

**PERAMALAN DATA TIME SERIES NON STASIONER MELALUI  
PEMODELAN MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR)  
MENGGUNAKAN FILTER WAVELET HAAR,  
DAUBECHIES (4), DAN COIFLET (6)**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:

**HANDAYU PUTRINDI**  
**0610950027 - 95**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2011**

## LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PERAMALAN DATA *TIME SERIES* NON STASIONER MELALUI  
PEMODELAN *MULTISCALE AUTOREGRESSIVE* (MAR)  
MENGGUNAKAN FILTER WAVELET HAAR,  
DAUBECHIES (4), DAN COIFLET (6)**

oleh:  
**HANDAYU PUTRINDI**  
**0610950027 - 95**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 09 Februari 2011  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I

Dr. Ir. Solimun, M.S.  
NIP. 196112151987031002

Pembimbing II

Adji Achmad R. F., S.Si, M.Sc.  
NIP. 198109082005011002

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika  
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.  
NIP. 196709071992031001

## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : HANDAYU PUTRINDI  
NIM : 0610950027-95  
Program Studi : STATISTIKA  
Penulis Skripsi Berjudul :

### PERAMALAN DATA TIME SERIES NON STASIONER MELALUI PEMODELAN MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR) MENGGUNAKAN FILTER WAVELET HAAR, DAUBECHIES (4), DAN COIFLET (6)

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 09 Februari 2011

Yang menyatakan,

HANDAYU PUTRINDI  
NIM. 0610950027-95

**PERAMALAN DATA *TIME SERIES* NON STASIONER MELALUI  
PEMODELAN *MULTISCALE AUTOREGRESSIVE* (MAR)  
MENGGUNAKAN FILTER WAVELET HAAR,  
DAUBECHIES (4), DAN COIFLET (6)**

**ABSTRAK**

Deret waktu adalah sekumpulan data yang diperoleh dari pengamatan sebuah fenomena yang terjadi berdasarkan indeks waktu dengan selang waktu yang tetap atau sama. Analisis deret waktu, khususnya yang non stasioner, dapat dilakukan dengan beberapa metode, salah satunya menggunakan transformasi wavelet. Variabel yang dilibatkan ialah hasil dekomposisi dari *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Keluarga wavelet yang digunakan adalah Haar, Daubechies (4), dan Coiflet (6) dengan level MODWT berupa level tengah. Pengujian dilakukan pada satu data simulasi dan dua data real, yaitu data bulanan hasil penjualan obligasi Pemerintah Amerika Serikat dan data kuartal hasil produksi perikanan laut di Kabupaten Tuban. Metode yang diterapkan pada penelitian ini, yaitu data distasionerkan terlebih dahulu dengan cara *detrending* ataupun *differencing*, kemudian dilakukan dekomposisi MODWT, memilih variabel yang menjadi *input* model MAR, pemodelan MAR dengan mengaplikasikan metode *stepwise* untuk memperoleh variabel yang signifikan, pembentukan model peramalan wavelet, serta pemeriksaan ketepatan model. Hasil pengujian menunjukkan bahwa pada data deret waktu yang mempunyai pola tidak teratur, model wavelet dapat menghasilkan peramalan yang lebih baik daripada model ARIMA. Model peramalan wavelet untuk data hasil penjualan obligasi Pemerintah Amerika Serikat melibatkan koefisien wavelet hasil dekomposisi MODWT dengan filter wavelet Haar level 4 dari data yang telah distasionerkan secara *differencing*. Sedangkan model peramalan wavelet untuk data hasil produksi perikanan laut di Kabupaten Tuban melibatkan koefisien wavelet dan koefisien skala hasil dekomposisi MODWT dengan filter wavelet Haar level 1 dari data yang telah distasionerkan secara *detrending*.

Kata Kunci : wavelet, MODWT, MAR.

# **FORECASTING TIME SERIES DATA ON NON STATIONARY WITH MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR) MODELING USING WAVELET FILTER HAAR, DAUBECHIES (4), AND COIFLET (6)**

## **ABSTRACT**

Time series is a collection of data obtained from observation of a phenomenon that occurs based on the time index with a fixed time interval or the same. Time series analysis, especially the non stationary, can be done by several methods, one of those is using wavelet transform. The variables that involved are the result of decomposition of the *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Wavelet family that used is the Haar, Daubechies (4), and Coiflet (6) with MODWT level is the middle level. Tests conducted on a simulated data and two real data, which is from monthly data United States Government bond yields and quarterly data of sea fishery production in Tuban. The method that applied in this research, is firstly stasionerizing data by *detrending* or *differencing*, then does MODWT decomposition, selects variable to be *input* to the MAR model, MAR modelling by applying the *stepwise* method to obtain a significant variable, forms wavelet forecast model and checks the accuracy of the model. The results show the time series data that have irregular patterns, wavelet model can produce better forecasts than the ARIMA model. Wavelet forecasting model for U.S. Government bond yields data involved the wavelet coefficient from MODWT decomposition results with Haar wavelet filter level 4 of the data that has been stasionerize by differencing. While the wavelet forecasting model for sea fishery production data in Tuban involved the wavelet coefficient and scale coefficient from MODWT decomposition results with Haar wavelet filter level 1 of the data that has been stasionerize by detrending.

Keywords : wavelet, MODWT, MAR.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang senantiasa memberikan rahmat, hidayah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**PERAMALAN DATA TIME SERIES NON STASIONER MELALUI PEMODELAN MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR) MENGGUNAKAN FILTER WAVELET HAAR, DAUBECHIES (4), DAN COIFLET (6)**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Ir. Solimun, M.S. dan Bapak Adji Achmad R. F., S.Si, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing atas bimbingan dan masukan yang telah diberikan.
2. Ibu Ir. Heni Kusdarwati, M.S., Ibu Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., M.S., dan Ibu Eni Sumarminingsih, S.Si., M.M., selaku Dosen Penguji atas saran dan nasihat yang telah diberikan.
3. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc. dan Bapak Dr. Agus Suryanto, M.Sc., selaku Ketua dan mantan Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
4. Ibu Dra. Umu Sa'adah, M.Si. atas nasihat dan bantuan yang telah diberikan.
5. Orang tua tercinta (Dr. Ir. Daduk Setyohadi, M.P. dan Dra. Yuli Eko Purwanti) yang telah memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan yang tulus.
6. Hendrian D. A. dan teman-teman Statistika angkatan 2006 atas motivasi dan kebersamaannya selama ini.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu selama penulisan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi perbaikan selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Malang, 09 Februari 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xiv</b>
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan .....	2
1.5 Manfaat .....	2
 <b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Deret Waktu .....	3
2.1.1 Pengertian Deret Waktu .....	3
2.1.2 Pengujian Stasioneritas Deret Waktu .....	3
2.2 Metode Analisis Data Deret Waktu Non Stasioner .....	6
2.2.1 Metode Box-Jenkins .....	6
2.2.2 Transformasi Wavelet .....	7
2.3 Pemodelan Deret Waktu dengan Pendekatan Wavelet .....	9
2.3.1 Pengertian Wavelet .....	9
2.3.2 Keluarga Wavelet .....	10
2.3.2.1 Haar Wavelet .....	11
2.3.2.2 Daubechies Wavelet.....	12
2.3.2.3 Coifman Wavelet (Coiflet).....	13
2.3.3 Transformasi Wavelet.....	14
2.3.3.1 <i>Discrete Wavelet Transform</i> .....	14

<b>2.3.3.2 Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT).....</b>	<b>15</b>
<b>2.4. Pemodelan Multiscale Autoregressive (MAR) .....</b>	<b>18</b>
<b>2.4.1 MODWT pada Pemodelan MAR .....</b>	<b>18</b>
<b>2.4.2 Metode Stepwise dalam Penentuan Koefisien Model MAR .....</b>	<b>20</b>
<b>2.4.3 Pemeriksaan Asumsi Residual Model MAR.....</b>	<b>20</b>
<b>2.4.3.1 Asumsi Normalitas .....</b>	<b>21</b>
<b>2.4.3.2 Asumsi White-Noise .....</b>	<b>21</b>
<b>2.4.4 Pemilihan Model Peramalan Wavelet .....</b>	<b>22</b>
<b>2.4.5 Pengujian Kelayakan Model.....</b>	<b>23</b>
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	
<b>3.1 Sumber Data .....</b>	<b>25</b>
<b>3.2 Metode Analisis.....</b>	<b>25</b>
<b>3.3 Software .....</b>	<b>28</b>
<b>3.4 Diagram Alir.....</b>	<b>29</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
<b>4.1 Pengujian pada Data Bonds .....</b>	<b>31</b>
<b>4.1.1 Pengujian Stasioneritas .....</b>	<b>31</b>
<b>4.1.2 Pemodelan ARIMA .....</b>	<b>32</b>
<b>4.1.3 Pemodelan Multiscale Autoregressive (MAR) .....</b>	<b>33</b>
<b>4.1.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA .....</b>	<b>42</b>
<b>4.2 Pengujian pada Data Simulasi .....</b>	<b>44</b>
<b>4.2.1 Pengujian Stasioneritas .....</b>	<b>44</b>
<b>4.2.2 Pemodelan ARIMA .....</b>	<b>45</b>
<b>4.2.3 Pemodelan Multiscale Autoregressive (MAR) .....</b>	<b>46</b>
<b>4.2.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA .....</b>	<b>51</b>
<b>4.3 Pengujian pada Data Tuban .....</b>	<b>52</b>
<b>4.3.1 Pengujian Stasioneritas .....</b>	<b>52</b>
<b>4.3.2 Pemodelan ARIMA .....</b>	<b>54</b>
<b>4.3.3 Pemodelan Multiscale Autoregressive (MAR) .....</b>	<b>55</b>
<b>4.3.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA .....</b>	<b>60</b>
<b>4.4 Pembahasan Hasil Pengujian.....</b>	<b>61</b>

4.5 Peramalan pada Data Real.....	62
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
5.1. Kesimpulan .....	67
5.2. Saran .....	67
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b> <b>69</b>	
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>71</b>



## DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1	Haar wavelet $\phi$ dan Haar wavelet $\psi$ .....	11
Gambar 2.2	Daubechies wavelet $\phi$ dan Daubechies wavelet $\psi$ .....	12
Gambar 2.3	Coifman wavelet $\phi$ dan Coifman wavelet $\psi$ .....	13
Gambar 2.4	Ilustrasi proses pemodelan wavelet untuk $j=4$ dan $A_j = 2$ .....	18
Gambar 4.1	Plot Data Bonds <i>in sample</i> .....	31
Gambar 4.2	Plot ARIMA(0,1,1) data Bonds <i>in sample</i> .....	33
Gambar 4.3	Pengujian asumsi normalitas residual model MAR(1).....	35
Gambar 4.4	Pengujian asumsi <i>white-noise</i> model MAR(1) ....	35
Gambar 4.5	Pengujian asumsi normalitas residual model MAR(1)+Lag 5 .....	36
Gambar 4.6	Pengujian asumsi <i>white-noise</i> model MAR(1)+Lag 5 .....	37
Gambar 4.7	Plot model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 data Bonds <i>in sample</i> .....	42
Gambar 4.8	Plot perbandingan hasil peramalan model Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4 dengan ARIMA (0,1,1) .....	43
Gambar 4.9	Plot data simulasi <i>in sample</i> .....	44
Gambar 4.10	Plot ARIMA(0,1,3) data simulasi <i>in sample</i> .....	46
Gambar 4.11	Plot model Detrend+MAR(1)-Haar-1 data simulasi <i>in sample</i> .....	50
Gambar 4.12	Plot perbandingan hasil peramalan model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan ARIMA (0,1,3) .....	52
Gambar 4.13	Plot data Tuban <i>in sample</i> .....	53
Gambar 4.14	Plot ARIMA(2,1,0) data Tuban <i>in sample</i> .....	55
Gambar 4.15	Plot Detrend+MAR(2)-Haar-1 data Tuban <i>in sample</i> .....	59
Gambar 4.16	Plot perbandingan hasil peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA (2,1,0) .....	61

Gambar 4.17 Plot model MAR(2) level 4 data Bonds.....	63
Gambar 4.18 Plot model MAR(2) level 1 data Tuban.....	65

# UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 2.1	Banyaknya nilai nol menurut level MODWT .....	16
Tabel 4.1	Pendugaan parameter model ARIMA(0,1,1) data Bonds.....	32
Tabel 4.2	Hasil pemeriksaan residual model-model MAR dengan pilihan <i>input</i> sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Bonds .....	38
Tabel 4.3	Hasil MSE <i>out sample</i> model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white-noise</i> untuk data Bonds .....	40
Tabel 4.4	Pendugaan parameter model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 data Bonds.....	41
Tabel 4.5	Perbandingan peramalan model Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4 dengan ARIMA(0,1,1).....	42
Tabel 4.6	Pendugaan parameter model ARIMA(0,1,3) data simulasi .....	45
Tabel 4.7	Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan <i>input</i> sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) untuk data simulasi.....	47
Tabel 4.8	Hasil MSE <i>out sample</i> model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white-noise</i> untuk data simulasi .....	49
Tabel 4.9	Pendugaan parameter model Detrend+MAR(1)-Haar-1 data simulasi .....	50
Tabel 4.10	Perbandingan peramalan model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan ARIMA(0,1,3)..	51
Tabel 4.11	Pendugaan parameter model ARIMA(2,1,0) data Tuban .....	54
Tabel 4.12	Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan <i>input</i> sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Tuban.....	56
Tabel 4.13	Hasil MSE <i>out sample</i> model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white-noise</i>	

untuk data Tuban .....	58
Tabel 4.14 Pendugaan parameter model Detrend+MAR(2)-Haar-1 data Tuban .....	59
Tabel 4.15 Perbandingan peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA(2,1,0)..	60
Tabel 4.16 Pendugaan parameter model wavelet data Bonds (n=125).....	63
Tabel 4.17 Hasil peramalan data Bonds .....	64
Tabel 4.18 Pendugaan parameter model wavelet data Tuban (n=54).....	65
Tabel 4.19 Hasil peramalan data Tuban .....	66

## DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1.	Data Bulanan Hasil Surat Obligasi Pemerintah Amerika Serikat (persen pertahun) dari Bulan Januari 1994 – Mei 2004 .....	71
Lampiran 2.	Data Simulasi .....	72
Lampiran 3.	Data kuartal nilai produksi perikanan laut (Rp.1.000,00) di Kabupaten Tuban (Tahun 1992 Kuartal III - Tahun 2005 Kuartal IV) .....	73
Lampiran 4.	Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Bonds .....	74
Lampiran 5.	<i>Augmented Dickey-Fuller Test</i> Data Bonds .....	75
Lampiran 6.	Plot ACF dan PACF Data Bonds yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata.....	76
Lampiran 7.	Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Bonds.....	77
Lampiran 8.	Hasil Dekomposisi MODWT dengan Filter Haar Level 4 pada Data Bonds yang Distasionerkan secara <i>Differencing</i> .....	81
Lampiran 9.	Stepwise dan Pemodelan MAR(1) Haar Level 4 pada Data Bonds setelah <i>Differencing</i> .....	82
Lampiran 10.	Stepwise dan Pemodelan MAR(1)+Lag 5 Haar Level 4 pada Data Bonds setelah <i>Differencing</i> ....	83
Lampiran 11.	Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Simulasi ..	84
Lampiran 12.	<i>Augmented Dickey-Fuller Test</i> Data Simulasi .....	85
Lampiran 13.	Plot ACF dan PACF Data Simulasi yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata.....	86
Lampiran 14.	Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Simulasi.....	87
Lampiran 15.	Stepwise dan Pemodelan MAR(1) Haar Level 1 pada Data Simulasi setelah <i>Detrending</i> .....	90
Lampiran 16.	Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Tuban .....	91
Lampiran 17.	<i>Augmented Dickey-Fuller Test</i> Data Tuban .....	92
Lampiran 18.	Plot ACF dan PACF Data Tuban yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata.....	93

Lampiran 19. Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Tuban .....	94
Lampiran 20. Stepwise dan Pemodelan MAR(2) Haar Level 1 pada Data Tuban setelah <i>Detrending</i> .....	97
Lampiran 21. Hasil Dekomposisi MODWT untuk Peramalan Data Real .....	98
Lampiran 22. Plot <i>Time Series</i> Data Real .....	100
Lampiran 23. Stepwise dan Pemodelan MAR Data Bonds (n=125) .....	101
Lampiran 24. Stepwise dan Pemodelan MAR Data Tuban (n=54) .....	102
Lampiran 25. Pemeriksaan Residual pada Data Bonds (n=125) .....	103
Lampiran 26. Pemeriksaan Residual pada Data Tuban (n=54) .....	104
Lampiran 27. Pendugaan Lambda ( $\lambda$ ) pada Transformasi Box-Cox.....	105
Lampiran 28. Analisis <i>Trend</i> pada Metode <i>Detrending</i> Data Deret Waktu .....	108

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Data deret waktu adalah sekumpulan data yang didapatkan dari pengamatan sebuah fenomena yang terjadi berdasarkan indeks waktu dengan selang waktu yang tetap atau sama (Cryer, 2008). Sebagian besar deret waktu bersifat non stasioner yang ditandai dengan adanya *trend*. *Trend* di dalam deret waktu dapat berupa *trend* stokastik dan *trend* deterministik (Gujarati, 2003).

Metode klasik Box-Jenkins atau yang lebih dikenal dengan model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) masih sering digunakan untuk analisis deret waktu non stasioner. Padahal penelitian mengenai analisis deret waktu non stasioner telah banyak dilakukan, salah satunya adalah transformasi wavelet, yaitu dengan membentuk model *Multiscale Autoregressive* (MAR). Prediktor yang digunakan dalam pemodelan MAR ialah koefisien-koefisien wavelet dan skala yang merupakan hasil dari dekomposisi menggunakan metode *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). MODWT berfungsi menguraikan data berdasarkan level dari setiap filter (keluarga) wavelet. Filter wavelet yang digunakan pada penelitian ini adalah Haar, Daubechies (4), dan Coiflet (6).

Penelitian ini mengkaji peranan model wavelet yang di dalamnya berisi model MAR, untuk meramalkan data deret waktu yang tidak stasioner. Hasil penelitian Damayanti (2008) menunjukkan bahwa model yang dihasilkan dari data yang distasionerkan terlebih dahulu lebih akurat untuk peramalan daripada data yang tanpa distasionerkan. Oleh karena itu, pada penelitian ini data akan distasionerkan melalui dua cara, yaitu *detrending* (pemisahan *trend*) dan *differencing* (pembedaan) yang selanjutnya didekomposisi dengan metode MODWT sehingga dapat dilakukan pemodelan MAR. Model MAR yang dipilih ialah model yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise*. Dengan membentuk model peramalan wavelet maka peramalan beberapa periode ke depan dapat diaplikasikan pada data real.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Permasalahan dalam penelitian ini yaitu

1. Apakah model peramalan wavelet dari ketiga filter (keluarga) wavelet dapat menghasilkan peramalan yang lebih baik daripada model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*)?
2. Bagaimana model peramalan wavelet untuk data real yang digunakan?

## **1.3 Batasan Masalah**

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Data yang digunakan adalah data deret waktu non stasioner berupa dua data sekunder (data real) dan satu data simulasi.
2. Keluarga (filter) *wavelet* yang digunakan adalah Haar *wavelet* dengan lebar filter 2, Daubechies *wavelet* dengan lebar filter 4 (D4), dan Coifman *wavelet* (Coiflet) dengan lebar filter 6 (C6).
3. Model *Multiscale Autoregressive* (MAR) yang dibentuk adalah MAR orde 1 dan 2.
4. Peramalan dilakukan untuk 10 (sepuluh) periode ke depan.

## **1.4 Tujuan**

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Mengetahui model yang dapat menghasilkan peramalan terbaik pada ketiga data deret waktu non stasioner.
2. Membentuk model peramalan wavelet untuk data real yang digunakan.

## **1.5 Manfaat**

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain

1. Menambah wawasan mengenai pembentukan model peramalan wavelet pada data deret waktu yang telah distasionerkan.
2. Memberi alternatif peramalan data deret waktu non stasioner dengan menggunakan transformasi *wavelet* dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Deret Waktu

##### 2.1.1 Pengertian Deret Waktu

Deret waktu adalah sekumpulan data yang didapatkan dari pengamatan sebuah fenomena yang terjadi berdasarkan indeks waktu dengan selang waktu yang tetap atau sama (Cryer, 2008). Pada analisis deret waktu biasa dilakukan dekomposisi, yaitu mengidentifikasi komponen faktor yang mempengaruhi nilai di dalam deret data, sehingga data deret waktu dapat digunakan untuk peramalan. Komponen yang terdapat pada deret waktu antara lain :

###### 1. Komponen *trend*

*Trend* adalah komponen jangka panjang yang menunjukkan kenaikan atau penurunan di dalam deret waktu untuk suatu periode waktu.

###### 2. Komponen musiman dan siklus

Komponen musiman merupakan suatu tipe data yang diklasifikasikan secara kuartal, bulanan, atau mingguan. Variasi musiman mengarah pada pola yang berubah secara *regular* dalam suatu waktu. Sedangkan komponen siklus adalah deret tidak beraturan berbentuk fluktuasi gelombang atau siklus dengan durasi panjang.

###### 3. Komponen *irregular*

Komponen *irregular* adalah fluktuasi yang diakibatkan oleh kejadian yang tidak dapat diprediksi, disebut juga kejadian non periodik (Popoola, 2007).

##### 2.1.2 Pengujian Stasioneritas Deret Waktu

Menurut Makridakis, dkk. (1999), stasioneritas berarti tidak terdapat pertambahan atau penurunan data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan dan ragam dari fluktuasi tersebut tetap konstan sepanjang waktu. Uji stasioneritas data deret waktu ada dua macam, yaitu:

###### a. Stasioneritas pada ragam

Data dikatakan stasioner terhadap ragam apabila ragam dari data tidak berfluktuasi terlalu besar dari waktu ke waktu. Sebagai upaya perbaikan terhadap data yang tidak stasioner pada ragam,

dapat dilakukan transformasi *Box-Cox* dengan bentuk transformasi sebagai berikut:

$$T(Z_t) = Z_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Z_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln Z_t, & \lambda = 0 \end{cases}, \quad (2.1)$$

di mana

$T(Z_t)$  : data transformasi

$Z_t$  : data pada waktu ke- $t$

$\lambda$  : parameter transformasi.

Pendugaan parameter  $\lambda$  dapat dicari dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum likelihood. Misalkan  $T(Z_t)$  dilambangkan dengan  $W$  dan  $Z_t$  dilambangkan dengan  $Y$ , sehingga dari model regresi  $Y = X\beta + \varepsilon$  digunakan dua transformasi, yaitu

$$W_i(\lambda) = \begin{cases} \frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln Y_i, & \lambda = 0 \end{cases}$$

dan

$$V_i(\lambda) = \begin{cases} \frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda \dot{Y}^{\lambda-1}}, & \lambda \neq 0 \\ \dot{Y} \ln Y_i, & \lambda = 0 \end{cases}, \quad (2.2)$$

di mana

$i=1,2,\dots,n$ ,

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} W_i(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda} = \ln(Y_i),$$

$\dot{Y}$  merupakan rata-rata geometrik yang dituliskan

$$\dot{Y} = \sqrt[n]{Y_1 Y_2 \dots Y_n} = \left( \prod_{i=1}^n Y_i \right)^{1/n}.$$

Penduga parameter  $\beta$  adalah  $b = (X'X)^{-1} X'V(\lambda)$ , sedangkan penduga parameter  $\sigma^2$  adalah

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))'(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{n} = \frac{SSE}{n}.$$

Sehingga diperoleh lambda yang diduga dengan maksimum likelihood, yaitu

$$L_{\text{maks}}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda) \quad (2.3)$$

(Anonymous, 2006).

Menurut Ispriyanti (2004), memaksimalkan nilai  $\lambda$  yang telah ditetapkan, identik dengan meminimumkan  $\hat{\sigma}^2$ . Data dianggap telah stasioner pada ragam apabila nilai  $\lambda$  mendekati 1 dan masuk dalam selang kepercayaan  $100(1-\alpha)\%$ . Pendugaan parameter  $\lambda$  selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 27.

#### b. Stasioneritas pada rata-rata

Rata-rata data dikatakan stasioner apabila konstan atau tidak terpengaruh oleh waktu pengamatan. Hal ini dapat dilihat dari plot autokorelasi 95% dari data yang masuk ke dalam selang

$0 \pm 1,96 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ . Stasioneritas pada rata-rata dapat diperiksa dengan

*Augmented Dickey-Fuller Test*. Uji yang diperkenalkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller ini merupakan pengujian yang sangat populer. Untuk memudahkan pengertian mengenai *Augmented Dickey-Fuller Test* (ADF Test) dalam uji Akar Unit, pandang model

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + \mu_t, \text{ untuk } t = 1, 2, \dots$$

di mana  $\mu_t$  adalah proses stasioner. Misalkan  $\mu_t$  ialah suatu proses AR(k), dimana  $\mu_t = \Phi_1 \mu_{t-1} + \dots + \Phi_k \mu_{t-k} + e_t$ , serta  $\rho^* = \rho - 1$  sehingga persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} Z_t - Z_{t-1} &= (\rho - 1)Z_{t-1} + \mu_t \\ \Delta Z_t &= \rho^* Z_{t-1} + \Phi_1 \mu_{t-1} + \dots + \Phi_k \mu_{t-k} + e_t \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dari persamaan (2.4) dapat dibuat hipotesis:

$$H_0 : \rho^* = 0 \text{ (deret tidak stasioner)}$$

versus

$$H_1 : \rho^* < 0 \text{ (deret stasioner)}$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$\tau = \frac{\hat{\rho}^*}{SE(\hat{\rho}^*)} \quad (2.5)$$

di mana

$\hat{\rho}^*$  : nilai duga parameter *autoregressive*

$SE(\hat{\rho}^*)$  : standard error  $\hat{\rho}^*$

Tolak  $H_0$  jika  $\tau < \tau_{(\alpha,n)}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$ , dengan  $\tau_{(\alpha,n)}$  adalah nilai kritis statistik *Augmented Dickey-Fuller*. Penolakan  $H_0$  memberikan kesimpulan bahwa data stasioner (Cryer, 2008).

## 2.2 Metode Analisis Data Deret Waktu Non Stasioner

Pada penelitian ini dilakukan dua metode dalam menganalisis data deret waktu non stasioner, yaitu metode klasik (Box-Jenkins) dan transformasi wavelet.

### 2.2.1 Metode Box-Jenkins

Pada metode Box-Jenkins, data deret waktu yang tidak stasioner dapat dikonversikan menjadi deret stasioner melalui pembedaan (*differencing*), yaitu deret asli diganti dengan deret selisih. Banyaknya pembedaan yang dilakukan untuk mencapai keadaan stasioner dinotasikan sebagai  $d$ . Bentuk pembedaan pertama ( $d=1$ ) adalah

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1},$$

sedangkan bentuk pembedaan kedua ( $d=2$ ) adalah

$$\nabla^2 Z_t = \nabla Z_t - \nabla Z_{t-1}$$

di mana

$Z_t$  : data pada periode waktu ke- $t$ ,

$Z_{t-1}$  : data pada periode waktu ke- $t-1$ ,

$\nabla Z_t$  : data hasil pembedaan pertama pada periode waktu ke- $t$ ,

$\nabla Z_{t-1}$  : data hasil pembedaan pertama pada periode waktu ke- $t-1$ ,

$\nabla^2 Z_t$  : data hasil pembedaan kedua pada periode waktu ke- $t$ .

