

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persediaan (*inventory*) adalah teknik untuk manajemen material yang berkaitan dengan persediaan. Manajemen material dalam persediaan dilakukan dengan beberapa input yang digunakan, yaitu permintaan yang terjadi (*demand*) dan biaya-biaya yang terkait penyimpanan, serta biaya apabila terjadi kekurangan persediaan (*shortage*) (Ristono, 2009).

Persediaan merupakan suatu model yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah yang terkait dengan usaha pengendalian bahan baku maupun barang jadi dalam suatu aktifitas perusahaan.

Dalam proses pengelolaan barang, persediaan barang dapat mengalami kerusakan atau penurunan kualitas dari waktu ke waktu. Seperti sayuran, buah-buahan, dan bahan makanan akan mengalami penipisan persediaan akibat pembusukan atau kerusakan. Jadi, pembusukan atau kerusakan barang dalam persediaan adalah hal yang sangat realistis dan merupakan permasalahan yang jelas dalam persediaan.

Penulis yang membahas tentang model persediaan dimana dalam persediaan memungkinkan adanya kerusakan, telah banyak. Seperti dalam kajian Maghfiroh (2011) yang membahas bagaimana menghindari kerugian dalam produksi dengan metode EPQ *backorder* dan Pratiwi (2012) membahas tentang EPQ *backorder* parsial. Dalam kajian Pratiwi, persediaan dapat mengalami kerusakan dan kekurangan sehingga sebagian permintaan konsumen tidak dapat terpenuhi, kemudian konsumen diberi pilihan untuk menunggu pesannya atau tidak.

Skripsi ini membahas perkembangan model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan, dimana konsumen akan menunggu pesannya terpenuhi dan laju kerusakannya berdistribusi eksponensial. Dari model tersebut, akan diperoleh biaya total persediaan minimum dari jumlah persediaan optimal, jumlah *backorder* optimal, dan laju siklus persediaan produksi yang optimal. Dari hasil analisis sensitivitas model persediaan produksi dengan

adanya kerusakan, akan diselidiki fungsi optimal mana yang sensitif dan tidak sensitif terhadap perubahan parameter yang ada dalam model.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana formulasi model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang.
2. Bagaimana menentukan biaya total persediaan yang minimum dengan mempertimbangkan biaya kerusakan dan kekurangan barang persediaan.
3. Bagaimana perhitungan numerik dan tingkat sensitivitas biaya total persediaan minimum, jumlah persediaan optimal, jumlah *backorder* optimal, dan laju siklus persediaan produksi yang optimal terhadap perubahan setiap parameter.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Tingkat permintaan dan tingkat produksi konstan.
2. Pengisian persediaan terjadi seketika atau dengan kata lain *lead time* sama dengan nol.
3. Tidak ada perbaikan atau penggantian barang yang rusak.
4. Tingkat kerusakan berdistribusi eksponensial dan bernilai sangat kecil yaitu mendekati nol.

1.4 Tujuan

Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan, tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Memformulasikan model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang.
2. Menentukan biaya total persediaan yang minimum.
3. Mengetahui perhitungan numerik dan analisis sensitivitas dari model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengendalian Persediaan

Persediaan dapat diartikan sebagai barang-barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Persediaan terdiri dari persediaan bahan baku, persediaan bahan setengah jadi, dan persediaan barang jadi. Persediaan bahan baku dan bahan setengah jadi disimpan sebelum digunakan atau dimasukkan ke dalam proses produksi, sedangkan persediaan barang jadi disimpan sebelum dijual atau dipasarkan. Dengan demikian setiap perusahaan yang melakukan kegiatan usaha umumnya memiliki persediaan (Ristono, 2009).

Persediaan merupakan suatu model yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah yang terkait dengan usaha pengendalian bahan baku maupun barang jadi dalam suatu aktifitas perusahaan. Ciri khas dari model persediaan adalah solusi optimalnya difokuskan untuk menjamin persediaan dengan biaya yang serendah rendahnya.

2.2 Jenis-jenis Persediaan

Menurut Rangkuti (2004), setiap jenis persediaan memiliki karakteristik dan cara pengolahan yang berbeda. Berdasarkan jenis barang dalam persediaan, persediaan dapat dibedakan sebagai berikut.

