

PENDUGAAN KOMPONEN RAGAM PADA
RANCANGAN BUJUR SANGKAR GRAECO LATIN

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
dalam bidang Statistika

oleh:

FAHD FAISAL AFRIZA

105090500111043



PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENDUGAAN KOMPONEN RAGAM PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR GRAECO LATIN

oleh:

FAHD FAISAL AFRIZA

105090500111043

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 2 Juli 2014 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing

Dr. Ir. Maria Bernadetha Mitakda

NIP. 195205211981032001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.

NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fahd Faisal Afriza

NIM : 105090500111043

Jurusan : Matematika

Program Studi : Statistika

Penulis Skripsi berjudul :

PENDUGAAN KOMPONEN RAGAM PADA RANCANGAN BUJUR SANGKAR GRAECO LATIN

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam Daftar Pustaka Skripsi ini, semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi.
2. Apabila kemudian hari diketahui bahwa isi Skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 2 April 2014

Yang Menyatakan,

Fahd Faisal Afriza
NIM. 105090500111043

ABSTRAK

Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin merupakan pengembangan dari Rancangan Bujur Sangkar Latin, yang digunakan ketika kondisi lingkungan heterogen menurut 3 arah gradien. Komponen ragam adalah faktor-faktor yang mempengaruhi keragaman data yang bersifat acak. Tujuan penelitian ini adalah mengkaji hasil pendugaan komponen ragam model acak Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin dengan metode analisis ragam. Data 1 berupa banyaknya roti produksi suatu pabrik yang terjual dan Data 2 berupa banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi ($x10^5/\text{ml}$). Keragaman jenis kemasan memberikan kontribusi paling besar terhadap banyaknya roti terjual sebesar 81.07%, keragaman antar hari dan ketinggian rak berkontribusi kecil (1.77% dan 3.74%). Keragaman toko dalam mempengaruhi banyaknya roti terjual tidak diperhitungkan karena menghasilkan komponen ragam bernilai negatif. Keragaman kondisi sapi berkontribusi paling besar di antara sumber keragaman lain yaitu 48.59% dalam mempengaruhi banyaknya protozoa ($x10^5/\text{ml}$) pada cairan rumen sapi perah peranakan Friesian Holstein (PFH) jantan berfistula. Selain itu, jenis ransum juga memberikan pengaruh besar (38.82%) terhadap banyaknya protozoa.

Kata kunci: Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin, Komponen Ragam

ABSTRACT

Graeco Latin square design is a development of the Latin square design and is used when the environment is not homogenous, where 3 gradients were present. Variance components are the factors that affect the variation of random data. The purpose of this study is to examine the results of variance components estimation of the random model of *Graeco* Latin square design with analysis of variance method. Data 1 is the number of bread sold in a factory and Data 2 is the number of protozoa in rumen fluid of cows. The variation of packaging type gives the largest contribution to the number of bread sold (81.07%), variation between days and rack height has no contribution (1.77% and 3.74%). Variation in bread shops was not taken into account because it produces negative variance components. The variation of cattle conditions contributed most among other sources of variability to the amount of protozoa ($x10^5/ml$) in rumen fluid crossbred Holstein Friesian dairy cows (PFH) fistula males (48.59%). In addition, the type of nutrient is also a major influence on the number of protozoa (38.82%).

Keyword: *Graeco Latin Square Design, Variance Component*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Kuasa yang telah memberikan rahmat dan tuntunan-Nya, sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.

Skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan mata kuliah Skripsi dengan bobot 6 sks di Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya Malang.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis telah memperoleh banyak bantuan dari beberapa pihak, oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Ir. Maria Bernadetha Mitakda selaku Dosen Pembimbing atas kesabaran dan ilmu yang telah diberikan selama proses bimbingan.
2. Bapak Prof. Dr. Ir. Loekito Adi Soehono, M.Agr selaku Dosen penguji I atas saran dan kritik selama ini.
3. Ibu Dr. Ir. Atiek Iriany, MS selaku Dosen penguji II atas saran dan kritik selama ini.
4. Ibu, ayah dan kakak saya, terima kasih atas doa dan dukungan yang telah diberikan selama ini.
5. Ulfalina Hapsari, Agustin, Ika, Arista, Mahdiyatus, Anggono, Dina, teman-teman statistika 2010
6. Teman-teman Paduan Suara Mahasiswa Universitas Brawijaya serta semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu penulis selama penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu kritik dan saran dari pembaca sangat diharapkan untuk perbaikan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Malang, 2 Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
JUDUL SKRIPSI	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI.....	ii
LEMBAR PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Rancangan Percobaan	3
2.2 Rancangan Bujur Sangkar Latin	3
2.3 Rancangan Bujur Sangkar <i>Graeco</i> Latin.....	5
2.4 Pendugaan Parameter Rancangan Bujur Sangkar <i>Graeco</i> Latin dengan Metode Kuadrat Terkecil	7
2.5 Penguraian Jumlah Kuadrat Total	12
2.6 Asumsi Analisis Ragam	14
2.6.1 Asumsi Keaditifan	14
2.6.2 Asumsi Kebebasan Galat	14
2.6.3 Asumsi Kehomogenan Ragam Galat	14
2.6.4 Asumsi Kenormalan Galat	15
2.7 Penanganan Data Terhadap Pelanggaran Asumsi	16
2.8 Nilai Harapan Kuadrat Tengah	17
2.8.1 Model Tetap	17
2.8.2 Model Acak	29

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data	35
3.2 Metode Penelitian	35

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Pendugaan Parameter Model	39
4.1.1 Hasil Pendugaan Parameter Model Data 1	39
4.1.2 Hasil Pendugaan Parameter Model Data 2	41
4.2 Hasil Pengujian Asumsi	43
4.2.1 Hasil Pengujian Asumsi Kebebasan Galat	43
4.2.2 Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat..	44
4.2.3 Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat	44
4.3 Hasil Analisis Ragam.....	45
4.4 Hasil Pendugaan Komponen Ragam.....	47
4.4.1 Hasil Pendugaan Komponen Ragam Data 1	47
4.4.2 Hasil Pendugaan Komponen Ragam Data 2	50

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan.....	55
5.2 Saran	55

DAFTAR PUSTAKA	57
LAMPIRAN	59

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 2.1.	Struktur data pada Rancangan Bujur Sangkar Latin.....	4
Tabel 2.2.	Struktur data pada Rancangan Bujur Sangkar <i>Graeco</i> Latin (i, j, k dan $l = 1,2,3,4,5$).....	6
Tabel 2.3.	Analisis ragam pada Rancangan Bujur Sangkar <i>Graeco</i> Latin.....	13
Tabel 2.4.	Nilai Harapan Kuadrat Tengah untuk Model Tetap dan Acak.....	34
Tabel 4.1.	Hasil Pendugaan Parameter.....	43
Tabel 4.2.	Hasil Uji Bartlett	44
Tabel 4.3.	Hasil Uji Kolmogorov Smirnov	45
Tabel 4.4.	Analisis Ragam Data 1	46
Tabel 4.5.	Analisis Ragam Data 2	46
Tabel 4.6.	Komponen Ragam Data 1	49
Tabel 4.7.	Komponen Ragam Data 2	53

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1.	Lingkungan pada Rancangan Bujur Sangkar <i>Graeco Latin</i>	5
Gambar 3.1.	Prosedur Analisis Data.....	37
Gambar 4.1.	Diagram pencar $\varepsilon_{ijk(l)}$ terhadap $\hat{Y}_{ijk(l)}$ untuk Data 1 (a) dan Data 2 (b).....	44



DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1. Banyaknya roti produksi suatu pabrik yang terjual.....	59
Lampiran 2. Banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi ($\times 10^5$ /ml)	60
Lampiran 3. Nilai $\hat{Y}_{ijk(l)}$ dan $\varepsilon_{ijk(l)}$ pada Data 1.....	61
Lampiran 4. Nilai $\hat{Y}_{ijk(l)}$ dan $\varepsilon_{ijk(l)}$ pada Data 2.....	62
Lampiran 5. Diagram pencar $\varepsilon_{ijk(l)}$ terhadap $\hat{Y}_{ijk(l)}$	63
Lampiran 6. Hasil Pengujian Bartlett.....	64
Lampiran 7. Hasil Pengujian Kolmogorov-Smirnov	65
Lampiran 8. Analisis Ragam	66

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penelitian merupakan upaya untuk menemukan fakta baru atau mengkonfirmasi kebenaran fakta lama untuk suatu permasalahan. Penelitian eksperimental membutuhkan perancangan yang sesuai dengan respon yang akan diamati atau diukur. Rancangan percobaan adalah suatu prosedur yang digunakan untuk mengumpulkan atau memperoleh Data dalam penelitian percobaan (Yitnosumarto, 1993).

Rancangan Bujur Sangkar *Graeco Latin* merupakan pengembangan dari Rancangan Bujur Sangkar Latin. Rancangan ini digunakan ketika kondisi lingkungan heterogen menurut 3 arah gradien yakni baris, kolom dan huruf Yunani, menyebabkan derajat bebas galat pada rancangan ini lebih kecil dari Rancangan Bujur Sangkar Latin (Montgomery, 1984).

Komponen ragam adalah faktor-faktor yang mempengaruhi keragaman Data. Untuk menganalisis suatu Data terdapat tiga model yang terbentuk dari komponen-komponen ragam Data tersebut, yaitu model tetap, model acak dan model campuran. Model tetap terdiri dari komponen-komponen ragam suatu perlakuan/blok di mana kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil analisis ragam hanya berlaku untuk perlakuan yang diteliti. Model acak terdiri dari komponen-komponen ragam perlakuan/blok di mana kesimpulan yang diperoleh berdasarkan analisis ragam tertuju pada suatu populasi perlakuan tersebut. Model campuran adalah gabungan dari model tetap dan model acak, di mana terdapat komponen ragam yang bersifat tetap dan acak (Searle, *et al.*, 2006).

Pendugaan komponen ragam dipelopori oleh Fisher pada tahun 1900 sampai 1939. Kontribusi besar Fisher pada model komponen ragam adalah metode analisis ragam. Prosedur analisis ragam menyamakan jumlah kuadrat dengan nilai harapan. Tahun 1950 sampai 1969 merupakan perkembangan terbesar dari metode pendugaan komponen ragam dengan penetapan metode baru yaitu metode kemungkinan maksimum. Anderson dan Bancroft pada tahun 1952 membahas komponen ragam pada model campuran dan acak (Searle, *et al.*, 2006).

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti ingin mengkaji lebih dalam mengenai pendugaan komponen ragam dengan pendekatan analisis ragam untuk model acak Bujur Sangkar *Graeco* Latin.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, permasalahan yang ingin dikemukakan adalah:

1. Bagaimana pendugaan parameter dengan metode analisis ragam pada model Rancangan Bujur Sangkar *Graeco* Latin?
2. Bagaimana pendugaan komponen ragam dengan metode analisis ragam pada Rancangan Bujur Sangkar *Graeco* Latin?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji hasil pendugaan parameter model Rancangan Bujur Sangkar *Graeco* Latin dengan metode kuadrat terkecil.
2. Mengkaji hasil pendugaan komponen ragam model acak Rancangan Bujur Sangkar *Graeco* Latin dengan metode analisis ragam.

1.4 Batasan Masalah

Permasalahan dibatasi pada pendugaan komponen ragam model acak Rancangan Bujur Sangkar *Graeco* Latin dengan metode analisis ragam.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi peneliti untuk menduga komponen ragam dengan metode analisis ragam dan menjadikannya sebagai suatu alat pendugaan yang fleksibel untuk menganalisis Data hasil percobaan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan adalah kesatuan dari 3 hal yang meliputi rancangan perlakuan, rancangan lingkungan dan rancangan pengukuran. Rancangan perlakuan meliputi pemilihan faktor/taraf perlakuan yang akan dicobakan misal rancangan satu faktor dan rancangan dua faktor. Rancangan lingkungan merupakan rancangan yang berkaitan dengan penempatan perlakuan secara acak pada setiap unit percobaan misal Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) dan Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL). Rancangan pengukuran berkaitan dengan bagaimana peubah respon diamati dan diukur pada setiap unit percobaan (Steel & Torrie, 1989)

Terdapat 3 prinsip dasar yang harus dipenuhi dalam rancangan percobaan (Yitnosumarto, 1993):

1. Ulangan (*replication*)

Suatu perlakuan terjadi lebih dari satu kali pada suatu percobaan. Fungsi ulangan adalah untuk meningkatkan presisi pendugaan. Dengan ulangan, peneliti dapat mengetahui besarnya galat percobaan.

2. Pengacakan (*randomization*)

Dengan pengacakan, peluang setiap satuan percobaan untuk ditempatkan suatu perlakuan sama. Dengan demikian, pengacakan dilakukan untuk menghindari subyektivitas peneliti.

3. Pengendalian lokal (*local control*)

Pengendalian lokal merupakan teknik yang digunakan untuk meningkatkan presisi percobaan dengan mengendalikan kondisi lingkungan.

