

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Untuk memudahkan dalam memahami cara kerja sistem yang dirancang maupun dasar - dasar perencanaan dari sistem yang dibuat, maka perlu adanya penjelasan dan uraian mengenai teori penunjang yang digunakan dalam penulisan skripsi ini. Teori penunjang yang akan dijelaskan dalam bab ini adalah:

- Sistem Pengendalian dan Loop Pengendalian
- Sistem orde dua
- Sensor dan Transduser
- Evaporator
- Kontrol Logika Fuzzy
- Sistem Termal
- Transformasi Laplace

2.1 Sistem Pengendalian

Sistem pengendalian berfungsi untuk mengendalikan jalannya proses agar variabel proses yang sedang diukur dapat dikendalikan dan diatur sesuai dengan nilai yang dikehendaki (*setpoint*). Sistem pengendalian mempunyai beberapa persyaratan umum, antara lain:

- Setiap sistem pengendalian harus stabil.
- Sistem pengendalian harus mempunyai kestabilan relatif yang layak.
- Kecepatan respon harus cukup cepat dan menunjukkan peredaman yang layak.
- Suatu sistem pengendalian juga harus mampu memperkecil kesalahan sampai nol atau sampai pada suatu harga yang dapat ditoleransi.

Secara umum bentuk *loop* sistem pengendalian dibagi menjadi dua macam Sistem Pengendalian *Loop* Terbuka (*Open Loop Control System*) dan Sistem Pengendalian *Loop* Tertutup (*Close Loop Control System*).

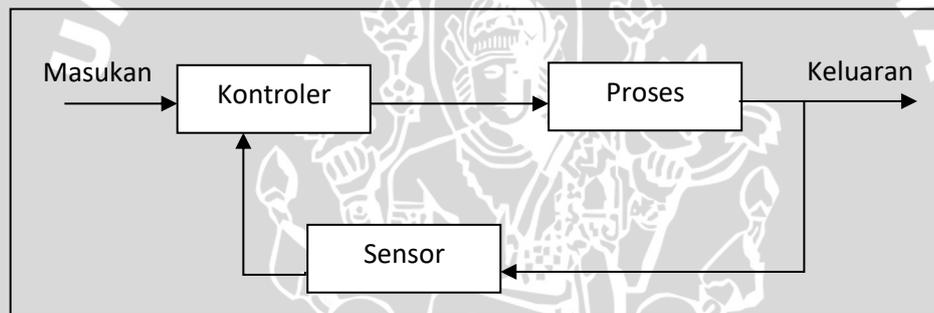
Sistem pengendalian *loop* terbuka adalah sistem pengendalian yang keluarannya tidak dapat mempengaruhi aksi dari pengendaliannya. Jadi, pada sistem ini keluaran dari kontrolernya tidak diukur atau diumpanbalikkan untuk dibandingkan dengan masukannya (K. Ogata, 1985), seperti ditampilkan dalam Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Blok Diagram Sistem *Loop* Terbuka

Salah satu contoh sistem loop terbuka adalah sistem pengaturan temperatur ruangan. Untuk mendapatkan temperatur yang diinginkan, operator menggunakan pengalamannya untuk mengeset daya yang dibutuhkan sistem agar keluaran sistem yang berupa temperatur ruangan sesuai dengan temperatur ruangan yang diinginkan.

Sistem pengendalian *loop* tertutup adalah sistem pengendalian yang sinyal keluarannya mempunyai pengaruh langsung pada aksi pengendaliannya (K. Ogata, 1985). Sinyal kesalahan yang bekerja yaitu antara sinyal masukan dan sinyal umpan balik yang disajikan ke kontroler disajikan sedemikian rupa untuk mengurangi kesalahan dan membawa keluaran sistem ke nilai yang dikehendaki. Blok diagram sistem *loop* tertutup ditampilkan dalam Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Blok Diagram *Loop* Tertutup