1. Persediaan bahan mentah (*raw material*), yaitu persediaan barang-barang yang digunakan dalam proses produksi.
2. Persediaan komponen-komponen rakitan (*purchased parts/components*), yaitu persediaan barang-barang yang terdiri dari komponen-komponen yang diperoleh dari perusahaan lain yang secara langsung dapat dirakit menjadi suatu hasil produksi.
3. Persediaan bahan pembantu atau penolong (*supplies*), yaitu persediaan barang-barang yang diperlukan dalam proses produksi, tetapi bukan merupakan bagian dari barang jadi.
4. Persediaan barang dalam proses (*work in process*), yaitu persediaan barang-barang yang terdapat di tiap-tiap bagian

dalam proses produksi atau yang telah diolah menjadi suatu bentuk, tapi perlu proses lebih lanjut menjadi barang jadi.

5. Persediaan barang jadi (*finished goods*), yaitu persediaan barang-barang yang telah selesai diproses dan siap dijual kepada konsumen.

2.3 Tujuan Persediaan

Menurut Ristono (2009), suatu pengendalian persediaan yang dijalankan oleh suatu perusahaan sudah tentu memiliki tujuan-tujuan tertentu. Tujuan pengendalian persediaan adalah sebagai berikut.

1. Untuk dapat memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat.
2. Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi.
3. Untuk mempertahankan dan bila mungkin meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
4. Menjaga agar pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi besar.
5. Menjaga supaya penyimpanan dalam *emplacement* tidak besar-besaran karena akan mengakibatkan biaya menjadi besar.

2.4 Biaya Persediaan

Menurut Ristono (2009), biaya persediaan meliputi semua pengeluaran dan kerugian yang timbul sebagai akibat persediaan. Biaya tersebut adalah sebagai berikut.

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)
Biaya pembelian adalah harga per unit apabila item dibeli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila diproduksi dalam perusahaan. Biaya pembelian adalah semua biaya yang digunakan untuk membeli suku cadang. Pada beberapa model pengendalian sistem persediaan, biaya tidak dimasukkan sebagai dasar untuk membuat keputusan.
2. Biaya pemesanan atau biaya persiapan (*order cost/set up cost*)
Ordering cost adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan pemesanan barang ke supplier. Biaya pemesanan adalah

biaya yang berasal dari pembelian pesanan (*set up cost*) untuk suatu hasil produksi yang diproduksi di dalam perusahaan, atau dapat pula diartikan sebagai biaya yang diperlukan pada saat mendatangkan barang atau biaya yang diperlukan untuk memesan barang setiap kali akan mendatangkan barang. Semua biaya yang timbul akan ditanggung oleh perusahaan pemesan barang. Contohnya seperti biaya persiapan pemesanan, biaya penerimaan barang, biaya pengiriman pesanan ke gudang, dan biaya-biaya proses pembayaran.

3. Biaya simpan (*carrying cost/ holding cost/ storage cost*)

Biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan. Biaya simpan dapat pula diartikan sebagai semua biaya yang timbul akibat penyimpanan barang maupun bahan. Sementara itu, *storage cost* adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan penyimpanan barang di gudang. Biaya simpan meliputi biaya gudang, biaya kerusakan persediaan, biaya asuransi, dan lain-lain. Besar kecilnya biaya simpan tergantung pada jumlah rata-rata barang yang disimpan di gudang. Semakin banyak rata-rata persediaan, maka biaya simpan juga akan semakin besar, dan sebaliknya. Yang termasuk biaya simpan yaitu biaya sewa, pemeliharaan barang, biaya untuk menjaga ketahanan barang, dan sebagainya.

4. Biaya kehabisan atau kekurangan bahan (*Stockout Cost/ shortage cost*)

Biaya kekurangan persediaan adalah konsekuensi ekonomi atas kekurangan-kekurangan dari luar maupun dari dalam perusahaan. Kekurangan dari luar terjadi apabila pesanan konsumen tidak dapat dipenuhi. Sementara itu, kekurangan dari dalam terjadi apabila departemen tidak memenuhi kebutuhan departemen yang lain. Biaya ini dapat pula diartikan sebagai biaya yang ditimbulkan sebagai akibat terjadinya persediaan yang timbul apabila persediaan di gudang tidak dapat mencukupi permintaan bahan. Biaya yang timbul dari biaya kekurangan persediaan ini adalah seperti kehilangan pendapatan, selisih harga komponen, dan terganggunya operasi.

