LEMBAR PENGESAHAN

DESIGN KONTROLER PI DIGITAL BERBASIS KRITERIA INTEGRAL ERROR KUADRATIK PADA SISTEM KONTROL KECEPATAN MOTOR DC

JURNAL

TEKNIK ELEKTRO KONSENTRASI TEKNIK KONTROL

Ditujukan untuk memenuhi persyaratan

memperoleh gelar Sarjana Teknik

DAVIN WIRAWAN SAPUTRA

NIM. 105060300111048

Jurnal ini telah direvisi dan disetujui oleh dosen pembimbing

Pada tanggal 1 Februari 2017

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Dipl.Ing. Ir. Moch. Rusli	**M. Aziz Muslim, S.T., M.T., Ph.D**
NIP. 19630104 198701 1 001	**NIP. 19741203 200012 1 001**

Mengetahui,

Ketua Jurusan Teknik Elektro

M. Aziz Muslim, S.T., M.T., Ph.D

NIP. 19741203 200012 1 001

repository.ub.ac.id

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

DESIGN KONTROLER PI DIGITAL BERBASIS KRITERIA INTEGRAL ERROR KUADRATIK PADA SISTEM KONTROL KECEPATAN MOTOR DC

Davin Wirawan Saputra[1], Moch. Rusli[2], M. Aziz Muslim[2].
[1]Mahasiswa Teknik Elektro Univ. Brawijaya, [2]Dosen Teknik Elekro Univ. Brawijaya
Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Brawijaya
Jalan MT. Haryono 167, Malang 65145, Indonesia
Email: davinwirawansaputra10@gmail.com

Abstrak* — Salah satu permasalahan dalam sistem kontrol adalah pencapaian spesifikasi performansi. Performansi yang dimaksud yaitu tentang kestabilan dan kecepatan respon. Hal ini dapat dicapai dengan mengoptimalkan parameter-parameter kontroler. Pada penelitian ini digunakan *Integral of the Square Error (ISE)* untuk menghitung parameter-parameter dari proporsional integral (PI) kontroler. Selain itu proses diskritisasi fungsi alih kontroler pada penerapannya juga perlu diperhatikan karena itu penelitian ini juga akan membandingkan tiga metode diskritisasi. Ketiga metode yang dimaksud adalah *ZOH Equivalence, Pole-Zero Mapping, Bilinear Transformation.

Berdasarkan perhitungan dan simulasi Matlab yang telah dilakukan dengan metode *ISE* maka didapatkan nilai *Kp* = 2,5 dengan *Ki* = 82,5. Parameter tersebut selanjutnya diterapkan pada program untuk menguji respon aktual dari perangkat keras yang telah dibuat. Berdasarkan pengujian yang telah dilakukan terhadap tiga metode diskritisasi diketahui metode *Bilinear Transformation* lebih baik daripada dua metode yang lain dengan nilai *Td* = 0,06 *s*, *Tr* = 0,08 *s*, *Tp* = 0,13 *s*, *Mp* = 6,6%, *Ts* = 0,192 *s*, *error steady state* = 2,35%.

***Kata Kunci* — diskritisasi, *Integral of the Square Error*, kontroler, optimasi.**

I. PENDAHULUAN

Sistem kontrol telah memegang peranan yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Sistem kontrol yang semakin berkembang dapat meningkatkan kinerja sistem, kualitas produksi dan menekan biaya produksi. Keberadaan kontroler dalam sebuah sistem kontrol mempunyai kontribusi yang besar terhadap perilaku sistem. Pada prinsipnya hal itu disebabkan oleh tidak dapat diubahnya komponen penyusun sistem tersebut. Artinya, karakteristik *plant* harus diterima sebagaimana adanya, sehingga perubahan perilaku sistem hanya dapat dilakukan melalui penambahan suatu sub sistem, yaitu kontroler. Masalah umum dalam sistem kontrol adalah pencapaian spesifikasi performansi yang berkaitan dengan kestabilan dan kecepatan respon sehingga akan menghasilkan sistem kontrol optimal. Hal lain yang juga perlu diperhatikan adalah bagaimana spesifikasi tersebut dapat dicapai (Asnil dan Irma Husnaini, 2010).

Beberapa tahun terakhir ini, telah banyak usaha yang dilakukan untuk pengembangan metode kontroler terutama di dunia industri yang disebut metode kontrol modern. Modern dan teori kontrol automatik konvensional sudah lama berkembang sejak pertengahan abad 19. Metode Tempat Kedudukan Akar, Nyquist, diagram Bode dan sebagainya adalah beberapa metode yang menggunakan kawasan frekuensi sebagai domain pembahasan yang telah memberikan sumbangan berarti, khususnya untuk sistem sederhana. Semua metode diatas digunakan untuk sistem linier dan tidak berubah waktu (misalnya sistem kontrol PID), akan tetapi jika sistem tidak linier atau linier tetapi berubah waktu dan sistem dengan multi input-multi output maka kriteria kestabilan sedemikian tidak berlaku (Ogata, K, 1997).

Langkah mendasar dan penting pada desain sebuah sistem kontrol jaring tertutup adalah penentuan parameter kontroler. Terdapat tiga elemen dasar pembangun kontroler: kontroler proporsional (P), integral (I), dan derivative (D). Bentuk kontroler yang paling sederhana adalah kontroler proporsional. Tujuan sederhana perhitungan parameter kontroler adalah sinyal aktual sistem mencapai ke nilai sinyal tujuan (reference) secepat mungkin. Hal ini paling sederhana ditandai dengan sinyal *error* (perbandingan antara sinyal acuan dengan sinyal aktual) mencapai kondisi *steady state* secepat mungkin. Selain itu magnitude dari perjalanan sinyal error adalah sekecil mungkin.

