

**ANALISIS SIFAT PENDUGA *LEAST TRIMMED SQUARES*
(LTS) PADA REGRESI LINIER BERGANDA YANG
MENGANDUNG PENCILAN DENGAN BERBAGAI UKURAN
CONTOH**

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

oleh :
AMELIA NUR AZIZAH
0910950003-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG**

2013

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**ANALISIS SIFAT PENDUGA *LEAST TRIMMED SQUARES*
(LTS) PADA REGRESI LINIER BERGANDA YANG
MENGANDUNG PENCILAN DENGAN BERBAGAI UKURAN
CONTOH**

oleh :

AMELIA NUR AZIZAH

0910950003-95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
Pada tanggal 4 Desember 2013
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I

Pembimbing II

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc, Ph.D

NIP. 19760328 199903 2 001

Dr. Ir. Solimun, MS

NIP. 19611215 198703 1 002

**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc

NIP. 19670907 199203 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Amelia Nur Azizah
NIM : 0910950003-95
Jurusan : Matematika
Program Studi : Statistika
Penulis Skripsi Berjudul : Analisis Sifat Penduga *Least Trimmed Squares* (LTS) pada Regresi Linier Berganda yang Mengandung Pencilan dengan Berbagai Ukuran Contoh

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam Daftar Pustaka Skripsi ini, semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi.
2. Apabila di kemudian hari diketahui bahwa isi Skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 4 Desember 2013
Yang menyatakan,

(Amelia Nur Azizah)
NIM. 0910950003-95

ANALISIS SIFAT PENDUGA *LEAST TRIMMED SQUARES* (LTS) PADA REGRESI LINIER BERGANDA YANG MENGANDUNG PENCILAN DENGAN BERBAGAI UKURAN CONTOH

ABSTRAK

Pendugaan parameter dalam model regresi dapat dilakukan dengan Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Squares* (OLS) yang memerlukan beberapa asumsi klasik tentang galat dalam model yang dihasilkan. Asumsi yang harus dipenuhi yaitu kenormalan galat, kebebasan galat (non autokorelasi), dan kehomogenan ragam galat (homoskedastisitas). Dalam beberapa kasus, data yang melandasi pembentukan model regresi memiliki pencilan (*outlier*) berupa pengamatan dengan nilai sisaan yang jauh lebih besar dibandingkan sisaan pengamatan lain atau jauh dari rata-rata sisaan. Penanganan menggunakan OLS menghasilkan nilai penduga parameter yang bersifat bias. Oleh karena itu, digunakan Metode *Least Trimmed Squares* (LTS). Metode ini adalah salah satu metode pendugaan parameter regresi *robust* yang mempunyai prinsip pendugaan parameter yang sama dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat. Hanya saja pada metode LTS, jumlah kuadrat galat yang diminimumkan adalah jumlah kuadrat galat dari h pengamatan yang dianggap bukan pencilan. Analisis sifat penduga LTS dilakukan dengan melihat nilai bias, ragam dan *Mean Square Error* (MSE) ketika diterapkan pada data yang mengandung pencilan dengan berbagai ukuran contoh untuk regresi linier berganda. Pertambahan banyaknya pencilan tidak mempengaruhi sifat penduga LTS karena penduga ini termasuk penduga yang kekar (*robust*) terhadap pencilan. Sedangkan pertambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter. Oleh karena itu, metode *Least Trimmed Squares* (LTS) lebih baik digunakan pada data berukuran contoh besar yang mengandung pencilan berpengaruh pada regresi linier berganda.

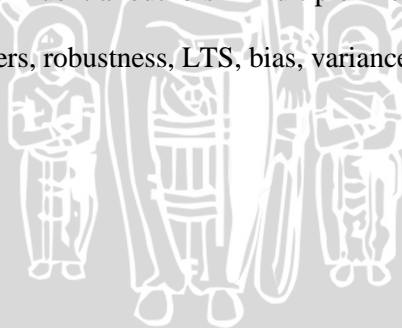
Kata Kunci : OLS, *outlier*, *robust*, LTS, bias, ragam, MSE.

PROPERTIES OF *LEAST TRIMMED SQUARES* (LTS) ESTIMATOR ON MULTIPLE LINEAR REGRESSION WITH OUTLIERS AT VARIOUS SAMPLE SIZES

ABSTRACT

Estimation of parameters in a regression model using Ordinary Least Squares Method (OLS), requires some classical assumptions about error of the model. The assumptions are, i.e. normality, non autocorrelation, and homogeneity of variance. In some cases, the data used to estimate the model contains outliers. In the presence of outliers, OLS estimators will be bias. Therefore, a more robust method such as Least Trimmed Squares Method (LTS) must be used instead. This method is minimizes the sum of squared errors based on h non outlying observations. The properties of LTS estimators under study are bias, variance, and Mean Square Error (MSE) when it is applied to data with outliers at various sample sizes for multiple linear regression. The increase of the number of outliers does not affect the properties of LTS estimator. Whereas the increase in the size sample affects the LTS estimator. The larger the sample size, the smaller the value of bias, variance and MSE estimators of parameters. Therefore, this method is better used on a large sample size of data containing influential outliers in multiple linear regression .

Keywords : OLS, outliers, robustness, LTS, bias, variance, MSE.



KATA PENGANTAR

Puji Syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa, sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul “Analisis Sifat Penduga *Least Trimmed Square* (LTS) pada Regresi Linier Berganda yang Mengandung Pencilan dengan Berbagai Ukuran Contoh”. Dalam penyusunan Skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D, selaku Dosen Pembimbing I atas segala motivasi, bimbingan, masukan, dan nasehat selama proses penyelesaian Skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
2. Bapak Dr. Ir. Solimun, MS, selaku Dosen Pembimbing II atas segala bimbingan dan nasehat selama proses penyelesaian Skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dr. Suci Astutik, S.Si, M.Sc., selaku Dosen Penguji atas saran dan masukan yang telah diberikan.
4. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.
5. Orang tua, keluarga, dan teman-teman untuk segala kasih sayang, semangat, dan doa yang selalu diberikan kepada penulis selama ini.
6. Teman-teman Program Studi Statistika 2009 atas bantuan, dukungan, dan kerjasamanya.
7. Seluruh staf pengajaran Jurusan Matematika atas bantuan dan kerjasamanya.
8. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan Skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan seluruhnya.

Penulis menyadari bahwa Skripsi ini masih kurang sempurna. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan untuk penulisan yang lebih baik. Semoga Skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Malang, Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	4
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Analisis Regresi.....	5
2.2 Analisis Regresi Linier Berganda.....	5
2.3 Metode Kuadrat Terkecil atau <i>Ordinary Least Square</i> (OLS)	6
2.3.1 Sifat Penduga Kuadrat Terkecil.....	8
2.4 Pengujian Asumsi Analisis Regresi.....	9
2.5 Pencilan.....	13
2.5.1 Pengertian Pencilan.....	13
2.5.2 Pendeteksian Pencilan.....	14
2.6 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh.....	15
2.7 Regresi Robust.....	17
2.8 Metode <i>Least Trimmed Square</i> (LTS).....	18
2.8.1 Algoritma <i>Least Trimmed Square</i> (LTS).....	19
2.9 <i>Mean Square Error</i> (MSE).....	20
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Data.....	21
3.2 Metode Analisis.....	21

3.2.1 Pembangkitan Data.....	22
3.2.2 Pendeteksian Pencilan	22
3.3.3 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh.....	23
3.3.4 Pendugaan Parameter Regresi <i>Robust</i> dengan Metode <i>Least Trimmed Square</i> (LTS).....	23
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Pendeteksian Pencilan dan Pencilan Berpengaruh	25
4.2 Pendugaan Parameter Metode <i>Least Trimmed Square</i> (LTS)	26
4.3 Perbandingan nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter LTS seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	28
4.3.1 Bias penduga parameter.....	30
4.3.2 Ragam penduga parameter	33
4.3.3 MSE penduga parameter	36
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan.....	41
5.2 Saran	41
DAFTAR PUSTAKA	43
LAMPIRAN	45

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1. Bias $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	30
Gambar 4.2. Bias $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	31
Gambar 4.3. Bias $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	31
Gambar 4.4. Bias $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	32
Gambar 4.5. Ragam $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	33
Gambar 4.6. Ragam $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	34
Gambar 4.7. Ragam $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	34
Gambar 4.8. Ragam $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	35
Gambar 4.9. MSE $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	36
Gambar 4.10. MSE $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	37
Gambar 4.11. MSE $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	37
Gambar 4.12. MSE $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh	38

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Nilai Kritis Uji <i>Anderson Darling</i>	10
Tabel 4.1 Hasil perhitungan banyaknya pencilan.....	25
Tabel 4.2 Nilai h data simulasi	26
Tabel 4.3 Rata-rata penduga parameter menggunakan metode LTS	27
Tabel 4.4 Nilai bias penduga parameter menggunakan metode LTS	28
Tabel 4.5 Nilai ragam penduga parameter menggunakan metode LTS.....	29
Tabel 4.6 Nilai MSE penduga parameter menggunakan metode LTS.....	29



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 15	45
Lampiran 2 Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 30	46
Lampiran 3 Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 50	48
Lampiran 4 Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 100	50
Lampiran 5 Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 200	54
Lampiran 6 Diagram Alir Penelitian pada Data Simulasi	62
Lampiran 7 Diagram Alir Metode LTS	64
Lampiran 8 Macro simulasi menggunakan Minitab 14	65
Lampiran 9 Macro analisis data metode LTS menggunakan SAS 9.1.3	68



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi linier merupakan suatu analisis untuk mengetahui hubungan antara peubah respon (Y) dengan satu atau lebih peubah prediktor (X). Regresi linier sederhana merupakan suatu analisis yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara satu peubah respon dengan satu peubah prediktor, sedangkan regresi linier berganda merupakan suatu analisis yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara satu peubah respon dengan lebih dari satu peubah prediktor.

Pendugaan parameter dalam model regresi dapat dilakukan dengan Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Squares* (OLS). Dalam analisis regresi, penggunaan metode OLS memerlukan beberapa asumsi klasik tentang galat dalam model yang dihasilkan. Asumsi yang harus dipenuhi yaitu kenormalan galat, kebebasan galat (non autokorelasi), kehomogenan ragam galat (homoskedastisitas), dan non multikolinieritas. Apabila asumsi-asumsi tersebut terpenuhi, maka penduga parameter yang diperoleh bersifat *best linier unbiased estimator* (BLUE).

Dalam beberapa kasus, data yang melandasi pembentukan model regresi memiliki pencilan (*outlier*) berupa pengamatan dengan nilai sisaan yang jauh lebih besar dibandingkan sisaan pengamatan lain atau jauh dari rata-rata sisaan. Pencilan terjadi karena terdapat kesalahan memasukkan data, kesalahan pengambilan sampel, atau terdapat pengamatan ekstrim yang tidak dapat dihindari keberadaannya. Menurut Montgomery dan Peck (1992), OLS adalah metode yang peka terhadap adanya pencilan. Pencilan (*outlier*) merupakan pengamatan yang menyimpang jauh dibandingkan pengamatan lainnya. Apabila terdapat salah satu asumsi yang tidak terpenuhi, maka penggunaan OLS akan mendapatkan kesimpulan yang kurang baik atau nilai penduga parameter bersifat bias. Akibatnya interpretasi hasil yang diperoleh menjadi tidak valid. Oleh karena itu, apabila asumsi klasik tidak terpenuhi, sebaiknya menghindari penggunaan metode OLS.

Menurut Draper dan Smith (1992), cara yang dapat dilakukan apabila terdapat pencilan yaitu menghilangkan pengamatan *outlier* kemudian menganalisis kembali tanpa amatan tersebut. Namun dalam beberapa kasus, pengamatan *outlier* dapat memberikan informasi yang tidak dapat diberikan oleh pengamatan lain. Dalam regresi, hal ini disebut *influent point*. Oleh karena itu, diperlukan alternatif penduga parameter yang dapat mengatasi adanya pencilan tanpa harus menghilangkannya. Apabila terdapat pencilan, maka digunakan metode *robust* yang merupakan metode alternatif untuk menghasilkan model yang lebih baik daripada model yang diduga dengan metode OLS berdasarkan kriteria *Mean Square Error* (MSE).

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika terdapat beberapa pencilan yang berpengaruh terhadap model agar diperoleh model yang *robust* atau *resistance* terhadap pencilan (Ryan, 1997). Chen (2002) mengemukakan bahwa terdapat beberapa metode pendugaan parameter regresi *robust*, diantaranya penduga-M, penduga *High Breakdown Point*, dan penduga-MM (kombinasi dari penduga-M dengan penduga *High Breakdown Point*). Penduga *High Breakdown Point* meliputi *Least Median of Squares* (LMS), *Least Trimmed Squares* (LTS), dan penduga-S.

Dari lima metode penduga tersebut, penelitian ini terfokus pada metode pendugaan *robust Least Trimmed Squares* (LTS) karena menurut Rousseeuw dan Hubert (1997), metode LTS memiliki kemampuan yang lebih baik dibandingkan dengan metode lain dalam mengatasi pencilan yang disebabkan baik oleh peubah prediktor maupun peubah respon. Selain itu, algoritma metode LTS lebih mudah dibandingkan metode lain karena dalam proses estimasinya, LTS hanya memangkas data berdasarkan jumlah pencilan yang teramati, sehingga akan menghasilkan jumlah kuadrat h residual yang kecil dan konvergen. Metode ini hampir sama dengan metode OLS. Hanya saja LTS digunakan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat dari h pengamatan, di mana h merupakan konstanta pemotongan (Ryan, 1997).