Pencapaian stasioneritas dapat diturunkan dengan melakukan pembedaan berturut-turut sampai nilai autokorelasi mendekati nol di dalam dua atau tiga lag. Dalam prakteknya, jarang diperlukan pembedaan sampai melebihi pembedaan kedua, karena data asli pada

umumnya tidak stasioner dengan hanya satu atau dua tingkat pembedaan (Makridakis, dkk., 1999).

Setelah stasioneritas tercapai, pada metode Box-Jenkins dilakukan pemodelan ARIMA. Pendekatan model ARIMA menggunakan strategi pembentukan model iteratif yang terdiri dari pemilihan model awal (identifikasi model), pendugaan koefisien model (pendugaan parameter) dan analisis residual atau pemeriksaan model (Hanke, dkk., 2003).

Pada metode Box-Jenkins, pemodelan ARIMA lebih baik dilakukan untuk data yang berpola linier. Tetapi, ketepatan peramalannya kurang baik apabila digunakan untuk peramalan jangka panjang (Shumway & Stoffer, 2005). Kekurangan pada metode Box-Jenkins dapat diatasi oleh transformasi wavelet.

### 2.2.2 Transformasi Wavelet

Transformasi wavelet merupakan salah satu metode yang dapat dilakukan pada data deret waktu stasioner maupun non stasioner. Metode ini secara otomatis dapat memisahkan *trend* dari suatu data deret waktu yang tidak stasioner. Selain itu, transformasi wavelet dapat memodelkan data yang berpola tidak beraturan atau tidak linier (Renaud, dkk., 2002).

Pada metode ini, apabila data berupa deret waktu yang tidak stasioner maka dapat langsung didekomposisi tanpa distasionerkan terlebih dahulu. Namun berdasarkan penelitian Damayanti (2008), data deret waktu yang telah distasionerkan memberikan hasil yang lebih baik daripada data deret waktu yang tanpa distasionerkan. Sebagian besar data deret waktu yang bersifat non stasioner ditandai dengan adanya *trend*. *Trend* dalam deret waktu ada dua jenis, yaitu *trend* stokastik dan *trend* deterministik. Terdapat dua metode untuk menstasionerkan data deret waktu, diantaranya adalah *differencing* dan *detrending*. *Trend* stokastik biasanya diatasi dengan proses pembedaan (*differencing*). Sedangkan *trend* deterministik biasanya diatasi dengan melakukan pemisahan *trend* (*detrending*) (Enders, 2004).

Menurut Gujarati (2003), misal suatu deret waktu non stasioner berbentuk  $Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 Z_{t-1} + e_t$ . Jika  $\beta_1 \neq 0$ ,  $\beta_2 = 0$ ,  $\beta_3 = 1$  maka diperoleh model  $Z_t = \beta_1 + Z_{t-1} + e_t$  yang dituliskan sebagai

$$Z_t - Z_{t-1} = \beta_1 + e_t$$

$$\Delta Z_t = \beta_1 + e_t , \quad (2.6)$$

maka  $Z_t$  akan memperlihatkan *trend* positif ( $\beta_1 > 0$ ) atau *trend* negatif ( $\beta_1 < 0$ ), yang disebut dengan *trend* stokastik.

Pada metode *differencing*,  $\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1}$  dibentuk sebagai diferensi pertama. Diferensi ke- $d$  untuk stasioneritas deret waktu apabila dilambangkan dengan  $W_t$ , yaitu  $W_t = \nabla^d Z_t$ , dengan  $d$  merupakan bilangan bulat  $d \geq 1$ . Sebuah deret waktu non stasioner dianggap sebagai *trend* deterministik apabila fungsi *mean* ( $\mu_t$ ) dapat dijelaskan dengan polinomial orde ke-k.

$$Z_t = \sum_{j=0}^k \alpha_j t^j + e_t$$

$$= \mu_t + e_t \quad (2.7)$$

Kestasioneran yang dicapai oleh pembangunan deret waktu yang baru di dalam residual dikenal dengan metode *detrending*. Apabila data deret waktu yang telah stasioner secara *detrending* disimbolkan dengan  $Y_t$  maka  $Y_t = Z_t - \mu_t$ , di mana  $Z_t$  adalah data awal suatu deret waktu dan  $\mu_t$  adalah model *trend* yang berbentuk polinomial (Siluye, 2005).

Data deret waktu yang telah stasioner didekomposisi dengan metode MODWT untuk memperoleh koefisien wavelet maupun koefisien skala, sehingga dapat dilakukan pemodelan *Multiscale Autoregressive* (MAR). Untuk tujuan peramalan, model dikembalikan ke bentuk semula yang dinamakan model peramalan wavelet. Misalkan, suatu data deret waktu distasionerkan dengan cara *detrending* dan *trend* yang telah diperoleh/dipisahkan ( $\mu_t$ ) berbentuk  $\alpha_1 + \alpha_2 t$  maka setelah didapatkan model MAR dari  $Y_t$ , selanjutnya dikembalikan ke bentuk asal, yaitu  $Z_{t+1} = \alpha_1 + \alpha_2 t + \tilde{Y}_{t+1}$  di mana  $\tilde{Y}_{t+1}$  mengandung koefisien wavelet ataupun koefisien skala. Model *Multiscale Autoregressive* (MAR) yang terdapat pada model peramalan wavelet, prosesnya mengikuti AR melalui konvergensi

prosedur optimal dan secara asimtotik akan ekuivalen pada peramalan terbaik (Prasetyo, 2009).

## 2.3 Pemodelan Deret Waktu dengan Pendekatan Wavelet

### 2.3.1 Pengertian Wavelet

Wavelet adalah suatu gelombang kecil, sedangkan sebagai pembandingnya seperti fungsi sinus dan kosinus adalah gelombang besar (Percival & Walden, 2000). Suatu fungsi  $\psi(\cdot)$  didefinisikan sebagai wavelet jika diintegralkan pada  $(-\infty, \infty)$  hasilnya akan sama dengan nol, sedangkan integral dari kuadrat fungsi  $\psi(\cdot)$  akan sama dengan satu, sehingga induk wavelet dapat disebut wavelet  $\phi$  (phi) dan wavelet  $\psi$  (psi) yang mempunyai sifat

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1, \quad (2.8)$$

dan

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (2.9)$$

Transformasi wavelet merupakan alat yang dapat digunakan untuk menyajikan data ke dalam komponen-komponen waktu yang dapat dikaji dengan level tertentu. Menurut Renaud, dkk. (2002), dengan melakukan dilatasi dan translasi pada induk wavelet berdasarkan waktu maka akan diperoleh keluarga (filter) wavelet, yaitu

$$\phi_{j,l}(t) = (p2^j)^{1/2} \phi(p2^j t - l) \quad (2.10)$$

dan

$$\psi_{j,l}(t) = (p2^j)^{1/2} \psi(p2^j t - l) \quad (2.11)$$

untuk suatu skalar  $p>0$ , dan dapat diambil  $p=1$  sehingga

$$\phi_{j,l}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - l) \quad (2.12)$$

dan

$$\psi_{j,l}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - l) \quad (2.13)$$

di mana  $j$  adalah indeks dari dilatasi dan  $l$  adalah indeks dari translasi.

Dilatasi (penskalaan) pada wavelet dapat disebut dengan fungsi skala. Misalkan pada level pertama, fungsi skala  $\phi$  yang

mengalami dilatasi (penskalaan) dan translasi (pergeseran) menghasilkan persamaan skala, yaitu

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{L-1} g_l \phi(2t - l), \quad (2.14)$$

dengan  $\phi(2t - l)$  adalah fungsi skala  $\phi(t)$  yang mengalami pergeseran sepanjang sumbu waktu dengan langkah (lebar filter)  $l$  dan koefisien filter skala  $g_l$ . Sedangkan persamaan wavelet  $\psi$  didefinisikan

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l g_l \phi(2t + l - L/2 + 1). \quad (2.15)$$

Koefisien  $g_l$  harus memenuhi kondisi

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l = \sqrt{2}, \quad (2.16)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l l^m g_l = 0 \quad (2.17)$$

untuk  $m=0,1,\dots,(L/2)-1$ ,

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l g_{l+2m} = 0 \quad (2.18)$$

untuk  $m=1,2,\dots,(L/2)-1$ , dan

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1. \quad (2.19)$$

Hubungan antara koefisien filter wavelet ( $h_l$ ) dengan koefisien filter skala ( $g_l$ ) adalah

$$h_l = (-1)^l g_l \quad (2.20)$$

atau dapat dituliskan

$$g_l = (-1)^{l+1} h_l. \quad (2.21)$$

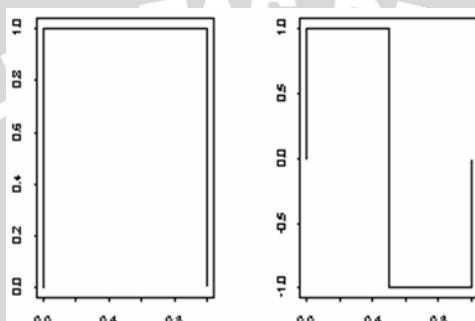
### 2.3.2 Keluarga Wavelet

Keluarga wavelet yang biasa digunakan antara lain Haar wavelet, Daubechies wavelet, Morlet wavelet, Mexican Hat wavelet, Symmetris (Symmlet) wavelet, Coifman (Coiflet) wavelet, dan lain-lain. Pada penelitian ini digunakan keluarga wavelet Haar wavelet

dengan lebar filter 2, Daubechies *wavelet* dengan lebar filter 4 (D4), dan Coifman *wavelet* (Coiflet) dengan lebar filter 6 (C6).

### 2.3.2.1 Haar Wavelet

Haar *wavelet* merupakan tipe *wavelet* yang paling tua dan sederhana. Haar *wavelet* ditemukan oleh Alfred Haar pada tahun 1910. Berikut ini adalah contoh Haar *wavelet*  $\phi$  dan Haar *wavelet*  $\psi$ :



Gambar 2.1 Haar *wavelet*  $\phi$  (kiri) dan Haar *wavelet*  $\psi$  (kanan)  
(Suparti, dkk., 2008)

Persamaan skala (2.14) untuk Haar *wavelet* dengan  $L=2$  yaitu

$$\phi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t) + g_1\phi(2t-1)). \quad (2.22)$$

Persamaan *wavelet* (2.15) untuk Haar *wavelet* dengan  $L=2$  yaitu

$$\psi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t) - g_1\phi(2t+1)). \quad (2.23)$$

Dari persamaan (2.16) dan (2.17) dapat dinyatakan

$$g_0 + g_1 = \sqrt{2} \quad (2.24)$$

dan

$$g_0 - g_1 = 0. \quad (2.25)$$

Sedangkan dari persamaan (2.19) dapat ditulis

$$g_0^2 + g_1^2 = 1 \quad (2.26)$$

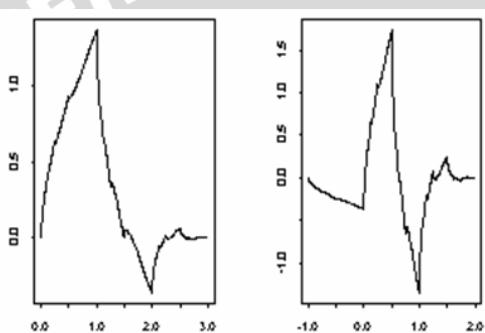
maka koefisien filter skala yang memenuhi persamaan (2.24) sampai dengan persamaan (2.26) dan koefisien filter *wavelet*, masing-masing adalah

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (2.27)$$

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ dan } h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.28)$$

### 2.3.2.2 Daubechies Wavelet

Daubechies *wavelet* biasa disimbolkan dengan *dbN* dengan N adalah angka indeks mulai dari 2 sampai dengan 20. Nama Daubechies *wavelet* ini diambil dari penemunya yaitu Ingrid Daubechies. Berikut ini adalah contoh Daubechies *wavelet*  $\phi$  dan Daubechies *wavelet*  $\psi$ :



**Gambar 2.2** Daubechies *wavelet*  $\phi$  (kiri) dan Daubechies *wavelet*  $\psi$  (kanan)  
(Suparti, dkk., 2008)

Filter skala dan filter *wavelet* untuk Daubechies(4) *wavelet* (di dalam penelitian ini disingkat D4) diperoleh dengan cara yang sama seperti prosedur untuk mendapatkan filter pada Haar *wavelet*. Persamaan skala (2.14) untuk Daubechies *wavelet* dengan L=4 yaitu

$$\phi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t) + g_1\phi(2t-1) + g_2\phi(2t-2) + g_3\phi(2t-3)). \quad (2.29)$$

Sedangkan persamaan *wavelet* (2.15) untuk Daubechies *wavelet* dengan L=4 adalah

$$\psi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t-1) - g_1\phi(2t) + g_2\phi(2t+1) - g_3\phi(2t+2)). \quad (2.30)$$

Dari persamaan (2.16) dan (2.17) dapat dinyatakan

$$g_0 + g_1 + g_2 + g_3 = \sqrt{2} \quad (2.31)$$

dan

$$g_0 - g_1 + g_2 - g_3 = 0. \quad (2.32)$$

Apabila diambil  $m=1$ , persamaan (2.18) menjadi

$$g_0g_2 + g_1g_3 = 0, \quad (2.33)$$

sedangkan dari persamaan (2.19) dapat ditulis

$$g_0^2 + g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 = 1 \quad (2.34)$$

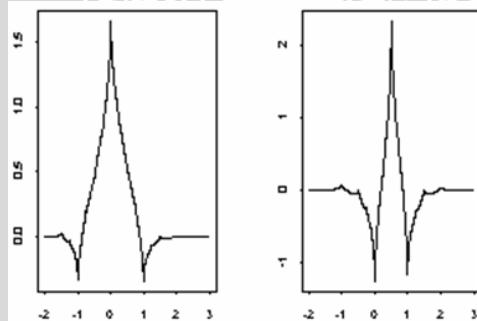
maka koefisien filter skala yang memenuhi persamaan (2.31) sampai dengan persamaan (2.34) dan koefisien filter wavelet ,masing-masing adalah

$$g_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad (2.35)$$

$$h_0 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h_1 = \frac{-3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h_2 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad \text{dan} \quad h_3 = \frac{-1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}. \quad (2.36)$$

### 2.3.2.3 Coifman Wavelet (Coiflet)

Wavelet ini dikembangkan oleh Ingrid Daubechies dan diberi nama sesuai dengan nama penemunya yaitu Ronald Coifman. Coifman *wavelet* merupakan *wavelet* yang dirancang untuk mempertahankan kedekatan atau kecocokan antara nilai *trend* dan sinyal asli. Berikut ini adalah contoh Coifman *wavelet*  $\phi$  dan Coifman *wavelet*  $\psi$  :



Gambar 2.3 Coifman wavelet  $\phi$  (kiri) dan Coifman wavelet  $\psi$  (kanan)  
(Suparti, dkk., 2008)

Persamaan skala (2.14) untuk Coiflet dengan L=6 yaitu

$$\phi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t) + g_1\phi(2t-1) + g_2\phi(2t-2) + g_3\phi(2t-3) + g_4\phi(2t-4) + g_5\phi(2t-5)).$$

Persamaan wavelet (2.15) untuk Coiflet dengan L=6 yaitu

$$\psi(t) = \sqrt{2}(g_0\phi(2t-2) - g_1\phi(2t-1) + g_2\phi(2t) - g_3\phi(2t+1) + g_4\phi(2t+2) - g_5\phi(2t+3)),$$

sehingga koefisien filter skala yang memenuhi kondisi (2.16) sampai dengan (2.19) ialah

$$g_0 = \frac{1-\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{5+\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad g_2 = \frac{14+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad g_3 = \frac{14-2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \\ g_4 = \frac{1-\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \text{ dan } g_5 = \frac{-3+\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}.$$

Sedangkan koefisien filter wavelet yaitu

$$h_0 = \frac{-1+\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad h_1 = \frac{-5-\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad h_2 = \frac{-14-2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \quad h_3 = \frac{-14+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \\ h_4 = \frac{-1+\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}, \text{ dan } h_5 = \frac{3-\sqrt{7}}{16\sqrt{2}}.$$

### 2.3.3 Transformasi Wavelet

Transformasi *wavelet* terdiri atas Transformasi Wavelet Kontinyu atau *Continuous Wavelet Transform* (CWT) dan Transformasi Wavelet Diskrit atau *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Perhitungan skala dan pergeseran pada CWT dapat dilakukan secara kontinyu, sedangkan DWT hanya dilakukan pada sekelompok skala tertentu.

#### 2.3.3.1 Discrete Wavelet Transform (DWT)

Skala  $\lambda$  dan translasi parameter  $t$  dalam *Discrete Wavelet Transform* (DWT) adalah bilangan bulat. Umumnya DWT pada deret waktu  $\mathbf{X}$ , dengan panjang *dyadic* N, adalah transformasi linier sehingga dapat diwakili dalam bentuk matriks  $\mathbf{W} = W \mathbf{X}$ , dengan  $\mathbf{W}$  adalah vektor kolom dari koefisien DWT dan  $W$  adalah matriks orthonormal DWT yang dikonstruksi sesuai jenis wavelet yang

digunakan. Matriks dibuat melalui pergeseran sirkular baris dalam skala yang sama dengan mempertimbangkan yang lain. Pergeseran antara  $adja-cent$  adalah  $2_{\tau_j} = 2^j$ , dimana  $\tau_j$  adalah koefisien skala DWT level ke- $j$ .

### 2.3.3.2 Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

*Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) merupakan salah satu pengembangan dari Transformasi Wavelet Diskrit atau *Discrete Wavelet Transform* (DWT). *Discrete Wavelet Transform* (DWT) pada level  $j$  terbatas pada *sampel* yang harus memenuhi kelipatan  $2^j$ . Sedangkan MODWT pada level  $j$  didefinisikan dengan baik untuk sembarang sampel berukuran  $N$ , sehingga akan terhindar dari terjadinya subsampling (*downsampling*) dari *output* filter wavelet dan filter skala (Percival & Walden, 2000).

Level yang digunakan untuk MODWT bukanlah level maksimal melainkan level optimal. Percival dan Walden (2000) menyebutkan level yang sebaiknya digunakan untuk dekomposisi MODWT, yaitu

$$j < \log_2 \left( \frac{N}{L-1} + 1 \right), \quad (2.37)$$

dengan  $N$  adalah besar sampel, dan  $L$  adalah lebar filter dekomposisi.

Filter wavelet MODWT  $\{\tilde{h}_l\}$  melalui  $\tilde{h}_l \equiv h_l / \sqrt{2}$  dan filter skala MODWT  $\{\tilde{g}_l\}$  melalui  $\tilde{g}_l \equiv g_l / \sqrt{2}$ , sehingga syarat suatu filter wavelet MODWT harus memenuhi

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \quad \text{dan} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2m} = 0, \quad (2.38)$$

serta filter skala harus memenuhi

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2}, \quad \text{dan} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2m} = 0. \quad (2.39)$$

(Percival & Walden, 2000)

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT) mendefinisikan  $\tilde{A}$  sebagai matriks  $N \times N$  yang berisi filter skala  $\tilde{g}$  dan mendefinisikan  $\tilde{B}$  sebagai matriks  $N \times N$  yang berisi filter

wavelet  $\tilde{h}_l$ . Misal  $j=1$  (level pertama) dengan  $L=4$  maka  $\tilde{B}_1$  didefinisikan sebagai matriks  $N \times N$  seperti di bawah ini :

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 \\ \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \\ \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

sehingga diperoleh  $\tilde{W}_1 = \tilde{B}_1 X$ . Melalui cara definisi serupa untuk  $\tilde{A}_1$ , diperoleh  $\tilde{V}_1 = \tilde{A}_1 X$  yang berstruktur sama seperti  $\tilde{B}_1$  dengan setiap  $\tilde{h}_l$  diganti oleh  $\tilde{g}_l$ .

Langkah pertama algoritma MODWT dapat direpresentasikan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \tilde{W}_1 \\ \tilde{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} X = \tilde{P}_1 X \text{ dengan } \tilde{P}_1 \equiv \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

dan  $X$  dapat dituliskan

$$X = \tilde{P}_1^T \begin{bmatrix} \tilde{W}_1 \\ \tilde{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1^T & \tilde{A}_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{W}_1 \\ \tilde{V}_1 \end{bmatrix} = \tilde{B}_1^T \tilde{W}_1 + \tilde{A}_1^T \tilde{V}_1 \quad (2.42)$$

Suatu filter wavelet  $\tilde{h}_l$  dengan lebar  $2^{j-1}(L-1)+1$  mempunyai deret seperti di bawah ini:

$$\tilde{h}_0, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1}, \tilde{h}_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1}, \dots, \tilde{h}_{L-2}, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1}, \tilde{h}_{L-1} \quad (2.43)$$

Deret di atas juga berlaku untuk filter skala  $\tilde{g}_l$  dengan lebar  $2^{j-1}(L-1)+1$ , sehingga banyaknya nilai nol (0) pada setiap selang filter  $\tilde{h}_l$  maupun  $\tilde{g}_l$  ditabelkan seperti berikut:

Tabel 2.1 Banyaknya nilai nol menurut level MODWT

Level (j)	Banyaknya Nilai Nol
1	0
2	1
3	3
4	7
5	15
:	:

Level kedua ( $J=2$ ) dengan  $L=4$  untuk matriks  $\tilde{B}_2$  (berlaku pula untuk  $\tilde{A}_2$  dengan setiap  $\tilde{h}_l$  diganti oleh  $\tilde{g}_l$ ) diperoleh :

$$\tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{h}_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 \\ \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

sehingga diperoleh koefisien untuk level kedua adalah  $\tilde{W}_2 = \tilde{B}_2 \tilde{V}_1$ , sedangkan untuk matriks  $\tilde{A}_2$  diperoleh  $\tilde{V}_2 = \tilde{A}_1 \tilde{V}_1$ . Begitu pula untuk koefisien-koefisien selanjutnya diperoleh dengan cara yang sama. Perhitungan MODWT level ke- $j$  dari koefisien-koefisien wavelet dan skala  $\tilde{W}_j$  dan  $\tilde{V}_j$  didasarkan pada koefisien skala  $\tilde{V}_{j-1}$  dari level ke- $j-1$ . Kunci algoritma ini adalah memperhatikan hubungan antara

filter-filter yang digunakan untuk menghitung koefisien-koefisien level ke- $j-1$  dan level ke- $j$  (Percival & Walden, 2000).

## 2.4 Pemodelan *Multiscale Autoregressive* (MAR)

### 2.4.1 MODWT pada Pemodelan MAR

Penerapan MODWT untuk pemodelan MAR yang digambarkan oleh Percival dan Walden (2000) digunakan pula oleh Renaud, dkk (2003). Ide dasarnya menggunakan koefisien-koefisien  $w_{j,t-2^j(k-1)}$  dengan  $k = 1, \dots, A_j$ ;  $j = 1, \dots, J$ , serta  $v_{j,t-2^j(k-1)}$  dengan  $k = 1, \dots, A_{j+1}$  sebagai prediktor model MAR. Tujuan utama pemodelan ini ialah untuk mengetahui yang mana saja dan berapa banyak koefisien-koefisien wavelet dan skala yang akan digunakan pada setiap level.

Suatu proses *autoregressive* (AR) dengan orde  $p$ , AR( $p$ ), dapat dituliskan

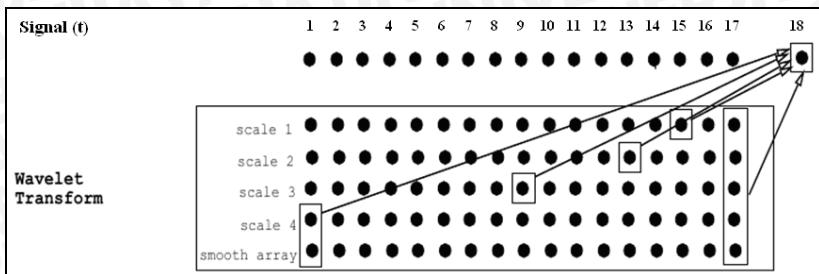
$$\tilde{Z}_{t+1} = \sum_{k=1}^p \hat{\phi}_k Z_{t-(k-1)} \quad (2.45)$$

Prediksi AR yang dimodifikasi oleh Renaud, dkk. (2003) menjadi MAR didalam penggunaan dekomposisi berdasarkan MODWT, yaitu

$$\tilde{Z}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j,k} w_{j,t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j+1,k} v_{j,t-2^j(k-1)}, \quad (2.46)$$

di mana  $j$  adalah bilangan level ( $j = 1, \dots, J$ ),  $A_j$  adalah order dari model MAR ( $k = 1, \dots, A_j$ ),  $w_{j,t}$  adalah nilai koefisien wavelet,  $v_{j,t}$  adalah nilai koefisien skala, dan  $\hat{a}_{j,k}$  adalah nilai dari koefisien-koefisien MAR.

Penjelasan *input* dan prosedur peramalan data ke- $t+1$  dari model MAR diberikan dalam ilustrasi di bawah ini :



**Gambar 2.4** Ilustrasi proses pemodelan *wavelet* untuk  $J=4$  dan  $A_j=2$   
(Renaud, dkk., 2003)

Gambar 2.4 menunjukkan bahwa apabila dilakukan peramalan pada data ke-18 (data ke- $t+1$ ) dengan model MAR orde 2 maka variabel *inputnya* adalah koefisien *wavelet* skala 1 pada  $t=17$  dan  $t=15$ , koefisien *wavelet* skala 2 pada  $t=17$  dan  $t=13$ , koefisien *wavelet* skala 3 pada  $t=17$  dan  $t=9$ , koefisien *wavelet* skala 4 pada  $t=17$  dan  $t=1$ , serta koefisien skala (*smooth*) pada  $t=17$  dan  $t=1$ . Sehingga disimpulkan bahwa *input* yang pertama pada setiap skala adalah data ke- $t$ , sedangkan *input* yang kedua pada setiap skala adalah data ke- $t-2^j$ .

Berdasarkan persamaan (2.46), misal  $n=50$  maka dapat dibentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_{49} \\ Z_{50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{1,0} & w_{1,-2} & w_{2,0} & w_{2,-4} & w_{3,0} & w_{3,-8} & w_{4,0} & w_{4,-16} & v_{4,0} & v_{4,-16} \\ w_{1,1} & w_{1,-1} & w_{2,1} & w_{2,-3} & w_{3,1} & w_{3,-7} & w_{4,1} & w_{4,-15} & v_{4,1} & v_{4,-15} \\ \vdots & & & & \vdots & & & & & \\ w_{1,48} & w_{1,46} & w_{2,48} & w_{2,44} & w_{3,48} & w_{3,41} & w_{4,48} & w_{4,32} & v_{4,48} & v_{4,32} \\ w_{1,49} & w_{1,47} & w_{2,49} & w_{2,45} & w_{3,49} & w_{3,42} & w_{4,49} & w_{4,33} & v_{4,49} & v_{4,33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,1} \\ a_{1,2} \\ \vdots \\ a_{5,1} \\ a_{5,2} \end{bmatrix}$$

sehingga dapat ditulis  $s = A\alpha$ , di mana

$s$  : data ( $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ )

$A$  : koefisien *wavelet* dan koefisien skala yang menjadi *input* untuk model MAR

$\alpha$  : penduga parameter ( $a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{5,2}$ ).