2.2 Rancangan Bujur Sangkar Latin

Rancangan Bujur Sangkar Latin digunakan pada lingkungan heterogen menurut 2 arah gradien yaitu baris dan kolom. Model linier aditif dari Rancangan Bujur Sangkar Latin adalah :

$$Y_{ij(k)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{\text{baris}} + \varepsilon_{ij(k)} \quad (2.1)$$

di mana: i, j dan $k = 1, \dots, r$

$Y_{ij(k)}$ = respons pada baris ke- i , kolom ke- j untuk perlakuan ke- k

α_i = pengaruh baris ke- i

β_j = pengaruh kolom ke- j

$\gamma_{(k)}$ = pengaruh perlakuan ke- k

$\varepsilon_{ij(k)}$ = galat percobaan pada baris ke- i , kolom ke- j untuk perlakuan ke- k

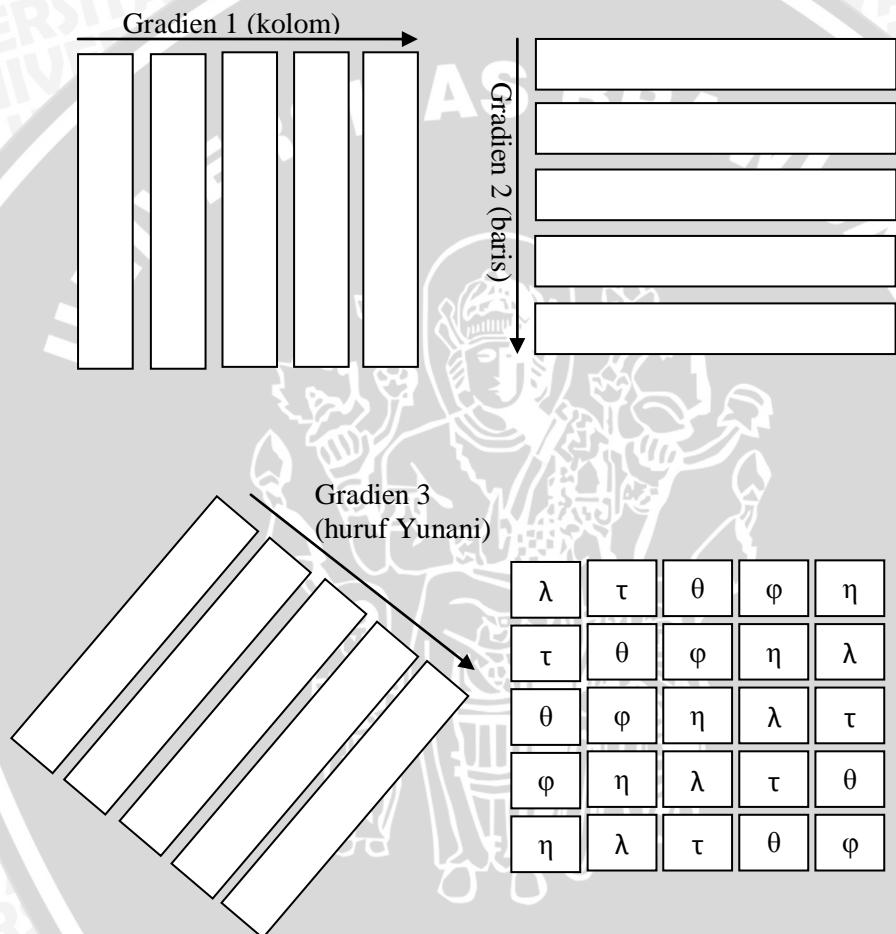
Pada RBSL banyaknya perlakuan harus sama dengan banyaknya baris dan kolom. Setiap perlakuan muncul sekali pada setiap baris dan kolom sehingga tidak ada interaksi antara baris, kolom dan perlakuan (Walpole dan Myers, 1995).

Tabel 2.1. Struktur Data pada Rancangan Bujur Sangkar Latin

Baris (i)	Kolom (j)					$Y_{i,(.)}$
	1	2	3	...	r	
1	$Y_{11(1)}$	$Y_{12(2)}$	$Y_{13(3)}$...	$Y_{1r(r)}$	$Y_{1,(.)}$
2	$Y_{21(2)}$	$Y_{22(3)}$	$Y_{23(4)}$...	$Y_{2r(1)}$	$Y_{2,(.)}$
3	$Y_{31(3)}$	$Y_{32(4)}$	$Y_{33(r)}$...	$Y_{3r(2)}$	$Y_{3,(.)}$
\vdots	\vdots	\vdots	$\mathbf{Y}_{ij(k)}$	\vdots	\vdots	\vdots
R	$Y_{r1(r)}$	$Y_{r2(1)}$	$Y_{r3(2)}$...	$Y_{rr(r-1)}$	$Y_{r,(.)}$
$Y_{j..}$	$Y_{1(.)}$	$Y_{2(.)}$	$Y_{3(.)}$...	$Y_{r(.)}$	$Y_{..(.)}$
$Y_{..(k)}$	$Y_{..(1)}$	$Y_{..(2)}$	$Y_{..(3)}$...	$Y_{..(r)}$	

2.3 Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin

Rancangan Bujur Sangkar *Graeco Latin* merupakan pengembangan Rancangan Bujur Sangkar Latin. Rancangan ini diterapkan pada lingkungan yang memiliki 3 gradien: baris, kolom dan huruf Yunani (Montgomery, 1984).



Gambar 2.1. Lingkungan pada Rancangan Bujur Sangkar *Graeco Latin*

Pada Gambar 2.1, gradien 1 \cap gradien 2 merupakan kondisi lingkungan pada Rancangan Bujur Sangkar Latin. Jika gradien 1 \cap gradien 2 \cap gradien 3 akan menghasilkan kondisi lingkungan pada Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin. Setelah kondisi lingkungan terbentuk, maka perlakuan ditempatkan pada setiap satuan percobaan.

Sebagaimana Rancangan Bujur Sangkar Latin, pada rancangan ini berlaku syarat bahwa banyaknya perlakuan harus sama dengan banyaknya baris, kolom dan huruf Yunani. Selain itu tidak terdapat interaksi antara baris, kolom, huruf Yunani dan perlakuan (Montgomery, 1984)

Tabel 2.2. Struktur Data pada Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin (i, j, k dan $l = 1, 2, 3, 4, 5$)

Baris (i)	Kolom (j)				
	1	2	3	4	5
1	A λ Y ₁₁₁₍₁₎	B τ Y ₁₂₂₍₂₎	C θ Y ₁₃₃₍₃₎	D ϕ Y ₁₄₄₍₄₎	E η Y ₁₅₅₍₅₎
2	C τ Y ₂₁₂₍₃₎	D θ Y ₂₂₃₍₄₎	E ϕ Y ₂₃₄₍₅₎	A η Y ₂₄₅₍₁₎	B λ Y ₂₅₁₍₂₎
3	E θ Y ₃₁₃₍₅₎	A ϕ Y ₃₂₄₍₁₎	Y _{ijk(l)}		C λ Y ₃₄₁₍₃₎
4	B ϕ Y ₄₁₄₍₂₎	C η Y ₄₂₅₍₃₎	D λ Y ₄₃₁₍₄₎	E τ Y ₄₄₂₍₅₎	A θ Y ₄₅₃₍₁₎
5	D η Y ₅₁₅₍₄₎	E λ Y ₅₂₁₍₅₎	A τ Y ₅₃₂₍₁₎	B θ Y ₅₄₃₍₂₎	C ϕ Y ₅₅₄₍₃₎

Model linier aditif untuk respons yang dihasilkan dari Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin adalah (Montgomery, 1984):

$$Y_{ijk(l)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_{(l)} + \varepsilon_{ijk(l)} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{ijk(l)} \sim NID(0, \sigma^2)$$

di mana : i, j, k dan $l = 1, \dots, r$

$Y_{ijk(l)}$	= respons pada baris ke- i , kolom ke- j , huruf Yunani ke- k untuk perlakuan ke- l
α_i	= pengaruh baris ke- i
β_j	= pengaruh kolom ke- j
γ_k	= pengaruh huruf Yunani ke- k
$\delta_{(l)}$	= pengaruh perlakuan ke- l
$\varepsilon_{ijk(l)}$	= galat percobaan pada baris ke- i , kolom ke- j , huruf Yunani ke- k untuk perlakuan ke- l

2.4 Pendugaan Parameter Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin dengan Metode Kuadrat Terkecil

Pada persamaan (2.2), unsur galat percobaan menjadi:

$$\varepsilon_{ijk(l)} = Y_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)} \quad (2.3)$$

Pendugaan parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil dilandasi pada pemminimuman jumlah kuadrat sisa:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)})^2 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) merupakan fungsi kuadrat yang bernilai minimum jika turunan parsial terhadap parameter disamakan dengan nol.

a. Menduga parameter μ

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2}{\partial \mu} = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)})$$

Menyamakan turunan ini dengan nol menghasilkan persamaan normal:

$$-2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r^2 \hat{\mu} - \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i - \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j - \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k - \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j = \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k = \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r^2 \hat{\mu} = 0$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} = r^2 \hat{\mu}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r^2} = \bar{Y}_{...(.)} \quad (2.5)$$

b. Menduga parameter α_i

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2}{\partial \alpha_i} = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\varepsilon_{ijk(l)} - \mu - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)})$$

Menyamakan turunan ini dengan nol menghasilkan persamaan normal:

$$-2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\varepsilon_{ijk(l)} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i - \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j - \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k - \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j = \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k = \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} - r\hat{\alpha}_i = 0$$

$$r\hat{\alpha}_i = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}$$

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} \quad (2.6)$$

c. Menduga parameter β_j

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2}{\partial \beta_j} = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\zeta_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)})$$

Menyamakan turunan ini dengan nol menghasilkan persamaan normal:

$$-2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\zeta_{ijk(l)} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}_i - \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i - r\hat{\beta}_j - \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k - \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j = \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k = \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} - r\hat{\beta}_j = 0$$

$$r\hat{\beta}_j = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}$$

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{j..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} \quad (2.7)$$

- d. Menduga parameter γ_k

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2}{\partial \gamma_k} = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\hat{\epsilon}_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)})$$

Menyamakan turunan ini dengan nol menghasilkan persamaan normal:

$$-2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\hat{\epsilon}_{ijk(l)} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}_i - \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i - \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j - r\hat{\gamma}_k - \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j = \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k = \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} - r\hat{\gamma}_k = 0$$

$$r\hat{\gamma}_k = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}$$

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}$$

(2.8)

- e. Menduga Parameter $\delta_{(l)}$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}^2}{\partial \delta_{(l)}} = -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\hat{\epsilon}_{ijk(l)} - \mu - \alpha_i - \beta_j - \gamma_k - \delta_{(l)})$$

Menyamakan turunan ini dengan nol menghasilkan persamaan normal:

$$\begin{aligned} -2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\zeta_{ijk(l)} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - \hat{\delta}_{(l)}) &= 0 \\ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu}_i - \sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i - \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j - \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k - r\hat{\delta}_{(l)} &= 0 \end{aligned}$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \hat{\alpha}_i = \sum_{j=1}^r \hat{\beta}_j = \sum_{k=1}^r \hat{\gamma}_k = \sum_{l=1}^r \hat{\delta}_{(l)} = 0$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} - r\hat{\delta}_{(l)} &= 0 \\ r\hat{\delta}_{(l)} &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - r\hat{\mu} \\ \hat{\delta}_{(l)} &= \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \hat{\mu} = \bar{Y}_{\dots(l)} - \bar{Y}_{\dots(.)} \end{aligned} \tag{2.9}$$

2.5 Penguraian Jumlah Kuadrat Total

Analisis ragam model Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin diperoleh dari penguraian keragaman total ke dalam komponen-komponen (Yitnosumarto, 1993). Setiap parameter pada persamaan (2.2) diganti dengan penduga :

$$Y_{ijk(l)} = \bar{Y}_{...(.)} + (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{...l(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + \varepsilon_{ijk(l)} \quad (2.10)$$

Untuk mendapatkan penduga bagi $\varepsilon_{ijk(l)}$, parameter persamaan (2.3) diganti dengan penduga:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk(l)} &= Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)} - (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) - (\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) - (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) - (\bar{Y}_{...l(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) \\ &= Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l(.)} + 3\bar{Y}_{...(.)} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Penduga bagi $\varepsilon_{ijk(l)}$ disubstitusikan pada persamaan 2.10 menjadi:

$$\begin{aligned} Y_{ijk(l)} &= \bar{Y}_{...(.)} + (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{...l(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) \\ &\quad + (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l(.)} + 3\bar{Y}_{...(.)}) \end{aligned}$$

dalam bentuk lain:

$$\begin{aligned} Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)} &= (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{...l(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) \\ &\quad + (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l(.)} + 3\bar{Y}_{...(.)}) \end{aligned}$$

$$\text{Total Deviasi} = \text{Deviasi baris} + \text{Deviasi kolom} + \text{Deviasi huruf Yunani} + \text{Deviasi galat} \quad (2.12)$$

Kedua ruas dikuadratkan dan dijumlahkan akan menghasilkan:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)})^2 &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r [(\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) \\ &\quad + (\bar{Y}_{...l(.)} - \bar{Y}_{...(.)}) + (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l(.)} + 3\bar{Y}_{...(.)})]^2 \end{aligned}$$

sehingga menghasilkan:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)})^2 &= r \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2 + r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{.j..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2 + \\ &\quad r \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2 + r \sum_{l=1}^r (\bar{Y}_{...l}) - \bar{Y}_{...(.)})^2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j..(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l}) + 3\bar{Y}_{...(.)}^2 \end{aligned}$$

$$JK_{Total(terkoreksi)} = JK_{Baris} + JK_{Kolom} + JK_{Huruf Yunani} + JK_{Perlakuan} + JK_{Galat} \quad (2.13)$$

Tabel 2.3. Analisis ragam pada Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin

SK	Db	JK
Baris	$r-1$	$r \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2$
Kolom	$r-1$	$r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{.j..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2$
Huruf Yunani	$r-1$	$r \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2$
Perlakuan	$r-1$	$r \sum_{l=1}^r (\bar{Y}_{...l}) - \bar{Y}_{...(.)})^2$
Galat	$(r-1)(r-3)$	$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{.j..(.)} - \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...l}) + 3\bar{Y}_{...(.)}^2$
Total	r^2-1	$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)})^2$

(Montgomery, 1984).