Sumber : Ogata, K., 1984 :4

Contohnya *thermostat* pada ruangan untuk menjalankan atau mematikan alat pemanas atau pendingin agar suhu tetap nyaman. Biasanya berupa pengukur tidak langsung seperti pengukur *level* dengan radar dan ultrasonik. Di dalam pengendalian *loop* tertutup terdapat tiga macam metode pengendalian, yaitu:

a. *Feed Back Control System*

Feed back control system adalah sistem pengendalian dimana besaran proses yang diatur dan diukur (PV) dibandingkan dengan nilai yang dikehendaki (SV) dan perbedaannya digunakan sebagai dasar untuk mengeliminir perbedaan yang ada (membuka dan menutup *control valve*).

b. *Feed Forward Control System*

Pada metode ini beban proses pengaturan diukur kemudian dibandingkan dengan beban normal dan bila ada perbedaan, maka perbedaan tersebut digunakan sebagai dasar untuk melakukan aksi antisipasi agar tidak terjadi penyimpangan pada *primary* proses variabel yang diatur.

c. *Cascade Control System*

Kontrol *cascade* adalah kontrol yang melibatkan penggunaan dua buah pengontrol dengan keluaran dari pengontrol pertama merupakan titik pengaturan bagi pengontrol kedua. Loop umpan balik untuk salah satu pengontrol berada di dalam loop umpan balik untuk pengontrol yang lain, seperti yang ditampilkan dalam Gambar 2.3. Sistem seperti ini dapat menghasilkan perbaikan karakteristik respon sistem terhadap gangguan yang muncul (W. Bolton, 2006: 290).

Kontrol kaskade meliputi penggabungan dua kontroler menjadi satu yang difungsikan secara bersamaan dan dikontrol secara bersama pula.

2.2 Sistem Orde Dua

Sebuah Sistem Orde Kedua adalah sistem yang memiliki fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.1)$$

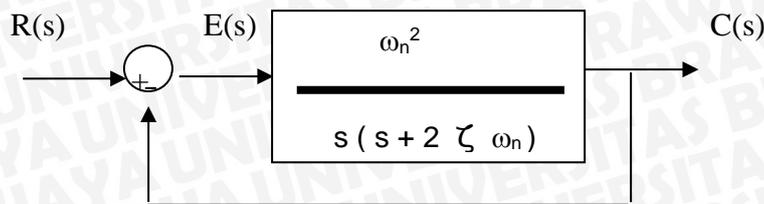
Bentuk umum dari persamaan di atas adalah :

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ω_n = frekuensi sudut natural undamped (frekuensi alami)

ζ = faktor redaman

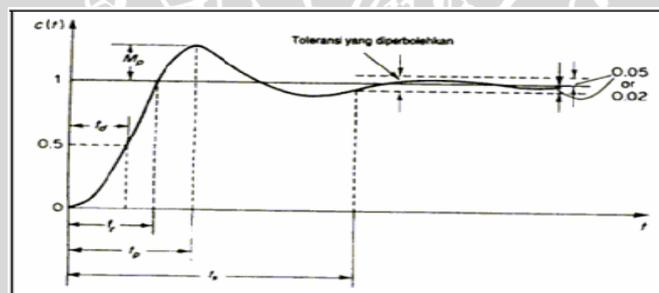
Dengan R(s) adalah fungsi masukan dan C(s) adalah fungsi keluaran. Seperti yang terlihat dalam diagram blok sistem dua berikut ini, hubungan masukan dan keluaran sistem dari diagram tersebut dapat dinyatakan dengan,



Sistem orde dua sangat tergantung pada faktor redaman (ζ). Bila $0 < \zeta < 1$, sistem dinamakan *underdamp*. Bila $\zeta = 1$, sistem disebut *critically damp*, dan bila $\zeta > 1$, sistem disebut *overdamp*.

Dari kemungkinan-kemungkinan sistem yang ada, sistem Redaman Kurang (*underdamped system*) memiliki sifat dan fitur yang unik dan menarik. Sehingga, sebagian besar analisa dan perancangan sistem orde kedua, mendekatinya dengan menggunakan model redaman kurang ini.

Plot dari sistem redaman kurang dengan beberapa harga ζ dapat dilihat pada Gambar 2.3. Dari gambar tersebut, nampak bahwa semakin besar harga rasio redaman, ζ , sistem semakin berosilasi namun memiliki respon yang semakin cepat.