Cara yang paling sederhana untuk mencapai keadaan *steady state* secepat mungkin adalah dengan memperbesar parameter kontroler proporsional dan untuk mengurangi nilai *error* dengan cara memperbesar parameter kontroler integral. Namun kedua cara itu akan dapat mengakibatkan ketidakstabilan sistem dan mengurangi nilai redaman sistem (ζ). Tujuan desain kontrol untuk memperoleh

redaman sebesar mungkin dan *error* sistem sekecil mungkin tidak dapat dicapai secara bersama-sama. Oleh karena itu, diperlukan konsep kompromi atau pengambilan "jalan tengah" dari kedua tujuan itu. "Jalan tengah" itu dikenal sebagai optimasi.

II. TINJAUAN PUSTAKA

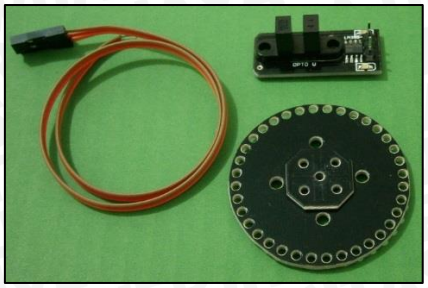
A. Arduino Uno

Arduino Uno adalah *board* mikrokontroler berbasis ATmega328. Memiliki 14 *pin input* dari *output* digital dimana 6 *pin input* tersebut dapat digunakan sebagai *output* PWM dan 6 *pin input* analog, 16 MHz osilator kristal, koneksi USB, *jack power*, ICSP *header*, dan tombol *reset*. Untuk mendukung mikrokontroler agar dapat digunakan, cukup hanya menghubungkan *Board* Arduino Uno ke komputer dengan menggunakan kabel USB atau sumber tegangan bisa didapat dari adaptor AC-DC atau baterai untuk menggunakannya. Uno berbeda dengan semua board sebelumnya dalam hal koneksi USB-to-serial yaitu menggunakan fitur Atmega8U2 yang diprogram sebagai konverter USB-to-serial berbeda dengan board sebelumnya yang menggunakan chip FTDI driver USB-to-serial. Adapun bentuk dari Arduino Uno ditunjukkan dalam gambar 1.

Gambar 1. Arduino Uno
Sumber: http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardUno

B. Rotary Encoder

Rotary encoder adalah elektromekanik yang dapat mendeteksi atau memonitor gerakan dan posisi. *Rotary encoder* biasanya menggunakan sensor optik untuk menghasilkan serial pulsa yang dapat dijadikan gerakan, posisi, dan arah. *Rotary encoder* adalah sensor *rotary* atau putaran yang terdiri dari dua bagian, yaitu satu rangkaian sensor *optocoupler* dan piringan derajat yang terdiri dari beberapa lubang yang adalah sebuah *trigger* dari sensor *optocoupler*. Adapun bentuk dari *rotary encoder* ditunjukkan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Rotary Encoder
Sumber: *depokinstruments.com*

C. Motor DC

Motor yang digunakan dalam penelitian ini merupakan motor DC magnet permanen RF 130-CH. Merubah kecepatan di motor ini dengan cara mengatur tegangan yang masuk ke dalam motor. Motor DC yang digunakan dalam penelitian ini ditunjukkan dalam Gambar 3.

Gambar 3. Motor DC
Sumber*: http://mabuchi-motor.co.jp/rf_130ch*

D. Fungsi Alih Motor DC

Dalam teori sistem kontrol, fungsi alih digunakan untuk mencirikan hubungan setpoint dan keluaran dari komponen/sistem. Motor DC memiliki fungsi alih seperti pada persamaan (1).

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m / (L_a \times J)}{\left(s + R_a / L_a\right)\left(s + b / J\right) + (K_b \times K_m) / (L_a \times J)} \quad (1)$$

dengan:
Km = konstanta motor
Kb = konstanta *back electromotive force*
Ra = resistansi *armature*
La = induktansi *armature*
J = inersia
b = gesekan

Dalam menemukan fungsi alih motor seperti persamaan (1) diatas, diperlukan beberapa percobaan untuk mengukur parameter-parameter fisik secara mekanik maupun elektrik. Untuk nilai resistansi (*R*) dan induktansi (*L*) dapat dicari dengan menggunakan alat ukur RLCmeter. Parameter yang dicari adalah konstanta torsi, konstanta *back-emf*, koefisien friksi dan momen inersia.

Karakteristik dari sebuah motor DC adalah nilai torsi sebanding dengan arus jangkar (*i*) dengan faktor

konstanta (*Km*), sehingga nilai dari konstanta *(Km)* memiliki persamaan sebagai berikut.

$$K_m = \frac{T_m}{i} \quad (2)$$

Selanjutnya untuk menentukan nilai dari *back-emf* dapat dicari dengan persamaan (3).

$$e = V_a - iR \quad (3)$$

Dengan mengukur kecepatan motor ω (dalam rad/s) saat dicatu dengan tegangan *V*, maka mampu diperoleh nilai *Kb* pada persamaan (4)

$$K_b = \frac{e}{\omega} \quad (4)$$

Berikutnya mengestimasi koefisien nilai friksi (*b*) motor. Maka nilai *b* setara dengan persamaan (5).

$$b = \frac{K_b \times i}{\omega} \quad (5)$$

Terakhir adalah menentukan momen inersia dari motor. Motor ketika telah mencapai kecepatan konstan dan seketika itu catu daya dimatikan (*V*=0) sehingga nilai arus juga sama dengan 0.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = 0 \quad (6)$$

Solusi untuk persamaan (6) diperoleh dengan cara menggunakan kecepatan *steady state* sebagai nilai awal kecepatan dalam persamaan (7).

$$\omega = \frac{T_e}{b} e^{-\left(\frac{b}{J}\right)t} \quad (7)$$

Ketika nilai *t* sama dengan $\tau = \frac{J}{b}$ adalah dengan τ waktu konstan dimana saat motor yang diberi sumber tegangan *(v)* tiba-tiba dilepas catu dayanya hingga kondisi berhenti. Karena nilai *b* sudah diketahui pada persamaan (5) maka akan didapatkan nilai momen inersia dari motor.

