PENGGUNAAN METODE *GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS) UNTUK MENDUGA PARAMETER MODEL ANALISIS LINTAS (*PATH ANALYSIS*)

SKRIPSI

Oleh :
BETTY DWI PRIMASARI
0610950011 - 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2011

PENGGUNAAN METODE *GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS) UNTUK MENDUGA PARAMETER MODEL ANALISIS LINTAS (*PATH ANALYSIS*)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Oleh:
BETTY DWI PRIMASARI
0610950011 - 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2011

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENGGUNAAN METODE *GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS) UNTUK MENDUGA PARAMETER MODEL ANALISIS LINTAS (*PATH ANALYSIS*)

Oleh:
BETTY DWI PRIMASARI
NIM. 0610950011

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 8 Februari 2011
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Dr. Ir. H. Henny Pramoedyo, MS	**Adji Achmad R. F., S.Si., M.Sc.**
NIP. 19570705 198103 1 009	**NIP. 19810908 200501 1 002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA
Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf A., M.Sc.
NIP. 19670907 199203 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**: BETTY DWI PRIMASARI**
NIM	**: 0610950011 - 95**
Program Studi	**: STATISTIKA**
Penulisan Skripsi berjudul	**: Penggunaan Metode *Generalized Least Square* (GLS) untuk Menduga Parameter Model Analisis Lintas (*Path Analysis*)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 8 Februari 2011
Yang menyatakan,

(Betty Dwi Primasari)
NIM. 0610950011

PENGGUNAAN METODE *GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS) UNTUK MENDUGA PARAMETER MODEL ANALISIS LINTAS (*PATH ANALYSIS*)

ABSTRAK

Analisis regresi adalah analisis yang mempelajari bentuk hubungan antara variabel tak bebas dan variabel bebas. Dalam praktiknya, variabel bebas tidak selalu dapat mempengaruhi variabel tak bebas secara langsung. Menurut Dillon dan Goldstein (1984), *path analysis* adalah metode untuk mempelajari pengaruh langsung dan tak langsung dari variabel-variabel. Pada kasus tertentu dijumpai model analisis lintas dengan korelasi sisaan antar persamaan. Menurut Beasley (2008), GLS (*Generalized Least Square*) dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan analisis lintas dengan sisaan antar persamaan yang berkorelasi. Penelitian ini akan membahas mengenai penggunaan metode GLS pada model analisis lintas di mana sisaan antar persamaannya berkorelasi. Tujuan dari penelitian ini adalah menduga parameter model analisis lintas dengan metode GLS, menguji pengaruh antar variabel pada model analisis lintas, dan menentukan penduga yang lebih efisien antara metode OLS dan GLS. Data yang digunakan adalah data dalam bidang ekonomi. Hasil yang diperoleh adalah pengaruh langsung sistem persamaan nyata, sedangkan pengaruh tak langsung, pengaruh semu, dan pengaruh tak teranalisis sistem persamaan tidak nyata. Berdasarkan kriteria SE, metode GLS menghasilkan model yang lebih baik daripada OLS. Berdasarkan kriteria MSE, metode OLS menghasilkan model yang lebih baik daripada GLS. Sedangkan jika ditinjau dari nilai R_m^2, OLS menghasilkan model yang lebih baik daripada GLS. Tujuan utama penelitian ini adalah pendugaan parameter, jadi hal utama yang dilihat adalah efisiensi penduga yaitu penduga dengan nilai SE terendah. Jadi dapat disimpulkan bahwa GLS merupakan metode pendugaan yang lebih baik daripada OLS pada model analisis lintas dengan sisaan yang berkorelasi antar persamaan.

Kata kunci: *Generalized Least Square* (GLS), analisis lintas, korelasi sisaan

THE USE OF GENERALIZED LEAST SQUARE (GLS) METHOD TO ESTIMATE THE PARAMETERS OF THE PATH ANALYSIS MODEL

ABSTRACT

Regression analysis is an analysis which studies the form of the relationship between the dependent variable and independent variables. In practice, the independent variables are not always able to influence the dependent variable directly. According to Dillon and Goldstein (1984), path analysis is a method to study the direct and indirect influences of these variables. In certain cases encountered by cross-correlation analysis error model between equations. According to Beasley (2008), GLS (Generalized Least Square) can be used to solve problems with error cross analysis between the correlated equation. This research will discuss about using the GLS method in the analysis model in which cross-correlates the similarities between error. The purpose of this study is to estimate parameters of the model analysis across the GLS method, examine the influence between variables in a model of traffic analysis, and determine a more efficient estimators between OLS and GLS methods. The data used is data in the economic field. The result is a direct effect of a real system of equations, while the indirect effect, apparent influence, and influence not teranalisis equation system is not real. Based on the criteria for SE, GLS method produces a better model than the OLS. Based on the criteria for SE, GLS method produces a better model than the OLS. Based on the criteria of MSE, OLS method produces a better model than the GLS. Meanwhile, when viewed from the value, OLS produces a better model than the GLS. The main purpose of this study is to estimate the parameters, so the main thing seen is the efficiency of estimators is an estimator with the lowest SE value. So it can be concluded that the GLS is a better estimation method than OLS on cross-analysis model with a correlated inter error equation.

Keyword: Generalized Least Square (GLS), path analysis, error correlation

KATA PENGANTAR

Skripsi ini disusun dalam rangka memenuhi persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika. Secara keseluruhan, isi dari skripsi ini merupakan hasil penerapan ilmu statistika yang telah penulis dapatkan di bangku kuliah. Dalam pelaksanaan dan penyusunan skripsi ini, penulis tidak menemui kendala yang cukup berarti.

Skripsi ini tidak lepas dari ridho Allah SWT serta berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul ”Penggunaan Metode *Generalized Least Square* (GLS) untuk Menduga Parameter Model Analisis Lintas (*Path Analysis*)” dapat terselesaikan dengan baik, serta ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Ir. H. Henny Pramoedyo, MS selaku dosen pembimbing I dan Bapak Adji Achmad Rinaldo Fernandes, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing II, yang telah memberikan bimbingan dan masukan.
2. Bapak Dr. Ir. Solimun, MS, Ibu Dra. Ani Budi Astuti, M.Si, dan Ibu Eni Sumarminingsih, S.Si., MM selaku dosen penguji atas saran dan masukan yang telah diberikan.
3. Dr. Abdul Rouf A., M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
4. Bapak, Ibu, Kakung, Kel Im, Mas, Mbak, Ano, Ben, dan semua keluargaku atas dukungan material dan spiritual.
5. JelekQ ’MWS’ atas kasih sayang dan perhatian.
6. Teman-teman Statistika 2006, 2005, dan 2007 atas dukungan dan semangat.
7. Semua pihak yang telah berpartisipasi yang tidak dapat penulis sebutkan seluruhnya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis menerima saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Malang, 8 Februari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam dunia nyata akan selalu dijumpai kasus-kasus yang melibatkan hubungan antara dua macam variabel, yaitu variabel tak bebas dan variabel bebas. Analisis yang mempelajari bentuk hubungan antara variabel tak bebas dan variabel bebas adalah analisis regresi. Analisis regresi bertujuan untuk menduga besarnya pengaruh secara kuantitatif dari masing-masing variabel bebas terhadap variabel tak bebas melalui besarnya nilai pendugaan koefisien regresi yang dihasilkan.

Dalam praktiknya, variabel bebas tidak selalu dapat mempengaruhi variabel tak bebas secara langsung, tetapi variabel bebas dapat pula mempengaruhi variabel tak bebas melalui variabel bebas lain. Adanya hubungan antar variabel bebas berarti asumsi tidak adanya multikolinieritas tidak terpenuhi. Menurut Dillon dan Goldstein (1984), *path analysis* adalah metode untuk mempelajari pengaruh langsung dan tak langsung dari variabel-variabel, di mana beberapa variabel dipandang sebagai sebab dan variabel lain dipandang sebagai akibat.

Pada kasus tertentu dijumpai model analisis lintas (*path analysis*) dengan korelasi sisaan antar persamaan. Jika metode kuadrat terkecil biasa (OLS) digunakan, maka akan mengakibatkan ragam yang dihasilkan tidak minimum. Menurut Beasley (2008), metode pendugaan model SUR (*Seemingly Unrelated Regression*), yaitu GLS (*Generalized Least Square*) dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan analisis lintas dengan sisaan antar persamaan yang berkorelasi. Selain untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas, metode GLS juga mengabaikan asumsi korelasi sisaan antar persamaan.

Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Nurjannah (2003) menyimpulkan bahwa metode GLS menghasilkan penduga yang lebih efisien daripada OLS pada model SUR. GLS dapat menghasilkan peningkatan efisiensi dengan memperhitungkan secara eksplisit/tegas bahwa terdapat korelasi sisaan antar persamaan. Ini berarti bahwa ada faktor-faktor di luar model yang secara umum mempengaruhi persamaan-persamaan tersebut, di mana hubungan tersebut dapat dilihat dari korelasi sisaan antar persamaan dalam sistem persamaan tersebut.

Penelitian ini akan membahas mengenai metode GLS pada model analisis lintas yang akan diterapkan pada data sekunder dalam bidang ekonomi. Dalam penelitian ini juga akan dibandingkan hasil pendugaan metode OLS dengan metode GLS pada model analisis lintas.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil pendugaan parameter model analisis lintas dengan menggunakan metode GLS?
2. Bagaimana hasil pengujian pengaruh langsung, pengaruh tak langsung, pengaruh semu, dan pengaruh tak teranalisis pada model analisis lintas yang dihasilkan oleh metode GLS?
3. Manakah metode pendugaan parameter yang lebih baik antara metode OLS dan GLS berdasarkan kriteria koefisien determinasi total (R_m^2), SE (*Standard Error*), dan MSE (*Mean Square Error*)?
4. Manakah penduga yang lebih efisien antara metode OLS atau GLS?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Metode pendugaan parameter yang akan dibahas adalah metode GLS dua tahap.
2. Data yang digunakan telah memenuhi asumsi-asumsi pada model analisis lintas dan SUR, kecuali mengenai korelasi sisaan antar persamaan.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menduga parameter model analisis lintas dengan menggunakan metode GLS.
2. Menguji pengaruh langsung, pengaruh tak langsung, pengaruh semu, dan pengaruh tak teranalisis pada model analisis lintas yang dihasilkan oleh metode GLS.
3. Menentukan metode pendugaan parameter yang lebih baik antara metode OLS dan GLS berdasarkan kriteria koefisien

determinasi total (R_m^2), SE (*Standard Error*), dan MSE (*Mean Square Error*).

4. Menentukan penduga yang lebih efisien antara metode OLS dan GLS.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan pada penelitian ini adalah memberikan informasi kepada pembaca tentang metode pendugaan parameter yang tepat untuk menduga parameter model analisis lintas pada data dengan ciri yang sesuai.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Istilah regresi pertama kali diperkenalkan oleh Francis Galton. Analisis regresi merupakan metode statistika yang dapat digunakan untuk menentukan pola hubungan antara variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas melalui besarnya nilai pendugaan koefisien regresi yang dihasilkan.

Analisis regresi banyak dimanfaatkan untuk menjelaskan hubungan dalam permasalahan ekonomi. Teori-teori ekonomi pada umumnya menyatakan bahwa perubahan dari satu variabel bisa dijelaskan oleh perubahan beberapa (lebih dari satu) variabel lainnya. Jika hubungan antar variabel bersifat linier, analisis yang biasa dipakai dalam bidang ekonomi adalah analisis regresi linier. Menurut Kmenta (1990), model umum regresi linier adalah sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \tag{2.1}$$

di mana Y adalah variabel tak bebas (dependen), X adalah variabel bebas (independen), dan ε adalah sisaan. Indeks i menandakan observasi ke-i, sedangkan indeks k pada variabel bebas adalah untuk mengidentifikasi variabel yang bersangkutan. Jumlah dari variabel penjelas adalah k, jadi untuk k = 1 persamaan (2.1) akan menjadi persamaan regresi sederhana.

Dalam notasi matriks, persamaan (2.1) dapat ditulis menjadi:

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \tag{2.2}$$

di mana :

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{nx1} \qquad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}_{nx(k+1)}$$

$$\underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1)x1} \qquad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{nx1}$$

Dalam analisis regresi, metode yang paling luas digunakan adalah metode kuadrat terkecil biasa *(Ordinary Least Squares*, OLS). Prinsip dasar dari metode kuadrat terkecil biasa adalah meminimumkan jumlah kuadrat sisaan, yaitu meminimumkan $(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}'\underline{\boldsymbol{\varepsilon}})$.

$$\sum_{t=1}^{T}\underline{\hat{\varepsilon}}_t^2 = \underline{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}'\underline{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \left(\underline{\mathbf{Y}} - \mathbf{X}\underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}}\right)'\left(\underline{\mathbf{Y}} - \mathbf{X}\underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}}\right) = \underline{\mathbf{Y}}'\underline{\mathbf{Y}} - 2\underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}}'\mathbf{X}'\underline{\mathbf{Y}} + \underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\boldsymbol{\beta}}}\left(\underline{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}'\underline{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}\right) = -\,2\mathbf{X}'\underline{\mathbf{Y}} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\underline{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = 0$$

sehingga didapatkan rumus: $(X'X)\underline{\hat{\beta}} = X'\underline{Y}$

$$\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underline{Y} \qquad (2.3)$$

Jika asumsi-asumsi dari regresi linier klasik terpenuhi, maka penduga metode kuadrat terkecil biasa akan mempunyai sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*), yaitu tak bias dan mempunyai ragam minimum dibandingkan dengan penduga tak bias lainnya.

Menurut Kmenta (1990), asumsi dasar dari model regresi linier adalah :

1. Sisaan (ε_t) adalah variabel acak dan mengikuti sebaran normal
2. Nilai harapan ε_i adalah 0, [E(ε_i) = 0]
3. ragam dari ε_i adalah σ^2, [Var(ε_i) = σ^2] (asumsi homoskedastisitas), sehingga $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
4. Kov (ε_i, ε_j) = 0 untuk ($i \neq j$) (asumsi non-autokorelasi)
5. Tidak terdapat hubungan linier antar variabel bebas

2.2 Sistem Persamaan

Dalam pemodelan persamaan dibidang ekonomi dijumpai adanya sistem persamaan, yaitu beberapa (lebih dari satu) persamaan dikumpulkan dalam satu sistem, dengan anggapan bahwa terdapat hubungan atau keterpautan antar persamaan-persamaan tersebut. Sistem persamaan dengan *M* persamaan regresi dituliskan sebagai berikut (Judge, dkk., 1988):

$$Y_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i,1} + \beta_{12}X_{1i,2} + \cdots + \beta_{1k_1}X_{1i,k_1} + e_{1i}$$
$$Y_{2i} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{2i,1} + \beta_{22}X_{2i,2} + \cdots + \beta_{2k_2}X_{2i,k_2} + e_{2i}$$
.

.

.

$$Y_{Mn} = \beta_{M0} + \beta_{M1}X_{Mi,1} + \beta_{M2}X_{Mi,2} + \cdots + \beta_{Mk_M}X_{Mi,k_M} + e_{Mi} \quad (2.4)$$

di mana:
i : 1,2,…,n
m : 1,2,…,M
n : banyak pengamatan
k : banyak variabel bebas
M : banyak persamaan dalam sistem

Dengan notasi matriks dapat ditulis:
$\underline{Y_1} = \mathrm{X}_1\underline{\beta_1} + \underline{\varepsilon_1}$
$\underline{Y_2} = \mathrm{X}_2\underline{\beta_2} + \underline{\varepsilon_2}$
.
.
.
$\underline{Y_M} = \mathrm{X}_M\underline{\beta_M} + \underline{\varepsilon_M}$
atau
$$\underline{Y} = \mathrm{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \quad (2.5)$$

di mana:
$\underline{Y}$, $\underline{\varepsilon}$: vektor berukuran *(Mnx1)*
X : matriks berukuran *(MnxM(k+1))*
$\underline{\beta}$: vektor berukuran *(M(k+1)x1)*

Asumsi-asumsi dasar untuk masing-masing persamaan tunggal dalam sistem persamaan sama seperti pada asumsi regresi linier biasa. Jika tiap-tiap persamaan dalam sistem persamaan memenuhi asumsi-asumsi klasik dalam analisis regresi, maka penduga yang dihasilkan dari *Ordinary Least Square* (OLS) akan mempunyai sifat *Best Linier Unbiased Estimator* (BLUE) (Pindyck, 1991).

