

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Sebelumnya

Prayogo, Sutrisno Hadi (2011) melakukan perancangan ulang pada pipa sistem distribusi uap *superheater drain pipe* di PT. PJB UP Gresik karena mengalami kegagalan. Dalam perancangan tersebut pemilihan material berdasarkan tekanan yang menyebabkan kerusakan dan *safety factor* yang sesuai dengan standar ASME 31.1 *Power Piping*, dan didapatkan material dengan spesifikasi pipa ASTM A 106 *Grade B* dan kopling ASTM A 126 WCB. Dari perancangan ulang tersebut didapatkan penurunan *pressure drop* pada *pipeline* sebesar $0,7 \text{ kg/cm}^2$ dan apabila tekanan melebihi desainnya maka diharapkan *flange* yang terlebih dahulu mengalami kerusakan.

Pujowidodo, Hariyotojo (2013) melakukan penelitian tentang analisa kerugian kalor serta umur operasi kerusakan isolasi pipa uap industri proses. Dalam penelitiannya dilakukan pengukuran distribusi panas dengan menggunakan kamera inframerah dan pengukuran ketebalan pipa aktual pada daerah yang terjadi kerusakan isolasi. Hasil penelitiannya kerusakan isolasi mengakibatkan terjadinya kehilangan kalor serta kerusakan permukaan pipa akibat korosi. Sehingga ketebalan pipa berkurang dan mempengaruhi sisa umur pipa.

2.2 Pipa

Pipa adalah sebuah silinder berlubang yang digunakan untuk menyalurkan fluida seperti air, uap, gas, oli dan lainnya dengan ataupun tanpa tekanan dari satu tempat ke tempat lain.

2.2.1 Standar Penomoran Pipa

Terdapat beberapa metode dalam penomoran atau pengkodean pipa. IPS (*Iron Pipe Size*) menunjukkan besar diameter dalam pada sebuah pipa, contoh IPS 6 menerangkan bahwa diameter dalam pipa tersebut sebesar 6 inchi. Namun yang sering digunakan adalah NPS (*Nominal Pipe Size*) dan Sch (*Schedule*). NPS menunjukkan besar diameter luar pada sebuah pipa (dalam inchi), sedangkan SCH menerangkan besar ketebalan pada dinding pipa (dalam inchi). Menurut ISO untuk menunjukkan diameter luar pada pipa diberi kode DN (*Diameter Nominal*). Untuk mendapatkan ukuran pipa standar DN yang ekuivalen dengan NPS dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Ukuran Desain Pipa NPS dan DN

NPS	DN	NPS	DN	NPS	DN	NPS	DN
½	6	3½	90	22	550	44	1100
¾	8	4	100	24	600	48	1200
¾	10	5	125	26	650	52	1300
½	15	6	150	28	700	56	1400
¾	20	8	200	30	750	60	1500
1	25	10	250	32	800	64	1600
1¼	32	12	300	34	850	68	1700
1½	40	14	350	36	900	72	1800
2	50	16	400	38	950	76	1900
2½	65	18	450	40	1000	80	2000
3	80	20	500	42	1050	—	—

Notes:

1. For sizes larger than NPS 80, determine the DN equivalent by multiplying NPS size designation number by 25.

Sumber : Nayyar M.L (2000:A.5)

2.2.2 Perhitungan Desain Pipa

1. Pipa Lurus

Dalam perencanaan pipa lurus, kita dapat menghitung ketebalan dinding pipa berdasarkan Persamaan (2-1).

$$t_m = \frac{PD}{2(SE+PY)} \quad (2-1)$$

Grinell (1994:2)

dengan :

t_m = tebal dinding pipa (mm)

P = Tekanan pada bagian dalam pipa (kPa)

D = Diameter luar pipa (mm)

S = Tegangan izin material, pada suhu tertentu (kPa)

E = *quality factor*

Y = koefisien

Untuk menghitung tebal dinding pipa pada umumnya menggunakan tekanan *hydrostatic* yaitu 1,5 kali tekanan pada bagian dalam pipa (untuk *power piping*), besar tegangan izin material dan besar *quality factor* disesuaikan dengan jenis material. Sedangkan nilai koefisien (Y) dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Koefisien (Y)

Temperature, °F	900 and Below	950	1,000	1,050	1,100	1,150	1,200	1,250 and Above
Temperature, °C	482 and Below	510	538	566	593	621	649	677 and Above
Ferritic steels	0.4	0.5	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
Austenitic steels	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.7	0.7	0.7
Nickel alloys UNS Nos. N06617, N08800, N08810, N08825	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.7

Sumber : ASME (2007:18)

Selain menggunakan Tabel 2.2 untuk mencari material pipa dan harga $t_m < D/6$.

Maka nilai Y dapat dicari dengan menggunakan Persamaan (2-2).

$$Y = \frac{d}{d+D} \quad (2-2)$$

ASME (2007:18)

dengan :

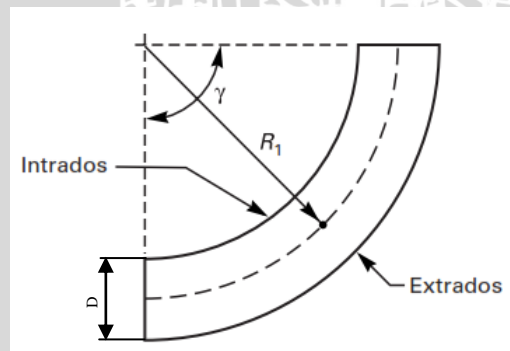
Y = Koefisien

d = Diameter dalam pipa (mm)

D = Diameter luar pipa (mm)

2. Pipa Bend

Dalam perencanaan pipa bend, kita dapat menghitung ketebalan dinding pipa berdasarkan Persamaan (2-3).



Gambar 2.1 Pipa Bend

Sumber : ASME B31.3 (2007:21)

$$t_m = \frac{PD}{2(SE/1+PY)} \quad (2-3)$$

ASME (2002:20)

harga I dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2-4) berdasarkan jari – jari dalam pipa bend (*intrados*) dan Persamaan (2-5) berdasarkan jari – jari luar pipa bend (*extrados*). Dan $I = 1$ pada garis tengah pipa bend (*center line*).

$$I = \frac{4(R_1/D) - 1}{4(R_1/D) - 2} \quad (2-4)$$

$$I = \frac{4(R_1/D) + 1}{4(R_1/D) + 2} \quad (2-5)$$

ASME (2002:20)

dengan :

R_1 = Jari – jari sumbu pipa bend (mm)

D = Diameter luar pipa bend (mm)

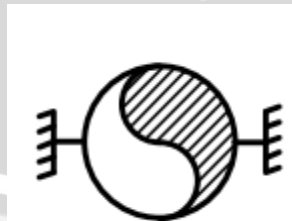
Ketebalan dinding pipa *bend* dapat dihitung berdasarkan *intrados*, *extrados*, dan *center line*, asalkan tebal dinding pipa *bend* yang didapat tidak boleh lebih kecil daripada tebal dinding pipa lurus.