E. Kontroler

Sistem pengontrolan dirancang untuk melakukan dan menyelesaikan tugas tertentu. Syarat utama sistem pengendalian adalah harus stabil. Di samping kestabilan mutlak, maka sistem harus memiliki kestabilan secara relatif, yakni tolak ukur kualitas kestabilan sistem dengan menganalisis sampai sejauh mana batas-batas kestabilan sistem tersebut jika dikenai gangguan (Ogata K.,1997). Selain itu analisis juga dilakukan untuk mengetahui bagaimana kecepatan sistem dalam merespons *input*, dan bagaimana peredaman terhadap adanya lonjakan *(over shoot).*

Suatu sistem dikatakan stabil jika diberi gangguan maka sistem tersebut akan kembali ke keadaan *steady state* di mana *output* berada dalam keadaan tetap seperti tidak ada gangguan. Sistem dikatakan tidak stabil jika *output* berosilasi terus menerus ketika dikenai suatu gangguan. Suatu sistem pengontrolan biasanya melibatkan penyimpanan energi maka *output* sistem ketika diberi suatu *input*, tidak dapat mengikuti *input* secara serentak, tapi menunjukkan respon transien berupa suatu osilasi teredam sebelum mencapai *steady state*.

F. Kontroler Proporsional Integral (PI)

Pada pengontrolan proporsional dapat menimbulkan *offset* pada keluaran pengendali. Untuk proses-proses dimana offset tidak dapat ditolerir maka perlu ditambahkan aksi pengontrolan integral. Aksi kontrol integral dapat menghilangkan perbedaan pengukuran dan titik acuan yang dapat mengakibatkan keluaran pengendali berubah sampai dengan perubahan tersebut berharga nol.

Kontroler PI adalah sistem kontrol gabungan antara kontroler proporsional dan integral. Dalam waktu kontinyu, sinyal keluaran kontroler` PI dirumuskan sebagai:

$$u(t) = Kp\left(e(t) + \frac{Kp}{Ti}\int_0^t e(t)dt\right) \quad (8)$$

dengan:

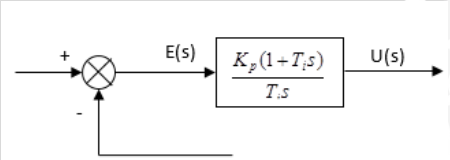
u(t) = *output* kontroler PI
Kp = konstanta proporsional
Ti = waktu integral
Ki = konstanta integral
e(t) = sinyal kesalahan (*setpoint* – keluaran plant)

Jadi, fungsi alih kontroler PI (dalam domain s) dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{Kp(1 + T_i s)}{T_i s} \quad (9)$$

dengan konstanta proporsional *(Kp)* dan waktu integral *(Ti)*, yang keduanya dapat ditentukan. Waktu integral mengatur aksi kontrol internal sedangkan perubahan nilai *Kp* berakibat pada bagian aksi kontrol proporsional maupun integral. Diagram blok kontroler proporsional integral *(PI)* ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Diagram Blok Kontroler PI
Sumber: Ogata, K. (2010)

G. Kontrol Optimal

Sistem kontrol optimal adalah konsep optimasi sistem kontrol yang memperhitungkan pemilihan indeks atau kriteria performansi serta desain yang akan menghasilkan sebuah sistem kontrol optimal dalam batas-batas kendala fisik**.** Secara garis besar teori kontrol optimal adalah suatu teori kontrol yang

pencarian solusinya didasarkan pada usaha untuk meminimumkan atau memaksimalkan suatu fungsi indeks kinerja.

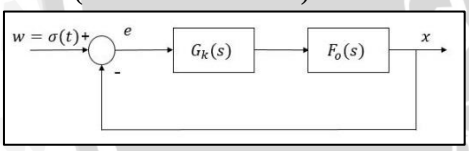
Bentuk umum persamaan tujuan dalam kontrol optimal ditunjukkan oleh persamaan 10.

$$I = \int f(t, e(t))dt \quad (10)$$

H. Optimasi Parameter Pengendali dengan Indeks Performansi

Optimasi parameter kontrol adalah cara perhitungan untuk mendapatkan nilai parameter pengendali sebuah sistem kontrol dengan menggunakan kaidah optimasi. Perhitungannya didasarkan pada penetapan maksimum atau minimum dari suatu indeks performansi. Indeks performansi harus dipilih pada langkah awalnya. Indeks performansi adalah suatu persamaan matematik yang dapat menggambarkan kualitas performansi dari sebuah sistem kontrol.

Penetapan indeks performansi didasarkan suatu persamaan yang dapat menggambarkan baik atau buruknya suatu performansi sistem kontrol. Sebuah sistem kontrol dimungkinkan memiliki *plant* sangat beragam. Oleh karena itu sangatlah sulit untuk memperoleh suatu indeks performansi yang dapat digunakan secara umum pada semua kasus dalam sistem kontrol. Akhirnya dikembangkan suatu indeks performansi yang dimungkinkan dapat dilakukan pada semua kasus dalam sistem kontrol, yaitu kuadrat luasan fungsi *error* (kuadrat luasan *error*).



Gambar 5. Sistem Jaring Tertutup Sederhana

Agar mengetahui bahwa sinyal *error* berlangsung sangat cepat, maka yang dapat dilakukan adalah dengan melakukan integral nilai *error* dengan batasan waktu dari 0 sampai tak berhingga menggunakan rumus kuadratik luasan *error* sebagai berikut.

$$J = \int_0^\infty e^2(t)dt \quad (11)$$

Sebuah fungsi *error* harus mengandung parameter-parameter pengendali. Sehingga kalau nilai parameter-parameter berubah, maka berubah pula nilai *J* dari persamaan (11). Oleh karena itu, persamaan *J* itu dapat dituliskan ke dalam $J(r_1, \ldots, r_q)$, dengan $r_1 \ldots . r_q$ merupakan parameter-parameter pengendali. Jadi proses optimasi parameter pengendali dengan menggunakan indeks performansi adalah menghitung persamaan

$$J(r_1 \ldots r_q) = minimum \quad (12)$$

Persamaan *error system* pengendalian dapat dituliskan dalam persamaan pecahan sebagai berikut.