Gambar 2.3. Respon Waktu Sistem Underdamped

M_p = overshoot maximum

t_p = peak time

t_d = delay time

t_s = settling time

t_r = rise time

Beberapa karakteristik sistem orde dua adalah :

- Kestabilan dan kemampuan sistem meredam gangguan. Sistem yang stabil mempunyai akar-akar persamaan karakteristik di sebelah kiri bidang s .
- Delay time (t_d) : waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai $\frac{1}{2}$ harga akhir pada saat lonjakan pertama.

- c. Rise time (t_r): waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk naik dari 10% menjadi 90%, 5% menjadi 95%, atau 0% menjadi 100% dari nilai akhir. Untuk sistem orde dua redaman kurang (underdamped), biasanya digunakan waktu naik 0-100%, sedangkan untuk sistem redaman lebih (overdamped), biasanya digunakan waktu naik 10-90%.
- d. Settling time (t_s) : waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai harga tertentu dan tetap dalam nilai akhir (biasanya 5% atau 2%).
- e. Maximum overshoot (M_p) : harga puncak maksimum dari kurva respon yang diukur dari satu. Jika harga keadaan mantap respon tidak sama dengan satu, maka dapat digunakan persen maximum overshoot.
- f. Peak time (t_p) : waktu yang diperlukan sistem untuk mencapai lonjakan maksimum.

Steady – state error : sinyal kesalahan yang merupakan selisih dari nilai reference dengan nilai sebenarnya pada waktu tak terhingga.

2.3 Sensor dan Transduser

Sensor dan transduser merupakan peralatan atau komponen yang mempunyai peranan penting dalam sebuah sistem pengaturan otomatis. Ketepatan dan kesesuaian dalam memilih sebuah sensor akan sangat menentukan kinerja dari sistem pengaturan secara otomatis.

Sensor adalah suatu peralatan yang berfungsi untuk mendeteksi gejala-gejala atau sinyal-sinyal yang berasal dari perubahan suatu energi seperti energi listrik, energi fisika, energi kimia, energi biologi, energi mekanik dan sebagainya. (D Sharon dkk, 1982)

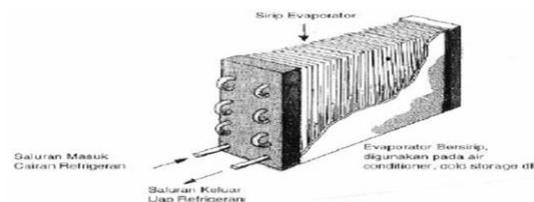
Transduser adalah sebuah alat yang bila digerakan oleh suatu energi di dalam sebuah sistem transmisi, akan menyalurkan energi tersebut dalam bentuk yang sama atau dalam bentuk yang berlainan ke sistem transmisi berikutnya”. Transmisi energi ini bisa berupa listrik, mekanik, kimia, optic (radiasi) atau thermal (panas). (William D.C, 1993)

2.4 Evaporator (Cooling Unit)

Evaporator adalah sebuah alat yang berfungsi mengubah sebagian atau keseluruhan sebuah pelarut dari sebuah larutan dari bentuk cair menjadi uap. Evaporator mempunyai dua prinsip dasar, untuk menukar panas dan untuk memisahkan uap yang terbentuk dari cairan. Evaporator umumnya terdiri dari tiga bagian, yaitu penukar panas, bagian evaporasi (tempat di mana cairan mendidih lalu menguap), dan pemisah untuk memisahkan uap dari cairan lalu dimasukkan ke dalam kondenser (untuk

diembunkan/kondensasi) atau ke peralatan lainnya. Hasil dari evaporator (produk yang diinginkan) biasanya dapat berupa padatan atau larutan berkonsentrasi. Larutan yang sudah dievaporasi bisa saja terdiri dari beberapa komponen volatil (mudah menguap).