Metode pendugaan *robust Least Trimmed Squares* (LTS) telah dibahas pada penelitian sebelumnya oleh Fatmawati

(2004). Penggunaan metode ini terbatas pada perbedaan hasil pendugaan koefisien model regresi linier *robust* serta membandingkan keakuratan model yang dihasilkan antara metode LTS dan OLS. Oleh karena itu, pada penelitian ini dianalisis lebih lanjut sifat kebaikan penduga metode *robust Least Trimmed Squares* (LTS) pada regresi linier berganda ketika terdapat pencilan. Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data yang dibangkitkan menggunakan metode simulasi. Simulasi dilakukan pada berbagai proporsi pencilan dan ukuran contoh, sehingga dapat dibandingkan hasil dugaan yang diperoleh dari pengaruh sebelum dan sesudah penambahan proporsi pencilan dan ukuran contoh.

Metode *Least Trimmed Squares* (LTS) bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat h residual. Wu (2006) menjelaskan bahwa h optimal yang digunakan dalam metode LTS adalah:

$$h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+1)}{2} \right\rfloor \text{ atau } \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+2)}{2} \right\rfloor,$$

dengan p adalah banyak peubah prediktor dan n adalah banyak pengamatan. Penggunaan h optimal ini akan mempengaruhi besarnya nilai *breakdown* (ε_n^*), dengan nilai *breakdown* merupakan suatu nilai yang menunjukkan proporsi terkecil dari data yang terpengaruh pencilan yang dapat menyebabkan penduga bernilai jauh berbeda dengan penduga dari data yang tidak terpengaruh pencilan.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana pengaruh banyaknya pencilan pada sifat penduga *Least Trimmed Squares* (LTS)?
2. Bagaimana hasil model regresi terbaik dengan melihat nilai *Mean Square Error* (MSE) pada penduga *Least Trimmed Squares* (LTS) apabila ukuran contoh bertambah banyak?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mengetahui pengaruh banyaknya pencilan pada sifat penduga *Least Trimmed Squares* (LTS).
2. Mendapatkan model regresi terbaik dengan melihat nilai *Mean Square Error* (MSE) pada penduga *Least Trimmed Squares* (LTS) apabila ukuran contoh bertambah banyak.

1.4 Batasan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini difokuskan pada regresi *robust* dengan metode *Least Trimmed Squares* (LTS) dengan menggunakan data yang dibangkitkan berdasarkan model regresi linier berganda yang mengandung pencilan berpengaruh dengan berbagai proporsi pencilan dan ukuran contoh.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini agar dapat mengetahui penggunaan metode *robust Least Trimmed Squares* (LTS) dalam menganalisis sifat penduga parameter model regresi linier berganda pada data yang mengandung pencilan berpengaruh apabila proporsi pencilan dan ukuran contoh bertambah banyak.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan suatu analisis untuk mengetahui hubungan antara peubah respon (Y) dan peubah prediktor (X) (Ryan, 1997). Menurut Walpole (1992), analisis regresi melibatkan dua buah peubah, yaitu peubah prediktor dan peubah respon. Apabila terdapat hubungan linier antara satu peubah respon dengan satu atau beberapa peubah prediktor maka model hubungan antara peubah tersebut adalah sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i, \quad (2.1)$$

dengan β_0 dan β_1 adalah parameter persamaan regresi, ε_i adalah sisaan atau residual, dan i adalah nomor pengamatan.

2.2 Analisis Regresi Linier Berganda

Analisis Regresi Linier Berganda merupakan analisis untuk mengetahui hubungan antara satu peubah respon (Y) dengan lebih dari satu peubah prediktor (X) (Walpole, 1992).

Menurut Draper dan Smith (1992) penulisan model regresi linier berganda untuk n pengamatan data berpasangan $Z = (X_i, Y_i)$, dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i, \quad (2.2)$$

dengan :

i = 1, 2, ..., n

Y_i = peubah respon

β_0 (intersep) = titik potong garis regresi dengan sumbu Y

β_1, \dots, β_p = koefisien regresi masing-masing peubah prediktor

$X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi}$ = peubah-peubah prediktor

ε_i = sisaan ke- i

p = banyak peubah prediktor

n = banyak pengamatan

Bentuk sisaan ε_i diasumsikan saling bebas, identik, dan berdistribusi normal dengan nilai rata-rata nol dan varians σ^2 , $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Penduga nilai parameter regresi sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_p). \quad (2.3)$$

Dalam regresi berganda, notasi matriks dapat mempermudah mendapatkan hasil yang diperoleh dari model regresi. Misalkan Y dan ε adalah vektor berdimensi $n \times 1$, β berdimensi $(p+1) \times 1$, dan X adalah matriks berdimensi $n \times (p+1)$. Persamaan regresi linier berganda (2.2) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut (Weisberg, 1985) :

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (2.4)$$

dengan :

$$Y_{n \times 1} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X_{n \times (p+1)} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

$$\beta_{(p+1) \times 1} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{n \times 1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Bentuk matriks $X'X\beta = X'Y$ sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ip} \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ip} & \sum_{i=1}^n x_{ip}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{ip}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ip}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ip} y_i \end{bmatrix}$$

Penduga parameter regresi digunakan untuk memperoleh nilai penduga Y melalui persamaan :

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_p X_{pi} \quad (2.5)$$

Dan nilai sisaan e_i diperoleh dari persamaan :

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (2.6)$$

2.3 Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Square (OLS)*

Metode kuadrat terkecil dikemukakan oleh Carl Friedrich Gauss. Dengan asumsi-asumsi tertentu, metode OLS mempunyai beberapa sifat statistik yang menjadikan satu metode analisis regresi yang paling kuat. Berikut asumsi-asumsi Gauss Markov (Gujarati, 1999):

Asumsi 1

$$E(\varepsilon_i | X_i) = 0$$

Asumsi ini menyatakan bahwa nilai yang diharapkan bersyarat dari ε_i , tergantung pada X_i tertentu adalah nol.

Asumsi 2

$$\begin{aligned} cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) &= E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)][\varepsilon_j - E(\varepsilon_j)] \\ &= E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad i \neq j \end{aligned}$$

di mana i dan j dua pengamatan yang berbeda dan cov berarti kovarians. Asumsi ini dikenal sebagai asumsi tidak ada korelasi berurutan atau tidak ada autokorelasi.

Asumsi 3

$$\begin{aligned} var(\varepsilon_i|X_i) &= E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)]^2 \\ &= E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 \end{aligned}$$

Asumsi ini menyatakan bahwa varians ε_i untuk tiap X_i (varians bersyarat untuk ε_i) adalah suatu angka konstan positif yang sama dengan σ^2 . Asumsi ini disebut asumsi homoskedastisitas atau varians sama.

Asumsi 4

$$cov(\varepsilon_i, X_i) = E[\varepsilon_i - E(\varepsilon_i)][X_i - E(X_i)] = 0$$

Asumsi ini menyatakan bahwa gangguan ε dan variabel yang menjelaskan X tidak berkorelasi.

Suatu model regresi yang memenuhi keempat asumsi tersebut dikenal sebagai model regresi klasik, standar, atau linear umum.

Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Square* (OLS) digunakan untuk mendapatkan penduga koefisien regresi linier. Jika model linier berbentuk $Y = X\beta + \varepsilon$, maka dengan menggunakan penduga MKT diperoleh penduga parameter regresi $\hat{\beta}$ sebagai berikut (Weisberg, 1985) :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \tag{2.7}$$

Berdasarkan persamaan (2.6), diketahui bahwa $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ di mana $e_i = Y_i - X_i\beta$ sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i^2 &= \sum_{i=1}^n (Y_i - X_i\beta)^2 = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2 \\ \sum_{i=1}^n e_i^2 &= e'e \end{aligned} \tag{2.8}$$

dengan $e' = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ dan dalam bentuk matriks dapat ditulis menjadi :

$$\begin{aligned} Q &= e'e = [Y - X\beta]'[Y - X\beta] \\ &= [Y' - X'\beta'] [Y - X\beta] \\ &= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \end{aligned} \tag{2.9}$$

Dengan menurunkan persamaan (2.10) terhadap β , diperoleh persamaan normal sebagai berikut :

$$\frac{\delta Q}{\delta \beta} = -2X'Y + 2X'X\beta \quad (2.10)$$

Nilai minimum Q diperoleh pada saat :

$$\begin{aligned} \frac{\delta Q}{\delta \beta} &= -2X'Y + 2X'X\beta = 0 \\ 2X'Y &= 2X'X\beta \\ \hat{\beta} &= [X'X]^{-1}X'Y \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.3.1 Sifat Penduga Kuadrat Terkecil

Menurut Sembiring (1995), metode kuadrat terkecil memiliki beberapa sifat penduga yang baik. Berikut sifat penduga kuadrat terkecil :

1. Takbias

Jika $E(\hat{\beta}) = \beta$ maka $\hat{\beta}$ adalah penduga tak bias untuk β .

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= (X'X)^{-1}X'Y \\ &= (X'X)^{-1}X'(X\beta + \varepsilon) \\ &= (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon \\ &= \beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon \end{aligned}$$

dengan $(X'X)^{-1}X'X = I$

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}) &= E(\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon) \\ &= \beta + (X'X)^{-1}X'E(\varepsilon) \\ &= \beta \end{aligned}$$

2. Varians minimum

Jika $cov(Y) = \sigma^2 I$ maka matriks kovarian untuk $\hat{\beta}$ diberikan oleh $\sigma^2(X'X)^{-1}$. Jika $E(Y) = X\beta$ dan $cov(Y) = \sigma^2 I$, maka penduga kuadrat terkecil $\hat{\beta}$ mempunyai varians minimum diantara semua penduga tak bias linier.

$$\begin{aligned} var(\hat{\beta}) &= E\left(\left(\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)\left(\hat{\beta} - E(\hat{\beta})\right)'\right)\right) \\ &= E\left(\left(\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon - \beta\right)\left(\beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon - \beta\right)'\right) \\ &= E\left(\left((X'X)^{-1}X'\varepsilon\right)\left((X'X)^{-1}X'\varepsilon\right)'\right) \\ &= E\left(\left((X'X)^{-1}X'\varepsilon\varepsilon'X(X'X)^{-1}\right)\right) \\ &= (X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1}E(\varepsilon\varepsilon') \\ &= (X'X)^{-1}I\sigma^2 \\ &= \sigma^2(X'X)^{-1} \end{aligned}$$

$var(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ merupakan varians terkecil dari semua penduga tak bias linier.

Teorema Gauss-Markov

Dengan melihat asumsi model regresi linear klasik, penaksir kuadrat terkecil dalam kelas penaksir linear tak bias mempunyai varians minimum yaitu penaksir tersebut BLUE (*best linear unbiased estimator*) (Gujarati, 1999).

Bukti

Misalkan β^* penduga linier lain dari β yang juga tak bias. Karena β^* penduga linier maka dapat dimisalkan sebagai berikut.

$$\beta^* = [(X'X)^{-1}X' + \varepsilon]Y$$

Untuk suatu matriks ε yang merupakan fungsi dari X .

$$\begin{aligned} E(\beta^*) &= [(X'X)^{-1}X' + \varepsilon]E(Y) \\ &= [(X'X)^{-1}X' + \varepsilon](X\beta) \\ &= \beta + \varepsilon X\beta \\ &= (I + \varepsilon X)\beta \end{aligned}$$

Agar β^* penduga tak bias dari β maka $\varepsilon X = 0$.

$$\begin{aligned} var(\beta^*) &= [(X'X)^{-1}X' + \varepsilon][\varepsilon' + X(X'X)^{-1}] \\ &= \sigma^2[(X'X)^{-1}X'\varepsilon' + \varepsilon\varepsilon' + (X'X)^{-1} + \\ &\quad \varepsilon X(X'X)^{-1}] \\ &= \sigma^2[(X'X)^{-1} + \varepsilon\varepsilon'] \end{aligned}$$

dengan $\varepsilon X = X'\varepsilon' = 0$

Matriks $\varepsilon\varepsilon'$ adalah definit tak negatif, semua unsur diagonalnya berbentuk kuadrat. Jadi terbukti bahwa varians dari setiap unsur dari vektor β^* selalu lebih besar, atau paling kecil sama dengan varians unsur β yang sesuai.

2.4 Pengujian Asumsi Analisis Regresi

Dalam analisis regresi, terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi agar persamaan regresi yang diperoleh baik dan mampu menggambarkan data yang sebenarnya sehingga menghasilkan kesimpulan yang sah. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi adalah :

1. Kenormalan Galat

Jika terdapat pelanggaran terhadap kenormalan dapat terjadi dikarenakan data tidak berasal dari populasi normal atau

adanya beberapa data yang biasanya di pinggir yang merupakan pencilan (Sembiring, 1995). Salah satu metode yang digunakan untuk mengetahui apakah sisaan menyebar normal adalah uji *Anderson-Darling*. Hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

H_0 : Galat menyebar normal

H_1 : Galat tidak menyebar normal

Statistik uji A^2 didasarkan pada persamaan:

$$A^2 = -n - S \quad (2.12)$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln F(Z_i) + \ln(1 - F(Z_{n+1-i}))]$$

dengan :

n = banyak pengamatan

$F(Z_i)$ = fungsi sebaran kumulatif normal baku dari sisaan e_i

i = 1, 2, ..., n

Tabel nilai kritis uji *Anderson Darling* dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 2.1 Nilai Kritis Uji *Anderson Darling*

α	0,1	0,05	0,025	0,01
A^2_{kritis}	0,631	0,752	0,873	1,035

Kriteria pengambilan keputusan berdasarkan pada perbandingan antara nilai A^2 hitung dengan nilai A^2_{kritis} adalah sebagai berikut:

$$A^2 \begin{cases} \leq A^2_{\text{kritis}} & , H_0 \text{ diterima} \\ > A^2_{\text{kritis}} & , H_0 \text{ ditolak} \end{cases} \quad (2.13)$$

2. Kebebasan Galat (Autokorelasi)

Adanya kebebasan antar sisaan dapat dideteksi secara grafis yaitu dengan melihat pola tebaran sisaan terhadap urutan waktu. Jika tebaran sisaan terhadap urutan waktu tidak membentuk suatu pola tertentu atau bersifat acak, maka dapat disimpulkan tidak ada autokorelasi antar sisaan (Draper and Smith, 1992).