2.3 Sistem Persamaan SUR (*Seemingly Unrelated Regression*)

Sistem persamaan yang terdiri dari beberapa persamaan regresi di mana tidak terdapat korelasi sisaan antar pengamatan dalam satu persamaan (tidak terdapat autokorelasi), tetapi terdapat korelasi sisaan antar persamaan serta tidak terdapat simultanitas (hubungan dua arah antar variabel) di dalamnya disebut sistem persamaan SUR. Persamaan-persamaan dalam sistem persamaan ini pada awalnya tidak kelihatan berkorelasi, namun persamaan-persamaan tersebut saling berhubungan melalui korelasi antar sisaannya, sehingga disebut sistem persamaan SUR (Judge, dkk., 1988).

2.3.1 Model SUR

Secara umum model sistem persamaan SUR menurut Kmenta (1990) dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i,1} + \beta_{12}X_{1i,2} + \cdots + \beta_{1k_1}X_{1i,k_1} + \varepsilon_{1i}$$
$$Y_{2i} = \beta_{20} + \beta_{21}X_{2i,1} + \beta_{22}X_{2i,2} + \cdots + \beta_{2k_2}X_{2i,k_2} + \varepsilon_{2i}$$
$$\vdots$$
$$Y_{Mi} = \beta_{M0} + \beta_{M1}X_{Mi,1} + \beta_{M2}X_{Mi,2} + \cdots + \beta_{Mk_M}X_{Mi,k_M} + \varepsilon_{Mi} \qquad (2.6)$$

di mana :
i : 1,2,…,n
n : banyak pengamatan
k_M : banyaknya variabel bebas pada persamaan ke-M
M : banyak persamaan dalam sistem
$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \ldots, \varepsilon_{Mi}$ berkorelasi

Jika ditulis dalam bentuk matriks menjadi :

$$\underline{Y}_1 = \mathrm{X}_1\underline{\beta}_1 + \underline{\varepsilon}_1$$
$$\underline{Y}_2 = \mathrm{X}_2\underline{\beta}_2 + \underline{\varepsilon}_2$$
$$\vdots$$
$$\underline{Y}_M = X_M\underline{\beta}_M + \underline{\varepsilon}_M$$

atau

$$\underline{Y}_M = X_M\underline{\beta}_M + \underline{\varepsilon}_M \qquad (m = 1, 2, \ldots, M) \qquad (2.7)$$

di mana :
$\underline{Y}_M$: vektor berorde ($nx1$) dari variabel tak bebas
X_M : matriks berorde (nxk_M) dari variabel bebas
$\underline{\beta}_M$: vektor berorde (k_Mx1) dari koefisien regresi

$\underline{\varepsilon}_M$: vektor sisaan berorde (*nx1*)

Jika semua persamaan digabungkan menjadi :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & X_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Atau dapat ditulis dengan :

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \quad (2.9)$$

di mana :

$\underline{\text{Y}}$ dan $\underline{\varepsilon}$: vektor berukuran (*Mnx1*)

X : matriks berukuran (*Mnxk*)

$\underline{\beta}$: vektor berukuran (*kx1*)

$k = \sum_{m=1}^{M}(k_m + 1)$

(Judge, dkk., 1988).

Zellner (1962) mengasumsikan bahwa struktur matriks ragam peragam sisaan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\Omega = E(\varepsilon\varepsilon') = E\left[\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1' & \varepsilon_2' & \dots & \varepsilon_M' \end{bmatrix}\right]$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} E(\varepsilon_1\varepsilon_1') & E(\varepsilon_1\varepsilon_2') & \dots & E(\varepsilon_1\varepsilon_M') \\ E(\varepsilon_2\varepsilon_1') & E(\varepsilon_2\varepsilon_2') & \dots & E(\varepsilon_2\varepsilon_M') \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(\varepsilon_M\varepsilon_1') & E(\varepsilon_M\varepsilon_2') & \dots & E(\varepsilon_M\varepsilon_M') \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I_n & \sigma_{12}I_n & \dots & \sigma_{1M}I_n \\ \sigma_{12}I_n & \sigma_{22}I_n & \dots & \sigma_{2M}I_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1M}I_n & \sigma_{2M}I_n & \dots & \sigma_{MM}I_n \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1M} & \sigma_{2M} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \otimes I_n = \Sigma \otimes I_n \qquad (2.10)$$

di mana I_n matriks identitas berukuran *(nxn)* dan Σ merupakan matriks yang berukuran *(MxM)*, dengan σ_{ij} adalah ragam sisaan dari masing-masing persamaan untuk *i* = *j*, dan σ_{ij} adalah peragam sisaan antar persamaan untuk $i \neq j$.

Bentuk khusus dari matriks Ω dapat diekspresikan dengan notasi perkalian Knonecker yang dilambangkan (⊗). Rumus dasar dari perkalian Knonecker adalah sebagai berikut:
Jika A adalah matriks *(MxN)* dengan elemen a_{ij} dan B matriks berorde *(KxL)*, maka perkalian Knonecker dari A dan B adalah matriks berorde *(MKxNL)*, yaitu:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1}B & a_{M2}B & \dots & a_{Mn}B \end{bmatrix}$$

Berdasarkan rumus dasar perkalian Knonecker tersebut, maka bentuk matriks Ω yang dituliskan menjadi $\Omega = \Sigma \otimes I_n$, yaitu:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}I_n & \sigma_{12}I_n & \dots & \sigma_{1M}I_n \\ \sigma_{12}I_n & \sigma_{22}I_n & \dots & \sigma_{2M}I_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1M}I_n & \sigma_{2M}I_n & \dots & \sigma_{MM}I_n \end{bmatrix}_{MnxMn}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1M} & \sigma_{2M} & \dots & \sigma_{MM} \end{bmatrix}_{MxM} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{nxn} \qquad (2.11)$$

(Judge, dkk., 1988).

Matriks peragam ini menggambarkan hubungan antara persamaan ke-*i* dan ke-*j* yaitu informasi tentang peragam sisaan pada masing-masing persamaan. Hubungan ini agak halus atau tak kentara, maka sistem persamaan ini disebut sistem persamaan SUR (*Seemingly Unrelated Regression*) atau sistem persamaan yang tampakya tidak berhubungan.

2.3.2 Asumsi Model SUR

Pada model SUR, asumsi-asumsi dasar untuk masing-masing persamaan tunggal dari sistem persamaan sama seperti pada asumsi model regresi linier biasa. Tetapi ada beberapa asumsi tambahan (asumsi yang berlaku untuk sistem) yang harus dipenuhi yaitu :

1. $\underline{\varepsilon}$ mengikuti sebaran normal dengan rata-rata E($\underline{\varepsilon}$)=0
2. Tidak ada korelasi sisaan antar persamaan, yaitu :
   kov($\underline{\varepsilon}_i$, $\underline{\varepsilon}_j$) = $\sigma_m^2 I$ untuk $i = j$ dan
   kov($\underline{\varepsilon}_i$, $\underline{\varepsilon}_j$) = 0 untuk $i \neq j$

I adalah matriks identitas berorde *nxn* dan 0 adalah matriks nol berorde *nxn*. Struktur peragam semacam ini menggambarkan bahwa dalam sistem tidak terdapat heteroskedastisistas dan autokorelasi antar persamaan. Jika tiap-tiap persamaan dan juga sistem persamaan memenuhi asumsi-asumsi di atas, maka penduga yang dihasilkan dari metode kuadrat terkecil biasa akan mempunyai sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) (Pindyck, 1991).

Dalam sistem persamaan SUR, tiap-tiap persamaan diharapkan memenuhi asumsi-asumsi klasik regresi linier untuk persamaan tunggal. Sedangkan asumsi yang berlaku untuk sistem tidak perlu dipenuhi. Karena justru dari tidak terpenuhinya asumsi ini bisa memberikan informasi tambahan untuk perbaikan pendugaan. Tidak terpenuhinya asumsi tidak ada korelasi sisaan antar persamaan berarti terdapat *contemporaneous correlation* yaitu korelasi sisaan antara dua persamaan berbeda pada pengamatan yang sama ($cov(e_{mi}e_{pi}) = E(e_{mi}e_{pi}) = \sigma_{mp}$ dengan $m, p = 1,2, \ldots, M$).

Menurut Baltagi (1999), untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi sisaan antar persamaan, ada beberapa uji yang dapat dilakukan. Uji-uji ini dilakukan untuk membuktikan perkiraan bahwa terdapat korelasi sisaan antar persamaan.

Hipotesis yang diuji adalah:

H_0 : $\sigma_{12} = \sigma_{13} = \cdots = \sigma_{1M} = \cdots = \sigma_{(M-1)M} = 0$ vs

H_1 : paling sedikit ada satu σ_{mp} yang tidak sama dengan nol

Uji Breusch Pagan (*Lagrange Multiplier*)

Statistik uji yang digunakan adalah *Lagrange Multiplier* dengan rumus:

$$\xi_{LM} = n\sum_{m=2}^{M}\sum_{p=1}^{m-1} r_{mp}^2 \sim \chi^2_{(M(M-1)/2)} \qquad (2.12)$$

di mana:

ξ_{LM} = statistik uji *Lagrange Multiplier (LM)*

$$r_{mp} = \frac{\hat{\sigma}_{mp}}{\sqrt{\hat{\sigma}_m^2\hat{\sigma}_p^2}}$$

$$\hat{\sigma}_{mp}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{mi}\,\hat{e}_{pi}$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{mi}^2$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{pi}^2$$

n = banyak pengamatan

M = banyak persamaan dalam sistem

(Dufour dan Khalaf, 2001).

Apabila $\xi_{LM} < \chi^2_{(M(M-1)/2)}$ maka H_0 diterima yang berarti bahwa korelasi antar persamaan dalam sistem tidak signifikan dan sebaliknya, apabila $\xi_{LM} > \chi^2_{(M(M-1)/2)}$ maka H_0 ditolak yang berarti bahwa korelasi antar persamaan dalam sistem signifikan.

2.3.3 Metode Pendugaan Parameter Model SUR

Menurut Intriligator (1978), dalam penerapan analisis regresi, seringkali asumsi-asumsi dasar yang telah ditetapkan tidak bisa dipenuhi, terutama menyangkut sisaan (ε). *Generalized Least Square* (GLS) / metode kuadrat terkecil umum (MKTU) merupakan metode untuk pendugaan parameter yang mengasumsikan bentuk ragam sisaan yang lebih umum (dalam hal ini mengabaikan asumsi homoskedastisitas dan autokorelasi). GLS memperbolehkan adanya ragam sisaan yang tidak konstan, misalnya unsur diagonal dari peragam (ε) berbeda (dalam kasus heteroskedastisitas) dan adanya peragam antara dua sisaan, misalnya unsur di luar diagonal tak nol (dalam kasus autokorelasi). Di samping dua kemungkinan bentuk peragam (ε) tersebut, ada bentuk lain dari peragam (ε) yang lebih rumit sehingga analisis regresi linier standar tidak bisa digunakan.

Bentuk dari ragam sisaan yang lebih umum pada GLS adalah sebagai berikut :

$$\text{kov}(\underline{\varepsilon}) = E(\underline{\varepsilon}\,\underline{\varepsilon}') = \sigma^2\,\Sigma = \Omega$$

di mana Ω adalah matriks positif definit berorde *n* (jumlah pengamatan).

GLS akan menghasilkan penduga terbaik yang mempunyai sifat tak bias dan mempunyai ragam minimum di antara penduga tak bias lainnya (efisien), jika memenuhi asumsi-asumsi sebagai berikut :

1. $E(\underline{\varepsilon}) = 0$
2. $\text{Var}(\underline{\varepsilon}) = E(\underline{\varepsilon}\,\underline{\varepsilon}') = \Omega$ (atau $\sigma^2\,\Sigma$)
3. $\underline{\varepsilon} \sim N(0, \Omega)\left(atau\ \underline{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2\Sigma)\right)$

Asumsi-asumsi untuk model regresi umum di atas pada dasarnya sama dengan asumsi-asumsi yang mendasari model regresi standar/biasa. Perbedaannya terletak pada struktur dari ragam peragam sisaannya. Dalam model regresi linier biasa, peragam dari sisaan adalah σ^2 I, yang memenuhi asumsi homoskedastisitas dan non autokorelasi, sedangkan dalam model regresi umum di atas, peragam dari sisaan adalah $\sigma^2\,\Sigma$ atau Ω, di mana struktur dari matriks Ω ini menggambarkan hubungan sisaan antar persamaan yang berarti memperbolehkan adanya korelasi antar persamaan. Dalam skripsi ini, notasi untuk peragam sisaan yang digunakan adalah Ω bukan $\sigma^2\,\Sigma$ karena unsur σ^2 sudah dimasukkan dalam Ω.

Dalam banyak kasus, seringkali nilai Ω tidak diketahui. Oleh sebab itu, metode yang akan dibahas pada skripsi ini adalah *Zellner's two stage Aitken* / metode kuadrat terkecil umum dua tahap (MKTU dua tahap) . Metode ini dinamakan MKTU dua tahap karena nilainya dihitung melalui dua tahap. Pertama, dilakukan pendugaan dengan metode kuadrat terkecil biasa (OLS) untuk tiap persamaan dan menggunakan sisaan yang dihasilkan untuk menduga ragam dan peragam dari sisaan. Ini memungkinkan untuk membentuk $\widehat{\Omega}$. Tahap kedua meliputi subtitusi $\widehat{\Omega}$ pada persamaan :

$$\begin{aligned}\underline{\hat{\beta}}_{GLS} &= (X'\,\Omega^{-1}X)^{-1}(X'\,\Omega^{-1}\underline{Y})\\ &= (X'\,\Omega^{-1}\,X)^{-1}\,(X'\,\Omega^{-1}\,(X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}))\\ &= (X'\,X)^{-1}\,(X'X)\underline{\beta} + (X'\,X)^{-1}\,X'\underline{\varepsilon}\end{aligned}$$

$$E(\underline{\hat{\beta}}_{GLS}) = E(\underline{\beta} + (X'\Omega^{-1}X)^{-1} X'\Omega^{-1}\underline{\varepsilon})$$
$$= E(\underline{\beta}) + (X'\Omega^{-1}X)^{-1} X'\Omega^{-1} E(\underline{\varepsilon})$$
$$= \underline{\beta} \qquad (2.13)$$

dan kemudian menghitung elemen-elemen dari $\underline{\hat{\beta}}_{GLS}$ (Kmenta, 1990).

2.4 Analisis Lintas (*Path Analysis*)

2.4.1 Definisi Analisis Lintas

Kelemahan model regresi adalah bahwa model hanya menganalisis pengaruh langsung dari variabel-variabel bebas terhadap variabel-variabel tak bebas dan mengasumsikan bahwa tidak ada hubungan antar variabel bebas atau dengan kata lain pengaruh variabel-variabel bebas terhadap variabel-variabel tak bebas hanyalah berupa pengaruh langsung dan tidak ada pengaruh tak langsung. Model yang mengakomodasi hubungan langsung dan tak langsung tersebut adalah model lintas (*path model*) dan analisisnya disebut analisis lintas (Ghozali, 2006).

Menurut Dillon dan Goldstein (1984), *path analysis* dikembangkan oleh Sewall Wright (1960) sebagai metode untuk mempelajari pengaruh langsung dan tak langsung dari variabel-variabel, di mana beberapa variabel dipandang sebagai sebab dan variabel lain dipandang sebagai akibat atau pengaruh.

Variabel yang ada pada *path analysis* terdiri dari variabel endogen (Y) dan variabel eksogen (X). Variabel endogen adalah variabel yang dijelaskan atau dipengaruhi oleh variabel eksogen sehingga variabilitasnya ditentukan oleh model yang sifatnya bisa menjadi variabel tak bebas dalam suatu persamaan dan bisa menjadi variabel bebas pada persamaan lain, sedangkan variabel eksogen adalah variabel penyebab atau berpengaruh terhadap variabel lain dan variabilitasnya ditentukan oleh penyebab di luar model (Pedhazur, 1982).

Menurut Pine (1977), analisis lintas merupakan teknik khusus dari analisis regresi linier berganda. Tujuan dari analisis lintas adalah menentukan besar pengaruh langsung dan tak langsung dari sejumlah variabel berdasarkan koefisien regresi beta (koefisien *path*).