$$E(s) = \frac{1}{1 + Fk(s)} W(s) \quad (13)$$

Apabila sistem jaringan tertutup itu dikenai oleh sinyal masukan unit *step* pada masukannya, maka persamaan *error* yang ditunjukkan oleh persamaan (13) adalah sebagai berikut:

$$E(s) = \frac{1}{1 + Fk(s)} \frac{1}{s}$$

$$E(j\omega) = \frac{1}{1 + Fk(j\omega)} \frac{1}{(j\omega)} \quad (14)$$

Karena fungsi $F_K(s)$ merupakan pecahan *polynomial*, maka fungsi error yang ditunjukkan oleh persamaan (14) dapat memiliki *polynomial* pembilang dan *polynomial* penyebut yang dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut.

$$E(j\omega) = \frac{c(j\omega)}{d(j\omega)} = \frac{c_0 + c_1(j\omega) + \ldots + c_{n-1}(j\omega)^{n-1}}{d_0 + d_1(j\omega) + \ldots + d_{n-1}(j\omega)^{n-1}}; d_n \neq 0 \quad (15)$$

Untuk perhitungan indeks performansi error kuadratik pada sistem kontrol optimal dapat langsung dilakukan dengan menggunakan Tabel 1.

Tabel 1. Indeks Performansi Error Kuadratik

Orde	Indeks Performansi *Error* Kuadratik
1	$J_1 = \frac{{c_0}^2}{2d_0 d_1}$
2	$J_2 = \frac{{c_1}^2 d_0 + {c_0}^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2}$
3	$J_3 = \frac{{c_2}^2 d_0 d_1 + \left({c_1}^2 - 2c_0 c_2\right) d_0 d_3 + {c_0}^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3 (d_1 d_2 - d_0 d_3)}$

I. Kontrol Digital

Kontrol digital adalah susunan peralatan yang dirancang untuk mengolah besaran fisik yang diwakili dalam besaran digital, yaitu dengan nilai-nilai diskrit. Peralatan itu pada saat ini umumnya merupakan peralatan elektronika. Di dalam sistem kontrol digital, sebagai pengendali *(controller)* dipergunakan komputer, mikroprosesor, mikrokontroler ataupun rangkaian logika lainnya untuk mengolah dinamika sistem.

Berdasarkan bentuk sinyal yang bekerja pada sistem digital, maka sinyal masukan umumnya berupa sinyal analog, sedangkan sinyal yang diproses oleh pengendali adalah sinyal digital, dan sinyal keluaran umumnya juga berupa sinyal analog. Dari perbedaan sinyal yang bekerja, maka pada sistem digital diperlukan komponen yang berfungsi untuk melakukan konversi bentuk sinyal, konverter tersebut dikenal

dengan nama ADC *(Analog to Digital Converter)* dan DAC *(Digital to Analog Converter)*.

J. *Zero Order Hold Equivalence*

Zero Order Hold (ZOH) Equivalence adalah sebuah model matematika dari rekonstruksi sinyal praktis yang dilakukan oleh konverter DAC (*Digital to Analog Converter*). Dengan kata lain, *ZOH Equivalence* akan menampilkan efek dari konversi sinyal waktu diskrit menjadi sinyal waktu kontinyu yang masing-masing terdapat nilai sampel untuk satu interval sampel.

Diketahui rumus ZOH Equivalence adalah sebagai berikut.

$$H(z) = \left(1 - z^{-1}\right)\mathcal{L}\left[\frac{H(s)}{s}\right] \tag{16}$$

Dimana nilai *H(s)* adalah sebagai berikut.

$$H(s) = \frac{Kps + Ki}{s} \tag{17}$$

Sehingga,

$$H(z) = \left(1 - z^{-1}\right)\mathcal{L}\left[\frac{Kps + Ki}{s^2}\right] \tag{18}$$

K. *Pole-Zero Mapping*

Pole-Zero Mapping adalah sebuah metode untuk mengkonversi sinyal waktu kontinyu menjadi sinyal waktu diskrit. Metode ini sangat sederhana namun efektif untuk memperoleh ekivalen domain-*z* pada sebuah fungsi transfer domain-*s*. Metode ini menggunakan hubungan sebagai berikut.

$$Z = e^{sT} \tag{19}$$

Yang metodenya terdiri dari serangkaian aturan sebagai berikut.

1. Sebuah *pole H(s)* dipetakan sebagai $z = e^{sT}$; jika *H(s)* memiliki pole pada $s = -a$, maka *H(z)* memiliki *pole* pada $z = e^{-aT}$.
2. Semua *zero H(s)* yang terbatas dipetakan sebagai $z = e^{sT}$; jika *H(s)* memiliki *zero* pada $s = -b$, maka *H(z)* memiliki *zero* pada $z = e^{-bT}$.

L. *Bilinear Transformation*

Bilinear Transformation digunakan dalam teori kontrol pemrosesan sinyal digital dan waktu diskrit untuk mengubah sistem waktu kontinyu menjadi waktu diskrit, dan begitu pula sebaliknya. Konsep dasar yang digunakan adalah mempresentasikan *H(s)* yang diberikan sebagai persamaan diferensial dan menurunkan persamaan diferensial yang penyelesaiannya merupakan sebuah pendekatan dengan persamaan diferensial.

Pendekatan trapesium untuk integrasi setara dengan memperoleh fungsi transfer pulsa *H(z)* dari *H(s)* yang diberikan dengan mensubstitusi dari pendekatan berikut untuk variabel frekuensi.

$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \tag{20}$$

Sehingga didapatkan,

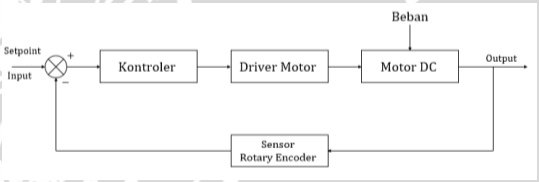
$$H(z) = \frac{Kp\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right) + Ki}{\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right)} \tag{21}$$

III. PERANCANGAN

Perancangan dalam pembuatan skripsi ini bertujuan untuk merancang beberapa perangkat maupun alat secara keseluruhan. Perancangan perangkat tersebut meliputi perancangan perangkat keras maupun perangkat lunak.

