

**SEMINEARRING BIPOTEN KIRI**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh :

**HARZAU HAZZAKYAH**

**0910943005-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2013**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**SEMINEARRING BIPOTEN KIRI**

oleh:

**HARZAU HAZZAKYAH**

**0910943005-94**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 02 Agustus 2013  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

**Pembimbing**

**Drs. Bambang Sugandi, M.Si**

**NIP. 195905151992031002**

**Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika  
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc**

**NIP. 196709071992031001**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Harzau Hazzakyah  
NIM : 0910943005-94  
Jurusan : Matematika  
Penulis Skripsi berjudul : Seminearring Bipoten Kiri

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 02 Agustus 2013  
yang menyatakan,

Harzau Hazzakyah  
NIM. 0910943005-94

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# SEMINEARRING BIPOTEN KIRI

## ABSTRAK

Suatu seminearring merupakan perumuman dari ring. Dalam skripsi ini dibahas suatu seminearring bipoten kiri dan suatu seminearring normal kiri bipoten kiri. Seminearring merupakan bipoten kiri jika  $Sa = Sa^2$  untuk setiap  $a \in S$ . Seminearring normal kiri  $S$  merupakan bipoten kiri jika dan hanya jika untuk setiap ideal kiri  $A$  dari  $S$  berlaku  $A = \sqrt{A}$  di mana  $\sqrt{A} = \{x \in S | x^k \in A \text{ untuk suatu } k \in \mathbb{Z}^+\}$ . Jika elemen nilpoten pada  $S$  adalah nol maka annihilator kiri adalah ideal dari  $S$ .

**Kata kunci : seminearring, seminearring normal kiri, seminearring bipoten kiri**



UNIVERSITAS BRAWIJAYA





# LEFT BIPOTENT SEMINEARRING

## ABSTRACT

A seminearring is a generalization of a ring. In this minithesis, left bipotent seminearrings and left normal left bipotent seminearrings will be discussed. A seminearring  $S$  is called a left bipotent if for all  $a \in S$ , it is satisfied that  $Sa = Sa^2$ . A Left normal seminearring  $S$  is a left bipotent if and only if for every left ideal  $A$  of  $S$ ,  $A = \sqrt{A}$  with  $\sqrt{A} = \{x \in S | x^k \in A, \text{ for some positif integer } k\}$ . If the only nilpotent element of  $S$  is zero, then the left annihilator of  $S$  is an ideal.

**Keywords : seminearring, left normal seminearring, left bipotent seminearring**



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul **“Seminearring Bipoten Kiri”** ini sesuai dengan waktu yang telah direncanakan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada teladan kita Rasulullah Muhammad SAW, seluruh keluarga, para sahabat dan pengikutnya yang setia sampai hari kiamat.

Skripsi ini disusun dan diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya.

Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik atas dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan rasa hormat dan ungkapan terima kasih yang tulus kepada:

1. Drs. Bambang Sugandi, M.Si., selaku Ketua Bidang Ilmu Aljabar sekaligus dosen pembimbing atas kesabaran, bimbingan, nasihat, dan arahan yang telah diberikan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
2. Dr. Sobri Abusini, M.T., selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus dosen penasihat akademik yang sudah memberikan banyak nasihat, dukungan, dan saran selama penulis menempuh studi dan proses penulisan Skripsi ini.
3. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus dosen penguji yang telah banyak memberi masukan, saran dan kritik untuk Skripsi ini.
4. Dra. Ari Andari, M.S, selaku dosen penguji yang telah banyak memberi masukan, saran dan kritik untuk Skripsi ini.
5. Segenap dosen Jurusan Matematika FMIPA UB atas transfer ilmu yang diberikan dan staf Tata Usaha Jurusan Matematika atas segala bantuannya selama penulis menempuh studi.
6. Ayahanda yang penulis banggakan dan Ibundaku tercinta serta kakak dan adikku yang telah banyak memberikan dukungan, do'a dan pengorbanan baik secara moril maupun materil sehingga penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
7. Sahabat-sahabat penulis yang selalu menghibur, memotivasi dan memberikan dukungan serta do'a kepada penulis, Ila, Anisa, Arum, Ria, Ismi, Ayu, Siska, Verin, Selfi, Retno, dan teman-

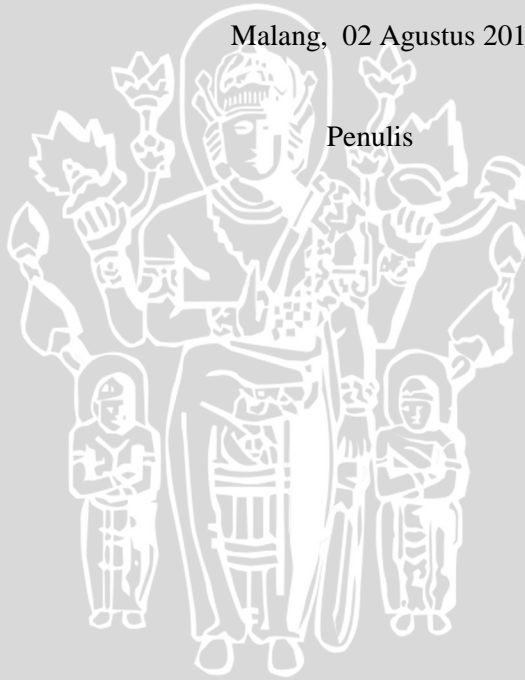
teman Matematika angkatan 2009 serta teman-teman kos Kertosentono 57c dan Tlogo Indah 41c.

8. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan Skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Skripsi ini masih terdapat kekurangan. Untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari semua pihak guna penyempurnaan selanjutnya melalui email penulis [harzau.hazzakyah@gmail.com](mailto:harzau.hazzakyah@gmail.com). Akhirnya penulis berharap semoga Skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca umumnya.

Malang, 02 Agustus 2013

Penulis



## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	v
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	ix
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xv
<b>DAFTAR NOTASI</b> .....	xvii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
2.1 Latar Belakang .....	1
2.2 Rumusan Masalah .....	1
2.3 Tujuan .....	1
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	3
2.1 Operasi Biner .....	3
2.2 Semigrup .....	4
2.3 Grup .....	8
2.4 Ring dan Ideal .....	10
<b>BAB III PEMBAHASAN</b> .....	19
3.1 Seminearring Kanan .....	19
3.2 Seminearring Bipoten Kiri .....	28
<b>BAB IV KESIMPULAN</b> .....	55
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	57

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_4$ .....	6
Tabel 2.2 Operasi pergandaan pada $G$ .....	9
Tabel 2.3 Operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_6$ .....	11
Tabel 2.4 Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_6$ .....	12
Tabel 2.5 Operasi pengurangan pada $A$ .....	16
Tabel 2.6 Operasi pergandaan pada $ar$ .....	17
Tabel 2.7 Operasi pergandaan pada $ra$ .....	17
Tabel 3.1 Operasi penjumlahan pada $S$ .....	21
Tabel 3.2 Operasi pergandaan pada $S$ .....	21
Tabel 3.3 Operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_2$ .....	23
Tabel 3.4 Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_2$ .....	24
Tabel 3.5 Operasi penjumlahan pada $I$ .....	25
Tabel 3.6 Operasi pergandaan pada $as$ .....	26
Tabel 3.7 Operasi pergandaan pada $sa$ .....	26
Tabel 3.8 Operasi penjumlahan pada $I$ .....	27
Tabel 3.9 Operasi pergandaan pada $as$ .....	27
Tabel 3.10 Operasi pergandaan pada $sa$ .....	27
Tabel 3.11 Operasi penjumlahan pada $S$ .....	29
Tabel 3.12 Operasi pergandaan pada $S$ .....	29
Tabel 3.13 Operasi penjumlahan pada $S$ .....	31
Tabel 3.14 Operasi pergandaan pada $S$ .....	31
Tabel 3.15 Operasi penjumlahan pada $S$ .....	34
Tabel 3.16 Operasi pergandaan pada $S$ .....	34
Tabel 3.17 Operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_4$ .....	40
Tabel 3.18 Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_4$ .....	40
Tabel 3.19 Operasi pergandaan pada $sa$ .....	41
Tabel 3.20 Operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_3$ .....	42
Tabel 3.21 Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_3$ .....	43
Tabel 3.22 Operasi pergandaan pada $sa$ .....	44
Tabel 3.23 Operasi pergandaan pada $as$ .....	44
Tabel 3.24 Operasi pergandaan pada $sa$ .....	46
Tabel 3.25 Operasi pergandaan pada $as$ .....	46
Tabel 3.26 Operasi penjumlahan pada $\mathbb{Z}_5$ .....	51

Tabel 3.27	Operasi pergandaan pada $\mathbb{Z}_5$ .....	51
Tabel 3.28	Operasi penjumlahan pada $I$ .....	53
Tabel 3.29	Operasi pergandaan pada $sa$ .....	54

UNIVERSITAS BRAWIJAYA





## DAFTAR NOTASI

### Notasi

### Keterangan

$I$

Ideal

$f: A \rightarrow B$

Pemetaan dari  $A$  ke  $B$

$A \Rightarrow B$

Implikasi jika  $A$  maka  $B$

$*$

Sebarang operasi biner

$+$

Operasi penjumlahan biasa

$\bullet$

Operasi pergandaan biasa

$A \times B$

Hasil kali kartesius  $A$  dan  $B$

$\blacksquare$

Akhir dari sebuah bukti

$\sqrt{\quad}$

*Radical*



UNIVERSITAS BRAWIJAYA