Evaporator biasanya digunakan dalam industri kimia dan industri makanan. Pada industri kimia, contohnya garam diperoleh dari air asin jenuh (merupakan contoh dari proses pemurnian) dalam evaporator. Evaporator mengubah air menjadi uap, menyisakan residu mineral di dalam evaporator. Uap dikondensasikan menjadi air yang sudah dihilangkan garamnya. Pada sistem pendinginan, efek pendinginan diperoleh dari penyerapan panas oleh cairan pendingin yang menguap dengan cepat (penguapan membutuhkan energi panas). (<https://id.wikipedia.org/wiki/Evaporator>) Evaporator juga digunakan untuk memproduksi air minum, memisahkannya dari air laut atau zat kontaminasi lain. sederhananya adalah evaporator menyerap hawa panas dan kemudian mengeluarkannya dalam bentuk udara dingin.



Gambar 2.4. evaporator



2.5 Logika Fuzzy

Fuzzy secara harfiah berarti samar, sedangkan kebalikannya dalam hal ini adalah *Crisp* yang secara harfiah berarti tegas. Dalam kehidupan sehari-hari nilai samar lebih akrab daripada nilai tegas. Temperatur tertentu biasa dinyatakan sebagai panas, agak panas, atau sangat dingin daripada dinyatakan dalam nilai terukur tertentu.

Tahun 1965 L.A. Zadeh memodifikasi teori himpunan yang disebut himpunan kabur (*fuzzy Set*). Himpunan *fuzzy* di dasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sehingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval $[0,1]$. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu nilai dalam semesta pembicaraan tidak hanya berada pada 0 atau 1, namun juga nilai yang terletak diantaranya. Dengan kata lain nilai kebenaran suatu hal tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar dan masih ada nilai-nilai yang terletak diantaranya. Sejak tahun 1982 pengontrolan berbasis logika *fuzzy* mengalami perkembangan pesat, terutama dalam hubungannya dengan penyelesaian masalah kendali yang bersifat tak linier, sulit dimodelkan, berubah karakteristiknya terhadap waktu (*time varying*) dan kompleks (Sivanandam, 2006).

2.5.1. Struktur Dasar Kontrol Logika Fuzzy

Dalam sistem pengendalian dengan logika *fuzzy* melibatkan suatu blok pengontrol yang menerima satu atau lebih masukan dan mengumpalkan satu atau lebih keluaran ke plant atau blok lain sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 2.5.



Gambar 2.5. Pengendali *Fuzzy*

(Sumber: Coughanowr,1991)

Komponen utama penyusun kontrol logika *fuzzy* adalah unit *fuzzifikasi*, *fuzzy inference*, dan unit *defuzzifikasi*. Basis pengetahuan terdiri dari dua jenis (Yan, 1994).

2.5.2. Fungsi keanggotaan

Fungsi keanggotaan menotasikan nilai kebenaran anggota-anggota himpunan *fuzzy*. Interval nilai yang digunakan untuk menentukan fungsi keanggotaan, yaitu nol dan satu. Tiap fungsi keanggotaan memetakan elemen himpunan *crisp* ke semesta himpunan *fuzzy*.

Suatu himpunan *fuzzy* A dalam semesta pembicaraan U dinyatakan dengan fungsi keanggotaan, μ_A yang harganya berada dalam interval $[0,1]$. Secara matematika hal ini dinyatakan dengan :

$$\mu_A : U \rightarrow [0,1]$$

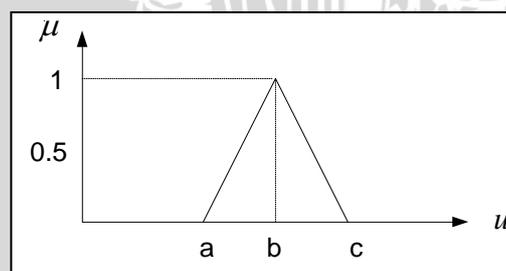
(Kuswadi, 2000)

➤ Fungsi keanggotaan bentuk Triangular

Definisi fungsi triangular sebagai berikut:

$$T(u; a, b, c) = \begin{cases} 0 & u < a \\ \frac{u-a}{b-a} & a \leq u \leq b \\ \frac{c-u}{c-b} & b \leq u \leq c \\ 0 & u > c \end{cases} \quad (2.2)$$

Fungsi keanggotaan bentuk Triangular ditunjukkan dalam Gambar 2.6.



