PENGGUNAAN METODE BAYES DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV MONTE CARLO UNTUK MENAKSIR PELUANG TERJADINYA KLAIM ASURANSI

(Studi Kasus pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*)

SKRIPSI

Oleh:

RENY DEWI HANDAYANI

0410940047

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2009

PENGGUNAAN METODE BAYES DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV MONTE CARLO UNTUK MENAKSIR PELUANG TERJADINYA KLAIM ASURANSI

(Studi Kasus pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Oleh:
RENY DEWI HANDAYANI
0410940047-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2009

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENGGUNAAN METODE BAYES DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV MONTE CARLO UNTUK MENAKSIR PELUANG TERJADINYA KLAIM ASURANSI
(Studi Kasus pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*)

Oleh:
RENY DEWI HANDAYANI
0410940047-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 25 Maret 2009
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Pembimbing I	Pembimbing II
Isnani Darti, S.Si, M.Si	**Drs. Bambang Sugandi, M.Si**
NIP. 132 300 226	**NIP. 131 993 382**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, M.Sc
NIP. 132 126 049

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**:**	**Reny Dewi Handayani**
NIM	**:**	**0410940047-94**
Jurusan	**:**	**Matematika**
Penulis Skripsi berjudul	**:**	**Penggunaan Metode Bayes Dengan Pendekatan Rantai Markov Monte Carlo Untuk Menaksir Peluang Terjadinya Klaim Asuransi (Studi Kasus pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*)**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 25 Maret 2009
Yang menyatakan,

(Reny Dewi Handayani)
NIM. 0410940047-94

PENGGUNAAN METODE BAYES DENGAN PENDEKATAN RANTAI MARKOV MONTE CARLO UNTUK MENAKSIR PELUANG TERJADINYA KLAIM ASURANSI

(Studi Kasus pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*)

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas tentang penggunaan metode Bayes dengan pendekatan rantai Markov Monte Carlo untuk menaksir terjadinya klaim asuransi. Studi kasus dilakukan di PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*, dan didapatkan hasil bahwa distribusi peluang jumlah klaim yang terjadi adalah distribusi eksponensial dua parameter dengan nilai parameter dari jumlah klaim adalah $\hat{\theta}_1$ = 19 dan $\hat{\theta}_2$ = 3. Selang kepercayaan untuk peluang jumlah klaim yang terjadi berdasarkan perhitungan taksiran peluang tahun 2007 yang menggunakan data klaim tahun 2004 sampai 2006 yaitu 0.836330230< $\overline{p}_j$ <0.914669769. Berdasarkan hasil perhitungan peluang jumlah klaim yang terjadi tahun 2007 berdasarkan data tahun 2007, didapatkan rata-rata nilai peluangnya yaitu 0.8978. Nilai rata-rata peluang jumlah klaim yang terjadi tahun 2007 sesuai dengan selang kepercayaan. Dengan demikian, metode Bayes dengan pendekatan MCMC dapat digunakan untuk menaksir peluang jumlah klaim yang terjadi untuk periode selanjutnya.

Kata kunci: Distribusi eksponensial,*Gibbs Sampler*,metode Bayes, Rantai *Markov Monte Carlo.*

THE APPLICATION OF BAYESIAN METHOD WITH MARCOV CHAIN MONTE CARLO APPROACH FOR ESTIMATING PROBABILITY OF INSURANCE CLAIM
(A Case Study in PT. Insurance AIG Malang *Regional Office*)

ABSTRACT

In this final project we studied about the application of Bayesian method with Marcov Chains Monte Carlo approach for estimating probability of insurance claim. Based on the data from PT. Insurance of AIG Malang *Regional Office,* known that the probability density function of claim is exponential two parameter with parameter value are $\hat{\theta}_1$ = 19 and $\hat{\theta}_2$ = 3. Calculation of the claim probability using data in 2004-2006 to predict the claim probability in 2007, we get the prediction interval is 0.836330230< $\overline{p}_j$ <0.914669769. The claim probability with the claim data in 2007, the mean of probability claim is 0.8978. It is as according to prediction interval. The conclution is Bayes method with Marcov Chains Monte Carlo approach we can use predict the claim probability for next period.

Keywords : Bayes method, exponential distribution, *Gibbs Sampler Marcov Chain Monte Carlo.*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat ALLAH SWT atas segala rahmat serta hidayah-Nya yang telah dilimpahkan kepada penulis, sehingga dapat menyelesaikan penulisan Skripsi ini dengan baik. Shalawat dan salam juga penulis curahkan kepada Rasulullah MUHAMMAD SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Penulis menyadari bahwa penulisan Skripsi ini tidak dapat terealisasikan tanpa bantuan baik yang bersifat moral maupun spiritual dari berbagai pihak. Untuk itu penulis menyampaikan terima kasih yang sedalam - dalamnya kepada :

1. Isnani Darti, S.Si., M.Si dan Drs. Bambang Sugandi, M.Si selaku dosen pembimbing I dan II yang telah memberikan arahan, bimbingan, saran, motivasi, serta nasihat selama penulisan skripsi ini.
2. Drs. Moch. Aruman Imron, M.Si selaku dosen pembimbing akademik
3. Dr. Agus Suryanto, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika dan Dr. Wuryansari Muharini K., M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika
4. Ibu, kakak dan semua keluarga atas doa, dukungan serta kasih sayang yang diberikan kepada penulis
5. Doni, Adit, Triky, Yeni, Riska, Tomy, Firman, Mbak Mita, Syaiful Arif, dan Nadia serta seluruh sahabat Matematika 2004 yang memberikan motivasi dan membantu penulis
6. Seluruh staf administrasi jurusan Matematika atas kerjasama yang telah diberikan

Saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan penulis. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan yang membacanya.

Malang, 25 Maret 2009

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pada perusahaan-perusahaan asuransi salah satu masalah yang sering dihadapi adalah kerugian akibat terjadinya klaim. Untuk mengatasi masalah tersebut, maka perusahaan harus dapat menentukan distribusi peluang yang paling tepat untuk klaim asuransi. Dalam hal ini distribusi peluang yang dianggap tepat untuk perhitungan klaim adalah distribusi eksponensial dua parameter dan distribusi Pareto dua parameter (W.-K.Pang dkk., 2007).

Memodelkan kerugian akibat klaim asuransi adalah hal yang penting untuk menghitung peluang jumlah klaim yang terjadi asuransi. Pada awalnya metode klasik digunakan untuk penaksiran parameter dan parameter tersebut digunakan untuk menghitung peluang dari suatu kejadian, tetapi penggunaan metode ini sulit untuk memperoleh selang taksiran. Hal ini disebabkan karena dalam metode klasik pendugaan parameter hanya berdasarkan informasi dari data sampel. Untuk itu dipilih metode lain yang lebih baik, yaitu metode Bayes. Pada metode Bayes selain menggunakan informasi dari data sampel juga dipertimbangkan distribusi prior untuk memperoleh distribusi posterior, sehingga hasil pendugaan dalam metode Bayes akan lebih baik. Namun pada kenyataannya metode Bayes cukup sulit diselesaikan secara analitik. Untuk mengatasi masalah tersebut, maka dikembangkan teknik simulasi sehingga metode Bayes menjadi mudah dikerjakan (Pereira, 1999).

Teknik simulasi yang biasa digunakan dalam metode Bayes adalah metode *Markov Chains Monte Carlo* (MCMC). Metode MCMC merupakan metode simulasi untuk mendapatkan data sampel suatu variabel acak dengan teknik sampling berdasarkan sifat rantai Markov. Salah satu teknik dalam metode MCMC yang dikenal adalah *Gibbs Sampelr*. Dalam melakukan proses simulasi, *Gibbs Sampelr* menggunakan distribusi bersyarat untuk membangkitkan data sampel variabel acak (Scollnik, 1996).

Berdasarkan hal-hal yang terkait di atas, pada skripsi ini akan dibahas penggunaan metode Bayes dengan pendekatan MCMC khususnya dalam menaksir peluang jumlah klaim yang terjadi di PT. Asuransi AIG Malang yang kegiatan utamanya adalah melakukan penjualan polis asuransi, sehingga perusahaan dapat mengantisipasi terjadinya kerugian akibat terjadinya klaim.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang yang telah diberikan, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana menduga nilai parameter jumlah klaim asuransi pada PT. Asuransi AIG Malang?
2. Bagaimana menentukan dan menghitung taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi asuransi PT. Asuransi AIG Malang menggunakan metode *Bayes* dengan pendekatan *Markov Chains Monte Carlo*?

1.3. Batasan Masalah

Pada skripsi ini distribusi peluang yang digunakan adalah distribusi eksponensial dua parameter.

1.4. Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. Mengetahui nilai parameter jumlah klaim asuransi PT. Asuransi AIG Malang
2. Dapat menentukan dan mengetahui taksiran peluang terjadinya klaim asuransi PT. Asuransi AIG Malang menggunakan metode *Bayes* dengan pendekatan *Markov Chains Monte Carlo*

1.5 Manfaat

Manfaat yang dapat diperoleh dari penulisan skripsi ini adalah perusahaan asuransi dapat menentukan taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi asuransi sehingga dapat mengantisipasi kerugian akibat terjadinya klaim.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bagian ini dijelaskan beberapa teori yang digunakan untuk perhitungan pendugaan nilai parameter dan peluang jumlah klaim yang terjadi asuransi yaitu distribusi peluang, distribusi eksponensial dua parameter, metode maksimum likelihood, pengujian *Goodness Of Fit*, ragam dan simpangan baku, metode Bayes, proses stokastik, autokorelasi, dan rantai *Markov Monte Carlo*.

2.1. Distribusi Peluang

Definisi 2.1.1.
Fungsi *f(x)* adalah suatu fungsi peluang atau distribusi peluang suatu variabel acak diskrit *X* bila untuk setiap *x* yang mungkin:

1. $f(x) \geq 0.$
2. $\sum_{x} f(x) = 1.$
3. $P(X = x) = f(x).$

Definisi 2.2.2.
Distribusi kumulatif *F(x)* suatu variabel acak *X* dengan distribusi peluang *f(x)* dinyatakan oleh

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) \qquad (2.1)$$

Definisi 2.2.3.
Fungsi *f(x)* adalah fungsi padat peluang variabel acak kontinu X, bila untuk setiap *x* yang mungkin:

1. $f(x) \geq 0$ untuk semua $x \in R.$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$
3. $P(a < X < b) = \int_{a}^{b} f(x)dx.$

Definisi 2.2.4.
Distribusi kumulatif *F(x)* suatu variabel acak kontinu *X* dengan fungsi padat *f(x)* diberikan oleh

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx. \qquad (2.2)$$

(Walpole dan Myers, 1995).

2.2. Distribusi Eksponensial Dua Parameter

Bentuk fungsi kepadatan dari distribusi eksponensial dua parameter adalah:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta_1} e^{-(x-\theta_2)/\theta_1}, & x \ge \theta_2 \\ 0, & x < \theta_2 \end{cases} \qquad (2.3)$$

Penduga parameter untuk distribusi eksponensial dua parameter adalah:

$$\hat{\theta}_2 = \min(X_1,...,X_n) \quad dan \quad \hat{\theta}_1 = \overline{X} - \min(X_1,...,X_n) \quad (2.4)$$

(Dudewicz dan Mishra,1988).

2.3. Metode Maksimum Likelihood

Metode yang paling baik untuk memperoleh sebuah estimator titik adalah metode maksimum likelihood. Dimisalkan *X* variabel acak dengan distribusi peluang $f(x,\theta)$, dimana parameter tunggal θ tidak diketahui, sehingga $X_1, X_2,...X_n$ menjadi nilai yang diobservasi di dalam suatu sampel acak yang besarnya n, maka fungsi likelihood sampel tersebut adalah

$$L(\theta) = f(x_1,\theta) \cdot f(x_2,\theta) \cdot ... \cdot f(x_n,\theta) \qquad (2.5)$$

Perlu diperhatikan bahwa fungsi likelihood pada persamaan (2.5) hanya sebuah fungsi dengan parameter θ yang tidak diketahui. Estimator maksimum likelihood θ adalah nilai yang memaksimumkan fungsi likelihood $L(\theta)$.

