ANALISIS TEGANGAN AKIBAT PEMBEBANAN STATIS PADA DESAIN *CARBODY TeC RAILBUS* DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

SKRIPSI

KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI

Diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Teknik



KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS BRAWIJAYA FAKULTAS TEKNIK 2010

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis sadar bahwa banyak pihak yang telah membantu dalam pengerjaan karya tulis ilmiah ini. Untuk itu ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya penulis haturkan kepada:

- Bapak Dr. Slamet Wahyudi, ST., MT., dan Bapak Anindito Purnowidodo, ST., M. Eng., Dr. Eng. selaku Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan Teknik Mesin Universitas Brawijaya Malang yang membantu dalam penyusunan skripsi ini.
- Bapak Ir. Endi Sutikno, MT. dan Bapak Ir. Tjuk Oerbandono, M. Sc, CSE. selaku dosen pembimbing I dan II yang telah banyak memberikan bimbingan dan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
- Bapak Tri Hardono dan Bapak Sigit Sugiarto selaku pembimbing lapangan yang telah banyak memberikan bimbingan dan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
- Keluarga yang telah memberikan dukungan penuh dalam penyelesaian skripsi ini.
- Teman-teman asisten Studio Perancangan dan Rekayasa Sistem dan temanteman satu angkatan Mesin 2005 yang telah banyak membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih memiliki banyak kekurangan, karena itu kritik dan saran sangat kami harapkan untuk kesempurnaan skripsi ini.

Malang, 6 Agustus 2010

Penulis

DAFTAR ISI					
KATA F	PENG	ANTAR	i		
DAFTA	R ISI		ii		
DAFTA.	R TAI	BEL	iv		
DAFTA.	R GA	MBAR	v		
RINGK	ASAN DEN		V11		
DAD I	1 1	Latar Balakang	1		
	1.1.	Latar Delakalig	2		
	1.2.	Ratasan Masalah	2		
	1.5.	Tuiuan Penelitian	2		
	1.5.	Manfaat Penelitian	3		
BAB II	DAS	SAR TEORI	4		
	2.1.	Penelitian Sebelumnya	4		
	2.2.	Railbus	4		
		2.2.1. Carbody Railbus	5		
		2.2.2. Material Carbody TeC Railbus	5		
	2.3.	Dasar Teori	6		
		2.3.1. Konsep Tegangan dan Regangan	6		
		2.3.2. Konsep Tegangan dan Regangan pada Material Komposit			
		Laminat	10		
		2.3.3. Metode Elemen Hingga	12		
		2.3.3.1. Sistem Koordinat	14		
		2.3.3.2. Transformasi Koordinat	15		
		2.3.4. Teori Kegagalan	16		
		2.3.5. Faktor Keamanan	17		
		2.3.6. Kondisi Dinamis yang Mempengaruhi Pembebanan			
		Statis Kereta Api	18		
BAB III	ME	TODOLOGI PENELITIAN	21		
	3.1.	Metode yang Digunakan	21		
	3.2.	Variabel Penelitian	21		
	3.3.	Alat yang Digunakan	21		
	3.4.	Tempat dan Waktu Penelitian	22		

3.5.	Prosedur Penelitian	22
3.6.	Data Verifikasi	27
3.7.	Input Data	28
ANA	LISIS DATA DAN PEMBAHASAN	30
4.1.	Pembebanan dan Tumpuan	30
4.2.	Pemodelan Pembebanan dan Tumpuan pada Software	36
4.3.	Hasil Simulasi	42
KES	IMPULAN DAN SARAN	53
5.1.	Kesimpulan	53
5.2.	Saran	53
	 3.5. 3.6. 3.7. ANA 4.1. 4.2. 4.3. KES 5.1. 5.2. 	 3.5. Prosedur Penelitian



DAFTAR TABEL

No.	Judul	Halaman
Tabel 3.1.	Hasil Pengukuran Regangan pada Pengujian KRDI	27
Tabel 3.2.	Data Properti Material Penyusun Carbody Railbus	28
Tabel 4.1.	Pembebanan pada Gerbong TeC Railbus	34
Tabel 4.2.	Tegangan yang Terjadi pada Ketiga Kasus Pembebanan pada	
	Carbody TeC Railbus	52