2.6 Asumsi Analisis Ragam

Penggunaan analisis ragam menghendaki pemenuhan beberapa asumsi yaitu perlakuan dan lingkungan bersifat aditif, galat percobaan saling bebas, galat menyebar normal dengan rata-rata nol dan ragam galat homogen (Steel dan Torrie, 1989).

2.6.1 Asumsi Keaditifan

Pelanggaran terhadap asumsi keaditifan mengakibatkan kehilangan informasi pengaruh perlakuan. Selain itu, ketidakaditifan dalam model dapat menyebabkan ragam galat heterogen (Yitnosumarto, 1993).

Menurut Montgomery (1984), pada model Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin tidak terdapat interaksi antara baris, kolom, huruf Yunani dan perlakuan, sehingga model linier pada rancangan ini bersifat aditif.

2.6.2 Asumsi Kebebasan Galat

Jika galat bebas, tidak terdapat korelasi antar galat percobaan ($\text{corr}(\varepsilon_{ijk(l)}, \varepsilon'_{ijk(l)}) = 0$). Pemeriksaan asumsi kebebasan galat dilakukan dengan membuat plot antara galat dengan penduga respons. Plot berpola acak menunjukkan bahwa galat percobaan saling bebas atau tidak berkorelasi dengan galat pengamatan lain (Montgomery, 1984).

2.6.3 Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Menurut Yitnosumarto (1993), analisis ragam menghendaki ragam galat ($V(\varepsilon_{ijk(l)})$) bersifat homogen yaitu σ^2 . Pengujian asumsi kehomogenan ragam galat dilakukan dengan uji Bartlett berlandaskan hipotesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_r^2 = \sigma^2; \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \sigma_i^2 \neq \sigma^2$$

Jika H_0 benar, statistik uji:

$$\frac{\left[\sum_{i=1}^r n_i - 1 \right] \ln s^2 - \sum_{i=1}^r n_i - 1 \ln s_i^2}{c} \sim \chi^2_{(r-1)}$$

dengan:

$$c = 1 + \frac{1}{3(r-1)} \left[\sum_{i=1}^r n_i - 1^{-1} - \left(\sum_{i=1}^r n_i - 1 \right)^{-1} \right]$$
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{...(.)}}{r^2 - 1}$$
$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)}}{r - 1}^2 \quad (2.14)$$

di mana:

s^2 = ragam gabungan semua perlakuan

s_i^2 = ragam perlakuan ke- i

2.6.4 Asumsi Kenormalan Galat

Pelanggaran terhadap asumsi kenormalan galat berakibat pada taraf nyata yang sebenarnya lebih besar dari yang diperkirakan. Dengan kata lain, pelanggaran asumsi ini dapat memperbesar salah jenis I (Steel dan Torrie, 1989).

Pengujian asumsi kenormalan galat berlandaskan hipotesis:

H_0 : galat menyebar normal

H_1 : galat tidak menyebar normal

Pengujian dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov dengan statistik uji (Daniel, 1989):

$$D_n = \text{maks} |F_n(x) - F_0(x)| \quad (2.15)$$

di mana:

D_n = jarak tengah maksimum antara fungsi sebaran empiris $F_n(x)$ dengan fungsi sebaran normal $F_0(x)$

$F_n(x)$ = fungsi sebaran kumulatif contoh

$F_0(x)$ = fungsi sebaran kumulatif normal

2.7 Penanganan Data Terhadap Pelanggaran Asumsi

Transformasi dilakukan untuk mengatasi pelanggaran terhadap asumsi analisis ragam. Melalui transformasi, diharapkan kehomogenan ragam dapat tercapai. Beberapa metode transformasi yang disarankan oleh Steel dan Torrie (1989) adalah:

- Transformasi Akar Kuadrat (\sqrt{Y})

Diterapkan pada Data berupa bilangan bulat kecil. Apabila sebagian Data bernilai kecil, terutama terdapat nilai nol gunakan transformasi $\sqrt{Y + 1/2}$.

- Transformasi Logaritma ($\log Y$)

Diterapkan pada bilangan positif yang mempunyai kisaran luas.

- Transformasi Sudut ($\arcsin \sqrt{Y}$)

Diterapkan pada Data dengan satuan persentase dan proporsi (Sokal dan Rohlf, 1990).

Pada tahun 1964, Box dan Cox memperkenalkan metode transformasi Box dan Cox dalam Drapper dan Smith (1992) :

$$W_i = \begin{cases} (Y_i^\lambda - 1) / \lambda & , \lambda \neq 0 \\ \ln Y_i & , \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Dalam prosedur Box-Cox, λ diduga melalui metode kemungkinan maksimum dengan fungsi kemungkinan (Drapper dan Smith, 1992):

$$L_{maks}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda) + \ln J(\lambda, Y_i) \quad (2.17)$$

$\hat{\sigma}^2(\lambda)$ adalah rata-rata jumlah kuadrat sisa model regresi dengan λ tertentu. Fungsi $J(\lambda, Y_i)$ adalah:

$$J(\lambda, Y_i) = \prod_{i=1}^n \frac{\partial W_i}{\partial Y_i} = \prod_{i=1}^n Y_i^{\lambda-1}, \text{ untuk semua } \lambda \quad (2.18)$$

Prosedur transformasi Box-Cox adalah:

- Pilih λ dalam kisaran (-2,2) atau (-1,1)
- Transformasi Y_i sesuai persamaan 2.16 untuk setiap nilai λ .
- Regresikan W dengan X (taraf perlakuan kuantitatif) sesuai model $W = X\beta + \varepsilon$ setiap λ , menghasilkan jumlah kuadrat sisa.
- Pilih λ yang meminimumkan kuadrat tengah sisa (Drapper dan Smith, 1992).

2.8 Nilai Harapan Kuadrat Tengah

Komponen ragam merupakan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap keragaman Data yang bersifat acak, berbeda untuk jenis model berbeda (tetap, acak dan campuran). Pada model acak, metode pendugaan komponen ragam bergantung pada kuadrat tengah model tetap. Prosedur pendugaan komponen ragam pada model acak adalah melakukan analisis ragam sebagaimana model tetap, kemudian menghitung nilai harapan kuadrat tengah sebagai fungsi linier dari komponen ragam (Searle, 1971).

2.8.1 Model Tetap

Pengaruh perlakuan akan bersifat tetap jika peneliti tidak membuat andaian apapun tentang sebaran pengaruh perlakuan tersebut (Yitnosumarto, 1993).

Jika model (2.2) bersifat tetap, berlaku batasan:

$$\sum_{i=1}^r \alpha_i = \sum_{j=1}^r \beta_j = \sum_{k=1}^r \gamma_k = \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} = 0 \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{ijk(l)} \sim NID(0, \sigma^2)$$

- Nilai harapan kuadrat tengah baris

Langkah pertama dalam menghitung kuadrat tengah baris adalah menguraikan deviasi baris dalam bentuk model linier aditif. Hasil penguraian ini akan disubstitusikan pada nilai harapan jumlah kuadrat baris.

Pandang suku keempat pada ruas kanan persamaan (2.12):

$$\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{\sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{r\mu + r\alpha_i + \sum_{j=1}^r \beta_j + \sum_{k=1}^r \gamma_k + \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} \\
&- \frac{r^2\mu + r\sum_{i=1}^r \alpha_i + r\sum_{j=1}^r \beta_j + r\sum_{k=1}^r \gamma_k + r\sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2} \\
&= (\mu + \alpha_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{i..(.)}) \\
&\quad - (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...(.)}) \\
&= \alpha_{i..(.)} - \bar{\alpha}_i + \bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)} \tag{2.20}
\end{aligned}$$

Menerapkan batasan: $\sum_{i=1}^r \alpha_i = 0$

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^r \alpha_i}{r} = 0$$

$$\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \alpha_i + \bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)}$$

Nilai harapan suku pertama pada ruas kanan persamaan (2.13):

$$\begin{aligned}
E(JK_{Baris}) &= E\left(r \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})\right) \\
&= r \sum_{i=1}^r \left[E(\alpha_i + \bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})^2 \right] \\
&= r \sum_{i=1}^r \left[E(\alpha_i^2 + \bar{\varepsilon}_{i..(.)}^2 - 2\alpha_i \bar{\varepsilon}_{i..(.)}) \right]
\end{aligned}$$

$$= r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 + r \sum_{i=1}^r E \left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right)^2 \quad (2.21)$$

Suku kedua penjumlahan (2.21) dijabarkan menjadi:

$$\begin{aligned} & r \sum_{i=1}^r E \left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right)^2 = r \sum_{i=1}^r \text{var} \left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right) \\ & = r^2 \left(\text{var} \left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \right) + \text{var} \left(\frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right) - 2 \text{cov} \left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r}, \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right) \right) \\ & = r^2 \left(\frac{\sum_{j=1}^r \text{var}(\mathcal{E}_{ijk(l)})}{r^2} + \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \text{var}(\mathcal{E}_{ijk(l)})}{r^4} - \frac{2}{r^3} \sum_{i=1}^r E \left(\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}, \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \right) \right) \\ & = r^2 \left(\frac{r\sigma^2}{r^2} + \frac{r^2\sigma^2}{r^4} - \frac{2r\sigma^2}{r^3} \right) = r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right) \quad (2.22) \\ & E(JK_{Baris}) = r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 + r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right) \\ & = r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} - \frac{\sigma^2}{r^2} \right) + r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= r\sigma^2 - \sigma^2 + r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 \\
E(JK_{Baris}) &= \sigma^2(r-1) + r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2 \\
E(KT_{Baris}) &= \frac{E(JK_{Baris})}{r-1} \\
E(KT_{Baris}) &= \sigma^2 + \frac{r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2}{r-1}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

- b. Nilai harapan kuadrat tengah kolom

Pandang suku kedua pada ruas kanan persamaan (2.12):

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{.j(.)} - \bar{Y}_{...(.)} &= \frac{\sum_{i=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r^2} \\
&= \frac{r\mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i + r\beta_j + \sum_{k=1}^r \gamma_k + \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} \\
&\quad - \frac{r^2\mu + r \sum_{i=1}^r \alpha_i + r \sum_{j=1}^r \beta_j + r \sum_{k=1}^r \gamma_k + r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2} \\
&= (\mu + \bar{\alpha}_i + \beta_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{.j(.)}) \\
&\quad - (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...(.)}) \\
&= (\beta_j - \bar{\beta}_j) + (\bar{\varepsilon}_{.j(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})
\end{aligned} \tag{2.24}$$

menerapkan batasan: $\sum_{j=1}^r \beta_j = 0$

$$\bar{\beta}_j = \frac{\sum_{j=1}^r \beta_j}{r} = 0$$

$$\bar{Y}_{j,(.)} - \bar{Y}_{..(.)} = \beta_j + (\bar{\varepsilon}_{j,(.)} - \bar{\varepsilon}_{..(.)})$$