2.5 Terminologi Persediaan

Menurut Ristono (2009), terdapat beberapa terminologi yang ada dalam sistem persediaan, diantaranya adalah sebagai berikut.

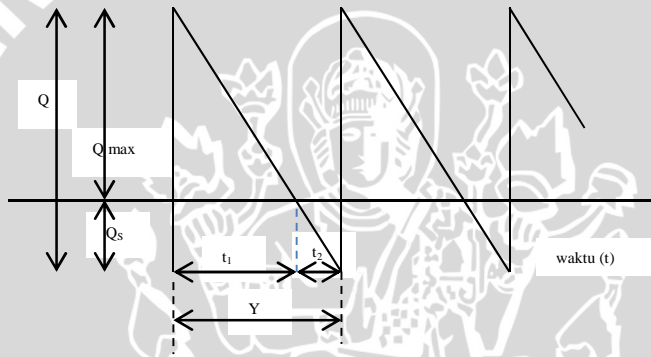
1. *Demand*
Demand didefinisikan sebagai keputusan dalam persediaan (kebijakan, jumlah pesanan) yang dibuat berdasarkan permintaan yang terjadi. *Demand* bisa bersifat deterministik, probabilistik, statis ataupun dinamis.
2. *Lead time*
Lead time dalam persediaan didefinisikan sebagai waktu antara pemesanan dilakukan dengan waktu saat kedatangan pesanan. *Lead time* bisa bersifat deterministik, probabilistik, konstan atau bervariasi.
3. *Tingkat replenishment*
Replenishment didefinisikan sebagai tingkat atau model penggantian persediaan. Beberapa model penggantian *persediaan* berdasarkan pola penggantian bisa bersifat *uniform, kuadratik, instan, dan batch*.
4. *Reorder level*
Reorder level didefinisikan sebagai tingkat persediaan saat pemesanan harus dilakukan untuk mengganti *stock* yang berkurang. *Reorder level* merupakan fungsi dari *lead time demand*.
5. *Safety stock*
Safety stock didefinisikan sebagai persediaan yang harus disimpan dalam gudang untuk mengantisipasi fluktuasi *demand*. *Safety stock* tidak dicadangkan untuk memenuhi *demand* saat *lead time* yang telah diprediksikan, melainkan dicadangkan untuk memenuhi *demand* yang terjadi di luar dugaan.

2.6 Model EOQ Backorder

Backorder adalah permintaan yang tidak dapat dipenuhi pada saat sekarang, tetapi kemudian dipenuhi pada periode yang akan datang. Keadaan *backorder* terjadi pada saat persediaan mencapai titik nol dan permintaan tidak dapat dipenuhi (Ristono, 2009).

Di dalam model *EOQ single item*, diasumsikan bahwa pesanan akan datang tepat pada saat persediaan habis, sehingga kehabisan persediaan tidak pernah terjadi. Oleh karena itu biaya kehabisan persediaan atau *shortage cost* diabaikan, maka biaya total persediaan (*Total Inventory Cost*) adalah penjumlahan dari *Ordering Cost* dengan *Holding Cost* (Siswanto,1985).

Berbeda dengan *EOQ single item*, dalam model *EOQ backorder* kemungkinan terjadinya kehabisan persediaan ada sehingga terdapat anggaran untuk biaya kekurangan dalam persediaan. Biaya total persediaan menjadi penjumlahan dari *ordering Cost*, *Holding Cost*, dan *Shortages Cost*. Pada Gambar 2.1 dapat dilihat model persediaan dengan kehabisan atau kekurangan persediaan (Siswanto,1985).