Pendugaan parameter di dalam matriks  $\alpha$ , diselesaikan dengan persamaan normal  $A'A\alpha = A's$  yang mengikuti *least square*, diperoleh  $\hat{\alpha} = (A'A)^{-1}A's$  (Damayanti, 2008).

#### **2.4.2 Metode Stepwise dalam Penentuan Variabel Model MAR**

*Stepwise* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk proses pemilihan model terbaik, sehingga bermanfaat untuk memperoleh variabel yang signifikan dan tepat untuk digunakan di dalam model MAR. Metode ini merupakan gabungan dari metode seleksi maju dan metode penyisihan yang diterapkan secara bergantian. Setiap kali variabel baru dimasukkan di dalam model, semua variabel yang telah dimasukkan sebelumnya dicek kembali apakah masih perlu dipertahankan atau dikeluarkan, kemudian dilakukan seleksi. Tetapi jika tidak ada variabel lagi yang dapat dimasukkan atau dikeluarkan dari model, prosedur *stepwise* berakhir (Sembiring, 1995).

Penggunaan metode *stepwise* model MAR memberikan kondisi optimal pada lag-lag koefisien skala dan wavelet yang sebaiknya digunakan untuk peramalan suatu data deret waktu. Hal ini dikarenakan oleh kondisi asimtotis normalitas yang dipenuhi oleh koefisien-koefisien model MAR. Berdasarkan teorema Renaud, dkk. (2003), jika orde  $A_j$  dipilih pada masing-masing skala yang lebih besar atau sama dengan  $p/2^j$  untuk  $j=1,\dots,J$  maka modelnya adalah seperti pada persamaan (2.46). Dengan bertambahnya ukuran sampel,  $\hat{\alpha}$  mempunyai sifat asimtotik sebagai berikut :

$$n^{1/2}(\hat{\alpha} - \alpha) \Rightarrow N(0, \sigma^2 (R' W_B' \Gamma_B W_B R)^{-1})$$

di mana  $\alpha$  didefinisikan sebagai koefisien dari prediktor linear terbaik dari  $Z_{t+1}$  berdasarkan pengamatan sebelumnya dan  $\Gamma_B$  adalah matriks autokovarian  $[\gamma(t-k)]_{t,k=1,\dots,B}$  dengan  $\gamma(l)$  adalah autokovarian dari deret lag  $l$  (Prasetiyo, 2009).

Kriteria pemilihan model yang terbaik diperoleh dari nilai CP-Mallows yang terkecil. Apabila suatu model dengan  $p$  parameter maka  $Cp = (SSE(p)/\hat{\sigma}^2) - n + 2p$ , di mana SSE(p) adalah jumlah kuadrat dari residual  $p$  parameter,  $n$  adalah ukuran data, dan  $\hat{\sigma}^2$  merupakan penduga  $\sigma^2$  (Effendi, 2006).

#### **2.4.3 Pemeriksaan Asumsi Residual Model MAR**

Model MAR yang telah diperoleh kemudian diperiksa asumsi residualnya. Secara matematis, residual didefinisikan sebagai

$$\varepsilon_t = Z_t - \hat{Z}_t \quad (2.47)$$

di mana

$\varepsilon_t$  : residual pada waktu ke-t ( $t = 1, 2, \dots, n$ ),

$Z_t$  : nilai amatan ke-t,

$\hat{Z}_t$  : nilai dugaan ke-t.

Terdapat dua macam pemeriksaan asumsi residual, yaitu pengujian kenormalan dan pemeriksaan *white noise*.

#### 2.4.3.1 Asumsi Normalitas

Pengujian kenormalan pada residual model MAR dilakukan dengan menggunakan uji Anderson-Darling dengan hipotesis

$H_0$  : residual menyebar normal

versus

$H_1$  : residual tidak menyebar normal.

Metode ini termasuk salah satu uji kenormalan yang mengukur penyimpangan dari *empirical distribution function* (EDF) terhadap *cumulative distribution function* (CDF) yang diasumsikan, dalam hal ini adalah distribusi normal. Apabila terdapat  $n$  pengamatan diurutkan  $x_{(i)}$  maka EDF  $F_n(x)$  didefinisikan sebagai

$$F_n(x) = \frac{N(x_{(i)} \leq x)}{n}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.48)$$

di mana  $N(x_{(i)} \leq x)$  adalah jumlah pengamatan berurut yang kurang dari atau sama dengan  $x$ ,  $n$  adalah banyaknya pengamatan, dan  $F_0(x)$  adalah fungsi distribusi kumulatif yang dihipotesiskan. Untuk  $n$  pengamatan diurutkan  $x_{(i)}$ , statistik uji Anderson-Darling adalah

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \{ \ln F_0(x_{(i)}) + \ln [1 - F_0(x_{(n+1-i)})] \} \quad (2.49)$$

Apabila *p-value* lebih besar dari alpha maka dikatakan bahwa residual menyebar normal atau asumsi normalitas terpenuhi (Wahjudi, 2008).

#### 2.4.3.2 Asumsi White-Noise

Pemeriksaan *white-noise* pada residual yaitu dengan melakukan pemeriksaan secara visual pada plot sampel ACF residual model MAR. Apabila terdapat satu atau lebih nilai sampel ACF yang

berada jauh dari nilai batas sampel ACF maka dapat disimpulkan bahwa residual belum *white-noise*. Nilai batas sampel ACF adalah sebagai berikut :

$$SE(\hat{\rho}_k) = \sqrt{\frac{1}{n}(1 + 2\hat{\rho}_1^2 + 2\hat{\rho}_2^2 + \dots + 2\hat{\rho}_{k-1}^2)} \quad (2.50)$$

dengan  $n$  adalah banyaknya pengamatan (observasi) dan  $\hat{\rho}_k$  adalah sampel ACF pada lag  $k$  ( $k=0,1,2,\dots$ ) (Wei, 1994).

Menurut Makridakis, dkk. (1999), autokorelasi adalah hubungan deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (lag) 0,1,2 periode atau lebih. Cryer (2008) menjelaskan bahwa koefisien fungsi autokorelasi  $r_k$  dapat diduga dengan

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Z_t - \bar{Z})(Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (2.51)$$

di mana

$r_k$  : koefisien autokorelasi pada *lag* ke- $k$ ,

$Z_t$  : data pengamatan pada waktu ke- $t$ ,

$\bar{Z}$  : rata-rata data pengamatan.

Selanjutnya, semua model MAR pada tiap orde yang memenuhi kedua asumsi tersebut akan diuji ketepatan model.

#### 2.4.4 Pemilihan Model Peramalan Wavelet

Ketepatan model peramalan wavelet pada penelitian ini, memerlukan perbandingan maupun pemilihan dengan *Mean Square Error* (MSE) yang terkecil. Nilai MSE menyatakan besarnya rata-rata kesalahan kuadrat dari metode peramalan dengan rumus perhitungannya yaitu

$$MSE = \sum_{t=1}^n \frac{e_t^2}{n} = \sum_{t=1}^n \frac{(Z_t - \hat{Z}_t)^2}{n}. \quad (2.52)$$

Keterangan :

$n$  : jumlah data,

$e_t$  : nilai kesalahan ramalan dari  $Z_t - \hat{Z}_t$ ,

$Z_t$  : nilai data aktual,

$\hat{Z}_t$  : nilai ramalan data aktual (Prasetyo, 2009).

#### 2.4.5 Pengujian Kelayakan Model

Setelah diperoleh model yang sesuai, diperlukan pemeriksaan ada tidaknya autokorelasi di dalam model. Model tanpa autokorelasi di dalamnya menunjukkan bahwa model layak digunakan. Pemeriksaan kelayakan model dapat dilakukan dengan *Ljung-Box (Q)*, di mana nilai statistik Q mengikuti distribusi  $\chi^2_{k-1}$ , dengan hipotesis

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

versus

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \rho_k \neq 0$$

Rumus untuk statistik uji Q adalah:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n-k}, \quad (2.53)$$

di mana

$n$  : banyak pengamatan

$r_k$  : koefisien autokorelasi sisa pada *lag* k, dengan  $k : 1, 2, \dots, K$

$K$  : *lag* maksimum

Keputusan untuk menerima hipotesis nol (model layak) didasarkan pada nilai  $Q \leq \chi^2_{k-1}$  pada taraf nyata  $\alpha$  (Cryer, 2008).

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## BAB III

### METODE PENELITIAN

#### 3.1 Sumber Data

Data deret waktu yang digunakan dalam penelitian ini ada tiga, yaitu:

1. Data sekunder berupa data bulanan hasil penjualan surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat (dalam persen pertahun) dari Bulan Januari 1994 – Mei 2004 yang bersumber dari *dataset “bonds”* pada buku berjudul *Forecasting with Exponential Smoothing* (Hyndman, R.J., dkk, 2008),
2. Data simulasi yang dibangkitkan dari *R-Software*,
3. Data sekunder berupa data kuartal hasil produksi perikanan laut (dalam ribuan rupiah) di Kabupaten Tuban mulai tahun 1992 kuartal III sampai dengan tahun 2005 kuartal IV yang bersumber dari Laporan Statistik Perikanan Jawa Timur (Dinas Perikanan Daerah, 1992-2005).

Untuk perbandingan dengan ARIMA, ketiga data tersebut masing-masing dibagi menjadi dua bagian dengan rincian sebagai berikut: data simulasi ( $n=200$ ) diambil sebanyak 180 *sample* untuk data *in sample* dan 20 *sample* untuk data *out sample* (data validasi); data obligasi ( $n=125$ ) diambil sebanyak 113 *sample* untuk data *in sample* dan 12 *sample* untuk data *out sample* (data validasi); serta data perikanan ( $n=54$ ) diambil sebanyak 46 *sample* untuk data *in sample* dan 8 *sample* untuk data *out sample* (data validasi).

#### 3.2 Metode Analisis

Langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain:

1. Menentukan data yang akan dianalisis, meliputi :
  - a. Dua data sekunder (data real) yang non stasioner.
  - b. Data simulasi yang tidak stasioner terhadap rata-rata, dibangkitkan dengan langkah sebagai berikut:
    - 1) Menentukan besar  $n$ , koefisien 1 dan 2 ( $c_1$  dan  $c_2$ ) untuk AR(2), serta standar deviasi (sd), yang diketik sesuai format perintah bangkitan data deret waktu di dalam *R Console* pada *R-Software*. Pada penelitian

- ini digunakan  $n=200$ ,  $c_1=0.8$ ,  $c_2=-0.4$ , dan  $sd=\sqrt{16}$ .
- 2) Data bangkitan tersebut diambil sebanyak sepuluh persen untuk keperluan validasi (*out sample*), sehingga pada penelitian ini *in sample* adalah sebesar 180.
  - 3) *In sample* ( $n=180$ ) kemudian ditambahkan dengan *trend*. Pada penelitian ini ditambahkan *trend* sebesar  $16t$ , dengan  $t = 1, 2, 3, \dots, 180$ . Sehingga diperoleh data yang tidak stasioner terhadap rata-rata.
2. Pembentukan model ARIMA, dengan tahapan sebagai berikut :
- a. Data deret waktu distasionerkan secara *differencing*.
  - b. Identifikasi model dengan melihat plot ACF dan PACF.
  - c. Melakukan pendugaan parameter model ARIMA.
  - d. Pemilihan model ARIMA tentatif berdasarkan nilai *Mean Square Error* (MSE) terkecil
  - e. Pemeriksaan diagnostik model ARIMA dengan *Ljung - Box* (Q).
3. Pembentukan model peramalan wavelet, ada dua cara yaitu
- a. Melalui *Detrending*, dengan tahapan di bawah ini :
    - 1) Memisahkan *trend* yang berbentuk polinomial, yaitu
$$\mu_t = \sum_{j=0}^k \alpha_j t^j$$

telah stasioner ( $\tilde{Z}_t$ ) yang berasal dari  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu_t$ , dapat dibentuk model MAR.

    - 2) Menentukan level sesuai keluarga *wavelet* yang digunakan, yaitu Haar dengan lebar filter 2, Daubechies dengan lebar filter 4 (D4), dan Coiflet dengan lebar filter 6 (C6), berdasarkan persamaan (2.37).
    - 3) Melakukan dekomposisi dengan MODWT pada berbagai level, seperti persamaan (2.40) – (2.44).
    - 4) Memilih koefisien *wavelet* dan skala seperti usulan Renaud dkk. dari hasil dekomposisi, seperti ilustrasi pada Gambar (2.4), kemudian dilakukan metode *stepwise*.

- 5) Koefisien wavelet maupun skala yang signifikan pada  $\alpha = 5\%$  dapat dilakukan pemodelan MAR dengan orde 1 dan 2 sesuai persamaan (2.46).
  - 6) Melakukan pemeriksaan asumsi normalitas pada model MAR ( $\tilde{Z}_{t+1}$ ). Apabila tidak terpenuhi maka model MAR tidak digunakan.
  - 7) Melakukan pemeriksaan *white-noise* pada model MAR ( $\tilde{Z}_{t+1}$ ). Jika asumsi tidak terpenuhi, dilakukan pemodelan MAR kembali seperti pada langkah ke-4 dengan menambahkan koefisien wavelet maupun skala berdasarkan lag yang berbeda nyata pada plot ACF.
  - 8) Membentuk model peramalan wavelet ( $Z_{t+1}$ ), yaitu dengan mengembalikan model ke bentuk semula  $Z_{t+1} = \mu_{t+1} + \tilde{Z}_{t+1}$ , dan menguji kelayakan model dengan *Ljung-Box* seperti persamaan (2.53).
  - 9) Memilih model peramalan wavelet dengan nilai MSE *out sample* terkecil untuk dibandingkan dengan model ARIMA, kemudian membuat kesimpulan.
- b. Melalui *Differencing*, dengan tahapan sebagai berikut :
- 1) Melakukan proses pembedaan  $\nabla^d Z_t = Z_t - Z_{t-1}$ , sehingga diperoleh data deret waktu yang telah stasioner  $\tilde{Z}_t = \nabla^d Z_t$  yang akan dimodelkan MAR.
  - 2) Menentukan level sesuai keluarga *wavelet* yang digunakan, yaitu Haar dengan lebar filter 2, Daubechies dengan lebar filter 4 (D4), dan Coiflet dengan lebar filter 6 (C6), berdasarkan persamaan (2.37).
  - 3) Melakukan dekomposisi dengan MODWT pada berbagai level, seperti persamaan (2.40) – (2.44).
  - 4) Memilih koefisien wavelet dan skala seperti usulan Renaud dkk. dari hasil dekomposisi, seperti ilustrasi pada Gambar (2.4), kemudian dilakukan metode *stepwise*.

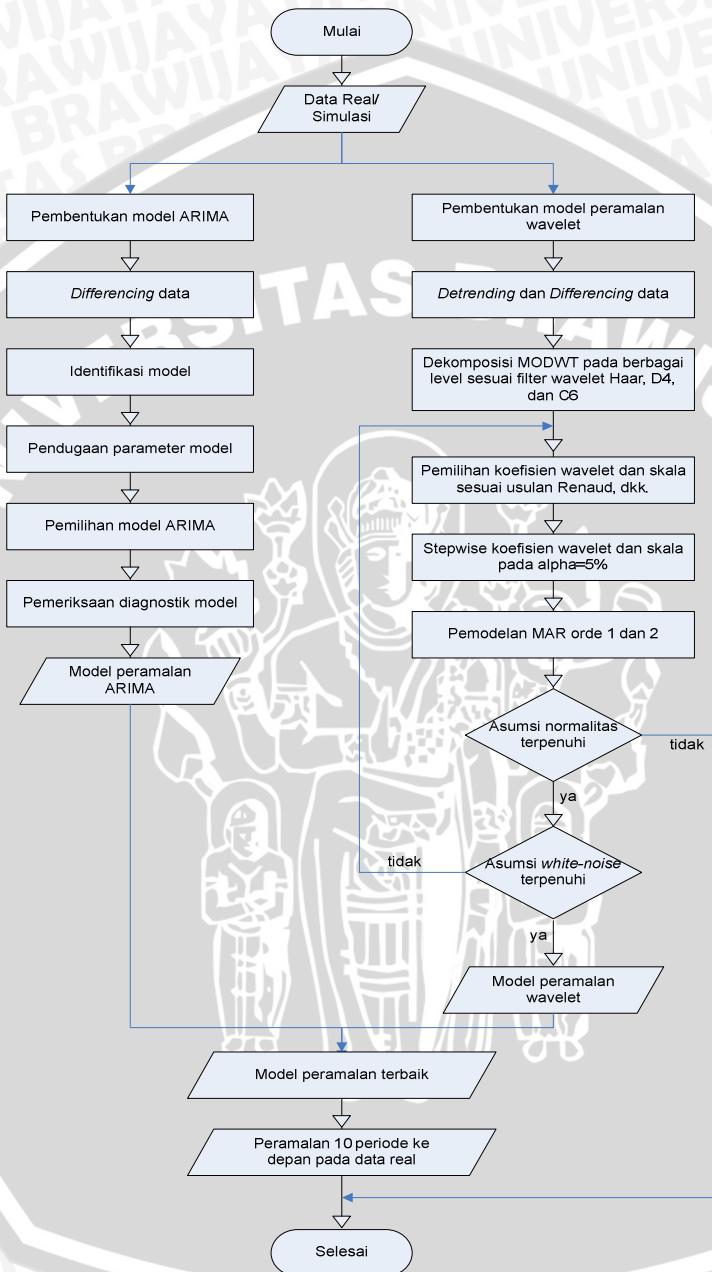
- 5) Koefisien wavelet maupun skala yang signifikan pada  $\alpha = 5\%$  dapat dilakukan pemodelan MAR dengan orde 1 dan 2 sesuai persamaan (2.46).
  - 6) Melakukan pemeriksaan asumsi normalitas pada model MAR ( $\tilde{Z}_{t+1}$ ). Apabila tidak terpenuhi maka model MAR tidak digunakan.
  - 7) Melakukan pemeriksaan *white-noise* pada model MAR ( $\tilde{Z}_{t+1}$ ). Jika asumsi tidak terpenuhi, dilakukan pemodelan MAR kembali seperti pada langkah ke-4 dengan menambahkan koefisien wavelet maupun skala berdasarkan lag yang berbeda nyata pada plot ACF.
  - 8) Membentuk model peramalan wavelet ( $Z_{t+1}$ ), yaitu dengan mengembalikan model ke bentuk semula  $Z_{t+1} = Z_t + \tilde{Z}_{t+1}$ , dan menguji kelayakan model dengan *Ljung-Box* seperti persamaan (2.53).
  - 9) Memilih model peramalan wavelet dengan nilai MSE *out sample* terkecil untuk dibandingkan dengan model ARIMA, kemudian membuat kesimpulan.
4. Melakukan peramalan 10 periode ke depan pada data real berdasarkan ukuran data sebenarnya (data Bonds dengan n=125, serta data Tuban dengan n=54).

### 3.3 Software

Software yang digunakan dalam penelitian ini adalah Minitab versi 15.0, EViews 3.0, dan R-Software 2.9.2 yang telah dilengkapi paket STATS dan wavelet.

### 3.4 Diagram Alir

Diagram alir penelitian ini ditampilkan sebagai berikut :



Gambar 3.1 Diagram alir pada metode analisis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



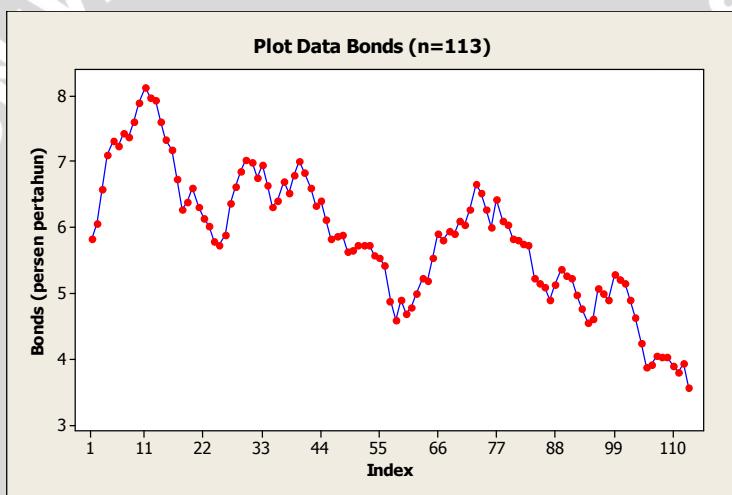
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Pengujian pada Data Bonds

##### 4.1.1 Pengujian Stasioneritas

Studi kasus pertama menggunakan data obligasi (selanjutnya disebut data Bonds) dengan besar *sample* sebanyak 125 yang diambil sebanyak 113 *sample* untuk data *in sample* dan 12 *sample* untuk data *out sample* (data validasi), sehingga data yang akan dimodelkan adalah  $Z_t$  dengan  $t=1,2,\dots,113$ . Plot data *in sample* adalah sebagai berikut:



Gambar 4.1. Plot data Bonds *in sample*

Gambar 4.1 menunjukkan bahwa data penjualan surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat selama Bulan Januari 1994 sampai dengan Mei 2003 bersifat tidak konstan dan secara umum mengalami penurunan. Penjualan surat obligasi berada pada nilai tertinggi mencapai 8,12 persen pertahun pada periode ke-11 (November 1994), sedangkan penjualan surat obligasi terendah berada pada periode ke-113 (Mei 2003) sebesar 3,56 persen pertahun. Pola data pada Gambar 4.1 memperlihatkan fluktuasi data tidak berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, sehingga dapat dikatakan bahwa rata-rata data tidak stasioner. Untuk

mengetahui kestasioneran data yang tepat maka dilakukan pengujian stasioneritas.

Pengujian stasioneritas ada dua, yaitu pengujian stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Pengujian stasioneritas ragam dapat dilihat dengan menggunakan transformasi Box-Cox. Pada Lampiran 4, transformasi Box-Cox menunjukkan bahwa data Bonds menghasilkan nilai  $\lambda=1,08$  dengan kisaran nilai antara 0,22 sampai 1,94, sehingga tidak perlu dilakukan transformasi lagi dan dikatakan bahwa data Bonds telah stasioner terhadap ragam.

Selanjutnya, pengujian stasioneritas rata-rata dilakukan dengan melihat nilai kritis pada  $\alpha=5\%$  yang dibandingkan dengan nilai statistik  $t$  pada uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF Test). Hasil ADF Test dari data Bonds dapat dilihat pada Lampiran 5, dapat diketahui bahwa nilai kritis 5% lebih besar daripada nilai statistik ADF test, sehingga dikatakan bahwa data Bonds belum stasioner terhadap rata-rata. Oleh karena itu, dilakukan diferensi (pembedaan) satu kali yang menghasilkan nilai kritis 5% lebih kecil daripada nilai statistik ADF test, sehingga disimpulkan data tersebut sudah stasioner terhadap rata-rata.

#### 4.1.2 Pemodelan ARIMA

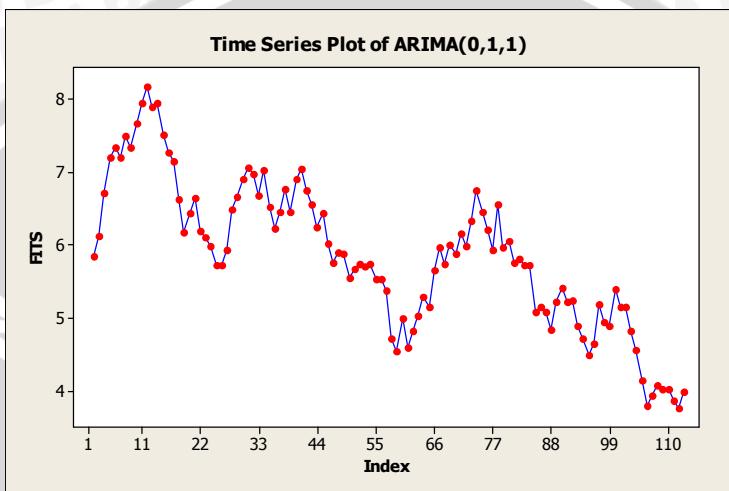
Identifikasi model ARIMA dapat dilakukan dengan melihat plot ACF dan PACF dari data yang telah stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Plot ACF dan PACF data Bonds pada Lampiran 6 menunjukkan bahwa ACF berbeda nyata pada lag 1-7, sedangkan PACF berbeda nyata pada lag 1, sehingga model ARIMA tentatif untuk data Bonds adalah ARIMA(1,1,0), ARIMA(0,1,1), ARIMA(0,1,2), ARIMA(0,1,3), ARIMA(0,1,4), ARIMA(0,1,5), ARIMA(0,1,6), dan ARIMA(0,1,7). Selanjutnya dilakukan pendugaan parameter terhadap model ARIMA tentatif. Hasil diagnostik model dengan bantuan Minitab (Lampiran 7) menunjukkan bahwa model yang terpilih adalah model dengan nilai MSE terkecil sebesar 0,054, yaitu ARIMA(0,1,1). Hasil pendugaan parameternya seperti di bawah ini :

Tabel 4.1. Pendugaan parameter model ARIMA(0,1,1) data Bonds

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
MA(1)	-0,289	-3,120	0,002

Sumber : Lampiran 7.

Dari Tabel 4.1 dapat disimpulkan model ARIMA(0,1,1) pada data Bonds adalah  $Z_t = Z_{t-1} - a_t + 0,289a_{t-1}$ . Model tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk grafik sebagai berikut :



Gambar 4.2. Plot ARIMA(0,1,1) data Bonds *in sample*

Plot ARIMA(0,1,1) di atas memperlihatkan pola yang sama dengan pola data asli pada Gambar 4.1, sehingga dapat dikatakan bahwa model ini sesuai dan dapat mewakili data.

Untuk mengetahui ketepatan model tersebut maka dilakukan uji kelayakan model *Ljung-Box (Q)*. Berdasarkan persamaan (2.53), diperoleh nilai  $Q=35,49$  yang lebih kecil daripada nilai  $\chi^2_{(27)}=40,11$  maka dapat disimpulkan bahwa ARIMA(0,1,1) merupakan model yang layak digunakan.

#### 4.1.3 Pemodelan *Multiscale Autoregressive* (MAR)

Pada penelitian ini dilakukan pemodelan MAR yang cukup banyak dikarenakan adanya perlakuan *detrending* dan *differencing* terlebih dahulu, serta diterapkan pada berbagai level. Penentuan level pada data *Bonds* sesuai persamaan (2.37) untuk masing-masing filter (keluarga) wavelet adalah sebagai berikut :

- a. Haar

$$j < \log_2[113/(2-1)+1]$$

$$j < 4,736$$

sehingga menggunakan level 1, 2, 3, dan 4.

- b. D4

$$j < \log_2 [113/(4-1)+1]$$

$$j < 3,655$$

sehingga menggunakan level 1, 2, dan 3.