2.3 Penyangga Pipa

Penyangga pada instalasi pipa yang berfungsi untuk meneruskan gaya – gaya yang bekerja menuju *ground*. Terdapat beberapa jenis tumpuan pipa berdasarkan letak dan fungsi dari tumpuan tersebut. *Hanger* merupakan penyangga pipa untuk menahan beban pipa yang diletakkan pada bagian atas pipa (menerima beban tarik). Sedangkan *support* terletak pada bagian bawah atau samping pipa (menerima beban tekan)

1. Anchor

Anchor atau disebut juga *line stop* berfungsi untuk menahan ekspansi pipa (menyerap pergerakan pipa). *Anchor* membatasi seluruh pergerakan pipa dalam seluruh derajat kebebasan. Skema *anchor* dapat dilihat pada Gambar 2.2.

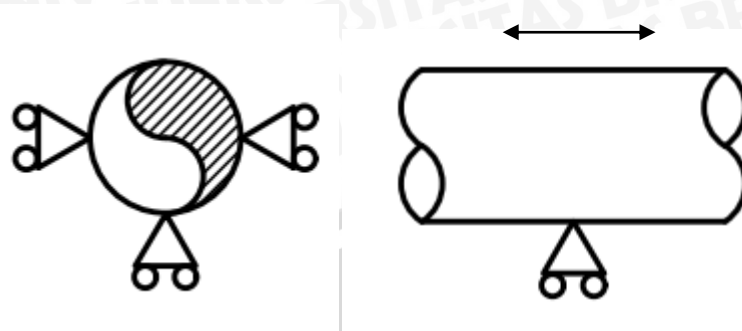


Gambar 2.2 *Anchor*

2. Pipe Guide

Merupakan jenis *support* yang berfungsi untuk membatasi pergerakan pipa, baik akibat defleksi ataupun ekspansi pipa. *Pipe guide* hanya mengizinkan pergerakan pipa dalam

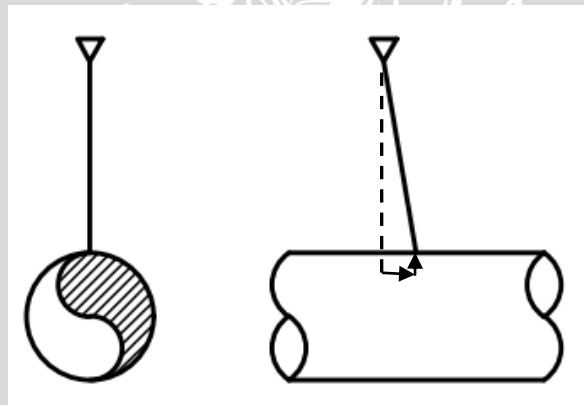
satu sampai dua arah derajat kebebasan. Tujuannya supaya pipa tetap berada pada jalu – jalurnya. Skema *pipe guide* dan arah pergerakan pipa dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 *Pipe Guide*

3. *Pipe Hanger*

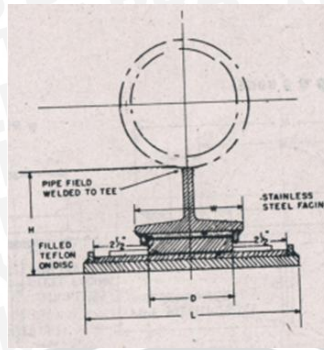
Hanger merupakan penyangga pipa yang diletakkan pada bagian atas pipa untuk menahan beban pipa sehingga menerima beban tarik dalam penggunaannya. *Hanger* hanya dapat menahan pipa dalam satu derajat kebebasan saja. Skema *pipe hanger* dan arah pergerakan pipa dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 *Pipe Hanger*

4. *Pipe Shoe*

Merupakan jenis *support* yang memiliki kesamaan dengan *pipe guide*, berfungsi sebagai pelindung pipa ataupun isolasi pipa dari gesekan terhadap tumpuan. Dalam aplikasinya digunakan pada instalasi pipa aliran panas yang terdapat ekspansi. *Pipe shoe* dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Pipe Shoe
 Sumber : Raswari (2010:292)

Dalam perancangan instalasi pipa, peletakkan tumpuan pipa disarankan sesuai dengan standar yang ditetapkan oleh ASME B31.1. Pada tabel 2.3 menunjukkan jarak maksimum antara kedua tumpuan pipa pada instalasi pipa lurus tanpa adanya pembebanan tambahan misalnya *valve* ataupun *flange*.

Tabel 2.3 Jarak maksimum antara kedua tumpuan pipa

Nominal Pipe Size, NPS	Suggested Maximum Span			
	Water Service		Steam, Gas, or Air Service	
	ft	m	ft	m
1	7	2.1	9	2.7
2	10	3.0	13	4.0
3	12	3.7	15	4.6
4	14	4.3	17	5.2
6	17	5.2	21	6.4
8	19	5.8	24	7.3
12	23	7.0	30	9.1
16	27	8.2	35	10.7
20	30	9.1	39	11.9
24	32	9.8	42	12.8

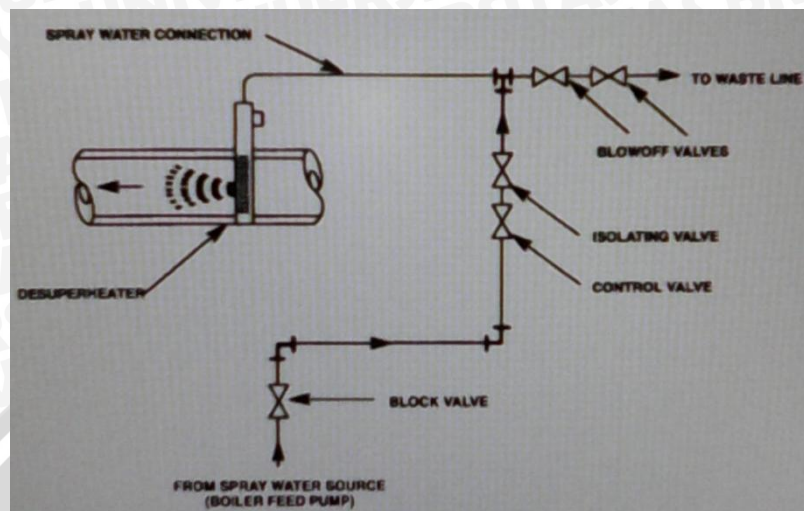
Sumber : AMSE (2007:44)

Untuk tumpuan pipa yang terletak pada pipa yang berbelok, disarankan jarak maksimum antara kedua tumpuan pipa dibawah 0,75 kali dari jarak yang disarankan untuk pipa yang lurus.