Gambar 2.1 Model EOQ dengan kehabisan persediaan

Jika digunakan notasi pada model ini, yaitu:

- Q : unit yang dipesan
- Q_{max} : tingkat persediaan maksimum
- Q_s : unit yang tidak terdapat dalam persediaan untuk setiap pemesanan ($Q - Q_{max}$)
- t_1 : periode waktu di mana terdapat persediaan
- t_2 : periode waktu di mana terjadi kehabisan persediaan
- Y : daur pemesanan ulang (*reorder cycle*).
- S : biaya setiap kali pesan Q
- D : banyaknya permintaan dalam satu periode
- h : biaya penyimpanan per unit per periode
- C_s : biaya kekurangan persediaan per unit per tahun,

dengan biaya pemesanan (O_c) sama dengan biaya pemesanan pada EOQ , maka biaya pemesanan adalah

$$S \times \frac{D}{Q}$$

Tetapi biaya persediaannya berbeda karena tidak seluruh barang yang dipesan disimpan, hanya bagi sejumlah persediaan yang berada dalam segitiga bagian atas saja. Biaya persediaan untuk setiap siklus pesanan adalah

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times Q_{max} \times \frac{Q_{max}}{D} \times h \\ &= \frac{(Q_{max})^2 h}{2D} \end{aligned}$$

Frekuensi pesanan per tahun sama dengan $\frac{D}{Q}$, maka biaya persediaan (H_C) per tahun sebagai berikut

$$\begin{aligned} &= \frac{(Q_{max})^2 h}{2D} \times \frac{D}{Q} \\ &= \frac{(Q_{max})^2 h}{2Q} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Apabila C_S merupakan kerugian (dalam rupiah/unit/tahun) yang timbul akibat tidak tersedianya persediaan, biaya kekurangan persediaan untuk setiap siklus pesanan dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \frac{Q_S}{D} \times (Q_S) \times C_S \\ &= \frac{(Q_S)^2 C_S}{2D} \end{aligned}$$

Biaya kekurangan persediaan (S_C) pertahun:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(Q_S)^2 C_S}{2D} \times \frac{D}{Q} \\
 &= \frac{(Q_S)^2 C_S}{2Q}.
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Jadi, biaya total persediaannya adalah

$$\begin{aligned}
 TIC &= O_C + H_C + S_C \\
 TIC &= \frac{DS}{Q} + \frac{(Q_{max})^2 \cdot h}{2Q} + \frac{(Q_S)^2 \cdot C_S}{2Q},
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

dengan melakukan diferensiasi fungsi TIC terhadap Q sama dengan nol ($\frac{dTIC}{dQ} = 0$) yang terlampir pada Lampiran 11, maka nilai Q dapat diperoleh.

$$Q = \sqrt{\frac{2DS}{h}} \sqrt{\frac{h + C_S}{C_S}}
 \tag{2.4}$$

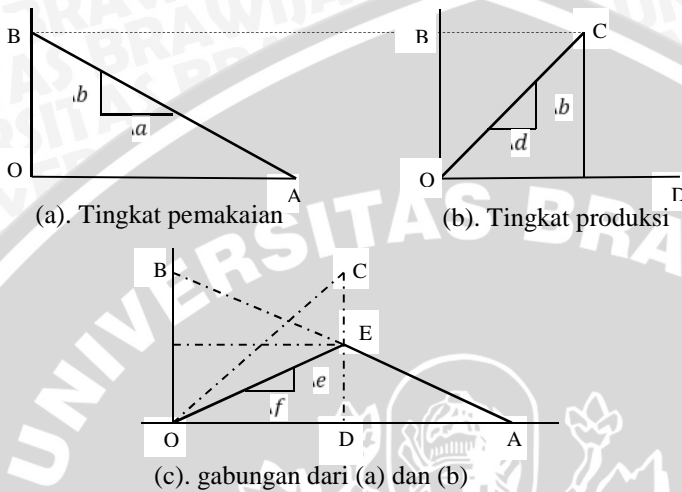
Dengan cara yang sama yang terlampir di Lampiran 11, nilai Q_{max} dapat diperoleh dengan cara $\frac{dTIC}{dQ_{max}} = 0$, yaitu

$$Q_{max} = \sqrt{\frac{2DS}{h}} \sqrt{\frac{C_S}{h + C_S}}
 \tag{2.5}$$

2.7 Model Matematika EPQ (Economic Production Quantity)

Perbedaan pokok antara model *Economic Order Quantity* dengan model *Economic Production Quantity* adalah pada cara kedatangan persediaan. Jika pada model *EOQ* kedatangan persediaan dianggap serentak atau sekaligus, maka pada *EPQ* kedatangan