Pengujian secara empiris dilakukan dengan menggunakan statistik uji *Durbin-Watson*. Hipotesis yang melandasi adalah:

H_0 : $\rho = 0$ (tidak terdapat autokorelasi antar galat)

H_1 : $\rho \neq 0$ (terdapat autokorelasi antar galat)

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (2.14)$$

dengan :

- e = penduga sisaan ke- i , $e = y_i - \hat{y}_i$
 e_{i-1} = penduga sisaan ke- $(i-1)$
 i = 1, 2, ..., n

Kriteria pengambilan keputusan yaitu dengan membandingkan statistik uji d dengan titik kritis pada tabel *Durbin-Watson* dengan mengambil d_L (*Lower Limit*) sebagai batas bawah dan d_U (*Upper Limit*) sebagai batas atas. Kaidah pengambilan keputusan dalam uji *Durbin-Watson* adalah:

1. Jika $d_U < d < 4 - d_U$, maka keputusannya adalah terima H_0 yang berarti tidak terdapat autokorelasi antar sisaan.
2. Jika $d < d_L$ atau $d > 4 - d_U$, maka keputusannya adalah tolak H_0 yang berarti terdapat autokorelasi antar sisaan.
3. Jika $d_L < d < d_U$ atau $4 - d_U < d < 4 - d_L$, maka tidak dapat diputuskan apakah H_0 diterima atau ditolak, sehingga tidak dapat disimpulkan ada tidaknya autokorelasi antar sisaan (Gujarati, 1999).

3. Kehomogenan Ragam Galat

Asumsi kehomogenan ragam galat bertujuan untuk mengetahui apakah sisaan mempunyai ragam yang homogen sebesar σ^2 , secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_i) &= E(e_i - E(e_i))^2 \\ &= E(e_i^2 - 2e_i E(e_i) + (E(e_i))^2) \\ &= E(e_i^2) \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

dengan $E(e_i) = 0$, untuk setiap i ($i = 1, 2, \dots, n$) dengan kata lain rata-rata kesalahan pengganggu sama dengan nol.

Salah satu cara menguji kesamaan ragam yaitu dengan melihat pola tebaran sisaan (e_i) terhadap nilai duga Y . Jika tebaran sisaan bersifat acak (tidak membentuk pola tertentu), maka dikatakan bahwa ragam sisaan homogen (Draper dan Smith, 1992). Pendeteksian kehomogenan ragam sisaan dapat dilakukan melalui Uji *Breusch-Pagan*. Hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

H_0 : Ragam sisaan homogen

H_1 : Ragam sisaan tidak homogen

Uji *Breusch-Pagan* didasarkan atas uji persamaan regresi dari harga mutlak sisaan e^2 dan peubah bebas X , dengan e^2 sebagai peubah terikat dan X sebagai peubah bebas. Bentuk hubungan yang digunakan oleh *Breusch-Pagan* adalah (Gujarati, 1999):

$$e^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \dots + \alpha_p X_{pi} + v_i \quad (2.16)$$

dengan :

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ = Koefisien regresi parsial pada bentuk hubungan antara e^2 dan peubah bebas X

v_i = Sisaan ke- i

Pengujian model hubungan di atas adalah menggunakan statistik *Lagrange-Multiplier* (LM) yang mengikuti sebaran χ^2 dengan derajat bebas sebanyak k peubah bebas yang digunakan dalam uji *Breusch-Pagan*. Statistik LM mempunyai bentuk:

$$LM = nR^2 \sim \chi^2_{p-1} \quad (2.17)$$

Koefisien model regresi $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ tidak signifikan secara statistik jika statistik uji LM < nilai kritis (χ^2_{p-1}) maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi homoskedastisitas terpenuhi, begitu juga sebaliknya.

4. Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah adanya hubungan linier antara peubah bebas dalam model regresi. Salah satu metode untuk mengetahui ada tidaknya multikolinieritas adalah dengan melihat nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) dari masing-masing peubah bebas. VIF merupakan ukuran besarnya keragaman total salah satu peubah yang dapat dijelaskan oleh keragaman peubah bebas yang lain. Nilai VIF didefinisikan sebagai berikut (Gujarati, 1999) :

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (2.18)$$

$$R_j^2 = \frac{JK_{reg}}{JK_{total}} \quad (2.19)$$

dengan :

j = 1, 2, ..., p

p = banyaknya peubah bebas

R_j^2 = koefisien determinasi antar peubah prediktor X_j dengan peubah prediktor lain

$JK_{reg} = \text{jumlah kuadrat regresi} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$

$JK_{total} = \text{jumlah kuadrat total} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

R_j^2 diperoleh dengan meregresikan peubah bebas X_j dengan semua peubah bebas lain. Nilai VIF akan semakin besar jika terdapat korelasi yang semakin besar di antara peubah bebas. Hingga saat ini tidak ada kriteria formal untuk menentukan batas terendah dari VIF. Beberapa ahli berpendapat jika nilai $VIF \geq 10$ maka korelasi diantara peubah prediktor sangat tinggi. Sebaliknya jika nilai $VIF < 10$ maka korelasi diantara peubah prediktor tidak cukup tinggi sehingga asumsi tidak adanya multikolinieritas terpenuhi (Bowerman dan O'Connel, 1990).

2.5 Pencilan

2.5.1 Pengertian Pencilan

Secara umum pencilan merupakan data yang tidak mengikuti pola umum model (Sembiring, 1995). Sedangkan menurut Draper dan Smith (1992), pencilan adalah pengamatan yang nilai sisaannya jauh lebih besar daripada sisaan pengamatan lain. Pencilan ini kadang-kadang terletak tiga atau empat simpangan baku, atau lebih jauh lagi dari rata-rata sisaannya.

Menurut Montgomery dan Peck (1992), pencilan dapat muncul karena berbagai sebab antara lain karena kesalahan memasukkan data, kesalahan pengambilan sampel, dan terdapat pengamatan ekstrim yang tidak dapat dihindarkan keberadaannya. Adanya pencilan terkadang akan mengubah bentuk sebaran data di mana sebaran itu mempunyai puncak yang lebih tinggi dengan ekor jauh lebih pendek dibandingkan dengan sebaran normal atau mempunyai puncak yang lebih rendah dengan ekor lebih panjang. Sebaran dengan ekor yang lebih panjang dari sebaran normal ini biasanya mengindikasikan adanya pencilan, dan pencilan ini mempunyai pengaruh besar terhadap Penduga-MKT.

Keberadaan pencilan menyebabkan masalah, yaitu pencilan akan mengubah atau mengaburkan kesimpulan yang dibuat oleh peneliti karena nilai penduga parameternya bersifat

bias, sehingga hasil analisis menjadi tidak sah. Jika pencilan mempunyai sisaan yang besar, maka pencilan tersebut akan menaikkan ragam sisaan dan *standar error* dari penduga koefisien regresi sehingga selang kepercayaan menjadi lebih lebar, pendugaan menjadi tidak konsisten dan tidak efisien (Barnet dan Lewis, 1993).

Draper dan Smith (1992) menjelaskan bahwa terdapat berbagai cara untuk menolak pencilan, yaitu menghilangkan amatan pencilan dari data kemudian menganalisis kembali tanpa amatan tersebut. Namun dalam beberapa kasus, pengamatan pencilan memberikan informasi yang tidak dapat diberikan oleh pengamatan lain.

Secara umum pencilan dapat ditolak jika terjadi akibat dari kesalahan-kesalahan seperti kesalahan mencatat amatan atau kesalahan ketika menyiapkan peralatan. Menurut Kutner dkk (2004), alasan dilakukan pendeteksian pencilan karena MKT tidak peka terhadap pencilan sehingga persamaan yang dihasilkan tidak sesuai dengan data.

2.5.2 Pendeteksian Pencilan

Menurut Myers (1990), terdapat beberapa cara yang untuk mengidentifikasi pencilan, antara lain :

1. Nilai Pengaruh (*Leverage Value*)

Menurut Kutner dkk (2004) nilai pengaruh digunakan untuk mengidentifikasi adanya pencilan pada peubah prediktor X . H merupakan matriks berukuran $n \times n$ yang didefinisikan sebagai:

$$H_{n \times n} = X_{n \times (p+1)} [X'X]^{-1}_{(p+1) \times (p+1)} X'_{(p+1) \times n} \quad (2.20)$$

Untuk $i=1, 2, \dots, n$, maka nilai pengaruh h_{ii} dari nilai $X = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ didefinisikan sebagai elemen ke- i dari diagonal utama H adalah:

$$h_{ii} = X_i [X'X]^{-1} X'_i \quad (2.21)$$

dengan $X_i = [1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}]$ adalah vektor baris yang berisi nilai-nilai dari peubah bebas dalam pengamatan ke- i .

Nilai h_{ii} berkisar antara $0 \leq h_{ii} \leq 1$. Pengamatan ke- i dianggap pencilan jika :

$$h_{ii} > 2\bar{h} = 2 \frac{\sum_{i=1}^n h_{ii}}{n} = 2 \frac{(p+1)}{n} \quad (2.22)$$

dengan p adalah banyak peubah bebas dan n adalah banyak pengamatan (Bowman dan O'Connel, 1990).

2. TRES (*Studentized Deleted Residual*)

Menurut Kutner dkk (2004), TRES adalah statistik uji untuk memeriksa adanya pencilan pada peubah respons Y .

Hipotesis yang melandasi pengujian yaitu:

H_0 : Pengamatan ke- i bukan merupakan pencilan

H_1 : Pengamatan ke- i merupakan pencilan

$$TRES_i = \frac{d_i}{s_{d_i}} = e_i \left[\frac{n-p-2}{JKS(1-h_{ii})-e^2} \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

dengan :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$d_i = y_i - \hat{y}_{i(i)}$$

s_{d_i} = Simpangan baku beda (d_i)

$$h_{ii} = X_i(X'X)^{-1}X_i'$$

JKS = Jumlah Kuadrat Sisaan

p = Banyak peubah prediktor

n = Banyak pengamatan ($i = 1, 2, \dots, n$)

Kriteria pengujian yang melandasi keputusan adalah:

$$|TRES_i| \begin{cases} \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2} & , H_0 \text{ diterima} \\ > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2} & , H_0 \text{ ditolak} \end{cases} \quad (2.24)$$

Untuk semua nilai yang mungkin dari $|TRES_i|$ mengikuti sebaran t dengan derajat bebas $n-p-2$, dengan p banyak peubah bebas dan h_{ii} adalah elemen diagonal ke- i dari matriks H (Montgomery dan Peck, 1992).

2.6 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh

Pengamatan berpengaruh adalah pengamatan yang berpengaruh besar terhadap persamaan regresi dan dapat ditelusuri dengan membandingkan hasil analisis pada data lengkap dengan hasil analisis yang salah satu pengamatannya dibuang. Jika pembuangan pengamatan menyebabkan perubahan yang besar pada hasil analisis, maka pengamatan tersebut dikatakan berpengaruh (Draper dan Smith, 1992). Terdapat dua metode untuk mendeteksi pengamatan berpengaruh yaitu dapat dilakukan dengan Ukuran Jarak Cook

(Cook's Distance) dan DFITS (*The Difference in Fits Statistics*) (Bowman dan O'Connell, 1990).

1. Ukuran Jarak Cook (*Cook's Distance*)

Ukuran jarak Cook adalah statistik uji yang digunakan untuk mendeteksi pengamatan yang berpengaruh terhadap koefisien regresi. Hipotesis untuk menguji adanya pengamatan berpengaruh adalah:

H_0 : Pengamatan ke- i bukan merupakan pengamatan berpengaruh

H_1 : Pengamatan ke- i merupakan pengamatan berpengaruh

Menurut Montgomery dan Peck (1992), ukuran jarak Cook dari setiap pengamatan ke- i didefinisikan sebagai :

$$D_i = \frac{(\beta - \beta_i)' X X (\beta - \beta_i)}{(p+1)s^2} \quad (2.25)$$

dengan :

$$s^2 = \frac{JKS}{(n-p-1)}$$

β_i = Penduga kuadrat terkecil jika pengamatan ke- i dibuang

JKS = Jumlah Kuadrat Sisaan

n = Banyak pengamatan

Kriteria pengujian yang melandasi keputusan adalah:

$$D_i \begin{cases} \leq F_{(p+1), n-(p+1)}^\alpha ; H_0 \text{ diterima} \\ > F_{(p+1), n-(p+1)}^\alpha ; H_0 \text{ ditolak} \end{cases} \quad (2.26)$$

2. DFITS (*The Difference In Fits Statistics*)

DFITS merupakan suatu ukuran untuk mengetahui besarnya penyimpangan nilai duga Y pada data lengkap dan pada data tanpa pengamatan ke- i . DFITS digunakan untuk mendeteksi apakah nilai tertentu berpengaruh terhadap nilai duga Y (Kutner dkk, 2004). Hipotesis yang digunakan adalah :

H_0 : Pengamatan ke- i bukan merupakan pengamatan berpengaruh

H_1 : Pengamatan ke- i merupakan pengamatan berpengaruh

Persamaan yang digunakan untuk menghitung nilai DFITS dari setiap pengamatan ke- i adalah:

$$(DFITS) = \left[\frac{d_i}{s_{d_i}} \right] \left[\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right]^{1/2} \quad (2.27)$$

dengan :

n = banyak pengamatan, ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$h_{ii} = \mathbf{X}'_i(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}_i$$

$$d_i = \hat{y}_i - \hat{y}_{(i)}$$

s_{d_i} = Simpangan baku beda (d_i)

Kriteria pengujian yang melandasi keputusan adalah:

$$|DFITS| \begin{cases} \leq 2\sqrt{\frac{p+1}{n}} & , H_0 \text{ diterima} \\ > 2\sqrt{\frac{p+1}{n}} & , H_0 \text{ ditolak} \end{cases} \quad (2.28)$$

dengan :

p = banyak peubah prediktor

n = banyak pengamatan

2.7 Regresi Robust

Metode Kuadrat Terkecil merupakan salah satu metode pendugaan parameter persamaan regresi linier. Metode ini mudah terpengaruh terhadap kehadiran pencilan yang berpengaruh. Pencilan yang berpengaruh tidak hanya terdapat pada peubah respons saja, tetapi bisa juga terdapat pada peubah prediktor yang dinamakan *leverage point* (Rousseeuw dan Hubert, 1997).