Gambar 2.6. Fungsi Keanggotaan Bentuk Triangular

Sumber : Yan, 1994

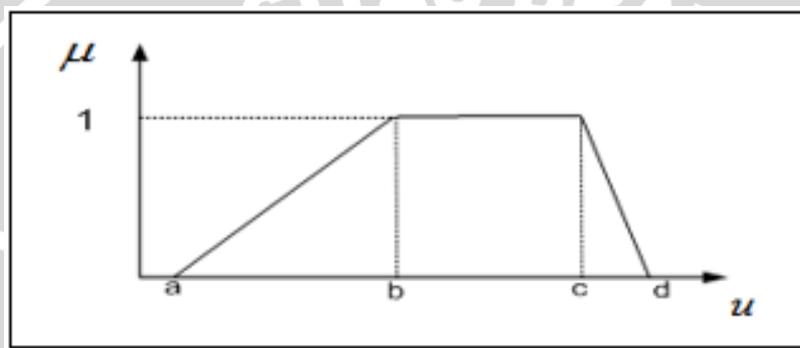
Fungsi keanggotaan bentuk triangular ini digunakan bila diinginkan himpunan *fuzzy* mempunyai nilai proporsional terhadap nol maupun satu.

➤ Fungsi keanggotaan bentuk Trapesium

Definisi fungsi trapesium sebagai berikut :

$$T(u; a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & u < a \\ \frac{u - a}{b - a} & a \leq u \leq b \\ 1 & b \leq u \leq c \\ \frac{d - u}{d - c} & c \leq u \leq d \\ 0 & d \leq u \end{cases} \quad (2.3)$$

Fungsi keanggotaan bentuk Trapesium ditunjukkan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7. Fungsi Keanggotaan Bentuk Trapesium

Sumber : Yan, 1994

2.5.3. Kontrol Logika Fuzzy (KLF)

Kontroler logika *fuzzy* adalah sistem berbasis aturan (*rule based system*) yang didalamnya terdapat himpunan aturan *fuzzy* yang mempresentasikan mekanisme pengambilan keputusan. Aturan yang dibuat digunakan untuk memetakan variabel input ke variabel output dengan pernyataan *If - Then*.

Kontroler ini akan menggunakan data tertentu (*crisp*) dari sejumlah sensor kemudian mengubahnya menjadi bentuk linguistik atau fungsi keanggotaan melalui proses fuzzifikasi. Lalu dengan aturan *fuzzy*, *inference engine* yang akan menentukan hasil keluaran *fuzzy*. Setelah itu hasil ini akan diubah kembali menjadi bentuk numerik melalui proses defuzzifikasi.

2.5.3.1. Fuzzifikasi

Proses fuzzifikasi merupakan proses untuk mengubah variabel non *fuzzy* (variabel numerik) menjadi variabel *fuzzy* (variabel linguistik). Nilai masukan-masukan yang masih dalam bentuk variabel numerik yang telah dikuantisasi sebelum diolah oleh pengendali



logika *fuzzy* harus diubah terlebih dahulu ke dalam variabel *fuzzy*. Melalui fungsi keanggotaan yang telah disusun, maka dari nilai-nilai masukan tersebut menjadi informasi *fuzzy* yang berguna nantinya untuk proses pengolahan secara *fuzzy* pula. Proses ini disebut fuzzifikasi (Yan,1994). Proses fuzzifikasi diekspresikan sebagai berikut:

$$x = \text{fuzzifier}(x_0)$$

dengan:

x_0 = nilai *crisp* variabel masukan

x = himpunan *fuzzy* variabel yang terdefinisi

fuzzifier = operator fuzzifikasi yang memetakan himpunan *crisp* ke himpunan *fuzzy*

Pedoman memilih fungsi keanggotaan untuk proses fuzzifikasi, menurut Jun Yan, menggunakan :

1. Himpunan *fuzzy* dengan distribusi simetris.
2. Gunakan himpunan *fuzzy* dengan jumlah ganjil, berkaitan erat dengan jumlah kaidah (*rules*).
3. Mengatur himpunan *fuzzy* agar saling menumpuk.
4. Menggunakan fungsi keanggotaan bentuk segitiga atau trapesium.