A. Diagram Blok Sistem

Pada perancangan alat diperlukan perancangan blok diagram sistem yang dapat menjelaskan sistem secara garis besar dan diharapkan alat dapat bekerja sesuai dengan rencana. Diagram blok sistem dapat dilihat pada Gambar 6.

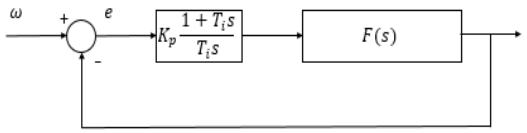


Gambar 6. Diagram Blok Sistem Loop Tertutup

Setpoint berupa nilai kecepatan yang diberikan oleh *user*. Nilai *setpoint* akan disimpan di dalam arduino uno. Nilai *error* yaitu deviasi antara pembacaan aktual kecepatan motor dari *rotary encoder* dan nilai *set point*. Nilai – nilai tersebut akan dikalkulasikan dan diolah oleh arduino uno.

B. Diagram Blok Kontroler

Pada perancangan diagram blok kontroller sistem menggunakan kontroller PI dengan sistem *cascade* dimana nilai parameter Kp dan Ki diperoleh melalui metode *Integral of the Square Error (ISE)*. Adapun blok diagram kontroller ditunjukkan dalam Gambar 7.



Gambar 7. Diagram Blok Kontroler

C. Perancangan Kontroler

1. Penentuan Fungsi Alih Motor DC

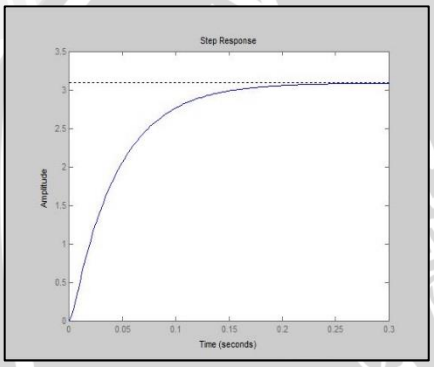
Penentuan fungsi alih dilakukan dengan melakukan percobaan dari persamaan (2), (3), (4), (5), (6), (7). Penentuan fungsi alih motor DC dilakukan dengan cara mencari nilai-nilai sebagai berikut:

Km = 0,3200 *Nm/A*
Kb = 0,2831 *Vs/rad*
Ra = 2,8 Ω
La = 0,0057 *H*
J = 0,0017 kgm^2
b = 0,0047 *Nms*

Kemudian parameter yang ada dimasukkan dalam persamaan fungsi alih motor pada persamaan (1) dan mendapatkan hasil sebagai berikut:

$$Fm(s) = \frac{33470}{s^2 + 494s + 10840} \quad (22)$$

Dan menghasilkan plot grafik respon *plant* tanpa kontroler dengan memberikan masukan sinyal *step* pada persamaan (22) yang ditunjukkan pada Gambar 8.



Gambar 8. Respon Fungsi Alih Motor DC

2. Perancangan Kontroler PI

Perancangan kontroler Proporsional Integral (PI) pada penelitian ini menggunakan metode *Integral of the Square Error (ISE).* Metode ini menghitung nilai integral dari mutlak *error* atau kuadratik *error* dari fungsi alih.

Langkah-langkah perhitungan menggunakan metode *Integral of the Square Error (ISE)* dari fungsi alih untuk mendapatkan parameter kontroler Proporsional Integral adalah sebagai berikut:

Penyebut dari fungsi alih pada persamaan (22) diakarkan menjadi:

$$\frac{\omega}{Va} = \frac{33470}{(s+471)(s+23)} \quad (23)$$

Nilai pole dikeluarkan dan nilai koefisien s dibagi dengan nilai pole dan penjumlahan menjadi bernilai 1, sehingga didapatkan:

$$\frac{\omega}{Va} = \frac{3{,}09}{(0{,}0021s+1)(0{,}0434s+1)} \quad (24)$$

Kemudian dapat dicari fungsi alih *open loop*, seperti yang ditunjukkan dalam persamaan (25).

$$F_{ol} = Kp\left[\frac{1+T_i s}{T_i s}\right]\left[\frac{3{,}09}{(0{,}0021s+1)(0{,}0434s+1)}\right] \quad (25)$$

Dari persamaan (25), makan akan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$F_{ol} = \frac{3{,}09KpT_i s + 3{,}09Kp}{s\left(9{,}114\times10^{-5}T_i s^2 + 0{,}0455T_i s + T_i\right)} \quad (26)$$

Untuk mendapatkan persamaan *error* dari sistem jaring tertutup, digunakan hubungan fungsi alih berikut ini:

$$E(s) = \frac{1}{1+F_{ol}} \times \frac{1}{s} \quad (27)$$

Hasil perhitungan yang didapatkan dari persamaan (26) disubstitusikan ke dalam persamaan (27), sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$E(s) = \frac{9{,}114\times10^{-5}T_i s^2 + 0{,}0455T_i s + T_i}{9{,}114\times10^{-5}T_i s^3 + 0{,}0455T_i s^2 + (1+3{,}09Kp)T_i s + 3{,}09Kp} \quad (28)$$

Berdasarkan persamaan *error* diatas, persamaan polymonial penyebut memiliki orde tiga, dengan koefisien-koefisien berikut:

c_0 = T_i
c_1 = 0,0455 T_i
c_2 = 9,114 x 10^{-5} T_i
d_0 = 3,09 K_p
d_1 = (1+3,09 K_p) T_i
d_2 = 0,0455 T_i
d_3 = 9,114 x 10^{-5} T_i

Koefisien-koefisien yang didapatkan dari persamaan (28) disubstitusikan ke dalam persamaan indeks performansi orde tiga yang ditunjukkan dalam Tabel (1) sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$J_3 = \frac{(7{,}9306\times10^{-8}Kp^2 + 5{,}5749\times10^{-7}Kp)T_i^3 + 4{,}1468\times10^{-6}T_i^4}{(7{,}9129\times10^{-5}Kp^2 + 2{,}5625\times10^{-5}Kp)T_i^3 - 1{,}5859\times10^{-7}Kp^2T_i^2} \quad (29)$$

Kemudian persamaan indeks perfomansi diturunkan terhadap *Ti* sama dengan 0.

$$\frac{dJ_3}{dT_i} = \frac{x'y - xy'}{y^2} = 0 \quad (30)$$

Untuk mencari nilai Kontroler Proporsional Integral menggunakan rumus *Integral of the Square Error (ISE)*, nilai *Kp* pada pembilang akan diasumsikan sehingga nantinya akan ditemukan nilai *Ti* dan *Ki*. Dengan Nilai kontroler proporsional yang diasumsikan sebesar Kp = 2,5, maka didapatkan nilai Ti = 0,0303 dan Ki = 82,5.