Metode maksimum likelihood dapat digunakan untuk memperkirakan keadaan dimana beberapa parameter tidak diketahui, misalkan $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k$. Dalam keadaan seperti ini fungsi likelihood adalah sebuah fungsi dengan k parameter yang tidak diketahui $(\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k)$ dan estimator likelihood $\{\hat{\theta}_i\}$ akan diperoleh dengan menyamakan turunan parsial pertama $\frac{\partial L\{\theta_1, \theta_2, ..., \theta_k\}}{\partial \theta_i}$ dengan nol, dimana *i = 1,2,..,k*, dan menyelesaikan hasil persamaan tersebut (Hines dan Montgomery, 1990).

2.4. Ragam dan Simpangan Baku

Ragam adalah suatu ukuran statistik yang berguna untuk mengukur keragaman antar pengamatan dan menjelaskan distribusi pengamatan yang menyusun data. Simpangan baku adalah standar satuan untuk kelompok data yang diolah atau dianalisis. Satuannya mengikuti satuan data yang diukur. Bila setiap data mengacu pada harga rata-ratanya $\bar{x}$, maka akan diperoleh simpangan *(deviasi)* sebesar $d = x_i - \bar{x}$.

Definisi 2.4.1

Ragam populasi berhingga $x_1, x_2, x_3, ..., x_N$ didefinisikan sebagai

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N} \tag{2.6}$$

Sementara ragam sampel berhingga $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ didefinisikan sebagai

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \tag{2.7}$$

Dimana μ dan $\bar{x}$ masing-masing merupakan rataan populasi dan rataan sampel. Simpangan baku merupakan akar dari ragam.

Definisi 2.4.2.

Simpangan baku distribusi sampel suatu statistik disebut galat baku dari statistik tersebut (Walpole dan Myers,1995).

2.5. Pengujian *Goodness Of Fit*

Uji *Goodness of Fit* adalah uji hipotesis yang dilakukan untuk mengetahui apakah data hasil observasi yang berasal dari populasi mempunyai distribusi tertentu. Salah satu uji yang dapat digunakan untuk pengujian *Goodness Of Fit* adalah uji sampel *Kolmogorov-Sminorv*. Dalam uji *Kolmogorov-Sminorv* nilai kesalahan yang masih bisa ditolerir berada pada selang $0,05 \leq \alpha \leq 0,1$. Dengan selang kepercayaan $SK = 1 - \alpha$, maka $SK = 1 - 0,05 = 0,95 = 95\%$ dan $SK = 1 - 0,1 = 0,9 = 90\%$, atau kepercayaan pada validitas hipotesis berada pada $0,9 < SK < 095$.

Dalam hubungan dengan pengujian, hipotesis ada dua yaitu hipotesis nol dan alternatif yang bersifat saling melengkapi, artinya bila data sampel mendukung H_0(hipotesis nol) maka hipotesis ini akan diterima dan hipotesis alternatif ditolak, demikian sebaliknya bila data sampel tidak mendukung hipotesis nol, maka hipotesis ini ditolak dan hipotesis alternatif akan diterima (Tim dosen jurusan matematika, 2006).

Pengujian *Kolmogorov-Sminorv* dilakukan dengan menggunakan *software* SPSS 13 dengan metodologi :

- Input data pada SPSS data editor → Analysize → Nonparametric test → 1-sampel K-S → Test variabel list → Input nama variabel data → Test distribution …..→ OK.

Dari output-SPSS 13 viewer terlihat hasil uji *Kolmogorov-Sminorv* pada tabel One-Sampel K-S Test. Distribusi yang diuji akan sesuai jika nilai Asymp. Sig $> \alpha$ dengan nilai kesalahan yang masih bisa ditolerir berada pada $0,05 \leq \alpha \leq 0,1$.

2.6. Metode Bayes

Metode Bayes merupakan metode menggabungkan informasi prior dengan pengamatan di dalam percobaan sehingga menghasilkan distribusi posterior. Distribusi posterior kemudian digunakan untuk memperbarui distribusi prior melalui data observasi (Pereira,1999).

Andaikan θ merupakan suatu nilai variabel acak dengan distribusi peluang $f(\theta)$. $f(\theta)$ sering disebut distribusi awal atau distribusi prior. Peluang yang berkaitan dengan distribusi prior mengukur tingkat keyakinan tentang parameter yang akan diduga berdasarkan pengetahuan dan pengamatan. Metode Bayes menggunakan distribusi prior $f(\theta)$ bersama dengan distribusi bersyarat dari sampel $f(x|\theta)$ untuk menghitung distribusi posterior $f(\theta|x)$. Distribusi posterior menyatakan tingkat keyakinan mengenai parameter setelah pengambilan sampel (Walpole dan Myers, 1995).

Kerangka umum dalam statistika Bayes adalah:

1. Keyakinan awal yang diambil dari bermacam-macam kemungkinan mengikuti asumsi sebuah distribusi prior untuk parameter yang diinginkan
2. Distribusi prior dan fungsi likelihood yang diperoleh dari data digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior, yaitu:

$$\mathrm{f}(\theta|\mathrm{x}) = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{f}(\mathrm{x}|\theta)\mathrm{f}(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f}(\mathrm{x}|\theta)\mathrm{f}(\theta)d\theta}, & \text{untuk variabel acak kontinu} \\ \dfrac{\mathrm{f}(\mathrm{x}|\theta)\mathrm{f}(\theta)}{\sum_{\theta \to -\infty}^{\infty} \mathrm{f}(\mathrm{x}|\theta)\mathrm{f}(\theta)}, & \text{untuk variabel acak diskrit} \end{cases} \tag{2.8}$$

Penyebut dari persamaan (2.8) yaitu $\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\theta)\, f(\theta)$ atau $\sum_{\theta=-\infty}^{\infty} f(x|\theta)\, f(\theta)$ merupakan suatu konstanta yang menyebabkan $f(x|\theta)$ menjadi suatu fungsi kepadatan peluang yang layak (Hogg dan Graig, 1978).

Dalam Berger (1985) disebutkan bahwa distribusi prior dapat dibedakan menjadi dua berdasarkan bentuk distribusi dan berdasarkan penentuan parameter dalam distribusi prior tersebut.

Berdasarkan bentuk distribusi, terdapat dua macam distribusi prior, yaitu:

1. Distribusi prior konjugat, yaitu pemberian bentuk distribusi prior yang sepola dengan distribusi data. Misalnya distribusi beta untuk parameter *p* merupakan prior konjugat bagi data

yang menyebar binomial dan siatribusi normal untuk parameter μ merupakan prior konjugat bagi data yang menyebar normal.
2. Distribusi prior non konjugat, yaitu pemberian bentuk distribusi prior yang tidak sepola dengan distribusi data.

Berdasarkan penentuan parameter, terdapat dua macam distribusi prior:

1. Distribusi prior informatif, yaitu penentuan parameter distribusi prior berdasarkan informasi yang diperoleh dari data.
2. Distribusi prior non-informatif, yaitu penentuan distribusi prior tidak berdasarkan pada informasi yang ada.

2.7. Proses Stokastik

Proses stokastik $\{X_t | t \in T\}$ adalah kumpulan variabel acak dimana untuk setiap $t \in T$. X_t adalah variabel acak, dengan *t* adalah parameter dari sebuah himpunan indeks *T* yang bersesuaian. Parameter *t* sering dinyatakan sebagai waktu dan X_t sebagai proses keadaan waktu. Himpunan indeks *T* merupakan subset dari (-∞,∞) dan dapat berupa sebuah interval bilangan riil untuk proses kontinu, misalkan $T = [0, \infty)$ sedangkan himpunan yang dapat dihitung, untuk proses diskrit misalkan $T = \{0,1,2,...\}$.

Dalam proses stokastik istilah variabel acak X_t baik diskrit atau kontinu dapat diartikan sebagai variabel keadaan pada waktu. Nilai yang mungkin untuk X_t disebut *state* sedangkan proses X_t berada pada *state* *x* dan pada waktu *t* dinotasikan dengan $X_t = x$ (Taha, 1992).

2.8. Autokorelasi

Autokorelasi diantara nilai-nilai yang berurutan dalam deret waktu adalah alat kunci untuk mengidentifikasi pola dasar dan menetapkan model yang sesuai untuk sebuah deret waktu. Autokorelasi memberikan informasi penting tentang struktur sebuah kelompok data dan pola yang dimilikinya (Makridakis dan Wheelwright, 1994).

Untuk sebuah proses stasioner $\{Z_t\}$ diketahui nilai tengah $E(Z_t)=\mu$ dan varian $Var(Z_t)=E(Z_t-\mu)^2=\sigma^2$ yang konstan dan kovarian $Cov(Z_t,Z_s)$ yang merupakan fungsi yang hanya terdapat pada perbedaan waktu $|t-s|$. Oleh karena itu korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} dapat ditulis sebagai:

$$\rho_k=\frac{Cov(Z_t,Z_{t+k})}{\sqrt{Var(Z_t)}\sqrt{Var(Z_{t-k})}}=\frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.9)$$

dimana $Var(Z_t)=Var(Z_{t-k})=\gamma_0$ sebagai fungsi dari k, γ_k disebut sebagai fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi (Autocorellation Function / ACF) (Wei, 1990).

Menurut Cryer(1986), untuk deret yang diketahui $Z_1,Z_2,...,Z_n$ penduga autokorelasi pada lag (keterlambatan waktu) k dinyatakan oleh:

$$\hat{\rho}_k=r_k=\frac{\sum_{t=k+1}^{N}(Z_t-\bar{Z})(Z_{t-k}-\bar{Z})}{\sum_{t=k+1}^{N}(Z_{t-k}-\bar{Z})} \qquad k=0,1,2,.... \qquad (2.10)$$

Nilai autokorelasi diuji dengan menggunakan selang $-\frac{2}{\sqrt{n}}<\hat{\rho}_k<\frac{2}{\sqrt{n}}$ untuk mengetahui signifikasi pada taraf nyata 5%.

2.9. Metode *Markov Chains Monte Carlo* (MCMC)

Suatu proses stokastik (X_t , *t=0,1,2,...*) yang mempunyai sifat bahwa kejadian pada saat t, hanya dipengaruhi oleh kejadian satu langkah sebelumnya merupakan proses stokastik yang mengikuti sifat rantai Markov. Secara matematis sifat rantai Markov tersebut dapat ditulis:

$$P(X_0=x_t|X_{t-1}=x_{t-1},...,X_0=x_0)=P(X_t=x_t|X_{t-1}=x_{t-1}) \qquad (2.11)$$

Peluang bersyarat ($P(X_t=j|X_{t-1}=i)$) $=P_{ij}$ disebut peluang transisi satu langkah, yaitu proses dalam keadaan *j* dan pada waktu *t* dimana mula-mula proses pada keadaan *i* pada waktu *t-1*. Peluang transisi *m* langkah jika $P_{ij}^{(m)} = P(X_{t+m} = j | X_{t-1} = i)$. Suatu rantai Markov mempunyai distribusi stasioner $\pi(x)$ jika untuk semua keadaan *i* dan *j* pada semua *t* berlaku $P(X_t = j | X_{t-1} = i) = P(X_1 = j | X_0 = i)$. Rantai Markov disebut ***irreducible*** jika setiap kejadian *j* dapat dicapai dari keadaan *i* yang lain setelah sejumlah transisi terbatas, dimana $i \neq j$ dan $P_{ij}^{(m)} > 0$ untuk $0 < m < \infty$ (Taha, 1992).