Metode *robust* adalah metode alternatif untuk menghasilkan model yang lebih baik daripada model yang diduga dengan metode MKT. Regresi *robust* merupakan salah satu alat yang penting dalam menganalisis data yang mengandung pencilan (Chen, 2002).

Rousseeuw dan Hubert (1997) menjelaskan bahwa analisis regresi *robust* mencocokkan model regresi dengan sebagian data dan kemudian mengatasi titik-titik pencilan yang memiliki nilai sisaan yang besar sebagai solusi *robust* tersebut. Jadi metode ini tidak membuang bagian dari data, melainkan menemukan model yang cocok dari mayoritas data.

Terdapat beberapa metode pendugaan parameter regresi *robust*, diantaranya penduga-M, penduga *High Breakdown Point*, dan penduga-MM (kombinasi dari penduga-M dengan penduga *High Breakdown Point*). Penduga *High Breakdown Point* meliputi *Least Median of Square* (LMS), *Least Trimmed Square* (LTS), dan penduga-S (Chen, 2002). Dari lima metode penduga tersebut, metode LTS memiliki kemampuan yang lebih

baik dibandingkan dengan metode lainnya dalam mengatasi pencilan yang disebabkan baik oleh peubah prediktor maupun peubah respons. Selain itu, algoritma metode LTS lebih mudah dibandingkan metode lain karena dalam proses estimasinya, LTS hanya memangkas data berdasarkan jumlah pencilan yang teramati, sehingga akan menghasilkan jumlah kuadrat h residual yang kecil dan konvergen dengan h merupakan konstanta pemotongan .

2.8 Metode *Least Trimmed Square* (LTS)

Rousseeuw dan Hubert (1997) menjelaskan bahwa metode LTS mempunyai prinsip pendugaan parameter yang sama dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat. Hanya saja pada metode LTS, jumlah kuadrat galat yang diminimumkan adalah jumlah kuadrat galat dari h pengamatan. Chen (2002) mendefinisikan penduga LTS sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{LTS} = \arg \min_{\beta} Q_{LTS}(\beta) \quad (2.29)$$

dengan :

$$Q_{LTS}(\beta) = \text{jumlah kuadrat galat dari } h \text{ pengamatan yang telah diurutkan} = \sum_{i=1}^h e_{(i)}^2 = e_{(1)}^2 \leq e_{(2)}^2 \leq \dots \leq e_{(n)}^2$$

h = konstanta pemotongan

Nilai h sekaligus merupakan jumlah pengamatan yang digunakan untuk menduga parameter model regresi dan memberikan bobot nol pada $(n-h)$ pengamatan. Persamaan (2.29) menunjukkan $(n-h)$ pengamatan dengan galat yang besar tidak akan mempengaruhi penduga parameter model. Saat nilai h sama dengan n , peduga LTS identik dengan penduga MKT. Nilai h berada pada interval (Chen, 2002) :

$$\frac{n}{2} \leq h \leq n \quad (2.30)$$

Wu (2006) menjelaskan bahwa h optimal yang digunakan dalam metode LTS adalah:

$$h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+1)}{2} \right\rfloor \text{ atau } \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+2)}{2} \right\rfloor \quad (2.31)$$

dengan p adalah banyak peubah prediktor dan n adalah banyak pengamatan. Penggunaan h optimal akan mempengaruhi besar nilai *breakdown* (ε_n^*). Nilai *breakdown* merupakan suatu nilai yang menunjukkan proporsi terkecil dari data yang terpengaruh

pencilan dan dapat menyebabkan penduga bernilai jauh berbeda dengan penduga dari data yang tidak terpengaruh pencilan. Persamaan untuk menentukan nilai *breakdown* adalah:

$$\varepsilon_n^* = \frac{n-h}{n} \quad (2.32)$$

Jika terdapat satu pencilan dalam data pada pendugaan parameter menggunakan MKT, maka hasil yang diperoleh berpengaruh pada pendugaan parameter regresi karena MKT memiliki *breakdown point* 0%. Nilai tertinggi dari *breakdown point* adalah 50% karena jika kontaminasi pencilan lebih dari 50%, maka sulit untuk mendeteksi atau membedakan antara data yang merupakan pencilan atau bukan. Dengan demikian, semakin besar nilai *breakdown point* maka semakin *robust* atau kekar penduga tersebut (Rousseeuw dan Leroy, 1987).

2.8.1 Algoritma *Least Trimmed Square* (LTS)

Pendugaan parameter model dengan metode LTS menggunakan algoritma *basic resampling*. Doornik (2011) menjelaskan perhitungan pendugaan metode LTS sebagai berikut.

1. Mendefinisikan nilai h pada persamaan (2.31), kemudian menghitung nilai *breakdown* ε_n^* menggunakan persamaan (2.32).
2. Membangkitkan semua kemungkinan subset dengan k pengamatan, dan hitung koefisien regresi sehingga didapatkan $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_q$.

Banyaknya subset adalah $q = \binom{n}{p}$, yang kadang-kadang masih terlalu besar untuk aplikasi nyata.

3. Menghitung kuadrat galat menggunakan semua pengamatan (n), dan mengurutkan nilai $e_{(i)}^2(\beta)$ sehingga $e_{(1)}^2(\beta) < e_{(2)}^2(\beta) < \dots < e_{(n)}^2(\beta)$ bagi setiap subset.

4. Melakukan pendugaan LTS ($\hat{\beta}_{LTS}$) yang meminimumkan jumlah kuadrat galat dari h pengamatan.

Nilai h merupakan jumlah pengamatan yang digunakan untuk menduga parameter model regresi dan memberikan bobot nol pada $(n-h)$ pengamatan. Bobot nol $(n-h)$ pengamatan merupakan pengamatan yang memiliki nilai kuadrat galat terbesar (pencilan).

5. Menyatakan penduga koefisien regresi dengan nilai duga $\hat{\beta}_{LTS}$, sehingga didapatkan model regresi yang baru.
6. Menghitung *Mean Square Error* (MSE) untuk mengetahui ukuran keakuratan model regresi.

2.9 Mean Square Error (MSE)

Ukuran keakuratan model regresi dapat dilihat dari nilai *Mean Square Error* (MSE). MSE merupakan suatu ukuran ketepatan perhitungan dengan mengkuadratkan setiap galat untuk setiap penduga dalam sebuah kumpulan data dan kemudian memperoleh rata-rata atau nilai tengah jumlah kuadrat tersebut. Persamaan MSE suatu ukuran ketepatan perhitungan dengan menjumlahkan nilai bias kuadrat dengan varians. Persamaan MSE sebagai berikut (Sembiring, 1995) :

$$MSE(\hat{\beta}) = bias^2 + var \quad (2.37)$$

dengan :

$$bias(\hat{\beta}) = \sum_1^m |\hat{\beta}_{LTS} - \beta| \quad (2.38)$$

dengan :

m = banyak pengulangan

$|\hat{\beta}_{LTS} - \beta|$ = nilai mutlak dari penduga pengulangan dikurangi penduga awal

$$var(\hat{\beta}) = \frac{\sum_1^m (\beta_m - \bar{\beta}_m)^2}{m-1} \quad (2.39)$$

dengan :

m = banyak pengulangan

$\bar{\beta}_m$ = nilai rata-rata penduga dari masing-masing pengulangan

$\hat{\beta}_m$ = nilai penduga dari setiap pengulangan

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Data

Data yang digunakan adalah data hasil bangkitan dengan parameter regresi β_0 , β_1 , β_2 dan β_3 sehingga membentuk model regresi linier berganda. Data yang dibangkitkan terdiri dari dua peubah prediktor dan galat yang kemudian digunakan untuk menentukan peubah respons. Peubah prediktor dibangkitkan sesuai model pada persamaan (2.2).

Data dibangkitkan berdasarkan data sekunder untuk mengetahui pengaruh dosis obat tertentu yang ada dalam hati tikus dengan hipotesis menentukan hubungan antara persentase dosis obat dalam hati tikus (Y) dengan berat badan tikus (X_1), berat hati tikus (X_2) dan dosis obat relatif (X_3) (Weisberg, 1985). Akan tetapi data dibangkitkan dengan ukuran contoh (15, 30, 50, 100 dan 200) dan proporsi pencilan (4% dan 5%) untuk menciptakan pencilan pada data. Setiap kombinasi ukuran contoh dan proporsi pencilan dibangkitkan sebanyak 100 kali ($m=100$). Hal ini dapat digunakan untuk menganalisis data dengan ukuran contoh dan proporsi pencilan yang berbeda terhadap sifat kebaikan penduga *Least Trimmed Square* (LTS) dilihat dari nilai *Mean Square Error* (MSE) dengan prinsip-prinsip simulasi. Untuk melakukan simulasi diperlukan beberapa tahapan, yaitu pembangkitan data, pembentukan model regresi dan pendugaan parameter.

3.2 Metode Analisis

Metode analisis yang dilakukan dalam penelitian ini pada prinsipnya adalah menduga koefisien model regresi linier berganda menggunakan metode *Least Trimmed Square* (LTS) dengan data hasil bangkitan. Selanjutnya mengetahui sifat kebaikan penduga LTS dengan membandingkan nilai MSE penduga LTS jika proporsi pencilan dan ukuran contoh bertambah banyak. Untuk lebih jelasnya tentang metode penelitian, dapat dilihat pada Lampiran 6.

3.2.1 Pembangkitan Data

Data dibangkitkan dengan ukuran contoh (15, 30, 50, 100 dan 200) dan proporsi pencilan (4% dan 5%) dengan pengulangan masing-masing sebanyak 100 kali. Tahapan simulasi sebagai berikut :

1. Menetapkan ukuran sampel (n) sebesar 15, 30, 50, 100 dan 200.
2. Menetapkan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan β_3 berdasarkan nilai parameter dari data sekunder tentang pengaruh dosis obat tertentu yang ada dalam hati tikus, dengan $\beta_0 = 0,266, \beta_1 = -0,0212, \beta_2 = 0,0143$ dan $\beta_3 = 4,178$
3. Menetapkan nilai peubah prediktor X_1 pada selang nilai 144-202, X_2 pada selang nilai 5,2-9,9 dan X_3 pada selang nilai 0,73-0,99.
4. Membangkitkan sisaan dari sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam satu ($\varepsilon_i \sim N(0,1)$).
5. Menghitung peubah respons Y di mana $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon_i$
6. Data bangkitan tersebut dikontaminasi pencilan dengan menggantikan 4% dan 5% data pada peubah prediktor X_1 pada selang nilai 203-210, X_2 pada selang nilai 10-15 dan X_3 pada selang nilai 1-2. Kemudian membangkitkan sisaan dari $\varepsilon_i \sim N(0,8)$.
7. Menghitung kembali peubah respons Y dengan data yang mengandung pencilan.
8. Mengulangi langkah 3 sampai 7 sebanyak 100 kali dengan ukuran sampel dan nilai parameter yang telah ditetapkan pada langkah 1 sampai 2.

3.2.2 Pendeteksian Pencilan

Pendeteksian pencilan pada peubah prediktor X dengan kriteria nilai pengaruh (*Leverage Value*) sebagai berikut :

1. Menghitung nilai pengaruh (*Leverage Value*) h_{ii} dari setiap pengamatan ke- i menggunakan persamaan (2.21).
2. Membandingkan nilai h_{ii} setiap pengamatan ke- i dengan kriteria pengujian (2.22).

Pendeteksian pencilan pada peubah respons Y dengan kriteria TRES (*Studentized Deleted Residual*) sebagai berikut :

1. Menghitung nilai $|TRES|$ dari setiap pengamatan ke- i menggunakan persamaan (2.23).
2. Membandingkan nilai $|TRES|$ dari setiap pengamatan ke- i dengan kriteria pengujian (2.24).

3.3.3 Pendeteksian pengamatan berpengaruh

Identifikasi tipe pencilan berdasarkan pada pencilan tersebut tergolong pengamatan berpengaruh atau tidak. Oleh karena itu, dilakukan pendeteksian terhadap pengamatan berpengaruh terlebih dahulu. Terdapat dua cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi pengamatan berpengaruh yaitu DFITS dan jarak Cook.

Pendeteksian pengamatan berpengaruh terhadap nilai duga Y dengan menggunakan DFITS (*The Difference in Fit Statistics*) adalah sebagai berikut :

1. Menghitung nilai DFITS dari setiap pengamatan ke- i menggunakan persamaan (2.27).
2. Membandingkan nilai $|DFITS|$ dari setiap pengamatan ke- i dengan kriteria pengujian (2.28).