DAFTAR GAMBAR

No.	Judul	Halaman
Gambar 2.1.	General Arrangement Railbus Proyek 2009	4
Gambar 2.2.	Bagian-bagian Carbody TeC Railbus	5
Gambar 2.3.	Susunan Material Hybrid Panel	5
Gambar 2.4.	Komponen Tegangan	6
Gambar 2.5.	Perubahan Bentuk karena Beban Tarik	7
Gambar 2.6.	Kurva Tegangan Regangan untuk Material Baja AISI 1020	7
Gambar 2.7.	Perubahan Bentuk karena Beban Tarik pada Arah Lateral	9
Gambar 2.8.	Deformasi Geometri pada Bidang x-z	10
Gambar 2.9.	Variasi Hipotetis Tegangan dan Regangan pada Ketebalan Lan	ninat 12
Gambar 2.10.	Hubungan antara Koordinat Global X dan Koordinat Lokal x	15
Gambar 2.11.	Hubungan antara Koordinat Lokal x dan Koordinat Natural ξ	15
Gambar 2.12.	Transformasi Koordinat	15
Gambar 2.13.	Tegangan Oktahedral	17
Gambar 2.14.	Perlawanan Karena Tanjakan	19
Gambar 3.1.	Diagram Alir Penelitian	22
Gambar 3.2.	Pemodelan Roof	24
Gambar 3.3.	Pemodelan Wall	24
Gambar 3.4.	Pemodelan Underframe	24
Gambar 3.5.	Pemodelan Frontpart	24
Gambar 3.6.	Pemodelan Bolster	25
Gambar 3.7.	Pemodelan Crossbeam	25
Gambar 3.8.	Susunan Layer pada Material Sandwich Panel	28
Gambar 3.9.	Skema Peletakan Strain Gauge pada Pengujian KRDI	28
Gambar 3.10.	Hasil Sebaran Tegangan Pengujian KRDI menggunakan	
	Software MEH	28
Gambar 4.1.	Skema Beban Penumpang pada Underframe Railbus Tampak	
	Belakang	35
Gambar 4.2.	Gaya F _L Dibebankan pada Area Maskara	36
Gambar 4.3.	Berat Perlengkapan yang Dibebankan pada Posisinya	
	Masing-masing	37

Gambar 4.4.	Pembebanan Akibat Perlawanan Gelundung dan Perlawanan	
	Tanjakan	38
Gambar 4.5.	Tumpuan pada kasus 1	39
Gambar 4.6.	Beban kompresi pada kasus 2	40
Gambar 4.7.	Pembebanan pada Kasus 3	41
Gambar 4.8.	Tumpuan pada Kasus 3	41
Gambar 4.9.	Sebaran tegangan Von Mises pada kasus 1	42
Gambar 4.10.	Sebaran tegangan Von Mises pada Kerangka Carbody Kasus 1	43
Gambar 4.11.	Tegangan Von Mises pada Layer 1 (CSM) Kasus 1	44
Gambar 4.12.	Tegangan Von Mises pada Layer 2 (divinycell) Kasus 1	44
Gambar 4.13.	Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 1	45
Gambar 4.14.	Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 1	45
Gambar 4.15.	Sebaran tegangan Von Mises pada Kasus 2	46
Gambar 4.16.	Sebaran tegangan Von Mises pada Kerangka Carbody Kasus 2	46
Gambar 4.17.	Tegangan Von Mises pada Layer 1 (CSM) Kasus 2	47
Gambar 4.18.	Tegangan Von Mises pada Layer 2 (divinycell) Kasus 2	47
Gambar 4.19.	Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 2	48
Gambar 4.20.	Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 2	48
Gambar 4.21.	Sebaran tegangan Von Mises pada kasus 3	49
Gambar 4.22.	Sebaran tegangan Von Mises pada Kerangka Carbody Kasus 3	49
Gambar 4.23.	Tegangan Von Mises pada Layer 1 (CSM) Kasus 3	50
Gambar 4.24.	Tegangan Von Mises pada Layer 2 (divinycell) Kasus 3	50
Gambar 4.25.	Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 3	51
Gambar 4.26.	Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 3	51

RINGKASAN

Wida Ningrum, Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Brawijaya, Juli 2010, *Analisis Tegangan Akibat Pembebanan Statis pada Carbody Railbus dengan Metode Elemen Hingga*, Dosen Pembimbing : Endi Sutikno dan Tjuk Oerbandono.