2.4 Cold Reheat Spray Water

Cold reheat spray water adalah instalasi yang digunakan untuk menurunkan temperatur aliran uap yang berasal dari *high pressure turbine* menuju ke *reheater boiler* apabila suhu dari uap tersebut terlalu tinggi, agar *reheater* didalam *boiler* tidak mengalami kerusakan. Air yang digunakan untuk mendinginkan uap tersebut berasal dari *deaerator* yang dialirkan menggunakan *kickers stage boiler feed pump* dengan tekanan dan

temperatur desain sebesar 16458 kPa dan 296 °C. Skema *cold reheat spray water* dapat dilihat pada gambar 2.6.



Gambar 2.6 Skema *Pipeline FW-130* pada PLTU

Di PT. IPMOMI PLTU Paiton Unit 7 instalasi pipa yang digunakan untuk mengalirkan air yang berasal dari *boiler feed pump* menuju ke reheat *desuperheater* diberi kode FW-130.

2.5 Analisa Tegangan

Tegangan merupakan besaran tensor yang memiliki besar dan arah serta bergantung pada bidang tegangan tersebut bekerja. Tegangan merupakan hasil bagi dari gaya dengan luas bidang gaya tersebut bekerja.

2.5.1 Tegangan pada Pipa

Tegangan yang terjadi pada pipa disebabkan oleh beban luar seperti berat pipa, berat fluida yang berada didalam pipa, tekanan dan gaya reaksi pemuaian termal. Dalam membahas kode standar kita harus membedakan pengertian tegangan pipa menjadi dua, yaitu :

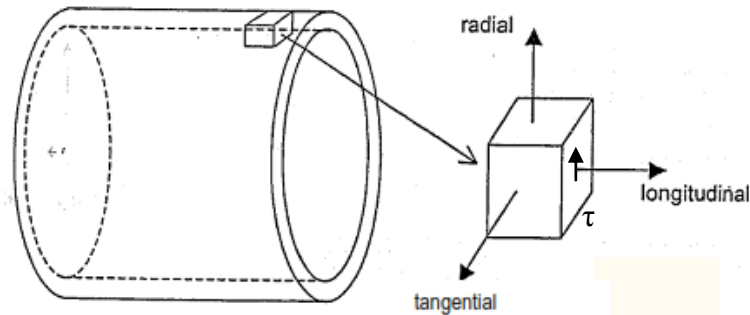
1. Tegangan pipa aktual

Tegangan hasil pengukuran dengan *strain gage*.

2. Tegangan pipa *code*

Tegangan hasil perhitungan dengan menggunakan persamaan tegangan yang tertera dalam kode standar tertentu.

Untuk mendefinisikan arah pada tegangan pipa, sebuah sumbu pada pipa dibuat saling tegak lurus seperti pada Gambar 2.7.



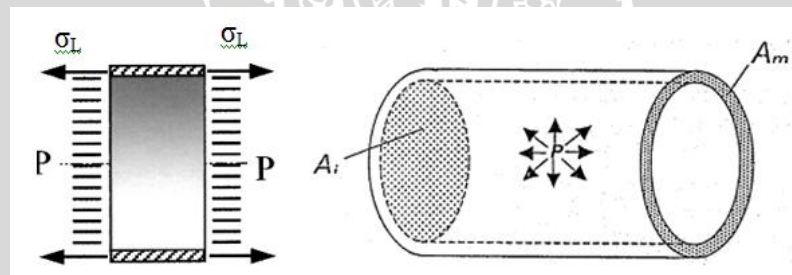
Gambar 2.7 Arah Tegangan pada Pipa

Maka tegangan dalam pipa dapat diuraikan berdasarkan arahnya sesuai dengan sumbu, yaitu :

1. Tegangan Longitudinal (σ_L)

Tegangan yang arahnya sejajar dengan sumbu aksialnya. Tegangan ini dikatakan positif apabila tegangan yang terjadi adalah tegangan tarik. Tegangan longitudinal pada pipa disebabkan oleh tekanan pada bagian dalam pipa dan momen bending.

- Akibat tekanan



Gambar 2.8 Tekanan dalam Pipa

$$\sigma_L = \frac{P \cdot A_i}{A_m} \text{ kPa} \tag{2-6}$$

$$\text{atau, } \sigma_L = \frac{P \cdot d_i^2}{4 \cdot d_m \cdot t} \text{ kPa} \tag{2-7}$$

Peng (2009:46)

dengan :

P = Tekanan pada bagian dalam pipa (kPa)

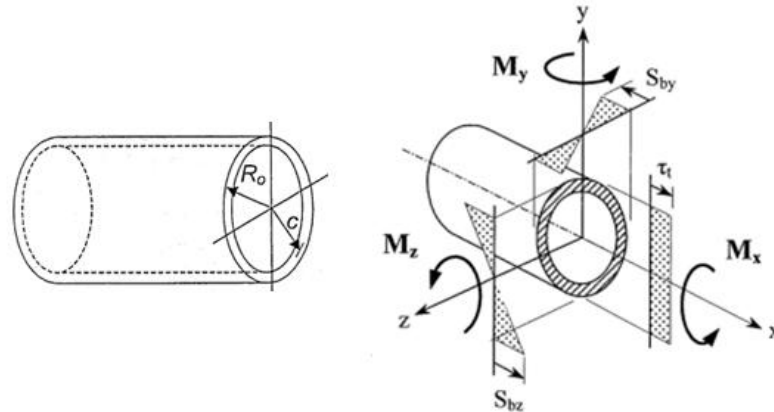
A_i = Luas penampang pada bagian dalam pipa (mm^2)
 $= \pi \cdot d_i^2 / 4$

A_m = Luas penampang dinding pipa (mm^2)
 $= \pi \cdot d_m \cdot t$

t = tebal dinding pipa (mm)

d_m = diameter rata – rata pipa (mm)
 $= (d_i + d_o) / 2$

- Akibat momen bending



Gambar 2.9 Momen Bending pada Pipa

$$\sigma_L = \frac{M_b \cdot c}{I} \text{ N/mm}^2 \quad (2-8)$$

Peng (2009:48)

dengan :