Nilai harapan suku kedua pada ruas kanan persamaan (2.13):

$$E(JK_{Kolom}) = E\left(r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{j,(.)} - \bar{Y}_{..(.)})^2\right)$$

$$= r \sum_{j=1}^r \left[E(\beta_j + \bar{\varepsilon}_{j,(.)} - \bar{\varepsilon}_{..(.)})^2 \right]$$

$$= r \sum_{j=1}^r \left[E(\beta_j^2 + \bar{\varepsilon}_{j,(.)}^2 - 2\beta_j \bar{\varepsilon}_{j,(.)} + \bar{\varepsilon}_{..(.)}^2) \right]$$

$$= r \sum_{j=1}^r \beta_j^2 + r \sum_{j=1}^r E\left(\frac{\sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2$$

menerapkan hasil persamaan (2.22)

$$E(JK_{Kolom}) = r \sum_{j=1}^r \beta_j^2 + r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right)$$

$$= r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} - \frac{\sigma^2}{r^2} \right) + r \sum_{j=1}^r \beta_j^2$$

$$= r\sigma^2 - \sigma^2 + r \sum_{j=1}^r \beta_j^2$$

$$E(JK_{Kolom}) = \sigma^2(r-1) + r \sum_{j=1}^r \beta_j^2$$

$$E(KT_{Kolom}) = \frac{E(JK_{Kolom})}{r-1}$$

$$E(KT_{Kolom}) = \sigma^2 + \frac{r \sum_{j=1}^r \beta_j^2}{r-1} \quad (2.25)$$

c. Nilai harapan kuadrat tengah huruf Yunani

Pandang suku ketiga pada ruas kanan persamaan (2.12):

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)} &= \frac{\sum_{k=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r^2} \\ &= \frac{r\mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^r \beta_j + r\gamma_k + \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} \\ &\quad - \frac{r^2\mu + r \sum_{i=1}^r \alpha_i + r \sum_{j=1}^r \beta_j + r \sum_{k=1}^r \gamma_k + r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2} \\ &= (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \gamma_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{..k(.)}) \\ &\quad - (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...(.)}) \\ &= (\gamma_k - \bar{\gamma}_k) + (\bar{\varepsilon}_{..k(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)}) \quad (2.26) \end{aligned}$$

menerapkan batasan: $\sum_{k=1}^r \gamma_k = 0$ $\bar{\gamma}_k = \frac{\sum_{k=1}^r \gamma_k}{r} = 0$

$$\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \gamma_k + (\bar{\varepsilon}_{..k(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})$$

Nilai harapan suku ketiga pada ruas kanan persamaan (2.13):

$$\begin{aligned}
 E(JK_{HurufYunani}) &= E\left(r \sum_{k=1}^r (\gamma_{..k(.)} - \bar{\gamma}_{...(.)})^2\right) \\
 &= r \sum_{k=1}^r \left[E(\gamma_k^2) + E(\bar{\epsilon}_{..k(.)}^2) - 2E(\gamma_k \bar{\epsilon}_{..k(.)}) \right] \\
 &= r \sum_{k=1}^r \left[E(\gamma_k^2) + E(\bar{\epsilon}_{..k(.)}^2) - E(\bar{\epsilon}_{...(.)}^2) \right] \\
 &= r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2 + r \sum_{k=1}^r E\left(\frac{\sum_{l=1}^r \epsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \epsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2
 \end{aligned}$$

menerapkan hasil persamaan (2.22)

$$E(JK_{HurufYunani}) = r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2 + r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} - \frac{\sigma^2}{r^2} \right) + r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2 \\
 &= r\sigma^2 - \sigma^2 + r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2
 \end{aligned}$$

$$E(JK_{HurufYunani}) = \sigma^2(r-1) + r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2$$

$$E(KT_{HurufYunani}) = \frac{E(JK_{HurufYunani})}{r-1}$$

$$E(KT_{HurufYunani}) = \sigma^2 + \frac{r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2}{r-1}$$

(2.27)

- d. Nilai harapan kuadrat tengah perlakuan

Pandang suku keempat pada ruas kanan persamaan (2.12):

$$\begin{aligned}
 \bar{Y}_{...l) - \bar{Y}_{...(.)}} &= \frac{\sum_{l=1}^r Y_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r Y_{ijk(l)}}{r^2} \\
 &= \frac{r\mu + \sum_{i=1}^r \alpha_i + \sum_{j=1}^r \beta_j + \sum_{k=1}^r \gamma_k + r\delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} \\
 &\quad - \frac{r^2\mu + r\sum_{i=1}^r \alpha_i + r\sum_{j=1}^r \beta_j + r\sum_{k=1}^r \gamma_k + r\sum_{l=1}^r \delta_{(l)} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2} \\
 &= (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \delta_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...l)}) \\
 &\quad - (\mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...(.)}) \\
 &= (\delta_{(l)} - \bar{\delta}_{(l)}) + (\bar{\varepsilon}_{...l) - \bar{\varepsilon}_{...(.)}}) \tag{2.28}
 \end{aligned}$$

menerapkan batasan: $\sum_{l=1}^r \delta_{(l)} = 0$ $\bar{\delta} = \frac{\sum_{l=1}^r \delta_{(l)}}{r} = 0$

$$\bar{Y}_{...l) - \bar{Y}_{...(.)}} = \delta_{(l)} + (\bar{\varepsilon}_{...l) - \bar{\varepsilon}_{...(.)}})$$

Nilai harapan suku kedua pada ruas kanan persamaan (2.13):

$$\begin{aligned}
 E(JK_{Perlakuan}) &= E\left(r \sum_{l=1}^r (\bar{Y}_{...l) - \bar{Y}_{...(.)}})^2\right) \\
 &= r \sum_{l=1}^r \left[E(\delta_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...l) - \bar{\varepsilon}_{...(.)}})^2 \right] \\
 &= r \sum_{l=1}^r \left[E(\delta_{(l)}^2 + \bar{\varepsilon}_{...l) - \bar{\varepsilon}_{...(.)}}^2) \right]
 \end{aligned}$$

$$= r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2 + r \sum_{l=1}^r E \left(\frac{\sum_{l=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2} \right)^2$$

menerapkan hasil persamaan (2.22):

$$E(JK_{\text{Perlakuan}}) = r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2 + r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right)$$

$$\begin{aligned} &= r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} - \frac{\sigma^2}{r^2} \right) + r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2 \\ &= r\sigma^2 - \sigma^2 + r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2 \end{aligned}$$

$$E(JK_{\text{Perlakuan}}) = \sigma^2(r-1) + r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2$$

$$E(KT_{\text{Perlakuan}}) = \frac{E(JK_{\text{Perlakuan}})}{r-1}$$

$$E(KT_{\text{Perlakuan}}) = \sigma^2 + \frac{r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2}{r-1}$$

(2.29)

e. Nilai harapan kuadrat tengah galat

Pandang suku kelima pada ruas kanan persamaan 2.12

$$E(JK_{\text{Galat}}) = E \left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{j..(.)} - \bar{Y}_{k..(.)} - \bar{Y}_{...l}) + 3\bar{Y}_{...(.)} \right)$$

Dengan mensubstitusikan bentuk:

$$Y_{ijk(l)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_{(l)} + \varepsilon_{ijk(l)}$$

$$\bar{Y}_{i..(.)} = \mu + \alpha_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{i..(.)}$$

$$\bar{Y}_{j(.)} = \mu + \bar{\alpha}_i + \beta_j + \bar{\gamma}_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{j(.)}$$

$$\bar{Y}_{..k(.)} = \mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \gamma_k + \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{..k(.)}$$

$$\bar{Y}_{...(l)} = \mu + \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_j + \bar{\gamma}_k + \delta_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...(l)}$$

didapatkan hasil:

$$E(JK_{Galat}) = E\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)}) - (\bar{\varepsilon}_{j(.)} + \bar{\varepsilon}_{..k(.)}) - (\bar{\varepsilon}_{...(l)} - 3\bar{\varepsilon}_{...(l)})^2\right)$$

$$E(JK_{Galat}) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r E((\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)}) - (\bar{\varepsilon}_{j(.)} + \bar{\varepsilon}_{..k(.)}) - (\bar{\varepsilon}_{...(l)} - 3\bar{\varepsilon}_{...(l)})^2)$$

$$E(JK_{Galat}) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r E((\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)})^2 + (\bar{\varepsilon}_{j(.)} - \bar{\varepsilon}_{..k(.)})^2 + (\bar{\varepsilon}_{...(l)} - 3\bar{\varepsilon}_{...(l)})^2 - 2(\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)})(\bar{\varepsilon}_{j(.)} - \bar{\varepsilon}_{..k(.)}) - 2(\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)})(\bar{\varepsilon}_{...(l)} - 3\bar{\varepsilon}_{...(l)}) + 2(\bar{\varepsilon}_{j(.)} - \bar{\varepsilon}_{..k(.)})(\bar{\varepsilon}_{...(l)} - 3\bar{\varepsilon}_{...(l)}))$$

- $E(\varepsilon_{ijk(l)} - \bar{\varepsilon}_{i(.)})^2 = E(\varepsilon_{ijk(l)})^2 + E\left(\frac{\sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r}\right)^2$

$$+ 2E\left(\varepsilon_{ijk(l)} \frac{\sum_{i=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r}\right) = \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{r} - \frac{2\sigma^2}{r} = \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{r}$$

- $E(\bar{\varepsilon}_{j(.)} + \bar{\varepsilon}_{..k(.)})^2 = E\left(\frac{\sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r}\right)^2 + E\left(\frac{\sum_{k=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r}\right)^2$

$$+ 2E\left(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \frac{\sum_{k=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \right) \\ = \frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r^2} = \frac{2\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r^2}$$

- $$\bullet E \bar{\mathcal{E}}_{\dots(l)} - 3\bar{\mathcal{E}}_{\dots(\cdot)}^2 = E\left(\frac{\sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \right)^2 + 9E\left(\frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right) \\ - 2E\left(\frac{\sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \frac{3\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r^2} \right) \\ = \frac{\sigma^2}{r} + \frac{9\sigma^2}{r^2} - \frac{6\sigma^2}{r^2} = \frac{\sigma^2}{r} + \frac{3\sigma^2}{r^2}$$

- $$\bullet E -2\mathcal{E}_{ijk(l)} - \bar{\mathcal{E}}_{i..(\cdot)} - \bar{\mathcal{E}}_{j..(\cdot)} + \bar{\mathcal{E}}_{k..(\cdot)} \\ = -2E(\mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} + \mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{\sum_{k=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r}) \\ - \frac{\sum_{i=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{\sum_{k=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r}}{r}) \\ = -2\left(\frac{2\sigma^2}{r} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right) = \frac{-4\sigma^2}{r} + \frac{4\sigma^2}{r^2}$$

- $E -2 \bar{\mathcal{E}}_{ijk(l)} - \bar{\mathcal{E}}_{i..(.)} - \bar{\mathcal{E}}_{...l) - 3\bar{\mathcal{E}}_{...(.)}$

$$= -2E(\mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{\sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \mathcal{E}_{ijk(l)} \frac{3\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r})$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\sum_{i=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} + \frac{\sum_{i=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} 3\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \\ & = -2 \left(\frac{\sigma^2}{r} - \frac{3\sigma^2}{r^2} - \frac{\sigma^2}{r^2} + \frac{3\sigma^2}{r^2} \right) = \frac{-2\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r^2} \end{aligned}$$

- $E 2 \bar{\mathcal{E}}_{.j(.)} + \bar{\mathcal{E}}_{..k(.)} - \bar{\mathcal{E}}_{...l) - 3\bar{\mathcal{E}}_{...(.)}$

$$\begin{aligned} & 2E(\frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} 3\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} \\ & + \frac{\sum_{k=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} \sum_{l=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{k=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)} 3\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \mathcal{E}_{ijk(l)}}{r}) \\ & = 2 \left(\frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{3\sigma^2}{r^2} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{3\sigma^2}{r^2} \right) = -\frac{8\sigma^2}{r^2} \end{aligned}$$

sehingga didapatkan hasil:

$$\begin{aligned} E(JK_{Galat}) &= r^2 (\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r^2} + \frac{\sigma^2}{r} + \frac{3\sigma^2}{r^2} - \frac{4\sigma^2}{r} + \frac{4\sigma^2}{r^2} \\ & - \frac{2\sigma^2}{r} + \frac{2\sigma^2}{r^2} - \frac{8\sigma^2}{r^2}) \end{aligned}$$

$$E(JK_{Galat}) = r^2(\sigma^2 - \frac{4}{r}\sigma^2 + \frac{3}{r^2}\sigma^2) = (r^2 - 4r + 3r)\sigma^2$$

$$E(KT_{Galat}) = \frac{E(JK_{Galat})}{(r-1)(r-3)} = \frac{(r-1)(r-3)\sigma^2}{(r-1)(r-3)} = \sigma^2 \quad (2.30)$$

2.8.2 Model Acak

Pengaruh acak merupakan pengaruh perlakuan yang bersifat acak di mana peneliti membuat andaian tentang sebaran pengaruh perlakuan tersebut. Misal pada suatu percobaan pemuliaan tanaman 8 galur yang dipilih secara acak dari 20 galur. Dengan demikian, peneliti membuat andaian tentang populasi berdasarkan 8 galur. (Yitnosumarto, 1993:25).