Metode *Markov Chains Monte Carlo* (MCMC) merupakan metode simulasi untuk mendapatkan data sampel suatu variabel acak dengan teknik sampling yang cara kerjanya menggunakan sifat rantai Markov. Metode MCMC cukup efektif untuk menentukan nilai duga bagi parameter suatu variabel acak yang diperoleh dari distribusi posterior, yang penyelesaiannya secara analitik akan cukup rumit (Scollnik,1996).

Salah satu teknik yang biasa digunakan dalam metode MCMC adalah *Gibbs Sampelr*. Dalam melakukan simulasi *Gibbs Sampelr* digunakan distribusi bersyarat untuk menentukan suatu rantai Markov yang mempunyai distribusi stasioner $\pi(x)$. Misalkan $\pi(x_1, x_2, .., x_k)$ adalah distribusi gabungan dari X_j *(j=1,2,...,k)* dimana X_j dapat berupa variabel ataupun parameter, maka $\pi(x_j)$ dan $\pi(x_j | x_1, ..., x_{j-1}, x_{j+1}, ..., x_k)$ secara berturut-turut merupakan distribusi marjinal dan distribusi bersyarat dari masing-masing X_j. Untuk selanjutnya proses *Gibbs Sampelr* dilakukan dengan cara membangkitkan sampel berdasarkan distribusi bersyarat dari masing-masing X_j tersebut. Dalam Scollnik (1996) dijelaskan langkah-langkah simulasi *Gibbs Sampelr* yaitu:

1. Diberikan nilai awal $x^0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ..., x_k^{(0)})$
   Nilai awal $x^{(0)}$ yang diberikan adalah distribusig nilai yang sesuai dengan variabel acak $X_1, X_2, ..., X_k$. Nilai awal $x^{(0)}$ tersebut digunakan untuk menentukan nilai $x^{(1)}$ dan nilai $x^{(1)}$ digunakan untuk menentukan nilai $x^{(2)}$ dan seterusnya sampai nilai $x^{(n)}$.
2. Untuk *i*=1 sampai n dimana $n \to \infty$ dilakukan pengambilan sampel satu demi satu untuk masing-masing variabel acak

X_1, X_2,...,X_k, berdasarkan distribusi bersyaratnya, yaitu sebagai berikut:

$$i=1 \rightarrow X_1^{(1)} \sim \pi(x_1 \mid x_2^{(0)},..., x_k^{(0)}),$$

$$X_2^{(!)} \sim \pi(x_2 \mid x_1^{(1)}, x_3^{(0)},..., x_k^{(0)}),$$

.

.

.

$$X_k^{(1)} \sim \pi(x_k \mid x_1^{(1)}, x_2^{(1)},..., x_{k-1}^{(1)})$$

$$\textit{sehingga} \quad x^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)},..., x_k^{(1)})$$

$$i=2 \rightarrow X_1^{(2)} \sim \pi(x_1 \mid x_2^{(1)},..., x_k^{(1)}),$$

$$X_2^{(2)} \sim \pi(x_2 \mid x_1^{(2)}, x_3^{(1)},..., x_k^{(1)}),$$

.

.

.

$$X_k^{(2)} \sim \pi(x_k \mid x_1^{(2)}, x_2^{(2)},..., x_{k-1}^{(2)})$$

$$\textit{sehingga} \quad x^{(2)} = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)},..., x_k^{(2)})$$

$$i=n \rightarrow X_1^{(n)} \sim \pi(x_1 \mid x_2^{(n-1)},..., x_k^{(n-1)}),$$

$$X_2^{(n)} \sim \pi(x_2 \mid x_1^{(n)}, x_3^{(n-1)},..., x_k^{(n-1)}),$$

.

.

.

$$X_k^{(n)} \sim \pi(x_k \mid x_1^{(n)}, x_2^{(n)},..., x_{k-1}^{(n)})$$

$$\textit{sehingga} \quad x^{(n)} = (x_1^{(n)}, x_2^{(n)},..., x_k^{(n)})$$

Dari proses tersebut akan didapatkan $x^{(1)}$, $x^{(2)}$,…, $x^{(n)}$ yang masing-masing berupa nilai-nilai variabel acak X_1, X_2,…, X_K. Nilai variabel acak ini akan digunakan untuk menduga distribusi marjinal dari variabel acak tersebut berdasarkan rata-rata dari distribusi bersyaratnya. Misalnya akan diduga distribusi marjinal dari X_1 yaitu $\pi(x_1)$. Berdasarkan distribusi bersyarat $\pi(x_1 \mid x_2, x_3,..., x_k)$, maka:

$$\hat{\pi}(x_1) = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} \pi(x_1 | x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, ..., x_k^{(i)})$$

atau secara umum dapat berlaku

$$\hat{\pi}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \pi(x | \vec{\theta}^{(i)}) \tag{2.12}$$

dimana:

n = ukuran sampel (hasil simulasi)

$\vec{\theta}$ = vektor parameter

Pada rantai Markov, misalnya dalam suatu iterasi ditentukan nilai awal x_0. Nilai x_0 tersebut akan mempengaruhi nilai x_1 (nilai x_1 tergantung x_0) dan selanjutnya dilakukan iterasi sebanyak n sehingga secara langsung berakibat pada x_n (x_n bergantung pada x_0). Pada kondisi yang sangat panjang ($n \rightarrow \infty$), pengaruh nilai awal x_0 pada x_n akan berkurang sehingga dianggap tidak berpengaruh lagi. Pada kondisi ini rantai Markov akan konvergen (dimana hasil iterasi yang tidak dipengaruhi nilai awal akan menuju suatu titik tertentu) dan menuju ke distribusi $\pi(x)$ tertentu. Suatu kondisi dimana jumlah iterasi diharapkan telah konvergen disebut *burn-in*, misalnya hingga iterasi ke-m ($m<n$) sampel acak telah konvergen, maka sampel acak hingga ke-m ditiadakan. Jumlah sampel acak yang digunakan adalah dari iterasi ke-($m+1$) hingga iterasi ke-n yang telah ditentukan. Dalam Scollnik (1996), dijelaskan bahwa jumlah iterasi ke-m yang diadakan untuk menghilangkan pengaruh nilai awal adalah antara 10-100 nilai pertama dari hasil iterasi. Oleh karena itu, penduga bagi *f(x)* pada persamaan (2.12) menjadi:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{1}{n-m}\sum_{i=m+1}^{n} \pi(x | \vec{\theta}^{(i)}) \tag{2.13}$$

Selain berdasarkan pada kondisi *burn-in*, pengambilan sampel juga dapat dilakukan dengan mempertimbangkan nilai koefisien autokorelasi data hasil simulasi. Scollnik (1996) menyarankan untuk mengambil sampel setiap kelipatan ke-k jika plot ACF menunjukkan hingga lag ke-k nilai autokorelasi berada di luar batas selang $\pm 2/\sqrt{n}$ dimana n adalah banyaknya iterasi.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bagian ini dijelaskan langkah-langkah dalam perhitungan pendugaan nilai parameter dan peluang jumlah klaim yang terjadi asuransi.

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari PT. Asuransi AIG Malang. Data berupa jumlah polis asuransi (N) dan jumlah klaim asuransi (X) dengan jenis asuransi jiwa. Data diambil dari bulan januari tahun 2004 sampai desember tahun 2007 sehingga didapatkan 48 data. Dari 48 data yang dianalisis, hanya 36 data yang diambil dari januari tahun 2004 sampai desember tahun 2006, sedangkan 12 data yang diambil dari januari tahun 2007 sampai desember tahun 2007 digunakan sebagai pembanding. Data penelitian terdapat pada Lampiran 1.

3.2. Metode Analisis

Metode analisis yang digunakan meliputi pendugaan parameter distribusi prior dan proses simulasi untuk mendapatkan data sampel.

3.2.1. Pendugaan Parameter Distribusi Prior

Langkah-langkah dalam pendugaan parameter distribusi prior adalah sebagai berikut:

1. Menyiapkan data jumlah klaim (X)
2. Untuk data peluang klaim diduga menyebar eksponensial (θ_1, θ_2) nilai parameter θ_1 dan θ_2 yang akan diduga berdasarkan persamaan (2.4).

3.2.2. Pengujian *Goodness Of Fit*

Pengujian *Goodness Of Fit* digunakan untuk menguji apakah data sampel sudah sesuai dengan distribusi yang dihipotesiskan. Pengujian *Goodness Of Fit* menggunakan statistik uji satu sampel

Kolmogorov-Sminorv. Pada skripsi ini pengujian *Goodness Of Fit* langsung menggunakan bantuan software SPSS release 13.

3.2.3. Proses Simulasi

Proses simulasi dilakukan untuk membangkitkan data sampel berdasarkan distribusi bersyarat. Langkah-langkah dalam proses simulasi adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan distribusi bersyarat dari X dilakukan pengambilan sampel menggunakan teknik Gibbs Sampelr dengan tahapan sebagai berikut:
   - Menentukan nilai awal $x^{(0)}$, dimana $x^{(0)}$ dapat bernilai 0,1,2,...,*n*.
   - Untuk *i=1* sampai *n* (dalam penelitian ini *n* = 1100) dilakukan pengambilan sampel satu demi satu sebagai berikut:

     $$i=1 \rightarrow X_1^{(1)} \sim \pi(x_1 | x_2^{(0)},\ldots,x_k^{(0)})$$

     $$i=2 \rightarrow X_1^{(2)} \sim \pi(x_1 | x_2^{(1)},\ldots,x_k^{(1)})$$

     .

     .

     .

     $$i=n \rightarrow X_1^{(n)} \sim \pi(x_1 | x_2^{(n-1)},\ldots,x_k^{(n-1)})$$
2. Membuang 100 nilai pertama hasil dari langkah 1 untuk menghilangkan pengaruh nilai awal.
3. Untuk data jumlah klaim (*X*), dilakukan analisis dengan Membuat plot ACF untuk mengetahui nilai *X* yang didapatkan sudah saling bebas atau tidak
   - Jika saling bebas maka dapat langsung menuju ke intrepetasi hasil.
   - Jika tidak bebas maka dihitung nilai *k* yaitu jumlah ACF yang berada di luar batas dan dilakukan pengambilan sampel setiap kelipatan ke-*k*, kemudian menuju ke intrepetasi hasil.
4. Interpretasi hasil.

Untuk membantu perhitungan analisis data digunakan bantuan software Minitab release 15 dan Microsoft Excel. Bagan alur metode analisis dapat dilihat pada gambar 3.1.


Mulai
Pendugaan parameter distribusi prior
Goodness Of Fit
Distribusi prior
Simulasi MCMC dengan metode Gibbs Sampelr
Data jumlah klaim
Plot ACF
tidak bebas
Pengambilan sampel setiap kelipatan ke-k
bebas
Parameter distribusi posterior
Sampel
A

Gambar 3.1. Bagan alur metode analisis

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan ditunjukkan hasil dari pendugaan nilai parameter distribusi prior, hasil pengujian *Goodness Of Fit*, hasil proses simulasi, dan hasil dari pendugaan nilai parameter distribusi posterior sehingga didapatkan fungsi kepadatan peluang jumlah klaim yang terjadi. Dibahas juga tentang perhitungan peluang jumlah klaim yang terjadi pada tahun 2007 sebagai perbandingan terhadap selang kepercayaan rata-rata jumlah klaim yang terjadi. Perhitungan selang kepercayaan berdasarkan pada data peluang hasil iterasi.

4.1. Pendugaan Parameter Distribusi Prior

Dalam metode Bayes, parameter suatu distribusi dianggap sebagai variabel acak dengan distribusi peluang yang biasa disebut distribusi prior atau dapat dikatakan bahwa distribusi prior merupakan distribusi awal bagi parameter. Dalam pendugaan parameter distribusi prior, data yang digunakan adalah data yang diperoleh dari pengambilan data pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*. Dalam skripsi ini, data yang digunakan untuk menduga distribusi prior adalah data jumlah klaim (X) tahun 2004 sampai 2006 yang terdapat pada Lampiran 1. Data yang digunakan hanya data jumlah klaim, karena dalam penelitian ini akan dipelajari tentang peluang jumlah klaim yang terjadi. Untuk data jumlah klaim (X) yang diduga mempunyai distribusi eksponensial dua parameter sehingga parameter X mempunyai distribusi eksponensial.