M_b = Momen bending pada penampang pipa (N.mm)

c = Jarak dari sumbu netral ke titik yang diperhatikan (mm)

I = Momen inersia pipa (mm^4)

$$= \pi(d_o^4 - d_i^4)/64$$

Tegangan ini bernilai maksimum ketika $c=R_o$. Maka Persamaan (2-8) berubah menjadi.

$$\sigma_L = \frac{M_b \cdot R_o}{I} \text{ N/mm}^2 \quad (2-9)$$

$$\text{atau, } \sigma_L = \frac{M_b}{Z} \text{ N/mm}^2 \quad (2-10)$$

dengan :

R_o = Jari – jari luar pipa (mm)

Z = *Section modulus* pipa (mm^3)

$$= I/R_o$$

2. Tegangan Tangensial (σ_t)

Tegangan tangensial (*Hoop Stress*) yang arahnya sejajar dengan sumbu sirkumferensialnya. Tegangan ini disebabkan oleh tekanan pada bagian dalam pipa.

Untuk menghitung tegangan tangensial menggunakan Persamaan (2-11).

$$\sigma_t = \frac{P \cdot \left(R_i^2 + \frac{R_i^2 \cdot R_o^2}{x^2} \right)}{(R_o^2 - R_i^2)} \text{ kPa} \quad (2-11)$$

Boresi (2003:220)

dengan :

P = Tekanan pada bagian dalam pipa (kPa)

R_o = Jari – jari luar pipa (mm)

R_i = Jari – jari dalam pipa (mm)

x = Jarak dari sumbu netral ke titik yang diperhatikan (mm)

3. Tegangan Radial (σ_R)

Tegangan yang arahnya sejajar dengan sumbu radialnya. Tegangan ini disebabkan oleh tekanan pada bagian dalam pipa. Tegangan ini berupa tegangan kompresi (negatif) jika ditekan dari dalam pipa akibat tekanan dan berupa tegangan tarik (positif) jika didalam pipa terjadi tekanan hampa (vakum). Untuk menghitung tegangan radial dapat menggunakan Persamaan (2-12).

$$\sigma_R = \frac{P \cdot \left(R_i^2 - \frac{R_i^2 \cdot R_o^2}{x^2} \right)}{(R_o^2 - R_i^2)} \text{ kPa} \quad (2-12)$$

Boresi (2003:220)

untuk $x = R_i$ maka besar tegangan radial bernilai maksimum, sedangkan $x = R_o$ maka besar tegangan radial bernilai minimum (nol).

4. Tegangan Geser (τ)

Tegangan yang bekerja pada penampang pipa, tegangan ini diakibatkan oleh momen puntir. Untuk menghitung tegangan geser dapat menggunakan Persamaan (2-13).

$$\tau = \frac{M_t}{2.Z} \text{ N/mm}^2 \quad (2-13)$$

Peng (2009:44)

dengan :

M_t = Momen Puntir (N.mm)

Z = Section Modulus (mm³)

Tegangan ini bernilai maksimum pada titik dimana bending stress bernilai maksimum

2.5.2 Teori Kegagalan

Nilai tegangan yang telah dihitung dibandingkan dengan nilai tegangan izin material yang didapatkan dari pengujian, jika nilai tegangan yang dihitung melebihi tegangan izin material maka dapat diasumsikan material mengalami kegagalan. Salah satu teori kegagalan yaitu teori kegagalan tresca atau teori kegagalan tegangan geser maksimum

yang menyatakan kegagalan material terjadi jika tegangan geser maksimum pada suatu titik sama atau lebih besar dari tegangan geser maksimum pada saat material diuji tarik secara uniaksial (*yield*). Sehingga kegagalan material ditunjukkan pada Persamaan (2-14).

$$\begin{aligned}\tau_{\text{maks}} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \tau_{\text{maks}} &\geq \frac{\sigma_{\text{yield}}}{2}\end{aligned}\quad (2-14)$$

Peng (2009:52)

2.5.3 Tegangan Izin Material (*Allowable Stress*)

Tegangan izin ditujukan untuk menanggulangi kegagalan yang terjadi pada material dan nilainya tergantung pada jenis material. Untuk sistem pemipaan *power piping* ASME B31.1 nilai tegangan izin merupakan nilai tegangan *ultimate* pada kondisi temperatur tertentu dikali dengan *safety factor* sebesar 1/3 sampai dengan 1/3,5.

2.5.4 Tegangan Code

Tegangan *code* diturunkan dari teori dasar tegangan dan teori kegagalan tresca yang telah dimodifikasi. Tegangan *code* memberikan standar kriteria kegagalan untuk perancangan sistem pipa. Persamaan tegangan *code* ASME B31.1 yaitu :

1. Tegangan karena beban tetap (*Sustained Load*)

Sustained load merupakan tegangan longitudinal yang disebabkan oleh berat dan tekanan pada pipa. Untuk menghitung tegangan akibat *sustained load* dapat menggunakan Persamaan (2-15).

$$\sigma_L = \frac{1000.i.M}{Z} + \frac{P.d_i^2}{4.d_m.t} \leq S_h \quad (2-15)$$

ASME (2007:28)

dengan :

S_h = Tegangan yang diizinkan pada kondisi panas menurut ASME B31.1 (kPa)

M = Resultan momen pada penampang pipa akibat beban tetap (N.mm)

$$= \sqrt{(M_b)^2 + (M_t)^2}$$

i = *Stress intensification factor*

Z = *Section modulus* pipa (mm³)

2. Tegangan karena beban ekspansi (*Expansion Load*)

Tegangan yang disebabkan oleh perbedaan temperatur. Menurut ASME B31.1 dengan mempertimbangkan kegagalan karena kelelahan material maka tegangan karena tekanan

dapat diabaikan, sehingga tegangan karena beban ekspansi ini yang digunakan untuk menganalisa tegangan pada pipa. Untuk menghitung tegangan akibat *expansion load* dapat menggunakan Persamaan (2-16).

$$S_E \leq S_A \quad (2-16)$$

ASME (2007:28)

dengan :

$$S_E = \frac{1000 \cdot i \cdot M_c}{Z} \quad (2-17)$$

$$S_A = f(1,25 \cdot S_c + 0,25 \cdot S_h) \quad (2-18)$$

dengan :

S_E = Tegangan akibat muai panas (kPa)

S_A = Tegangan yang diizinkan pada kasus tertentu (kPa)

S_c = Tegangan yang diizinkan pada kondisi dingin menurut ASME B31.1 (kPa)