Pendugaan nilai harapan kuadrat tengah baris pada model acak sama dengan pada model tetap. Perbedaannya terletak pada asumsi yang melandasi model tetap (2.19) tidak berlaku pada model acak. Pada persamaan 2.2, jika model bersifat acak maka berlaku asumsi:

$$\alpha_i \sim NID(0, \sigma_B^2)$$

$$\beta_j \sim NID(0, \sigma_K^2)$$

$$\gamma_k \sim NID(0, \sigma_Y^2)$$

$$\delta_{(l)} \sim NID(0, \sigma_P^2)$$

$$\varepsilon_{ijk(l)} \sim NID(0, \sigma^2)$$

di mana:

σ^2 : komponen ragam galat

σ_B^2 : komponen ragam baris

σ_K^2 : komponen ragam kolom

σ_Y^2 : komponen ragam huruf Yunani

σ_P^2 : komponen ragam perlakuan

a. Nilai harapan kuadrat tengah baris

Pandang deviasi baris persamaan 2.20

$$\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = (\alpha_i - \bar{\alpha}_i) + (\bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})$$

Penjabaran Nilai Harapan Kuadrat Tengah Baris:

$$\begin{aligned} E(JK_{Baris}) &= E\left(r \sum_{i=1}^r (\bar{Y}_{i..(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2\right) \\ &= r \sum_{i=1}^r \left[E(\alpha_i - \bar{\alpha}_i)^2 + (\bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})^2 \right] \\ &= r \sum_{i=1}^r \left[E(\alpha_i - \bar{\alpha}_i)^2 + (\bar{\varepsilon}_{i..(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})^2 \right] \\ &= r \sum_{i=1}^r E\left(\alpha_i - \frac{\sum_{j=1}^r \alpha_j}{r}\right)^2 + r \sum_{i=1}^r E\left(\frac{\sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2 \\ &= r^2 \left(\sigma_B^2 + \frac{\sigma_B^2}{r} - \frac{2\sigma_B^2}{r} \right) + r^2 \left(\frac{\sigma^2}{r} + \frac{\sigma^2}{r^2} - \frac{2\sigma^2}{r^2} \right) \\ &= r^2 \sigma_B^2 - r \sigma_B^2 + r \sigma^2 - \sigma^2 \\ &= (r-1)r \sigma_B^2 + (r-1)\sigma^2 \end{aligned}$$

$$E(JK_{Baris}) = (r-1)(r \sigma_B^2 + \sigma^2)$$

$$E(KT_{Baris}) = \frac{E(JK_{Baris})}{r-1}$$

$$E(KT_{Baris}) = r \sigma_B^2 + \sigma^2$$

(2.31)

b. Nilai harapan kuadrat tengah kolom

Pandang deviasi kolom persamaan 2.24:

$$\bar{Y}_{j,(.)} - \bar{Y}_{...,(.)} = \beta_j - \bar{\beta}_j + \bar{\varepsilon}_{j,(.)} - \bar{\varepsilon}_{...,(.)}$$

sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} E(JK_{Kolom}) &= E\left(r \sum_{j=1}^r (\bar{Y}_{j,(.)} - \bar{Y}_{...,(.)})^2\right) \\ &= r \sum_{j=1}^r \left[E(\beta_j - \bar{\beta}_j)^2 + (\bar{\varepsilon}_{j,(.)} - \bar{\varepsilon}_{...,(.)})^2 \right] \\ &= r \sum_{j=1}^r E\left(\beta_j - \frac{\sum_{i=1}^r \beta_i}{r}\right)^2 + r \sum_{j=1}^r E\left(\frac{\sum_{l=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2 \\ &= r^2 \sigma_K^2 - r \sigma_K^2 + r \sigma^2 - \sigma^2 \\ &= (r-1)r \sigma_K^2 + (r-1)\sigma^2 \\ E(JK_{Kolom}) &= (r-1)(r \sigma_K^2 + \sigma^2) \\ E(KT_{Kolom}) &= \frac{E(JK_{Kolom})}{r-1} \\ E(KT_{Kolom}) &= r \sigma_K^2 + \sigma^2 \end{aligned} \tag{2.32}$$

- c. Nilai harapan kuadrat tengah huruf Yunani

Pandang deviasi huruf Yunani persamaan 2.26:

$$\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \gamma_k - \bar{\gamma}_k + \bar{\varepsilon}_{..k(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)}$$

sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}
 E(JK_{HurufYunani}) &= E\left(r \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{..k(.)} - \bar{Y}_{...(.)})^2\right) \\
 &= r \sum_{k=1}^r \left[E(\gamma_k - \bar{\gamma}_k)^2 + E(\bar{\varepsilon}_{..k(.)} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})^2 \right] \\
 &= r \sum_{k=1}^r \left[E\left(\gamma_k - \frac{\sum_{k=1}^r \gamma_k}{r}\right)^2 + r \sum_{k=1}^r E\left(\frac{\sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2 \right] \\
 &= r^2 \sigma_Y^2 - r \sigma_Y^2 + r \sigma^2 - \sigma^2 \\
 &= (r-1)r \sigma_Y^2 + (r-1)\sigma^2 \\
 E(JK_{HurufYunani}) &= (r-1)(r \sigma_Y^2 + \sigma^2) \\
 E(KT_{HurufYunani}) &= \frac{E(JK_{HurufYunani})}{r-1} \\
 E(KT_{HurufYunani}) &= r \sigma_Y^2 + \sigma^2
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

- d. Nilai harapan kuadrat tengah perlakuan
 Pandang deviasi perlakuan persamaan 2.28:
 $\bar{Y}_{...l} - \bar{Y}_{...(.)} = \delta_l - \bar{\delta}_{(l)} + \bar{\varepsilon}_{...l} - \bar{\varepsilon}_{...(.)}$
 sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned}
 E(JK_{\text{perlakuan}}) &= E\left(r \sum_{l=1}^r (\bar{Y}_{...l} - \bar{Y}_{...(.)})^2\right) \\
 &= r \sum_{l=1}^r \left[E(\delta_l - \bar{\delta}_{(l)})^2 + (\bar{\varepsilon}_{...l} - \bar{\varepsilon}_{...(.)})^2 \right] \\
 &= r \sum_{l=1}^r \left[E\left(\delta_{(l)} - \frac{\sum_{l=1}^r \delta_l}{r}\right)^2 + \left(\bar{\varepsilon}_{...l} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2 \right] \\
 &= r \sum_{l=1}^r E\left(\delta_{(l)} - \frac{\sum_{l=1}^r \delta_l}{r}\right)^2 + r \sum_{l=1}^r E\left(\frac{\sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \varepsilon_{ijk(l)}}{r^2}\right)^2 \\
 &= r^2 \sigma_p^2 - r \sigma_p^2 + r \sigma^2 - \sigma^2 \\
 &= (r-1)r \sigma_p^2 + (r-1)\sigma^2 \\
 E(JK_{\text{perlakuan}}) &= (r-1)(r \sigma_p^2 + \sigma^2) \\
 E(KT_{\text{perlakuan}}) &= \frac{E(JK_{\text{perlakuan}})}{r-1} \\
 E(KT_{\text{perlakuan}}) &= r \sigma_p^2 + \sigma^2
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

Tabel 2.4. Nilai Harapan Kuadrat Tengah untuk Model Tetap dan Acak

SK	Db	$E(KT)$	
		Model tetap	Model acak
Baris	$r-1$	$\sigma^2 + \frac{r \sum_{i=1}^r \alpha_i^2}{r-1}$	$\sigma^2 + r\sigma_B^2$
Kolom	$r-1$	$\sigma^2 + \frac{r \sum_{j=1}^r \beta_j^2}{r-1}$	$\sigma^2 + r\sigma_K^2$
Huruf Yunani	$r-1$	$\sigma^2 + \frac{r \sum_{k=1}^r \gamma_k^2}{r-1}$	$\sigma^2 + r\sigma_Y^2$
Perlakuan	$r-1$	$\sigma^2 + \frac{r \sum_{l=1}^r \delta_{(l)}^2}{r-1}$	$\sigma^2 + r\sigma_P^2$
Galat	$(r-3)(r-1)$	σ^2	σ^2
Total	r^2-1		

Setelah komponen ragam didapatkan, keragaman pada sumber keragaman dapat dihitung dengan persamaan (Yitnosumarto, 1993) :

$$KP_x = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \quad (2.35)$$

di mana:

KP_x : Besar keragaman yang disebabkan sumber keragaman ke- x

σ_x^2 : Komponen ragam sumber keragaman ke- x .

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan 2 Data sekunder. Data 1 bersumber pada penelitian Kusumawati (2004): “*Kajian Rancangan Bujur Sangkar Latin dan Bujur Sangkar Graeco Latin*”. Percobaan dilakukan untuk mempelajari pengaruh jenis kemasan terhadap hasil banyaknya roti terjual pada suatu pabrik. Perlakuan berupa 5 jenis kemasan roti (kemasan A, B, C, D, E). Lingkungan dipengaruhi oleh 3 arah gradien yaitu:

1. Hari (α_i): Senin, Selasa, Rabu, Kamis dan Jumat.
2. Toko (β_j): I, II, III, IV dan V.
3. Ketinggian Rak (γ_k): $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ dan ε .

Data 2 bersumber pada penelitian Hartutik (2001): “*Pengaruh Penggunaan Bungkil Biji Kapuk (Ceiba pentandra, Gartn.) Dalam Konsentrat Terhadap Konsumsi dan Kecernaan Ransum Pada Sapi PFH Jantan Berfistula*”. Percobaan bertujuan untuk mempelajari pengaruh penggunaan 4 ransum berbeda terhadap banyaknya protozoa ($x10^5/ml$) pada cairan rumen sapi perah peranakan *Friesian Holstein* (PFH) jantan berfistula. Pengambilan cairan dilakukan pada 4 periode (setiap periode 3 minggu) dan pada 4 jam berbeda di akhir periode. Perlakuan berupa 4 ransum rumput gajah. Lingkungan dipengaruhi oleh 3 arah gradien yaitu:

1. Sapi (α_i): I, II, III dan IV.
2. Periode (β_j): I, II, III dan IV
3. Jam pengambilan (γ_k): α, β, γ dan δ

Kedua Data disajikan pada Lampiran 1.

3.2 Metode Penelitian

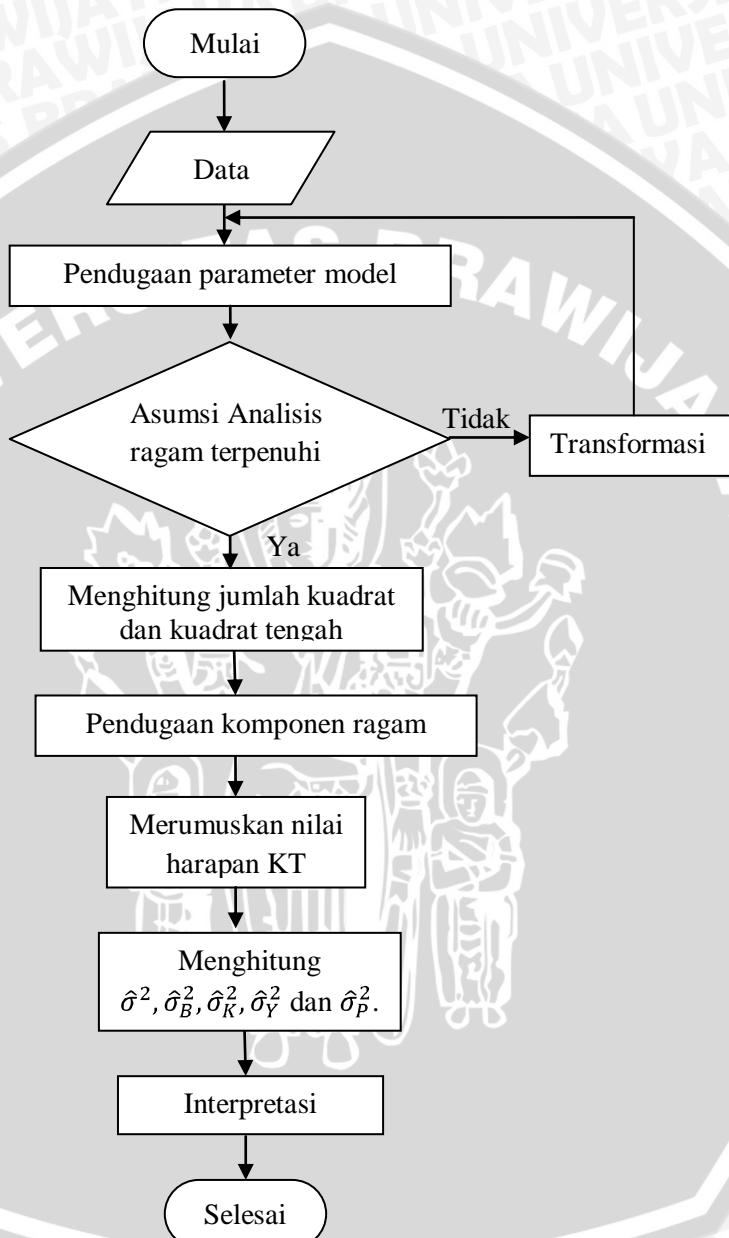
Tahapan-tahapan analisis yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. Menduga parameter menggunakan Metode Kuadrat Terkecil sesuai persamaan (2.5), (2.6), (2.7), (2.8) dan (2.9)
2. Menguji asumsi analisis ragam, yakni:

- 2.1 Kebebasan galat, diuji dengan plot $\varepsilon_{ijk(l)}$ dengan $\hat{Y}_{ijk(l)}$
- 2.2 Kehomogenan ragam galat sesuai persamaan (2.14)
- 2.3 Kenormalan galat sesuai persamaan (2.15)
3. Melakukan transformasi sesuai persamaan (2.16) jika Data tidak memenuhi asumsi
4. Menghitung jumlah kuadrat dan kuadrat tengah baris, kolom, huruf Yunani, perlakuan dan total berdasarkan rumus pada tabel (2.3).
5. Menduga komponen ragam dengan metode ANOVA
 - 5.1 Membentuk nilai harapan kuadrat tengah sesuai tabel (2.4).
 - 5.2 Menghitung $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\sigma}_B^2$, $\hat{\sigma}_K^2$, $\hat{\sigma}_Y^2$ dan $\hat{\sigma}_P^2$ dan besar keragaman (%) sesuai persamaan (2.31)

Pendugaan komponen ragam dilakukan dengan bantuan perangkat lunak *Genstat*. Secara sistematis diagram alir analisis disajikan pada Gambar 3.1.