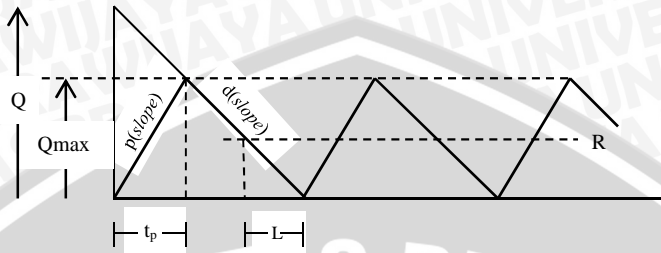
persediaan adalah bertahap sesuai dengan tingkat produksinya (Siswanto,1985).



Gambar 2.2 Tingkat pemakaian dan tingkat produksi yang membentuk model *EPQ*

Segitiga OAE pada Gambar 2.2 (c) merupakan gambaran dari siklus persediaan untuk model *EPQ*, di mana mulai produksi di O dan berakhir di D. OB merupakan tingkat persediaan yang dibutuhkan selama periode waktu OA, sedangkan tingkat pemakaiannya adalah sebesar $\frac{b}{a}$. Untuk memenuhi tingkat persediaan sebesar OB tersebut, persediaan datang atau diproduksi selama periode waktu OD dengan tingkat produksi sebesar $\frac{b}{d}$.

Dalam model ini, tingkat produksi lebih besar dari pada tingkat pemakaian, sehingga $\frac{b}{d} > \frac{b}{a}$. Karena tingkat produksinya adalah $\frac{b}{d}$ dan tingkat pemakaian adalah $\frac{b}{a}$, tingkat pertambahan persediaan adalah $\frac{b}{d} - \frac{b}{a}$. Dalam hal ini ditunjukkan oleh $\frac{e}{f}$. Adapun tingkat persediaan maksimum yang akan dicapai adalah DE (Siswanto,1985).



Gambar 2.3 Model *Economic Production Quantity*

Pada Gambar 2.3, p adalah tingkat produksi dan d adalah tingkat permintaan, maka $p - d$ adalah tingkat pertambahan persediaan. Karena t_p adalah periode waktu berproduksi, maka dapat ditulis sebagai berikut.

$$Q_{max} = t_p(p - d).$$

Dengan demikian, persediaan rata-rata adalah

$$\frac{Q_{max}}{2} = \frac{t_p(p - d)}{2}. \quad (2.6)$$

Untuk menghasilkan tingkat persediaan sebesar Q , diperlukan waktu selama t_p dengan tingkat produksi sebesar p , sehingga

$$t_p = \frac{Q}{p}. \quad (2.7)$$

Karena persediaan rata-rata harus mengandung variabel Q untuk keperluan analisis, maka persamaan (2.7) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.6) menjadi

$$\frac{\frac{Q}{p}(p - d)}{2} = \frac{Q(1 - \frac{d}{p})}{2}.$$

Dengan demikian biaya persediaan atau *holding cost* adalah

$$\frac{Q}{2}H\left(1 - \frac{d}{p}\right).$$

Jika D adalah tingkat permintaan setiap periode, Q adalah unit yang dipesan setiap kali pesan, dan S adalah biaya persiapan setiap mulai produksi, maka *set-up cost* adalah

$$\frac{D}{Q}S.$$

Dengan demikian biaya total persediaan untuk model *Economic Production Quantity* adalah

$$TIC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H\left(1 - \frac{d}{p}\right), \quad (2.8)$$

dengan

- p = tingkat produksi
- d = tingkat permintaan
- H = *holding cost* atau biaya persediaan

(Siswanto,1985).

Q yang optimal dapat dicari dengan dua pendekatan, yaitu (Herjanto,1999):

1. biaya *set-up* = biaya penyimpanan, atau
2. turunan pertama biaya total terhadap $Q = 0$.