Untuk menduga parameter θ_1 dan θ_2 dari distribusi eksponensial untuk variabel acak X (jumlah klaim) digunakan persamaan (2.4). Dari data pada Lampiran 1, diringkas informasi-informasi yang disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Ringkasan data jumlah klaim (X) berdasarkan Lampiran 1

n	$\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\overline{X}$	Min $(X_1,...,X_n)$
36	846	31.2083	3

dimana: n = banyak pengamatan

$\sum_{i=1}^{n} X_i$ = jumlah data klaim selama 36 pengamatan

$\overline{X}$ = rata-rata jumlah klaim

$\mathrm{Min}(X_1,\ldots,X_n)$ = nilai terkecil jumlah klaim

Berdasarkan persamaan (2.3) dan informasi pada tabel 4.1, maka didapatkan penduga parameter untuk distribusi eksponensial bagi data jumlah klaim adalah $\hat{\theta}_1$ = 28.2083 dan $\hat{\theta}_2$ = 3 sehingga X menyebar eksponensial (28.2083,3).

4.2 Pengujian *Goodness Of Fit*

Pengujian *Goodness Of Fit* dilakukan untuk menguji kebenaran apakah data sampel sudah sesuai dengan distribusi yang dihipotesiskan. Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji satu sampel *Kolmogorov-Sminorv*. Pada skripsi ini pengujian *Goodness Of Fit* dilakukan dengan menggunakan bantuan software SPSS release 13.

Pengujian distribusi data jumlah klaim asuransi dilakukan dengan asumsi bahwa data klaim (X) menyebar mengikuti distribusi eksponensial dua parameter (28.2083,3). Untuk menguji kebenaran asumsi tersebut, maka perlu dilakukan asumsi pengambilan keputusan sebagai berikut:

- H_0 : Data menyebar eksponensial
- H_1 : Data tidak menyebar eksponensial

Dalam hal ini kriteria pengambilan keputusan adalah::

- Jika *Asymp. sig* > 0.05 maka terima H_0, yang artinya data menyebar eksponensial
- Jika *Asymp.sig* < 0.05 maka tolak H_0, yang artinya data tidak menyebar eksponensial

Hasil pengujian *Goodness Of Fit* dengan menggunakan SPSS release 13 dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil Uji *Goodness Of Fit*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		bnyk_klaim
N		36
Exponential parameter[a,b]	Mean	23.50
Most Extreme Differences	Absolute	.208
	Positive	.147
	Negative	-.208
Kolmogorov-Smirnov Z		1.245
Asymp. Sig. (2-tailed)		.090

a. Test Distribution is Exponential.

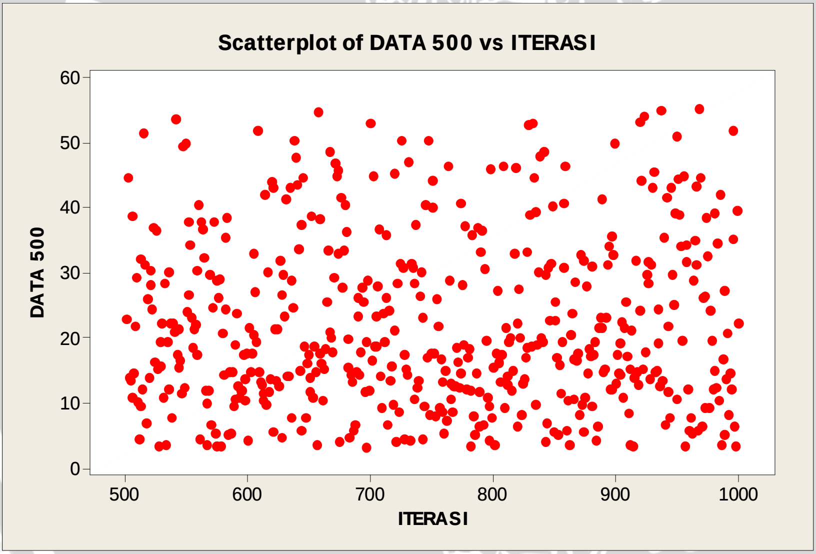
b. Calculated from data.

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa nilai hasil *Kolmogorov-Sminorv* adalah 1.245 dan *Asymp. sig* adalah 0.090 yang artinya menerima H_0, dimana telah diasumsikan bahwa H_0 merupakan data yang menyebar secara eksponensial. Dengan demikian data jumlah klaim (X) sudah sesuai dengan distribusi yang telah dihipotesiskan, sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa data jumlah klaim (X) menyebar secara eksponensial.

4.3. Proses Simulasi

Setelah didapatkan distribusi prior untuk X yaitu eksponensial (28.2083,3) maka langkah selanjutnya adalah menduga distribusi posterior dari X. Untuk mendapatkan distribusi posterior maka dilakukan proses simulasi. Proses simulasi digunakan untuk membangkitkan data sampel. Pembangkitan data sampel dilakukan secara iteratif sebanyak 1100 kali dengan terlebih dahulu memberikan distribusig nilai awal yang bersesuaian dengan X. Proses pembangkitan data dilakukan dengan bantuan *software* Minitab release 15, program makro untuk proses pembangkitan data dapat dilihat pada Lampiran 4. Data hasil bangkitan dapat dilihat pada Lampiran 2.

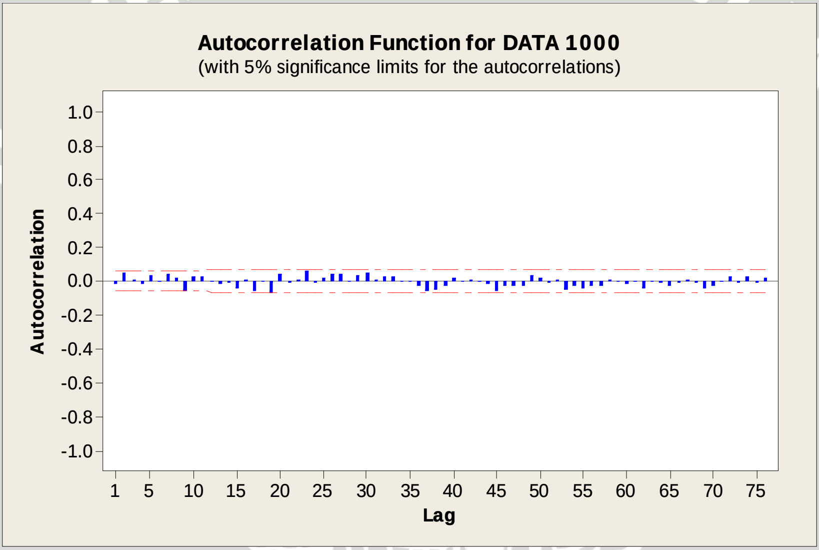
Data hasil bangkitan diperoleh dengan terlebih dahulu memberikan distribusig nilai awal yang bersesuaian. Pemberian nilai awal tersebut tentu akan sangat mempengaruhi hasil iterasi. Untuk menghilangkan pengaruh pemberian nilai awal tersebut maka harus dibuang 100 nilai pertama hasil iterasi. Pembuangan 100 nilai pertama hasil iterasi ini dilakukan untuk mencapai kondisi *burn-in*. Kondisi *burn-in* adalah suatu keadaan dimana nilai-nilai hasil iterasi sudah tidak dipengaruhi oleh pemberian nilai awal dan telah konvergen menuju distribusi tertentu. Setelah 100 nilai iterasi dihilangkan berarti sampel yang digunakan menjadi 1000 nilai, sehingga nilai iterasi yang baru dimulai dari iterasi ke-101 hingga ke-1100. Untuk mengetahui apakah data X telah konvergen (dimana hasil iterasi yang tidak dipengaruhi nilai awal akan menuju suatu titik tertentu) menuju distribusi tertentu (yang akan dilakukan), maka dibuat diagram pencar. Pembuatan diagram pencar dilakukan dengan mengambil 500 nilai X terakhir hasil iterasi. Diagram pencar untuk jumlah klaim (X) dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Diagram pencar 500 nilai X terakhir hasil iterasi

Berdasarkan data diagram pencar pada Gambar 4.1 maka dapat dilihat bahwa nilai-nilai X mengumpul disekitar nilai 5 sampai 25. Selain itu, nilai-nilai X juga menunjukkan suatu pola tertentu sehingga untuk sementara dapat dikatakan bahwa nilai-nilai tersebut telah konvergen menuju distribusi tertentu. Untuk membuktikan secara pasti apakah X telah konvergen menuju distribusi tertentu, maka akan dilakukan pendugaan bentuk distribusi data X terlebih dahulu.

Selain berdasarkan pada kondisi *burn-in*, nilai koefisien autokorelasi juga harus dipertimbangkan. Hal ini dikarenakan pembangkitan data dilakukan secara iteratif sehingga kemungkinan adanya pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi. Hal ini menyebabkan nilai koefisien autokorelasi perlu dipertimbangkan untuk menghilangkan pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi. Plot koefisien autokorelasi untuk data jumlah klaim dapat dilihat pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Plot ACF data jumlah klaim (X)

Berdasarkan plot *Autocorelation Function* (ACF) pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa tidak ada nilai koefisien autokorelasi yang berada di luar batas $\pm 2/\sqrt{1000} = \pm 0{,}0632$. Hal ini berarti sudah tidak terdapat korelasi diantara nilai-nilai X atau dapat dikatakan bahwa tidak ada ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi.

4.4. Parameter Distribusi Posterior

Dalam metode Bayes selain menggunakan informasi dari data sampel juga dipertimbangkan informasi dari distribusi prior untuk mendapatkan distribusi posterior. Distribusi posterior diperoleh dengan proses simulasi. Setelah dilakukan proses simulasi, maka dapat dilakukan pendugaan nilai parameter distribusi posterior. Dalam pendugaan distribusi posterior, data yang digunakan adalah data hasil iterasi atau data bangkitan. Pendugaan nilai parameter distribusi posterior dilakukan terhadap 1000 data hasil iterasi (setelah 100 data awal dihilangkan) yang terdapat pada Lampiran 3.

Untuk menduga nilai parameter θ_1 dan θ_2 dari distribusi eksponensial untuk variabel acak X (jumlah klaim) maka digunakan persamaan (2.4). Dari data Lampiran 3, dapat diringkas informasi-informasi yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Ringkasan data jumlah klaim (X) berdasarkan Lampiran 3

n	$\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\overline{X}$	Min $(X_1,\ldots,X_n)$
1000	22067	22	3

dimana: n = banyak pengamatan

$\sum_{i=1}^{n} X_i$ = jumlah data klaim selama 1000 pengamatan

$\overline{X}$ = rata-rata jumlah klaim

Min $(X_1,\ldots,X_n)$ = nilai terkecil jumlah klaim

Berdasarkan persamaan (2.3) dan nilai-nilai pada tabel 4.3, maka didapatkan nilai penduga parameter distribusi posterior untuk data jumlah klaim (X) adalah $\hat{\theta}_2$ = 3 dan $\hat{\theta}_1$ = 19. Dengan demikian X menyebar eksponensial (19,3).

Setelah didapatkan nilai parameter distribusi posterior bagi data jumlah klaim (X), maka dapat dibentuk model fungsi kepadatan peluang untuk jumlah klaim (X). Bentuk fungsi kepadatan peluang dari jumlah klaim adalah:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{19}e^{-(x-3)/19}, & x\geq 3\\ 0, & x<3\end{cases} \tag{4.1}$$

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang (4.1) dapat ditentukan peluang jumlah klaim yang terjadi. Data peluang jumlah klaim yang terjadi dapat dilihat pada Lampiran 3.