2.5.3.2. Aturan fuzzy (Fuzzy Rule)

Fuzzy rule adalah bagian yang menggambarkan dinamika suatu sistem terhadap masukan yang dikarakteristikan oleh sekumpulan variabel-variabel linguistik dan berbasis pengetahuan seorang operator ahli. Pernyataan tersebut umumnya dinyatakan oleh suatu pernyataan bersyarat.

Dalam pengendali berbasis *fuzzy*, aturan pengendalian *fuzzy* berbentuk aturan “IF – THEN”. Untuk sebuah sistem *Multi Input Single Output* (MISO) basis aturan pengendalian *fuzzy* berbentuk seperti berikut ini,

Rule 1 IF X is A_1 AND Y is B_1 THEN Z is C_1

Rule 2 IF X is A_2 AND Y is B_2 THEN Z is C_2

⋮
⋮
⋮
⋮

Rule n IF X is A_n AND Y is B_n THEN Z is C_n .

Dengan X, Y, Z merupakan variabel linguistik, dimana X dan Y merupakan variabel masukan, dan Z merupakan variabel keluaran sistem. A_n , B_n , dan C_n merupakan nilai linguistik dari X, Y, dan Z (Lee, 1990).

2.5.3.3. Metode Inferensi MAX - MIN

Metode inferensi merupakan proses untuk mendapatkan keluaran dari suatu kondisi masukan dengan mengikuti aturan-aturan yang telah ditetapkan. Keputusan yang didapatkan pada proses ini masih dalam bentuk *fuzzy* yaitu derajat keanggotaan keluaran.

Pada metode Max–Min aturan operasi minimum Mamdani digunakan untuk implikasi *fuzzy*. Persamaan aturan minimum adalah

$$\mu_{C_i} = \bigcup_1^n \alpha_i \wedge \mu_{C_i} \quad (2.4)$$

dengan $\alpha_i = \mu_{A_i}(x_0) \wedge \mu_{B_i}(y_0)$

Sebagai contoh, terdapat dua basis kaidah atur *fuzzy*, yaitu :

R_1 : Jika x adalah A_1 dan y adalah B_1 maka z adalah C_1

R_2 : Jika x adalah A_2 dan y adalah B_2 maka z adalah C_2

Pada metode penalaran MAX-MIN fungsi keanggotaan konsekuen dinyatakan dengan

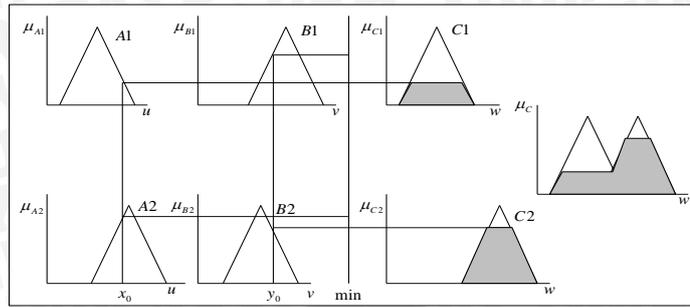
$$\mu_{C_1}(W) = \mu_{c_1} \vee \mu_{c_2} = [\alpha_1 \wedge \mu_{c_1}(w)] \vee [\alpha_2 \wedge \mu_{c_2}(w)]$$

Dimana:

$$\alpha_1 = \mu_{A_1}(x_0) \wedge \mu_{B_1}(y_0) \quad (2.5)$$

$$\alpha_2 = \mu_{A_2}(x_0) \wedge \mu_{B_2}(y_0)$$

Lebih jelas metode ini dideskripsikan dalam Gambar 2.8.



Gambar 2.8. Inferensi Fuzzy dengan Metode MAX-MIN

Sumber : Yan, 1994

2.5.3.4. Metode Defuzzifikasi Center Of Gravity (COG)

Defuzzifikasi adalah proses untuk mendapatkan nilai numerik dari data *fuzzy* yang dihasilkan dari proses inferensi (Yan, 1994). Proses defuzzifikasi dinyatakan sebagai berikut:

$$y_0 = \text{defuzzifier}(y) \quad (2.6)$$

dengan:

y : aksi kontrol *fuzzy*

y_0 : aksi kontrol *crisp*

defuzzifier : operator defuzzifikasi

Metode (*Center Of Gravity*)