Pemahaman dalam menggunakan analisis lintas menurut Pramoedyo (2003) adalah:

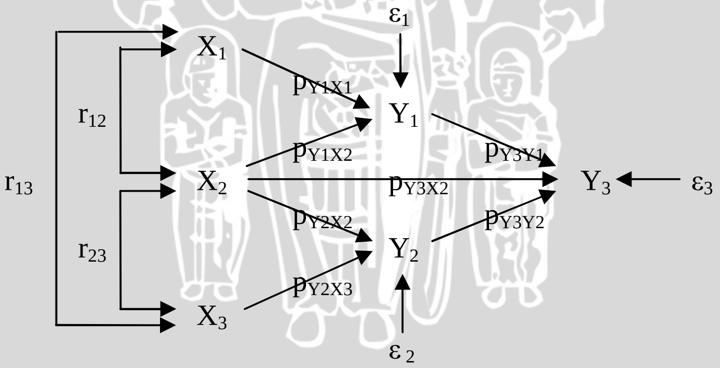
1. Analisis lintas berpedoman pada dasar tidak untuk menemukan penyebab-penyebab melainkan merupakan suatu

metode yang digunakan pada dasar model kausal yang telah dirumuskan atas dasar teoritis dan pengetahuan tertentu.

2. Analisis lintas digunakan untuk menguji kebenaran kausal yang diteorikan dan bukan untuk menemukan teori kausal, sehingga konsekuensinya adalah cara berfikir kausal ditambah teori dan pengetahuan tentang materi itu sendiri.
3. Analisis sebab akibat (kausal) merupakan bentuk umum dari analisis lintas, diagram lintas mempunyai peranan penting karena diagram tersebut merupakan cetusan ide hubungan suatu variabel dengan variabel yang lain.

2.4.2 Model Analisis Lintas

Menurut Riduwan dan Engkos (2008), secara sistematis analisis lintas mengikuti pola model struktural sehingga langkah awal untuk mengerjakan model analisis lintas yaitu dengan merumuskan persamaan struktural dan diagram lintas berdasarkan kajian teori tertentu. Disebut persamaan struktural apabila setiap variabel tak bebas/endogen (Y) secara unik keadaannya ditentukan oleh seperangkat variabel bebas/eksogen (X). Selanjutnya gambar yang memperagakan struktur hubungan kausal antar variabel disebut diagram lintas (*path diagram*). Lebih jelasnya digambarkan dalam contoh berikut:



Gambar 2.1 Diagram Lintas antara X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_2, dan Y_3

Persamaan struktural untuk diagram lintas di atas adalah:

$$Y_1 = p_{Y1X1}X_1 + p_{Y1X2}X_2 + \varepsilon_1$$
$$Y_2 = p_{Y2X2}X_2 + p_{Y2X3}X_3 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = p_{Y3Y1}Y_1 + p_{Y3Y2}Y_2 + p_{Y3X2}X_2 + \varepsilon_3 \quad (2.14)$$

di mana:

i	: 1,2,…,n
Y_i	: variabel endogen
X_i	: variabel eksogen
p_{Y1X1},…, p_{YtXk}	: koefisien lintas
ε_i	: sisaan ke-i
r_{12},…, $r_{k-1,k}$	: korelasi antar variabel eksogen
n	: banyaknya pengamatan
k	: banyaknya variabel eksogen

Variabel dalam analisis lintas merupakan variabel baku, yaitu:

$$y_i^* = \frac{Y_i - \overline{Y}_{..}}{\sigma_y} \; dan \; x_{si}^* = \frac{X_{si} - \overline{X}_{s.}}{\sigma_{xs}}, \qquad (2.15)$$

di mana :

y_i^*	: variabel endogen yang dibakukan
Y_i	: nilai pengamatan variabel endogen ke-i
$\overline{Y}_{..}$	: rata-rata nilai pengamatan variabel endogen
σ_y	: ragam variabel endogen
x_{si}^*	: variabel eksogen yang dibakukan
X_{si}	: nilai pengamatan variabel eksogen ke-i
$\overline{X}_{s.}$	: rata-rata nilai pengamatan variabel eksogen
σ_{xs}	: ragam variabel eksogen
s	: 1, 2, …, k
i	: 1, 2, …, n

Jika σ_{xs} dan σ_y tidak diketahui, maka digunakan s_y dan s_{xs} sebagai penduganya, di mana :

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y}_{..})^2}{n-1}} \;\; dan \; s_{xs} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})^2}{n-1}} \qquad (2.16)$$

Sehingga persamaannya menjadi :

$$y_i^* = \beta_1^* x_{1i}^* + \beta_2^* x_{2i}^* + \cdots + \beta_k^* x_{ki}^* + \varepsilon_i^* \qquad (2.17)$$

Variabel yang dibakukan dapat dibandingkan secara langsung untuk menunjukkan kontribusi relatif dari tiap model regresi, di mana semakin besar nilai β_k^* , semakin besar kontribusi variabel eksogen terhadap variabel endogen (Afifi dan Clark, 1990).

2.4.3 Asumsi Analisis Lintas

Menurut Dillon dan Goldstein (1984), setiap analisis yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan statistika harus memenuhi asumsi-asumsi yang mendasari agar kesimpulan yang diperoleh dapat dipertanggungjawabkan. Asumsi yang harus dipenuhi pada analisis lintas adalah :

1. Di dalam model *path analysis*, hubungan antar variabel adalah linier dan aditif

   Pengujian asumsi linieritas dapat dilakukan dengan menggunakan *curve fit* dan menerapkan prinsip *parsimony*, yaitu jika seluruh model signifikan atau nonsignifikan, maka dapat dikatakan model berbentuk linier.

2. Hanya model rekursif yang dapat dipertimbangkan, yaitu hanya sistem aliran kausal ke satu arah. Model dikatakan sebagai model rekursif jika memenuhi asumsi-asumsi sebagai berikut :
   - Antara ε dengan X saling bebas
   - Antar ε_i saling bebas (independen)

   Pada skripsi ini asumsi tersebut sengaja tidak dipenuhi karena akan dibahas lebih lanjut mengenai metode untuk menyelesaikannya.

3. Skala pengukuran semua variabel sekurang-kurangnya interval.

4. Variabel penjelas diukur tanpa kesalahan.

5. Model yang dianalisis dispesifikasikan (diidentifikasi) dengan benar berdasarkan teori-teori dan konsep-konsep yang relevan.

2.4.4 Pendugaan Koefisien Lintas

Menurut Johnson dan Wichern (1982), penghitungan koefisien lintas akan memungkinkan untuk menilai pengaruh langsung dan pengaruh tak langsung. Penghitungan koefisien lintas pada analisis lintas dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu dengan persamaan normal (koefisien regresi *standardize*), pendekatan matriks, dan perhitungan matematis.

1. Persamaan normal

Pendugaan koefisien lintas pada analisis lintas menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dan jumlah kuadrat sisaan yang diminimumkan adalah :

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^{*2} = \sum_{i=1}^{n}(y_i^* - \beta_1^* x_{1i}^* - \cdots - \beta_k^* x_{ki}^*)^2 \tag{2.18}$$

Hasil menurunkan persamaan jumlah kuadrat sisaan yang diminimumkan secara parsial terhadap β dan menyamakan hasil turunan dengan nol adalah persamaan normal baku sebagai berikut :

$$b_1^* \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^{*2} + b_2^* \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^* X_{2i}^* + \ldots + b_k^* \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^* X_{ki}^* = \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^* Y_i^*$$

$$b_1^* \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^* X_{1i}^* + b_2^* \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^{*2} + \ldots + b_k^* \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^* X_{ki}^* = \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^* Y_i^*$$

.

.

.

$$b_1^* \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^* X_{1i}^* + b_2^* \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^* X_{2i}^* + \ldots + b_k^* \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^{*2} = \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^* Y_i^*$$

(2.19)

Apabila jumlah hasil kali antar variabel X diuraikan akan dihasilkan nr_{st} , $\forall_s \neq t\ ; s, t = 1,2, \ldots, k$ sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^{n} X_{si}^* X_{ti}^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})(X_{ti} - \overline{X}_{t.})}{\sigma_s \sigma_t}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})(X_{ti} - \overline{X}_{t.})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})^2}{n} \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{ti} - \overline{X}_{t.})^2}{n}}}$$

Karena $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si}-\overline{X}_{s.})(X_{ti}-\overline{X}_{t.})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_{si}-\overline{X}_{s.})^2 \sum_{i=1}^{n}(X_{ti}-\overline{X}_{t.})^2}} = r_{x_s x_t} = r_{st}$

maka $\sum_{i=1}^{n} X_{si}^* X_{ti}^* = Tr_{st}$

Kemudian dengan cara yang sama, didapatkan penguraian jumlah hasil kali antara variabel X dan variabel Y sehingga menghasilkan nr_{sy} sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^{n} X_{si}^{*} Y_{i}^{*} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})(Y_i - \overline{Y})}{\sigma_{xs}\sigma_y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si} - \overline{X}_{s.})^2}{n} \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2}{n}}}$$

Karena $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{si}-\overline{X}_{s.})(Y_i-\overline{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_{si}-\overline{X}_{s.})^2 \sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2}} = r_{x_s y} = r_{sy}$

maka $\sum_{i=1}^{n} X_{si}^{*} Y_{i}^{*} = Tr_{sy}$

yang berarti jumlah hasil kali antar variabel sama dengan korelasi sederhana antara variabel tersebut dikalikan banyaknya pengamatan.

Berdasarkan hasil penguraian persamaan (2.18) dapat ditulis kembali dalam bentuk persamaan normal baku untuk *k* variabel eksogen sebagai berikut :

$nb_1^{*} + nb_2^{*} r_{12} + \cdots + nb_k^{*} r_{1k} = nr_{1y}$

$nb_1^{*} r_{21} + nb_2^{*} + \cdots + nb_k^{*} r_{2k} = nr_{2y}$

.

.

.

$nb_1^{*} r_{k1} + nb_2^{*} r_{k2} + \cdots + nb_k^{*} = nr_{ky}$ (2.20)

n adalah konstanta sehingga dapat dihilangkan dan jika $b_1^{*}, b_2^{*}, \ldots, b_k^{*}$ diganti $p_{y1}, p_{y2}, \ldots, p_{yk}$, maka diperoleh :

$p_{y1} + p_{y2}r_{12} + \ldots + p_{yk}r_{1k} = r_{1y}$

$p_{y1}r_{21} + p_{y2} + \ldots + p_{yk}r_{2k} = r_{2y}$

.

.

$p_{y1}r_{k1} + p_{y2}r_{k2} + \ldots + p_{yk} = r_{ky}$ (2.21) di mana :

$p_{y1}, p_{y2}, \ldots, p_{yk}$: koefisien lintas variabel $X_1, X_2, \ldots, X_k$ terhadap variabel Y

$r_{1y}, r_{2y}, \ldots, r_{ky}$: koefisien korelasi variabel $X_1, X_2, \ldots, X_k$ terhadap variabel Y

$r_{12}, r_{21}, \ldots, r_{it} = r_{ti}$: koefisien korelasi variabel X_1 dan X_2, …, X_i dan X_t, $\forall_i \neq t\,; i, t = 1,2, \ldots, k$

(Johnson dan Wichern, 1982).

2. Pendekatan matriks

Persamaan normal seperti yang diuraikan pada nomor 1 dapat juga ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{y1} \\ p_{y2} \\ \vdots \\ p_{yk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ \vdots \\ r_{ky} \end{bmatrix} \qquad (2.22)$$

$$\underset{(kxk)}{\underline{R}} \qquad \underset{(kx1)}{\underline{p}} \qquad \underset{(kx1)}{\underline{r}}$$

di mana :

$\underline{R}$: matriks koefisien korelasi antar variabel eksogen regresi linier berganda

$\underline{p}$: vektor koefisien lintas

$\underline{r}$: vektor koefisien korelasi variabel eksogen dan variabel endogen

sehingga koefisien lintas dapat dicari dengan cara :

$$\underline{p} = \underline{R}^{-1}\,\underline{r} \qquad (2.23)$$

(Johnson dan Wichern, 1982).

3. Perhitungan matematis

Berdasarkan koefisien regresi dari data asli, maka koefisien lintas juga dapat dilakukan dengan perhitungan matematis sebagai berikut :

$$p_{yk} = b_s \frac{s_{xs}}{s_y} \qquad (2.24)$$

di mana :
p_{yk} : koefisien lintas variabel X_s terhadap variabel Y
b_s : koefisien regresi variabel asli ; b = $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{Y}$
s_{xs} : standar deviasi variabel X_s
s_y : standar deviasi variabel Y
s : 1, 2, …, k
dengan demikian penduga untuk persamaan (2.17) adalah :

$$\hat{y}_i^* = p_{y1}x_{1i}^* + p_{y2}x_{2i}^* + \cdots + p_{yk}x_{ki}^* \tag{2.25}$$

(Johnson dan Wichern, 1982).

Dari model di atas, maka JK total, JK regresi, dan JK sisaan dapat dihitung sebagai berikut :

$JKT = \sum_{i=1}^{n}(y_t^* - \bar{y}^*)^2$ karena $\bar{y}^*$ = 0, maka $JKT = \sum_{i=1}^{n}(y_i^*)^2$

$$JKR = \sum_{s=1}^{k} p_{ys}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_{si}^* - \bar{x}_{s.}^*)(y_i^* - \bar{y}^*)\right)$$

$$= p_{y1}\sum_{i=1}^{n} x_{1i}^* y_i^* + p_{y2}\sum_{i=1}^{n} x_{2i}^* y_i^* + \ldots + p_{yk}\sum_{i=1}^{n} x_{ki}^* y_i^*$$

JKS = JKT – JKR

Jika masing-masing jumlah kuadrat dibagi dengan JK total yaitu menjadikan semua JK dalam bentuk nisbah terhadap keragaman total, maka diperoleh :

$$\frac{JKT}{JKT} = 1$$

$$\frac{JKR}{JKT} = R_{y.1,2,\ldots k}^2$$

$$\frac{JKS}{JKT} = 1 - R_{y.1,2,\ldots k}^2$$

$R_{y.1,2,\ldots k}^2$ merupakan koefisien determinasi Y terhadap X_1, X_2, …, X_p yang merupakan keragaman yang dapat dijelaskan oleh persamaan regresi (Yitnosumarto, 1988).
$R_{y.1,2,\ldots k}^2$ merupakan nisbah JKR terhadap JKT sehingga :

$$R^2_{y.1,2,\ldots k} = \frac{p_{y1}\sum_{i=1}^{n} x^*_{1i}y^*_i + p_{y2}\sum_{i=1}^{n} x^*_{2i}y^*_i + \ldots + p_{yk}\sum_{i=1}^{n} x^*_{ki}y^*_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(y^*_i\right)^2}$$
$$= \frac{p_{y1}\sum_{i=1}^{n} x^*_{1i}y^*_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(y^*_i\right)^2} + \frac{p_{y2}\sum_{i=1}^{n} x^*_{2i}y^*_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(y^*_i\right)^2} + \ldots + \frac{p_{yk}\sum_{i=1}^{n} x^*_{ki}y^*_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(y^*_i\right)^2}$$

karena $\sum_{i=1}^{n} x^*_{1i}y^*_i = nr_{y1}$ dan $\sum_{i=1}^{n}(y^*_i)^2 = n$ maka :

$$R^2_{y.1,2,\ldots k} = \frac{np_{y1}r_{y1}}{n} + \frac{np_{y2}r_{y2}}{n} + \cdots + \frac{np_{yk}r_{yk}}{n}$$
$$= p_{y1}r_{y1} + p_{y2}r_{y2} + \cdots + p_{yk}r_{yk}$$

Sehingga keragaman sisaan adalah :
$JKS = 1 - p_{y1}r_{y1} + p_{y2}r_{y2} + \cdots + p_{yk}r_{yk}$

JKS adalah koefisien determinasi faktor tak terjelaskan R^2_{ye}. Variabel sisaan dengan variabel eksogen tidak berkorelasi sehingga R^2_{ye} merupakan pangkat dua dari koefisien analisis lintas terhadap variabel Y ($p^2_{ye}. = R^2_{ye}$).

$$p_{ye} = \sqrt{1 - R^2_{y.1,2,\ldots k}} = \sqrt{1 - (p_{y1}r_{y1} + p_{y2}r_{y2} + \cdots + p_{yk}r_{yk})} \quad (2.26)$$

p_{ye}: pengaruh variabel sisaan terhadap variabel endogen Y.

2.4.5 Pemeriksaan Validitas Model Analisis Lintas

Menurut Solimun (2002), sahih tidaknya suatu hasil analisis tergantung dari terpenuhi atau tidaknya asumsi yang melandasinya. Terdapat dua indikator validitas model di dalam analisis lintas, yaitu koefisien determinasi total dan *theory trimming*.