Gambar 3.1. Prosedur Analisis Data



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Pendugaan Parameter Model

4.1.1 Hasil Pendugaan Parameter Model Data 1

a. Pendugaan Parameter μ

Parameter μ diduga dengan persamaan (2.5). Pada Data 1 diperoleh nilai $\bar{Y}_{...(.)} = 4310$, sehingga:

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{Y}_{...(.)}}{r^2} = \frac{4310}{25} = 172.4$$

b. Pendugaan Parameter α_i (Hari)

Parameter α_i diduga dengan persamaan (2.6). Pada Data 1 diperoleh nilai $\bar{Y}_{1..(.)} = 886$, $\bar{Y}_{2..(.)} = 912$, $\bar{Y}_{3..(.)} = 888$, $\bar{Y}_{4..(.)} = 707$ dan $\bar{Y}_{5..(.)} = 917$, sehingga:

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Y}_{1..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{886}{5} - 172.4 = 4.8$$

$$\hat{\alpha}_2 = \bar{Y}_{2..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{912}{5} - 172.4 = 10$$

$$\hat{\alpha}_3 = \bar{Y}_{3..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{888}{5} - 172.4 = 5.2$$

$$\hat{\alpha}_4 = \bar{Y}_{4..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{707}{5} - 172.4 = -31$$

$$\hat{\alpha}_5 = \bar{Y}_{5..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{917}{5} - 172.4 = 11$$

c. Pendugaan Parameter β_j (Toko)

Parameter β_j diduga dengan persamaan (2.7). Pada Data 1 diperoleh nilai $\bar{Y}_{1..(.)} = 861$, $\bar{Y}_{2..(.)} = 928$, $\bar{Y}_{3..(.)} = 875$, $\bar{Y}_{4..(.)} = 811$ dan $\bar{Y}_{5..(.)} = 835$, sehingga:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{1..(.)} - \bar{Y}_{...(.)} = \frac{861}{5} - 172.4 = -0.2$$

$$\hat{\beta}_2 = \bar{Y}_{2(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{928}{5} - 172.4 = 13.2$$

$$\hat{\beta}_3 = \bar{Y}_{3(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{875}{5} - 172.4 = 2.6$$

$$\hat{\beta}_4 = \bar{Y}_{4(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{811}{5} - 172.4 = -10.2$$

$$\hat{\beta}_5 = \bar{Y}_{5(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{835}{5} - 172.4 = -5.4$$

d. Pendugaan Parameter γ_k (Ketinggian Rak)

Parameter γ_k diduga dengan persamaan (2.8). Pada Data 1 diperoleh nilai $Y_{..1(\cdot)} = 784$, $Y_{..2(\cdot)} = 863$, $Y_{..3(\cdot)} = 777$, $Y_{..4(\cdot)} = 849$ dan $Y_{..5(\cdot)} = 1037$, sehingga:

$$\hat{\gamma}_1 = \bar{Y}_{..1(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{784}{5} - 172.4 = -15.6$$

$$\hat{\gamma}_2 = \bar{Y}_{..2(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{863}{5} - 172.4 = 0.2$$

$$\hat{\gamma}_3 = \bar{Y}_{..3(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{777}{5} - 172.4 = -17$$

$$\hat{\gamma}_4 = \bar{Y}_{..4(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{849}{5} - 172.4 = -2.6$$

$$\hat{\gamma}_5 = \bar{Y}_{..5(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{1037}{5} - 172.4 = 35$$

e. Pendugaan Parameter $\delta_{(l)}$ (Jenis Kemasan)

Parameter $\delta_{(l)}$ diduga dengan persamaan (2.9). Pada Data 1 diperoleh nilai $Y_{...1(\cdot)} = 351$, $Y_{...2(\cdot)} = 898$, $Y_{...3(\cdot)} = 1076$, $Y_{...4(\cdot)} = 650$ dan $Y_{...5(\cdot)} = 1335$, sehingga:

$$\hat{\delta}_{(1)} = \bar{Y}_{...1(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{351}{5} - 172.4 = -102.2$$

$$\hat{\delta}_{(2)} = \bar{Y}_{...2(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{898}{5} - 172.4 = 7.2$$

$$\hat{\delta}_{(3)} = \bar{Y}_{\dots(3)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{1076}{5} - 172.4 = 42.8$$

$$\hat{\delta}_{(4)} = \bar{Y}_{\dots(4)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{650}{5} - 172.4 = -42.4$$

$$\hat{\delta}_{(5)} = \bar{Y}_{\dots(5)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{1335}{5} - 172.4 = 94.6$$

4.1.2 Hasil Pendugaan Parameter Model Data 2

a. Pendugaan Parameter μ

Parameter μ diduga dengan persamaan (2.5). Pada Data 2 diperoleh nilai $Y_{\dots(.)} = 42.73$, sehingga:

$$\hat{\mu} = \frac{Y_{\dots(.)}}{r^2} = \frac{42.73}{16} = 2.67$$

b. Pendugaan Parameter α_i (Sapi)

Parameter α_i diduga dengan persamaan (2.6). Pada Data 2 diperoleh nilai $Y_{1\cdot(.)} = 9.36$, $Y_{2\cdot(.)} = 9.75$, $Y_{3\cdot(.)} = 8.4$ dan $Y_{4\cdot(.)} = 15.22$, sehingga:

$$\hat{\alpha}_1 = \bar{Y}_{1\cdot(.)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{9.36}{4} - 2.67 = -0.33$$

$$\hat{\alpha}_2 = \bar{Y}_{2\cdot(.)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{9.75}{4} - 2.67 = -0.23$$

$$\hat{\alpha}_3 = \bar{Y}_{3\cdot(.)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{8.4}{4} - 2.67 = -0.57$$

$$\hat{\alpha}_4 = \bar{Y}_{4\cdot(.)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{15.22}{4} - 2.67 = 1.135$$

c. Pendugaan Parameter β_j (Periode pengambilan)

Parameter β_j diduga dengan persamaan (2.7). Pada Data 2 diperoleh nilai $Y_{1\cdot(.)} = 10.46$, $Y_{2\cdot(.)} = 10.08$, $Y_{3\cdot(.)} = 9.54$ dan $Y_{4\cdot(.)} = 12.65$, sehingga:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{1\cdot(.)} - \bar{Y}_{\dots(.)} = \frac{10.46}{4} - 2.67 = -0.055$$

$$\hat{\beta}_2 = \bar{Y}_{2(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{10.08}{4} - 2.67 = -0.15$$

$$\hat{\beta}_3 = \bar{Y}_{3(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{9.54}{4} - 2.67 = -0.285$$

$$\hat{\beta}_4 = \bar{Y}_{4(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{12.65}{4} - 2.67 = 0.4925$$

- d. Pendugaan Parameter γ_k (Jam Pengambilan)

Parameter γ_k diduga dengan persamaan (2.8). Pada Data 2 diperoleh nilai $Y_{..1(\cdot)} = 11.22$, $Y_{..2(\cdot)} = 10.32$, $Y_{..3(\cdot)} = 9.96$ dan $Y_{..4(\cdot)} = 11.23$, sehingga:

$$\hat{\gamma}_1 = \bar{Y}_{..1(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{11.22}{4} - 2.67 = 0.135$$

$$\hat{\gamma}_2 = \bar{Y}_{..2(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{10.32}{4} - 2.67 = -0.09$$

$$\hat{\gamma}_3 = \bar{Y}_{..3(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{9.96}{4} - 2.67 = -0.18$$

$$\hat{\gamma}_4 = \bar{Y}_{..4(\cdot)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{11.23}{4} - 2.67 = 0.137$$

- e. Pendugaan Parameter $\delta_{(l)}$ (Jenis Ransum)

Parameter $\delta_{(l)}$ diduga dengan persamaan (2.9). Pada Data 2 diperoleh nilai $Y_{..(1)} = 12.08$, $Y_{..(2)} = 6.6$, $Y_{..(3)} = 12.56$ dan $Y_{..(4)} = 11.49$, sehingga:

$$\hat{\delta}_{(1)} = \bar{Y}_{..(1)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{12.08}{4} - 2.67 = 0.35$$

$$\hat{\delta}_{(2)} = \bar{Y}_{..(2)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{6.6}{4} - 2.67 = -1.02$$

$$\hat{\delta}_{(3)} = \bar{Y}_{..(3)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{12.56}{4} - 2.67 = 0.47$$

$$\hat{\delta}_{(4)} = \bar{Y}_{..(4)} - \bar{Y}_{\dots(\cdot)} = \frac{11.49}{4} - 2.67 = 0.202$$

Tabel 4.1. Hasil Pendugaan Parameter

Parameter	Data 1	Data 2	Parameter	Data 1	Data 2
μ	172.4	2.67	α_i	4.8	-0.33
				10	-0.23
				5.2	-0.57
				-31	1.135
				11	
				-0.2	-0.055
β_j			γ_k	13.2	-0.15
				2.6	-0.285
				-10.2	0.492
				-5.4	
				35	
			$\delta_{(l)}$	-102.2	0.35
				7.2	-1.02
				42.8	0.47
				-42.4	0.202
				94.6	

Berdasarkan hasil pendugaan parameter Data 1, sebagian besar roti yang terjual adalah 172 buah. Banyaknya roti terjual pada hari Kamis 31 buah lebih sedikit dari rata-rata. Roti yang terjual pada toko II adalah 13 buah lebih banyak dari rata-rata. Pada rak paling tinggi, roti terjual 35 buah lebih banyak dari rata-rata. Pada jenis kemasan ke V, roti terjual 95 buah lebih banyak dari rata-rata.

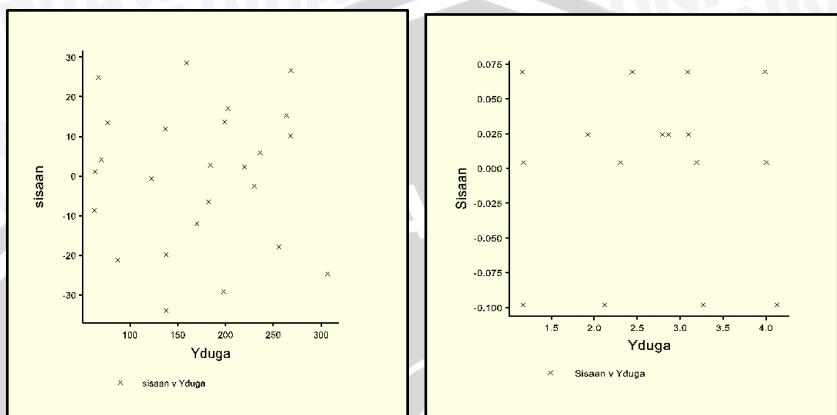
Pada Data 2, sebagian besar banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi adalah $2.67 \times 10^5 / \text{ml}$. Keempat sumber keragaman (Sapi, periode, jam pengambilan dan jenis ransum) memberikan pengaruh sedikit terhadap banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi.

4.2 Hasil Pengujian Asumsi

4.2.1 Hasil Pengujian Asumsi Kebebasan Galat

Hasil pengujian asumsi kebebasan galat dilakukan secara grafis dengan membuat plot antara $\varepsilon_{ijk(l)}$ dan $\hat{Y}_{ijk(l)}$ (lihat lampiran 2). Menurut Montgomery (1984), asumsi ini terpenuhi bilamana plot menunjukkan pola acak (tak berkorelasi/bebas).