4.5 Hasil Perhitungan Peluang Klaim Tahun 2007

Setelah didapatkan distribusi posterior yang diperoleh dengan proses simulasi data pada tahun 2004 sampai 2006, maka peluang jumlah klaim yang terjadi pada tahun 2007 dapat ditaksir dengan menggunakan persamaan (2.2) dimana *f(x)* merupakan fungsi kepadatan peluang jumlah klaim pada persamaan (4.1). Hasil perhitungan peluang jumlah klaim terjadi terdapat pada lampiran 3, Berdasarkan Lampiran 3, maka dapat dihitung rata-rata dan simpangan baku peluang jumlah klaim yang terjadi. sehingga dapat ditentukan selang kepercayaan untuk peluang jumlah klaim yang terjadi.

Berdasarkan lampiran 3, dapat dihitung rata-rata peluang jumlah klaim yang terjadi dengan rumus $\overline{p}=(\sum_{i=1}^{1000}p_i)/1000$ sehingga didapatkan nilai rata-ratanya adalah 0.8755. Untuk simpangan baku dapat dihitung dengan menggunakan rumus $s=(\sum(p_i-\overline{p})^2)\big/(n-1)$ sehingga didapatkan nilai simpangan baku peluang jumlah klaim yang terjadi adalah 0.631967798.

Setelah didapatkan nilai rata-rata dan simpangan baku peluang jumlah klaim yang terjadi maka dapat ditentukan selang kepercayaan. Dengan menggunakan selang kepercayaan (1-α) 100% bagi μ (rata-rata) maka dapat diperoleh selang kepercayaan:

$$\overline{x}-t_{n-1}^{\alpha/2}\sqrt{\frac{s^2}{n}}<\mu<\overline{x}+t_{n-1}^{\alpha/2} \tag{4.2}$$

Selang kepercayaan pada persamaan (4.2) berpusat pada nilai tengah posteriornya dan mengandung (1-α)100% peluang posteriornya. Dalam skripsi ini $\overline{x}$ adalah rata-rata taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi atau $\overline{p}$, sedangkan *s* adalah simpangan baku taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi. Dengan demikian maka didapatkan rumus selang taksiran Bayes yang baru yaitu:

$$\overline{p} - t_{n-1}^{\alpha/2}\sqrt{\frac{s^2}{n}} < \overline{p}_j < \overline{p} + t_{n-1}^{\alpha/2}\sqrt{\frac{s^2}{n}} \qquad (4.3)$$

Pada skripsi ini taraf kepercayaan yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$ dengan $t_{n-1}^{\alpha/2} = 1.96$.

Dengan mengetahui nilai rata-rata dan simpangan baku taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi dapat dihitung selang kepercayaan peluang jumlah klaim yang terjadi klaim yaitu:

$$0.836330230 < \overline{p}_j < 0.914669769 \qquad (4.4)$$

Dimana $\overline{p}_j$ merupakan rata-rata peluang jumlah klaim yang terjadi berdasarkan data tahun 2007.

Sesudah didapatkan selang kepercayaan untuk peluang klaim berdasarkan persamaan (4.4) maka dapat dibandingkan apakah rata-rata peluang jumlah klaim yang terjadi berdasarkan data tahun 2007 sesuai selang kepercayaan atau tidak. Untuk itu langkah pertama yang harus dilakukan adalah menghitung peluang jumlah klaim yang terjadi berdasarkan data tahun 2007. Peluang jumlah klaim yang terjadi pada tahun 2007 dihitung berdasarkan persamaan (2.2) dimana *f(x)* merupakan fungsi kepadatan peluang jumlah klaim yang terjadi pada persamaan (4.1). Hasil perhitungan dapat dilihat pada tabel 4.4.

Tabel 4.4 Distribusi peluang klaim tahun 2007

Bulan	X	p_j
1	41	0.8647
2	46	0.8960
3	30	0.7585
4	50	0.9157
5	55	0.9352
6	40	0.8574
7	42	0.8716
8	51	0.9200
9	45	0.8904
10	51	0.9200
11	70	0.9706
12	72	0.9735

Berdasarkan data peluang klaim tahun 2007 pada Tabel 4.4 dapat diketahui nilai rata-rata dari peluang terjadinya pada tahun 2007. Dengan menggunakan rumus $\overline{p}_j = (\sum_{j=1}^{12} p_j)/12$ maka didapatkan nilai rata-ratanya yaitu 0.8978. Setelah didapatkan nilai rata-rata peluang jumlah klaim yang terjadi tahun 2007 maka dapat diketahui bahwa rata-ratanya masuk dalam selang kepercayaan pada persamaan (4.4). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa metode Bayes dengan pendekatan MCMC dapat digunakan untuk menaksir peluang jumlah klaim yang terjadi untuk periode selanjutnya.

Dengan mengetahui bentuk distribusi dan fungsi kepadatan peluang klaim pada persamaan (4.1), diharapkan perusahaan dapat memperkirakan peluang jumlah klaim yang terjadi yang akan terjadi pada periode-periode selanjutnya. Dengan demikian perusahaan dapat memperkirakan berapa besar biaya ganti rugi yang harus dikeluarkan sehubungan dengan terjadinya klaim.

BAB V
KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Bentuk distribusi data jumlah klaim pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office* adalah distribusi eksponensial dua parameter dengan nilai parameter dari jumlah klaim adalah $\hat{\theta}_1 = 19$ dan $\hat{\theta}_2 = 3$ sehingga fungsi kepadatan peluangnya adalah:
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{19} e^{-(x-3)/19}, & x \geq 3 \\ 0, & x < 3 \end{cases}$$
2. Hasil perhitungan peluang jumlah klaim yang terjadi tahun 2007 berdasarkan data tahun 2007 nilai rata-ratanya adalah 0.8978. Nilai ini sesuai dengan selang kepercayaan 0.836330230< $\overline{p}_j$ <0.914669769 berdasarkan perhitungan taksiran peluang jumlah klaim yang terjadi tahun 2007 menggunakan data data klaim tahun 2004 sampai 2006. Dengan demikian, metode Bayes dengan pendekatan MCMC dapat digunakan untuk menaksir peluang jumlah klaim yang terjadi untuk periode selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

Berger, J.O. 1985. **Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis.** Second edition. Springer-Verlag New York, inc., New York.

Cryer, J. 1986. **Time Series Analysis**. PSW Publisher, USA.

Dudewicz, E.J. dan S.N. Mishra. 1988. **Modern Mathematical Statistics**. John Wiley & Sons, New York.

Hines, WW. dan D.C. Montgomery. 1990. **Probabilitas dan Statistik Dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen**. Edisi ke-2. Terjemahan Rudiansyah. Universitas Indonesia, Jakarta.

Hogg, R.V. dan A.T. Graig. 1978. **Introduction to Mathematical Statistics.** Fourth edition. Macmilan Publishing Company, London.

Makridakis, S. dan S.C. Whelright. 1994. **Metode-metode Peramalan untuk Manajemen**. Terjemahan Daniel Wirajaya. Binarupa Aksara, Jakarta.

Pereira, F. 1999. **Practical Modern Bayesian Statistics in Actuarial Science**. General Insurance Convention.

Scollnik, D.P.M. 1996. **An Introduction To Markov Chain Monte Carlo Methods and Their Actuarial Applications.** Proceding the Casuality Actuarial Society. Department of Mathematics and Statistics, University of Calgary.

Taha, H.A. 1992. **Operations Research**. Fifth edition. Macmillan Publishing Company, New York.

Tim dosen matematika jurusan Matematika. 2006. **Modul Praktikum Statistika Dasar**. FMIPA Universitas Brawijaya, Malang.

W.-K. Pang, S-H. Hou, M.D. Troutt, W.-T.Yu, dan K.W. K.Li. 2007. ***A Markov Chain Monte Carlo Approach to Estimate the Risks of Extremely Large Insurance Claims***. International Journal of Business and Economic. Vol.6.No.3, 225-236.

Walpole,R.E. dan R.H. Myers. 1995. **Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan.** Terbitan ke-2. Terjemahan R.K.Sembiring. ITB, Bandung.

Wei, W. 1990. **Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods**. Addison Wesley Publishing Company Inc, USA.

Lampiran 1. **Data jumlah polis asuransi (N) dan jumlah klaim asuransi (X) pada PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office***

Tahun	Bulan	N	X
2004	Januari	197	8
	Februari	120	3
	Maret	108	5
	April	101	3
	Mei	118	5
	Juni	88	7
	Juli	119	8
	Agustus	111	13
	September	91	10
	Oktober	96	13
	November	86	12
	Desember	75	10
2005	Januari	105	17
	Februari	169	28
	Maret	104	19
	April	92	17
	Mei	118	24
	Juni	150	33
	Juli	105	23
	Agustus	96	23
	September	128	32
	Oktober	108	32
	November	112	32
	Desember	137	40
2006	Januari	153	45
	Februari	144	30
	Maret	109	45
	April	138	43
	Mei	130	33
	Juni	127	34
	Juli	105	29
	Agustus	143	35
	September	115	30
	Oktober	120	30
	November	135	35
	Desember	140	40

2007	Januari Februari Maret April Mei Juni Juli Agustus September Oktober November Desember	140 157 103 158 175 130 120 140 130 125 176 165	41 46 30 50 55 40 42 51 45 51 70 72

Keterangan:

Data pada tabel diatas diambil dari PT. Asuransi AIG Malang *Regional Office*. Pengambilan data dimulai pada periode tahun 2004 sampai tahun 2007 dengan jenis asuransi jiwa. Data yang diambil berupa jumlah polis asuransi (N) dan jumlah klaim asuransi (X) tiap bulan.

Lampiran 2. Data hasil bangkitan

No	X	No	X	No	X	No	X
1	29	49	41	97	15	145	15
2	26	50	15	98	27	146	6
3	15	51	17	99	36	147	26
4	17	52	26	100	33	148	15
5	38	53	20	101	45	149	24
6	24	54	24	102	8	150	20
7	36	55	41	103	50	151	11
8	35	56	29	104	16	152	51
9	22	57	50	105	13	153	33
10	16	58	24	106	9	154	9
11	18	59	33	107	21	155	16
12	20	60	18	108	20	156	12
13	17	61	21	109	24	157	14
14	31	62	53	110	17	158	19
15	19	63	15	111	46	159	24
16	39	64	19	112	22	160	24
17	19	65	21	113	20	161	35
18	19	66	26	114	33	162	21
19	29	67	28	115	8	163	54
20	21	68	21	116	16	164	4
21	27	69	40	117	26	165	40
22	27	70	29	118	44	166	33
23	56	71	17	119	43	167	13
24	20	72	16	120	31	168	53
25	17	73	18	121	17	169	10
26	39	74	20	122	11	170	40
27	18	75	26	123	38	171	4
28	16	76	32	124	37	172	9
29	41	77	48	125	7	173	19
30	32	78	16	126	49	174	4
31	18	79	20	127	7	175	14
32	25	80	32	128	26	176	12
33	24	81	16	129	5	177	35
34	34	82	24	130	23	178	36
35	33	83	31	131	23	179	36
36	26	84	62	132	17	180	28
37	23	85	26	133	25	181	29
38	16	86	41	134	17	182	30
39	23	87	41	135	17	183	17
40	25	88	23	136	51	184	52
41	28	89	21	137	15	185	18
42	43	90	17	138	7	186	23
43	63	91	25	139	38	187	26
44	43	92	17	140	12	188	17
45	22	93	16	141	21	189	14
46	24	94	43	142	3	190	24
47	29	95	21	143	44	191	25
48	19	96	36	144	28	192	33