- c. C6

$$j < \log_2 [113/(6-1)+1]$$

$$j < 3,161$$

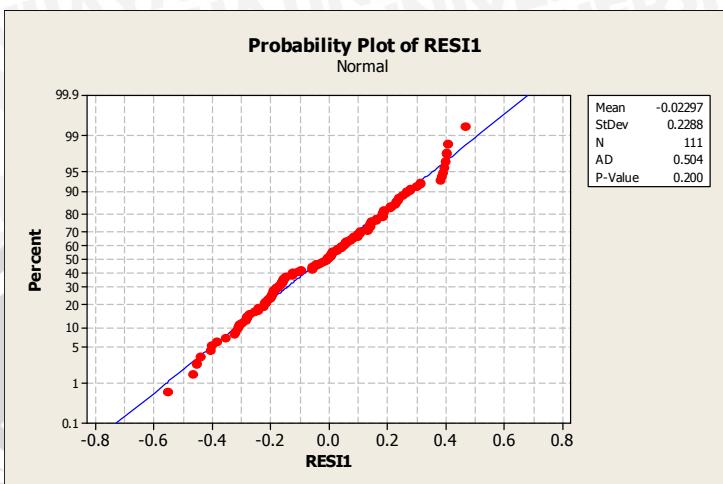
sehingga menggunakan level 1, 2, dan 3.

Pada sub bab ini akan dijelaskan salah satu contoh pemodelan MAR(1) dari data Bonds, lebih tepatnya yaitu data yang telah distasionerkan secara *differencing* dan menggunakan MODWT pada filter (keluarga) wavelet Haar level 4.

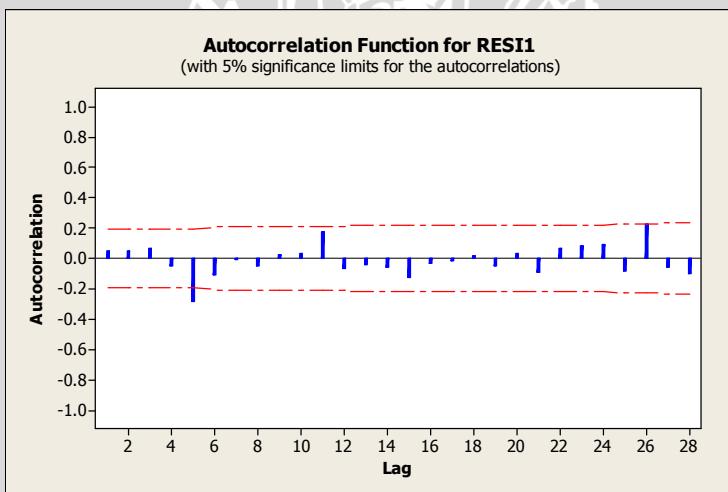
Langkah awal, data yang telah stasioner didekomposisi dengan metode MODWT seperti penjelasan pada sub bab 2.3.3.2, yakni dengan nilai lebar filter Haar ( $L=2$ , orde MAR ( $A_j=1$ ), dan

level ( $J=4$ ). Dekomposisi MODWT ini dapat dilakukan dengan bantuan *software R*, sehingga diperoleh hasil dekomposisi seperti pada Lampiran 8. Sesuai usulan Renaud, dkk (2003) maka variabel *input* untuk pemodelan MAR(1) pada level 4 adalah koefisien wavelet  $w_{1,t}$ ,  $w_{2,t}$ ,  $w_{3,t}$ , dan  $w_{4,t}$ , serta koefisien skala  $v_{4,t}$ . Kemudian dilakukan metode *stepwise* (Lampiran 9) untuk memperoleh variabel yang tepat, sehingga model yang terpilih berdasarkan persamaan (2.46) untuk model MAR(1) adalah  $\tilde{Z}_{t+1} = 0,309 w_{1,t} + 0,645 w_{4,t}$ .

Selanjutnya, dilakukan pemeriksaan residual model MAR(1), yaitu asumsi normalitas dan *white-noise*. Pengujian asumsi normalitas model MAR(1) dapat dilihat pada Gambar 4.3. *P-value* statistik Anderson-Darling lebih dari 0,05, yaitu sebesar 0,2, sehingga dapat disimpulkan bahwa model MAR(1) memenuhi asumsi normalitas. Sedangkan asumsi *white-noise* dapat dilihat pada Gambar 4.4. Pada plot ACF terlihat masih terdapat lag yang keluar jauh dari batas signifikan, sehingga dapat dikatakan bahwa model MAR(1) tersebut tidak *white-noise*.



Gambar 4.3. Pengujian asumsi normalitas residual model MAR(1)

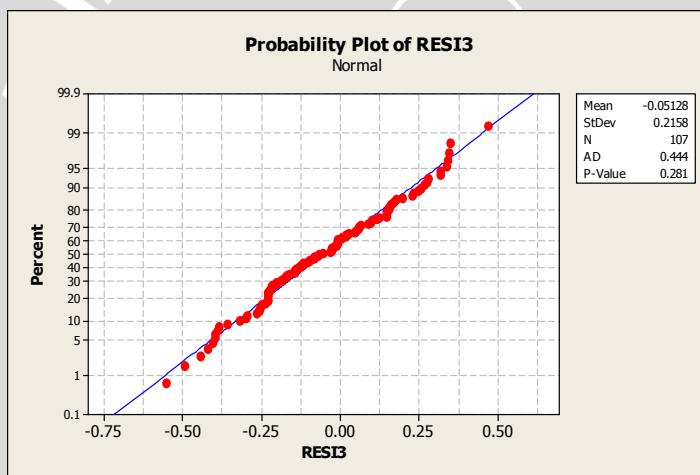


Gambar 4.4. Pengujian asumsi *white-noise* model MAR(1)

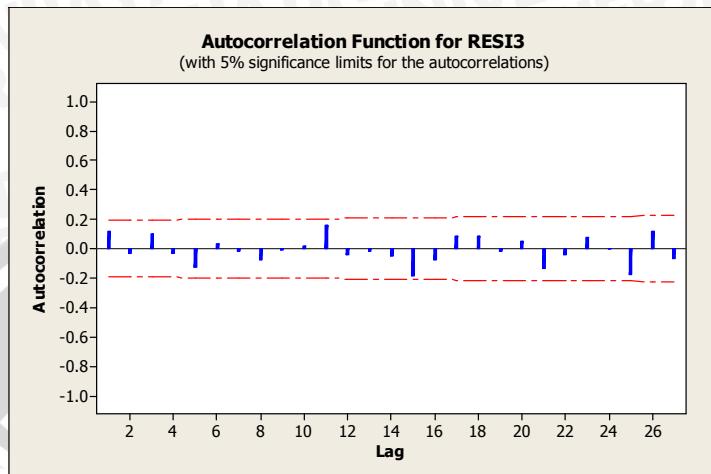
Model-model MAR yang memenuhi asumsi kenormalan dan asumsi *white-noise* dapat dikumpulkan, kemudian dilakukan pemilihan model MAR yang tepat untuk peramalan. Model MAR yang tidak memenuhi kedua asumsi maupun yang tidak memenuhi asumsi kenormalan saja, tidak perlu digunakan. Sedangkan untuk model MAR yang tidak memenuhi asumsi *white-noise* saja, dapat dilakukan pengulangan pemodelan MAR dengan menambahkan

koefisien-koefisien wavelet dan skala, yaitu lag yang keluar dari batas signifikan pada ACF (lag yang berbeda nyata).

Plot ACF model MAR(1) pada Gambar 4.4 memperlihatkan lag 5 keluar jauh batas signifikan (berbeda nyata pada lag 5), sehingga selanjutnya dilakukan *stepwise* antara variabel  $w_{1,t}$ ,  $w_{2,t}$ ,  $w_{3,t}$ ,  $w_{4,t}$ ,  $w_{1,t-4}$ ,  $w_{2,t-4}$ ,  $w_{3,t-4}$ , dan  $w_{4,t-4}$  untuk koefisien-koefisien wavelet, serta  $v_{4,t}$  dan  $v_{4,t-4}$  untuk koefisien-koefisien skala. Hasil *stepwise* (Lampiran 10) menunjukkan bahwa variabel yang signifikan adalah  $w_{2,t-4}$  dan  $v_{4,t-4}$ , sehingga model yang tepat dengan mengaplikasikan rumus (2.46) adalah  $\tilde{Z}_{t+1} = -0,376 w_{2,t-4} - 0,944 v_{4,t-4}$ . Model tersebut dapat dinamakan model MAR(1)+Lag 5, kemudian dilakukan pemeriksaan asumsi residual.



Gambar 4.5. Pengujian asumsi normalitas residual model MAR(1)+Lag 5



Gambar 4.6. Pengujian asumsi *white-noise* model MAR(1)+Lag 5

Pengujian asumsi normalitas model MAR(1)+Lag 5 dapat dilihat pada Gambar 4.5. Nilai probabilitas statistik Anderson-Darling lebih dari 0,05, yaitu sebesar 0,281. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model MAR(1)+Lag 5 memenuhi asumsi normalitas. Selanjutnya, asumsi *white-noise* dapat dilihat pada Gambar 4.6. Pada plot ACF terlihat semua lag berada dalam batas signifikan, sehingga dapat dikatakan bahwa model MAR(1)+Lag 5 *white-noise*.

Model MAR(1)+Lag 5 memenuhi kedua asumsi maka model ini dapat dikumpulkan dan digunakan dalam pengujian ketepatan peramalan. Sesuai usulan Renaud, dkk. (2003), *input* dalam pemodelan MAR(2) pada level 4 adalah  $w_{1,t}$ ,  $w_{2,t}$ ,  $w_{3,t}$ ,  $w_{4,t}$ ,  $w_{1,t-2}$ ,  $w_{2,t-4}$ ,  $w_{3,t-8}$ , dan  $w_{4,t-16}$  untuk koefisien wavelet, serta  $v_{4,t}$  dan  $v_{4,t-16}$  untuk koefisien skala. Dengan cara yang sama, tahap dekomposisi sampai dengan tahap pemeriksaan residual model MAR diterapkan pula pada data *detrending* maupun *differencing* untuk ketiga filter (keluarga) wavelet, yaitu filter Haar, D4, dan C6 pada berbagai level. Hasilnya dapat ditabelkan seperti di bawah ini :

Tabel 4.2. Hasil pemeriksaan residual model-model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Bonds.

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
Haar	1	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-1
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
	2	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-2
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-2
		Differencing	MAR(1)	tidak	ya	*
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-Haar-2
D4	3	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-3
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-3
		Differencing	MAR(1)	tidak	ya	*
			MAR(2)	tidak	ya	*
	4	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-4
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-4
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(1)+Lag 5	ya	ya	Diff+MAR(1)+Lag 5-Haar-4
	2	1	MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-Haar-4
			MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		2	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	**
			MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
	3	Detrending	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	*

Tabel 4.2. Hasil pemeriksaan residual model-model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Bonds. (Lanjutan)

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
D4	3	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-D4-3
	1	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	**
C6	2	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	tidak	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-C6-2
	3	Detrending	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-C6-3

Keterangan : \* = model tidak digunakan

\*\* = tidak ada.

Hasil pemeriksaan pada tabel di atas terlihat bahwa model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* ada sebanyak 13 model. Pada semua level di dalam filter (keluarga) wavelet Haar dapat menghasilkan model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise*. Namun pada filter D4 hanya terdapat satu model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan

*white-noise*, tepatnya di level 3. Sedangkan untuk filter C6 terdapat dua model MAR, yaitu pada level 2 dan 3.

Setelah semua model MAR yang memenuhi asumsi kenormalan dan *white-noise* dikumpulkan, selanjutnya model dikembalikan ke bentuk semula menjadi model peramalan wavelet dan dilakukan pemilihan model berdasarkan nilai MSE *out sample* (nilai kesalahan peramalan) pada persamaan (2.52). Model peramalan wavelet yang terbaik yaitu yang mempunyai nilai MSE *out sample* terkecil. Hasilnya dapat ditabelkan sebagai berikut ini:

Tabel 4.3. Hasil MSE *out sample* model peramalan wavelet yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* untuk data Bonds.

Model	Model Peramalan Wavelet	MSE <i>out sample</i>
Detrend+MAR(2)-Haar-1	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,469w_{1,t} + 0,861v_{1,t} + 0,380w_{1,t-2}$	0,292
Detrend+MAR(1)-Haar-2	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,323w_{1,t} + 1,013w_{2,t} + 0,853v_{2,t}$	0,281
Detrend+MAR(2)-Haar-2	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,440w_{1,t} + 0,897w_{2,t} + 0,859v_{2,t} + 0,354w_{1,t-2}$	0,288
Diff+MAR(2)-Haar-2	$Z_{t+1} = Z_t + 0,367v_{2,t} - 0,364w_{2,t-4}$	0,599
Detrend+MAR(1)-Haar-3	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,336w_{1,t} + 0,892w_{2,t} + 0,978w_{3,t} + 0,819v_{3,t}$	0,224
Detrend+MAR(2)-Haar-3	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,429w_{1,t} + 0,872w_{2,t} + 0,905w_{3,t} + 0,848v_{3,t} + 0,315w_{1,t-2}$	0,265
Detrend+MAR(1)-Haar-4	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,290w_{1,t} + 0,903w_{2,t} + 0,862w_{3,t} + 0,928w_{4,t} + 0,721v_{4,t}$	0,178

Tabel 4.3. Hasil MSE *out sample* model peramalan wavelet yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* untuk data Bonds. (Lanjutan)

Model	Model Peramalan Wavelet	MSE <i>out sample</i>
Detrend+MAR(2)-Haar-4	$Z_{t+1} = 7,1 - 0,015(t+1) - 0,000098(t+1)^2 + 1,397w_{1,t} + 0,863w_{2,t} + 0,783w_{3,t} + 0,955w_{4,t} + 0,748v_{4,t} + 0,353w_{1,t-2}$	0,205
Diff+MAR(1)+Lag 5-Haar-4	$Z_{t+1} = Z_t - 0,376w_{2,t-4} - 0,944v_{4,t-4}$	0,127
Diff+MAR(2)-Haar-4	$Z_{t+1} = Z_t - 0,301w_{2,t-4}$	0,422
Diff+MAR(2)-D4-3	$Z_{t+1} = Z_t - 0,426w_{2,t} - 0,332w_{1,t-2} - 0,527v_{3,t-8}$	0,138
Diff+MAR(2)-C6-2	$Z_{t+1} = Z_t - 0,325w_{1,t-2} - 0,412v_{2,t-4}$	0,129
Diff+MAR(2)-C6-3	$Z_{t+1} = Z_t - 0,325w_{1,t-2} + 0,446w_{3,t-8}$	0,355

Dari Tabel 4.3 di atas dapat diketahui bahwa model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 mempunyai nilai kesalahan peramalan yang terkecil yaitu 0,127, sehingga dikatakan bahwa model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 merupakan model yang terbaik untuk data *Bonds*. Hasil pendugaan parameternya seperti di bawah ini :

Tabel 4.4. Pendugaan parameter model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 data Bonds

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
w <sub>2,t-4</sub>	-0,376	-2,120	0,036
v <sub>4,t-4</sub>	-0,944	-2,890	0,005

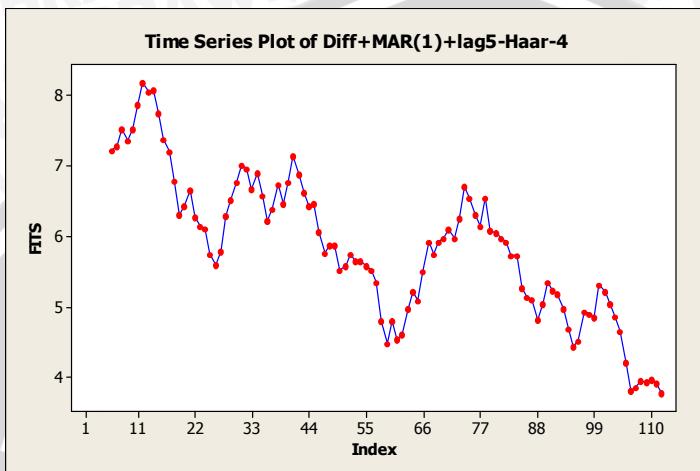
Sumber : Lampiran 10.

Persamaan model peramalan wavelet menurut hasil pendugaan di atas adalah

$$Z_{t+1} = Z_t - 0,376w_{2,t-4} - 0,944v_{4,t-4},$$

sehingga dapat dikatakan bahwa hasil penjualan surat obligasi bulan depan dipengaruhi oleh hasil penjualan surat obligasi bulan ini dan koefisien wavelet maupun skala 4 bulan sebelumnya. Setiap kenaikan 1 koefisien wavelet (w<sub>2</sub>) dapat terjadi penurunan sebesar 0,37593, sedangkan setiap kenaikan 1 koefisien skala (v<sub>4</sub>) dapat terjadi penurunan sebesar 0,94406 terhadap hasil penjualan surat

obligasi bulan depan. Model tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk grafik sebagai berikut :



Gambar 4.7. Plot model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 data *Bonds in sample*

Pola pada plot model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 terlihat sama dengan pola data Bonds yang sebenarnya (Gambar 4.1) maka dapat dikatakan bahwa model ini dapat mewakili data. Untuk menguji ketepatan model tersebut, dilakukan uji *Ljung-Box (Q)*. Dari persamaan (2.53), diperoleh nilai  $Q=27,746$  yang lebih kecil daripada nilai  $\chi^2_{(26)}=38,885$ , sehingga disimpulkan bahwa model  $Z_{t+1} = Z_t - 0,376w_{2,t-4} - 0,944v_{4,t-4}$  merupakan model peramalan yang tepat.

#### 4.1.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA

Model peramalan wavelet yang telah diperoleh kemudian dibandingkan dengan model ARIMA. Hasil peramalan dari kedua model ini adalah sebagai berikut :

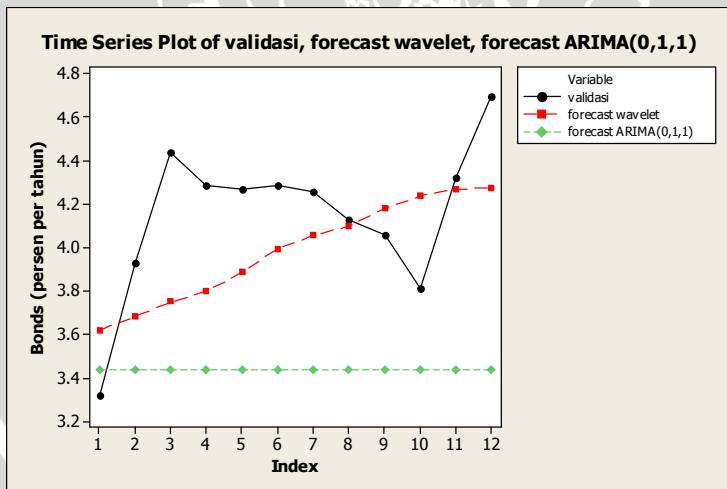
Tabel 4.5. Perbandingan peramalan model Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4 dengan ARIMA(0,1,1).

$t$	Data Validasi ( <i>out sample</i> )	Peramalan Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4	Peramalan ARIMA(0,1,1)
114	3,320	3,621	3,436
115	3,930	3,682	3,436

Tabel 4.5. Perbandingan peramalan model Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4 dengan ARIMA(0,1,1). (Lanjutan)

$t$	Data Validasi ( <i>out sample</i> )	Peramalan Diff+MAR(1)+Lag5- Haar-4	Peramalan ARIMA(0,1,1)
116	4,440	3,751	3,436
117	4,290	3,801	3,436
118	4,270	3,886	3,436
119	4,290	3,995	3,436
120	4,260	4,057	3,436
121	4,130	4,101	3,436
122	4,060	4,180	3,436
123	3,810	4,240	3,436
124	4,320	4,269	3,436
125	4,700	4,277	3,436

Nilai MSE *out sample* juga dihitung untuk model ARIMA data Bonds. Dengan menerapkan rumus (2.52), model ARIMA(0,1,1) mempunyai kesalahan peramalan sebesar 0,624. Plot perbandingan hasil peramalan model wavelet Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 dengan ARIMA(0,1,1) dapat dilihat pada gambar berikut:



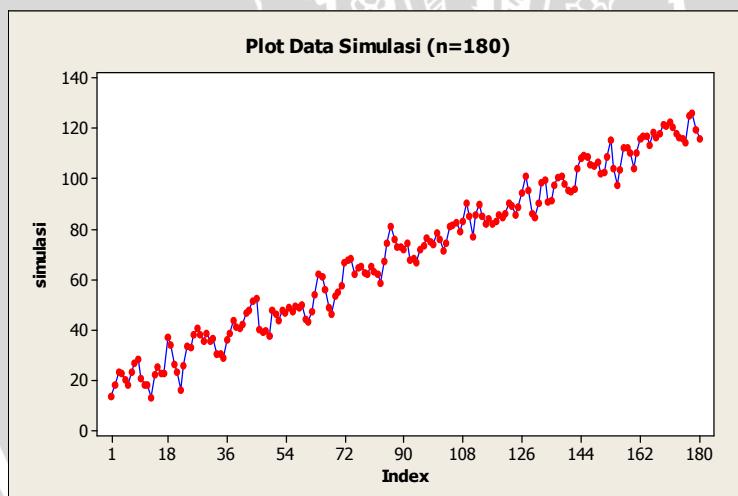
Gambar 4.8. Plot perbandingan hasil peramalan model Diff+MAR(1)+Lag5-Haar-4 dengan ARIMA (0,1,1)

Gambar 4.8 memperlihatkan bahwa pola hasil peramalan dari model wavelet Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 lebih dapat mengikuti pola data validasi (*out sample*) daripada peramalan model ARIMA(0,1,1) pada data *Bonds*, atau dapat dikatakan peramalan model Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4 lebih mendekati data validasi daripada model ARIMA(0,1,1), sehingga disimpulkan bahwa hasil peramalan dari model wavelet lebih baik daripada hasil peramalan dari model klasik (ARIMA) untuk data hasil penjualan surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat.

## 4.2 Pengujian pada Data Simulasi

### 4.2.1 Pengujian Stasioneritas

Studi kasus kedua dilakukan pada data simulasi ( $n=200$ ) yang dibagi menjadi dua bagian, yaitu 180 *sample* untuk data *in sample* dan 20 *sample* untuk data *out sample* (data validasi). Plot data simulasi *in sample* seperti berikut ini:



Gambar 4.9. Plot data simulasi *in sample*

Pola data pada Gambar 4.9 menunjukkan fluktuasi data tidak berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, sehingga dapat dikatakan bahwa data tidak stasioner terhadap rata-rata. Oleh karena itu dilakukan pengujian stasioneritas.

Pemeriksaan stasioneritas ragam dilakukan dengan transformasi Box-Cox. Hasil transformasi Box-Cox data simulasi

dapat dilihat pada Lampiran 11 yang memperlihatkan nilai  $\lambda=0,78$  dengan selang nilai antara 0,54 sampai 1,07. Nilai  $\lambda$  mendekati nilai 1 sehingga tidak perlu dilakukan transformasi lagi dan disimpulkan bahwa ragam data simulasi telah stasioner.

Pemeriksaan stasioneritas rata-rata data simulasi dilakukan dengan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF Test) yang dapat dilihat pada Lampiran 12. Nilai kritis 5% terlihat lebih besar daripada nilai statistik ADF test maka rata-rata data ini dikatakan belum stasioner, sehingga diperlukan diferensi (pembedaan) satu kali. Setelah diuji *Augmented Dickey-Fuller* lagi, nilai kritis 5% menjadi lebih kecil daripada nilai statistik ADF test, sehingga disimpulkan rata-rata data simulasi telah stasioner.

#### 4.2.2 Pemodelan ARIMA

Seperti data sebelumnya, identifikasi model ARIMA dilakukan dengan melihat plot ACF dan PACF dari data yang telah stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Plot ACF dan PACF data simulasi pada Lampiran 13 menunjukkan bahwa ACF berbeda nyata pada lag 1-3, sedangkan PACF terlihat berpola eksponensial, sehingga model ARIMA tentatif untuk data simulasi adalah ARIMA(0,1,1), ARIMA(0,1,2), dan ARIMA(0,1,3). Selanjutnya dilakukan pemilihan model, yaitu model yang mempunyai nilai MSE terkecil. Berdasarkan rumus (2.52) dapat diketahui MSE ARIMA(0,1,2) adalah 15,0 , sedangkan MSE ARIMA(0,1,3) adalah 14,36, sehingga terpilih model yang akan digunakan ialah ARIMA(0,1,3).

Tabel 4.6. Pendugaan parameter model ARIMA(0,1,3) data simulasi

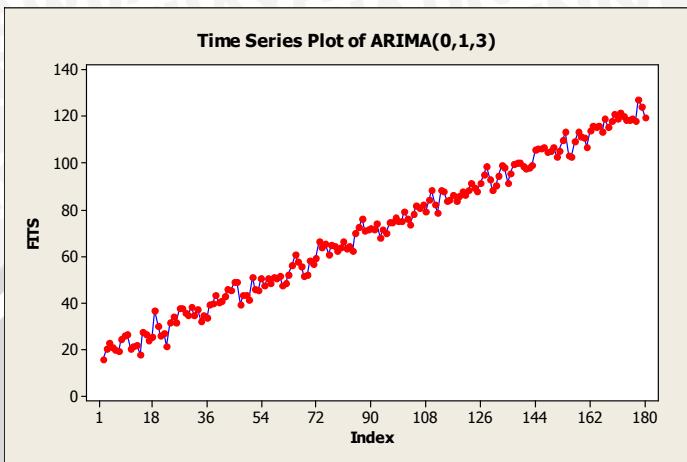
Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
MA(1)	0,203	2,680	0,008
MA(2)	0,523	7,240	0,000
MA(3)	0,254	3,320	0,001

Sumber : Lampiran 14.

Dari Tabel 4.6 tersebut dapat ditulis persamaan model ARIMA(0,1,3) untuk data simulasi, yaitu

$$Z_t = Z_{t-1} - a_t - 0,203a_{t-1} - 0,523a_{t-2} - 0,254a_{t-3}.$$

Model ARIMA(0,1,3) dapat ditampilkan dalam bentuk grafik sebagai berikut :



Gambar 4.10. Plot ARIMA(0,1,3) data simulasi *in sample*

Plot ARIMA(0,1,3) pada Gambar 4.10 mempunyai pola yang sama dengan pola data asli pada Gambar 4.9 maka disimpulkan bahwa model ini sesuai dan dapat mewakili data. Selanjutnya, dilakukan uji kelayakan model *Ljung-Box (Q)* sesuai persamaan (2.53). Nilai Q adalah 40,26 yang lebih kecil dari  $\chi^2_{(44)} = 60,48$ . Hal ini menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi di dalam model ARIMA(0,1,3) sehingga model ini merupakan model yang tepat.