D. Perancangan Perangkat Lunak

Dalam perancangan perangkat lunak, nilai parameter kontroler proporsional (*Kp)* dan kontroler integral *(Ki)* yang didapat akan diubah menjadi kawasan diskrit (*z*). Perancangan ini dilakukan untuk mengkonversi sinyal analog yang telah didapatkan menjadi sinyal digital.

Metode diskritisasi yang digunakan dalam perancangan ini adalah *ZOH Equivalence*, *Pole-Zero*

Mapping, dan *Bilinear Transformation*. Manipulasi persamaan *z* yang didapatkan dalam algoritma perasamaan beda dari 3 metode diskrit ini nantinya akan dijalankan dalam program Arduino Uno.

Berdasarkan nilai parameter *Kp* dan *Ki* yang diperoleh, maka nilai fungsi alih dari kontroler proporsional integral adalah:

$$PI(s) = \frac{Kps + Ki}{s}$$

$$PI(s) = \frac{2{,}5s + 82{,}5}{s} \quad (31)$$

Dan memiliki konstanta waktu *T* sebesar:

$$T = \frac{\tau}{10} = \frac{0{,}06}{10} = 0{,}006 \quad (32)$$

1. Zero Order Hold Equivalence

Nilai dari fungsi alih kontroler *PI(s)* pada persamaan (31) disubstitusikan ke dalam persamaan (18), sehingga didapatkan:

$$PI(z) = \left(1 - z^{-1}\right)\mathcal{L}\left[\frac{2{,}5s + 82{,}5}{s^2}\right] \quad (33)$$

Dari persamaan (33), maka akan didapatkan nilai *PI(z)* sebagai berikut:

$$PI(z) = \frac{2{,}5z^2 - 4{,}51z + 2{,}5}{z^2 - 2z + 1} \quad (34)$$

Sehingga didapatkan algoritma persamaan beda dari metode *ZOH Equivalence.*

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2{,}5 - 4{,}51z^{-1} + 2{,}5z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}$$

$$m(k) = 2m(k-1) - m(k-2) + 2{,}5e(k) - 4{,}51e(k-1) + 2{,}5e(k-2) \quad (35)$$

2. Pole-Zero Mapping

Berdasarkan persamaan (31) dan aturan dari metode *Pole-Zero Mapping*, maka akan didapatkan nilai *PI(z)* sebagai berikut:

$$PI(z) = \frac{z - e^{-33T}}{z - 1}$$

$$PI(z) = \frac{z - 0{,}82}{z - 1} \quad (36)$$

Sehingga didapatkan algoritma persamaan beda dari metode *Pole-Zero Mapping.*

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1 - 0{,}82z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$m(k) = m(k-1) + e(k) - 0{,}82e(k-1) \quad (37)$$

3. Bilinear Transformation

Nilai dari persamaan (20) disubstitusikan ke dalam persamaan (31), sehingga akan didapatkan nilai PI(z) sebagai berikut:

$$PI(z) = \frac{2{,}5\left(\frac{2}{0{,}006}\frac{z-1}{z+1}\right) + 82{,}5}{\left(\frac{2}{0{,}006}\frac{z-1}{z+1}\right)}$$

$$PI(z) = \frac{2{,}7z - 2{,}25}{z - 1} \quad (38)$$

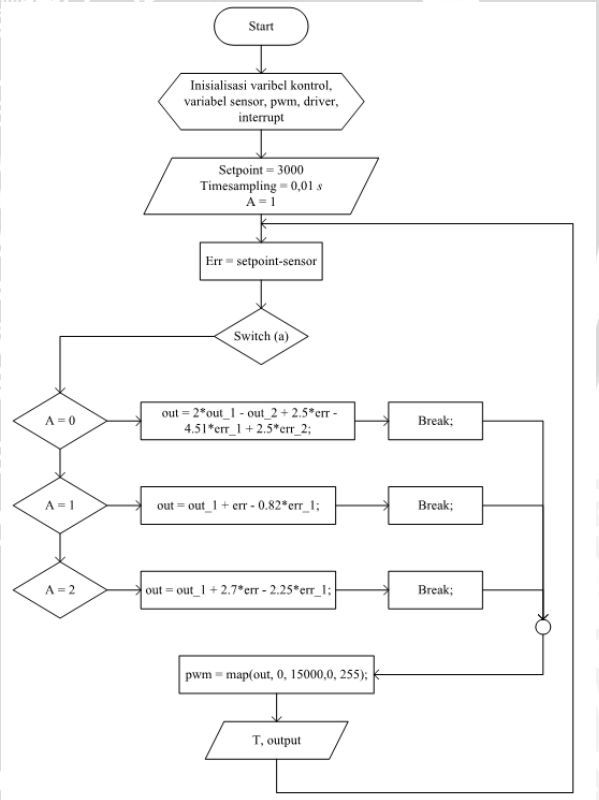
Sehingga didapatkan algoritma persamaan beda dari metode *Bilinear Transformation.*

$$\frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2{,}7 - 2{,}25z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$m(k) = m(k-1) + 2{,}7e(k) - 2{,}25e(k-1) \quad (39)$$

E. Flowchart Program

Flowchart program merupakan alur proses program yang dilakukan oleh kontroler pada saat implementasi. *Flowchart* program ditunjukkan pada Gambar 9.