Diagram pencar kedua Data menghasilkan pola acak. Hal ini mengindikasikan tidak ada korelasi antar galat (galat saling bebas).



Gambar 4.1. Diagram pencar $\varepsilon_{ijk(l)}$ terhadap $\hat{Y}_{ijk(l)}$ untuk Data 1 (a) dan Data 2 (b)

4.2.2 Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Kehomogenan ragam galat diuji dengan χ^2 Bartlett sesuai persamaan 2.13 berlandaskan hipotesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_r^2 = \sigma^2 ; \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \sigma_i^2 \neq \sigma^2$$

Tabel 4.2. Hasil Uji Bartlett

Data	χ^2	Nilai- <i>p</i>
1	4.87	0.301
2	0.48	0.923

Berdasarkan Tabel 4.1 yang menyajikan statistik uji dan nilai-*p*, H_0 diterima. Dengan demikian, ragam galat bersifat homogen.

4.2.3 Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat

Uji Kolmogorov-Smirnov sesuai persamaan 2.15 digunakan pada pengujian terhadap hipotesis:

H_0 : galat menyebar normal

H_1 : galat tidak menyebar normal

Besaran pada Tabel 4.2 menunjukkan penerimaan H_0 karena statistik uji $<$ titik kritis atau nilai- $p > 0.05$. Dengan demikian, galat menyebar normal.

Tabel 4.3. Hasil Uji Kolmogorov Smirnov

Data	D_n	$D_{n(\alpha)}$	Nilai- p
1	0.086	0.270	>0.150
2	0.177	0.328	>0.150

4.3 Hasil Analisis Ragam

Analisis ragam untuk model Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin didasarkan pada penguraian keragaman total ke dalam komponen-komponen sesuai persamaan 2.12 berdasarkan hipotesis pengujian pengaruh:

- Baris

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0 ; \alpha_i = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \alpha_i \neq 0$$

- Kolom

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_r = 0 ; \beta_j = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } j \text{ di mana } \beta_j \neq 0$$

- Huruf Yunani

$$H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_r = 0 ; \gamma_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } k \text{ di mana } \gamma_k \neq 0$$

- Perlakuan

$$H_0 : \delta_{(1)} = \delta_{(2)} = \cdots = \delta_{(r)} = 0 ; \delta_{(l)} = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } l \text{ di mana } \delta_{(l)} \neq 0$$

Tabel 4.4. Analisis Ragam Data 1

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Statistik Uji F _(4,8)	Nilai-p
Hari	4	6138.6	1534.6	1.66	0.2509
Toko	4	1545	386.2	0.42	0.7903
Ketinggian Rak	4	8852.2	2213.0	2.39	0.1368
Jenis Kemasan	4	115462.2	28865.5	31.21	< 0.001
Galat	8	7397.9	924.7		
Total	24	139395.8			

Hasil analisis ragam menunjukkan bahwa hanya perlakuan yang berpengaruh terhadap banyaknya roti yang terjual. Jenis kemasan merupakan faktor penentu banyaknya roti yang terjual pada pabrik.

Tabel 4.5. Analisis Ragam Data 2

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Statistik Uji F _(3,3)	Nilai-p
Sapi	3	7.104	2.368	117.98	0.001
Periode	3	1.397	0.466	23.20	0.014
Jam Pengambilan	3	0.310	0.103	5.16	0.105
Jenis Ransum	3	5.699	1.899	94.64	0.002
Galat	3	0.060	0.020		
Total	15	14.57			

Hasil analisis ragam pada Data 2 menunjukkan bahwa semua sumber keragaman berpengaruh terhadap banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi jantan kecuali jam pengambilan cairan. Sapi, periode dan jenis ransum merupakan faktor penentu banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi jantan.

4.4 Hasil Pendugaan Komponen Ragam

4.4.1 Hasil Pendugaan Komponen Ragam Data 1

- Komponen Ragam Baris (Hari)

Sesuai Tabel 4.2 didapatkan:

$$E(KT_{Galat}) = \sigma^2 = 924.74$$

Nilai harapan kuadrat tengah baris sesuai persamaan 2.31:

$$E(KT_{Baris}) = r\sigma_B^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam baris:

$$E(1534.65) = 5\sigma_B^2 + 924.74$$

$$1534.65 = 5\sigma_B^2 + 924.74$$

$$609.91 = 5\hat{\sigma}_B^2$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = 121.982$$

Ragam pengaruh komponen hari terhadap banyaknya roti terjual adalah 121.982.

- Komponen Ragam Kolom (Toko)

Nilai harapan kuadrat tengah kolom sesuai persamaan 2.32:

$$E(KT_{Kolom}) = r\sigma_K^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam kolom:

$$E(386.25) = 5\sigma_K^2 + 924.74$$

$$386.25 = 5\sigma_K^2 + 924.74$$

$$-538.49 = 5\hat{\sigma}_K^2$$

$$\hat{\sigma}_K^2 = -107.698$$

Besar komponen ragam pengaruh toko terhadap banyaknya roti terjual bernilai negatif disebabkan $KT_{Kolom} < KT_{Galat}$. Karena ragam suatu peubah tidak mungkin bernilai negatif, maka besaran diabaikan dalam mengukur keragaman kolom (Yitnosumarto, 1993), dengan demikian $\sigma_K^2 = 0$.

- c. Komponen Ragam Huruf Yunani (Ketinggian rak)

Nilai harapan kuadrat tengah huruf Yunani sesuai persamaan 2.33:

$$E(KT_{HurufYunani}) = r\sigma_Y^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam huruf Yunani:

$$E(2213.05) = 5\sigma_Y^2 + 924.74$$

$$2213.05 = 5\sigma_Y^2 + 924.74$$

$$1288.31 = 5\hat{\sigma}_Y^2$$

$$\hat{\sigma}_Y^2 = 257.662$$

Ragam pengaruh ketinggian rak terhadap banyaknya roti terjual adalah 257.662

- d. Komponen Ragam Perlakuan (Jenis Kemasan)

Nilai harapan kuadrat tengah perlakuan sesuai persamaan

2.34:

$$E(KT_{Perlakuan}) = r\sigma_P^2 + \sigma^2$$

Menghasilkan penduga komponen ragam perlakuan:

$$E(28865.55) = 5\sigma_P^2 + 924.74$$

$$28865.55 = 5\sigma_P^2 + 924.74$$

$$27940.81 = 5\hat{\sigma}_P^2$$

$$\hat{\sigma}_P^2 = 5588.16$$

Ragam pengaruh jenis kemasan terhadap banyaknya roti terjual adalah 5588.16, terbesar di antara komponen ragam lain.

Setelah komponen ragam tersebut didapatkan, keragaman untuk sumber keragaman berdasarkan persamaan 2.35:

$$KP_{Baris} = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\%$$

$$= \frac{121.982}{121.982 + 0 + 257.662 + 5588.16 + 924.74} \times 100\% \\ = 1.77\%$$

Keragaman hari adalah 1.77% terhadap keragaman banyaknya roti terjual. Dengan kata lain, banyaknya roti terjual tidak ditentukan oleh hari. Keragaman toko tidak diperhitungkan karena komponen ragam toko bernilai 0.

$$KP_{Yunani} = \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\ = \frac{257.662}{121.982 + 0 + 257.662 + 5588.16 + 924.74} \times 100\% \\ = 3.74\%$$

Keragaman ketinggian rak adalah 3.74% terhadap keragaman banyaknya roti terjual. Dengan kata lain, banyaknya roti terjual tidak ditentukan oleh ketinggian rak.

$$KP_{Perlakuan} = \frac{\sigma_P^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\ = \frac{5588.16}{121.982 + 0 + 257.662 + 5588.16 + 924.74} \times 100\% \\ = 81.07\%$$

Keragaman jenis kemasan adalah 81.07% terhadap keragaman banyaknya roti terjual. Dengan kata lain, jenis kemasan merupakan faktor penentu banyaknya roti terjual. Pabrik disarankan untuk membuat desain, ukuran dan bentuk kemasan menarik agar banyaknya roti terjual dapat meningkat.

Tabel 4.6. Komponen Ragam Data 1

Sumber Keragaman	Besar Komponen Ragam	Persentase (%)
Hari (α_i)	121.982	1.77
Toko (β_j)	0	0
Ketinggian Rak (γ_k)	257.662	3.74
Jenis Kemasan ($\delta_{(l)}$)	5588.16	81.07

4.4.2 Hasil Pendugaan Komponen Ragam Data 2

- a. Komponen Ragam Baris (Sapi)

Sesuai Tabel 4.2 didapatkan nilai:

$$E(KT_{Baris}) = \sigma^2 = 0.02$$

Nilai harapan kuadrat tengah baris sesuai persamaan 2.31:

$$E(KT_{Baris}) = r\sigma_B^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam baris:

$$E(2.368) = 4\sigma_B^2 + 0.02$$

$$2.368 = 4\sigma_B^2 + 0.02$$

$$2.348 = 4\hat{\sigma}_B^2$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = 0.587$$

Ragam pengaruh sapi terhadap banyaknya protozoa adalah 0.587.

- b. Komponen Ragam Kolom (Periode)

Nilai harapan kuadrat tengah kolom sesuai persamaan 2.32:

$$E(KT_{Kolom}) = r\sigma_K^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam kolom:

$$E(0.466) = 4\sigma_K^2 + 0.02$$

$$0.466 = 4\sigma_K^2 + 0.02$$

$$0.446 = 4\hat{\sigma}_K^2$$

$$\hat{\sigma}_K^2 = 0.1115$$

Ragam pengaruh periode pengambilan cairan rumen terhadap banyaknya protozoa adalah 4.64.

- c. Komponen Ragam Huruf Yunani (Jam Pengambilan)

Nilai harapan kuadrat tengah huruf Yunani sesuai persamaan 2.33:

$$E(KT_{HurufYunani}) = r\sigma_Y^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam huruf Yunani:

$$E(0.103) = 4\sigma_Y^2 + 0.02$$

$$0.103 = 4\sigma_Y^2 + 0.02$$

$$0.083 = 4\hat{\sigma}_Y^2$$

$$\hat{\sigma}_Y^2 = 0.021$$

Ragam pengaruh jam pengambilan cairan rumen terhadap banyaknya protozoa adalah 0.021

d. Komponen Ragam Perlakuan (Jenis Ransum)

Nilai harapan kuadrat tengah perlakuan sesuai persamaan 2.34:

$$E(KT_{Perlakuan}) = r\sigma_p^2 + \sigma^2$$

menghasilkan penduga komponen ragam perlakuan:

$$E(1.899) = 4\sigma_p^2 + 0.02$$

$$1.899 = 4\sigma_p^2 + 0.02$$

$$1.879 = 4\hat{\sigma}_p^2$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = 0.469$$

Ragam pengaruh jenis ransum terhadap banyaknya protozoa adalah 0.469

Setelah komponen ragam tersebut didapatkan, keragaman pada sumber keragaman dapat dihitung dengan persamaan 2.35:

$$\begin{aligned} KP_{Baris} &= \frac{\sigma_B^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\ &= \frac{0.587}{0.587 + 0.1115 + 0.021 + 0.469 + 0.02} \times 100\% \\ &= 48.59\% \end{aligned}$$

Keragaman sapi adalah 48.59% terhadap keragaman banyaknya protozoa pada cairan rumen, terbesar di antara komponen ragam lain. Dengan demikian, perbedaan kondisi sapi merupakan faktor utama yang menentukan banyaknya protozoa pada cairan rumen.

$$\begin{aligned}
 KP_{Kolom} &= \frac{\sigma_K^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\
 &= \frac{0.1115}{0.587 + 0.1115 + 0.021 + 0.469 + 0.02} \times 100\% \\
 &= 9.23\%
 \end{aligned}$$

Keragaman periode pengambilan cairan rumen adalah 9.23% terhadap keragaman banyaknya protozoa pada cairan rumen. Dengan demikian pengaruh periode pengambilan cairan cukup sedikit terhadap banyaknya protozoa pada cairan rumen.

$$\begin{aligned}
 KP_{Yunani} &= \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\
 &= \frac{0.021}{0.587 + 0.1115 + 0.021 + 0.469 + 0.02} \times 100\% \\
 &= 1.74\%
 \end{aligned}$$

Keragaman jam pengambilan cairan adalah 1.74% terhadap keragaman banyaknya protozoa. Dengan kata lain, perbedaan jam pengambilan tidak menentukan banyaknya protozoa karena memberikan kontribusi keragaman sangat kecil.

$$\begin{aligned}
 KP_{Perlakuan} &= \frac{\sigma_P^2}{\sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_P^2 + \sigma^2} \times 100\% \\
 &= \frac{0.469}{0.587 + 0.1115 + 0.021 + 0.469 + 0.02} \times 100\% \\
 &= 38.82\%
 \end{aligned}$$

Keragaman jenis ransum adalah 38.82% terhadap keragaman banyaknya protozoa. Dengan kata lain, perlakuan berupa jenis ransum sangat menentukan banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi.