Railbus adalah salah satu jenis kendaraan yang dioperasikan untuk jarak dekat. Meskipun dioperasikan di atas rel, konstruksi *railbus* lebih cenderung menyamai konstruksi bis dengan ukuran kecil dan penumpang sedikit karena tujuan pemakaiannya yang berkecepatan lebih cepat dari kereta biasa. *Railbus* yang memiliki beberapa perbedaan desain dari produk PT. INKA sebelumnya memerlukan adanya suatu pengujian kekuatan agar dapat diketahui keamanan produk yang akan dihasilkan.

Railbus harus mampu menerima beban baik dari penumpang maupun dari beratnya sendiri, termasuk beban saat dilakukan penyambungan antar kereta. Penelitian dilakukan pada *carbody TeC railbus* dalam tiga kasus pembebanan yang berbeda yaitu kasus 1 yang mensimulasikan pembebanan yang terjadi pada *carbody TeC* saat *railbus* berada pada kondisi *push*, kasus 2 mewakili kondisi pembebanan pada *carbody TeC railbus* saat terjadi kompresi dari lokomotif lain pada proses kopel yang dilakukan untuk menyambung *railbus* dengan lokomotif lain, dan kasus 3 yang mewakili keadaan pembebanan yang diterima *carbody TeC railbus* saat adanya penarikan dari lokomotif lain saat *railbus* tidak beroperasi.

Dari simulasi yang dilakukan diketahui sebaran dan besar tegangan yang terjadi pada desain konstruksi *carbody TeC Railbus* pada pembebanan statis. Hasil sebaran dan besar tegangan yang terjadi pada ketiga kasus yaitu nilai tegangan terbesar pada kasus pertama terjadi pada daerah *frontpart* dengan nilai tegangan yaitu 157,833 N/mm², pada kasus kedua juga terjadi di daerah *frontpart* dengan nilai tegangan sebesar 195,033 N/mm², dan pada kasus ketiga tegangan sebesar 140,615 N/mm² terjadi pada daerah *crossbeam* pada *underframe*. Ketiga tegangan yang terjadi pada ketiga kasus masih berada pada batas kekuatan material, sehingga dapat disimpulkan desain konstruksi *carbody TeC Railbus* dianggap mampu menerima pembebanan yang akan diterima *Railbus* saat beroperasi.

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam perkembangan alat transportasi darat yang terus berlangsung karena mobilisasi masyarakat yang semakin dinamis, PT INKA terus meluncurkan produkproduk baru yang disesuaikan dengan kebutuhan transportasi umum yang cepat dan terjangkau. Produk yang akhir-akhir ini baru diluncurkan adalah *railbus*. *Railbus* merupakan kombinasi dari konstruksi kereta rel dan bis, dengan biaya produksi yang lebih rendah dan waktu produksi yang lebih cepat.

PT. INKA akan meluncurkan *railbus* yang memiliki beberapa perbedaan desain dari produk sebelumnya, sehingga diperlukan adanya suatu pengujian kekuatan agar dapat diketahui keamanan produk baru yang akan dihasilkan. *Railbus* harus mampu menerima beban baik dari penumpang maupun dari beratnya sendiri, termasuk beban saat dilakukan penyambungan antar kereta.

Pengujian menggunakan bantuan *software* berbasis elemen hingga yang telah terbukti dapat mendekati hasil penelitian eksperimental digunakan untuk dapat mempercepat proses perencanaan. Pengujian semacam ini telah banyak digunakan kalangan industri dengan produk kontruksi termasuk PT. INKA.