No	X
193	12
194	42
195	46
196	17
197	9
198	20
199	15
200	13
201	7
202	49
203	31
204	10
205	14
206	22
207	33
208	22
209	45
210	26
211	4
212	18
213	44
214	21
215	7
216	43
217	52
218	7
219	15
220	36
221	35
222	6
223	14
224	31
225	48
226	21
227	38
228	9
229	52
230	16
231	26
232	7
233	17
234	6
235	15
236	30
237	9
238	12
239	29
240	18
241	51
242	46

No	X
243	36
244	10
245	8
246	13
247	28
248	20
249	15
250	5
251	31
252	12
253	27
254	22
255	12
256	15
257	3
258	32
259	6
260	14
261	6
262	28
263	22
264	4
265	28
266	26
267	26
268	5
269	30
270	15
271	16
272	17
273	34
274	8
275	14
276	8
277	14
278	43
279	15
280	14
281	14
282	15
283	17
284	6
285	18
286	8
287	12
288	9
289	7
290	28
291	35
292	33

No	X
293	50
294	27
295	27
296	16
297	13
298	27
299	24
300	8
301	51
302	39
303	12
304	40
305	4
306	35
307	41
308	48
309	3
310	5
311	26
312	11
313	25
314	35
315	8
316	16
317	9
318	12
319	7
320	17
321	17
322	34
323	15
324	19
325	33
326	37
327	55
328	35
329	19
330	16
331	48
332	34
333	9
334	39
335	31
336	45
337	54
338	15
339	31
340	8
341	16
342	8

No	X
343	24
344	27
345	10
346	12
347	7
348	25
349	28
350	42
351	8
352	21
353	26
354	21
355	21
356	5
357	24
358	22
359	23
360	53
361	20
362	5
363	27
364	13
365	22
366	30
367	52
368	34
369	7
370	16
371	45
372	5
373	19
374	19
375	30
376	30
377	27
378	16
379	27
380	42
381	15
382	7
383	20
384	30
385	14
386	27
387	13
388	8
389	32
390	5
391	26
392	24

No	X	No	X	No	X	No	X
393	5	443	20	493	37	543	7
394	20	444	5	494	27	544	36
395	7	445	28	495	24	545	38
396	8	446	20	496	19	546	5
397	5	447	24	497	4	547	24
398	3	448	47	498	17	548	5
399	48	449	14	499	9	549	8
400	50	450	15	500	40	550	23
401	31	451	36	501	40	551	45
402	37	452	28	502	23	552	49
403	18	453	19	503	26	553	15
404	19	454	25	504	11	554	37
405	22	455	30	505	26	555	21
406	30	456	16	506	18	556	4
407	18	457	32	507	10	557	27
408	5	458	16	508	7	558	24
409	14	459	49	509	9	559	30
410	31	460	9	510	8	560	5
411	24	461	17	511	29	561	14
412	19	462	30	512	13	562	26
413	4	463	21	513	10	563	15
414	21	464	9	514	30	564	19
415	8	465	28	515	14	565	45
416	7	466	15	516	20	566	46
417	26	467	13	517	29	567	6
418	14	468	33	518	10	568	17
419	24	469	9	519	18	569	8
420	10	470	12	520	13	570	11
421	32	471	35	521	36	571	13
422	16	472	15	522	45	572	25
423	4	473	48	523	33	573	29
424	5	474	15	524	35	574	27
425	7	475	8	525	19	575	27
426	51	476	6	526	20	576	20
427	32	477	22	527	23	577	41
428	24	478	31	528	16	578	26
429	14	479	15	529	55	579	12
430	52	480	19	530	16	580	7
431	19	481	32	531	23	581	19
432	24	482	54	532	19	582	31
433	40	483	14	533	17	583	5
434	20	484	19	534	22	584	15
435	53	485	8	535	5	585	19
436	10	486	4	536	20	586	25
437	4	487	20	537	6	587	11
438	7	488	13	538	12	588	13
439	5	489	24	539	15	589	14
440	7	490	25	540	16	590	14
441	24	491	13	541	10	591	17
442	47	492	6	542	32	592	52

No	X
593	13
594	8
595	33
596	4
597	44
598	39
599	7
600	38
601	23
602	45
603	14
604	13
605	39
606	11
607	15
608	22
609	29
610	10
611	4
612	32
613	10
614	12
615	52
616	31
617	7
618	26
619	14
620	30
621	28
622	24
623	37
624	16
625	37
626	15
627	3
628	16
629	19
630	22
631	11
632	28
633	4
634	19
635	12
636	30
637	22
638	8
639	22
640	21
641	54
642	17

No	X
643	15
644	21
645	16
646	11
647	50
648	12
649	50
650	24
651	27
652	38
653	34
654	23
655	19
656	21
657	22
658	30
659	17
660	41
661	4
662	38
663	37
664	32
665	12
666	4
667	10
668	12
669	30
670	7
671	25
672	38
673	5
674	29
675	3
676	26
677	29
678	3
679	21
680	14
681	24
682	36
683	39
684	5
685	15
686	5
687	15
688	10
689	11
690	19
691	24
692	13

No	X
693	11
694	12
695	12
696	17
697	14
698	11
699	18
700	4
701	22
702	15
703	18
704	20
705	33
706	27
707	19
708	52
709	15
710	13
711	13
712	10
713	11
714	42
715	10
716	30
717	12
718	14
719	44
720	6
721	43
722	21
723	13
724	21
725	13
726	32
727	5
728	27
729	30
730	23
731	41
732	14
733	14
734	43
735	8
736	29
737	25
738	50
739	48
740	44
741	34
742	15

No	X
743	6
744	37
745	45
746	19
747	8
748	16
749	18
750	12
751	14
752	39
753	11
754	19
755	15
756	4
757	55
758	18
759	38
760	16
761	10
762	15
763	18
764	26
765	34
766	49
767	21
768	20
769	18
770	29
771	47
772	45
773	33
774	46
775	4
776	42
777	28
778	34
779	41
780	36
781	15
782	20
783	5
784	14
785	13
786	6
787	7
788	15
789	23
790	26
791	14
792	18

No	X
793	28
794	26
795	12
796	19
797	3
798	29
799	12
800	53
801	17
802	45
803	19
804	23
805	19
806	28
807	37
808	14
809	9
810	24
811	19
812	26
813	36
814	7
815	24
816	13
817	16
818	10
819	21
820	45
821	4
822	29
823	9
824	32
825	51
826	31
827	5
828	17
829	15
830	14
831	47
832	4
833	31
834	31
835	28
836	11
837	37
838	12
839	13
840	26
841	30
842	5

No	X
843	23
844	10
845	41
846	17
847	51
848	8
849	18
850	44
851	40
852	18
853	8
854	26
855	22
856	9
857	17
858	13
859	9
860	5
861	15
862	7
863	47
864	29
865	13
866	11
867	9
868	13
869	13
870	19
871	16
872	12
873	15
874	41
875	28
876	19
877	37
878	12
879	17
880	18
881	12
882	3
883	36
884	8
885	5
886	15
887	37
888	12
889	6
890	33
891	37
892	7

No	X
893	31
894	20
895	11
896	4
897	10
898	46
899	8
900	16
901	3
902	18
903	27
904	16
905	16
906	13
907	18
908	47
909	9
910	22
911	13
912	14
913	19
914	20
915	12
916	15
917	33
918	46
919	6
920	22
921	28
922	20
923	8
924	13
925	14
926	17
927	33
928	18
929	53
930	39
931	19
932	53
933	45
934	10
935	40
936	19
937	30
938	48
939	20
940	19
941	49
942	4

No	X
943	30
944	7
945	31
946	23
947	31
948	40
949	5
950	26
951	23
952	17
953	5
954	16
955	11
956	19
957	31
958	41
959	46
960	6
961	10
962	4
963	21
964	24
965	11
966	17
967	29
968	17
969	18
970	8
971	33
972	10
973	6
974	32
975	11
976	28
977	15
978	18
979	17
980	10
981	31
982	17
983	19
984	4
985	6
986	22
987	23
988	41
989	22
990	15
991	15
992	23

No	X
993	31
994	34
995	12
996	36
997	12
998	33
999	50
1000	13
1001	18
1002	15
1003	14
1004	19
1005	23
1006	11
1007	22
1008	26
1009	17
1010	8
1011	4
1012	15
1013	21
1014	3
1015	14
1016	32
1017	15
1018	13
1019	53
1020	24
1021	44
1022	15
1023	54
1024	18
1025	30
1026	32
1027	28
1028	14
1029	31
1030	43
1031	46
1032	15
1033	15
1034	19
1035	24
1036	13
1037	55
1038	13
1039	36
1040	7
1041	42
1042	12

No	X
1043	22
1044	8
1045	43
1046	30
1047	25
1048	39
1049	51
1050	11
1051	45
1052	39
1053	34
1054	20
1055	45
1056	3
1057	34
1058	32
1059	12
1060	6
1061	8
1062	5
1063	29
1064	35
1065	31
1066	43
1067	6
1068	55
1069	45
1070	6
1071	26
1072	9
1073	26
1074	38
1075	33
1076	9
1077	24
1078	20
1079	12
1080	39
1081	15
1082	12
1083	35
1084	10
1085	42
1086	4
1087	17
1088	5
1089	27
1090	14
1091	21
1092	8

No	X
1093	15
1094	12
1095	52
1096	35
1097	6
1098	3
1099	40
1100	22

Lampiran 3. Data yang digunakan dalam analisis

No	X	p
1	45	0.890357
2	8	0.231379
3	50	0.915726
4	16	0.495512
5	13	0.409222
6	9	0.270787
7	21	0.612240
8	20	0.591285
9	24	0.668876
10	17	0.521377
11	46	0.895979
12	22	0.632121
13	20	0.591285
14	33	0.793808
15	8	0.231379
16	16	0.495512
17	26	0.701960
18	44	0.884432
19	43	0.878186
20	31	0.770920
21	17	0.521377
22	11	0.343644
23	38	0.841517
24	37	0.832952
25	7	0.189842
26	49	0.911172
27	7	0.189842
28	26	0.701960
29	5	0.099912
30	23	0.650982
31	23	0.650982
32	17	0.521377
33	25	0.685853
34	17	0.521377
35	17	0.521377
36	51	0.920047
37	15	0.468248
38	7	0.189842
39	38	0.841517
40	12	0.377296
41	21	0.612240
42	3	0.000000
43	44	0.884432
44	28	0.731738
45	15	0.468248
46	6	0.146060
47	26	0.701960
48	15	0.468248

No	X	p
49	24	0.668876
50	20	0.591285
51	11	0.343644
52	51	0.920047
53	33	0.793808
54	9	0.270787
55	16	0.495512
56	12	0.377296
57	14	0.439512
58	19	0.569197
59	24	0.668876
60	24	0.668876
61	35	0.814409
62	21	0.612240
63	54	0.931725
64	4	0.051271
65	40	0.857351
66	33	0.793808
67	13	0.409222
68	53	0.928035
69	10	0.308174
70	40	0.857351
71	4	0.051271
72	9	0.270787
73	19	0.569197
74	4	0.051271
75	14	0.439512
76	12	0.377296
77	35	0.814409
78	36	0.823924
79	36	0.823924
80	28	0.731738
81	29	0.745492
82	30	0.758540
83	17	0.521377
84	52	0.924146
85	18	0.545916
86	23	0.650982
87	26	0.701960
88	17	0.521377
89	14	0.439512
90	24	0.668876
91	25	0.685853
92	33	0.793808
93	12	0.377296
94	42	0.871603
95	46	0.895979
96	17	0.521377