1. Koefisien Determinasi Total

   Koefisien determinasi total menunjukkan total keragaman data yang dapat dijelaskan oleh model, dapat diukur dengan rumus sebagai berikut :

   $$R^2_m = 1 - P^2_{e1}P^2_{e2} \ldots P^2_{eM} \quad (2.27)$$

   di mana :

   R^2_m : koefisien determinasi total

   $P_{eM} = \sqrt{1 - R^2_M}$: pengaruh sisaan masing-masing persamaan

R_M^2 : koefisien determinasi masing-masing persamaan

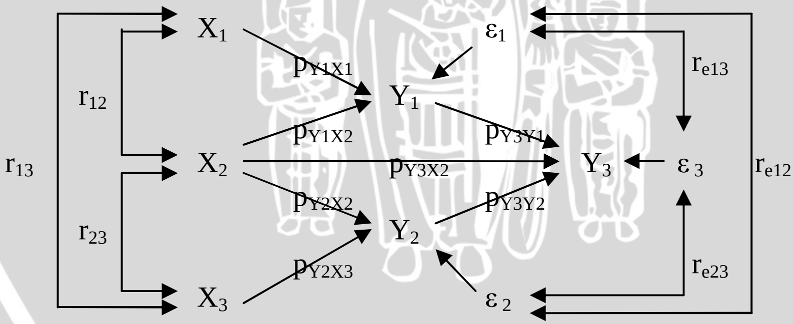
2. *Theory Triming*

   Uji validitas koefisien lintas pada setiap jalur untuk pengaruh langsung adalah sama dengan pada regresi, menggunakan nilai *p* dari uji *t*, yaitu pengujian koefisien regresi variabel dibakukan secara parsial. Berdasarkan *theory trimming*, maka jalur-jalur yang tidak signifikan dibuang.

2.4.6 Pendekatan Analisis Lintas dengan Model SUR

Pada kasus tertentu dijumpai model analisis lintas dengan korelasi sisaan antar persamaan. Dalam kasus ini tidak dapat dilakukan analisis lintas karena sisaan antar persamaan berkorelasi. Kasus tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode GLS (*Generalized Least Square*).

Menurut Beasley (2008), model SUR dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan analisis lintas dengan sisaan yang berkorelasi antar persamaan. Model SUR memperbolehkan suatu variabel menjadi variabel endogen maupun eksogen dalam persamaan yang bersesuaian dengan analisis lintas karena SUR adalah analisis yang fleksibel. Untuk lebih jelasnya, ditunjukkan pada gambar berikut :



Gambar 2.2 Diagram Lintas antara X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_2 dan Y_3

Jika diasumsikan semua variabel dalam bentuk baku (*standardized*) sehingga semua intersep adalah nol, maka modelnya adalah sebagai berikut :

$Y_1 = p_{Y1X1}X_1 + p_{Y1X2}X_2 + \varepsilon_1$
$Y_2 = p_{Y2X2}X_2 + p_{Y2X3}X_3 + \varepsilon_2$
$Y_3 = p_{Y3Y1}Y_1 + p_{Y3Y2}Y_2 + p_{Y3X2}X_2 + \varepsilon_3$ (2.28)

di mana :

i	: 1, 2,…,n
Y_i	: variabel endogen
X_i	: variabel eksogen
p_{YtXk}	: koefisien lintas
ε_i	: sisaan ke-i
$r_{12},\ldots,r_{k-1,k}$	: korelasi antar variabel eksogen
$r_{e12},\ldots,r_{ek-1,k}$	: korelasi antar variabel sisaan
n	: banyaknya pengamatan
k	: banyaknya variabel eksogen

Jika ditulis dalam bentuk matriks menjadi :

$$\mathrm{E}(Y_i) = \underset{\underline{Y}}{\begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} \\ \vdots \\ \hat{Y}_{1n} \\ \hat{Y}_{21} \\ \vdots \\ \hat{Y}_{2n} \\ \hat{Y}_{31} \\ \vdots \\ \hat{Y}_{3n} \end{bmatrix}_{3nx1}} = \underset{D}{\begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{21} & X_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & X_{2n} & X_{3n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{11} & Y_{21} & X_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{1n} & Y_{2n} & X_{2n} \end{bmatrix}_{3nx7}} \underset{\underline{p}}{\begin{bmatrix} p_{Y1X1} \\ p_{Y1X2} \\ p_{Y2X2} \\ p_{Y2X3} \\ p_{Y3Y1} \\ p_{Y3Y2} \\ p_{Y3X2} \end{bmatrix}_{7x1}} \quad (2.29)$$

di mana :

$\underline{Y}$	: vektor berukuran (*3nx1*)
D	: matriks rancangan berukuran (*3nx7*)
$\underline{p}$	: vektor berukuran (*7x1*)

Antar variabel endogen dan sisaan saling berkorelasi serta matriks rancangannya mengandung beberapa variabel yang sama, sehingga terdapat korelasi serentak (*contemporaneous correlation*) di antara sisaan antar persamaan. Akibatnya metode kuadrat terkecil biasa (OLS) tidak bisa digunakan karena terdapat korelasi sisaan antar persamaan yang mengakibatkan ragam OLS tidak lagi minimum. Oleh karena itu, digunakan metode *Generalized Least Square* (GLS) yang mengabaikan asumsi korelasi sisaan antar persamaan (Beasley, 2008).

Metode ini dinamakan dengan GLS Aitken dua tahap karena perhitungan dilakukan dalam dua tahap. Pertama, dilakukan pendugaan dengan OLS untuk tiap persamaan dan sisaan yang dihasilkan untuk menduga matriks ragam peragam sisaan (Ω) sehingga didapatkan $\widehat{\Omega}$. Kedua, mensubstitusikan matriks $\widehat{\Omega}$ yang diperoleh dari GLS tahap I (OLS) pada persamaan (2.31) sehingga diperoleh $\underline{\hat{\beta}}_{GLS}$(Kmenta, 1990).

1. Tahap I

   Pada tahap ini dilakukan pendugaan dengan metode kuadrat terkecil biasa (OLS) untuk tiap persamaan sehingga menghasilkan sisaan. Sisaan tersebut nantinya akan digunakan untuk menduga matriks ragam peragam sisaan pada tahap II (GLS).

2. Tahap II

   Pada umumnya elemen-elemen dari matriks Ω yaitu σ_{mp} tidak diketahui, σ_{mp} digantikan dengan penduga dari σ_{mp} yaitu $\hat{\sigma}_{mp} = s_{mp}$, sehingga didapatkan :

$$\widehat{\Omega} = \begin{bmatrix} s_{11}I_n & \sigma_{12}I_n & \cdots & \sigma_{1M}I_n \\ s_{21}I_n & \sigma_{22}I_n & \cdots & \sigma_{2M}I_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}I_n & \sigma_{M2}I_n & \cdots & \sigma_{MM}I_n \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

di mana :

$$s_{mp} = \frac{1}{n-k_m}\sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_{mi}\hat{\varepsilon}_{pi} \tag{2.31}$$

$k_m \geq k_p$; $m,p = 1, 2,\ldots, M$

s_{mp} : penduga ragam sisaan

$\hat{\varepsilon}_{mi}$: residual atau sisaan yang dihasilkan dari metode kuadrat terkecil biasa (OLS).

Hasilnya, penduga dari $\underline{\hat{\beta}}_{GLS}$adalah :

$$\underline{\hat{\beta}}_{GLS} = \left(X'\widehat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}\left(X'\widehat{\Omega}^{-1}\underline{Y}\right) \tag{2.32}$$

dan $Var\left(\underline{\hat{\beta}}_{GLS}\right) = \left(X'\widehat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}$ (2.33)

2.4.7 Dekomposisi Korelasi

Pada analisis lintas model sebab akibat, variabel eksogen mempengaruhi variabel endogen tidak hanya melalui pengaruh langsung dan pengaruh tak langsung tetapi juga melalui pengaruh tak teranalisis dan pengaruh semu (Dillon dan Goldstein, 1984).

Secara ringkas koefisien korelasi dapat didekomposisi menjadi empat komponen, yaitu :

1. Pengaruh langsung (*direct effect*) adalah pengaruh variabel eksogen terhadap variabel endogen secara langsung tanpa melalui variabel lain. Pengaruh langsung biasanya digambarkan dengan panah satu arah dari satu variabel ke variabel lainnya, dapat dilihat pada Gambar 2.3.

   $$X_1 \xrightarrow{p_{y1x1}} Y_1$$

   Gambar 2.3 Pengaruh Langsung

   Besarnya pengaruh langsung sama dengan besar koefisien p_{yk} dan $r_{y1x1} = p_{y1x1}$.

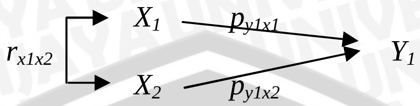
2. Pengaruh tak langsung (*indirect effect*) adalah pengaruh variabel eksogen terhadap variabel endogen melalui variabel lain, digambarkan dengan panah satu arah pada satu variabel ke variabel lain, kemudian dari variabel lain panah satu arah ke variabel berikutnya, dapat dilihat pada Gambar 2.4.

   $$X_1 \xrightarrow{p_{y1x1}} Y_1 \xrightarrow{p_{y2y1}} Y_2$$

   Gambar 2.4 Pengaruh Tak Langsung

   Besarnya pengaruh tak langsung dapat dihitung dari hasil perkalian pengaruh langsung 1 dengan pengaruh langsung 2 ($p_{y1x1} * p_{y2y1}$) dan $r_{y2x1} = p_{y1x1}\, p_{y2y1}$.

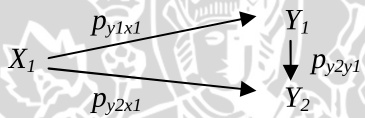
3. Pengaruh tak teranalisis (*unanalyzed effect*) adalah pengaruh yang timbul karena adanya korelasi antara variabel eksogen, dapat dihitung dengan rumus $p_{y1x2} r_{x1x2}$. Pengaruh tak teranalisis dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Pengaruh Tak Teranalisis

Besarnya nilai $r_{y1x1} = p_{y1x1} + \underbrace{p_{y1x2}\, r_{x1x2}}_{\text{U}}$

4. Pengaruh semu (*spurious effect*) adalah pengaruh variabel eksogen terhadap lebih dari satu variabel endogen yang saling berkorelasi, dapat dihitung degan rumus $p_{y1x1} p_{y2x1}$. Pengaruh semu dapat dilihat pada Gambar 2.6.

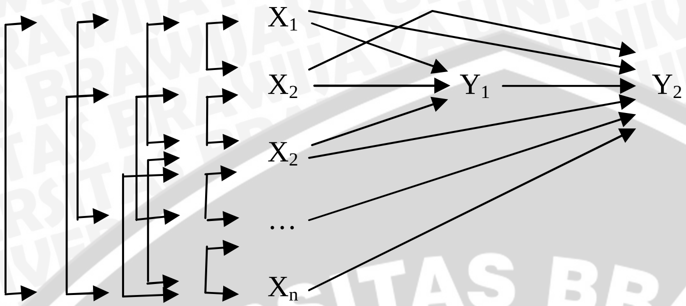


Gambar 2.6 Pengaruh Semu

Besarnya nilai $r_{y2y1} = p_{y2y1} + \underbrace{p_{y1x1}\, p_{y2x1}}_{\text{S}}$

Menurut Dillon dan Goldstein (1984), tidak semua korelasi mencakup keempat komponen. Pengaruh tak teranalisis dan pengaruh semu muncul jika dalam model terdapat lebih dari satu variabel endogen atau jika terdapat variabel perantara. Variabel perantara merupakan variabel yang bisa menjadi variabel endogen pada suatu persamaan dan menjadi variabel eksogen pada persamaan lain.

Gambar 2.7 merupakan diagram lintas untuk data dengan n variabel eksogen (X_1, X_2, …, X_n), variabel perantara Y_1 dan variabel endogen Y_2.



Gambar 2.7 Diagram Lintas dengan n Variabel Eksogen, Variabel Perantara Y_1 dan Variabel Endogen Y_2

1. Korelasi antara variabel eksogen dengan variabel perantara

$$r_{X1Y1} = p_{Y1X1} + p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y1X3}r_{X1X3} + \cdots + p_{Y1Xn}r_{X1Xn}$$

.

.

.

$$r_{XnY1} = p_{Y1Xn} + p_{Y1X1}r_{X1Xn} + p_{Y1X2}r_{X2Xn} + \cdots + p_{Y1Xn-1}r_{Xn-1Xn} \tag{2.34}$$

Korelasi antara X_1 dan Y_1 terdiri dari pengaruh langsung X_1 terhadap Y_1 (p_{Y1X1}) dan pengaruh tak teranalisis yang muncul karena adanya korelasi antara X_1, X_2, X_3 …, X_n ($p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y1X3}r_{X1X3} + \cdots + p_{Y1Xn}r_{X1Xn}$). Begitu juga untuk korelasi-korelasi X_2, X_3, …, X_n dengan Y_1. Korelasi-korelasi tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} r_{X1Y1} \\ r_{X2Y1} \\ r_{X3Y1} \\ \vdots \\ r_{XnY1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{X1X2} & r_{X1X3} & \cdots & r_{X1Xn} \\ r_{X1X2} & 1 & r_{X2X3} & \cdots & r_{X2Xn} \\ r_{X1X3} & r_{X2X3} & 1 & \cdots & r_{X3Xn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{X1Xn} & r_{X2Xn} & r_{X3Xn} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{Y1X1} \\ p_{Y1X2} \\ p_{Y1X3} \\ \vdots \\ p_{Y1Xn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{X1Y1} \\ r_{X2Y1} \\ r_{X3Y1} \\ \vdots \\ r_{XnY1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{X1Xi} \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{X2Xi} \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{X3Xi} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{XnXi} \end{bmatrix}$$

2. Korelasi antara variabel eksogen dengan variabel endogen

$$r_{X1Y2} = p_{Y2X1} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1} + p_{Y2X2}r_{X1X2} + \cdots + p_{Y2Xn}r_{X1Xn}$$
$$+p_{Y2Y1}p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X3}r_{X1X3} + \cdots + p_{Y2Y1}p_{Y1Xn}r_{X1Xn}$$

.

.

.

$$r_{XnY2} = p_{Y2Xn} + p_{Y2Y1}p_{Y1Xn} + p_{Y2X1}r_{X1Xn} + \cdots + p_{Y2Xn-1}r_{Xn-1Xn}$$
$$+p_{Y2Y1}p_{Y1X1}r_{X1Xn} + p_{Y2Y1}p_{Y1X2}r_{X2Xn} + \cdots + p_{Y2Y1}p_{Y1Xn-1}r_{Xn-1Xn} \tag{2.35}$$

Korelasi antara X_1 dan Y_2 terdiri dari pengaruh langsung X_1 terhadap Y_2 (p_{Y2X1}), pengaruh tak langsung X_1 terhadap Y_2 melalui Y_1 ($p_{Y2Y1}p_{Y1X1}$), dan pengaruh tak teranalisis yang muncul karena adanya korelasi antar X baik yang melalui Y_1 maupun tidak. Begitu juga untuk korelasi-korelasi X_2, X_3, …, X_n dengan Y_1. Korelasi-korelasi tersebut dapat ditulis dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} r_{X1Y2} \\ r_{X2Y2} \\ r_{X3Y2} \\ \vdots \\ r_{XnY2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{X1X2} & r_{X1X3} & \cdots & r_{X1Xn} \\ r_{X1X2} & 1 & r_{X2X3} & \cdots & r_{X2Xn} \\ r_{X1X3} & r_{X2X3} & 1 & \cdots & r_{X3Xn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{X1Xn} & r_{X2Xn} & r_{X3Xn} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{Y2X1} \\ p_{Y2X2} \\ p_{Y2X3} \\ \vdots \\ p_{Y2Xn} \end{bmatrix}$$

$$+p_{Y2Y1}\begin{bmatrix} 1 & r_{X1X2} & r_{X1X3} & \cdots & r_{X1Xn} \\ r_{X1X2} & 1 & r_{X2X3} & \cdots & r_{X2Xn} \\ r_{X1X3} & r_{X2X3} & 1 & \cdots & r_{X3Xn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{X1Xn} & r_{X2Xn} & r_{X3Xn} & \cdots & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{Y1X1} \\ p_{Y1X2} \\ p_{Y1X3} \\ \vdots \\ p_{Y1Xn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{X1Y2} \\ r_{X2Y2} \\ r_{X3Y2} \\ \vdots \\ r_{XnY2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} p_{Y2Xi} r_{X1Xi} \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y2Xi} r_{X2Xi} \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y2Xi} r_{X3Xi} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} p_{Y2Xi} r_{XnXi} \end{bmatrix} + p_{Y2Y1}\begin{bmatrix} r_{X1Y1} \\ r_{X2Y1} \\ r_{X3Y1} \\ \vdots \\ r_{XnY1} \end{bmatrix}$$

3. Korelasi antara variabel perantara dengan variabel endogen

$$\begin{aligned} r_{Y1Y2} = {} & p_{Y2Y1} + p_{Y2X1}p_{Y1X1} + p_{Y2X2}p_{Y1X2} + \cdots + p_{Y2Xn}p_{Y1Xn} \\ & + p_{Y2X1}p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y2X1}p_{Y1X3}r_{X1X3} + \cdots + p_{Y2X1}p_{Y1Xn}r_{X1Xn} \\ & + p_{Y2X2}p_{Y1X1}r_{X1X2} + p_{Y2X2}p_{Y1X3}r_{X2X3} + \cdots + p_{Y2X2}p_{Y1Xn}r_{X2Xn} \\ & . \\ & . \\ & + p_{Y2Xn}p_{Y1X1}r_{X1Xn} + p_{Y2Xn}p_{Y1X2}r_{X2Xn} + \cdots + p_{Y2Xn}p_{Y1Xn-1}r_{Xn-1Xn} \end{aligned}$$

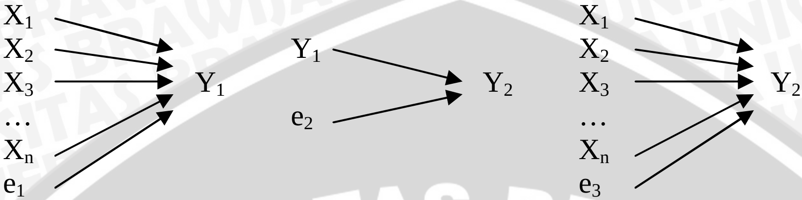
(2.36)

$$r_{Y1Y2} = p_{Y2Y1} + p_{Y2X1}\sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{X1Xi} + p_{Y2X2}\sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{X2Xi} + \cdots + p_{Y2Xn}\sum_{i=1}^{n} p_{Y1Xi} r_{XnXi}$$

(2.37)

Korelasi antara Y_1 dan Y_2 terdiri dari pengaruh langsung Y_1 terhadap Y_2 (p_{Y2Y1}) dan pengaruh semu.