Sebelumnya telah dilakukan pengujian oleh LPPM ITB mengenai analisis kekuatan kontruksi *carbody TC*, penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa desain *carbody TC* memiliki kekuatan yang baik, tetapi disarankan adanya sedikit perbaikan desain pada *bolster* karena bagian ini mendekati batas kekuatan material yang digunakan. Penelitian yang dilakukan oleh LPPM ITB mendasari penelitian ini karena *carbody* yang telah diuji hanya *carbody TC* dan belum dilakukan pengujian pada *carbody TeC* (gerbong depan) yang membawa beban paling besar dari seluruh kereta.

1.2. Rumusan Masalah

Apakah desain konstruksi *carbody TeC Railbus* mampu menerima pembebanan yang akan diterima *Railbus* saat beroperasi?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah yang dipakai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1. Pemodelan dilakukan dengan model setengah bagian struktur karena adanya kesimetrian model.
- 2. *Carbody railbus* yang dianalisis adalah *carbody TeC (Trailer Engine Car)* yang mana terdapat beban yang paling besar dari perlengkapan yang dibawa kereta.
- 3. Pengujian dilakukan dengan menggunakan model dari kerangka *carbody railbus* saja, perlengkapan interior dan eksterior, mesin dan perlengkapan lain dianggap sebagai beban.
- 4. Pembebanan yang diberikan pada model hanya berupa beban statis pada jalan kereta api lurus dengan percepatan *railbus* nol.
- 5. Pemodelan geometri untuk bagian-bagian yang rumit dan kecil pada simulasi disederhanakan.
- 6. Model dianggap sebagai suatu kesatuan struktur.

1.4. Tujuan Penelitian

Penelitian dilakukan untuk menganalisis sebaran dan besar tegangan yang terjadi pada kasus pembebanan 1, 2, dan 3 pada desain *Carbody Trailer Engine Car Railbus* menggunakan metode elemen hingga untuk menetahui tegangan yang terjadi sehingga dapat diketahui apakah desain telah memenuhi syarat kekuatan material untuk menerima beban statis atau tidak.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini antara lain :

- 1. Sebagai sarana penerapan keilmuan penulis yang telah didapatkan dari perkuliahan di Teknik Mesin khususnya pada bidang kontruksi.
- Sebagai salah satu cara pengembangan akademis khususnya dalam hal studi banding antara ilmu yang diberikan pada perkuliahan dengan penerapannya pada dunia industri.

3. Dapat digunakan sebagai acuan oleh perusahaan tempat dilaksanakannya penelitian dalam desain struktur *carbody railbus* karena penelitian ini dapat memperlihatkan kuat atau tidaknya struktur yang akan dibuat sehingga dapat menjamin tingkat keamanan pada penggunaan *railbus*.

INERSITAS BRAWING

BAB II DASAR TEORI

2.1. Penelitian Sebelumnya

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Institut Teknologi Bandung pada Oktober 2008. Penelitian ini menganalisis kekuatan konstruksi *carbody TC Railbus* pada pembebanan statis menggunakan *software Pro-Engineer*. Hasil dari penelitian ini adalah saran perubahan desain pada daerah tumpuan bogi dikarenakan tegangan yang terjadi telah melewati batas aman yang diperbolehkan untuk material yang dipergunakan.

2.2. Railbus

Railbus merupakan salah satu alat transportasi jarak dekat yang menggunakan rel sebagai jalurnya. Meskipun menggunakan rel, struktur badan dari railbus lebih cenderung menyamai struktur bis yang ringan dengan jumlah penumpang sedikit. Satu trainset railbus terdiri dari tiga gerbong, yaitu TeC (Trailer Engine Car), TC (Trailer Car) dan MC (Motor Car). Railbus memiliki sistem propulsi push-pull yang memungkinkan railbus berjalan maju dan mundur. Motor berada di gerbong MC yang kemudian dayanya digunakan untuk menggerakkan roda pada motor bogie yang hanya berada pada gerbong MC.