#### 4.2.3 Pemodelan Multiscale Autoregressive (MAR)

Langkah awal yang dilakukan adalah menstasionerkan data simulasi dengan cara analisis trend (*detrending*) atau differensi (*differencing*), kemudian dilakukan dekomposisi MODWT pada data tersebut. Filter (keluarga) wavelet yang digunakan untuk dekomposisi MODWT adalah Haar, Daubechies 4 (D4), dan Coiflet 6 (C6), dengan masing-masing level sebesar  $j$  sesuai rumus (2.37), yaitu

- a. Haar  
 $j < \log_2[180/(2-1)+1]$   
 $j < 5,198$   
 sehingga menggunakan level 1, 2, 3, 4, dan 5.
- b. D4  
 $j < \log_2 [180/(4-1)+1]$

$$j < 4,111$$

sehingga menggunakan level 1, 2, 3, dan 4.

c. C6

$$j < \log_2 [180/(6-1)+1]$$

$$j < 3,611$$

sehingga menggunakan level 1, 2, dan 3.

Seperti yang dijelaskan sebelumnya di sub bab 4.1.3, pemilihan variabel yang akan dijadikan model MAR (*input*) disesuaikan dengan usulan Renaud, dkk. (2003), kemudian pemodelan MAR dilakukan dengan mengaplikasikan metode *stepwise* untuk mendapatkan variabel yang signifikan. Selanjutnya dilakukan evaluasi kesesuaian model, yakni dengan melakukan pemeriksaan asumsi normalitas dan *white-noise* pada residual model MAR.

Tabel 4.7. Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) untuk data simulasi.

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
Haar	1	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-1
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-1
	2	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-2
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-2
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-2
			MAR(2)	**	**	**
	3	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-3
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-3
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-Haar-3
	4	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-4
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-4
			MAR(2)	**	**	**

Tabel 4.7. Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) untuk data simulasi. (Lanjutan)

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
Haar	5	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-5
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-5
			MAR(2)	**	**	**
	1	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
D4	2	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
	3	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
	4	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
C6	1	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	**
	2	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	**
	3	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	**	**	**

Keterangan : \* = model tidak digunakan

\*\* = tidak ada.

Hasil pemeriksaan residual model-model MAR disajikan pada Tabel 4.7 di atas. Tabel tersebut menunjukkan bahwa filter (keluarga) wavelet Haar pada level 1, 2, 3, 4 dan 5 dapat menghasilkan model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise*, sedangkan untuk filter Daubechies 4 (D4) level 1, 2, 3,

dan 4 maupun filter Coiflet 6 (C6) level 1, 2 dan 3 tidak ada model yang memenuhi asumsi *white-noise*.

Selanjutnya, dibentuk model peramalan wavelet dan dilakukan perhitungan MSE *out sample* (kesalahan peramalan) pada setiap model untuk mendapatkan model terbaik yang akan digunakan untuk peramalan.

Tabel 4.8. Hasil MSE *out sample* model peramalan wavelet yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* untuk data simulasi.

Model	Model Peramalan Wavelet	MSE <i>out sample</i>
Detrend+MAR(1)-Haar-1	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.172w_{1,t} + 0.340v_{1,t}$	17,782
Diff+MAR(1)-Haar-1	$Z_{t+1} = Z_t + 0.412w_{1,t} - 0.346v_{1,t} - 0.330v_{1,t-2}$	143,098
Detrend+MAR(1)-Haar-2	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.170w_{1,t} + 0.342w_{2,t} + 0.339v_{2,t}$	17,793
Detrend+MAR(2)-Haar-2	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.167w_{1,t} + 0.314w_{2,t} + 0.305v_{2,t} - 0.185v_{2,t-4}$	20,203
Diff+MAR(1)-Haar-2	$Z_{t+1} = Z_t + 0.417w_{1,t} - 0.679v_{2,t}$	143,169
Detrend+MAR(1)-Haar-3	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.148w_{1,t} + 0.316w_{2,t} + 0.483w_{3,t}$	21,251
Diff+MAR(1)-Haar-3	$Z_{t+1} = Z_t + 0.418w_{1,t} - 0.495w_{3,t} - 1.089v_{3,t}$	143,770
Diff+MAR(2)-Haar-3	$Z_{t+1} = Z_t + 0.377w_{1,t} - 0.696w_{3,t} - 1.023v_{3,t} + 0.907v_{3,t-8}$	135,489
Detrend+MAR(1)-Haar-4	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.148w_{1,t} + 0.316w_{2,t} + 0.483w_{3,t}$	21,251
Diff+MAR(1)-Haar-4	$Z_{t+1} = Z_t + 0.387w_{1,t} - 0.719w_{3,t} - 1.999w_{4,t}$	132,958
Detrend+MAR(1)-Haar-5	$Z_{t+1} = 16.568 + 0.595(t+1) + 1.148w_{1,t} + 0.316w_{2,t} + 0.483w_{3,t}$	21,251
Diff+MAR(1)-Haar-5	$Z_{t+1} = Z_t + 0.387w_{1,t} - 0.719w_{3,t} - 1.999w_{4,t}$	132,958

Tabel 4.8 di atas memperlihatkan model peramalan wavelet yang terbaik adalah model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan nilai

kesalahan peramalan terkecil yaitu 17,782, sehingga dikatakan bahwa model Detrend+MAR(1)-Haar-1 merupakan model yang terbaik untuk data simulasi. Hasil pendugaan parameternya seperti di bawah ini :

Tabel 4.9. Pendugaan parameter model Detrend+MAR(1)-Haar-1 data simulasi

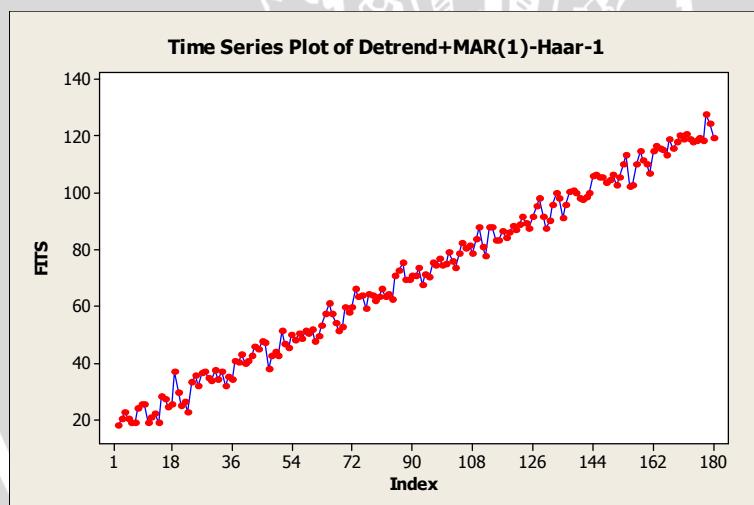
Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
w <sub>1,t</sub>	1,172	9,770	0,000
v <sub>1,t</sub>	0,340	5,130	0,000

Sumber : Lampiran 15.

Dari Tabel 4.9 di atas, persamaan model peramalannya adalah

$$Z_{t+1} = 16,568 + 0,595(t+1) + 1,172w_{1,t} + 0,340v_{1,t} .$$

Model tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk grafik seperti Gambar 4.11 berikut ini:



Gambar 4.11. Plot model Detrend+MAR(1)-Haar-1 data simulasi *in sample*

Pada Gambar 4.11 memperlihatkan plot model Detrend+MAR(1)-Haar-1 mempunyai pola yang sama dengan pola data simulasi yang asli (Gambar 4.9). Jadi dapat dikatakan bahwa model tersebut dapat mewakili data. Untuk menguji ketepatan model, dilakukan uji *Ljung-Box* (*Q*). Dari persamaan 2.53, diperoleh nilai *Q*=36,9 yang lebih

kecil daripada nilai  $\chi^2_{(44)} = 60,48$ , sehingga disimpulkan bahwa model  $Z_{t+1} = 16,568 + 0,595(t+1) + 1,172w_{1,t} + 0,340v_{1,t}$  merupakan model yang tepat karena tidak terdapat autokorelasi di dalamnya.

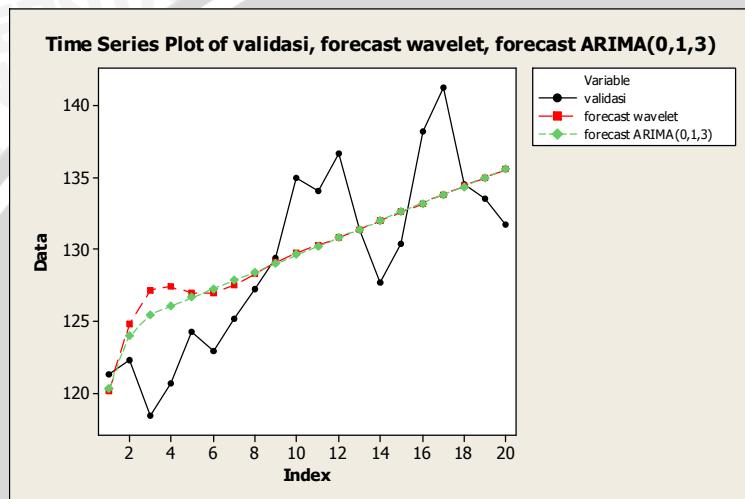
#### 4.2.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA

Pada data simulasi ini, model ARIMA terbaik adalah ARIMA(0,1,3), sedangkan model MAR terbaik adalah Detrend+MAR(1)-Haar-1. Hasil peramalan dari model klasik ARIMA(0,1,3) dan model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dapat dilihat pada Tabel 4.10 di bawah ini :

Tabel 4.10. Perbandingan peramalan model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan ARIMA(0,1,3)

t	Data Validasi (out sample)	Peramalan Detrend+MAR(1)- Haar-1	Peramalan ARIMA(0,1,3)
181	121,269	137,837	120,244
182	122,260	138,828	123,950
183	118,414	134,982	125,445
184	120,661	137,229	126,040
185	124,265	140,833	126,635
186	122,902	139,470	127,230
187	125,168	141,736	127,826
188	127,238	143,806	128,421
189	129,418	145,986	129,016
190	134,946	151,514	129,611
191	134,040	150,608	130,206
192	136,655	153,223	130,802
193	131,378	147,946	131,397
194	127,646	144,214	131,992
195	130,396	146,964	132,587
196	138,164	154,732	133,183
197	141,243	157,811	133,778
198	134,524	151,092	134,373
199	133,484	150,052	134,968
200	131,689	148,257	135,563

Seperti halnya model peramalan wavelet, model ARIMA(0,1,3) pada data simulasi juga dihitung nilai kesalahan peramalannya (*MSE out sample*). *MSE out sample* model ARIMA(0,1,3) sesuai rumus (2.52) diperoleh sebesar 15,707. Perbandingan peramalan pada Tabel 4.10 dapat diplotkan seperti pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12. Plot perbandingan hasil peramalan model Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan ARIMA (0,1,3)

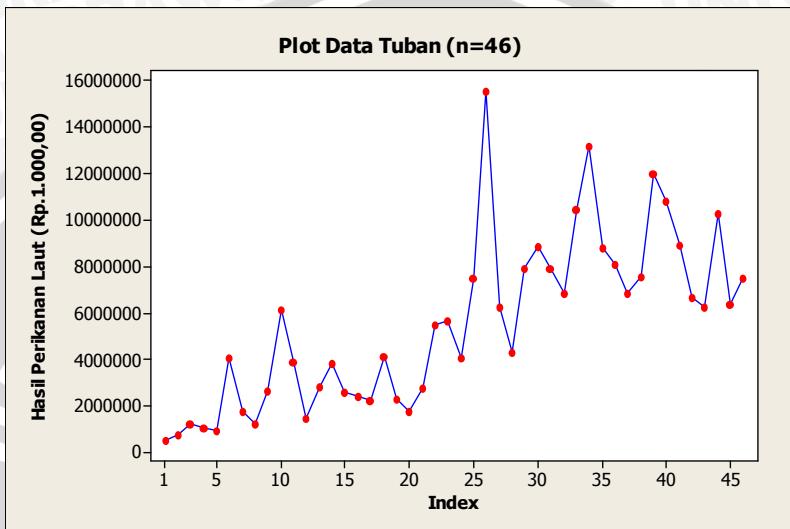
Plot pada Gambar 4.12 menunjukkan perbandingan hasil peramalan model wavelet Detrend+MAR(1)-Haar-1 dengan ARIMA(0,1,3). Dari plot tersebut terlihat hasil peramalan dari model wavelet Detrend+MAR(1)-Haar-1 tidak lebih baik dari hasil peramalan model ARIMA(0,1,3). Selain itu, nilai kesalahan peramalan model ARIMA(0,1,3) lebih kecil daripada Detrend+MAR(1)-Haar-1, sehingga model ARIMA(0,1,3) lebih baik digunakan untuk data simulasi.

### 4.3 Pengujian pada Data Tuban

#### 4.3.1 Pengujian Stasioneritas

Studi kasus yang terakhir menggunakan data hasil perikanan laut di Kabupaten Tuban (yang selanjutnya disebut data Tuban) dengan *sample* sebesar 54 yang diambil sebanyak 46 *sample* untuk data *in sample* dan 8 *sample* untuk data *out sample* (data validasi)

maka data yang akan dimodelkan adalah  $Z_t$  dengan  $t = 1, 2, \dots, 46$ . Data Tuban *in sample* diplotkan seperti berikut ini:



Gambar 4.13. Plot data Tuban *in sample*

Pada Gambar 4.13 menunjukkan bahwa data hasil produksi perikanan laut (Rp 1.000,00) di Kabupaten Tuban dari tahun 1992 kuartal III sampai dengan tahun 2003 kuartal IV secara umum mengalami kenaikan. Produksi perikanan laut mencapai nilai tertinggi pada periode ke-26, yaitu pada tahun 1998 kuartal IV sebesar 15.533.350.000 rupiah. Pola data pada Tuban (*in sample*) memperlihatkan fluktuasi data tidak berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, serta ragam dari fluktuasi tersebut berubah setiap waktu.

Seperti pada dua data sebelumnya, pengujian stasioneritas ragam dilakukan dengan transformasi Box-Cox. Hasil transformasi Box-Cox data Tuban memperlihatkan nilai  $\lambda=0,42$  dengan kisaran nilai antara 0,06 sampai 0,73. Nilai  $\lambda$  belum mendekati nilai 1 maka dikatakan ragam data tersebut belum stasioner. Setelah dilakukan transformasi satu kali, diperoleh nilai  $\lambda=0,84$  yang mendekati 1, sehingga disimpulkan bahwa data Tuban telah stasioner terhadap ragam. Hasil transformasi Box-Cox data Tuban ini dapat dilihat pada Lampiran 16. Sedangkan pengujian stasioneritas rata-rata data Tuban digunakan *Augmented Dickey-Fuller Test* (ADF Test). Nilai kritis

5% pada uji tersebut terlihat lebih besar daripada nilai statistik ADF *test* maka rata-rata data ini dikatakan belum stasioner, sehingga diperlukan pembedaan. Setelah data didiferensi satu kali, nilai kritis 5% menjadi lebih kecil daripada nilai statistik ADF *test* maka dapat disimpulkan bahwa data Tuban telah stasioner terhadap rata-rata. ADF *Test* tersebut tersaji pada Lampiran 17.

#### 4.3.2 Pemodelan ARIMA

Langkah awal pada pemodelan ARIMA yaitu melakukan identifikasi model ARIMA dengan melihat plot ACF dan PACF dari data yang telah stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Plot ACF dan PACF data Tuban (Lampiran 18) dapat dilihat bahwa ACF maupun PACF berbeda nyata pada lag 1 dan 2, sehingga model ARIMA tentatif untuk data simulasi adalah ARIMA(1,1,0), ARIMA(2,1,0), ARIMA(0,1,1), dan ARIMA(0,1,2).

Model yang terpilih adalah model yang mempunyai nilai MSE terkecil. Dari Lampiran 19 dapat diketahui bahwa model yang mempunyai nilai MSE yang terkecil adalah model ARIMA(2,1,0), yaitu sebesar 185.635. Jadi, hasil pendugaan parameternya seperti di bawah ini :

Tabel 4.11. Pendugaan parameter model ARIMA(2,1,0) data Tuban

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
AR(1)	-0,248	-2,040	0,048
AR(2)	-0,630	-5,080	0,000

Sumber : Lampiran 19.

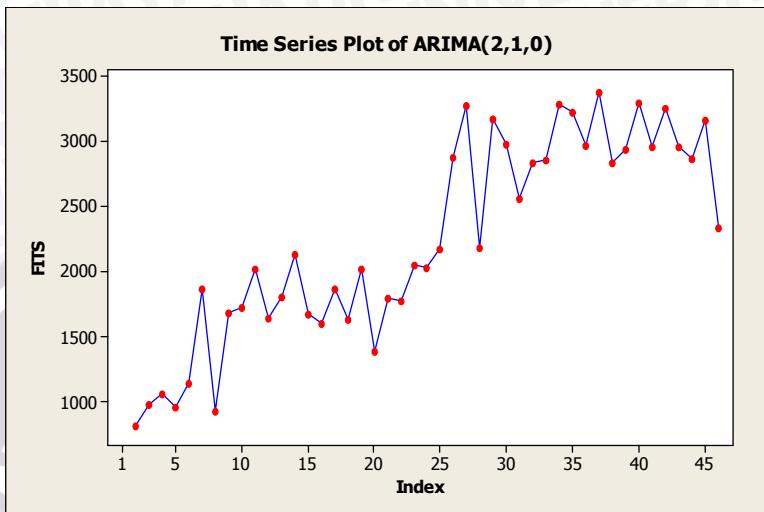
Berdasarkan hasil pendugaan pada Tabel 4.11, persamaan model ARIMA(2,1,0) pada data Tuban dapat ditulis

$$Z_t = Z_{t-1} - 0,248Z_{t-1} - 0,630Z_{t-2} + a_t$$

maka

$$Z_t = 0,752Z_{t-1} - 0,630Z_{t-2} + a_t.$$

Model tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk grafik sebagai berikut :



Gambar 4.14. Plot ARIMA(2,1,0) data Tuban *in sample*

Plot ARIMA(2,1,0) di atas memperlihatkan pola yang hampir sama dengan pola data Tuban yang sebenarnya (Gambar 4.13). Sehingga dapat dikatakan bahwa model  $Z_t = 0,752Z_{t-1} - 0,630Z_{t-2} + a_t$  dapat mewakili data Tuban.

Selanjutnya dilakukan uji kelayakan model *Ljung-Box (Q)*. Dengan menerapkan persamaan (2.53), diperoleh nilai  $Q=17,32$  yang lebih kecil dari  $\chi^2_{(44)}=60,48$  maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat autokorelasi di dalam model ARIMA(2,1,0), sehingga model tersebut layak digunakan pada data Tuban.

#### 4.3.3 Pemodelan *Multiscale Autoregressive* (MAR)

Dengan cara yang sama seperti pemodelan MAR pada data-data sebelumnya maka masing-masing level sebesar  $j$  sesuai rumus (2.37) pada masing-masing filter (keluarga) wavelet, yaitu

- a. Haar

$$j < \log_2 [46/(2-1)+1]$$

$$j < 3,85$$

sehingga menggunakan level 1, 2, dan 3.

- b. D4

$$j < \log_2 [46/(4-1)+1]$$

$$j < 2,793$$

sehingga menggunakan level 1 dan 2.

c. C6

$$j < \log_2 [46/(6-1)+1]$$

$$j < 2,322$$

sehingga menggunakan level 1 dan 2.

Pemilihan variabel yang akan dijadikan model MAR juga sama seperti data sebelumnya, yaitu disesuaikan dengan usulan Renaud, dkk. (2003). Setelah dilakukan *stepwise* untuk mendapatkan variabel yang signifikan, kemudian residual diperiksa asumsi normalitas maupun *white-noise* yang hasilnya disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.12. Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Tuban.

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
Haar	1	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-1
			MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-1
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-Haar-1
			MAR(2)	**	**	**
	2	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-2
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(1)+Lag 2	ya	ya	Diff+MAR(1)+Lag 2-Haar-2
	3	Detrending	MAR(2)	**	**	**
			MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-Haar-3
		Differencing	MAR(2)	ya	ya	Detrend+MAR(2)-Haar-3
			MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(1)+Lag 2	ya	ya	Diff+MAR(1)+Lag 2-Haar-3
			MAR(2)	ya	ya	Diff+MAR(2)-Haar-3

Tabel 4.12. Hasil pemeriksaan residual model MAR dengan pilihan *input* sesuai usulan Renaud, dkk.(2003) atau dengan penambahan lag untuk data Tuban. (Lanjutan)

Filter	Level	Cara Stasioner	Model MAR	Pemeriksaan Residual		Sebutan
				Normalitas	White-noise	
D4	1	Detrending	MAR(1)	**	**	**
			MAR(2)	ya	tidak	-
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-D4-1
			MAR(2)	**	**	**
	2	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-D4-2
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**
C6	1	Detrending	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	ya	tidak	*
		Differencing	MAR(1)	ya	ya	Diff+MAR(1)-C6-1
			MAR(2)	**	**	**
	2	Detrending	MAR(1)	ya	ya	Detrend+MAR(1)-C6-2
			MAR(2)	**	**	**
		Differencing	MAR(1)	ya	tidak	*
			MAR(2)	**	**	**

Keterangan : \* = model tidak digunakan

\*\* = tidak ada.

Tabel 4.12 tersebut menunjukkan bahwa filter (keluarga) wavelet Haar, Daubechies 4 (D4), dan Coiflet 6 (C6) pada semua level dapat menghasilkan model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise*. Selanjutnya, masing-masing model peramalan wavelet yang telah terbentuk dan memenuhi asumsi kenormalan maupun *white-noise* dihitung nilai MSE *out sample* berdasarkan rumus (2.52). Hasil perhitungan nilai MSE *out sample* (kesalahan peramalan) seperti berikut ini :

Tabel 4.13. Hasil MSE *out sample* model peramalan wavelet yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* untuk data Tuban.

Model	Model Peramalan Wavelet	MSE <i>out sample</i>
Detrend+MAR(1)-Haar-1	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,710 w_{1,t}$	1,380E+13
Detrend+MAR(2)-Haar-1	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,769 w_{1,t} + 0,451 v_{1,t-2}$	1,050E+13
Diff+MAR(1)-Haar-1	$Z_{t+1} = Z_t + 0,371 w_{1,t} - 0,830 v_{1,t}$	1,900E+13
Detrend+MAR(1)-Haar-2	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,739 w_{1,t} + 0,554 v_{2,t}$	1,170E+13
Diff+MAR(1)+Lag 2-Haar-2	$Z_{t+1} = Z_t - 0,799 w_{2,t} - 0,600 w_{2,t-1}$	1,680E+13
Detrend+MAR(1)-Haar-3	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,710 w_{1,t}$	1,370E+13
Detrend+MAR(2)-Haar-3	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,696 w_{1,t} + 0,727 w_{3,t}$	1,670E+13
Diff+MAR(1)+Lag 2-Haar-3	$Z_{t+1} = Z_t - 0,799 w_{2,t} - 0,600 w_{2,t-1}$	1,680E+13
Diff+MAR(2)-Haar-3	$Z_{t+1} = Z_t + 0,346 w_{1,t} - 0,839 w_{2,t} - 1,244 w_{3,t}$	2,290E+13
Diff+MAR(1)-D4-1	$Z_{t+1} = Z_t - 0,980 v_{1,t}$	1,890E+13
Detrend+MAR(1)-D4-2	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) - 0,703 w_{2,t} + 0,445 v_{2,t}$	1,080E+13
Diff+MAR(1)-C6-1	$Z_{t+1} = Z_t + 0,786 v_{1,t}$	1,520E+13
Detrend+MAR(1)-C6-2	$Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,738 w_{2,t} - 0,482 v_{2,t}$	1,460E+13

Pada Tabel 4.13 dapat dilihat bahwa dari 13 model yang terbentuk diperoleh 7 model dengan cara menstasionerkan data melalui *detrending* sehingga koefisien - koefisien wavelet maupun skala adalah koefisien - koefisien hasil MODWT yang berasal dari data yang telah distasionerkan melalui *detrending*, sedangkan 6 model diperoleh dengan cara menstasionerkan data melalui *differencing* sehingga koefisien - koefisien wavelet maupun skala adalah koefisien - koefisien hasil MODWT yang berasal dari data yang telah distasionerkan melalui *differencing*.

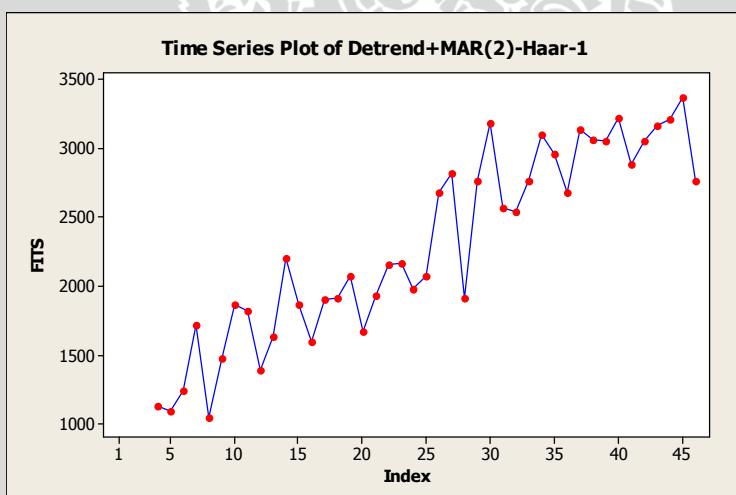
Selain itu, dapat diketahui bahwa model Detrend+MAR(2)-Haar-1 mempunyai nilai kesalahan peramalan yang terkecil, yaitu 1,050E+13. Jadi, model Detrend+MAR(2)-Haar-1 merupakan model yang terbaik untuk data Tuban.

Tabel 4.14. Pendugaan parameter model Detrend+MAR(2)-Haar-1 data Tuban

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
w <sub>1,t</sub>	0,769	3,360	0,002
v <sub>1,t-2</sub>	0,451	2,720	0,010

Sumber : Lampiran 20.

Persamaan model peramalan wavelet tersebut adalah  $Z_{t+1}=1068+48,700(t+1)+0,769w_{1,t}+0,451v_{1,t-2}$ . Dari model tersebut dapat dikatakan bahwa hasil perikanan laut di Kabupaten Tuban untuk periode ke depan dipengaruhi oleh ukuran data, koefisien wavelet saat ini, dan koefisien skala 2 periode sebelumnya.



Gambar 4.15. Plot Detrend+MAR(2)-Haar-1 data Tuban *in sample*

Pola dari model Detrend+MAR(2)-Haar-1 pada Gambar 15 tampak sama dengan pola data Tuban asli (Gambar 4.13). Sehingga dapat dikatakan bahwa model ini dapat mewakili data. Untuk menguji ketepatan model tersebut, dilakukan uji *Ljung-Box* (*Q*). Dari persamaan (2.53), diperoleh nilai  $Q=14,167$  yang lebih kecil daripada

nilai  $\chi^2_{(10)} = 18,307$ . Hal ini menunjukkan bahwa tidak ada autokorelasi di dalam model  $Z_{t+1} = 1068 + 48,700(t+1) + 0,769w_{1,t} + 0,451v_{1,t-2}$ , sehingga model ini merupakan model peramalan wavelet yang tepat.