Mendapatkan nilai Q yang optimal sebagai berikut :

$$Q = \frac{2DS}{H\left(1 - \frac{d}{p}\right)}$$

2.8 Model Persediaan Kerusakan Barang

Menurut Li dkk. (2010), *deterioration item* mengacu pada barang yang menjadi busuk, rusak, menguap, kadaluwarsa, devaluasi, dan sebagainya. Barang yang memburuk dapat diklasifikasikan menjadi dua kategori. Kategori pertama mengacu pada barang yang menjadi busuk, rusak, menguap, atau kadaluwarsa. Kategori kedua mengacu pada barang yang kehilangan sebagian atau nilai total seiring waktu karena teknologi baru atau pengenalan alternatif. Kedua kategori tersebut memiliki karakteristik siklus hidup yang pendek. Untuk kategori yang pertama, barang memiliki siklus hidup yang pendek alami. Untuk kategori kedua, barang memiliki siklus hidup pasar yang pendek.

Proses kerusakan barang relatif erat terhadap fungsi eksponensial negatif terhadap waktu, persediaan yang mengalami kerusakan dimodelkan sebagai berikut.

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = -f(t).$$

Dalam fungsi tersebut, θ adalah notasi untuk tingkat memburuknya barang, $Q(t)$ mengacu pada tingkat persediaan pada waktu t , dan $f(t)$ adalah tingkat permintaan pada waktu t .

2.9 Konveks

Uji kekonvekan dari suatu fungsi dengan variabel tunggal yaitu memperhatikan beberapa fungsi dengan variabel tunggal $f(x)$ yang memiliki turunan kedua untuk semua nilai x yang mungkin, sehingga $f(x)$ adalah:

1. Konveks jika $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \geq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
2. *Strictly convex* jika $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} > 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
3. Konkaf jika $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \leq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
4. *Strictly concave* jika $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} < 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.

(Hillier dan Lieberman, 1995).

2.10 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas sering disebut juga analisis pasca optimalitas, karena analisis ini hanya bisa dilakukan setelah penyelesaian yang optimal tercapai. Analisis ini digunakan untuk melakukan interpretasi penyelesaian yang telah dicapai sehingga menjadi lebih mudah dipahami (Agustini dan Rahmadi, 2004).

Analisis sensitivitas merupakan analisis yang berkaitan dengan perubahan parameter diskrit untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditoleransi sebelum solusi optimum mulai kehilangan optimalitasnya. Solusi dikatakan sangat sensitif terhadap perubahan parameter jika suatu perubahan kecil dalam parameter tersebut menyebabkan perubahan drastis dalam solusi. Sebaliknya, jika perubahan parameter tidak mempunyai pengaruh besar terhadap solusi dikatakan solusi relatif insensitif terhadap nilai parameter itu (Mulyono, 1991).

2.11 Fungsi Pembangkit

Fungsi pembangkit didefinisikan sebagai berikut:

Diberikan barisan bilangan S (terhingga atau tak terhingga) $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$, kemudian dapat didefinisikan dalam bentuk

$$G(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + \dots$$

atau

$$G(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$$

sebagai fungsi pembangkit dari S . Dalam mengkaji fungsi pembangkit diperlukan beberapa teorema, salah satunya adalah Teorema Binomial.

Teorema 2.1 Jika α adalah bilangan real, maka untuk semua x dan y dengan $0 < |x| < |y|$,

$$(x + y)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k y^{\alpha-k},$$

dengan

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1)}{k!}.$$

Jika $z = \frac{x}{y}$, maka $(x + y)^\alpha = y^\alpha(z + 1)^\alpha$. Dengan demikian, Teorema 2.1 dapat dinyatakan dalam bentuk yang ekuivalen untuk setiap $|z| < 1$,

$$(1 + z)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} z^k.$$

Andaikan n adalah bilangan bulat positif. Jika α menjadi $-n$ bilangan bulat negatif maka

$$\begin{aligned} \binom{\alpha}{k} &= \binom{-n}{k} = \frac{-n(-n-1)\dots(-n-k+1)}{k!} \\ &= (-1)^k \frac{n(n+1)\dots(n+k-1)}{k!} \\ &= (-1)^k \binom{n+k-1}{k} \end{aligned}$$

Jadi, untuk $|z| < 1$

$$(1 + z)^{-n} = \frac{1}{(1 + z)^n} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{n+k-1}{k} z^k$$

Jika $z = -z$, maka diperoleh

$$(1 - z)^{-n} = \frac{1}{(1 - z)^n} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+k-1}{k} z^k.$$

(Brualdi,2009).

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