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan, diketahui bahwa keragaman kondisi sapi berkontribusi paling besar di antara sumber keragaman yang lain dalam mempengaruhi banyaknya protozoa ($\times 10^5 / \text{ml}$) pada cairan rumen sapi perah peranakan *Friesian Holstein* (PFH) jantan berfistula. Selain kondisi sapi, jenis ransum juga memberikan kontribusi yang cukup besar. Besar persentase komponen ragam tersaji dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.7. Komponen Ragam Data 2

Sumber Keragaman	Besar Komponen Ragam	Percentase (%)
Sapi (α_i)	0.587	48.59
Periode (β_j)	0.1115	9.23
Jam (γ_k)	0.021	1.74
Ransom ($\delta_{(l)}$)	0.469	38.82



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pendugaan komponen ragam Rancangan Bujur Sangkar Graeco Latin dapat disimpulkan:

1. Sebagian besar roti yang terjual adalah 172 buah. Banyaknya roti terjual pada hari Kamis 31 buah lebih sedikit dari rata-rata. Roti yang terjual pada toko II adalah 13 buah lebih banyak dari rata-rata. Pada rak paling tinggi, roti terjual 35 buah lebih banyak dari rata-rata. Pada jenis kemasan ke V, roti terjual 95 buah lebih banyak dari rata-rata. Sebagian besar banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi adalah $2.67 \times 10^5/\text{ml}$. Keempat sumber keragaman (Sapi, periode, jam pengambilan dan jenis ransum) memberikan pengaruh sedikit terhadap banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi.
2. Jenis kemasan merupakan faktor penentu banyaknya roti yang terjual dengan kontribusi sebesar 81.07%, sedangkan kondisi sapi dan jenis ransum sangat mempengaruhi banyaknya protozoa ($\times 10^5/\text{ml}$) pada cairan rumen sapi (48.59% dan 38.82%).

5.2 Saran

Peneliti lain disarankan untuk menerapkan metode lain pada pendugaan komponen ragam seperti metode kemungkinan maksimum (MLE), kemungkinan maksimum terbatas (REML) atau penduga Bayessian.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Daniel, W.W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Terjemahan: Alex Tri Kantjono. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Drapper, N.R. dan H. Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Ir. Bambang Sumantri. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Hartutik. 2001. *Pengaruh Penggunaan Bungkil Biji Kapuk (Ceiba pentandra, Gartn.) Dalam Konsentrat Terhadap Konsumsi dan Kecernaan Ransum Pada Sapi PFH Jantan Berfistula*. Jurnal Agritek, Vol 10, No. 4. Jurusan Peternakan Fakultas Peternakan Universitas Brawijaya. Malang.
- Kusumawati, P. 2004. *Kajian Rancangan Bujur Sangkar Latin dan Bujur Sangkar Graeco Latin*. Skripsi. Program Studi Statistika Universitas Brawijaya. Malang (tidak dipublikasikan).
- Montgomery, D.C. 1984. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons. New York.
- Searle, S.R., G. Casella and C.E. McCulloch. 2006. *Variance Components*. John Wiley and Sons. New Jersey.
- Searle, S.R. 1971. *Linear Models*. John Wiley and Sons. New York.
- Sokal, R.R. dan F.J. Rohlf. 1981. *Biometry: The Principles and Practice of Statistics in Biological Research*. WH Freeman and Company. New York.
- Steel, R.G.D. dan J.H. Torrie. 1989. *Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik*. Terjemahan Bambang Sumantri. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Walpole, R.E. dan R.H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Terjemahan R.K Sembiring. ITB Press. Bandung.

Yitnosumarto, S. 1993. Percobaan Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.



Lampiran 1. Banyaknya roti produksi suatu pabrik yang terjual

Hari (<i>i</i>)	Toko (<i>j</i>)					$Y_{i..(.)}$
	I	II	III	IV	V	
Senin	238 E α	228 C δ	158 B γ	188 D ϵ	74 A β	886
	149 D δ	220 B β	92 A α	169 C γ	282 E ϵ	912
Rabu	222 B ϵ	295 E γ	104 D β	54 A δ	213 C α	888
	187 C β	66 A ϵ	242 E δ	122 B α	90 D γ	707
Jumat	65 A γ	119 D α	279 C ϵ	278 E β	176 B δ	917
$Y_{.j(.)}$	861	928	875	811	835	4310
$Y_{..k(.)}$	784	863	777	849	1037	
$Y_{...l(.)}$	351	898	1076	650	1335	

Lampiran 2. Banyaknya protozoa pada cairan rumen sapi ($\times 10^5$ /ml)

Sapi (<i>i</i>)	Periode (<i>j</i>)				$Y_{i..(.)}$
	1	2	3	4	
1	2.31 D γ	2.82 C δ	1.07 B α	3.16 A β	9.36
2	2.89 A α	1.18 B β	2.51 C γ	3.17 D δ	9.75
3	1.23 B δ	2.02 A γ	1.95 D β	3.2 C α	8.4
4	4.03 C β	4.06 D α	4.01 A δ	3.12 B γ	15.22
$Y_{j..(.)}$	10.46	10.08	9.54	12.65	42.73
$Y_{..k(.)}$	11.22	10.32	9.96	11.23	
$Y_{...l(.)}$	12.08	6.6	12.56	11.49	

Lampiran 3. Nilai $\hat{Y}_{ijk(l)}$ dan $\varepsilon_{ijk(l)}$ Data 1

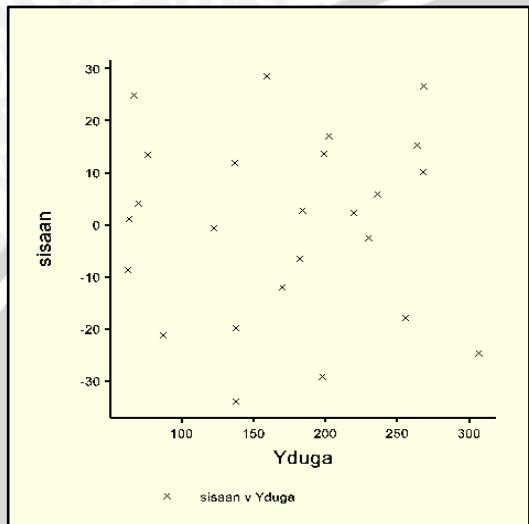
$Y_{ijk(l)}$	$\hat{Y}_{ijk(l)}$	$\varepsilon_{ijk(l)}$
238	255.92	-17.92
149	137.12	11.88
222	219.72	2.28
187	184.32	2.68
65	63.92	1.08
228	230.52	-2.52
220	202.92	17.08
295	268.32	26.68
66	87.32	-21.32
119	137.92	-19.92
158	170.12	-12.12
92	67.12	24.88
104	137.92	-33.92
242	236.12	5.88
279	263.72	15.28
188	159.52	28.48
169	198.12	-29.12
54	62.72	-8.72
122	122.72	-0.72
278	267.92	10.08
74	69.92	4.08
282	306.72	-24.72
213	199.32	13.68
90	76.52	13.48
176	182.52	-6.52

Lampiran 4. Nilai $\hat{Y}_{ijk(l)}$ dan $\varepsilon_{ijk(l)}$ Data 2

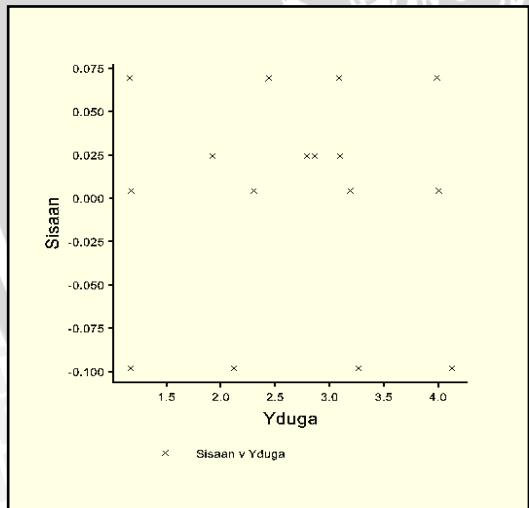
$Y_{ijk(l)}$	$\hat{Y}_{ijk(l)}$	$\varepsilon_{ijk(l)}$
2.31	2.305625	0.004375
2.82	2.795625	0.024375
1.07	1.168125	-0.098125
3.16	3.090625	0.069375
2.89	2.865625	0.024375
1.18	1.175625	0.004375
2.51	2.440625	0.069375
3.17	3.268125	-0.098125
1.23	1.160625	0.069375
2.02	2.118125	-0.098125
1.95	1.925625	0.024375
3.2	3.195625	0.004375
4.03	4.128125	-0.098125
4.06	3.990625	0.069375
4.01	4.005625	0.004375
3.12	3.095625	0.024375

Lampiran 5. Diagram pencar $\varepsilon_{ijk(l)}$ terhadap $\hat{Y}_{ijk(l)}$

Data 1



Data 2



Lampiran 6. Hasil Pengujian Bartlett

Data 1

Bartlett's test for homogeneity of variances

Chi-square 4.87 on 4 degrees of freedom: probability 0.301

Data 2

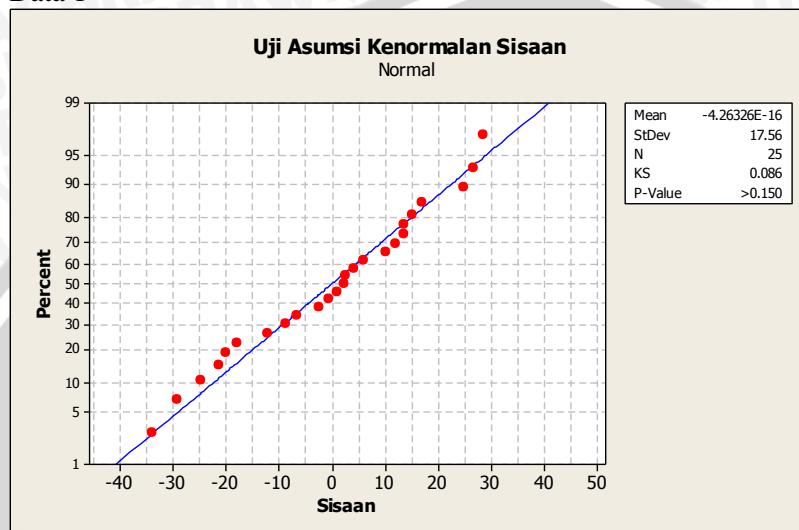
Bartlett's test for homogeneity of variances

Chi-square 0.48 on 3 degrees of freedom: probability 0.923

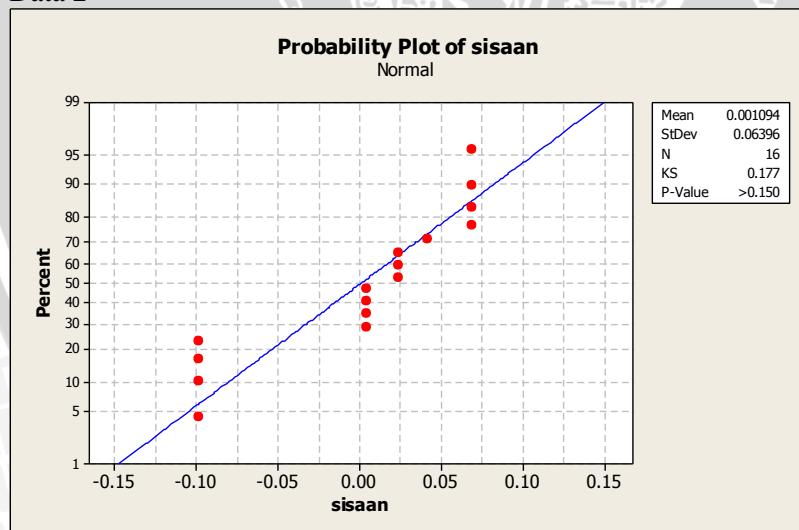


Lampiran 7. Hasil Pengujian Kolmogorov-Smirnov

Data 1



Data 2



Lampiran 8. Analisis Ragam

Data 1

Analysis of variance

Variate: Hasil

Source of variation	d.f.	s.s.	m.s.	v.r	F.pr
Baris stratum	4	6138.6	1534.6	1.66	
Kolom stratum	4	1545.0	386.2	0.42	
Yunani stratum	4	8852.2	2213.0	2.39	
Perlakuan	4	115462.2	28865.5	31.21	<.001
Residual	8	7397.9	924.7		
Total	24	139395.8			

Data 2

Analysis of variance

Variate: Jumlah_protozoa

Source of variation	d.f.	s.s.	m.s.	v.r	F.pr
Baris stratum	3	7.104	2.369	117.98	
Kolom stratum	3	1.397	0.466	23.20	
Yunani stratum	3	0.31	0.103	5.16	
Perlakuan	3	5.699	1.899	94.64	0.002
Residual	3	0.06	0.02		
Total	15	14.57			