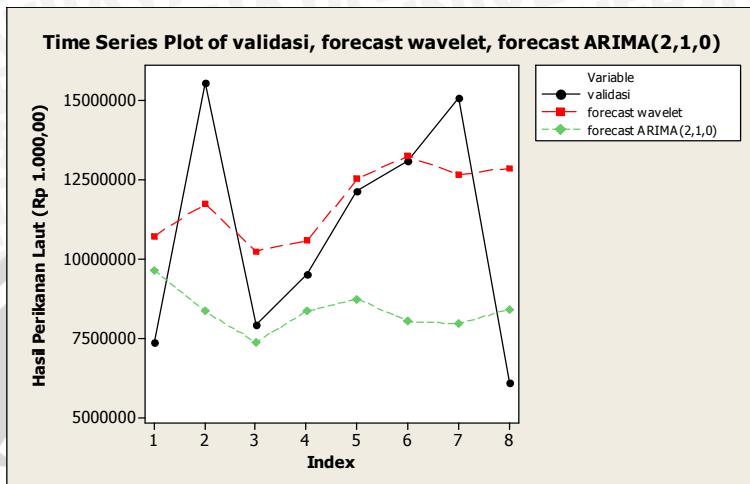
#### 4.3.4 Membandingkan Model Peramalan Wavelet dan ARIMA

Model peramalan wavelet yang terbaik selanjutnya dibandingkan dengan metode klasik ARIMA. Hasil perbandingan peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA(2,1,0) adalah sebagai berikut :

Tabel 4.15. Perbandingan peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA(2,1,0)

t	Data Validasi (out sample)	Peramalan Detrend+MAR(2)- Haar-1	Peramalan ARIMA(2,1,0)
47	7.342.020	10.693.529,130	9.641.272,781
48	15.535.680	11.726.133,630	8.340.122,038
49	7.918.420	10.237.485,590	7.362.392,165
50	9.505.230	10.558.015,800	8.336.932,564
51	12.145.230	12.508.571,200	8.724.062,354
52	13.091.138	13.242.106,040	8.017.061,529
53	15.087.923	12.638.653,830	7.949.153,814
54	6.084.132	12.861.536,140	8.393.606,271

Kesalahan peramalan (MSE *out sample*) model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dan ARIMA(2,1,0) masing-masing ialah 1,050E+13 dan 1,910E+13. Plot perbandingan hasil peramalan model wavelet Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA(2,1,0) dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 4.16. Plot perbandingan hasil peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 dengan ARIMA (2,1,0)

Dari plot tersebut dapat terlihat bahwa hasil peramalan dari model wavelet Detrend+MAR(2)-Haar-1 lebih mendekati data validasi daripada model ARIMA(2,1,0). Hal ini juga didukung oleh kesalahan peramalan model Detrend+MAR(2)-Haar-1 yang lebih kecil daripada model ARIMA(2,1,0). Sehingga disimpulkan hasil peramalan dari pemodelan MAR dengan dekomposisi MODWT lebih baik daripada hasil peramalan dari model ARIMA untuk data Tuban.

#### 4.4 Pembahasan Hasil Pengujian

Dari ketiga data deret waktu non stasioner, diperoleh hasil pengujian yaitu model peramalan terbaik dari data hasil surat obligasi (data Bonds) ditunjukkan oleh model wavelet Diff+MAR(1)+lag5-Haar-4, yaitu data Bonds yang distasionerkan secara *differencing* yang didekomposisi MODWT dan dimodelkan MAR orde 1 dengan filter (keluarga) wavelet Haar level 4. Model peramalan terbaik dari data simulasi ditunjukkan oleh model ARIMA(0,1,3). Sedangkan model peramalan terbaik dari data hasil pendapatan perikanan laut (data Tuban) ditunjukkan oleh model wavelet Detrend+MAR(2)-Haar-1, yaitu data Bonds yang distasionerkan secara *detrending* yang didekomposisi MODWT dan dimodelkan MAR orde 2 dengan filter (keluarga) wavelet Haar level 1.

Pada data Bonds, filter (keluarga) wavelet Haar, D4, dan C6 dapat menghasilkan model peramalan yang lebih baik daripada ARIMA. Hal ini dapat diketahui dari Tabel 4.3 yang menunjukkan nilai kesalahan peramalan pada semua model wavelet yang lebih kecil daripada nilai kesalahan peramalan ARIMA. Begitu pula pada data Tuban, ketiga keluarga wavelet dapat menghasilkan model peramalan yang lebih baik daripada ARIMA, yaitu hampir semua model peramalan wavelet mempunyai nilai kesalahan peramalan yang lebih kecil daripada ARIMA. Sedangkan pada data simulasi, tidak terbentuk model wavelet yang menghasilkan peramalan lebih baik daripada model klasik ARIMA. Hal ini disebabkan fluktiasi data yang rendah dan mempunyai pola yang jelas (dalam kasus ini membentuk pola linier). Akan tetapi, pada data yang berfluktasi cukup tinggi dan membentuk pola yang tidak teratur, hampir semua model wavelet yang memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* memberikan hasil peramalan lebih baik daripada model ARIMA. Dari ketiga keluarga wavelet, peramalan terbaik masih dihasilkan oleh Haar wavelet.

#### 4.5 Peramalan pada Data Real

Pada penelitian ini digunakan dua data real, yaitu data Bonds ( $n=125$ ) dan data Tuban ( $n=54$ ). Dari hasil pengujian sebelumnya, menunjukkan bahwa peramalan dengan transformasi wavelet lebih tepat digunakan pada kedua data deret waktu tersebut. Oleh karena itu, peramalan akan dilakukan untuk 10 (sepuluh) periode ke depan menggunakan transformasi wavelet.

Seperti penjelasan sebelumnya, kedua data yang telah stasioner didekomposisi dahulu dengan metode MODWT (dapat dilihat di Lampiran 21). Pada data Bonds, variabel *input* untuk pemodelan MAR(2) pada level 4 disesuaikan usulan Renaud, dkk (2003) seperti ilustrasi pada Gambar 2.4, yaitu  $w_{1,t}$ ,  $w_{2,t}$ ,  $w_{3,t}$ ,  $w_{4,t}$ ,  $w_{1,t-2}$ ,  $w_{2,t-4}$ ,  $w_{3,t-8}$ , dan  $w_{4,t-16}$  sebagai koefisien wavelet, serta  $v_{4,t}$  dan  $v_{4,t-16}$  sebagai koefisien skala. Sedangkan variabel *input* untuk pemodelan MAR(2) level 1 pada data Tuban sesuai usulan Renaud, dkk (2003) adalah koefisien wavelet  $w_{1,t}$  dan  $w_{1,t-2}$ , serta koefisien skala  $v_{1,t}$  dan  $v_{1,t-2}$ .

Selanjutnya, dilakukan metode *stepwise* untuk memperoleh variabel yang tepat, sehingga dapat dilakukan pemodelan MAR menurut rumus (2.46) seperti terlihat pada Lampiran 23 dan 24.

Setelah dilakukan pemeriksaan residual, model MAR dari kedua data terbukti telah memenuhi asumsi normalitas dan *white-noise* (di Lampiran 25 dan 26).

Hasil pendugaan parameter model MAR(2) data Bonds adalah sebagai berikut :

Tabel 4.16. Pendugaan parameter model wavelet data Bonds (n=125)

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
w <sub>1,t</sub>	0,354	2,420	0,017

Sumber : Lampiran 23.

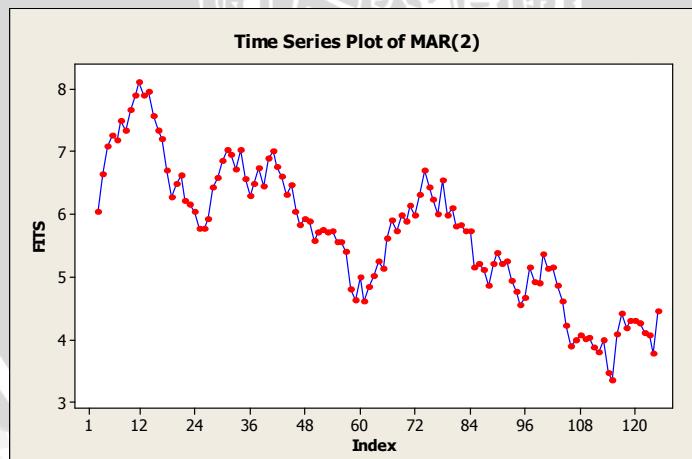
Dari Tabel 4.16, model MAR dapat dituliskan

$$\tilde{Z}_{t+1} = 0,354 w_{1,t}$$

maka apabila dibentuk model peramalan wavelet untuk data Bonds (n=125), yaitu

$$\hat{Z}_{t+1} = Z_t + 0,354 w_{1,t},$$

sehingga dapat dikatakan bahwa hasil penjualan surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat untuk periode berikutnya (satu bulan ke depan) dipengaruhi oleh penjualan surat obligasi dan koefisien wavelet saat ini (bulan ini). Setiap kenaikan 1 koefisien wavelet ( $w_1$ ) dapat terjadi kenaikan sebesar 0,354 terhadap hasil penjualan surat obligasi bulan depan. Model wavelet tersebut dapat digambarkan dalam grafik seperti pada Gambar 4.17.



Gambar 4.17. Plot model MAR(2) level 4 data Bonds

Gambar 4.17 tersebut menunjukkan bahwa model  $\hat{Z}_{t+1} = Z_t + 0,354w_{1,t}$  dapat mewakili data Bonds karena mempunyai pola yang sama dengan pola data Bonds yang sebenarnya. Plot data asli Bonds dapat dilihat pada Lampiran 27.

Untuk menguji kelayakan model tersebut maka dilakukan uji *Ljung-Box (Q)* dengan menerapkan rumus (2.53). Nilai Q diperoleh sebesar 41,25 yang lebih kecil dibandingkan  $\chi^2_{(30)} = 43,77$ . Hal ini menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi di dalam model, sehingga model  $\hat{Z}_{t+1} = Z_t + 0,354w_{1,t}$  tepat digunakan sebagai model peramalan. Hasil peramalan sepuluh periode ke depan untuk data Bonds ( $\hat{Z}_{126}$  sampai dengan  $\hat{Z}_{136}$ ) ditampilkan pada tabel di bawah ini :

Tabel 4.17. Hasil peramalan data Bonds

t	$\hat{Z}_t$ (dalam persen pertahun)
126	4.677
127	4.606
128	4.597
129	4.608
130	4.612
131	4.610
132	4.609
133	4.610
134	4.610
135	4.610

Misal, pada periode (t) ke 126, dapat diinterpretasikan bahwa pada Bulan Juni 2004 hasil penjualan surat obligasi pemerintah Amerika Serikat diperkirakan 4,677 % pertahun.

Sedangkan hasil pendugaan parameter model MAR(2) data Tuban adalah sebagai berikut :

Tabel 4.18. Pendugaan parameter model wavelet data Tuban (n=54)

Parameter	Koefisien	t-hitung	P-value
w <sub>1,t</sub>	0,554	2,470	0,017
v <sub>1,t-2</sub>	0,446	2,790	0,008

Sumber : Lampiran 24.

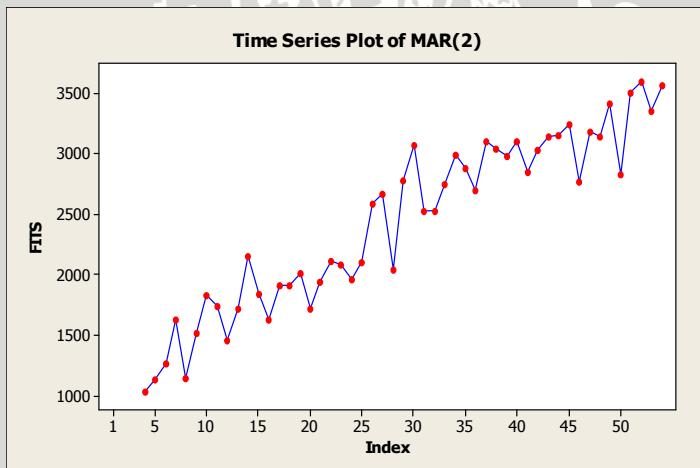
Berdasarkan hasil pendugaan di atas, MAR dapat dimodelkan

$$\tilde{Z}_{t+1} = 0,554w_{1,t} + 0,446v_{1,t-2},$$

sehingga model peramalan wavelet untuk data Tuban (n=54), yaitu

$$\hat{Z}_{t+1} = 1138 + 44,700(t+1) + 0,554 w_{1,t} + 0,446 v_{1,t-2}.$$

Dari model tersebut dapat dikatakan bahwa hasil perikanan laut periode ke depan dipengaruhi oleh ukuran data, koefisien wavelet saat ini, dan koefisien skala 2 periode (kuartal) sebelumnya. Model wavelet ini dapat diplotkan menjadi grafik seperti Gambar 4.18 di bawah ini :



Gambar 4.18. Plot model MAR(2) level 1 data Tuban

Plot data asli Tuban dapat dilihat pada Lampiran 27. Pada Gambar 4.18 terlihat bahwa pola model  $\hat{Z}_{t+1} = 1138 + 44,700(t+1) + 0,554w_{1,t} + 0,446v_{1,t-2}$  sama dengan pola data asli Tuban. Sehingga model tersebut dapat mewakili dan sesuai dengan data Tuban yang sebenarnya.

Tabel 4.19. Hasil peramalan data Tuban

t	$\hat{Z}_t$ (dalam ribuan rupiah)
55	10.507.972
56	15.699.059
57	13.803.364
58	11.081.652
59	13.311.042
60	15.794.098
61	14.895.662
62	14.043.383
63	15.341.367
64	16.536.524

Dengan menerapkan persamaan (2.53), uji kelayakan model *Ljung-Box* (*Q*) menghasilkan nilai *Q* yang lebih kecil daripada nilai  $\chi^2_{(12)}$  ( $8,57 < 21,03$ ) pada taraf nyata 5%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model tersebut tepat dan layak digunakan untuk peramalan data Tuban. Hasil peramalan sepuluh periode ke depan untuk data Tuban ( $\hat{Z}_{55}$  sampai dengan  $\hat{Z}_{64}$ ) dapat dilihat pada Tabel 4.19. Misalkan pada periode ke-55, dapat dikatakan bahwa perkiraan hasil produksi perikanan laut Kabupaten Tuban pada tahun 2006 kuartal I 10.507.972.000 rupiah.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Kesimpulan dari penelitian ini, yaitu :

1. Berdasarkan hasil pengujian, model peramalan wavelet yang dibentuk dengan menggunakan filter (keluarga) wavelet Haar, Daubechies (4), dan Coiflet (6) pada data deret waktu yang mempunyai pola tidak teratur, dapat menghasilkan peramalan yang lebih baik daripada model ARIMA.
2. Model peramalan wavelet untuk data bulanan hasil penjualan surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat (persen pertahun) ialah

$$\hat{Z}_{t+1} = Z_t + 0,354w_{1,t},$$

di mana  $w_{1,t}$  merupakan koefisien wavelet hasil penguraian (dekomposisi) MODWT dengan filter wavelet Haar level 4 dari data yang telah distasionerkan secara *differencing*. Sedangkan model peramalan wavelet untuk data kuartal hasil produksi perikanan laut (Rp.1.000,00) di Kabupaten Tuban adalah

$$\hat{Z}_{t+1} = 1138 + 44,7(t+1) + 0,554 w_{1,t} + 0,446 v_{1,t-2},$$

di mana  $w_{1,t}$  dan  $v_{1,t-2}$  merupakan koefisien wavelet dan koefisien skala hasil dekomposisi MODWT dengan filter wavelet Haar level 1 dari data yang telah distasionerkan secara *detrending*.

#### 5.2 Saran

1. Sebaiknya dilakukan pemeriksaan secara visual pengaruh level yang berbeda-beda pada pemodelan MAR.
2. Pengujian terhadap filter (keluarga) wavelet dianjurkan pula untuk mengetahui keunggulan masing-masing keluarga wavelet.
3. Untuk penelitian selanjutnya, metode MODWT dapat dikembangkan untuk pemodelan MAR yang berorde lebih dari 2.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR PUSTAKA

- Abramovich, F., T.C. Bailey, & T. Sapatinas. 2000. *Wavelet Analysis and Its Statistical Applications*. The Statistician, 49, Halaman 1-29.
- Anonymous. 2006. [web.thu.edu.tw/wenwei/www/Courses/linmodel-ch4.1.doc](http://web.thu.edu.tw/wenwei/www/Courses/linmodel-ch4.1.doc). Tanggal akses: 25 November 2010.
- Cryer, J.D. 2008. *Time Series Analysis*. University of IOWA, PWS KENT Publishing Company, Boston.
- Damayanti, I. 2008. *Metode Wavelet untuk Peramalan Time Series yang Non Stasioner*. Tesis Magister Statistika, Jurusan Statistika, ITS, Surabaya (tidak dipublikasikan).
- Daubechies, I. 1992. *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- Effendi, A. 2006. *Pengantar Analisis Regresi*. Universitas Brawijaya, Malang.
- Gujarati, D. 1995. *Basic Econometrics*. Edisi Ketiga. Alih Bahasa : Sumarno Zain. Erlangga, Jakarta.
- Hanke, J.E., D.W. Wichern, & A.G. Reitsch. 2003. *Peramalan Bisnis*. Edisi Ketujuh. Alih Bahasa : Devy Anantanur. PT. Prenhallindo, Jakarta.
- Ispriyanti, D. 2004. *Pemodelan Statistika dengan Transformasi Box-Cox*. [http://eprints.undip.ac.id/2239/1/2\\_box\\_cox\\_Dwi-Ispriyanti.pdf](http://eprints.undip.ac.id/2239/1/2_box_cox_Dwi-Ispriyanti.pdf). Tanggal Akses: 14 Desember 2010.
- Makridakis, S., S.C. Wheelwright, & V.E. McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Erlangga, Jakarta.
- Percival, D.B., & A.T. Walden. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.

Popoola, A. 2007. *Fuzzy-Wavelet Method for Time Series Analysis*. Submitted for the Degree of Doctor of Philosophy from the University of Surrey, England.

Prasetyo, M.D. 2009. *Penerapan Metode Wavelet pada Model Multiskala Autoregresi untuk Peramalan Time Series yang Musiman*. Skripsi Sarjana Statistika, Jurusan Statistika, ITS, Surabaya (tidak dipublikasikan).

Renaud, O., J.L. Stark, & F. Murtagh. 2003. *Prediction Based on a Multiscale Decomposition*. Int. Journal of wavelets, Multiresolution and Information Processing, Vol. 1, No. 2, Pages 217-232.

Renaud, O., J.L. Stark, & F. Murtagh. 2002. *Wavelet Based Forecasting of Short and Long Memory Time Series*. Departement d'économétrie, Geneve.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. ITB, Bandung.

Shumway, R.H. & D.S. Stoffer. 2005. *Time Series Analysis and Its Applications with R Example*. Springer, United State of America.

Siluyele, I.J. 2005. *Application of Wavelet Analysis to Time Series Data*. AIMS, South Africa.

Suparti, Tarno, & Y. Haryono. 2008. Pemilihan Parameter Threshold Optimal dalam Estimator Regresi Wavelet Thresholding dengan Prosedur False Discovery Rate (FDR). *Jurnal Media Statistika*, Vol. 1, No. 1, Halaman 1-9.

Wahjudi, D. 2008. Power dari Uji Kenormalan Data. <http://fportfolio.petra.ac.id/userfiles/93015/Power%20Dari-%20Uji%20Kenormalan%20Data.pdf>. Tanggal akses: 20 September 2010.

Wei, W.W.S. 1994. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company Inc., United State of America.

**Lampiran 1. Data Bulanan Hasil Surat Obligasi Pemerintah Amerika Serikat (dalam persen pertahun) Bulan Januari 1994 – Mei 2004**

Periode (t)	Bulan	Z <sub>t</sub> (dalam persen pertahun)
1	Januari, 1994	5,830
2	Februari, 1994	6,060
3	Maret, 1994	6,580
4	April, 1994	7,090
5	Mei, 1994	7,310
6	Juni, 1994	7,230
7	Juli, 1994	7,430
8	Agustus, 1994	7,370
9	September, 1994	7,600
10	Oktober, 1994	7,890
11	Nopember, 1994	8,120
12	Desember, 1994	7,960
13	Januari, 1995	7,930
14	Februari, 1995	7,610
15	Maret, 1995	7,330
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
121	Januari, 2004	4,130
122	Februari, 2004	4,060
123	Maret, 2004	3,810
124	April, 1994	4,320
125	Mei, 2004	4,700

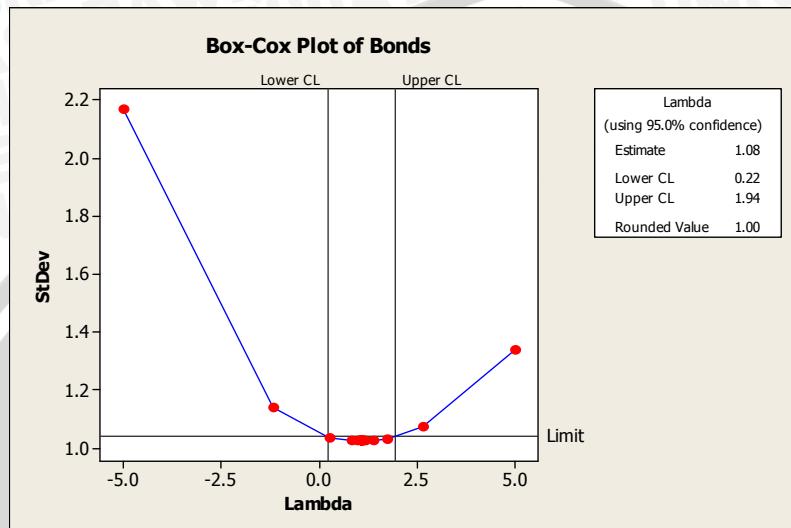
## Lampiran 2. Data Simulasi

t	Z <sub>t</sub>
1	13,396
2	18,406
3	23,465
4	22,683
5	20,105
6	18,034
7	23,255
8	27,200
9	28,734
10	20,801
11	18,213
12	18,259
13	13,207
14	22,287
15	25,487
.	.
.	.
.	.
.	.
.	.
.	.
196	138,165
197	141,243
198	134,525
199	133,485
200	131,689

**Lampiran 3. Data kuartal nilai produksi perikanan laut (dalam ribuan rupiah) di Kabupaten Tuban pada Tahun 1992 Kuartal III - Tahun 2005 Kuartal IV**

Periode (t)	Tahun	Z <sub>t</sub> (dalam ribuan rupiah)
1	1992, Kuartal III	725,117
2	1992, Kuartal IV	852,511
3	1993, Kuartal I	1.118,696
4	1993, Kuartal II	1.010,092
5	1993, Kuartal III	975,649
6	1993, Kuartal IV	2.020,403
7	1994, Kuartal I	1.336,103
8	1994, Kuartal II	1.106,357
9	1994, Kuartal III	1.628,528
10	1994, Kuartal IV	2.476,438
11	1995, Kuartal I	1.964,501
12	1995, Kuartal II	1.209,531
13	1995, Kuartal III	1.683,875
14	1995, Kuartal IV	1.957,074
15	1996, Kuartal I	1.606,646
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
50	2004, Kuartal IV	9.505.230,000
51	2005, Kuartal I	12.145.230,000
52	2005, Kuartal II	13.091.138,000
53	2005, Kuartal III	15.087.923,000
54	2005, Kuartal IV	6.084.132,000

#### Lampiran 4. Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Bonds



## Lampiran 5. Augmented Dickey-Fuller Test Data Bonds

### a. Data Asli

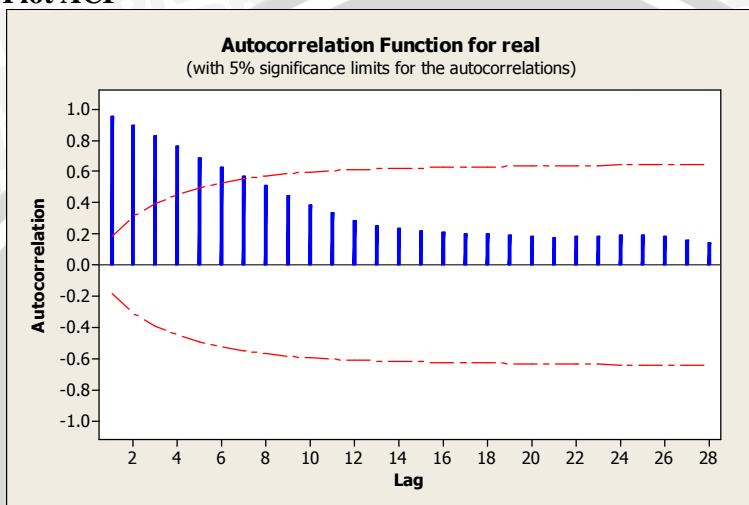
ADF Test Statistic	-0.780645	1% Critical Value*	-3.4900	
		5% Critical Value	-2.8874	
		10% Critical Value	-2.5804	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(BONDS) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 22:00 Sample(adjusted): 3 113 Included observations: 111 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BONDS(-1)	-0.017495	0.022411	-0.780645	0.4367
D(BONDS(-1))	0.281939	0.094693	2.977390	0.0036
C	0.084911	0.133619	0.635472	0.5265
R-squared	0.076242	Mean dependent var	-0.022523	
Adjusted R-squared	0.059136	S.D. dependent var	0.239516	
S.E. of regression	0.232327	Akaike info criterion	-0.054691	
Sum squared resid	5.829368	Schwarz criterion	0.018540	
Log likelihood	6.035325	F-statistic	4.456877	
Durbin-Watson stat	1.970355	Prob(F-statistic)	0.013808	

### b. Data setelah differensi satu kali

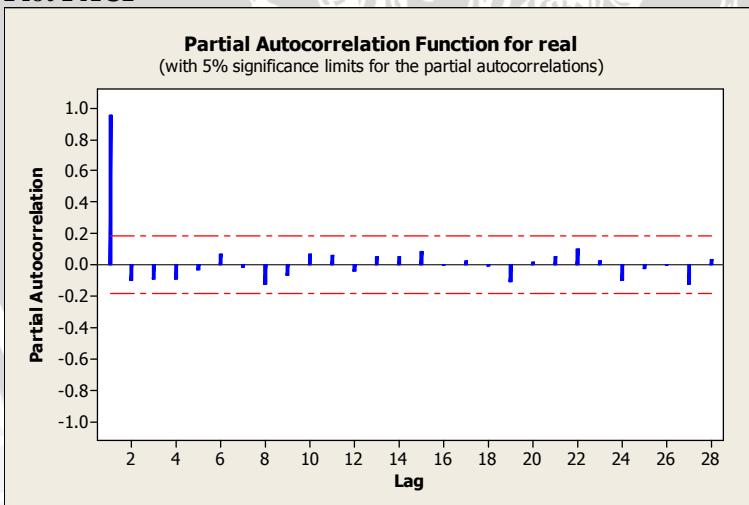
ADF Test Statistic	-6.582397	1% Critical Value*	-3.4906	
		5% Critical Value	-2.8877	
		10% Critical Value	-2.5805	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(BONDS,2) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 22:01 Sample(adjusted): 4 113 Included observations: 110 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(BONDS(-1))	-0.758243	0.115193	-6.582397	0.0000
D(BONDS(-1),2)	0.009704	0.095838	0.101253	0.9195
C	-0.022788	0.021980	-1.036765	0.3022
R-squared	0.382611	Mean dependent var	-0.008182	
Adjusted R-squared	0.371071	S.D. dependent var	0.289255	
S.E. of regression	0.229393	Akaike info criterion	-0.079862	
Sum squared resid	5.630486	Schwarz criterion	-0.006213	
Log likelihood	7.392417	F-statistic	33.15526	
Durbin-Watson stat	2.009726	Prob(F-statistic)	0.000000	