No	X	p
97	9	0.270787
98	20	0.591285
99	15	0.468248
100	13	0.409222
101	7	0.189842
102	49	0.911172
103	31	0.770920
104	10	0.308174
105	14	0.439512
106	22	0.632121
107	33	0.793808
108	22	0.632121
109	45	0.890357
110	26	0.701960
111	4	0.051271
112	18	0.545916
113	44	0.884432
114	21	0.612240
115	7	0.189842
116	43	0.878186
117	52	0.924146
118	7	0.189842
119	15	0.468248
120	36	0.823924
121	35	0.814409
122	6	0.146060
123	14	0.439512
124	31	0.770920
125	48	0.906372
126	21	0.612240
127	38	0.841517
128	9	0.270787
129	52	0.924146
130	16	0.495512
131	26	0.701960
132	7	0.189842
133	17	0.521377
134	6	0.146060
135	15	0.468248
136	30	0.758540
137	9	0.270787
138	12	0.377296
139	29	0.745492
140	18	0.545916
141	51	0.920047
142	46	0.895979
143	36	0.823924
144	10	0.308174

No	X	p
145	8	0.231379
146	13	0.409222
147	28	0.731738
148	20	0.591285
149	15	0.468248
150	5	0.099912
151	31	0.770920
152	12	0.377296
153	27	0.717240
154	22	0.632121
155	12	0.377296
156	15	0.468248
157	3	0.000000
158	32	0.782665
159	6	0.146060
160	14	0.439512
161	6	0.146060
162	28	0.731738
163	22	0.632121
164	4	0.051271
165	28	0.731738
166	26	0.701960
167	26	0.701960
168	5	0.099912
169	30	0.758540
170	15	0.468248
171	16	0.495512
172	17	0.521377
173	34	0.804380
174	8	0.231379
175	14	0.439512
176	8	0.231379
177	14	0.439512
178	43	0.878186
179	15	0.468248
180	14	0.439512
181	14	0.439512
182	15	0.468248
183	17	0.521377
184	6	0.146060
185	18	0.545916
186	8	0.231379
187	12	0.377296
188	9	0.270787
189	7	0.189842
190	28	0.731738
191	35	0.814409
192	33	0.793808
193	50	0.915726
194	27	0.717240

No	X	p
195	27	0.717240
196	16	0.495512
197	13	0.409222
198	27	0.717240
199	24	0.668876
200	8	0.231379
201	51	0.920047
202	39	0.849642
203	12	0.377296
204	40	0.857351
205	4	0.051271
206	35	0.814409
207	41	0.864665
208	48	0.906372
209	3	0.000000
210	5	0.099912
211	26	0.701960
212	11	0.343644
213	25	0.685853
214	35	0.814409
215	8	0.231379
216	16	0.495512
217	9	0.270787
218	12	0.377296
219	7	0.189842
220	17	0.521377
221	17	0.521377
222	34	0.804380
223	15	0.468248
224	19	0.569197
225	33	0.793808
226	37	0.832952
227	55	0.935225
228	35	0.814409
229	19	0.569197
230	16	0.495512
231	48	0.906372
232	34	0.804380
233	9	0.270787
234	39	0.849642
235	31	0.770920
236	45	0.890357
237	54	0.931725
238	15	0.468248
239	31	0.770920
240	8	0.231379
241	16	0.495512
242	8	0.231379
243	24	0.668876
244	27	0.717240

No	X	p
245	10	0.308174
246	12	0.377296
247	7	0.189842
248	25	0.685853
249	28	0.731738
250	42	0.871603
251	8	0.231379
252	21	0.612240
253	26	0.701960
254	21	0.612240
255	21	0.612240
256	5	0.099912
257	24	0.668876
258	22	0.632121
259	23	0.650982
260	53	0.928035
261	20	0.591285
262	5	0.099912
263	27	0.717240
264	13	0.409222
265	22	0.632121
266	30	0.758540
267	52	0.924146
268	34	0.804380
269	7	0.189842
270	16	0.495512
271	45	0.890357
272	5	0.099912
273	19	0.569197
274	19	0.569197
275	30	0.758540
276	30	0.758540
277	27	0.717240
278	16	0.495512
279	27	0.717240
280	42	0.871603
281	15	0.468248
282	7	0.189842
283	20	0.591285
284	30	0.758540
285	14	0.439512
286	27	0.717240
287	13	0.409222
288	8	0.231379
289	32	0.782665
290	5	0.099912
291	26	0.701960
292	24	0.668876
293	5	0.099912
294	20	0.591285

No	X	p
295	7	0.189842
296	8	0.231379
297	5	0.099912
298	3	0.000000
299	48	0.906372
300	50	0.915726
301	31	0.770920
302	37	0.832952
303	18	0.545916
304	19	0.569197
305	22	0.632121
306	30	0.758540
307	18	0.545916
308	5	0.099912
309	14	0.439512
310	31	0.770920
311	24	0.668876
312	19	0.569197
313	4	0.051271
314	21	0.612240
315	8	0.231379
316	7	0.189842
317	26	0.701960
318	14	0.439512
319	24	0.668876
320	10	0.308174
321	32	0.782665
322	16	0.495512
323	4	0.051271
324	5	0.099912
325	7	0.189842
326	51	0.920047
327	32	0.782665
328	24	0.668876
329	14	0.439512
330	52	0.924146
331	19	0.569197
332	24	0.668876
333	40	0.857351
334	20	0.591285
335	53	0.928035
336	10	0.308174
337	4	0.051271
338	7	0.189842
339	5	0.099912
340	7	0.189842
341	24	0.668876
342	47	0.901312
343	20	0.591285
344	5	0.099912

No	X	p
345	28	0.731738
346	20	0.591285
347	24	0.668876
348	47	0.901312
349	14	0.439512
350	15	0.468248
351	36	0.823924
352	28	0.731738
353	19	0.569197
354	25	0.685853
355	30	0.75854
356	16	0.495512
357	32	0.782665
358	16	0.495512
359	49	0.911172
360	9	0.270787
361	17	0.521377
362	30	0.75854
363	21	0.61224
364	9	0.270787
365	28	0.731738
366	15	0.468248
367	13	0.409222
368	33	0.793808
369	9	0.270787
370	12	0.377296
371	35	0.814409
372	15	0.468248
373	48	0.906372
374	15	0.468248
375	8	0.231379
376	6	0.14606
377	22	0.632121
378	31	0.77092
379	15	0.468248
380	19	0.569197
381	32	0.782665
382	54	0.931725
383	14	0.439512
384	19	0.569197
385	8	0.231379
386	4	0.051271
387	20	0.591285
388	13	0.409222
389	24	0.668876
390	25	0.685853
391	13	0.409222
392	6	0.14606
393	37	0.832952
394	27	0.71724

No	X	p
395	24	0.668876
396	19	0.569197
397	4	0.051271
398	17	0.521377
399	9	0.270787
400	40	0.857351
401	40	0.857351
402	23	0.650982
403	26	0.70196
404	11	0.343644
405	26	0.70196
406	18	0.545916
407	10	0.308174
408	7	0.189842
409	9	0.270787
410	8	0.231379
411	29	0.745492
412	13	0.409222
413	10	0.308174
414	30	0.75854
415	14	0.439512
416	20	0.591285
417	29	0.745492
418	10	0.308174
419	18	0.545916
420	13	0.409222
421	36	0.823924
422	45	0.890357
423	33	0.793808
424	35	0.814409
425	19	0.569197
426	20	0.591285
427	23	0.650982
428	16	0.495512
429	55	0.935225
430	16	0.495512
431	23	0.650982
432	19	0.569197
433	17	0.521377
434	22	0.632121
435	5	0.099912
436	20	0.591285
437	6	0.14606
438	12	0.377296
439	15	0.468248
440	16	0.495512
441	10	0.308174
442	32	0.782665
443	7	0.189842
444	36	0.823924

No	X	p	No	X	p	No	X	p
445	38	0.841517	495	33	0.793808	545	16	0.495512
446	5	0.099912	496	4	0.051271	546	11	0.343644
447	24	0.668876	497	44	0.884432	547	50	0.915726
448	5	0.099912	498	39	0.849642	548	12	0.377296
449	8	0.231379	499	7	0.189842	549	50	0.915726
450	23	0.650982	500	38	0.841517	550	24	0.668876
451	45	0.890357	501	23	0.650982	551	27	0.71724
452	49	0.911172	502	45	0.890357	552	38	0.841517
453	15	0.468248	503	14	0.439512	553	34	0.80438
454	37	0.832952	504	13	0.409222	554	23	0.650982
455	21	0.61224	505	39	0.849642	555	19	0.569197
456	4	0.051271	506	11	0.343644	556	21	0.61224
457	27	0.71724	507	15	0.468248	557	22	0.632121
458	24	0.668876	508	22	0.632121	558	30	0.75854
459	30	0.75854	509	29	0.745492	559	17	0.521377
460	5	0.099912	510	10	0.308174	560	41	0.864665
461	14	0.439512	511	4	0.051271	561	4	0.051271
462	26	0.70196	512	32	0.782665	562	38	0.841517
463	15	0.468248	513	10	0.308174	563	37	0.832952
464	19	0.569197	514	12	0.377296	564	32	0.782665
465	45	0.890357	515	52	0.924146	565	12	0.377296
466	46	0.895979	516	31	0.77092	566	4	0.051271
467	6	0.14606	517	7	0.189842	567	10	0.308174
468	17	0.521377	518	26	0.70196	568	12	0.377296
469	8	0.231379	519	14	0.439512	569	30	0.75854
470	11	0.343644	520	30	0.75854	570	7	0.189842
471	13	0.409222	521	28	0.731738	571	25	0.685853
472	25	0.685853	522	24	0.668876	572	38	0.841517
473	29	0.745492	523	37	0.832952	573	5	0.099912
474	27	0.71724	524	16	0.495512	574	29	0.745492
475	27	0.71724	525	37	0.832952	575	3	0
476	20	0.591285	526	15	0.468248	576	26	0.70196
477	41	0.864665	527	3	0	577	29	0.745492
478	26	0.70196	528	16	0.495512	578	3	0
479	12	0.377296	529	19	0.569197	579	21	0.61224
480	7	0.189842	530	22	0.632121	580	14	0.439512
481	19	0.569197	531	11	0.343644	581	24	0.668876
482	31	0.77092	532	28	0.731738	582	36	0.823924
483	5	0.099912	533	4	0.051271	583	39	0.849642
484	15	0.468248	534	19	0.569197	584	5	0.099912
485	19	0.569197	535	12	0.377296	585	15	0.468248
486	25	0.685853	536	30	0.75854	586	5	0.099912
487	11	0.343644	537	22	0.632121	587	15	0.468248
488	13	0.409222	538	8	0.231379	588	10	0.308174
489	14	0.439512	539	22	0.632121	589	11	0.343644
490	14	0.439512	540	21	0.61224	590	19	0.569197
491	17	0.521377	541	54	0.931725	591	24	0.668876
492	52	0.924146	542	17	0.521377	592	13	0.409222
493	13	0.409222	543	15	0.468248	593	11	0.343644
494	8	0.231379	544	21	0.61224	594	12	0.377296

No	X	p
595	12	0.377296
596	17	0.521377
597	14	0.439512
598	11	0.343644
599	18	0.545916
600	4	0.051271
601	22	0.632121
602	15	0.468248
603	18	0.545916
604	20	0.591285
605	33	0.793808
606	27	0.71724
607	19	0.569197
608	52	0.924146
609	15	0.468248
610	13	0.409222
611	13	0.409222
612	10	0.308174
613	11	0.343644
614	42	0.871603
615	10	0.308174
616	30	0.75854
617	12	0.377296
618	14	0.439512
619	44	0.884432
620	6	0.14606
621	43	0.878186
622	21	0.61224
623	13	0.409222
624	21	0.61224
625	13	0.409222
626	32	0.782665
627	5	0.099912
628	27	0.71724
629	30	0.75854
630	23	0.650982
631	41	0.864665
632	14	0.439512
633	14	0.439512
634	43	0.878186
635	8	0.231379
636	29	0.745492
637	25	0.685853
638	50	0.915726
639	48	0.906372
640	44	0.884432
641	34	0.80438
642	15	0.468248
643	6	0.14606
644	37	0.832952