Gambar 2.1. *General Arrangement Railbus* Proyek 2009 Sumber: PT. INKA Madiun, 2008.

2.2.1. Carbody Railbus



Gambar 2.2. Bagian-bagian Carbody TeC Railbus

Carbody merupakan kerangka dari badan kereta yang tersusun dari rangka *beam* dan plat. *Carbody* terdiri dari:

5.

- 1. Roof
- 2. Mascara
- 3. Sidewall
- 4. Endwall
- 6. Underframe 7. Bolster bus

Frontpart





Gambar 2.3. Susunan Material *Hybrid Panel* Sumber: LPPM ITB, 2008: 7.

- Material yang digunakan pada *carbody railbus* adalah *sandwich panel* empat lapis yang direkatkan dengan lem khusus. Tiap lapis memiliki material yang berbeda yaitu alumunium dan komposit sesuai gambar 2.3.
- Untuk *underframe*, *frontpart* dan rangka *roof*, *side wall* dan *endwall*, digunakan material baja SS400.

2.3. Dasar Teori

2.3.1. Konsep Tegangan dan Regangan

Secara sederhana tegangan dapat didefinisikan sebagai besaran gaya yang bekerja pada satu satuan luas permukaan benda yang dikenakan oleh gaya. Secara matematis definisi tegangan dapat dituliskan sebagai berikut :

 $\sigma = \frac{P}{A} [\text{N/mm}^2] \qquad \text{(Timoshenko, 1996;3)}$ P = gaya [N]

keterangan

A = luasan permukaan yang dikenakan gaya $[mm^2]$

Tegangan dibagi menjadi dua macam, yaitu tegangan normal dan tegangan geser. Tegangan normal adalah tegangan yang bekerja secara tegak lurus pada permukaan benda (σ). Tegangan geser adalah tegangan yang bekerja sejajar dengan permukaan benda (τ).

Dalam kasus tegangan tiga dimensi, sebuah elemen tegangan akan menderita tegangan-tegangan normal pada semua permukaannya. Tegangan-tegangan geser memiliki dua buah indeks bawah, dimana yang pertama menunjukkan bidang tegangan bekerja dan yang kedua mengidentifikasikan arahnya dalam bidang tersebut.



Gb. 2.4. Komponen Tegangan Sumber: Marghitu, 2001: 121.

Dari kesetimbangan elemen dapat dibuktikan bahwa tegangan-tegangan geser yang bekerja pada bidang-bidang tegak lurus dan diarahkan tegak lurus pada garis perpotongan bidang-bidang ini besarnya sama. Sehingga akan berlaku hubungan sebagai berikut (Gere dan Timoshenko, 1996:349) : keterangan τ = tegangan geser

Pada gambar 2.4, semua tegangan yang terlihat bekerja dalam arah-arah positifnya. Yang terpenting adalah tegangan-tegangan utama, yang merupakan tiga akar riil dari persamaan pangkat tiga berikut:

 $\sigma^3 - A\sigma^2 + B\sigma - C = 0$ (Gere dan Thimosenko, 1996: 349)

Dengan : $A = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

$$B = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$
$$C = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{xy}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{yz}^2$$



Gb. 2.5.Perubahan Bentuk karena Beban Tarik Sumber: Kreith, 1999: 1-72.

Untuk memperoleh satuan deformasi atau regangan (ϵ) adalah dengan membagi perpanjangan (δ) dengan panjang mula-mula (L_o) dari suatu specimen. Regangan dapat dirumuskan:

 $\varepsilon = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{\delta}{L_0}$ (Gere dan Timoshenko,1996:5)

keterangan

 $\varepsilon = regangan$

L₁ = panjang akhir [mm]

 δ = perubahan panjang [mm]

Hubungan tegangan dan regangan dapat ditunjukkan dalam gambar berikut ini :



Gambar 2.6. Kurva Tegangan Regangan untuk Material Baja AISI 1020 Sumber: Bassin, 1979: 151.