Pendeteksian pengamatan berpengaruh dengan menggunakan jarak Cook (*Cook Distance*) adalah sebagai berikut :

1. Menghitung jarak Cook dari setiap pengamatan ke- i menggunakan persamaan (2.25).
2. Membandingkan jarak Cook dari setiap pengamatan ke- i dengan kriteria pengujian (2.26).

3.3.4 Pendugaan Parameter Regresi *robust* dengan Metode *Least Trimmed Square (LTS)*

Pendugaan parameter regresi dengan metode LTS (Lampiran 7) dilakukan dengan tahapan sebagai berikut :

1. Menghitung nilai h menggunakan persamaan (2.31).
2. Membangkitkan semua kemungkinan subset dan menghitung koefisien regresi.
3. Menghitung kuadrat galat dan mengurutkan nilai $e_{(i)}^2(\beta)$.
4. Melakukan pendugaan LTS ($\hat{\beta}_{LTS}$) dengan persamaan (2.29).
5. Menyatakan penduga koefisien regresi dengan nilai duga $\hat{\beta}_{LTS}$, sehingga didapatkan model regresi yang baru.

6. Mengulangi langkah 2 sampai 5 dengan nilai peubah prediktor, pencilan dan sisaan yang telah ditentukan sebanyak 100 kali dengan ukuran sampel dan nilai parameter yang telah ditetapkan.
7. Menghitung rata-rata nilai penduga parameter, bias dan ragam dari 100 kali pengulangan metode LTS.
8. Menghitung nilai MSE ($\text{bias}^2 + \text{var}$) pada persamaan (2.37).

Analisis ini bertujuan untuk mengetahui dan membandingkan konsistensi penduga (ragam mendekati nol) yang dihasilkan oleh metode *Least Trimmed Square* (LTS) seiring bertambahnya proporsi pencilan dan ukuran contoh. Secara lebih jelas, diagram alir dapat dilihat pada lampiran 6 dan lampiran 7.



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendeteksian Pencilan dan Pencilan Berpengaruh

Penelitian ini menggunakan data bangkitan yang sesuai dengan data sekunder hasil percobaan penyelidikan sejumlah obat tertentu yang ada dalam hati tikus (Weisberg, 1985) dengan ukuran contoh (n) 15, 30, 50, 100, 200 dan proporsi pencilan sebanyak 4% dan 5% berdasarkan model regresi linier berganda. Jumlah pencilan untuk setiap ukuran contoh disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Hasil perhitungan banyak pencilan

n	Pencilan (%)	Banyak pencilan	Pembulatan
15	4	0,6	1
	5	0,75	1
30	4	1,2	1
	5	1,5	2
50	4	2	2
	5	2,5	3
100	4	4	4
	5	5	5
200	4	8	8
	5	10	10

Setiap kombinasi ukuran contoh dan proporsi pencilan dibangkitkan sebanyak 100 kali yang digunakan untuk melihat sifat kebaikan penduga dari nilai *Mean Square Error* (MSE) metode LTS. Selanjutnya, dilakukan pendeteksian pencilan pada peubah prediktor X dengan melihat nilai pengaruh (*Leverage Value*) dan pendeteksian pencilan pada peubah respons Y dengan melihat nilai TRES (*Studentized Deleted Residual*). Untuk mengetahui pengamatan pencilan yang berpengaruh besar terhadap penduga Y (\hat{Y}) dan koefisien regresi, dilakukan dengan melihat nilai DFITS (*The Difference in Fit Statistics*) dan jarak Cook (*Cook's Distance*).

Berdasarkan hasil pendeteksian pencilan dan pencilan berpengaruh diketahui bahwa pencilan berpengaruh terhadap koefisien regresi dan penduga Y (\hat{Y}) karena memiliki nilai jarak

Cook yang lebih besar dari $F_{(p+1),n-(p+1)}^\alpha$ dan nilai DFITS yang lebih besar dari $2\sqrt{\frac{(p+1)}{n}}$.

4.2 Pendugaan Parameter Metode *Least Trimmed Square (LTS)*

Metode LTS diterapkan pada data yang mengandung pencilan karena menghasilkan penduga yang lebih baik dari penduga regresi biasa. Metode ini merupakan metode pendugaan parameter pada regresi yang prinsipnya sama dengan metode kuadrat terkecil yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat. Hanya saja pada metode ini jumlah kuadrat galat yang diminimumkan adalah jumlah kuadrat galat dari h pengamatan di mana sisanya yaitu $n-h$ pengamatan dianggap sebagai pencilan. Pendugaan parameter menggunakan metode ini menggunakan h optimal yaitu $h = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+1)}{2} \right\rfloor$ atau $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(p+2)}{2} \right\rfloor$. Sebelum menentukan h pengamatan yang digunakan, dibuat statistik peringkat ke- i untuk e_i^2 di mana $e_{[1]}^2 \leq e_{[2]}^2 \leq \dots \leq e_{[n]}^2$. Data yang memiliki kuadrat sisaan $e_{[1]}^2 \leq e_{[2]}^2 \leq \dots \leq e_{[h]}^2$ digunakan untuk menduga parameter LTS. Sedangkan sebanyak $n-h$ pengamatan yang memiliki $e_{[h+1]}^2 \leq e_{[h+2]}^2 \leq \dots \leq e_{[n]}^2$ tidak diikuti dalam pendugaan parameter. Nilai h untuk setiap ukuran contoh disajikan pada Tabel 4.2 dan rata-rata dari 100 penduga parameter untuk setiap kombinasi pencilan dan ukuran contoh disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2. Nilai h pada setiap data dengan ukuran contoh yang berbeda

n	p	h
15	3	10
30	3	17
50	3	27
100	3	52
200	3	102

dengan : n = ukuran contoh
 p = banyak peubah prediktor X
 h = konstanta pemotongan

Tabel 4.3. Rata-rata penduga parameter menggunakan metode LTS

n	Pencilan (%)	Rata-Rata Penduga Parameter			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
15	4	0,26266	-0,02387	0,01559	4,18331
	5	0,26266	-0,02387	0,01559	4,18331
30	4	0,26754	-0,02222	0,01527	4,18026
	5	0,26379	-0,02315	0,01547	4,17345
50	4	0,26505	-0,02191	0,01369	4,17637
	5	0,26751	-0,02222	0,01335	4,17586
100	4	0,26544	-0,02169	0,01469	4,17700
	5	0,26691	-0,02050	0,01370	4,17640
200	4	0,26646	-0,02166	0,01392	4,17701
	5	0,26513	-0,02054	0,01485	4,17666

Berdasarkan penduga parameter pada tabel 4.3 maka dapat dibentuk model regresi linier berganda. Misalkan untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4%:

$$\hat{Y} = 0,26266 - 0,02387X_1 + 0,01559X_2 + 4,18331X_3 \quad (4.1)$$

di mana Y_i adalah persentase dosis obat dalam hati tikus ke- i , X_{i1} adalah berat badan tikus ke- i , X_{i2} adalah berat hati tikus ke- i , X_{i3} adalah dosis obat relatif. Persamaan (4.1) didasarkan pada data simulasi yang menirukan hasil eksperimen pendeteksian komponen obat yang terdapat dalam hati tikus, dengan interpretasi:

- Setiap kenaikan berat badan tikus sebesar 1g, akan menurunkan persentase dosis obat dalam hati tikus sebesar 0,02387 dengan menganggap berat hati tikus dan dosis obat relatif konstan.
- Setiap kenaikan berat hati tikus sebesar 1g, akan meningkatkan persentase dosis obat dalam hati tikus sebesar 0,01559 dengan menganggap berat badan tikus dan dosis obat relatif konstan.
- Setiap kenaikan dosis obat relatif tikus sebesar 1mg/kg berat badan, akan meningkatkan persentase dosis obat dalam hati

tikus sebesar 4,18331 dengan menganggap berat badan tikus dan berat hati tikus konstan.

4.3 Perbandingan nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter LTS seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Penelitian ini bertujuan untuk melihat sifat kebaikan penduga parameter berdasarkan nilai *Mean Square Error* (MSE) dari penduga tersebut. Nilai MSE diperoleh dari hasil kuadrat nilai bias ditambah dengan nilai ragam ($\text{bias}^2 + \text{var}$) pada persamaan (2.33). Jika semakin kecil nilai bias, ragam dan MSE penduga, maka semakin baik penduga yang dihasilkan. Nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter LTS dapat dilihat pada Tabel 4.4, Tabel 4.5 dan Tabel 4.6.

Tabel 4.4. Nilai bias penduga parameter menggunakan metode LTS

n	Pencilan (%)	Nilai bias (LTS)			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
15	4	0,00334	0,00267	0,00129	0,00531
	5	0,00334	0,00267	0,00129	0,00531
30	4	0,00221	0,00195	0,00117	0,00455
	5	0,00154	0,00102	0,00097	0,00226
50	4	0,00151	0,00102	0,00095	0,00213
	5	0,00094	0,00071	0,00060	0,00163
100	4	0,00091	0,00069	0,00059	0,00159
	5	0,00056	0,00049	0,00039	0,00099
200	4	0,00086	0,00066	0,00055	0,00134
	5	0,00046	0,00046	0,00038	0,00099

Tabel 4.5. Nilai ragam penduga parameter menggunakan metode LTS

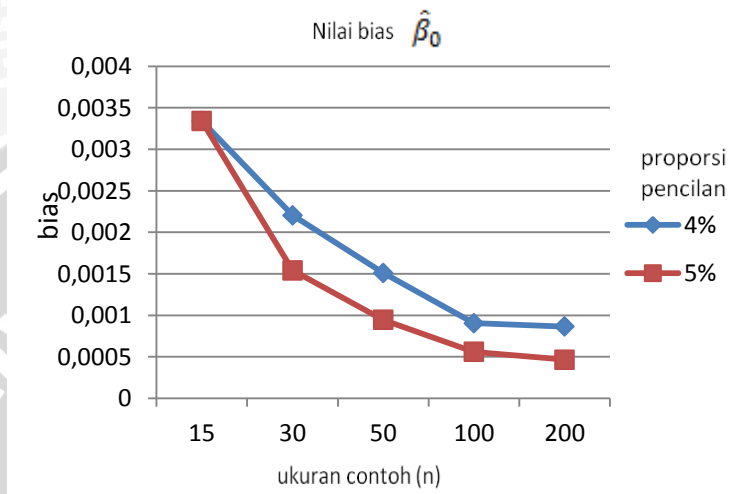
n	Pencilan (%)	Nilai ragam (LTS)			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
15	4	0,07547	0,00410	0,01292	0,35097
	5	0,07547	0,00410	0,01292	0,35097
30	4	0,03597	0,00015	0,01182	0,19259
	5	0,07224	0,00009	0,01539	0,17103
50	4	0,03860	0,00156	0,01261	0,24776
	5	0,06758	0,00341	0,01548	0,33189
100	4	0,03705	0,00122	0,01378	0,21763
	5	0,04185	0,00303	0,01506	0,23814
200	4	0,03125	0,00091	0,01191	0,22035
	5	0,03463	0,00294	0,01248	0,23646

Tabel 4.6. Nilai MSE penduga parameter menggunakan metode LTS

n	Pencilan (%)	Nilai MSE (LTS)			
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
15	4	0,07548	0,00411	0,01292	0,18722
	5	0,07548	0,00411	0,01292	0,18722
30	4	0,00676	0,00102	0,00111	0,06935
	5	0,00349	0,00195	0,00141	0,06380
50	4	0,00551	0,00071	0,00084	0,06302
	5	0,00300	0,00103	0,00111	0,11229
100	4	0,00231	0,00049	0,00058	0,04836
	5	0,00228	0,00071	0,00082	0,05831
200	4	0,00166	0,00046	0,00053	0,04954
	5	0,00184	0,00067	0,00069	0,05725

Selain disajikan pada Tabel 4.4, Tabel 4.5, dan Tabel 4.6, nilai bias, ragam, dan MSE penduga LTS dapat disajikan dalam bentuk grafik seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh.