No	X	p
645	45	0.890357
646	19	0.569197
647	8	0.231379
648	16	0.495512
649	18	0.545916
650	12	0.377296
651	14	0.439512
652	39	0.849642
653	11	0.343644
654	19	0.569197
655	15	0.468248
656	4	0.051271
657	55	0.935225
658	18	0.545916
659	38	0.841517
660	16	0.495512
661	10	0.308174
662	15	0.468248
663	18	0.545916
664	26	0.70196
665	34	0.80438
666	49	0.911172
667	21	0.61224
668	20	0.591285
669	18	0.545916
670	29	0.745492
671	47	0.901312
672	45	0.890357
673	33	0.793808
674	46	0.895979
675	4	0.051271
676	42	0.871603
677	28	0.731738
678	34	0.80438
679	41	0.864665
680	36	0.823924
681	15	0.468248
682	20	0.591285
683	5	0.099912
684	14	0.439512
685	13	0.409222
686	6	0.14606
687	7	0.189842
688	15	0.468248
689	23	0.650982
690	26	0.70196
691	14	0.439512
692	18	0.545916
693	28	0.731738
694	26	0.70196

No	X	p
695	12	0.377296
696	19	0.569197
697	3	0
698	29	0.745492
699	12	0.377296
700	53	0.928035
701	17	0.521377
702	45	0.890357
703	19	0.569197
704	23	0.650982
705	19	0.569197
706	28	0.731738
707	37	0.832952
708	14	0.439512
709	9	0.270787
710	24	0.668876
711	19	0.569197
712	26	0.70196
713	36	0.823924
714	7	0.189842
715	24	0.668876
716	13	0.409222
717	16	0.495512
718	10	0.308174
719	21	0.61224
720	45	0.890357
721	4	0.051271
722	29	0.745492
723	9	0.270787
724	32	0.782665
725	51	0.920047
726	31	0.77092
727	5	0.099912
728	17	0.521377
729	15	0.468248
730	14	0.439512
731	47	0.901312
732	4	0.051271
733	31	0.77092
734	31	0.77092
735	28	0.731738
736	11	0.343644
737	37	0.832952
738	12	0.377296
739	13	0.409222
740	26	0.70196
741	30	0.75854
742	5	0.099912
743	23	0.650982
744	10	0.308174

No	X	p
745	41	0.864665
746	17	0.521377
747	51	0.920047
748	8	0.231379
749	18	0.545916
750	44	0.884432
751	40	0.857351
752	18	0.545916
753	8	0.231379
754	26	0.70196
755	22	0.632121
756	9	0.270787
757	17	0.521377
758	13	0.409222
759	9	0.270787
760	5	0.099912
761	15	0.468248
762	7	0.189842
763	47	0.901312
764	29	0.745492
765	13	0.409222
766	11	0.343644
767	9	0.270787
768	13	0.409222
769	13	0.409222
770	19	0.569197
771	16	0.495512
772	12	0.377296
773	15	0.468248
774	41	0.864665
775	28	0.731738
776	19	0.569197
777	37	0.832952
778	12	0.377296
779	17	0.521377
780	18	0.545916
781	12	0.377296
782	3	0
783	36	0.823924
784	8	0.231379
785	5	0.099912
786	15	0.468248
787	37	0.832952
788	12	0.377296
789	6	0.14606
790	33	0.793808
791	37	0.832952
792	7	0.189842
793	31	0.77092
794	20	0.591285

No	X	p
795	11	0.343644
796	4	0.051271
797	10	0.308174
798	46	0.895979
799	8	0.231379
800	16	0.495512
801	3	0
802	18	0.545916
803	27	0.71724
804	16	0.495512
805	16	0.495512
806	13	0.409222
807	18	0.545916
808	47	0.901312
809	9	0.270787
810	22	0.632121
811	13	0.409222
812	14	0.439512
813	19	0.569197
814	20	0.591285
815	12	0.377296
816	15	0.468248
817	33	0.793808
818	46	0.895979
819	6	0.14606
820	22	0.632121
821	28	0.731738
822	20	0.591285
823	8	0.231379
824	13	0.409222
825	14	0.439512
826	17	0.521377
827	33	0.793808
828	18	0.545916
829	53	0.928035
830	39	0.849642
831	19	0.569197
832	53	0.928035
833	45	0.890357
834	10	0.308174
835	40	0.857351
836	19	0.569197
837	30	0.75854
838	48	0.906372
839	20	0.591285
840	19	0.569197
841	49	0.911172
842	4	0.051271
843	30	0.75854
844	7	0.189842

No	X	p
845	31	0.77092
846	23	0.650982
847	31	0.77092
848	40	0.857351
849	5	0.099912
850	26	0.70196
851	23	0.650982
852	17	0.521377
853	5	0.099912
854	16	0.495512
855	11	0.343644
856	19	0.569197
857	31	0.77092
858	41	0.864665
859	46	0.895979
860	6	0.14606
861	10	0.308174
862	4	0.051271
863	21	0.61224
864	24	0.668876
865	11	0.343644
866	17	0.521377
867	29	0.745492
868	17	0.521377
869	18	0.545916
870	8	0.231379
871	33	0.793808
872	10	0.308174
873	6	0.14606
874	32	0.782665
875	11	0.343644
876	28	0.731738
877	15	0.468248
878	18	0.545916
879	17	0.521377
880	10	0.308174
881	31	0.77092
882	17	0.521377
883	19	0.569197
884	4	0.051271
885	6	0.14606
886	22	0.632121
887	23	0.650982
888	41	0.864665
889	22	0.632121
890	15	0.468248
891	15	0.468248
892	23	0.650982
893	31	0.77092
894	34	0.80438

No	X	p
895	12	0.377296
896	36	0.823924
897	12	0.377296
898	33	0.793808
899	50	0.915726
900	13	0.409222
901	18	0.545916
902	15	0.468248
903	14	0.439512
904	19	0.569197
905	23	0.650982
906	11	0.343644
907	22	0.632121
908	26	0.70196
909	17	0.521377
910	8	0.231379
911	4	0.051271
912	15	0.468248
913	21	0.61224
914	3	0
915	14	0.439512
916	32	0.782665
917	15	0.468248
918	13	0.409222
919	53	0.928035
920	24	0.668876
921	44	0.884432
922	15	0.468248
923	54	0.931725
924	18	0.545916
925	30	0.75854
926	32	0.782665
927	28	0.731738
928	14	0.439512
929	31	0.77092
930	43	0.878186
931	46	0.895979
932	15	0.468248
933	15	0.468248
934	19	0.569197
935	24	0.668876
936	13	0.409222
937	55	0.935225
938	13	0.409222
939	36	0.823924
940	7	0.189842
941	42	0.871603
942	12	0.377296
943	22	0.632121
944	8	0.231379
945	43	0.878186
946	30	0.75854
947	25	0.685853
948	39	0.849642
949	51	0.920047
950	11	0.343644
951	45	0.890357
952	39	0.849642
953	34	0.80438
954	20	0.591285
955	45	0.890357
956	3	0
957	34	0.80438
958	32	0.782665
959	12	0.377296
960	6	0.14606
961	8	0.231379
962	5	0.099912
963	29	0.745492
964	35	0.814409
965	31	0.77092
966	43	0.878186
967	6	0.14606
968	55	0.935225
969	45	0.890357
970	6	0.14606
971	26	0.70196
972	9	0.270787
973	26	0.70196
974	38	0.841517
975	33	0.793808
976	9	0.270787
977	24	0.668876
978	20	0.591285
979	12	0.377296
980	39	0.849642
981	15	0.468248
982	12	0.377296
983	35	0.814409
984	10	0.308174
985	42	0.871603
986	4	0.051271
987	17	0.521377
988	5	0.099912
989	27	0.71724
990	14	0.439512
991	21	0.61224
992	8	0.231379
993	15	0.468248
994	12	0.377296
995	52	0.924146
996	35	0.814409
997	6	0.14606
998	3	0
999	40	0.857351
1000	22	0.632121

Lampiran 4. Program makro untuk proses simulasi

```
macro
Analisis s.1-s.v h.1-h.2 r.1-r.3 r1.1-r1.3 f rho f1
mfree s.1-s.v
mconstant c v i cek max a b p x j n n2 k k1
mconstant tetha1 tetha2 id nb np
mcolumn h.1-h.3 temp r.1-r.3 r1.1-r1.3 f f1 rho
mtype s cek

noecho
note
note Program macro sedang dijalankan, mohon tunggu!
note
brief 0
mreset

let id=4301
base id
let max=1100
if (cek=1) & (v=6)
   let x=s.1
   let p=s.2
   if (s.2<0) or (s.2>1)
    call salah 11
    go to 15
  endif
  let n=s.3
  let tetha1=s.4
  let tetha2=s.5
elseif (cek=2) & (v=1)
  n s.1 a
  if a=6
    let x=s.1(1)
    let p=s.1(2)
    if (p<0) or (p>1)
      call salah 11
      goto 15
else
```

```
  call salah 2
  goto 15
endif
do i=1:max
  rand 1 temp;
    normal n
    exponential p
  let x=temp(1)
  let h.1(i)=x                # h.1 ==> X
  let a=x+tetha1
  let b=n-x+tetha2
  rand 1 temp;
    tetha2 a b.
  let p=temp(1)
  let h.2(i)=p                # h.2 ==> P
  rand 1 temp;
    exponential a.
  let n=temp(1)
enddo
copy h.1-h.3 r.1-r.3;         # h --> r ; using rows 101 till 1000
  use 101:1100
call lag r.1 k1 rho
if k1=0
  Do i=0:60
    let a=0
    do j=1:1000
      let nb=r.3(j)
      let np=r.2(j)
      pdf i b;
        bino nb np.
      let a=a+b
    enddo
    let k=i+1
    let f(k)=a/1000
  enddo
else
  let j=1000/k1
  do i=1:j
    let a=i*k1
```

```
    let r1.1(i)=r.1(a)
    let r1.2(i)=r.2(a)
    let r1.3(i)=r.3(a)
  enddo
n r1.1 n2
  do i=0:60
    let a=0
    do j=1:n2
      let np=r1.2(j)
      let nb=r1.3(j)
      pdf i b;
        normal nb
             exponential np
      let a=a+b
    enddo
    let k=i+1
    let f1(k)=a/n2
  enddo
endif
mlabel 15
brief 2
endmacro

macro
lag x1 k1 rho
mconstant k1 b n n1 a s1 s2 r1 r2 i r k beda
mcoloumn x1 e1 y1 y2 temp rho
n x1 n
let b=2/sqrt(n)
let b=abso(b)
ever x1 a
let e1=x1-a
let n1=n-1
copy n r2
copy 1 s1
copy 0 i
do k=0:n1
  let s2=n-k
  let r1=k+1
```

```
  copy e1 y1;
    use r1:r2.
  copy e1 y2;
    use s1:s2.
  let r=ssq(y1)
  let temp=y1*y2
  let r=sum(temp)/r
  let rho(k+1)=r
  let a=abso(r)
if (i<>1)
    copy 1 i
    let k1 =
  endif
enddo
brief 2
name b'Batas
(k)'
note
print b k1
note
brief 0
endmacro

macro
salah b
mconstant b
brief 2
note
if b=1
  note ==> salah <== Input variabel kolom tidak sesuai
  note                    Input sesuai order baris : X,P,N,
tetha1 and tetha2
elseif b=11
  note ==> salah <== Nilai p di luar range [0,1]
elseif b=2
  note ==> salah <== Input variabel konstanta atas kolom tidak
sesuai
endif
note
```

brief 0
endmacro

Lampiran 5. Tabel distribusi t-Student

Tabel distribusi t

α atau α/2

		0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
db	**1**	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
	2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
	3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
	4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
	5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
	6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
	7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
	8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
	9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
	10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
	11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
	12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
	13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
	14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
	15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
	16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
	17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
	18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
	19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
	20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
	21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
	22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
	23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
	24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
	25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.
	∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576