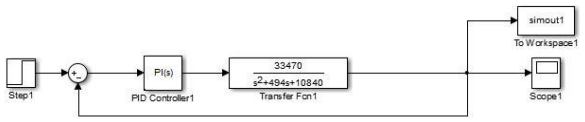
Gambar 9. Flowchart Program

IV. PENGUJIAN DAN ANALISIS DATA

Pengujian ini meliputi Pengujian kontroler PI, *open loop* sistem, *Zero Order Hold Equivalence, Pole-Zero Mapping, Bilinear Transformation*.

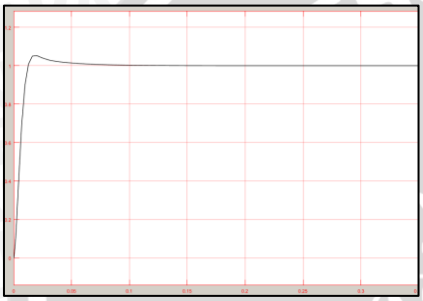
A. Pengujian Kontroler PI

Pengujian kontroler PI menggunakan simulasi matlab dilakukan dengan membuat blok diagram dengan masukan unit *step*. Blok *transfer function* diisi dengan fungsi alih motor, sementara blok PI kontroler diisi dengan nilai $P = 2{,}5$ dan $I = 82{,}5$. Simulasi dari blok diagram ini ditunjukkan oleh Gambar 10.



Gambar 10. Diagram Blok Pengujian Kontroler PI

Setelah blok digram dibuat seperti pada Gambar (10), simulasi dijalankan melalui *simulink* dan grafiknya dapat dilihat pada blok *scope*. Grafik dari respon sistem ditunjukkan oleh gambar 11.

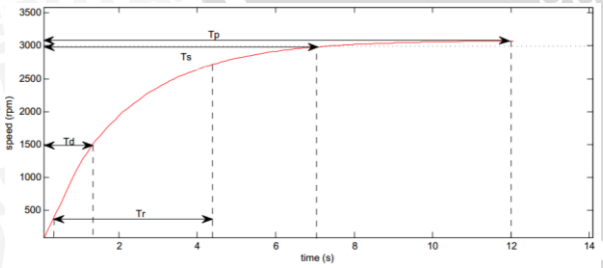


Gambar 11. Respon Sistem Kontroler PI

Berdasarkan grafik respon sistem, maka dapat diketahui juga nilai *rise time* 0,00803 *s*, *settling time* 0,0396 *s*, dan *overshoot* 5,44%.

B. Pengujian Open Loop Sistem

Pengujian *open loop* sistem bertujuan untuk mengetahui bagaimana respon motor ketika sedang bekerja. *Setpoint* pada pengujian ini sebesar 3000 *rpm*. Grafik hasil pengujian open loop sistem dapat dilihat pada Gambar 12.

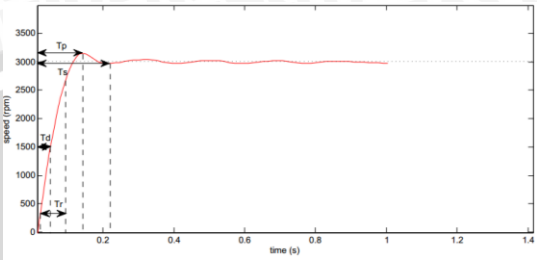


Gambar 12. Respon Pengujian Open Loop Sistem

Berdasarkan grafik *output* respon pengujian *open loop* sistem, maka dapat diketahui juga nilai *delay time* 1,4 *s*, *rise time* 4,28 *s*, *peak time* 12 *s*, *settling time* 7 *s*.

C. Pengujian Zero Order Hold Equivalence

Pengujian sistem *Zero Order Hold Equivalence* bertujuan untuk mengetahui bagaimana respon motor ketika sedang bekerja. *Setpoint* pada pengujian ini sebesar 3000 *rpm*. Grafik hasil pengujian open loop sistem dapat dilihat pada Gambar 13.

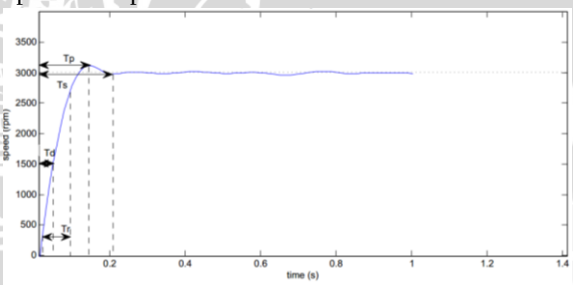


Gambar 13. Respon Pengujian Sistem dengan *ZOH Equivalence*

Berdasarkan grafik *output* respon pengujian sistem dengan *ZOH Equivalence*, maka dapat diketahui juga nilai *delay time* 0,04 *s*, *rise time* 0,09 *s*, *peak time* 0,12 *s*, *overshoot* 10%, *settling time* 0,225 *s*, dan *error steady state* 2,16%.

D. Pengujian Pole-Zero Mapping

Pengujian sistem *Pole-Zero Mapping* bertujuan untuk mengetahui bagaimana respon motor ketika sedang bekerja. *Setpoint* pada pengujian ini sebesar 3000 *rpm*. Grafik hasil pengujian open loop sistem dapat dilihat pada Gambar 14.

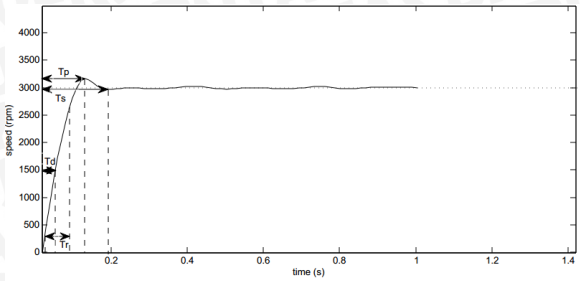


Gambar 14. Respon Pengujian Sistem dengan *Pole-Zero Mapping*

Berdasarkan grafik *output* respon pengujian sistem dengan *Pole-Zero Mapping*, maka dapat diketahui juga nilai *delay time* 0,03 *s*, *rise time* 0,09 *s*, *peak time* 0,14 *s*, *overshoot* 13,3%, *settling time* 0,211 *s*, dan *error steady state* 2,47%.