## Lampiran 6. Plot ACF dan PACF Data Bonds yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata

### a. Plot ACF



### b. Plot PACF



## Lampiran 7. Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Bonds

### a. ARIMA(1,1,0)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters
0	6.13884	0.100
1	5.95090	0.250
2	5.94681	0.274
3	5.94680	0.276
4	5.94680	0.276

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	0.2757	0.0923	2.99	0.003

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.94308 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05354 DF = 111

### b. ARIMA(0,1,1)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters
0	6.83969	0.100
1	6.26525	-0.050
2	5.98532	-0.200
3	5.93954	-0.283
4	5.93932	-0.289
5	5.93932	-0.289
6	5.93932	-0.289

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	-0.2892	0.0927	-3.12	0.002

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.93819 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05350 DF = 111

## Lampiran 7. (Lanjutan)

### c. ARIMA(0,1,2)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	7.08552	0.100	0.100
1	6.40292	-0.050	0.110
2	6.00825	-0.200	0.058
3	5.94074	-0.293	-0.014
4	5.93945	-0.287	0.004
5	5.93933	-0.290	-0.001
6	5.93932	-0.289	0.000
7	5.93932	-0.289	-0.000
8	5.93932	-0.289	-0.000
9	5.93932	-0.289	-0.000
10	5.93932	-0.289	-0.000
11	5.93932	-0.289	-0.000

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	-0.2892	0.0969	-2.99	0.003
MA 2	-0.0002	0.0971	-0.00	0.998

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.93819 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05398 DF = 110

### d. ARIMA(0,1,3)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters		
0	7.39382	0.100	0.100	0.100
1	6.59726	-0.050	0.133	0.069
2	6.07966	-0.200	0.098	0.023
3	5.87715	-0.283	-0.009	-0.062
4	5.83183	-0.271	-0.045	-0.125
5	5.81522	-0.254	-0.062	-0.160
6	5.80925	-0.246	-0.073	-0.181
7	5.80721	-0.241	-0.079	-0.193
8	5.80653	-0.238	-0.083	-0.200
9	5.80631	-0.237	-0.085	-0.204
10	5.80624	-0.236	-0.086	-0.206
11	5.80622	-0.235	-0.087	-0.208
12	5.80621	-0.235	-0.088	-0.208
13	5.80621	-0.235	-0.088	-0.209
14	5.80621	-0.235	-0.088	-0.209
15	5.80621	-0.235	-0.088	-0.209

## Lampiran 7. (Lanjutan)

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE	Coef	T	P
MA 1	-0.2348	0.0946	-2.48	0.015	
MA 2	-0.0879	0.0970	-0.91	0.367	
MA 3	-0.2092	0.0950	-2.20	0.030	

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.78546 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05308 DF = 109

### e. ARIMA(0,1,4)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	7.58467	0.100	0.100	0.100	0.100
1	6.79165	-0.050	0.137	0.036	0.152
2	6.19324	-0.200	0.081	-0.008	0.106
3	5.83472	-0.238	0.016	-0.095	-0.034
4	5.72292	-0.279	-0.053	-0.148	-0.103
5	5.68873	-0.298	-0.087	-0.188	-0.148
6	5.68026	-0.311	-0.106	-0.207	-0.169
7	5.67841	-0.317	-0.115	-0.215	-0.180
8	5.67805	-0.320	-0.118	-0.219	-0.185
9	5.67798	-0.321	-0.120	-0.220	-0.187
10	5.67796	-0.322	-0.120	-0.221	-0.188
11	5.67796	-0.322	-0.121	-0.221	-0.189
12	5.67796	-0.322	-0.121	-0.221	-0.189
13	5.67796	-0.322	-0.121	-0.221	-0.189

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE	Coef	T	P
MA 1	-0.3223	0.0955	-3.38	0.001	
MA 2	-0.1209	0.0978	-1.24	0.219	
MA 3	-0.2213	0.0978	-2.26	0.026	
MA 4	-0.1889	0.0963	-1.96	0.052	

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.63041 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05213 DF = 108

## Lampiran 7. (Lanjutan)

### f. ARIMA(0,1,5)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters				
0	7.48923	0.100	0.100	0.100	0.100	0.100
1	6.44462	-0.050	0.106	0.044	0.108	0.197
2	5.77954	-0.200	0.040	-0.025	0.088	0.324
3	5.52697	-0.248	-0.060	-0.114	0.015	0.356
4	5.45945	-0.260	-0.100	-0.159	-0.058	0.322
5	5.45094	-0.275	-0.115	-0.176	-0.083	0.302
6	5.44998	-0.279	-0.117	-0.179	-0.089	0.293
7	5.44977	-0.280	-0.117	-0.180	-0.091	0.289
8	5.44971	-0.281	-0.116	-0.180	-0.091	0.287
9	5.44969	-0.281	-0.116	-0.180	-0.091	0.285
10	5.44968	-0.281	-0.116	-0.180	-0.092	0.285
11	5.44968	-0.281	-0.116	-0.180	-0.092	0.284
12	5.44968	-0.281	-0.116	-0.180	-0.092	0.284

Relative change in each estimate less than 0.0010

### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	-0.2806	0.0940	-2.99	0.004
MA 2	-0.1159	0.0973	-1.19	0.236
MA 3	-0.1803	0.0964	-1.87	0.064
MA 4	-0.0915	0.0979	-0.93	0.352
MA 5	0.2839	0.0948	2.99	0.003

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.40157 (backforecasts excluded)  
MS = 0.05048 DF = 107

## Lampiran 8. Hasil Dekomposisi MODWT dengan Filter Haar Level 4 pada Data Bonds yang Distasionerkan secara *Differencing*

```
> ZtT.haar<-modwt(ts(dif), filter="haar", n.Levels=4, boundary="periodic")
> ZtT.haar
An object of class "modwt"
Slot "W":
$w1
      [,1]
[1,] 3.050000e-01
[2,] 1.450000e-01
...dst.

$w2
      [,1]
[1,] -4.750000e-02
[2,] 2.450000e-01
...dst.

$w3
      [,1]
[1,] -1.250000e-02
[2,] 9.625000e-02
...dst.

$w4
      [,1]
[1,] 0.054375
[2,] 0.094375
...dst.

Slot "V":
$v1
      [,1]
[1,] -7.500000e-02
[2,] 3.750000e-01
...dst.

$v2
      [,1]
[1,] -2.750000e-02
[2,] 1.300000e-01
...dst.

$V3
      [,1]
[1,] -1.500000e-02
[2,] 3.375000e-02
...dst.

$V4
      [,1]
[1,] -0.069375
[2,] -0.060625
...dst.
```

## Lampiran 9. Stepwise dan Pemodelan MAR(1) Haar Level 4 pada Data Bonds setelah Differencing

Stepwise Regression: bondsdif versus w1(t), w2(t), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is bondsdif on 5 predictors, with N = 111  
N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 112

Step	1	2
No constant		
w4(t)	0.66	0.65
T-Value	2.44	2.42
P-Value	0.016	0.017
w1(t)		0.31
T-Value		2.04
P-Value		0.044
S	0.234	0.231
Mallows Cp	5.9	3.6

Regression Analysis: bondsdif versus w1(t), w4(t)

The regression equation is  
bondsdif = 0.309 w1(t) + 0.645 w4(t)

111 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t)	0.3094	0.1515	2.04	0.044
w4(t)	0.6454	0.2665	2.42	0.017

S = 0.231029

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.54899	0.27450	5.14	0.007
Residual Error	109	5.81781	0.05337		
Total	111	6.36680			

Source	DF	Seq SS
w1(t)	1	0.23594
w4(t)	1	0.31305

## Lampiran 10. Stepwise dan Pemodelan MAR(1)+Lag 5 Haar Level 4 pada Data Bonds setelah *Differencing*

Stepwise Regression: bondsdif versus w1(t), w2(t), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is bondsdif on 10 predictors, with N = 107  
N(cases with missing observations) = 5 N(all cases) = 112

Step                    1                    2  
No constant

v4(t-4)	-0.84	-0.94
T-Value	-2.56	-2.89
P-Value	0.012	0.005

w2(t-4)	-0.38
T-Value	-2.12
P-Value	0.036

S                    0.227            0.223

Regression Analysis: bondsdif versus w2(t-4), v4(t-4)

The regression equation is  
bondsadf = - 0.376 w2(t-4) - 0.944 v4(t-4)

107 cases used, 5 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w2(t-4)	-0.3759	0.1769	-2.12	0.036
v4(t-4)	-0.9441	0.3271	-2.89	0.005

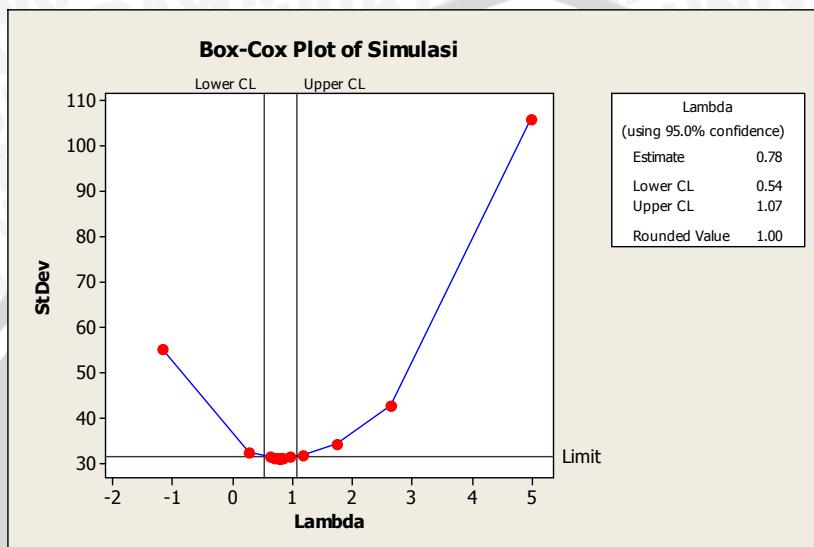
S = 0.222965

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	0.56160	0.28080	5.65	0.005
Residual Error	105	5.21990	0.04971		
Total	107	5.78150			

Source	DF	Seq SS
w2(t-5)	1	0.14748
v4(t-5)	1	0.41412

## Lampiran 11. Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Simulasi



## Lampiran 12. Augmented Dickey-Fuller Test Data Simulasi

### a. Data Asli

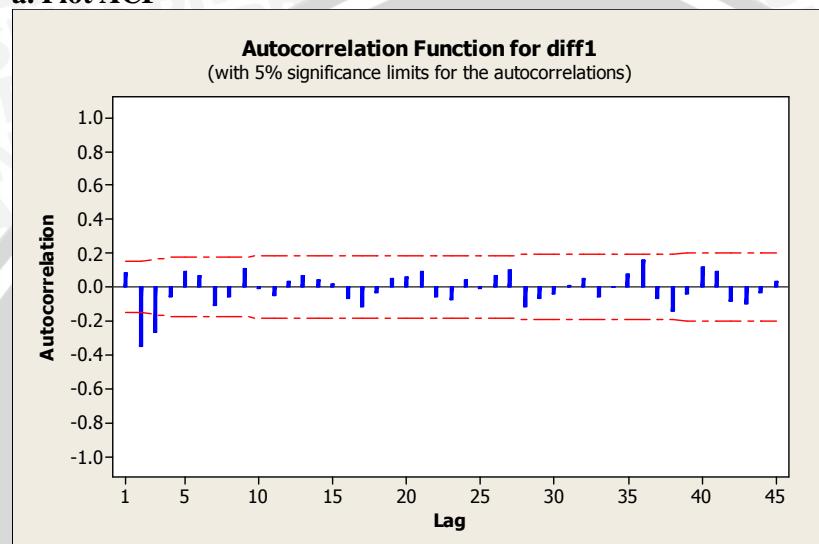
ADF Test Statistic	-1.237803	1% Critical Value*	-3.4682	
		5% Critical Value	-2.8777	
		10% Critical Value	-2.5753	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SIMULASI) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 21:55 Sample(adjusted): 3 180 Included observations: 178 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SIMULASI(-1)	-0.013818	0.011163	-1.237803	0.2174
D(SIMULASI(-1))	0.091207	0.075076	1.214863	0.2261
C	1.467926	0.857408	1.712051	0.0887
R-squared	0.015974	Mean dependent var	0.548972	
Adjusted R-squared	0.004728	S.D. dependent var	4.612873	
S.E. of regression	4.601955	Akaike info criterion	5.907550	
Sum squared resid	3706.149	Schwarz criterion	5.961175	
Log likelihood	-522.7719	F-statistic	1.420407	
Durbin-Watson stat	1.936195	Prob(F-statistic)	0.244387	

### b. Data setelah diferensi satu kali

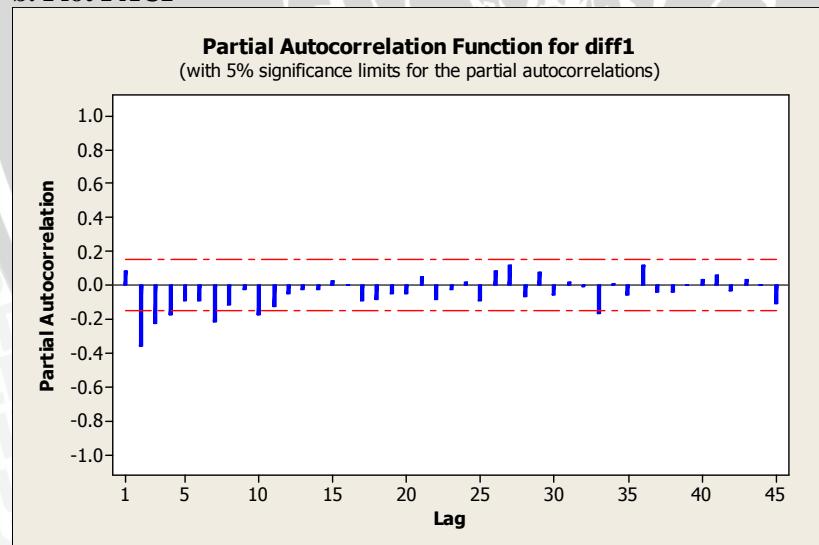
ADF Test Statistic	-13.13105	1% Critical Value*	-3.4684	
		5% Critical Value	-2.8778	
		10% Critical Value	-2.5754	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SIMULASI,2) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 21:56 Sample(adjusted): 4 180 Included observations: 177 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(SIMULASI(-1))	-1.259040	0.095883	-13.13105	0.0000
D(SIMULASI(-1),2)	0.368737	0.070812	5.207286	0.0000
C	0.696364	0.328509	2.119772	0.0354
R-squared	0.532728	Mean dependent var	-0.047638	
Adjusted R-squared	0.527357	S.D. dependent var	6.256914	
S.E. of regression	4.301566	Akaike info criterion	5.772639	
Sum squared resid	3219.603	Schwarz criterion	5.826472	
Log likelihood	-507.8786	F-statistic	99.18723	
Durbin-Watson stat	2.169651	Prob(F-statistic)	0.000000	

## Lampiran 13. Plot ACF dan PACF Data Simulasi yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata

### a. Plot ACF



### b. Plot PACF



## Lampiran 14. Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Simulasi

### a. ARIMA(0,1,1)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	3862.27	0.100	0.674
1	3787.48	0.002	0.587
2	3742.29	-0.079	0.574
3	3721.97	-0.136	0.573
4	3715.22	-0.169	0.574
5	3713.42	-0.187	0.575
6	3713.00	-0.195	0.575
7	3712.90	-0.199	0.575
8	3712.88	-0.201	0.575
9	3712.88	-0.202	0.575
10	3712.88	-0.202	0.575
11	3712.88	-0.202	0.575

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	-0.2024	0.0736	-2.75	0.007
Constant	0.5750	0.4116	1.40	0.164

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 180, after differencing 179

Residuals: SS = 3712.38 (backforecasts excluded)  
MS = 20.97 DF = 177

### b. ARIMA(0,1,2)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	3593.15	0.100	0.100	0.674	
1	3293.05	0.043	0.250	0.629	
2	3127.45	0.050	0.400	0.589	
3	2947.07	0.171	0.514	0.579	
4	2751.28	0.286	0.611	0.591	
5	2654.85	0.335	0.645	0.595	
6	2653.91	0.337	0.644	0.595	

### Lampiran 14. (Lanjutan)

7	2653.55	0.346	0.637	0.596
8	2653.27	0.350	0.632	0.597
9	2653.05	0.350	0.631	0.596
10	2652.99	0.351	0.630	0.595
11	2652.97	0.351	0.630	0.595

Unable to reduce sum of squares any further

#### Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	0.3512	0.0599	5.87	0.000
MA 2	0.6297	0.0617	10.20	0.000
Constant	0.59513	0.01729	34.43	0.000

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 180, after differencing 179

Residuals: SS = 2640.53 (backforecasts excluded)  
MS = 15.00 DF = 176

### c. ARIMA(0,1,3)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	3415.06	0.100	0.100	0.100	0.674
1	3034.00	0.085	0.250	0.179	0.612
2	2735.67	0.115	0.400	0.265	0.589
3	2590.86	0.150	0.475	0.298	0.594
4	2552.93	0.162	0.494	0.304	0.595
5	2533.99	0.170	0.506	0.304	0.595
6	2525.02	0.202	0.524	0.253	0.595
7	2524.98	0.204	0.523	0.254	0.595
8	2524.82	0.203	0.523	0.254	0.595
9	2524.82	0.203	0.523	0.254	0.595

Relative change in each estimate less than 0.0010

## Lampiran 14. (Lanjutan)

### Final Estimates of Parameters

Type		Coef	SE Coef	T	P
MA	1	0.2033	0.0759	2.68	0.008
MA	2	0.5227	0.0722	7.24	0.000
MA	3	0.2538	0.0763	3.32	0.001
Constant		0.59522	0.01710	34.80	0.000

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 180, after differencing 179

Residuals: SS = 2513.82 (backforecasts excluded)  
MS = 14.36 DF = 175



## Lampiran 15. Stepwise dan Pemodelan MAR(1) Haar Level 1 pada Data Simulasi setelah *Detrending*

### Stepwise Regression: RESI1 versus w1(t), v1(t)

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is RESI1 on 2 predictors, with N = 179  
N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 180

Step	1	2
No constant		
w1(t)	1.17	1.17
T-Value	9.11	9.77
P-Value	0.000	0.000
v1(t)	0.340	
T-Value	5.13	
P-Value	0.000	
S	3.94	3.69
Mallows Cp	26.3	2.0

### Regression Analysis: RESI1 versus w1(t), v1(t)

The regression equation is  
RESI1 = 1.17 w1(t) + 0.340 v1(t)

179 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t)	1.1719	0.1200	9.77	0.000
v1(t)	0.34019	0.06635	5.13	0.000

S = 3.68962

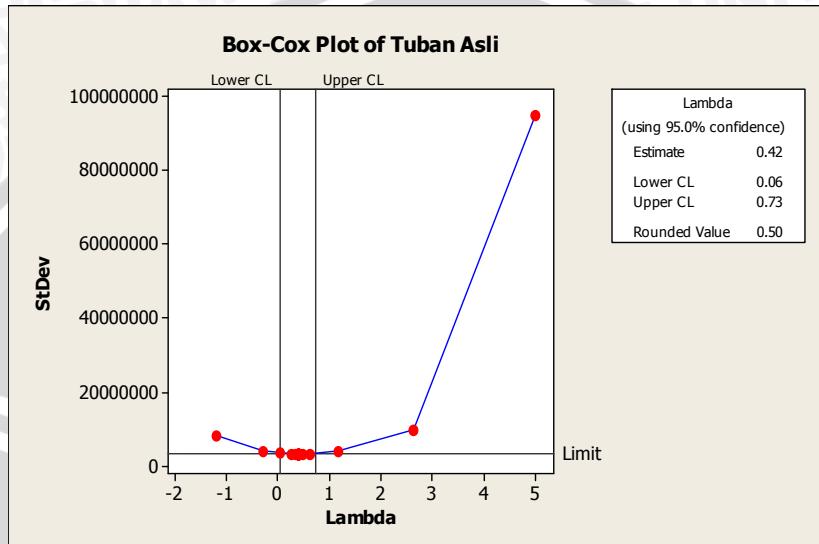
### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	1648.45	824.22	60.55	0.000
Residual Error	177	2409.55	13.61		
Total	179	4057.99			

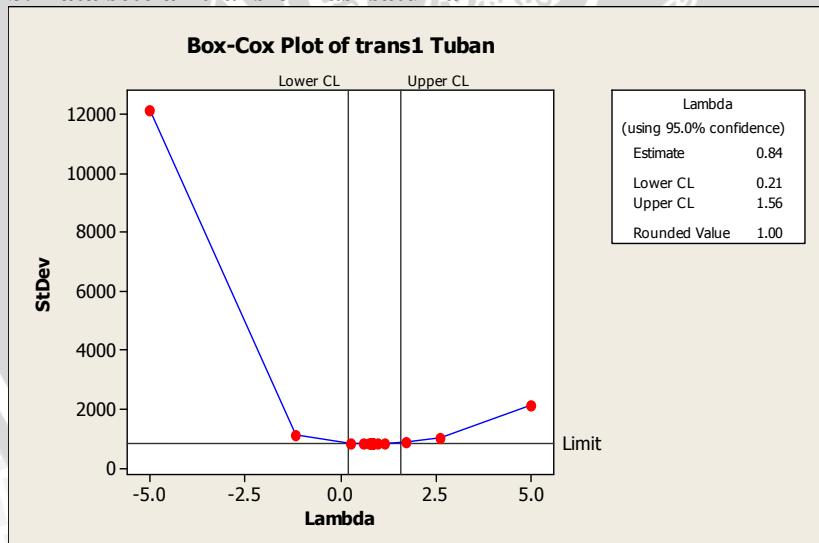
Source	DF	Seq SS
w1(t)	1	1290.62
v1(t)	1	357.83

## Lampiran 16. Nilai Lambda dan Plot Box-Cox Data Tuban

### a. Data asli



### b. Data setelah transformasi satu kali



## Lampiran 17. Augmented Dickey-Fuller Test Data Tuban

### a. Data Asli

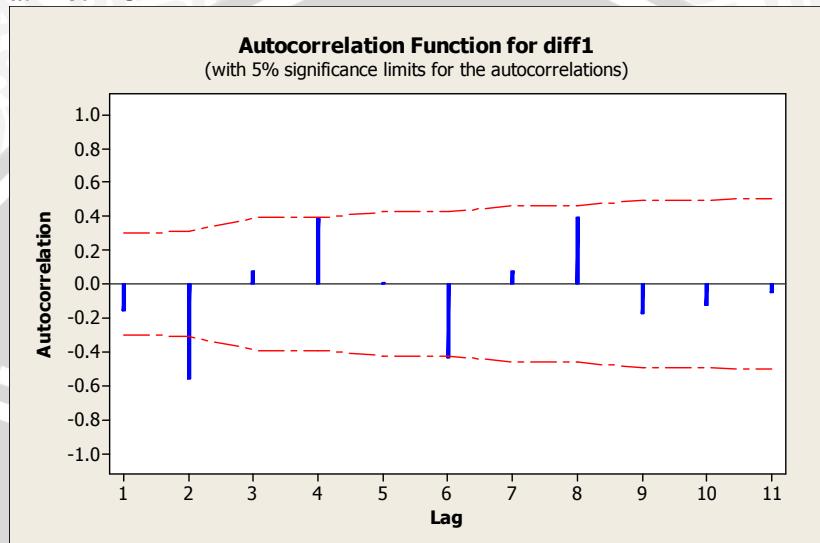
ADF Test Statistic	-2.540436	1% Critical Value*	-3.5880	
		5% Critical Value	-2.9286	
		10% Critical Value	-2.6021	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TUBAN) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 21:30 Sample(adjusted): 3 46 Included observations: 44 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TUBAN(-1)	-0.263892	0.103877	-2.540436	0.0150
D(TUBAN(-1))	-0.044991	0.149940	-0.300063	0.7656
C	634.6026	243.2209	2.609162	0.0126
R-squared	0.156758	Mean dependent var	42.83904	
Adjusted R-squared	0.115624	S.D. dependent var	547.2127	
S.E. of regression	514.6057	Akaike info criterion	15.39042	
Sum squared resid	10857578	Schwarz criterion	15.51207	
Log likelihood	-335.5893	F-statistic	3.810935	
Durbin-Watson stat	2.054712	Prob(F-statistic)	0.030340	

### b. Data setelah diferensi satu kali

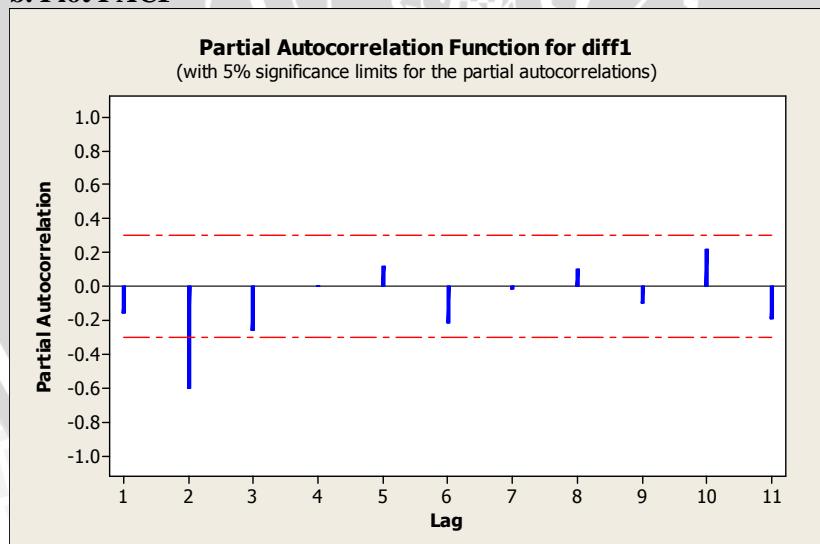
ADF Test Statistic	-9.840040	1% Critical Value*	-3.5889	
		5% Critical Value	-2.9303	
		10% Critical Value	-2.6030	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(TUBAN,2) Method: Least Squares Date: 11/19/10 Time: 21:32 Sample(adjusted): 4 46 Included observations: 43 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(TUBAN(-1))	-1.874709	0.190518	-9.840040	0.0000
D(TUBAN(-1),2)	0.626814	0.127016	4.934908	0.0000
C	83.42766	67.88304	1.228991	0.2263
R-squared	0.738191	Mean dependent var	-1.220917	
Adjusted R-squared	0.725100	S.D. dependent var	840.8979	
S.E. of regression	440.8903	Akaike info criterion	15.08268	
Sum squared resid	7775372.	Schwarz criterion	15.20556	
Log likelihood	-321.2777	F-statistic	56.39144	
Durbin-Watson stat	2.260965	Prob(F-statistic)	0.000000	