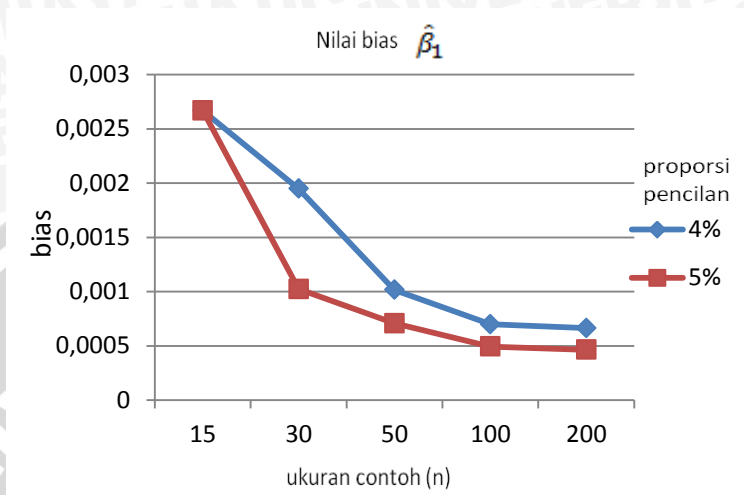
4.3.1 Bias penduga parameter



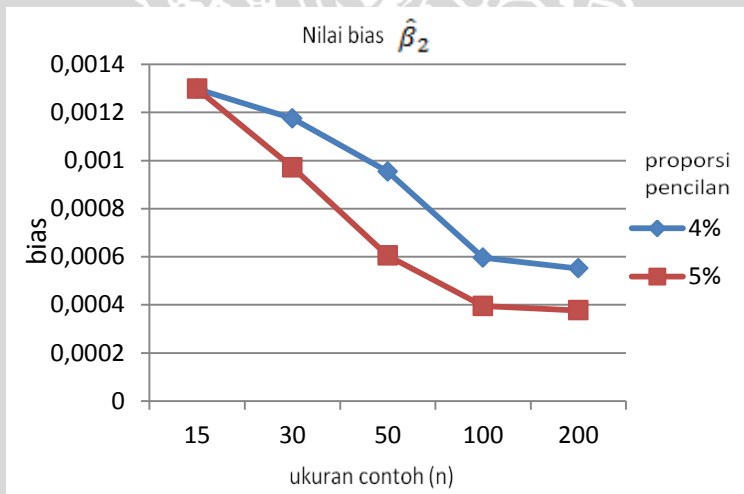
Gambar 4.1. Bias $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Nilai bias $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh tampak pada Gambar 4.1 dengan interpretasi :

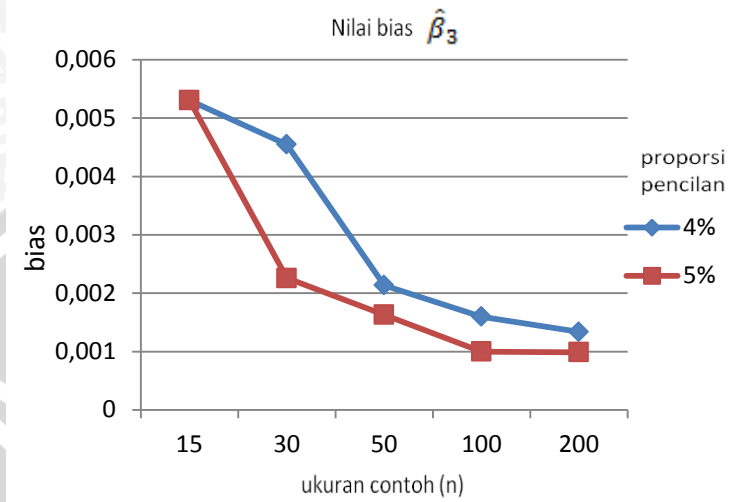
1. Bias penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan menghasilkan nilai bias penduga parameter yang semakin kecil. Hal ini mempengaruhi penduga LTS yang mengatasi bias pada data yang mengandung pencilan karena penduga ini kekar (*robust*) terhadap pencilan.
3. Pertambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias penduga parameter.



Gambar 4.2. Bias $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh



Gambar 4.3. Bias $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

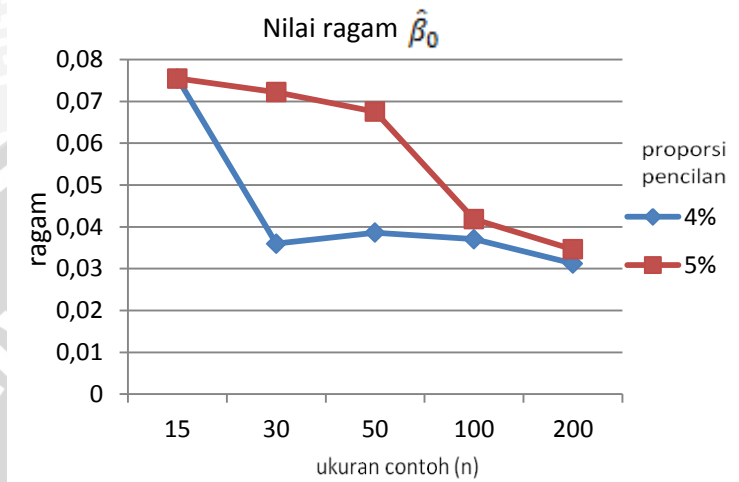


Gambar 4.4. Bias $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Interpretasi untuk gambar 4.2, 4.3, dan 4.4 sama dengan gambar 4.1. Dengan demikian kesimpulan yang diperoleh yaitu :

1. Bias $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ menghasilkan nilai bias penduga parameter yang semakin kecil. Hal ini mempengaruhi penduga LTS yang mengatasi bias pada data yang mengandung pencilan karena penduga ini kekar (*robust*) terhadap pencilan.
3. Pertambahan ukuran contoh untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias penduga parameter.

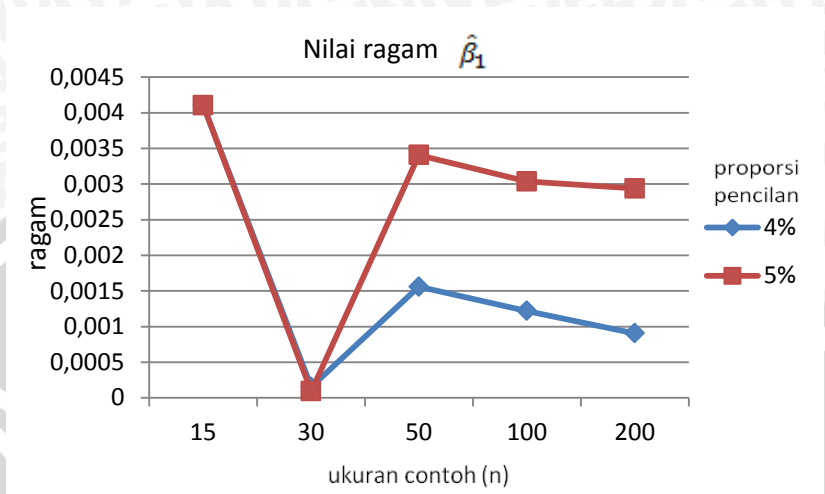
4.3.2 Ragam penduga parameter



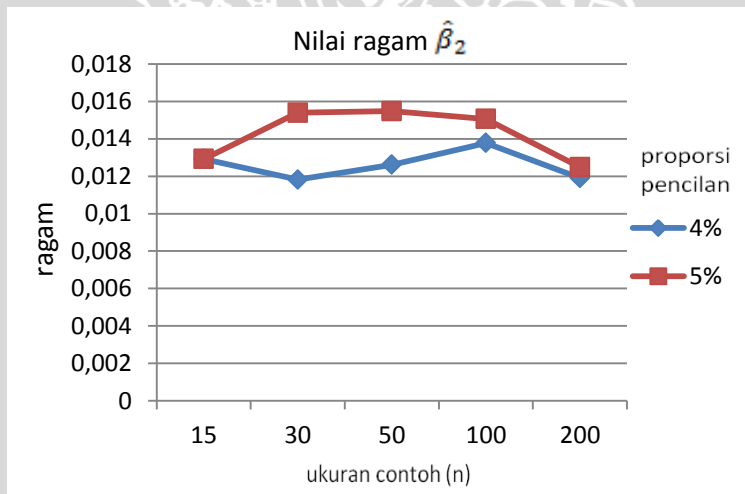
Gambar 4.5. Ragam $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Nilai ragam $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh tampak pada Gambar 4.5 dengan interpretasi :

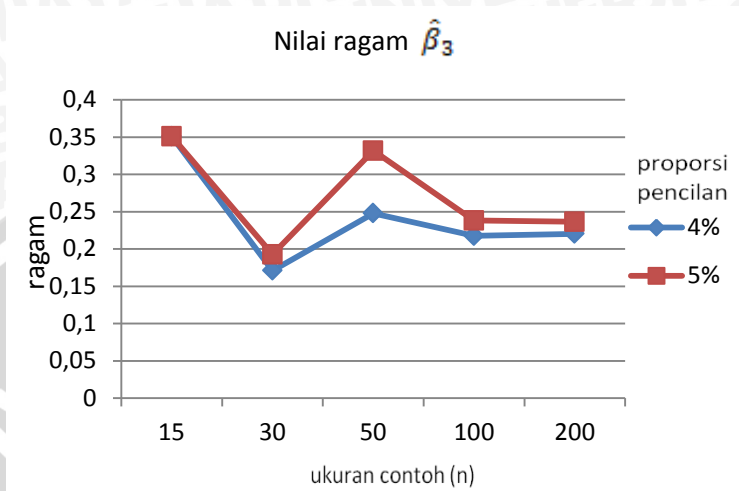
1. Ragam penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan dengan proporsi 4% dan 5% dalam penelitian ini belum dapat menjelaskan pola keragaman penduga LTS.
3. Pertambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka ragam penduga semakin kecil (mendekati nol).



Gambar 4.6. Ragam $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh



Gambar 4.7. Ragam $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

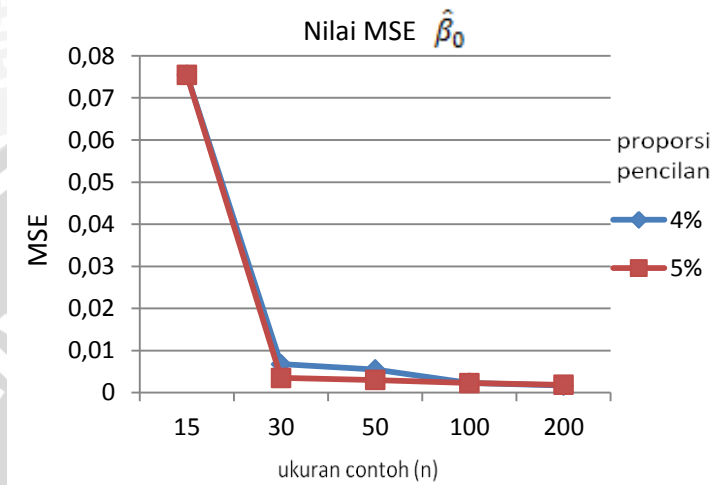


Gambar 4.8. Ragam $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Nilai ragam pada gambar 4.5, 4.6, 4.7, dan 4.8 dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Ragam $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ dengan proporsi 4% dan 5% pada penelitian ini belum dapat menjelaskan pola keragaman penduga LTS seiring kenaikan proporsi pencilan. Hal ini dikarenakan terdapat nilai ragam yang semakin besar pada $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$, namun tidak untuk $\hat{\beta}_1$.
3. Pertambahan ukuran contoh untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \text{ dan } \hat{\beta}_3$ mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai ragam penduga parameter.

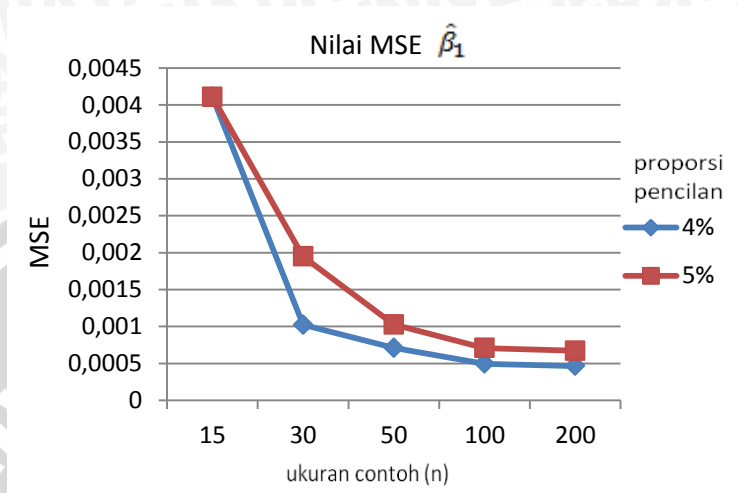
4.3.3 MSE penduga parameter



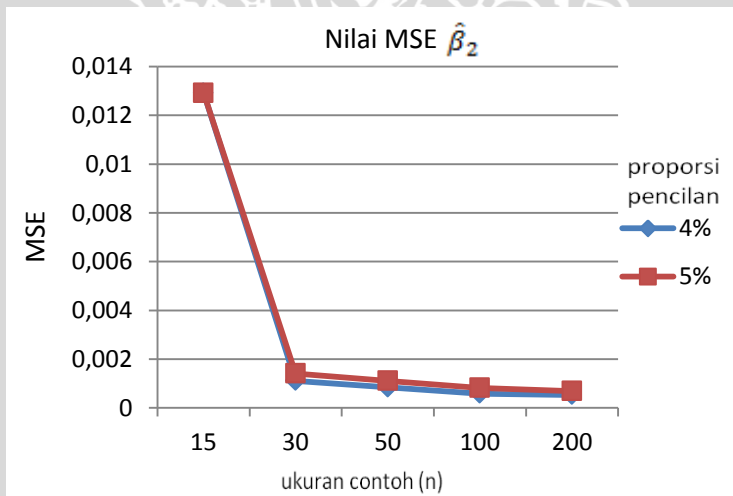
Gambar 4.9. MSE $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Nilai MSE $\hat{\beta}_0$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh tampak pada gambar 4.9 dengan interpretasi :

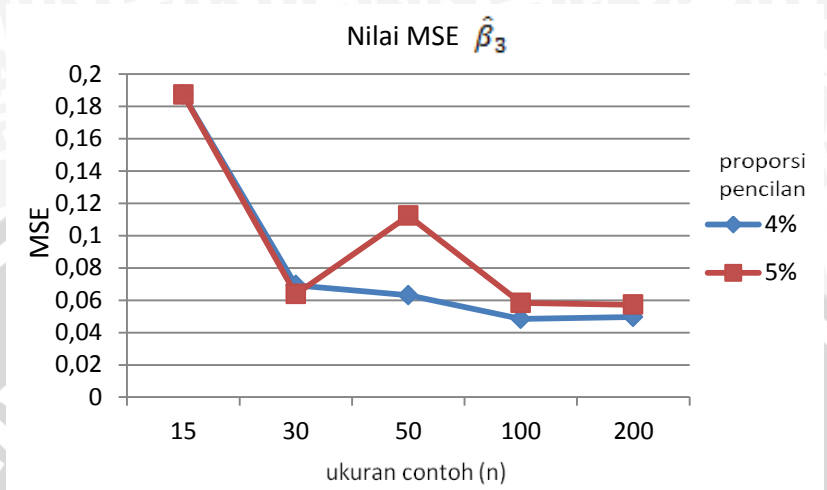
1. MSE penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama. Begitu juga pada grafik ukuran contoh 30, 50, 100 dan 200 berhimpit karena memiliki nilai MSE hampir sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan pada penduga LTS dengan proporsi 4% dan 5% dalam penelitian ini belum dapat menjelaskan pola MSE penduga LTS. Hal ini dikarenakan terdapat nilai MSE yang semakin kecil pada ukuran contoh 15, 30, dan 50, namun semakin besar pada ukuran contoh 100 dan 200.
3. Pertambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS karena semakin besar ukuran contoh maka nilai MSE semakin kecil.