Gambar 2.7 dapat dipecah menjadi beberapa diagram seperti gambar di bawah ini :



Gambar 2.8 Diagram Lintas Variabel-Variabel secara Terpisah

Menurut Li (1986), dengan dipecahnya diagram lintas seperti gambar di atas, maka lintasan dapat dianalisis sendiri-sendiri dengan tanpa meninggalkan pola sesungguhnya. Jika X_1, X_2, …, X_n tidak saling berkorelasi maka p_{e1} dihitung dengan rumus :

$$p_{e1} = \sqrt{1 - (p_{y1x1}^2 + p_{y1x2}^2 + \cdots + p_{y1xn}^2)} \qquad (2.38)$$

Sedangkan jika X_1, X_2, …, X_n saling berkorelasi maka p_{e1} dihitung dengan rumus :

$$p_{e1} = \sqrt{1 - (p_{y1x1}^2 + \cdots + p_{y1xn}^2 + 2p_{y1x1}p_{y1x2}r_{x1x2} + 2p_{y1x1}p_{y1x3}r_{x1x3} + \cdots + 2p_{y1xn}p_{y1xn-1}r_{xn-1xn})} \qquad (2.39)$$

p_{e2} ,p_{e3} dihitung dengan rumus :

$$p_{e2} = \sqrt{1 - p_{y2y1}^2} \qquad (2.40)$$

$$p_{e3} = \sqrt{1 - \left(p_{y2x1}^2 + p_{y2x2}^2 + p_{y2x3}^2 + \cdots + p_{y2xn}^2\right)} \qquad (2.41)$$

Pengaruh sisaan model merupakan pembagian ragam variabel sisaan dengan ragam variabel endogen, dapat ditulis sebagai berikut :

$$p_{e1}^2 = \frac{\sigma_{e1}^2}{\sigma_{y1}^2}$$

$$p_{e2}^2 = \frac{\sigma_{e2}^2}{\sigma_{y2}^2}$$

.

.

$$p_{en}^2 = \frac{\sigma_{en}^2}{\sigma_{yn}^2}$$

Jika σ^2 tidak diketahui, maka diduga dengan s^2 sehingga diperoleh nilai ragam masing-masing variabel sisaan, yaitu :

$$s_{e1}^2 = p_{e1}^2 s_{y1}^2$$
$$s_{e1}^2 = p_{e1}^2 s_{y1}^2$$
.
.
$$s_{en}^2 = p_{en}^2 s_{yn}^2 \qquad (2.42)$$

Dan ragam variabel sisaan gabungan antara dua model adalah :

$$s_{gab}^2 = \frac{(n-1)(s_{e1}^2+s_{e2}^2)}{(2n-2)} \qquad (2.43)$$

(Pramoedyo, 2003).

2.4.8 Pengujian Pengaruh Tak Teranalisis dan Pengaruh Semu

Untuk menguji apakah masing-masing pengaruh signifikan atau tidak digunakan statistik uji *t* dengan rumus sebagai berikut :

$$t = \frac{p}{s_{gab}} \qquad (2.44)$$

di mana :
p : besar pengaruh tak teranalisis atau pengaruh semu
S_{gab} : simpangan baku sisaan gabungan
dengan hipotesis $H_0 : p = p_0$ vs
$H_1 : p \neq p_0$

Berdasarkan persamaan (2.43), untuk menguji pengaruh tak teranalisis pada hubungan X_n terhadap variabel perantara Y_1 digunakan statistik uji :

$$t = \frac{p_{Y_1X_1}r_{X_1X_n}+p_{Y_1X_2}r_{X_2X_n}+\cdots+p_{Y_1X_{n-1}}r_{X_{n-1}X_n}}{s_{gab}} \qquad (2.45)$$

di mana pembilang dari *t* tersebut merupakan besar pengaruh tak teranalisis pada $r_{X_nY_1}$ sesuai persamaan (2.26).

Sedangkan untuk menguji pengaruh tak teranalisis pada hubungan antara X_n dan Y_2 menggunakan statistik uji :

$$t = \frac{p_{Y2X1}r_{X1Xn} + \cdots + p_{Y2Xn-1}r_{X-1Xn} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1}r_{X1Xn} + \cdots + p_{Y2Y1}p_{Y1Xn-1}r_{Xn-1Xn}}{S_{gab}} \qquad (2.46)$$

Pembilang dari t tersebut merupakan besar pengaruh tak teranalisis yang terdapat pada persamaan (2.34).

Pengaruh semu muncul pada korelasi antara Y_1 dan Y_2, untuk menguji signifikan tidaknya digunakan uji :

$$t = \frac{p_{Y2X1}p_{Y1X1} + \cdots + p_{Y2Xn}p_{Y1Xn-1}r_{Xn-1Xn}}{S_{gab}} \qquad (2.47)$$

Besarnya pengaruh semu dihitung berdasarkan persamaan (2.35).

Penyebut dari statistik uji merupakan simpangan baku sisaan gabungan antara model analisis lintas X_1, X_2, …, X_n terhadap Y_1 dengan model analisis lintas Y_1 terhadap Y_2. Statistik uji dibandingkan dengan t_{tabel} dengan db = n-2 dan α tertentu.

2.5 Efisiensi Penduga GLS terhadap OLS

Salah satu ciri dari penduga yang baik adalah penduga yang mempunyai ragam yang paling minimum dibandingkan ragam penduga yang lain atau disebut penduga yang efisien. Untuk mengetahui efisiensi penduga yang dihasilkan oleh GLS pada sistem persamaan SUR dilakukan dengan membandingkan ragam penduga yang dihasilkan oleh OLS dengan ragam penduga yang dihasilkan oleh GLS. Secara matematis dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Efisiensi = \frac{V(\underline{\hat{\beta}}_{OLS})}{V(\underline{\hat{\beta}}_{GLS})} \qquad (2.48)$$

Nilai efisiensi dapat dilihat dari nilai perbandingan yang dihasilkan dalam bentuk prosentase. Jika hasil dari perbandingan tersebut kurang dari 1, maka penduga yang dihasilkan oleh OLS lebih efisien. Namun jika lebih dari 1, maka penduga yang dihasilkan oleh GLS lebih efisien.

2.6 Ukuran Keakuratan Model

Menurut Solimun (2002), model yang diperoleh dikatakan valid jika memiliki presisi dan akurasi tinggi. Untuk memilih model mana yang paling tepat digunakan yaitu yang mampu mencirikan data sebenarnya, maka diperlukan indikator yang obyektif. Penentuan model ini, secara statistik bisa dipermudah dengan menggunakan beberapa indikator ukuran keakuratan model yang memberikan nilai tertentu untuk setiap model yang dihasilkan berdasarkan prinsip-prinsip dasar statistika. Model yang dipilih adalah salah satu model yang mempunyai nilai minimum (atau maksimum, tergantung dari definisi indikator/kriteria yang digunakan). Indikator keakuratan model tersebut antara lain :

1. SE (*Standard error*) penduga

   Menurut Gujarati (1978), SE (*standard error*) penduga adalah akar kuadrat dari ragam penduga tersebut. Dari metode OLS yang menghasilkan rumus $\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X'\underline{Y}$ didapatkan $var\left(\underline{\hat{\beta}}_{OLS}\right) = \sigma^2(X'X)^{-1}$ sehingga rumus *standard error*nya adalah

   $$S_e\left(\underline{\hat{\beta}}_{OLS}\right) = \sqrt{\sigma^2(X'X)^{-1}} = \sigma\sqrt{(X'X)^{-1}} \qquad (2.49)$$

   Sedangkan dari metode GLS yang menghasilkan rumus $\underline{\hat{\beta}}_{GLS} = \left(X'\widehat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}\left(X'\widehat{\Omega}^{-1}\underline{Y}\right)$ didapatkan $var(\underline{\hat{\beta}}_{GLS}) = \left(X'\widehat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}$ sehingga rumus *standard error*nya adalah $S_e(\underline{\hat{\beta}}_{GLS}) = \sqrt{\left(X'\widehat{\Omega}^{-1}X\right)^{-1}}$ (2.50)

   Model yang baik adalah model yang memiliki *standard error* yang kecil.

2. MSE

   Nilai keakuratan prediksi, yaitu MSE (*Mean Square Error*) mengukur selisih nilai dugaan dengan nilai yang sebenarnya, bila dirumuskan :

   $$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \qquad (2.51)$$

   Semakin kecil selisih menunjukkan model semakin akurat dalam menduga nilai variabel. Dengan demikian semakin kecil nilai MSE, maka model semakin akurat dan baik (Kmenta, 1990).

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Data

Dalam skripsi ini digunakan data sekunder dalam bidang ekonomi. Data diambil dari skripsi W.D. Hartina mahasiswa Fakultas Ilmu Administrasi Universitas Brawijaya yang berjudul “Pengaruh Faktor-Faktor Sosial Ekonomi terhadap Jumlah Tabungan Keluarga:Studi pada Rumah Tangga di Desa Bumiaji Kota Administratif Batu Kabupaten Malang”. Metode analisis yang digunakan adalah regresi linier berganda tanpa melakukan pengujian terhadap asumsi-asumsi yang melandasi.

Variabel-variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. Variabel endogen
   Variabel endogen yang digunakan dalam penelitian ini adalah:
   - Y_1 : jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (juta rupiah)
   - Y_2 : jumlah pengeluaran untuk konsumsi keluarga setiap bulan (juta rupiah)
   - Y_3 : jumlah uang yang ditabung setiap bulan (juta rupiah)

2. Variabel eksogen
   Variabel eksogen yang digunakan dalam penelitian ini adalah:
   - X_1 : jumlah anggota keluarga (jiwa)
   - X_2 : lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (tahun)
   - X_3 : usia kepala keluarga (tahun)

Data penelitian di atas dapat dilihat pada Lampiran 1.

3.2 Metode Penelitian

Tahapan analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut :

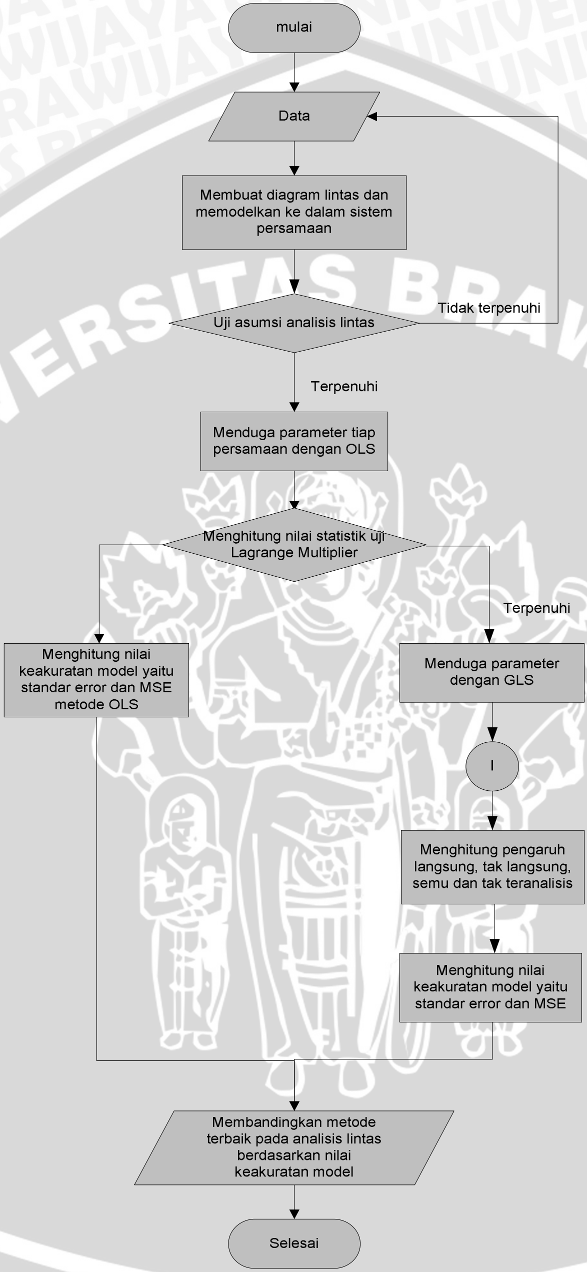
A. Pengujian Asumsi Korelasi *Contemporaneous*
   Menghitung nilai statistik uji Lagrange Multiplier (persamaan 2.12) untuk menguji ada tidaknya korelasi sisaan antar persamaan dalam sistem persamaan.

B. Pendugaan parameter dengan metode OLS
1. Membuat diagram lintas berdasarkan teori.
2. Memodelkan diagram lintas ke dalam sistem persamaan.
3. Memeriksa asumsi yang melandasi analisis lintas seperti pada subbab 2.4.3.
4. Menduga parameter masing-masing persamaan dengan menggunakan OLS (persamaan 2.3).
3. Dari hasil pendugaan dengan OLS, dihitung ukuran keakuratan model, yaitu R_m^2 (persamaan 2.27), SE (persamaan 2.49), dan MSE (persamaan 2.51).

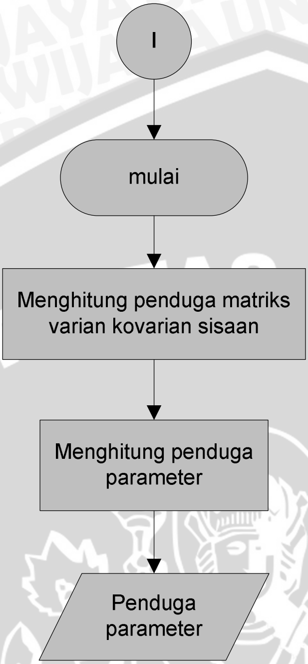
C. Pendugaan parameter dengan metode GLS
1. Menduga parameter dengan menggunakan GLS dua tahap, yaitu :
   a) Persamaan-persamaan yang berada dalam satu sistem digabung seperti pada persamaan (2.8).
   b) Dari sisaan yang dihasilkan OLS, dibentuk matriks ragam peragam sisaan seperti pada persamaan (2.30).
   c) Hitung penduga dari $\underline{\hat{\beta}}_{GLS}$ seperti pada persamaan (2.32).
2. Menghitung pengaruh tak langsung, pengaruh semu, dan pengaruh tak teranalisis seperti pada subbab 2.4.6 dan 2.4.7.
3. Dari hasil pendugaan dengan GLS dua tahap, dihitung ukuran keakuratan model, yaitu R_m^2 (persamaan 2.27), SE (persamaan 2.50) dan MSE (persamaan 2.51).

D. Pembandingan kebaikan hasil penduga yang dihasilkan oleh OLS dan GLS dua tahap dengan melihat ukuran keakuratan model, yaitu R_m^2, SE dan MSE.