## Lampiran 18. Plot ACF dan PACF Data Tuban yang Stasioner terhadap Ragam dan Rata-rata

### a. Plot ACF



### b. Plot PACF



## Lampiran 19. Pendugaan Parameter Model ARIMA Tentatif Data Tuban

### a. ARIMA(1,1,0)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	13410190	0.100	40.336
1	12715734	-0.050	46.744
2	12573950	-0.150	50.715
3	12573578	-0.155	50.789
4	12573577	-0.155	50.786
5	12573577	-0.155	50.785

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0.1552	0.1508	-1.03	0.309
Constant	50.79	80.61	0.63	0.532

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 46, after differencing 45

Residuals: SS = 12573413 (backforecasts excluded)  
MS = 292405 DF = 43

### b. ARIMA(2,1,0)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	14947820	0.100	0.100 35.854
1	12317399	0.029	-0.050 48.020
2	10288861	-0.043	-0.200 59.094
3	8862607	-0.114	-0.350 69.420
4	8038852	-0.186	-0.500 79.063
5	7813254	-0.244	-0.622 86.158
6	7812351	-0.248	-0.630 86.233
7	7812348	-0.248	-0.630 86.211

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

## Lampiran 19. (Lanjutan)

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0.2478	0.1214	-2.04	0.048
AR 2	-0.6301	0.1240	-5.08	0.000
Constant	86.21	64.24	1.34	0.187

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 46, after differencing 45

Residuals: SS = 7796673 (backforecasts excluded)  
MS = 185635 DF = 42

### c. ARIMA(0,1,1)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters
0	12466294	0.100 44.818
1	11779040	0.250 44.112
2	11069453	0.400 44.167
3	10449085	0.550 44.329
4	10108463	0.686 44.577
5	10076307	0.722 44.328
6	10072511	0.733 44.135
7	10071919	0.738 44.055
8	10071821	0.740 44.020
9	10071807	0.740 44.005
10	10071805	0.741 43.998

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	0.7408	0.1093	6.78	0.000
Constant	44.00	19.46	2.26	0.029

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 46, after differencing 45

Residuals: SS = 10024281 (backforecasts excluded)  
MS = 233123 DF = 43

## Lampiran 19. (Lanjutan)

### d. ARIMA(0,1,2)

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters			
0	11230171	0.100	0.100	44.818	
1	9713270	0.166	0.250	46.155	
2	8744747	0.239	0.400	47.155	
3	8201829	0.302	0.550	49.033	
4	7914839	0.356	0.644	53.074	
5	7694304	0.379	0.626	48.248	
6	7580245	0.395	0.637	47.922	
7	7479920	0.415	0.642	46.515	
8	7091259	0.445	0.668	45.757	
9	7050325	0.448	0.674	45.729	
10	7038973	0.448	0.674	45.733	
11	7030548	0.449	0.674	45.736	
12	7010783	0.456	0.674	45.757	
13	6968033	0.459	0.673	45.785	
14	6957652	0.461	0.672	45.799	
15	6951286	0.463	0.671	45.806	
16	6947363	0.464	0.671	45.811	
17	6944730	0.465	0.670	45.815	
18	6942819	0.466	0.670	45.818	
19	6941360	0.467	0.669	45.820	
20	6940210	0.467	0.668	45.822	
21	6939288	0.468	0.668	45.823	
22	6938539	0.469	0.667	45.824	
23	6937927	0.469	0.667	45.825	
24	6937425	0.470	0.666	45.826	
25	6937013	0.470	0.666	45.827	

\*\* Convergence criterion not met after 25 iterations \*\*

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	0.4703	0.1438	3.27	0.002
MA 2	0.6656	0.1689	3.94	0.000
Constant	45.83	10.55	4.35	0.000

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 46, after differencing 45

Residuals: SS = 6834305 (backforecasts excluded)

MS = 162722 DF = 42

## Lampiran 20. Stepwise dan Pemodelan MAR(2) Haar Level 1 pada Data Tuban setelah Detrending

### Stepwise Regression: RESI1 versus w1(t), v1(t), w1(t-2), v1(t-2)

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is RESI1 on 4 predictors, with N = 43  
N(cases with missing observations) = 3 N(all cases) = 46

Step	1	2
No constant		
w1(t)	0.72	0.77
T-Value	2.95	3.36
P-Value	0.005	0.002
v1(t-2)		0.45
T-Value		2.72
P-Value		0.010
S	439	409
Mallows Cp	6.3	1.0

### Regression Analysis: RESI1 versus w1(t-1), v1(t-3)

The regression equation is

$$\text{RESI1} = 0.769 \text{ w1}(t) + 0.451 \text{ v1}(t-2)$$

43 cases used, 3 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t)	0.7686	0.2290	3.36	0.002
v1(t-2)	0.4508	0.1657	2.72	0.010

$$S = 409.224$$

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	2913859	1456929	8.70	0.001
Residual Error	41	6866019	167464		
Total	43	9779878			

Source	DF	Seq SS
w1(t)	1	1674638
v1(t-2)	1	1239221

## Lampiran 21. Hasil Dekomposisi MODWT untuk Peramalan Data Real

### a. Data Bonds (n=125)

```
> ZTT.haar<-modwt(ts(bonds), filter="haar", n.levels=4, boundary="periodic")
> ZTT.haar
An object of class "modwt"
slot "w":
$w1
      [,1]
[1,] -7.500000e-02
[2,] 1.450000e-01
... dst.

$w2
      [,1]
[1,] 8.750000e-02
[2,] -3.500000e-02
... dst.

$w3
      [,1]
[1,] 1.350000e-01
[2,] 2.650000e-01
... dst.

$w4
      [,1]
[1,] 0.018125
[2,] 0.041250
... dst.

slot "v":
$v1
      [,1]
[1,] 3.050000e-01
[2,] 3.750000e-01
... dst.

$v2
      [,1]
[1,] 2.175000e-01
[2,] 4.100000e-01
... dst.

$v3
      [,1]
[1,] 8.250000e-02
[2,] 1.450000e-01
... dst.

$v4
      [,1]
[1,] 0.064375
[2,] 0.103750
... dst.
```

## Lampiran 21. (Lanjutan)

### b. Data Tuban (n=54)

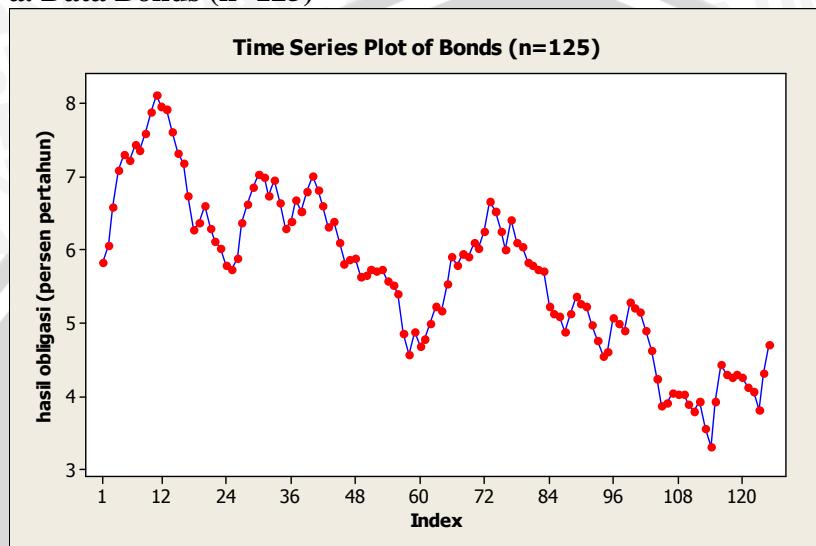
```
> ZTT.haar<-modwt(ts(tubandet), filter="haar", n.levels=1, boundary="periodic")
> ZTT.haar
An object of class "modwt"
Slot "w":
$w1
 [,1]
[1,] 313.580
[2,] 41.355
[3,] 110.745
[4,] -76.650
[5,] -39.565
[6,] 500.030
[7,] -364.495
[8,] -137.220
[9,] 238.740
[10,] 401.610
      ... dst.

Slot "v":
$v1
 [,1]
[1,] -771.290
[2,] -416.355
[3,] -264.255
[4,] -230.160
[5,] -346.375
[6,] 114.090
[7,] 249.625
[8,] -252.090
[9,] -150.570
[10,] 489.780
      ... dst.

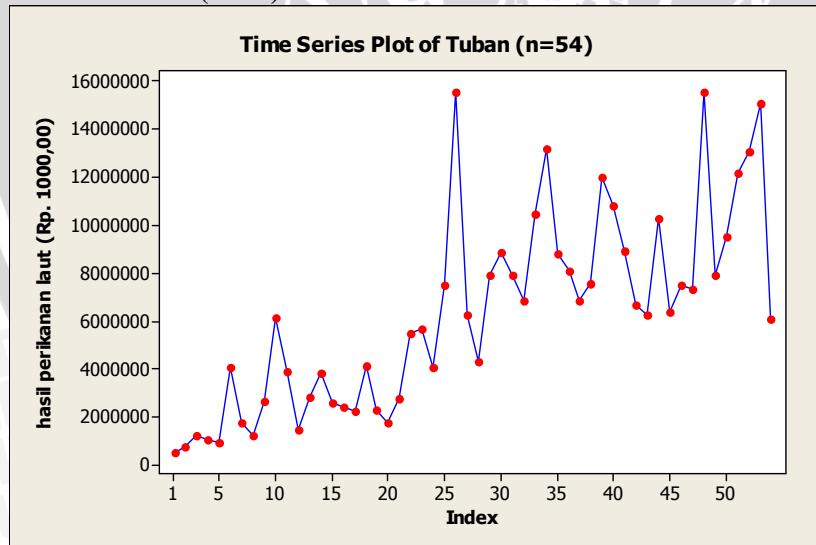
Slot "filter":
Filter Class: Daubechies
Name: HAAR
Length: 2
```

## Lampiran 22. Plot Time Series Data Real

### a. Data Bonds (n=125)



### b. Data Tuban (n=54)



## Lampiran 23. Stepwise dan Pemodelan MAR Data Bonds (n=125)

### Stepwise Regression: Bonds versus w1(t), w2(t), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is Bonds on 10 predictors, with N = 107  
N(cases with missing observations) = 17 N(all cases) = 124

Step 1  
No constant

w1(t)	0.35
T-Value	2.37
P-Value	0.019
S	0.234
Mallows Cp	1.8

### Regression Analysis: Bonds versus w1(t)

The regression equation is  
Bonds = 0.354 w1(t)

123 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t)	0.3538	0.1463	2.42	0.017

S = 0.243326

### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	0.34627	0.34627	5.85	0.017
Residual Error	122	7.22333	0.05921		
Total	123	7.56960			

## Lampiran 24. Stepwise dan Pemodelan MAR Data Tuban (n=54)

### Stepwise Regression: tuban versus w1(t), v1(t), w1(t-2), v1(t-2)

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is tuban on 4 predictors, with N = 51

N(cases with missing observations) = 3 N(all cases) = 54

Step	1	2
No constant		
w1(t-2)	0.41	0.45
T-Value	2.47	2.79
P-Value	0.017	0.008
w1(t)	0.55	
T-Value	2.47	
P-Value	0.017	
S	467	445
Mallows Cp	4.5	0.6

### Regression Analysis: tuban versus w1(t), v1(t-2)

The regression equation is

$$\text{tuban} = 0.554 \text{ w1(t)} + 0.446 \text{ v1(t-2)}$$

51 cases used, 3 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t)	0.5536	0.2239	2.47	0.017
v1(t-2)	0.4459	0.1599	2.79	0.008

$$S = 444.844$$

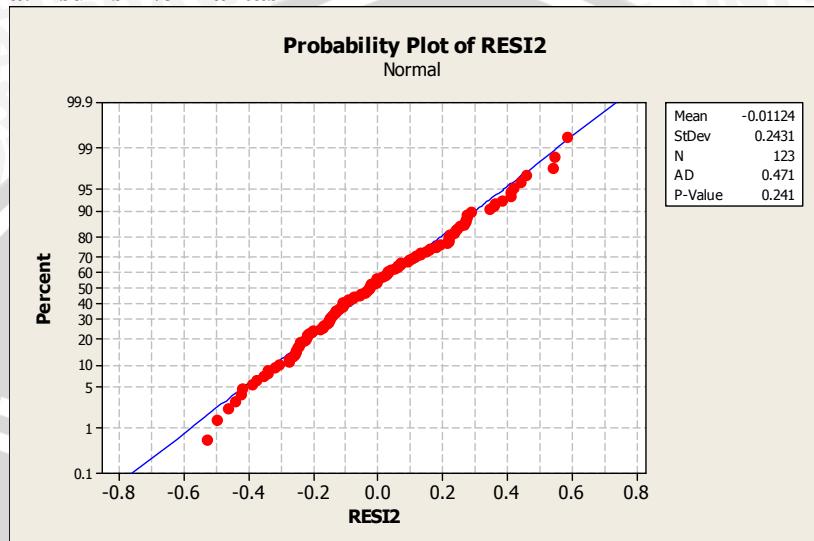
### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	2541826	1270913	6.42	0.003
Residual Error	49	9696420	197886		
Total	51	12238246			

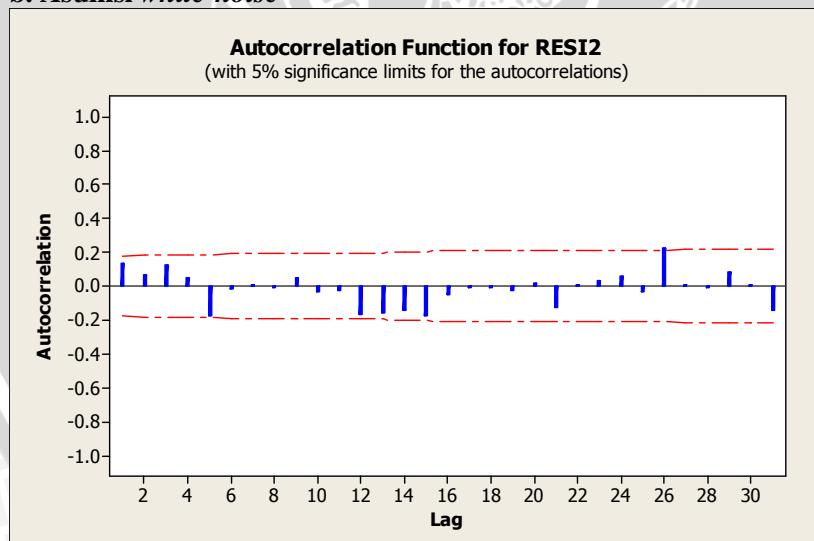
Source	DF	Seq SS
w1(t)	1	1002941
v1(t-2)	1	1538885

## Lampiran 25. Pemeriksaan Residual pada Data Bonds (n=125)

### a. Asumsi Normalitas

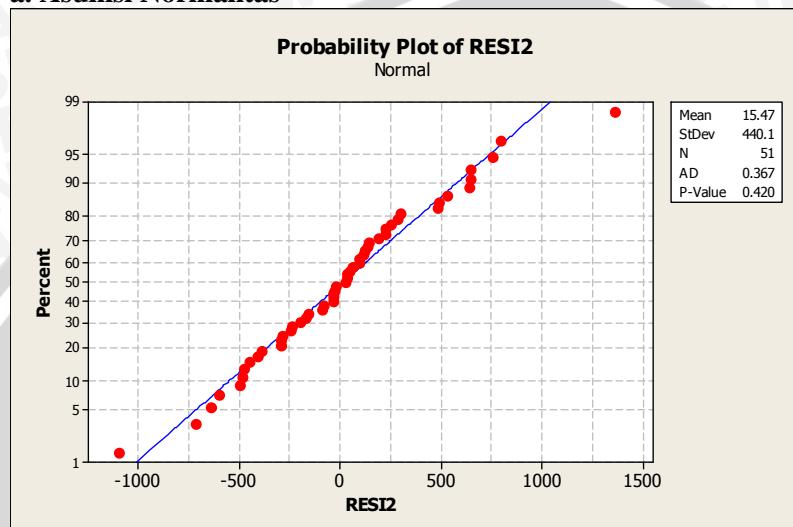


### b. Asumsi white-noise

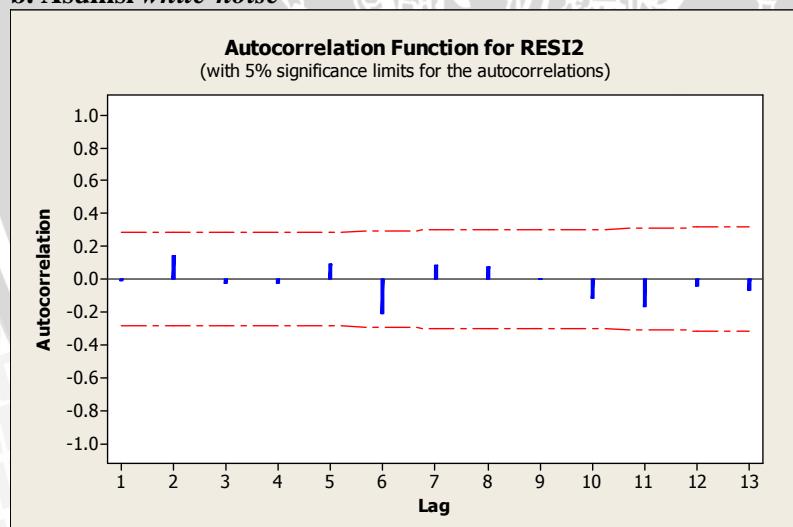


## Lampiran 26. Pemeriksaan Residual pada Data Tuban (n=54)

### a. Asumsi Normalitas



### b. Asumsi white-noise



## Lampiran 27. Pendugaan Lambda ( $\lambda$ ) pada Transformasi Box-Cox

Menurut Ispriyanti (2004), bentuk lain transformasi Box-Cox adalah

$$V_i = \frac{W_i}{\{J(\lambda, Y)\}^{1/n}}$$

$J$  merupakan transformasi Jacobian, di mana

$$J(\lambda, Y) = \prod_{i=1}^n \frac{\partial W_i}{\partial Y} = \prod_{i=1}^n \frac{\partial(Y^\lambda - 1)/\lambda}{\partial Y} = \prod_{i=1}^n Y_i^{\lambda-1} \text{ untuk semua } \lambda$$

maka

$$\{J(\lambda, Y)\}^{1/n} = \left\{ \prod_{i=1}^n Y_i^{\lambda-1} \right\}^{1/n} = \left\{ \left[ \prod_{i=1}^n Y_i \right]^{1/n} \right\}^{\lambda-1}.$$

Berdasarkan fungsi Jacobian pada persamaan di atas, diperoleh transformasi dari respon, yaitu

$$W(\lambda) = \begin{bmatrix} W_1(\lambda) \\ W_2(\lambda) \\ \vdots \\ W_n(\lambda) \end{bmatrix} = X\beta + \varepsilon \quad \text{dan} \quad V(\lambda) = \begin{bmatrix} V_1(\lambda) \\ V_2(\lambda) \\ \vdots \\ V_n(\lambda) \end{bmatrix} = X\beta + \varepsilon .$$

Transformasi lambda ( $\lambda$ ) berdasarkan nilai  $V(\lambda)$  adalah

$$f(V_1(\lambda), V_2(\lambda), \dots, V_n(\lambda), \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1}, \sigma^2, \lambda) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^n \exp \left[ \frac{-[V(\lambda) - X\beta]'[V(\lambda) - X\beta]}{2\sigma^2} \right].$$

Dari fungsi likelihood tersebut, diperoleh

a. Penduga parameter  $\beta$

$$\frac{\partial \ln f(V(\lambda), \beta, \sigma^2, \lambda)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \left[ -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - X\beta)'(V(\lambda) - X\beta) \right]}{\partial \beta} = 0$$

jadi

$$\begin{aligned}
 (X'X)\beta - X'V(\lambda) &= 0 \\
 (X'X)\beta &= X'V(\lambda) \\
 b &= (X'X)^{-1}X'V(\lambda)
 \end{aligned}$$

b. Penduga parameter  $\sigma^2$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \ln f(V(\lambda), \beta, \sigma^2, \lambda)}{\partial \sigma^2} &= 0 \\
 \frac{\partial \left[ -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - X\beta)'(V(\lambda) - X\beta) \right]}{\partial \sigma^2} &= 0 \\
 \frac{\partial \left[ -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))'(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda)) \right]}{\partial \sigma^2} &= 0 \\
 \frac{-n}{2\sigma^2} + \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))'(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{2(\sigma^2)^2} &= 0 \\
 \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))'(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{2(\sigma^2)^2} &= \frac{n}{2\sigma^2}
 \end{aligned}$$

dengan

$$\hat{V}(\lambda) = X\beta = X(X'X)^{-1}X'V(\lambda)$$

maka didapatkan

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))'(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{n} = \frac{SSE}{n} .$$

Maksimum likelihood untuk menduga lambda ( $\lambda$ ) adalah :

$$L_{maks}(\lambda) = \ln[f(V(\lambda), b, \hat{\sigma}^2, \lambda)]$$

$$L_{maks}(\lambda) = \frac{-n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{SSE}{n} \right] - \frac{n}{2SSE} [V(\lambda) - \hat{V}(\lambda)][V(\lambda) - \hat{V}(\lambda)]$$

$$L_{maks}(\lambda) = \frac{-n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \left[ \frac{SSE}{n} \right] - \frac{n}{2}$$

Dengan mereduksi suatu konstanta, persamaan tersebut dapat ditulis :

$$L_{maks}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \frac{SSE}{n}$$

$$L_{maks}(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2(\lambda).$$

Memaksimalkan nilai  $\lambda$  yang telah ditetapkan, identik dengan meminimumkan  $\hat{\sigma}^2$ .

Nilai  $\lambda$  diperoleh dengan menentukan terlebih dahulu kisaran (-1,1) atau (-2,2). Masing-masing  $\lambda$  dibuat model  $W = X\beta + \varepsilon$ , sehingga didapatkan nilai SSE. Proses tersebut dilakukan terus-menerus pada setiap  $\lambda$  yang ditetapkan, sehingga diperoleh beberapa SSE. Selanjutnya SSE diplotkan dengan  $\lambda$ , kemudian nilai  $\lambda$  yang dapat meminimumkan SSE adalah nilai penduga yang digunakan.

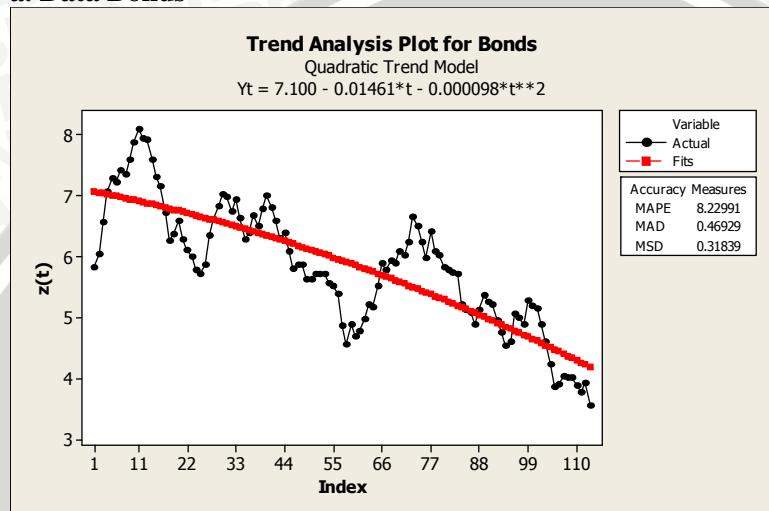
Suatu pendekatan  $100(1-\alpha)\%$  selang kepercayaan untuk  $\lambda$  dapat dihitung :

$$SSE^* = SSE(\lambda) \left\{ 1 + \frac{t_{\alpha/2,v}^2}{v} \right\}$$

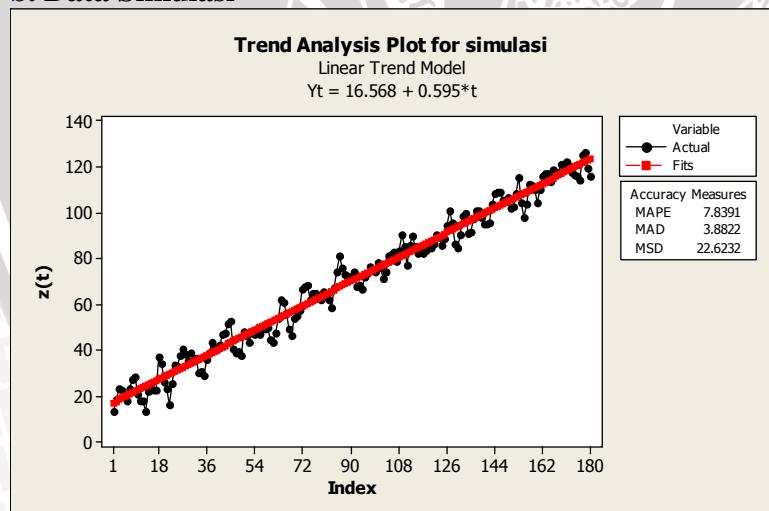
$SSE(\lambda)$  adalah SSE minimum dan  $v$  adalah derajat bebas dari galat. Dengan membuat grafik di mana sumbu x adalah nilai-nilai  $\lambda$  dan sumbu y adalah nilai-nilai SSE, akan diperoleh suatu kurva, yaitu dengan menarik garis horizontal pada nilai  $SSE^*$  di sumbu y maka didapatkan batas-batas selang untuk  $\lambda$  yang sesuai.

## Lampiran 28. Analisis Trend pada Metode Detrending Data Deret Waktu

### a. Data Bonds

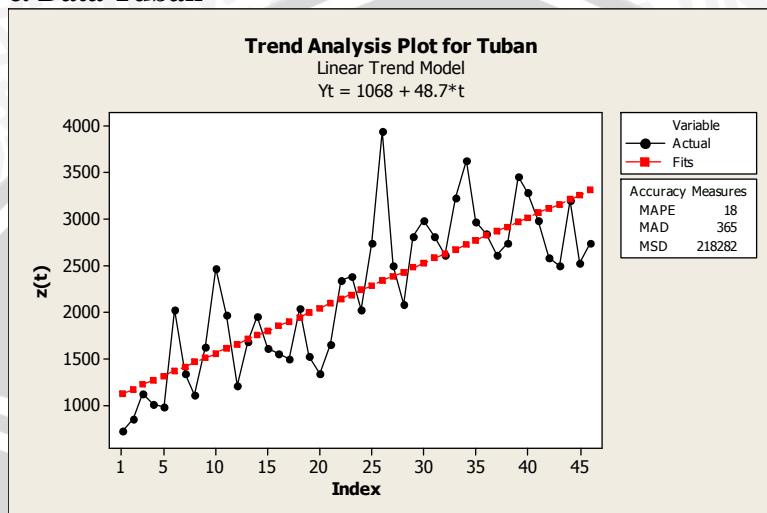


### b. Data Simulasi



## Lampiran 28. (Lanjutan)

### c. Data Tuban



UNIVERSITAS BRAWIJAYA