E. Pengujian Bilinear Transformation

Pengujian sistem *Bilinear Transformation* bertujuan untuk mengetahui bagaimana respon motor ketika sedang bekerja. *Setpoint* pada pengujian ini sebesar 3000 *rpm*. Grafik hasil pengujian open loop sistem dapat dilihat pada Gambar 15.



Gambar 15. Respon Pengujian Sistem dengan Bilinear Transformation

Berdasarkan grafik *output* respon pengujian sistem dengan *Bilinear Transformation*, maka dapat diketahui juga nilai *delay time* 0,06 *s*, *rise time* 0,08 *s*, *peak time* 0,13 *s*, *overshoot* 6,6%, *settling time* 0,192 *s*, dan *error steady state* 2,35%.

F. Rekapitulasi Analisis Respon Pengujian Sistem

Rekapitulasi analisis respon pengujian sistem *open loop, Zero Order Hold Equivalence, Pole-Zero Mapping, dan Bilinear Transfromation* ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Rekapitulasi Analisis Respon Pengujian Sistem

Parameter Kontrol	*Open Loop*	*ZOH Equivalence*	*Pole-Zero Mapping*	*Bilinear Transfromation*
Td	1,4 s	0,04 s	0,03 s	0,06 s
Tr	4,28 s	0,09 s	0,09 s	0,08 s
Tp	12 s	0,12 s	0,14 s	0,13 s
Mp	0%	10%	13,3%	6,6%
Ts	7 s	0,225 s	0,211 s	0,192 s
Error	-	2,16%	2,47%	2,35%

Berdasarkan Tabel 2, diketahui bahwa:

1. *Delay time* dari metode *Pole-Zero Mapping* lebih cepat daripada *ZOH Equivalence* dan *Bilinear Transformation*.
2. *Rise time* dari metode Bilinear Transformation lebih cepat daripada *ZOH Equivalence* dan *Pole-Zero Mapping*.
3. *Peak time* dari metode *ZOH Equivalence* lebih cepat daripada *Pole-Zero Mapping* dan *Bilinear Transformation*.
4. *Max. overshoot* dari metode *Bilinear Transformation* lebih kecil daripada *ZOH Equivalence* dan *Pole-Zero Mapping*.
5. *Settling time* dari metode *Bilinear Transformation* lebih cepat daripada *ZOH Equivalence* dan *Pole-Zero Mapping*.
6. *Error steady state* yang dihasilkan dari 3 metode telah sesuai dengan spesifikasi design, yaitu *error* dibawah 5%.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pengujian dan analisis yang telah dilakukan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Parameter PI pada penelitian ini didapatkan dengan menggunakan metode *Integral of the Square Error (ISE)*. Langkah awal yang dilakukan adalah mengubah nilai fungsi alih motor DC ke dalam bentuk $\frac{\omega}{Va} = \frac{3{,}09}{(0{,}0021\,s+1)(0{,}0434\,s+1)}$. Dari nilai fungsi alih tersebut, nantinya akan didapatkan indeks performansi yang dimana nilai *Ti* diturunkan terhadap 0. Nilai parameter Proporsional Integral dengan menggunakan rumus *Integral of the Square Error (ISE)* dengan mengasumsikan nilai *Kp* sebesar 2,5 sehingga akan ditemukan nilai *Ti* dan *Ki* yang kemudian perhitungannya akan diprogram menggunakan program Matlab. Berdasarkan syntaks pada program Matlab, Parameter PI dengan metode *Integral of the Square Error (ISE)* akan didapatkan nilai $Kp = 2{,}5$ dan nilai $Ki = 82{,}5$.
2. Berdasarkan penelitian yg telah dilakukan, ketiga metode berhasil memperbaiki respon sistem secara signifikan. Secara keseluruhan *Bilinear Transformation* lebih baik dibandingkan dengan *ZOH Equivalence* dan *Pole-Zero Mapping*, meskipun *peak time* dan *delay time* tidak secepat *ZOH Equivalence* dan *Pole-Zero Mapping*.

B. Saran

Untuk pencarian parameter *Kp* dan *Ki*, bisa menggunakan metode kriteria optimum integral yang lain, seperti *Integral of the Absolute Value of the Error (IAE), Integral of Square-Error Multiplied by Time (ITSE)*, atau *Integral of Absolute Error Multiplied by Time (ITAE).*

DAFTAR PUSTAKA

[1] Asnil dan Husnaini, Irma. 2010. "Sistem Kontrol Optimal Pada Kontrol Posisi Motor DC". *Jurnal Teknik Energi*. 6(1). 1-11.

[2] Gopal, M. 1988. *Digital Control Engineering*. New Delhi: Wiley Eastern Limited.

[3] Imantaka, Christopher. 2016. *Perancangan PI Kontrol Kecepatan Motor DC Dengan Kombinasi Pole Placement dan Symetrical Optimum*.

Malang: Skripsi. Teknik Elektro. Universitas Brawijaya. Malang.

[4] Leonhard, Werner. 1985. *Control of Electrical Drives*. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin.

[5] Levine, William S. 1996. *The Control Handbook*. US: CRC Press and IEEE Press.

[6] Ogata, Katsuhiko. 1997. *Teknik Kontrol Automatik*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

[7] Ogata, Katsuhiko. 2010. *Modern Control Engineering*, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall, One Lake Street, Upper Saddle River, New Jersey 07458. Fifth edition.

[8] Parallax. 2010. *Parallax Standard Servo*. California: Parallax.

[9] Rusli, Mochammad. 2015. *Dasar Teknik Kontrol*. Malang: UB Press.

[10] Soemarwanto. 2010. *Dasar Konversi Energi Elektrik.* Malang.

[11] Online: https://bsiswoyo.lecture.ub.ac.id/2012/01/motor-dc-fungsi-alih/, diakses pada tanggal 20 Oktober 2016