Analisis data pada skripsi ini menggunakan bantuan Ms. Excel, *software* Eviews versi 3, dan Minitab versi 14.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir Metode GLS

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pengujian Asumsi Korelasi *Contemporaneous*

Berdasarkan permasalahan yang di analisis dapat dibentuk tiga persamaan yang membentuk suatu sistem. Sisaan antar persamaan diasumsikan tidak saling berkorelasi. Untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi sisaan antar persamaan digunakan uji *Lagrange Multiplier* (persamaan 2.12). Proses perhitungan uji *Lagrange Multiplier* dapat dilihat pada Lampiran 2. Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh nilai statistik uji ξ_{LM} = 102.0993 > $\chi^2_{(M(M-1)/2)}$ = 7.815. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa terdapat korelasi sisaan yang signifikan antar persamaan.

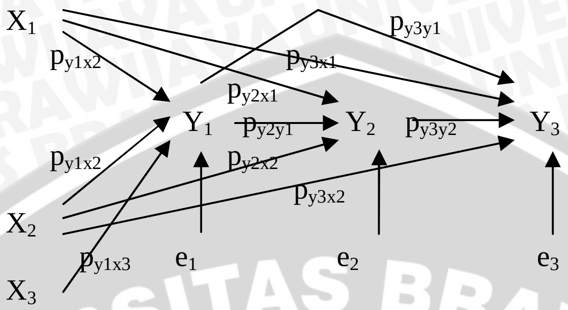
4.2 Pendugaan Parameter Model Analisis Lintas

4.2.1 Perancangan Model Berdasarkan Konsep dan Teori

Langkah pertama yang dilakukan pada analisis lintas adalah merancang model berdasarkan konsep dan teori. Secara teori :

- Jumlah anggota keluarga (X_1), lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) dan usia kepala keluarga (X_3) berpengaruh terhadap jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1)
- Jumlah anggota keluarga (X_1), lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2), dan jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) berpengaruh terhadap jumlah pengeluaran untuk konsumsi keluarga setiap bulan (Y_2)
- Jumlah anggota keluarga (X_1), lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) , jumlah pendapatan kepala keluarga setiap bulan (Y_1), dan jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) berpengaruh terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3)

Berdasarkan hubungan antar variabel secara teoritis tersebut, dapat dibentuk diagram lintas sebagai berikut :



Gambar 4.1 Diagram Lintas

Diagram tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan sehingga membentuk sistem persamaan struktural, yaitu :

$Y_1 = p_{Y10} + p_{Y1X1}X_1 + p_{Y1X2}X_2 + p_{Y1X3}X_3 + \varepsilon_1$
$Y_2 = p_{Y20} + p_{Y2X1}X_1 + p_{Y1X2}X_2 + p_{Y2Y1}Y_1 + \varepsilon_2$
$Y_3 = p_{Y30} + p_{Y3X1}X_1 + p_{Y1X2}X_2 + p_{Y2Y1}Y_1 + p_{Y3Y2}Y_2 + \varepsilon_3$

Atau jika dibakukan menjadi :

$ZY_1 = p_{Y1X1}ZX_1 + p_{Y1X2}ZX_2 + p_{Y1X3}ZX_3 + \varepsilon_1$
$ZY_2 = p_{Y2X1}ZX_1 + p_{Y1X2}ZX_2 + p_{Y2Y1}ZY_1 + \varepsilon_2$
$ZY_3 = p_{Y3X1}ZX_1 + p_{Y1X2}ZX_2 + p_{Y2Y1}ZY_1 + p_{Y3Y2Z}Y_2 + \varepsilon_3$

4.2.2 Pemeriksaan Asumsi Analisis Lintas

a. Hubungan antar variabel adalah linier dan aditif (asumsi linieritas)

Pengujian asumsi linieritas dilakukan dengan menggunakan *curve fit*. Hasil pemeriksaan linieritas dapat dilihat pada Lampiran 3. Secara garis besar dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 4.1 Nilai Peluang Hasil Pengujian Asumsi Linieritas

Pers.	Var. endogen	Var. eksogen	Nilai p (*linear equation*)
I	Y_1	X_1	.072
		X_2	.000
		X_3	.106
II	Y_2	X_1	.000
		X_2	.331
		Y_1	.000
III	Y_3	X_1	.136
		X_2	.000
		Y_1	.000
		Y_2	.254

Berdasarkan hasil pengujian asumsi linieritas dapat disimpulkan bahwa hubungan antar variabel bersifat linier (hanya model linier yang signifikan, nilai p < α). Sedangkan model hubungan lainnya dapat dikatakan linier dengan menganut prinsip *parsimony*.

b. Hanya model rekursif yang dapat dipertimbangkan

Sistem persamaan di atas memenuhi asumsi model rekursif karena dalam sistem hanya terdapat aliran kausal ke satu arah (tidak ada pengaruh bolak balik). Selain itu, pada analisis lintas diasumsikan bahwa antar variabel sisaan tidak berkorelasi ($kov(\underline{\varepsilon}_m, \underline{\varepsilon}_p) = 0$ untuk $m \neq p$). Pada skripsi ini asumsi tersebut sengaja tidak dipenuhi karena akan dibahas lebih lanjut mengenai metode untuk menyelesaikannya.

c. Skala pengukuran variabel minimal interval.

d. Variabel penjelas diukur tanpa kesalahan.

e. Model yang dianalisis dispesifikasikan (diidentifikasi) dengan benar berdasarkan teori dan konsep-konsep yang relevan.

4.2.3 Pendugaan Parameter Analisis Lintas dengan Metode OLS (*Ordinary Least Square*)

Pendugaan parameter masing-masing persamaan dengan menggunakan OLS (persamaaan 2.3) menghasilkan model sebagai berikut :

$ZY_1 = 0.963042\ ZX_1 + 0.726101\ ZX_2 - 0.794975\ ZX_3$
$ZY_2 = 0.795063\ ZX_1 - 0.173435\ ZX_2 + 0.476282\ ZY_1$
$ZY_3 = 0.221395\ ZX_1 + 0.115030\ ZX_2 + 1.103760\ ZY_1 - 0.660499\ ZY_2$

Hasil pendugaan dengan menggunakan OLS dapat dilihat pada Lampiran 5. Statistik uji *t* dan nilai peluang yang dihasilkan dari analisis tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.2 di bawah ini.

Tabel 4.2 Nilai Statistik Uji *t* dan Nilai p Metode OLS

Persamaan	Koefisien	*t* hitung	Nilai p
I	0.963042	4.01	0.0001
	0.726101	9.10	0.0000
	-0.794975	-3.30	0.0011
II	0.795063	28.49	0.0000
	-0.173435	-4.90	0.0000
	0.476282	13.22	0.0000
III	0.221395	2.46	0.0147
	0.115030	2.86	0.0045
	1.103760	17.57	0.0000
	-0.660499	-6.13	0.0000

Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa statistik uji *t* dan nilai peluang semua koefisien yang dihasilkan adalah signifikan karena lebih dari titik kritis *t* (1.64) dan kurang dari taraf nyata α (0.05). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa seluruh koefisien yang dihasilkan dengan metode OLS adalah nyata/signifikan.

4.2.4 Pendugaan Parameter Model Analisis Lintas dengan Metode GLS

Penggunaan GLS (*Zellner's Two Stage Aitken*) (persamaan 2.32) menghasilkan model sebagai berikut :

$ZY_1 = 1.068967\ ZX_1 + 0.738288\ ZX_2 - 0.906837\ ZX_3$
$ZY_2 = 0.800670\ ZX_1 - 0.156382\ ZX_2 + 0.449617\ ZY_1$
$ZY_3 = 0.229763\ ZX_1 + 0.136975\ ZX_2 + 1.069721\ ZY_1$
$- 0.661853\ ZY_2$

Hasil pendugaan dengan menggunakan GLS dapat dilihat pada Lampiran 6. Statistik uji *t* dan nilai peluang yang dihasilkan dari analisis tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.3 di bawah ini.

Tabel 4.3 Nilai Statistik Uji *t* dan Nilai p Metode GLS

Persamaan	Koefisien	*t* hitung	Nilai p
I	1.068967	4.56	0.0000
	0.738288	9.42	0.0000
	-0.906837	-3.86	0.0001
II	0.800670	29.19	0.0000
	-0.156382	-4.50	0.0000
	0.449617	12.73	0.0000
III	0.229763	2.62	0.0093
	0.136975	3.49	0.0006
	1.069721	17.52	0.0000
	-0.661853	-6.32	0.0000

Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa statistik uji *t* dan nilai peluang yang dihasilkan oleh semua koefisien adalah signifikan karena lebih dari titik kritis *t* (1.64) dan kurang dari taraf nyata α (0.05). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa seluruh koefisien yang dihasilkan dengan metode GLS adalah nyata/signifikan.

4.2.5 Pengaruh Antar Variabel pada Analisis Lintas

a) Pengaruh Langsung

Koefisien lintas disebut juga dengan pengaruh langsung antar variabel. Dengan menggunakan metode GLS, diperoleh hasil sebagai berikut:

- Jumlah anggota keluarga (X_1) berpengaruh langsung terhadap jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) sebesar 1.068967
- Lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) berpengaruh langsung terhadap jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) sebesar 0.738288

- Usia kepala keluarga (X_3) berpengaruh langsung terhadap jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) sebesar -0.906837
- Jumlah anggota keluarga (X_1) berpengaruh langsung terhadap jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar 0.800670
- Lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) berpengaruh langsung terhadap jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar -0.156382
- Jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) berpengaruh langsung terhadap jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar 0.449617
- Jumlah anggota keluarga (X_1) berpengaruh langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) sebesar 0.229763
- Lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) berpengaruh langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) sebesar 0.136975
- Jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) berpengaruh langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) sebesar 1.069721
- Jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) berpengaruh langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) sebesar -0.661853

Dari koefisien-koefisien di atas dapat dilihat bahwa jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) mempunyai pengaruh langsung terbesar terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) sebesar 1.069721 yang dapat diinterpretasikan bahwa setiap kenaikan satu satuan nilai Y_1 akan meningkatkan nilai Y_3 sebesar 1.069721 satuan.

b) Pengaruh Tak Langsung

- Jumlah anggota keluarga (X_1) berpengaruh tidak langsung terhadap jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (Y_2) melalui jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) sebesar 1.068967 x 0.449617 = 0.480626
- Lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) berpengaruh tidak langsung terhadap jumlah pengeluaran

keluarga setiap bulan (Y_2) melalui jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) sebesar 0.738288 x 0.449617 = 0.331947

- Jumlah anggota keluarga (X_1) berpengaruh tidak langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) melalui jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar 0.800670 x (-0.661853) = -0.529926
- Lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (X_2) berpengaruh tidak langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) melalui jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar (-0.156382) x (-0.661853) = 0.103502
- Jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_1) berpengaruh tidak langsung terhadap jumlah uang yang ditabung setiap bulan (Y_3) melalui jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (Y_2) sebesar 0.449617 x (-0.661853) = -0.297580

4.3 Efisiensi Penduga GLS terhadap OLS

Penggunaan metode OLS dan GLS menghasilkan penduga koefisien seperti yang telah dijelaskan di atas. Salah satu ciri penduga yang baik adalah penduga yang mempunyai ragam paling minimum dibandingkan ragam penduga yang lain atau disebut juga penduga yang efisien (persamaan 2.48). Hasil perhitungan ragam penduga yang dihasilkan oleh metode OLS dan GLS dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 4.4 Efisiensi Penduga GLS terhadap OLS

Pers.	Penduga	$V(\hat{\beta}_{OLS})$	$V(\hat{\beta}_{GLS})$	Efisiensi
I	p_{Y1X1}	0.057667	0.054896	1.0505
	p_{Y1X2}	0.006364	0.006140	1.0365
	p_{Y1X3}	0.057983	0.055103	1.0523
II	p_{Y2X1}	0.000779	0.000752	1.0359
	p_{Y2X2}	0.001252	0.001207	1.0373
	p_{Y2Y1}	0.001298	0.001247	1.0409
III	p_{Y3X1}	0.008126	0.007681	1.0579
	p_{Y3X2}	0.001614	0.001534	1.0522
	p_{Y3Y1}	0.003945	0.003729	1.0579
	p_{Y3Y2}	0.011611	0.010964	1.0590

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa secara umum penduga yang dihasilkan oleh metode GLS lebih efisien daripada penduga yang dihasilkan oleh metode OLS.

4.4 Ukuran Keakuratan Model

Dari model yang dihasilkan oleh metode OLS dan GLS bisa dihitung beberapa indikator keakuratan model, yaitu koefisien determinasi total (R_m^2) (persamaan 2.27), SE (*Standard Error*) (persamaan 2.49 dan 2.50) dan MSE (*Mean Square Error*) (persamaan 2.51). Nilai-nilai indikator keakuratan model SP I dapat dilihat pada Tabel 4.5 di bawah ini.

Tabel 4.5 Nilai Indikator Keakuratan Model

Persamaan	Indikator	OLS	GLS
I	$S_e(p_{Y1X1})$	0.240140	0.234299
	$S_e(p_{Y1X2})$	0.079772	0.078359
	$S_e(p_{Y1X3})$	0.240797	0.234741
	MSE	0.504626	0.505883
II	$S_e(p_{Y2X1})$	0.027905	0.027429
	$S_e(p_{Y2X2})$	0.035386	0.034743
	$S_e(p_{Y2Y1})$	0.036030	0.035308
	MSE	0.064136	0.064537
III	$S_e(p_{Y3X1})$	0.090146	0.087639
	$S_e(p_{Y3X2})$	0.040177	0.039162
	$S_e(p_{Y3Y1})$	0.062812	0.061073
	$S_e(p_{Y3Y2})$	0.107755	0.104710
	MSE	0.064786	0.065477
	R_m^2	0.998064	0.998026

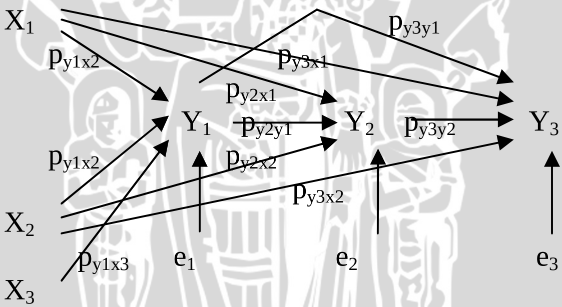
Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa nilai *standard error* penduga yang dihasilkan dengan metode OLS lebih besar daripada yang dihasilkan dengan metode GLS. Jadi, jika ditinjau dari nilai *standard error* penduga yang dihasilkan, dapat disimpulkan bahwa GLS menghasilkan model yang lebih baik daripada OLS.

Ditinjau dari nilai MSE, dari tabel di atas dapat dilihat bahwa metode OLS meghasilkan nilai yang lebih kecil daripada metode GLS. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa OLS menghasilkan model yang lebih baik daripada GLS.

Sedangkan jika ditinjau dari nilai koefisien determinasi total, metode OLS menghasilkan nilai yang lebih besar daripada metode GLS. Keragaman data yang dapat dijelaskan oleh model dengan menggunakan metode OLS adalah sebesar 99.8064%. Dengan kata lain, informasi yang terkandung dalam data 99.8064% dapat dijelaskan oleh model tersebut, sedangkan 0.1936% dijelaskan oleh variabel lain (yang belum terdapat di dalam model) dan error.

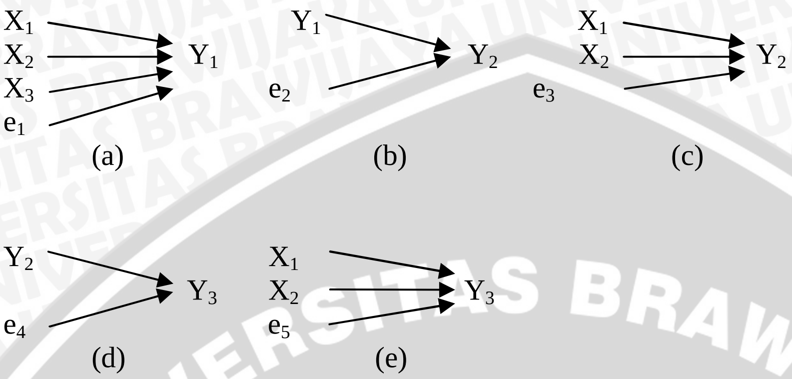
Dari beberapa indikator tersebut menghasilkan kesimpulan yang berbeda. Jika ingin melihat *goodness of fit* model secara keseluruhan, maka digunakan MSE atau koefisien determinasi total. Jika ingin melihat secara spesifik penduga yang lebih efisien, maka digunakan SE penduga. Tujuan utama dari penelitian ini adalah pendugaan parameter, jadi hal utama yang dilihat adalah efisiensi penduga yaitu penduga dengan nilai SE terendah. Selain itu, penduga yang efisien dapat menduga parameter jauh lebih akurat daripada penduga yang tidak efisien. Jadi dapat disimpulkan bahwa GLS merupakan metode pendugaan yang lebih baik daripada OLS pada model analisis lintas dengan sisaan yang berkorelasi antar persamaan.

