trend yaitu terlihat dari tingkah laku titik-titik yang bergerak naik berkesinambungan. Pada lingkaran merah kedua, terlihat bahwa dua dari tiga titik yang berurutan berada di luar batas dua sigma (2σ). Pada lingkaran merah keempat, terlihat bahwa terdapat empat dari lima titik yang berurutan berada di luar batas satu sigma (1σ). Pada lingkaran merah kelima, ketujuh, kedelapan, dan kesembilan menunjukkan pola pelekatan, yaitu terlihat dari titik-titik sangat dekat dengan batas kendali atas (UCL). Menyidik titik-titik yang terindikasi menuju *out of control* akan membantu perusahaan dalam melakukan tindakan pencegahan sebelum terjadi *out*

of control. Pola titik-titik yang mendekati *out of control* harus diidentifikasi dan ditangani agar proses produksi selanjutnya dapat terkendali secara statistik.

Berdasarkan Lampiran 9 dapat dilihat bahwa nilai dari semua variabel pada titik data yang keluar dari batas kendali masih memenuhi batas spesifikasi perusahaan. Hal tersebut dapat terjadi karena kemungkinan dari standar perusahaan yang memiliki interval terlalu lebar sehingga membuat hasil dari grafik kendali T^2 Hotelling menjadi tidak terkendali secara statistik. Pada dasarnya, grafik kendali digunakan untuk mengontrol rata-rata proses. Apabila terjadi pergeseran rata-rata proses yang cukup signifikan maka grafik kendali akan sangat peka terhadap pergeseran ini dan menjadikannya *out of control*. Variansi yang kecil pada data akan menekan kemungkinan *out of control* dan proses akan semakin terkendali secara statistik. Oleh karena itu, jika interval standar perusahaan terlalu lebar maka akan memperbesar kemungkinan variansi tersebut dan kemungkinan akan terjadi pergeseran rata-rata proses yang signifikan sehingga menyebabkan *out of control* pada grafik kendali. Oleh sebab itu, peninjauan ulang terhadap batas standar perusahaan sangat disarankan.

4.8 Average Run Length (ARL)

Pada grafik kendali T^2 Hotelling klasik dan grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap akan dibandingkan kinerja antara kedua grafik kendali tersebut dalam memonitor proses *multivariate* berdasarkan nilai ARL yang dihasilkan oleh masing-masing grafik kendali dari beberapa nilai pergeseran proses (δ).

Tabel 4.2. Nilai ARL grafik kendali kendali T^2 Hotelling klasik dan grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap

δ	T^2 Hotelling klasik	T^2 Hotelling Bootstrap
0,1	1	1
0,25	0,997451	0,996857
0,5	0,956849	0,952258
1	0,945825	0,941279
1,5	0,842689	0,715216
2	1,037604	1,438339

Pada penelitian ini menggunakan beberapa nilai pergeseran proses (δ) yaitu 0,1; 0,25; 0,5; 1; 1,5 dan 2. Dari Tabel 4.2. dapat dilihat bahwa untuk beberapa pergeseran proses grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap memiliki nilai ARL yang lebih kecil daripada grafik kendali T^2 Hotelling klasik meskipun nilai nya tidak memiliki selisih yang cukup jauh. Sehingga, dapat dikatakan bahwa grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap lebih peka dalam mendeteksi adanya pergeseran proses dalam suatu produksi.

4.9 Analisis Kemampuan Proses

Analisis kemampuan proses dilakukan untuk mengetahui apakah proses yang berjalan memiliki kapabilitas baik atau tidak. Kriteria penentuan kapabilitas proses ini dengan menggunakan Indeks Kemampuan Proses (C_p). Nilai Indeks Kemampuan Proses untuk masing-masing peubah adalah sebagai berikut:

1. Kemampuan proses peubah *Emitter Weight*

$$PKP = \frac{7,7 - 6,3}{6 \times 0,1} = 2,333$$

2. Kemampuan proses peubah *Segment Coil*

$$PKP = \frac{9,5 - 7,5}{6 \times 0,2} = 1,667$$

Hasil perhitungan nilai Perbandingan Kemampuan Proses (PKP) peubah *Emitter Weight* dan *Segment Coil* menunjukkan bahwa nilai C_p lebih besar dari 1, sehingga proses dikatakan sudah mampu untuk menghasilkan produk yang sesuai spesifikasi.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Pada grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap, dapat dideteksi 56 titik yang *out of control*. Hal ini menunjukkan bahwa satu atau kombinasi dari dua peubah karakteristik kualitas pada proses *Mount* dari mesin tipe JIS 20 Watt di PLI dalam keadaan yang tidak terkendali secara statistik.
2. Grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap lebih sensitif dibandingkan grafik kendali T^2 Hotelling klasik yang menggunakan transformasi, karena grafik kendali T^2 Hotelling dengan pendekatan Bootstrap memiliki nilai ARL yang lebih kecil daripada grafik kendali T^2 Hotelling klasik. Sehingga, dapat dikatakan bahwa grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap lebih peka dalam mendeteksi adanya pergeseran proses dalam suatu produksi.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebaiknya PT. Panasonic Lighting Indonesia menggunakan analisis multivariat yaitu grafik kendali T^2 Hotelling Bootstrap, agar informasi yang dapat disampaikan lebih informatif sehingga dapat dijadikan sebagai acuan dalam menindaklanjuti permasalahan yang ada dan dapat meningkatkan produktivitas sehingga dapat memenuhi seluruh permintaan pasar (konsumen).
2. Dalam penelitian selanjutnya, dapat digunakan grafik kendali lain dengan metode bootstrap.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Amin, D.K. 2007. *Grafik Kendali S Untuk Proses Non-Normal Multivariat*. Skripsi Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya. Malang (Tidak dipublikasikan).
- Anderson, T. W. 1984. *An Introduction to Multivariate Statistical Analytis*. John Wiley & Sons. New York.
- Aunuddin, 2005. *Statistika: Rancangan dan Analisis*. IPB Press, Bogor.
- Bajgier, S.M. 1992. The Use of Bootstrapping to Construct Limits on Control Charts. *Proceedings of the Decision Science Institute*, San Diego, CA, 1611-1613
- Bowman, K. O. and Senton L.R. 1983. *Encyclopedia of Statistical Science*. 4: 303-314.
- Chou, Y.M; Polansky, Alan M.; and Mason, R.L. 1998. "Transforming Non-Normal Data to Normality in Statistical process Control", *Journal of Quality Technology*. 30: 133-141.
- Efron, B. and R.J. Tibshirani. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. Capital City Press, Chapman & Hall, New York.
- Gasperz, V. 1998. *SPC: Penerapan Teknik-Teknik Statistika dalam Manajemen Bisnis Total*. PT Gramedia, Jakarta.
- Juran, J.M. 1988. *Quality Control Handbook Fourth Edition*. Mc.Graw Hill Book Company, New York.
- Johnson, R.A. and Wichern, D.W. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey.
- Jones, L.A. and Woodall, W.H. 1998. The Performance of Bootstrap Control Charts. *Journal of Quality Technology*. 30: 362-375.

- Lind, D.A., Marchal, William G., and Mason, R.D. 2008. *Teknik-teknik Statistika dalam Bisnis dan Ekonomi Menggunakan Kelompok Data Global, Edisi 13*. Jakarta : Salemba Empat.
- Mardiyah, T. 2009. *Pengendalian Proses Produksi Menggunakan Grafik Kendali T^2 Hotelling Dengan Run Rules*. Skripsi Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya. Malang (Tidak dipublikasikan).
- Mitra, Amitava. 2008. *Fundamental of quality control and improvement, fourth edition*. Upper sadleriver, N.J: Prentice hall.
- Montgomery, D.C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik Cetakan Pertama. Terjemahan Zanzawi Soejoeti*. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.
- Montgomery, D.C. 2009. *Statistical Quality Control A Modern Introduction, sixth edition*. New York: Wiley.
- Sugian O, S. 2006. *Kamus Manajemen (Mutu)*. Jakarta : PT Gramedia Pustaka Utama.
- Walpole, R.E. 2002. *Probabilty and Statistics*. International Edition. Prentice Hall Inc., New Jersey
- Windyarti, A. 2008. *Diagram Kontrol Hotelling Dengan Run Rules*. Skripsi Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITS. Surabaya (Tidak dipublikasikan).
- Woodall, W.H. and Montgomery, D.C. (1999) Research issues and ideas in statistical process control. *Journal of Quality Technology*, 31(4):376-386.