Gambar 4.10. MSE $\hat{\beta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh



Gambar 4.11. MSE $\hat{\beta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh



Gambar 4.12. MSE $\hat{\beta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh

Interpretasi nilai MSE pada gambar 4.9, 4.10, 4.11, dan 4.12 dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. MSE $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, dan \hat{\beta}_3$ penduga LTS untuk ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% berhimpit. Hal ini dikarenakan banyaknya pencilan pada ukuran contoh 15 dengan pencilan 4% dan 5% sama.
2. Pertambahan banyaknya pencilan untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, dan \hat{\beta}_3$ pada penelitian ini belum dapat menjelaskan pola nilai MSE penduga LTS. Pada gambar 4.10 dan 4.11 menghasilkan nilai MSE yang semakin besar seiring bertambahnya pencilan, namun tidak untuk gambar 4.9 dan 4.12. Hal ini tidak mempengaruhi penduga LTS karena penduga ini kekar (*robust*) terhadap pencilan.
3. Pertambahan ukuran contoh untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, dan \hat{\beta}_3$ mempengaruhi penduga LTS. Hal ini dikarenakan semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai ragam penduga parameter.

Berdasarkan nilai bias, ragam dan MSE penduga LTS dapat disimpulkan bahwa pertambahan banyaknya pencilan tidak mempengaruhi penduga LTS karena metode pendugaan

parameter ini merupakan salah satu alat pada regresi *robust*. Regresi *robust* dapat mengurangi pengaruh pencilan pada tanda dan besar nilai penduga parameter jika dibandingkan dengan regresi biasa. Hal ini dikarenakan model regresi yang dihasilkan sesuai dengan sebagian besar data (Kutner, 2004). Sedangkan penambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS. Semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias, ragam dan MSE penduga.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian metode *Least Trimmed Squares* (LTS) pada regresi linier berganda diperoleh kesimpulan berikut :

1. Pertambahan banyaknya pencilan tidak mempengaruhi sifat penduga LTS karena penduga ini termasuk penduga yang kekar (*robust*) terhadap pencilan. Hasil penelitian ini menunjukkan nilai bias penduga LTS yang relatif kecil, akan tetapi pada penelitian ini belum dapat menjelaskan pola nilai ragam dan MSE penduga LTS. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode LTS baik dalam menghasilkan penduga parameter yang tidak bias, namun ada kemungkinan ragam atau MSE yang besar.
2. Pertambahan ukuran contoh mempengaruhi penduga LTS karena semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias, ragam dan MSE penduga.

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh, saran yang dapat diberikan adalah :

1. Peneliti lain dapat menggunakan metode *Least Trimmed Squares* (LTS) pada data yang mengandung pencilan tidak berpengaruh.
2. Peneliti lain dapat menggunakan metode *robust* yang lain untuk menangani pengaruh pencilan pada data.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Barnet, V dan T. Lewis. 1993. **Outliers in Statistical Data**. 3rd Edition. John Wiley and Sons, New York.
- Bowerman, B. L. dan R. T O'Connel. 1990. **Linier Statistical Models An Applied Approach**. PWS Kent Publishing Company, USA.
- Chen, C. 2002. **Robust Regression and Outlier Detection with ROBUSTREGProcedure**.
<http://www.sas.com/proceedings/sugi27/p265-27.pdf>
Tanggal akses 2 Februari 2013.
- Doornik, J.A. 2011. Robust Estimation Using Least Trimmed Squares.
http://creates.au.dk/fileadmin/site_files/filer_oekonomi/subsite/s/creates/Seminar_Papers/2011/ELTS.pdf. Tanggal akses 22 Januari 2013.
- Draper, N. R. dan H. Smith. 1992. **Analisis Regresi Terapan**. Edisi kedua. Alih bahasa oleh Sumantri, B. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Fatmawati. 2008. **Pendugaan Parameter Regresi Robust Dengan Metode Least Trimmed Square (LTS)**. Jurusan Matematika. Fakultas MIPA. Universitas Brawijaya, Malang. Tidak dipublikasikan.
- Gujarati, D. 1999. **Ekonometrika Dasar**. Alih bahasa oleh Zain, S. Erlangga, Jakarta.
- Kutner, M. H, C. J. Nachtstein, dan J. Neter. 2004. **Applied Linier Statistical Methods**. MC Graw Hill Company, Inc, New York.
- Montgomery, D. C. dan E. A. Peck. 1992. **Introduction to Linier Regression Analysis**. Second Edition. John Wiley and Sons, Inc, New York.

Myers, R. H. 1990. **Classical and Modern Regression with Application**. Second Edition. PWS-Kent Publishing Company, California.

Rousseeuw, P. J., dan Leroy, A. M. 1987. **Robust Regression and Outlier Detection**.
<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/0471725382.fmatter/pdf>. Tanggal akses 3 Februari 2013.

Rousseeuw, P. J., dan Hubert, M. 1997. **Recent Development in Progress**.
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.30.4889>. Tanggal akses 3 Februari 2013.

Ryan, T. P. 1997. **Modern Regression Methods**. John Wiley and Sons, New York.

Sembiring, R. K. 1995. **Analisis Regresi**. Edisi Kedua. Penerbit ITB, Bandung.

Walpole, R. E. 1992. **Pengantar Statistika**. Edisi ketiga. Alih bahasa oleh Sumantr, B. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Weisberg, S. 1985. **Applied Linier Regression**. Second Edition. John Wiley and Sons, Canada.

Wu, M. 2006. **Timmed and Winsorized Estimators**.
<http://www.msu.edu/~wumingxi/Papers/mythesis.pdf>. Tanggal akses 2 Februari 2013.

Lampiran 1. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 15

i	X_1 (berat badan tikus)	X_2 (berat hati tikus)	X_3 (dosis relatif)
1	144	7,1	0,74
2	147	7,2	0,76
3	150	7,8	0,76
4	153	7,1	0,82
5	156	6,7	0,78
6	159	7	0,81
7	162	8,3	0,82
8	165	8,6	0,84
9	168	9	0,92
10	171	7,3	0,86
11	174	9,2	0,84
12	177	8,2	0,79
13	180	8,9	0,86
14	183	9,2	0,87
15	186	6,8	0,94

Lampiran 2. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 30

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
1	144	7,1	0,74
2	146	7,3	0,73
3	148	7,3	0,74
4	150	7,8	0,76
5	152	6,8	0,79
6	154	7,2	0,83
7	156	6,7	0,78
8	158	6,9	0,8
9	160	7,1	0,82
10	162	8,3	0,82
11	164	7,8	0,83
12	166	8	0,85
13	168	9	0,92
14	170	7,2	0,85
15	172	7,4	0,87
16	174	9,2	0,84
17	176	6,5	0,88
18	178	8,3	0,8
19	180	8,9	0,86
20	182	9,1	0,86
21	184	6,6	0,92
22	186	6,8	0,94
23	188	8	0,94
24	190	9	0,99
25	192	9,2	0,96
26	194	9,9	0,99
27	196	8,7	0,89

Lampiran 2. (lanjutan)

i	X_1 (berat badan tikus)	X_2 (berat hati tikus)	X_3 (dosis relatif)
28	198	8,9	0,87
29	200	7,2	0,99
30	202	7,6	0,86

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 3. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 50

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
1	144	7,1	0,74
2	145	7,2	0,72
3	146	7,3	0,73
4	147	7,2	0,76
5	148	7,3	0,74
6	149	7,7	0,75
7	150	7,8	0,76
8	151	6,7	0,78
9	152	6,8	0,79
10	153	7,1	0,82
11	154	7,2	0,83
12	155	6,6	0,77
13	156	6,7	0,78
14	157	6,8	0,79
15	158	6,9	0,8
16	159	7	0,81
17	160	7,1	0,82
18	161	8,2	0,81
19	162	8,3	0,82
20	163	7,7	0,82
21	164	7,8	0,83
22	165	8,6	0,84
23	166	8	0,85
24	167	8,9	0,91
25	168	9	0,92
26	169	7,1	0,84
27	170	7,2	0,85

Lampiran 3. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
28	171	7,3	0,86
29	172	7,4	0,87
30	173	9,1	0,83
31	174	9,2	0,84
32	175	6,4	0,87
33	176	6,5	0,88
34	177	8,2	0,79
35	178	8,3	0,8
36	179	8,8	0,85
37	180	8,9	0,86
38	181	9	0,85
39	182	9,1	0,86
40	183	9,2	0,87
41	184	6,6	0,92
42	185	6,7	0,93
43	186	6,8	0,94
44	187	7,9	0,93
45	188	8	0,94
46	189	8,9	0,98
47	190	9	0,99
48	191	9,1	0,95
49	192	9,2	0,96
50	193	9,8	0,98

Lampiran 4. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 100

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
1	144	7,1	0,74
2	144	7,1	0,74
3	145	7,2	0,72
4	145	7,2	0,72
5	146	7,3	0,73
6	146	7,3	0,73
7	147	7,2	0,76
8	147	7,2	0,76
9	148	7,3	0,74
10	148	7,3	0,74
11	149	7,7	0,75
12	149	7,7	0,75
13	150	7,8	0,76
14	150	7,8	0,76
15	151	6,7	0,78
16	151	6,7	0,78
17	152	6,8	0,79
18	152	6,8	0,79
19	153	7,1	0,82
20	153	7,1	0,82
21	154	7,2	0,83
22	154	7,2	0,83
23	155	6,6	0,77
24	155	6,6	0,77
25	156	6,7	0,78
26	156	6,7	0,78
27	157	6,8	0,79

Lampiran 4. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
28	157	6,8	0,79
29	158	6,9	0,8
30	158	6,9	0,8
31	159	7	0,81
32	159	7	0,81
33	160	7,1	0,82
34	160	7,1	0,82
35	161	8,2	0,81
36	161	8,2	0,81
37	162	8,3	0,82
38	162	8,3	0,82
39	163	7,7	0,82
40	163	7,7	0,82
41	164	7,8	0,83
42	164	7,8	0,83
43	165	8,6	0,84
44	165	8,6	0,84
45	166	8	0,85
46	166	8	0,85
47	167	8,9	0,91
48	167	8,9	0,91
49	168	9	0,92
50	168	9	0,92
51	169	7,1	0,84
52	169	7,1	0,84
53	170	7,2	0,85
54	170	7,2	0,85

Lampiran 4. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
55	171	7,3	0,86
56	171	7,3	0,86
57	172	7,4	0,87
58	172	7,4	0,87
59	173	9,1	0,83
60	173	9,1	0,83
61	174	9,2	0,84
62	174	9,2	0,84
63	175	6,4	0,87
64	175	6,4	0,87
65	176	6,5	0,88
66	176	6,5	0,88
67	177	8,2	0,79
68	177	8,2	0,79
69	178	8,3	0,8
70	178	8,3	0,8
71	179	8,8	0,85
72	179	8,8	0,85
73	180	8,9	0,86
74	180	8,9	0,86
75	181	9	0,85
76	181	9	0,85
77	182	9,1	0,86
78	182	9,1	0,86
79	183	9,2	0,87
80	183	9,2	0,87
81	184	6,6	0,92

Lampiran 4. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
82	184	6,6	0,92
83	185	6,7	0,93
84	186	6,8	0,94
85	187	7,9	0,93
86	188	8	0,94
87	189	8,9	0,98
88	190	9	0,99
89	191	9,1	0,95
90	192	9,2	0,96
91	193	9,8	0,98
92	194	9,9	0,99
93	195	8,6	0,88
94	196	8,7	0,89
95	197	8,8	0,86
96	198	8,9	0,87
97	199	7,1	0,98
98	200	7,2	0,99
99	201	7,5	0,85
100	202	7,6	0,86

Lampiran 5. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 200

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
1	144	7,1	0,74
2	144	7,1	0,74
3	144	7,1	0,74
4	144	7,1	0,74
5	145	7,2	0,72
6	145	7,2	0,72
7	145	7,2	0,72
8	145	7,2	0,72
9	146	7,3	0,73
10	146	7,3	0,73
11	146	7,3	0,73
12	146	7,3	0,73
13	147	7,2	0,76
14	147	7,2	0,76
15	147	7,2	0,76
16	147	7,2	0,76
17	148	7,3	0,74
18	148	7,3	0,74
19	148	7,3	0,74
20	148	7,3	0,74
21	149	7,7	0,75
22	149	7,7	0,75
23	149	7,7	0,75
24	149	7,7	0,75
25	150	7,8	0,76
26	150	7,8	0,76
27	150	7,8	0,76

Lampiran 5. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 200

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
28	150	7,8	0,76
29	151	6,7	0,78
30	151	6,7	0,78
31	151	6,7	0,78
32	151	6,7	0,78
33	152	6,8	0,79
34	152	6,8	0,79
35	152	6,8	0,79
36	152	6,8	0,79
37	153	7,1	0,82
38	153	7,1	0,82
39	153	7,1	0,82
40	153	7,1	0,82
41	154	7,2	0,83
42	154	7,2	0,83
43	154	7,2	0,83
44	154	7,2	0,83
45	155	6,6	0,77
46	155	6,6	0,77
47	155	6,6	0,77
48	155	6,6	0,77
49	156	6,7	0,78
50	156	6,7	0,78
51	156	6,7	0,78
52	156	6,7	0,78
53	157	6,8	0,79
54	157	6,8	0,79