4.5 Dekomposisi Korelasi



Gambar 4.2 Diagram Lintas

Gambar di atas dapat dipecah menjadi beberapa diagram lintas sebagai berikut :



Gambar 4.3 Diagram Lintas Variabel-Variabel secara Terpisah

Koefisien lintas merupakan koefisien regresi berganda dengan variabel dibakukan. Hasil perhitungan koefisien lintas (persamaan 2.32) dan koefisien korelasi (persamaan 2.34 sampai 2.37) masing-masing variabel dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 4.6 Koefisien Lintas dan Koefisien Korelasi

par. / var.	p_{Y1Xi}	p_{Y2Xi}	p_{Y3Xi}	p_{Y2Y1}	p_{Y3Y1}	p_{Y3Y2}
X_1	1.068967	0.800670	0.229763	0.449617	1.069721	-0.661853
X_2	0.738288	-0.156382	0.136975			
X_3	-0.906837					
par. / var.	r_{XiY1}	r_{XiY2}	r_{XiY3}	r_{Y1Y2}	r_{Y1Y3}	r_{Y2Y3}
X_1	0.190026	0.890958	0.162718	0.502837	0.902452	-0.501595
X_2	0.632603	0.103226	0.566829			
X_3	0.161331					

Besar pengaruh variabel sisaan (persamaan 2.38 sampai 2.41) masing-masing model adalah sebagai berikut :

$p_{e1} = 0.690$
$p_{e2} = 0.893$
$p_{e3} = 0.578$
$p_{e4} = 0.749$
$p_{e5} = 0.964$

Sedangkan ragam variabel sisaan (persamaan 2.42) masing-masing model adalah sebagai berikut :

$s^2_{e1} = 16.283$
$s^2_{e2} = 2.156$
$s^2_{e3} = 0.903$
$s^2_{e4} = 1.135$
$s^2_{e5} = 1.879$

Ragam gabungan sisaan (persamaaan 2.43) untuk :
model 4.2a dan 4.2b adalah $s^2_{gab(1)} = 9.219$
model 4.2ab dan 4.2d adalah $s^2_{gab(2)} = 5.177$

Berdasarkan Gambar 4.1, korelasi antara X_1, X_2, X_3 dengan Y_1 dapat didekomposisi menjadi dua pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D) dan pengaruh tak teranalisis (U). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{X1Y1} = \underbrace{p_{Y1X1}}_{\text{D}} + \underbrace{p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y1X3}r_{X1X3}}_{\text{U}}$$

$$r_{X2Y1} = \underbrace{p_{Y1X2}}_{\text{D}} + \underbrace{p_{Y1X1}r_{X1X2} + p_{Y1X3}r_{X2X3}}_{\text{U}}$$

$$r_{X3Y1} = \underbrace{p_{Y1X3}}_{\text{D}} + \underbrace{p_{Y1X1}r_{X1X3} + p_{Y1X2}r_{X2X3}}_{\text{U}}$$

Korelasi antara X_1, X_2 dengan Y_2 dapat didekomposisi menjadi tiga pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D), pengaruh tak langsung (I), dan pengaruh tak teranalisis (U). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{X1Y2} = \underbrace{p_{Y2X1}}_{\text{D}} + \underbrace{p_{Y2Y1}p_{Y1X1}}_{\text{I}} + \underbrace{p_{Y2X2}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X3}r_{X1X3}}_{\text{U}}$$

$$r_{X2Y2} = \underbrace{p_{Y2X2}}_{\text{D}} + \underbrace{p_{Y2Y1}p_{Y1X2}}_{\text{I}} + \underbrace{p_{Y2X1}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X3}r_{X2X3}}_{\text{U}}$$

Korelasi antara X_1, X_2 dengan Y_3 dapat didekomposisi menjadi tiga pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D), pengaruh tak langsung (I), dan pengaruh tak teranalisis (U). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{X_1Y_3} = \underbrace{p_{Y_3X_1}}_{D} + \underbrace{p_{Y_3Y_2}p_{Y_2X_1} + p_{Y_2Y_1}p_{Y_1X_1}}_{I}$$

$$+\underbrace{p_{Y_3X_2}r_{X_1X_2} + p_{Y_3Y_2}p_{Y_2X_2}r_{X_1X_2} + p_{Y_2Y_1}p_{Y_1X_2}r_{X_1X_2}}_{U}$$

$$r_{X_2Y_3} = \underbrace{p_{Y_3X_2}}_{D} + \underbrace{p_{Y_3Y_2}p_{Y_2X_2} + p_{Y_2Y_1}p_{Y_1X_2}}_{I}$$

$$+\underbrace{p_{Y_3X_1}r_{X_2X_1} + p_{Y_3Y_2}p_{Y_2X_1}r_{X_2X_1} + p_{Y_2Y_1}p_{Y_1X_1}r_{X_2X_1}}_{U}$$

Korelasi antara Y_1 dengan Y_2 dapat didekomposisi menjadi dua pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D) dan pengaruh semu (S). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{Y_1Y_2} = \underbrace{p_{Y_2Y_1}}_{D} + \underbrace{p_{Y_2X_1}p_{Y_1X_1} + p_{Y_2X_2}p_{Y_1X_2} + p_{Y_2X_1}p_{Y_1X_2}r_{X_1X_2} + p_{Y_2X_1}p_{Y_1X_3}r_{X_1X_3} + p_{Y_2X_2}p_{Y_1X_1}r_{X_2X_1} + p_{Y_2X_2}p_{Y_1X_3}r_{X_2X_3}}_{S}$$

Korelasi antara Y_1 dengan Y_3 dapat didekomposisi menjadi tiga pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D), pengaruh tak langsung (I), dan pengaruh semu (S). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{Y_1Y_3} = \underbrace{p_{Y_3Y_1}}_{D} + \underbrace{p_{Y_3Y_2}p_{Y_2Y_1}}_{I} + \underbrace{p_{Y_3X_1}p_{Y_1X_1} + p_{Y_3X_2}p_{Y_1X_2} + p_{Y_3X_1}p_{Y_1X_2}r_{X_1X_2} + p_{Y_3X_1}p_{Y_1X_3}r_{X_1X_3} + p_{Y_3X_2}p_{Y_1X_1}r_{X_2X_1} + p_{Y_3X_2}p_{Y_1X_3}r_{X_2X_3}}_{S}$$

Korelasi antara Y_2 dengan Y_3 dapat didekomposisi menjadi dua pengaruh, yaitu pengaruh langsung (D) dan pengaruh semu (S). Dekomposisi korelasinya adalah sebagai berikut :

$$r_{Y_2Y_3} = \underbrace{p_{Y_3Y_2}}_{D} + \underbrace{p_{Y_3X_1}p_{Y_2X_1} + p_{Y_3X_2}p_{Y_2X_2} + p_{Y_3X_1}p_{Y_2X_2}r_{X_1X_2} + p_{Y_3X_2}p_{Y_2X_1}r_{X_2X_1}}_{S}$$

Tabel 4.7 Dekomposisi Korelasi

var eks. / var end.		X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
Y_1	D	1.068967	0.738288	-0.906837		
	U	-0.878941	-0.105685	1.068168		
Y_2	D	0.800670	-0.156382		0.449617	
	I	0.480626	0.331947			
	U	-0.390338	-0.072339			
	S				0.05322	
Y_3	D	0.229763	0.136975		1.069721	-0.661853
	I	-0.049300	0.435449		-0.297580	
	U	-0.017745	-0.005595			
	S				0.130311	0.160258

Keterangan :
D : pengaruh langsung
I : pengaruh tak langsung
U : pengaruh tak teranalisis
S : pengaruh semu

Uji pengaruh tak langsung, pengaruh tak teranalisis dan pengaruh semu

Simpangan baku sisaan masing-masing model dan simpangan baku sisaan gabungan adalah :

$$s_{e1} = \sqrt{s_{e1}^2} = 4.035$$

$$s_{e2} = \sqrt{s_{e2}^2} = 1.468$$

$$s_{e3} = \sqrt{s_{e3}^2} = 0.950$$

$$s_{e4} = \sqrt{s_{e4}^2} = 1.065$$

$$s_{e5} = \sqrt{s_{e5}^2} = 1.371$$

$$s_{gab(1)} = \sqrt{s_{gab(1)}^2} = 3.036$$

$$s_{gab(2)} = \sqrt{s_{gab(2)}^2} = 2.275$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak langsung pada r_{X1Y2}, r_{X2Y2} adalah :

$$t = \frac{p_{Y2Y1}p_{Y1X1}}{s_{gab}} = \frac{0.480626}{3.036} = 0.158$$

$$t = \frac{p_{Y2Y1}p_{Y1X2}}{s_{gab}} = \frac{0.331947}{3.036} = 0.109$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak langsung pada r_{X1Y3}, r_{X2Y3} adalah :

$$t = \frac{p_{Y3Y2}p_{Y2X1} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1}}{s_{gab}} = \frac{-0.049300}{2.275} = -0.022$$

$$t = \frac{p_{Y3Y2}p_{Y2X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X2}}{s_{gab}} = \frac{0.435449}{2.275} = 0.191$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak langsung pada r_{Y1Y3} adalah :

$$t = \frac{p_{Y3Y2}p_{Y2Y1}}{s_{gab}} = \frac{-0.297580}{2.275} = -0.131$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak teranalisis pada $r_{X1Y1}, r_{X2Y1}, r_{X3Y1}$ adalah :

$$t = \frac{p_{Y1X2}r_{X1X2} + p_{Y1X3}r_{X1X3}}{s_{gab}} = \frac{-0.87851}{3.036} = -0.289$$

$$t = \frac{p_{Y1X1}r_{X2X1} + p_{Y1X3}r_{X2X3}}{s_{gab}} = \frac{-0.10564}{3.036} = -0.035$$

$$t = \frac{p_{Y1X1}r_{X3X1} + p_{Y1X2}r_{X3X2}}{s_{gab}} = \frac{1.067756}{3.036} = 0.352$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak teranalisis pada r_{X1Y2}, r_{X2Y2} adalah :

$$t = \frac{p_{Y2X2}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X2}r_{X1X2}}{s_{gab}} = \frac{-0.39014}{3.036} = -0.129$$

$$t = \frac{p_{Y2X1}r_{X2X1} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1}r_{X2X1}}{s_{gab}} = \frac{-0.07232}{3.036} = -0.024$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh tak teranalisis pada r_{X1Y3}, r_{X2Y3} adalah :

$$t = \frac{p_{Y3X2}r_{X1X2} + p_{Y3Y2}p_{Y2X2}r_{X1X2} + p_{Y2Y1}p_{Y1X2}r_{X1X2}}{s_{gab}} = \frac{-0.01775}{2.275} = -0.008$$

$$t = \frac{p_{Y3X1}r_{X2X1} + p_{Y3Y2}p_{Y2X1}r_{X2X1} + p_{Y2Y1}p_{Y1X1}r_{X2X1}}{s_{gab}} = \frac{-0.00559}{2.275} = -0.002$$

Statistik uji untuk menguji pengaruh semu pada $r_{Y1Y2}, r_{Y1Y3}, r_{Y2Y3}$ adalah :

$$t = \frac{p_{Y2X1}p_{Y1X1} + \cdots + p_{Y2X2}p_{Y1X3}r_{X2X3}}{s_{gab}} = \frac{0.053222}{3.036} = 0.018$$

$$t = \frac{p_{Y3X1}p_{Y1X1} + \cdots + p_{Y3X2}p_{Y1X3}r_{X2X3}}{s_{gab}} = \frac{0.130311}{2.275} = 0.057$$

$$t = \frac{p_{Y3X1}p_{Y2X1} + \cdots + p_{Y3X2}p_{Y2X1}r_{X2X1}}{s_{gab}} = \frac{0.160258}{2.275} = 0.070$$

Nilsi statistik uji untuk masing-masing pengaruh dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 4.8 Nilai Statistik Uji Pengaruh Tak Langsung, Pengaruh Tak Teranalisis, dan Pengaruh Semu

var eks. / var end.		X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
Y_1	U	-0.878941	-0.105685	1.068168		
	t	-0.289	-0.035	0.352		
Y_2	I	0.480626	0.331947			
	t	0.158	0.109			
	U	-0.390338	-0.072339			
	t	-0.129	-0.024			
	S				0.05322	
	t				0.018	
Y_3	I	-0.049300	0.435449		-0.297580	
	t	-0.022	0.191		-0.131	
	U	-0.017745	-0.005595			
	t	-0.008	-0.002			
	S				0.130311	0.160258
	t				0.057	0.070

Keterangan :
U : pengaruh tak teranalisis
S : pengaruh semu
t : statistik uji

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa semua nilai statistik uji *t* kurang dari *t* tabel (1.645). Hal ini berarti pengaruh tak langsung seluruh variabel tidak nyata. Begitu pula dengan pengaruh tak teranalisis dan pengaruh semu. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa adanya korelasi antara X_1, X_2, dan X_3 tidak mempengaruhi variabel endogen Y_1, Y_2, dan Y_3.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan :

1. Metode GLS menghasilkan koefisien lintas sebagai berikut :
   $ZY_1 = 1.068967\ ZX_1 + 0.738288\ ZX_2 - 0.906837\ ZX_3$
   $ZY_2 = 0.800670\ ZX_1 – 0.156382\ ZX_2 + 0.449617\ ZY_1$
   $ZY_3 = 0.229763\ ZX_1 + 0.136975\ ZX_2 + 1.069721\ ZY_1 – 0.661853\ ZY_2$

2. Hasil pengujian pengaruh antar variabel adalah sebagai berikut :
   - Pengaruh langsung dalam sistem persamaan nyata.
   - Pengaruh tak langsung dalam sistem persamaan tidak nyata.
   - Pengaruh semu dalam sistem persamaan tidak nyata. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa adanya variabel eksogen tidak mempengaruhi variabel endogen yang saling berkorelasi.
   - Pengaruh tak teranalisis dalam sistem persamaan tidak nyata. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa adanya korelasi antara X_1, X_2, dan X_3 tidak mempengaruhi variabel endogen Y_1, Y_2, dan Y_3.

3. Keakuratan model ditinjau berdasarkan :
   - SE
     GLS menghasilkan model yang lebih baik daripada OLS.
   - MSE
     OLS menghasilkan model yang lebih baik daripada GLS.
   - R_m^2.
     OLS menghasilkan model yang lebih baik daripada GLS.

4. Penduga yang dihasilkan oleh metode GLS lebih efisien daripada penduga yang dihasilkan oleh metode OLS.

5.2 Saran

Dalam pendugaan koefisien lintas analisis lintas dengan sisaan yang berkorelasi sebaiknya menggunakan metode GLS karena menghasilkan model yang lebih baik dan lebih efisien daripada metode OLS.

DAFTAR PUSTAKA

Afifi, A.A. dan V. Clark. 1990. **Computer-Aided Multivariate Analysis**. Second Edition. Chapman & Hall. New York.

Baltagi, B.H. 1999. **Econometrics.** Second Revised Edition. Springer. Berlin.

Beasley, T.M. 2008. **Seemingly Unrelated Regression (SUR) Models as a Solution to Path Analytic Models with Correlated Errors**. Journal Multiple Linear Regression Viewpoints, Vol. 34(I). University of Alabama. Birmingham.

Dillon, W.R. dan M. Goldstein. 1984. **Multivariate Analysis Methods and Applications**. John Willey & Sons. New York.

Dufour, J.M. dan Khalaf L.. 2001. **Exact Test for Contemporaneous Correlation of Disturbance in Seemingly Unrelated Regressions.** Journal of Econometrics. Universite de Montreal, Universite Laval.

Ghozali, A. 2006. **Tinjauan Metodologi: Struktural Equation Modelling dan Penerapannya dalam Pendidikan**. http://www.depdiknas.go.id/jurnal/25/abbasghozali.htm. diakses pada tanggal 21 Mei 2010.

Gujarati, D. 1991. **Ekonometrika Dasar**. Alih Bahasa : Sumarno Zain. Erlangga. Jakarta.

Hartina, W.D. 2001. **Pengaruh Faktor-Faktor Sosial Ekonomi terhadap Tabungan Keluarga**. Fakultas Ekonomi. Universitas Brawijaya. Malang (Tidak Dipublikasikan).