S_h = Tegangan yang diizinkan pada kondisi panas menurut ASME B31.1 (kPa)

M_c = Resultan momen akibat muai panas (N.mm)

$$= \sqrt{(M_b)^2 + (M_t)^2}$$

i = Stress intensification factor

Z = Section modulus pipa (mm³)

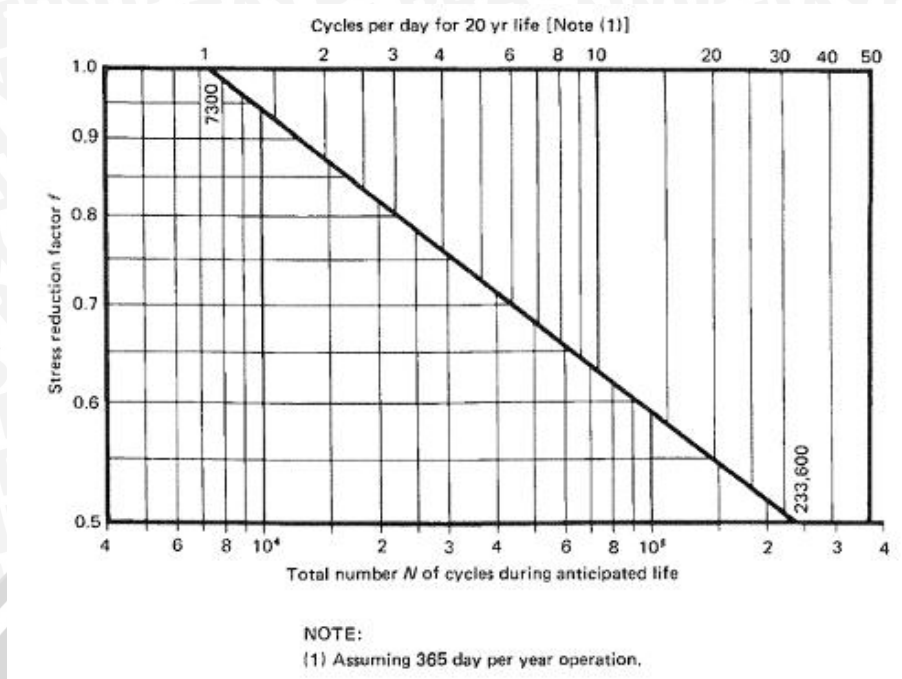
f = faktor reduksi

nilai f dapat dicari dengan menggunakan Tabel 2.4 ataupun menggunakan grafik pada Gambar 2.10. Harga f bergantung pada siklus beban yang dialami oleh pipa. Perubahan temperatur dari temperatur kamar ke temperatur operasional (*start-up*) kemudian kembali lagi ke temperatur kamar (*shut-down*) disebut dengan satu siklus beban termal.

Tabel 2.4 Faktor Reduksi

Cycles, N	Factor, f
7,000 and less	1.0
Over 7,000 to 14,000	0.9
Over 14,000 to 22,000	0.8
Over 22,000 to 45,000	0.7
Over 45,000 to 100,000	0.6
Over 100,000 to 200,000	0.5
Over 200,000 to 700,000	0.4
Over 700,000 to 2,000,000	0.3

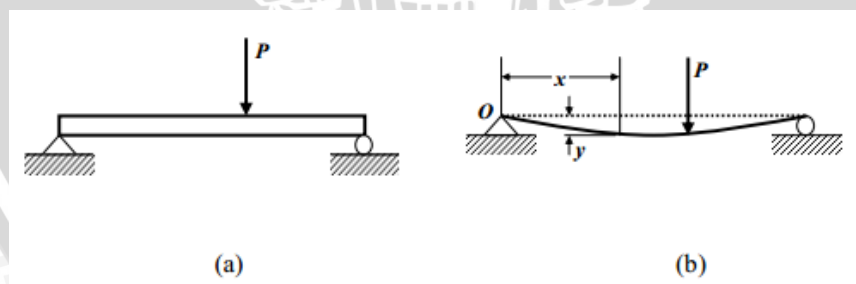
Sumber : AMSE (2002:19)



Gambar 2.10 Faktor Reduksi
Sumber : ASME (2002:22)

2.6 Defleksi

Defleksi adalah perubahan bentuk pada balok searah dengan gaya yang bekerja akibat adanya pembebanan yang diberikan pada balok. Deformasi pada balok secara mudah dapat dijelaskan berdasarkan defleksi balok dari posisinya sebelum mengalami pembebanan. Defleksi diukur dari posisi awal ke posisi setelah terjadi deformasi. Gambar 2.11 (a) memperlihatkan balok pada posisi awal sebelum terjadi deformasi dan Gambar 2.11 (b) memperlihatkan balok dalam keadaan deformasi akibat pembebanan.



Gambar 2.11 (a) Balok dalam keadaan netral (b) Balok dalam keadaan terdeformasi
Sumber : Timoshenko (1997:120)

2.6.1 Teori Castigliano

Castigliano menyediakan cara untuk mencari defleksi suatu struktur dari energi regangan struktur tersebut. Apabila suatu gaya eksternal bekerja pada sebuah struktur, maka struktur tersebut akan mengalami deformasi dimana titik yang mendapatkan aksi gaya luar akan berpindah dari posisi awal sebelum dikenai gaya. Apabila gaya tersebut

bekerja secara berangsur – angsur, maka energi kinetik yang terjadi bisa diabaikan sehingga bila tidak ada energi yang hilang pada proses tersebut dan kerja oleh gaya luar akan sama dengan perubahan energi dalam.

$$U = \int F_i d\Delta_i \quad (2-19)$$

$$\text{atau } U^* = \int \Delta_i dF_i \quad (2-20)$$

Timoshenko (1997:101)

dengan :

U = Energi deformasi atau *Strain energy*

U^* = Energi komplementer atau *Force energy*

F_i = Gaya yang bekerja pada titik i

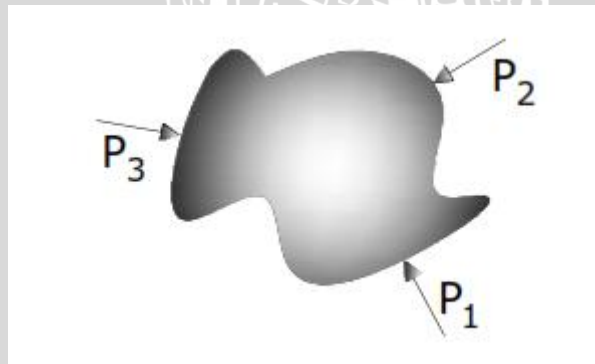
Δ_i = deformasi pada titik i

Maka turunan parsial dari Persamaan (2-19) dan Persamaan (2-20) adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_i} = F_i \quad (2-21)$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial F_i} = \Delta_i \quad (2-22)$$

Penurunan teori Castigliano dapat diperjelas dengan melihat Gambar 2.12.