Metode ini didefinisikan sebagai berikut:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n w_i u_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (2.7)$$

dengan:

U : Keluaran

w_i : Bobot nilai benar w_i

u_i : Nilai linguistik pada fungsi keanggotaan keluaran

n : Banyak derajat keanggotaan

2.6. Sistem Termal

Sistem thermal merupakan sistem yang melibatkan pemindahan panas dari bahan yang satu ke bahan yang lain. Sistem thermal dapat dianalisa dalam bentuk tahanan dan kapasitansi, meskipun kapasitansi thermal dan tahanan thermal tidak dapat digambarkan secara tepat sebagai parameter yang bulat, karena sebenarnya mereka terdistribusi di seluruh bahan yang bersangkutan.

Perpindahan panas dari suatu bahan ke bahan yang lain dibedakan menjadi tiga cara yaitu konduksi, konveksi dan radiasi. Untuk perpindahan panas secara radiasi, besarnya aliran arus panas adalah:

$$q = Kr(\theta_a^4 - \theta_b^4) \quad (2.8)$$

Dimana:

q = tingkat arus panas, kcal/det, W

θ_a = temperatur mutlak pemancar, °C

θ_b = temperature mutlak penerima, °C

Kr = koefisien, kcal/det °C

Karena konstanta Kr adalah suatu bilangan yang sangat kecil, perpindahan kalor radiasi hanya akan mempunyai harga yang cukup besar jika temperature pemancar sangat tinggi

Tahanan thermal R untuk perpindahan panas antara dua bahan dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$R = \frac{\text{perubahan beda temperature, } ^\circ\text{C}}{\text{perubahan laju aliran kalor, } W} \quad (2.9)$$

Untuk perpindahan panas secara radiasi, besarnya tahanan thermal adalah:

$$R = \frac{d(\Delta\theta)}{dq} = \frac{1}{4Krd\theta^3} \quad (2.10)$$

Dimana:

$d\theta$: beda temperature efektif pemancar dan penerima

Kapasitas termal C didefinisikan oleh:

$$C = \frac{\text{perubahan kalor yang tersimpan, } J}{\text{perubahan temperatur, } ^\circ\text{C}}$$

$$C = M c \quad (2.11)$$

Dimana:

M : Berat zat yang ditinjau, N

C_p : kalor jenis zat, $J/^\circ\text{C} - \text{N}$

2.7. Transformasi Laplace

Transformasi Laplace merupakan metode operasional yang dapat digunakan secara mudah untuk menyelesaikan persamaan diferensial linier.

Transformasi tersebut dapat mengubah beberapa fungsi umum seperti sinusoida, sinusoida teredam dan fungsi eksponensial menjadi fungsi aljabar kompleks.

Penggunaan Transformasi Laplace ini memungkinkan penggunaan teknik grafis untuk meramal kinerja sistem. Keuntungan lain penggunaan Transformasi Laplace adalah diperolehnya secara serentak baik komponen peralihan maupun komponen keadaan mantap (*steady state*) jawaban persamaan pada waktu menyelesaikan persamaan deferensial

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (2.12)$$

dengan:

$F(s)$ = Transformasi Laplace dari $f(t)$.

$f(t)$ = fungsi waktu t sedemikian rupa sehingga $f(t) = 0$ untuk $t < 0$

s = variabel kompleks ($s = \sigma + j\omega$).

\mathcal{L} = simbol operasional yang menunjukkan bahwa besaran

setelah simbol tersebut ditransformasi dengan integral

$$\text{Laplace} : \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt.$$

Sebagai contoh pemakaian Transformasi Laplace dalam Diferensiasi (transformasi fungsi turunan) dapat dilihat dari persamaan berikut:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d f(t)}{dt}\right] = s F(s) - f(0) \quad (2.13)$$

dimana $f(0)$ merupakan harga $f(t)$ untuk $t = 0$.

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = s^2 F(s) - s f(0) - \frac{d}{dt} f(0) \quad (2.14)$$

sedangkan Transformasi Laplace turunan ke-n adalah sebagai berikut

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - \frac{d^{n-2}}{dt^{n-2}} f(0) - \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} f(0) \quad (2.15)$$

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