Lampiran 5. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
55	157	6,8	0,79
56	157	6,8	0,79
57	158	6,9	0,8
58	158	6,9	0,8
59	158	6,9	0,8
60	158	6,9	0,8
61	159	7	0,81
62	159	7	0,81
63	159	7	0,81
64	159	7	0,81
65	160	7,1	0,82
66	160	7,1	0,82
67	160	7,1	0,82
68	160	7,1	0,82
69	161	8,2	0,81
70	161	8,2	0,81
71	161	8,2	0,81
72	161	8,2	0,81
73	162	8,3	0,82
74	162	8,3	0,82
75	162	8,3	0,82
76	162	8,3	0,82
77	163	7,7	0,82
78	163	7,7	0,82
79	163	7,7	0,82
80	163	7,7	0,82
81	164	7,8	0,83

Lampiran 5. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
82	164	7,8	0,83
83	164	7,8	0,83
84	164	7,8	0,83
85	165	8,6	0,84
86	165	8,6	0,84
87	165	8,6	0,84
88	165	8,6	0,84
89	166	8	0,85
90	166	8	0,85
91	166	8	0,85
92	166	8	0,85
93	167	8,9	0,91
94	167	8,9	0,91
95	167	8,9	0,91
96	168	9	0,92
97	168	9	0,92
98	168	9	0,92
99	169	7,1	0,84
100	169	7,1	0,84
101	169	7,1	0,84
102	170	7,2	0,85
103	170	7,2	0,85
104	170	7,2	0,85
105	171	7,3	0,86
106	171	7,3	0,86
107	171	7,3	0,86
108	172	7,4	0,87

Lampiran 5. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
109	172	7,4	0,87
110	172	7,4	0,87
111	173	9,1	0,83
112	173	9,1	0,83
113	173	9,1	0,83
114	174	9,2	0,84
115	174	9,2	0,84
116	174	9,2	0,84
117	175	6,4	0,87
118	175	6,4	0,87
119	175	6,4	0,87
120	176	6,5	0,88
121	176	6,5	0,88
122	176	6,5	0,88
123	177	8,2	0,79
124	177	8,2	0,79
125	177	8,2	0,79
126	178	8,3	0,8
127	178	8,3	0,8
128	178	8,3	0,8
129	179	8,8	0,85
130	179	8,8	0,85
131	179	8,8	0,85
132	180	8,9	0,86
133	180	8,9	0,86
134	180	8,9	0,86
135	181	9	0,85

Lampiran 5. (lanjutan)

i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
136	181	9	0,85
137	181	9	0,85
138	182	9,1	0,86
139	182	9,1	0,86
140	182	9,1	0,86
141	183	9,2	0,87
142	183	9,2	0,87
143	183	9,2	0,87
144	184	6,6	0,92
145	184	6,6	0,92
146	184	6,6	0,92
147	185	6,7	0,93
148	185	6,7	0,93
149	185	6,7	0,93
150	186	6,8	0,94
151	186	6,8	0,94
152	186	6,8	0,94
153	187	7,9	0,93
154	187	7,9	0,93
155	187	7,9	0,93
156	188	8	0,94
157	188	8	0,94
158	188	8	0,94
159	189	8,9	0,98
160	189	8,9	0,98
161	189	8,9	0,98
162	190	9	0,99

Lampiran 5. (lanjutan)

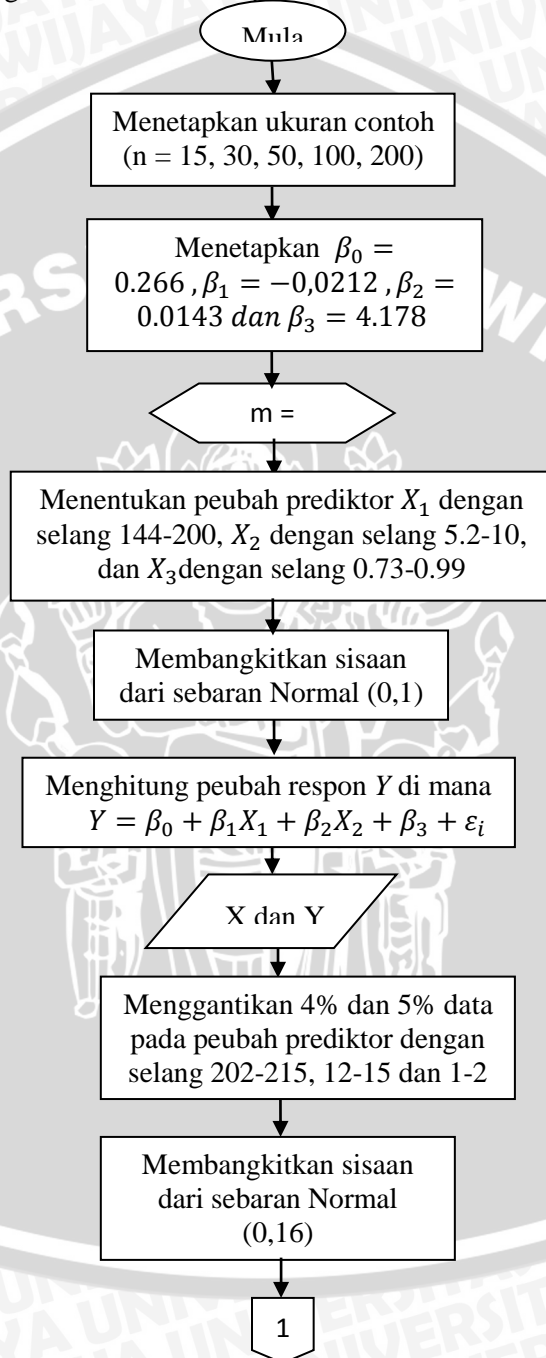
i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
163	190	9	0,99
164	190	9	0,99
165	191	9,1	0,95
166	191	9,1	0,95
167	191	9,1	0,95
168	192	9,2	0,96
169	192	9,2	0,96
170	192	9,2	0,96
171	193	9,8	0,98
172	193	9,8	0,98
173	193	9,8	0,98
174	194	9,9	0,99
175	194	9,9	0,99
176	194	9,9	0,99
177	195	8,6	0,88
178	195	8,6	0,88
179	195	8,6	0,88
180	196	8,7	0,89
181	196	8,7	0,89
182	196	8,7	0,89
183	197	8,8	0,86
184	197	8,8	0,86
185	197	8,8	0,86
186	198	8,9	0,87
187	198	8,9	0,87
188	198	8,9	0,87
189	199	7,1	0,98

Lampiran 5. (lanjutan)

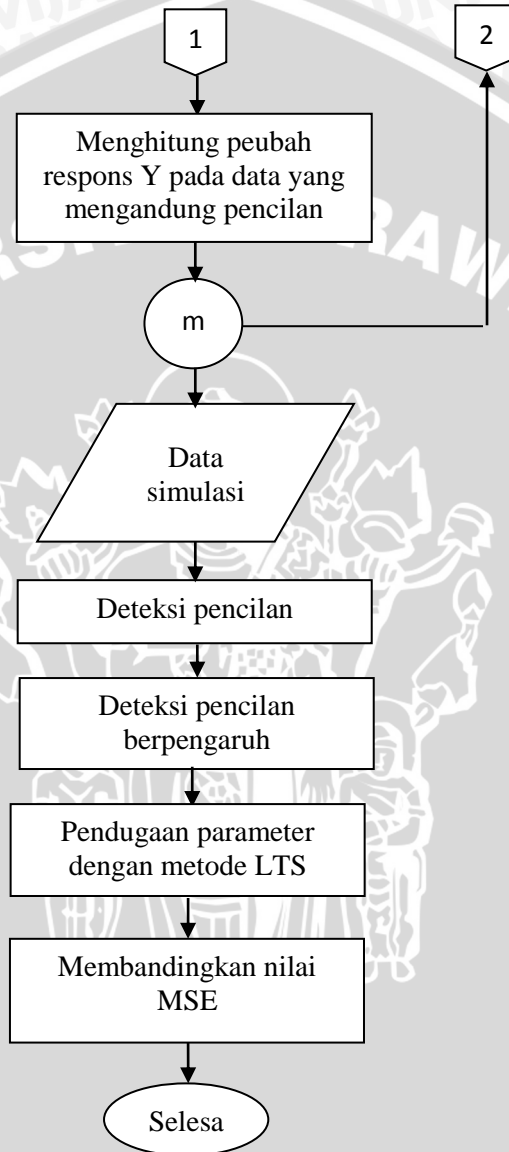
i	X ₁ (berat badan tikus)	X ₂ (berat hati tikus)	X ₃ (dosis relatif)
190	199	7,1	0,98
191	199	7,1	0,98
192	200	7,2	0,99
193	200	7,2	0,99
194	200	7,2	0,99
195	201	7,5	0,85
196	201	7,5	0,85
197	201	7,5	0,85
198	202	7,6	0,86
199	202	7,6	0,86
200	202	7,6	0,86



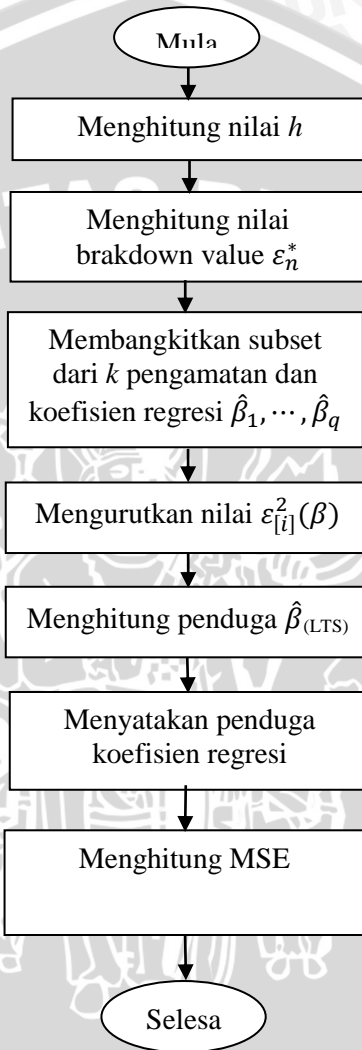
Lampiran 6. Diagram Alir Penelitian pada Data Simulasi



Lampiran 6. (lanjutan)



Lampiran 7. Diagram Alir Metode LTS



Lampiran 8. Macro simulasi menggunakan Minitab 14

Command → %e:/simulasi.txt c1-c22

```
macro
simulasi x1 x2 x3 res y pcLa pcMa pcNa pcResa null1 null2 null3
null4 La Ma Na Resa Lca Mca Nca Resca Yca

mcolumn x1 x2 x3 res y pcLa pcMa pcNa pcResa null1 null2 null3
null4 La Ma Na Resa Lca Mca Nca Resca Yca
mconstant b1 b2 b3 b4 n a b c d e f p1 p2 pc1 pc2 m

let n=count(x1)

let b1=res[1]
let b2=res[2]
let b3=res[3]
let b4=res[4]
print res

do m=1:100

Random n res;
Normal 0 1.

let y=b1+(x1*b2)+(x2*b3)+(x3*b4)+res

let p1=0,04*n
let pc1=round(p1)

let p2=0,05*n
let pc2=round(p2)

do a=pc2,pc1

Random a pcLa;
Integer 203 210.
Random a pcMa;
integer 10 15.
```

Lampiran 8. (lanjutan)

```
Random a pcNa;  
integer 1 2.
```

```
Random a pcResa;  
Normal 0 8.
```

```
if a=pc2  
do b=1:n-pc2  
let null1(b)=0  
let null2(b)=0  
let null3(b)=0  
let null4(b)=0  
enddo  
else  
do b=1:n-pc1  
let null1(b)=0  
let null2(b)=0  
let null3(b)=0  
let null4(b)=0  
enddo  
endif
```

```
Stack (null1 null2 null3 null4) (pcLa pcMa pcNa pcResa) (La Ma Na  
Resa).
```

```
sample n (La Ma Na Resa) (La Ma Na Resa).  
do c=1:n  
if La(c)=0  
let Lca(c)=x1(c)  
else  
let Lca(c)=La(c)  
endif  
enddo
```

Lampiran 8. (lanjutan)

```
do e=1:n
  if Na(e)=0
    let Nca(e)=x3(e)
  else
    let Nca(e)=Na(e)
  endif
enddo

do f=1:n
  if Resca(f)=0
    let Resca(f)=res(f)
  else
    let Resca(f)=Resca(f)
  endif
enddo

let Yca=b1+(b2*Lca)+(b3*Mca)+(b4*Nca)+Resca

print x1 x2 x3 res y La Ma Na Resa Lca Mca Nca Resca Yca

enddo

enddo

endmacro
```

Lampiran 9. Macro analisis data metode LTS menggunakan SAS
9.1.3

```
data simulasi;
input y x1 x2 x3;
cards;
  0,3247      144      7,1      0,74
  0,3118      147      7,2      0,76
  0,3902      150      7,8      0,76
  0,091       153      7,1      0,82
 -0,9985     156      6,7      0,78
  0,9405     159      7        0,81
18,0564     205      13       2
  0,2451     165      8,6      0,84
 -0,1339     168      9        0,92
  1,2914     171      7,3      0,86
 -0,2395     174      9,2      0,84
 -1,7354     177      8,2      0,79
  0,3398     180      8,9      0,86
 -0,6109     183      9,2      0,87
  1,1992     186      6,8      0,94
;

proc robustreg data=simulasi method=lts(h=10);
model y=x1 x2 x3;
run;
```