Gambar 2.12 Gaya yang bekerja pada suatu bidang

Jika gaya – gaya tersebut bekerja secara perlahan secara bersamaan, maka kerja yang dilakukan oleh gaya – gaya tersebut adalah :

$$U = \frac{P_1}{2} \Delta_1 + \frac{P_2}{2} \Delta_2 + \dots + \frac{P_i}{2} \Delta_i \quad (2-23)$$

Usaha tersebut disimpan sebagai *Internal Strain Energy*. Apabila ditambahkan gaya sebesar dP_i , maka *Internal Strain Energy* akan bertambah sebesar :

$$\frac{\partial U}{\partial P_i} dP_i \quad (2-24)$$

Sehingga *Strain Energy* totalnya menjadi :

$$U + \frac{\partial U}{\partial P_i} dP_i \quad (2-25)$$

Apabila gaya dP_i bekerja, perpindahan pada titik dP_i bekerja dan searah $d\Delta_i$ akan bertambah sebesar Δ_i akibat gaya – gaya dP_i , besar kerja tambahan sama dengan hasil kali gaya dan perpindahan. Sehingga total *Strain Energy* menjadi :

$$U + (dP_i)\Delta_i \quad (2-26)$$

Strain Energy pada kasus pertama akan sama dengan *Strain Energy* pada kasus kedua. Maka Persamaan (2-25) dan Persamaan (2-26) digabung menjadi :

$$U + \frac{\partial U}{\partial P_i} dP_i = U + (dP_i)\Delta_i \quad (2-27)$$

sehingga,

$$\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i} \quad (2-28)$$

Timoshenko (1997:157)

Persamaan (2-28) merupakan persamaan yang dikenal sebagai teori Castigliano. *Strain Energy* yang disimpan pada balok yang diketahui momen bendungnya dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2-29).

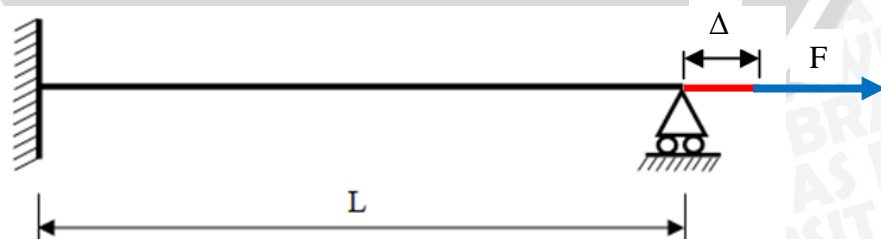
$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx \quad (2-29)$$

Timoshenko (1997:160)

Persamaan (2-29) disubstitusikan ke Persamaan (2-28). Sehingga teori Castigliano dapat diubah menjadi

$$\Delta_i = \frac{\partial}{\partial P_i} \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^L M \frac{\partial M}{\partial P_i} dx \quad (2-30)$$

2.6.2 *Strain Energy* Akibat Gaya Aksial



Gambar 2.13 Gaya Aksial pada Balok

Sesuai dengan Gambar 2.13, jika luas penampang pada balok dianggap konstan, maka besar tegangan normal dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2-31).

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2-31)$$

dengan :

σ = Tegangan Normal (N/mm²)

F = Gaya Aksial (N)

A = Luas Penampang (mm²)

Jika material dianggap linier elastis, maka sesuai dengan hukum Hooke

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{\varepsilon \cdot A} \quad (2-32)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{L} \quad (2-33)$$

dengan :

E = Modulus Elastisitas (N/mm²)

ε = Regangan

Δ = Pertambahan Panjang Balok (mm)

L = Panjang Awal Balok

Sehingga Persamaan (2-32) dan Persamaan (2-33) disubstitusikan menjadi

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{F}{A \cdot E} \quad (2-34)$$

$$\Delta = \frac{F \cdot L}{A \cdot E} \quad (2-35)$$

Strain energy akibat gaya aksial dapat dihitung menggunakan Persamaan (2-36) dari Persamaan (2-35) yang disubstitusi ke Persamaan (2-23).

$$U = \frac{F^2 \cdot L}{2 \cdot A \cdot E} \quad (2-36)$$

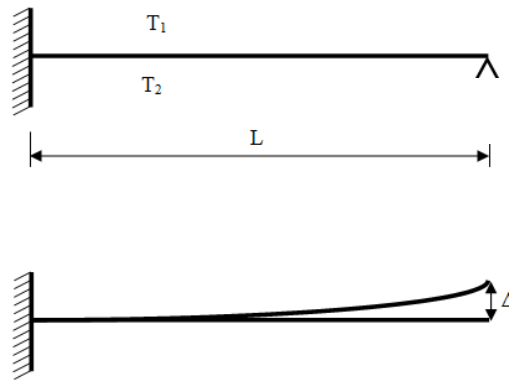
Hibbeler (2012:344)

2.6.3 Efek Temperatur

Perubahan temperatur pada suatu pipa akan menimbulkan pertambahan panjang. Pertambahan panjang ini tergantung dari besar temperatur yang bekerja pada pipa dan koefisien muai panas material tersebut.

1. Pipa dengan ujung bebas

Pada pipa dengan ujung bebas, jika terjadi perubahan suhu akan terjadi pemuaian pada sumbu longitudinal. Pada Gambar 2.14 jika pipa mengalami gradien suhu linier dan $T_2 > T_1$ maka pipa akan mengalami ekspansi kearah atas. Dan harga ekspansi (Δ) dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2-38).