Intriligator, M.D. 1978. **Econometrics Model, Techniques, and Applications**. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.

Johnson, R.A. dan D.W. Wichern. 1982. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.

Judge, dkk. 1988. **Introduction to The and Practice of Econometrics**. John Wiley and Sons. New York.

Kmenta, J. 1990. **Elements of Econometrics**. Second Edition. Macmilan Publishing Company, Singapore.

Kusuma, I.P.D. 2004. **Analisa Pengaruh Suku Bunga SBI terhadap Suku Bunga Bank (Studi Kasus pada Bank Umum Swasta nasional Periode 96:1-04:4)**. Jurusan Ekonomika Pembangunan. Fakultas Ekonomi. Universitas Brawijaya. Malang (Tidak Dipublikasikan).

Li, C.C. 1986. **Path Analysis a Primer**. Fourth Printing. California.

Malhotra, N.K. 2002. **Basic Marketing Research Applications to Contemporary Issues**. Prentice Hall Internasional, Inc. New Jersey.

Nurjannah. 2003. **Kajian Penggunaan Metode Kuadrat Terkecil Umum (Generalized Least Square) pada Sistem Persamaan SUR (Seemingly Unrelated Regression).** Program Studi Statistika. Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Brawijaya. Malang (Tidak Dipublikasikan).

Nurjannah. 2006. **Ekonometrika**. Buku Ajar. Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Brawijaya. Malang.

Pedhazur, E.J. 1982. **Multiple Regression in Behavioral Research Explanation and Prediction**. Second Edition. CBS College Publishing. New York.

Pindyck, R.S. dan D.L. Rubinfield. 1991. **Econometric Models and Economics Forecast**. Second Edition. Mc Graw Hill, Inc. Singapore.

Pine, V.R. 1977. **Introduction to Social Statistics**. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. New Jersey.

Pramoedyo, H. 2003. **Model Prakiraan Distribusi Intensitas Serangan Hama Padi (Tikus) dengan Pendekatan Analisis Lintas dan SIG**. Program Pascasarjana. Universitas Airlangga. Surabaya.

Riduwan, dan Engkos, A.K. 2008. **Cara Menggunakan dan Memaknai Analisis Jalur (Path Analysis)**. Alfabeta. Bandung.

Solimun. 2002. **Multivariate Analysis : Structural Equation Modelling (SEM) Lisrel dan Amos.** Penerbit Universitas Negeri Malang.

Wright, S. 1960. **Path Coefficients and Path Regression: Alternative or Complementary Concepts**. Journal of the Biometrics Society, Vol. 16, No:14, pp 189-202.

Yitnosumarto, S. 1988. **Analisis Regresi dan Korelasi : Teori dan Terapannya**. Universitas Brawijaya. Malang.

Zellner, A. 1962. **An Efficient Methods of Estimation SUR and Test for Aggregation Bias**. Journal of American Statistical Association.

Lampiran 1. Data Ekonomi Penduduk

No	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3
1	4	9	48	11,7	4,115	1,80
2	8	6	65	8,6	5,800	0,50
3	4	12	43	19,8	4,050	4,10
4	7	9	54	17,6	7,155	1,20
5	3	18	42	28,4	4,530	5,70
6	3	6	40	6,0	2,380	0,48
.						
.						
.						
.						
.						
.						
85	2	6	36	4,2	1,610	0,26
86	4	9	50	14,0	4,150	2,05
87	2	12	39	18,5	2,895	3,96
88	5	9	52	5,3	3,250	0,38
89	2	6	31	7,0	2,050	0,74
90	7	12	56	9,5	5,005	0,80

X_1 = jumlah anggota keluarga (jiwa)
X_2 = lama pendidikan yang ditempuh kepala keluarga (tahun)
X_3 = usia kepala keluarga (tahun)
Y_1 = jumlah pendapatan keluarga setiap bulan (juta rupiah)
Y_2 = jumlah pengeluaran keluarga setiap bulan (juta rupiah)
Y_3 = jumlah uang yang ditabung setiap bulan (juta rupiah)

Lampiran 2. Pengujian Asumsi Korelasi *Contemporaneous*

Uji *Lagrange Multiplier*
H_0 : tidak ada korelasi sisaan antar persamaan vs
H_1 : ada korelasi sisaan antar persamaan

$\xi_{LM} = n\sum_{m=2}^{M}\sum_{p=1}^{m-1} r_{mp}^2 \sim \chi^2_{(M(M-1)/2)}$
di mana:

$$r_{mp} = \frac{\hat{\sigma}_{mp}}{\sqrt{\hat{\sigma}_m^2 \hat{\sigma}_p^2}}$$

$$\hat{\sigma}_{mp}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{mi}\,\hat{e}_{pi}$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{mi}^2$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{e}_{pi}^2$$

ξ_{LM} = 90((0.492677)^2 + (0.641756)^2 + (-3.39E-06)^2)
= 102.0993 ~ $\chi^2_{(3)}$ = 7.815

Lampiran 3. Pengujian Asumsi Linieritas

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y1

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.036	3.319	1	88	.072	9.173	.620		
Logarithmic	.032	2.934	1	88	.090	8.606	2.364		
Inverse	.026	2.325	1	88	.131	13.846	-7.245		
Quadratic	.036	1.646	2	87	.199	9.513	.445	.019	
Cubic	.048	1.460	3	86	.231	17.914	-6.057	1.487	-.099
Compound	.050	4.636	1	88	.034	8.009	1.065		
Power	.044	4.089	1	88	.046	7.562	.239		
S	.035	3.170	1	88	.078	2.552	-.727		
Growth	.050	4.636	1	88	.034	2.081	.063		
Exponential	.050	4.636	1	88	.034	8.009	.063		
Logistic	.050	4.636	1	88	.034	.125	.939		

The independent variable is x1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y1

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.401	58.848	1	88	.000	1.838	1.080		
Logarithmic	.358	49.140	1	88	.000	-8.320	9.340		
Inverse	.280	34.266	1	88	.000	19.529	-62.355		
Quadratic	.415	30.812	2	87	.000	6.864	-.031	.054	
Cubic	.417	20.507	3	86	.000	1.948	1.677	-.126	.006
Compound	.345	46.294	1	88	.000	4.691	1.090		
Power	.326	42.641	1	88	.000	1.986	.769		
S	.278	33.877	1	88	.000	3.008	-5.359		
Growth	.345	46.294	1	88	.000	1.546	.086		
Exponential	.345	46.294	1	88	.000	4.691	.086		
Logistic	.345	46.294	1	88	.000	.213	.917		

The independent variable is x2.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y1

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.029	2.675	1	88	.106	5.437	.135		
Logarithmic	.033	3.036	1	88	.085	-14.094	6.745		
Inverse	.036	3.303	1	88	.073	18.787	-320.367		
Quadratic	.048	2.203	2	87	.117	-20.701	1.248	-.012	
Cubic	.050	2.301	2	87	.106	-12.823	.720	.000	-8.213E-5
Compound	.044	4.061	1	88	.047	5.342	1.014		
Power	.048	4.441	1	88	.038	.715	.699		
S	.050	4.666	1	88	.033	3.058	-32.622		
Growth	.044	4.061	1	88	.047	1.676	.014		
Exponential	.044	4.061	1	88	.047	5.342	.014		
Logistic	.044	4.061	1	88	.047	.187	.986		

The independent variable is x3.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y2

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.794	339.611	1	88	.000	.519	.815		
Logarithmic	.779	310.225	1	88	.000	-.430	3.266		
Inverse	.699	204.606	1	88	.000	6.993	-10.617		
Quadratic	.801	174.630	2	87	.000	-.175	1.172	-.038	
Cubic	.813	124.543	3	86	.000	2.219	-.681	.380	-.028
Compound	.758	275.353	1	88	.000	1.481	1.235		
Power	.796	344.029	1	88	.000	1.115	.875		
S	.764	285.427	1	88	.000	2.127	-2.940		
Growth	.758	275.353	1	88	.000	.393	.211		
Exponential	.758	275.353	1	88	.000	1.481	.211		
Logistic	.758	275.353	1	88	.000	.675	.810		

The independent variable is x1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y2

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.011	.956	1	88	.331	3.308	.050		
Logarithmic	.015	1.356	1	88	.247	2.605	.540		
Inverse	.020	1.781	1	88	.186	4.350	-4.663		
Quadratic	.018	.812	2	87	.448	2.265	.280	-.011	
Cubic	.021	.602	3	86	.616	.929	.745	-.060	.002
Compound	.018	1.632	1	88	.205	2.932	1.017		
Power	.023	2.067	1	88	.154	2.351	.176		
S	.027	2.424	1	88	.123	1.413	-1.436		
Growth	.018	1.632	1	88	.205	1.076	.017		
Exponential	.018	1.632	1	88	.205	2.932	.017		
Logistic	.018	1.632	1	88	.205	.341	.983		

The independent variable is x2.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y2

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.268	32.282	1	88	.000	2.064	.146		
Logarithmic	.304	38.502	1	88	.000	-.428	1.797		
Inverse	.301	37.907	1	88	.000	5.582	-16.572		
Quadratic	.305	19.105	2	87	.000	.724	.389	-.009	
Cubic	.315	13.187	3	86	.000	-.750	.781	-.038	.001
Compound	.268	32.226	1	88	.000	2.187	1.039		
Power	.315	40.504	1	88	.000	1.108	.484		
S	.324	42.173	1	88	.000	1.732	-4.554		
Growth	.268	32.226	1	88	.000	.782	.039		
Exponential	.268	32.226	1	88	.000	2.187	.039		
Logistic	.268	32.226	1	88	.000	.457	.962		

The independent variable is y1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y3

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.025	2.270	1	88	.136	2.005	-.125		
Logarithmic	.025	2.277	1	88	.135	2.159	-.508		
Inverse	.023	2.063	1	88	.154	1.001	1.662		
Quadratic	.026	1.143	2	87	.324	2.165	-.208	.009	
Cubic	.026	.755	3	86	.523	2.298	-.311	.032	-.002
Compound	.004	.324	1	88	.570	1.136	.969		
Power	.005	.451	1	88	.504	1.214	-.148		
S	.007	.594	1	88	.443	-.174	.584		
Growth	.004	.324	1	88	.570	.128	-.031		
Exponential	.004	.324	1	88	.570	1.136	-.031		
Logistic	.004	.324	1	88	.570	.880	1.032		

The independent variable is x1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y3

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.545	105.352	1	88	.000	-1.271	.306		
Logarithmic	.463	76.003	1	88	.000	-4.011	2.582		
Inverse	.335	44.276	1	88	.000	3.603	-16.565		
Quadratic	.586	61.475	2	87	.000	.821	-.156	.022	
Cubic	.586	40.514	3	86	.000	.899	-.183	.025	-9.189E-5
Compound	.436	68.146	1	88	.000	.200	1.195		
Power	.425	65.075	1	88	.000	.032	1.606		
S	.373	52.240	1	88	.000	1.440	-11.348		
Growth	.436	68.146	1	88	.000	-1.611	.178		
Exponential	.436	68.146	1	88	.000	.200	.178		
Logistic	.436	68.146	1	88	.000	5.006	.837		

The independent variable is x2.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y3

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.768	290.854	1	88	.000	-.972	.213		
Logarithmic	.676	183.285	1	88	.000	-3.888	2.315		
Inverse	.523	96.575	1	88	.000	3.584	-18.891		
Quadratic	.782	156.466	2	87	.000	-.239	.080	.005	
Cubic	.785	104.624	3	86	.000	.398	-.090	.017	.000
Compound	.799	349.544	1	88	.000	.194	1.152		
Power	.841	465.026	1	88	.000	.020	1.677		
S	.789	329.703	1	88	.000	1.660	-15.066		
Growth	.799	349.544	1	88	.000	-1.638	.141		
Exponential	.799	349.544	1	88	.000	.194	.141		
Logistic	.799	349.544	1	88	.000	5.146	.868		

The independent variable is y1.

Model Summary and Parameter Estimates

Dependent Variable:y3

Equation	Model Summary					Parameter Estimates			
	R Square	F	df1	df2	Sig.	Constant	b1	b2	b3
Linear	.015	1.317	1	88	.254	1.112	.105		
Logarithmic	.023	2.070	1	88	.154	.897	.495		
Inverse	.031	2.774	1	88	.099	2.090	-1.824		
Quadratic	.032	1.430	2	87	.245	.114	.651	-.063	
Cubic	.051	1.528	3	86	.213	-2.433	2.733	-.560	.036
Compound	.064	6.013	1	88	.016	.589	1.153		
Power	.073	6.947	1	88	.010	.496	.573		
S	.078	7.403	1	88	.008	.607	-1.887		
Growth	.064	6.013	1	88	.016	-.530	.142		
Exponential	.064	6.013	1	88	.016	.589	.142		
Logistic	.064	6.013	1	88	.016	1.699	.868		

The independent variable is y2.

Lampiran 4. Pendugaan Parameter dengan Metode OLS

System: SYS1
Estimation Method: Least Squares
Date: 01/17/05 Time: 19:54
Sample: 1 90

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.963042	0.240140	4.010342	0.0001
C(2)	0.726101	0.079772	9.102241	0.0000
C(3)	-0.794975	0.240797	-3.301441	0.0011
C(4)	0.795063	0.027905	28.49217	0.0000
C(5)	-0.173435	0.035386	-4.901231	0.0000
C(6)	0.476282	0.036030	13.21902	0.0000
C(7)	0.221395	0.090146	2.455954	0.0147
C(8)	0.115030	0.040177	2.863108	0.0045
C(9)	1.103760	0.062812	17.57253	0.0000
C(10)	-0.660499	0.107755	-6.129631	0.0000

Determinant residual covariance 0.001835

Equation: ZY1=C(1)*ZX1+C(2)*ZX2+C(3)*ZX3
Observations: 90

R-squared	0.506710	Mean dependent var	-1.00E-06
Adjusted R-squared	0.495370	S.D. dependent var	1.000001
S.E. of regression	0.710374	Sum squared resid	43.90289
Durbin-Watson stat	1.851730		

Equation: ZY2=C(4)*ZX1+C(5)*ZX2+C(6)*ZY1
Observations: 90

R-squared	0.937308	Mean dependent var	1.11E-07
Adjusted R-squared	0.935867	S.D. dependent var	1.000000
S.E. of regression	0.253246	Sum squared resid	5.579610
Durbin-Watson stat	2.138445		

Equation: ZY3=C(7)*ZX1+C(8)*ZX2+C(9)*ZY1+C(10)*ZY2
Observations: 90

R-squared	0.937398	Mean dependent var	-1.11E-07
Adjusted R-squared	0.935214	S.D. dependent var	1.000000
S.E. of regression	0.254531	Sum squared resid	5.571583
Durbin-Watson stat	2.056413		

Lampiran 5. Pendugaan Parameter dengan Metode GLS

System: SYS1
Estimation Method: Seemingly Unrelated Regression
Date: 01/17/05 Time: 19:53
Sample: 1 90

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.068967	0.234299	4.562412	0.0000
C(2)	0.738288	0.078359	9.421835	0.0000
C(3)	-0.906837	0.234741	-3.863136	0.0001
C(4)	0.800670	0.027429	29.19064	0.0000
C(5)	-0.156382	0.034743	-4.501126	0.0000
C(6)	0.449617	0.035308	12.73395	0.0000
C(7)	0.229763	0.087639	2.621715	0.0093
C(8)	0.136975	0.039162	3.497698	0.0006
C(9)	1.069721	0.061073	17.51545	0.0000
C(10)	-0.661853	0.104710	-6.320822	0.0000
Determinant residual covariance		0.001761		

Equation: ZY1=C(1)*ZX1+C(2)*ZX2+C(3)*ZX3
Observations: 90

R-squared	0.505486	Mean dependent var	-1.00E-06
Adjusted R-squared	0.494118	S.D. dependent var	1.000001
S.E. of regression	0.711254	Sum squared resid	44.01179
Durbin-Watson stat	1.827792		

Equation: ZY2=C(4)*ZX1+C(5)*ZX2+C(6)*ZY1
Observations: 90

R-squared	0.936913	Mean dependent var	1.11E-07
Adjusted R-squared	0.935463	S.D. dependent var	1.000000
S.E. of regression	0.254042	Sum squared resid	5.614738
Durbin-Watson stat	2.145746		

Equation: ZY3=C(7)*ZX1+C(8)*ZX2+C(9)*ZY1+C(10)*ZY2
Observations: 90

R-squared	0.936730	Mean dependent var	-1.11E-07
Adjusted R-squared	0.934523	S.D. dependent var	1.000000
S.E. of regression	0.255885	Sum squared resid	5.631024
Durbin-Watson stat	2.071620		