Gambar 2.14 Pipa dengan Ujung Bebas

$$\frac{d^2\Delta}{dx^2} = \frac{M}{EI} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{d} \tag{2-37}$$

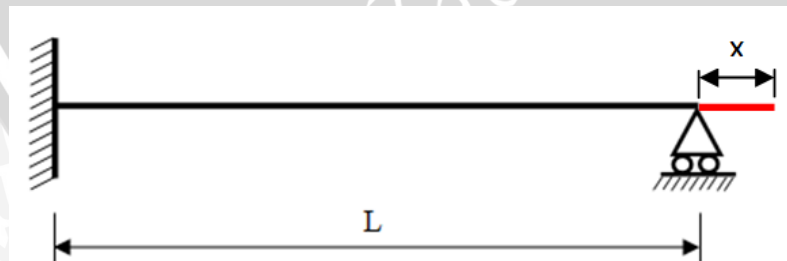
$$\Delta = \frac{\alpha(T_2 - T_1)L^2}{2d} \tag{2-38}$$

Timoshenko (1997:213)

dengan :

- Δ = Ekspansi pipa (mm)
- L = Panjang pipa (mm)
- d = Diameter pipa (mm)
- T₁ = Suhu bagian atas pipa (°C)
- T₂ = Suhu bagian bawah pipa (°C)
- α = Koefisien muai panas (mm/mm°C)

Jika diasumsikan bahwa pipa mula – mula lurus dan pada temperatur T₀, dan berubah temperaturnya menjadi T₁ baik pada bagian atas dan bawah pipa. Maka besar pemuaian pipa pada sumbu longitudinal yang ditunjukkan pada Gambar 2.15 dapat dicari dengan menggunakan Persamaan (2-39).



Gambar 2.15 Pemuaian Pipa pada Sumbu Longitudinal

$$x = \alpha(T_1 - T_0)L \tag{2-39}$$

Timoshenko (1997:168)

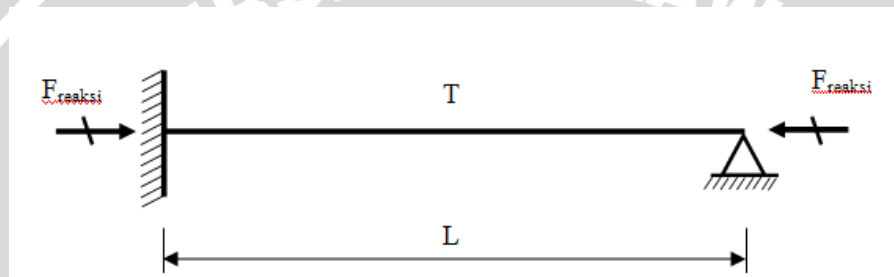


dengan :

- x = Pertambahan panjang pipa (mm)
- α = Koefisien muai panas (mm/mm°C)
- L = Panjang pipa awal (m)

2. Pipa dengan ujung terkekang

Pada pipa dengan ujung terkekang tidak mengalami defleksi (dianggap mempunyai panjang awal lebih besar dari pada jarak antar tumpuan namun kecil), melainkan terjadi gaya reaksi akibat perubahan suhu pada pipa. Gaya reaksi tersebut merupakan gaya aksial tekan yang tidak tergantung pada panjang pipa. Untuk mencari besar gaya reaksi tersebut dapat menggunakan Persamaan (2-40).



Gambar 2.16 Pipa dengan Ujung Terkekang

$$F_{reaksi} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot A \quad (2-40)$$

Timoshenko (1997:87)

dengan :

- E = Modulus elastisitas pipa (N/mm²)
- A = Luas penampang pipa (mm²)
- α = Koefisien muai panas (mm/mm°C)
- ΔT = Perubahan temperatur (°C)

2.7 Metode Elemen Hingga

Metode elemen hingga adalah salah satu dari metode numerik yang memanfaatkan operasi matriks untuk menyelesaikan masalah – masalah fisik. Metode ini membagi permasalahan menjadi sejumlah elemen tertentu untuk mewakili permasalahan yang jumlah elemen sebenarnya adalah tidak berhingga. Metode elemen hingga diaplikasikan secara luas mulai dari analisa tegangan dan deformasi pada bidang struktur maupun non-struktur.

2.7.1 Metode Elemen Hingga pada Sistem Pemipaan

Sistem pemipaan merupakan batang menerus dimana termasuk dalam statis tak tentu. Dengan menggunakan metode elemen hingga permasalahan tersebut dapat diselesaikan. Pada sistem pemipaan geometri yang digunakan untuk analisa elemen hingga adalah elemen garis (elemen *frame*). Metode yang digunakan dalam penyelesaian metode elemen hingga pada dasarnya terdapat dua yaitu

1. Metode gaya (Metode Fleksibilitas)

Metode ini besaran yang dihitung adalah gaya dan momen. Bentuk persamaan matriks metode fleksibilitas dapat dilihat pada Persamaan (2-41).

$$\{Q\} = [F]^{-1}\{D - d\} \quad (2-41)$$

Weaver (1996:49)

dengan :

$\{Q\}$ = Matriks Gaya Kelebihan

$[F]^{-1}$ = Invers Matriks Fleksibilitas

$\{D\}$ = Matriks Perpindahan Sesungguhnya Selaras dengan Q

$\{d\}$ = Matriks Perpindahan pada Struktur Lepas

2. Metode perpindahan (Metode Kekakuan).

Metode ini besaran yang dihitung adalah perpindahan dan rotasi. Setelah dua variabel tersebut didapatkan gaya dan momen dapat dihitung kemudian. Metode inilah yang sering digunakan untuk perhitungan dengan pemrograman komputer. Bentuk persamaan matriks metode kekakuan dapat dilihat pada Persamaan (2-42).

$$\{D\} = [k]^{-1}\{F - f\} \quad (2-42)$$

Weaver (1996:101)

dengan :

$\{D\}$ = Matriks Perpindahan

$[k]^{-1}$ = Invers Matriks Kekakuan

$\{F\}$ = Matriks Gaya Sesungguhnya Selaras dengan D

$\{f\}$ = Matriks Gaya Pengekang

Jika matriks perpindahan telah didapatkan, besar reaksi pada ujung batang dan reaksi tumpuan dapat dicari dengan menggunakan Persamaan (2-43) dan Persamaan (2-44).

$$\{F_M\} = \{F_{ML}\} + [F_{MD}] \cdot \{D\} \quad (2-43)$$

Weaver (1996:104)

dengan :

$\{F_M\}$ = Matriks Reaksi pada Ujung Batang

$\{F_{ML}\}$ = Matriks Reaksi pada Ujung Batang Terkekang yang Dipengaruhi Beban

$[F_{MD}]$ = Matriks Reaksi pada Ujung Batang Terkekang yang Tidak Dipengaruhi Beban

$\{D\}$ = Matriks Perpindahan

$$\{F_R\} = \{F_{RL}\} + [F_{RD}] \cdot \{D\} \quad (2-44)$$

Weaver (1996:104)

dengan :

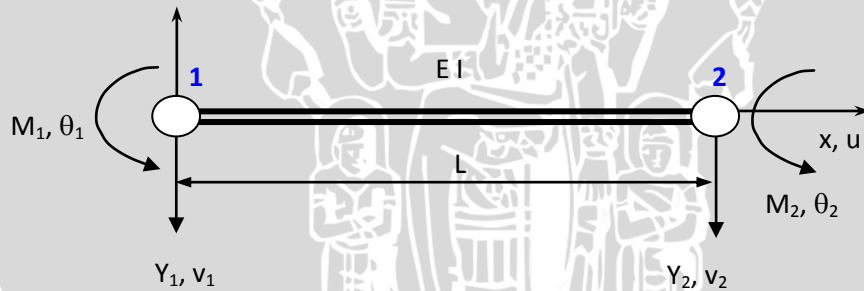
$\{F_R\}$ = Matriks Reaksi Tumpuan

$\{F_{RL}\}$ = Matriks Reaksi pada Ujung Batang Terkekang yang Dipengaruhi Beban

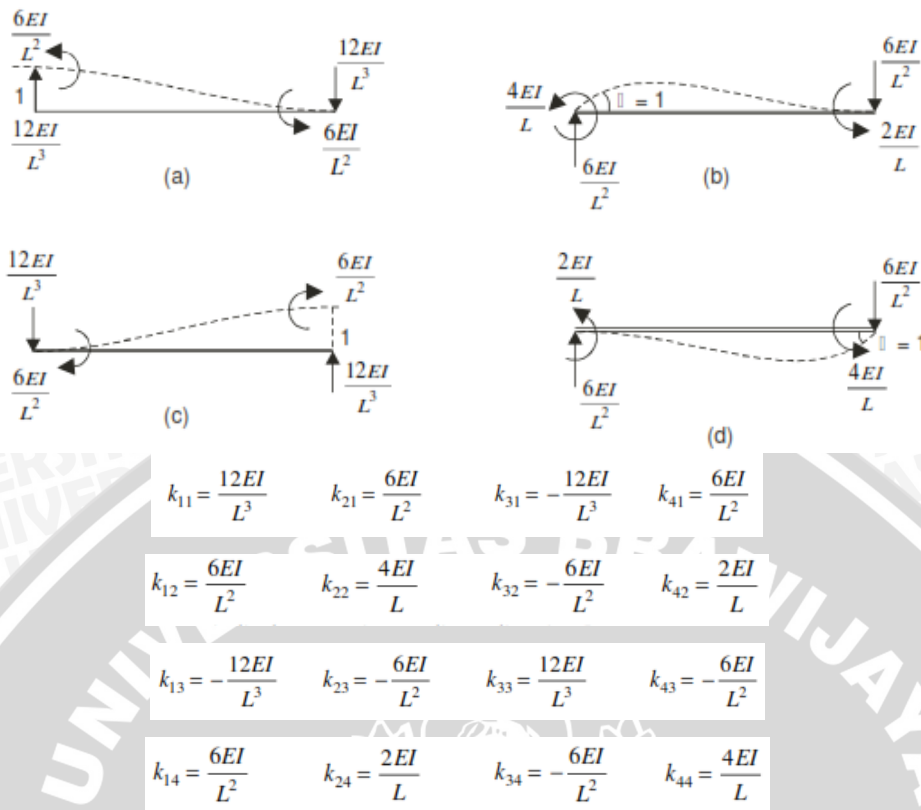
$[F_{RD}]$ = Matriks Reaksi pada Ujung Batang Terkekang yang Tidak Dipengaruhi Beban

$\{D\}$ = Matriks Perpindahan

Dalam kasus elemen batang 2 titik yang ditunjukkan pada Gambar 2.17. Masing – masing komponen matrik kekakuan dapat dicari menggunakan Gambar 2.18 dan Gambar 2.19.



Gambar 2.17 Model Elemen Batang Dua Titik



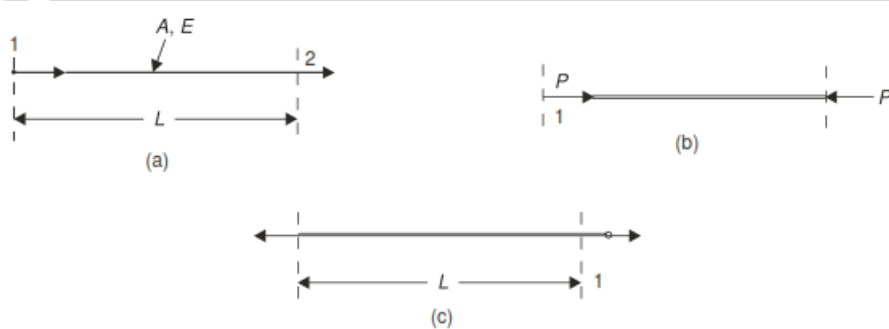
Gambar 2.18 Komponen Matriks Kekakuan Elemen *Beam*

Sumber : Bhavikatti (2005:26)

Dari Gambar 2.18 diperoleh komponen matriks kekakuan (ditinjau dalam elemen *beam*). Sehingga matriks kekakuan elemen *beam* ditunjukkan pada Persamaan (2-45).

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2-45)$$

Bhavikatti (2005:26)



$$k_{11} = \frac{EA}{L} \quad k_{12} = -\frac{EA}{L} \quad k_{21} = -\frac{EA}{L} \quad k_{22} = \frac{EA}{L}$$

Gambar 2.19 Komponen Matriks Kekakuan Elemen *Truss*

Sumber : Bhavikatti (2005:22)

Dari Gambar 2.19 diperoleh komponen matriks kekakuan (ditinjau dalam elemen *truss*). Sehingga matriks kekakuan untuk elemen *truss* ditunjukkan pada Persamaan (2-46).

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

Bhavikatti (2005:22)

Maka bentuk persamaan matriks kekakuan untuk elemen *frame* (gabungan dari elemen *truss* dan *beam*) ditunjukkan pada Persamaan (2-47).

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2-47)$$

Bhavikatti (2005:27)

dengan :

E = Modulus Elastisitas (N/mm²)

I = Momen Inersia (mm⁴)

A = Luas Penampang Batang (mm²)

L = Panjang Batang (mm)

Untuk batang yang memperoleh efek temperatur, dimana temperatur pada bagian bawah dan atas batang sama, sesuai dengan kasus pada Gambar 2.15 dan 2.16. Maka bentuk matriks kekakuannya sama halnya pada kasus elemen *beam*, sehingga matriks kekakuannya seperti pada Persamaan (2-45).

2.8 Hipotesa

Semakin tipis ketebalan dinding pipa maka *displacement* total pada masing – masing titik akan semakin kecil, *code stress* akibat *sustained load* akan semakin besar dan *code stress* akibat *expansion load* akan semakin kecil.