Rasio antara tegangan dan regangan normal dapat disebut Modulus Young atau Modulus Elastisitas, merupakan tangen dari sudut yang terbentuk antara garis hubungan tegangan dan regangan dengan garis sumbu regangan dan dinotasikan :

$$E = tan\theta = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

keterangan : E = modulus elastisitas [kg.mm/s2]

θ = sudut antara garis hubungan regangan dengan garissumbu regangan[°]

Sedangkan rasio antara tegangan danregangan geser disebut Modulus Geser atau Modulus Kekakuan, dinotasikan:

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Dengan : G = modulus elastisitas geser $[kg.mm/s^2]$

 τ = tegangan geser [kg.mm/s²]

 γ = regangan geser= tan $\alpha = \frac{\delta}{l}$

Konstanta kesebandingan antara regangan aksial (arah sumbu x) dengan kontraksi (arah y dan z) disebut dengan *Poisson's Ratio*. Persamaan konstanta yang bekerja pada tegangan di bawah batas proporsional ini adalah:

$$-v = \frac{regangan\, lateral}{regangan\, aksial} \, (\text{Gere dan Timoshenko}, 1996, 7)$$



Gambar 2.7.Perubahan Bentuk karena Beban Tarik pada Arah Lateral Kontraksi dalam arah lateral, y dan z adalah sama yakni :

$$\varepsilon_{y} = -v\varepsilon_{x} = -\frac{v}{E}\sigma_{x}$$
$$\varepsilon_{z} = -v\varepsilon_{x} = -\frac{v}{E}\sigma_{x}$$

Regangan normal yang disebabkan oleh σ_y dan σ_x sama dengan regangan yang disebabkan oleh σ_x . Regangan normal karena adanya σ_y adalah:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = -v\varepsilon_y = -\frac{v}{E}\sigma_y$$

Sedangkan regangan normal yang disebabkan oleh σ_z

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\upsilon\varepsilon_z = -\frac{\upsilon}{E}\sigma_z$$

Adanya tanda negatif pada persamaan di atas menunjukkan pengurangan dimensi (kontruksi) dari benda.

Hubungan tegangan dan regangan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left(\sigma_{x} - \nu(\sigma_{y} + \sigma_{z}) \right)$$
$$\varepsilon_{y} = \frac{1}{E} \left(\sigma_{y} - \nu(\sigma_{z} + \sigma_{x}) \right)$$
$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E} \left(\sigma_{y} - \nu(\sigma_{x} + \sigma_{y}) \right)$$

Sehingga akan dihasilkan persamaan:

$$\sigma_{x} = \frac{E}{1 - v^{2}} (\varepsilon_{x} + v\varepsilon_{y})$$
$$\sigma_{y} = \frac{E}{1 - v^{2}} (\varepsilon_{y} + v\varepsilon_{x})$$

Bila persamaan diatas diselesaikan maka akan menghasilkan:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-v)(1-2v)} \Big((1-v)\varepsilon_x + v(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \Big)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \Big((1-v)\varepsilon_y + v(\varepsilon_z + \varepsilon_x) \Big)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1-v)(1-2v)} \Big((1-v)\varepsilon_z + v(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \Big)$$

Regangan geser (γ) adalah pergeseran elemen akibat tegangan yang terjadi yang didefinisikan sebagai:

$$\gamma_{xy} = \Delta \angle BAD - \Delta \angle B'A'D'$$
 (Budynas, R.G., 1977: 22)

Regangan geser dinyatakan sebagai :

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$
$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$
$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Hubungan antara modulus elastisitas, modulus geser dan *poisson's ratio* ditulis sebagai:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
 (Budynas, 1977: 22)

2.3.2. Konsep Tegangan – Regangan pada Material Komposit Laminat

Yang dimaksud dengan komposit adalah suatu material yang tersusun oleh sesuatu yang berbeda atau zat yang berbeda. Sedangkan komposit laminat adalah material yang terdiri lapisan-lapisan dua material atau lebih yang direkatkan. Laminasi digunakan untuk menggabungkan sifat terbaik dari material yang berbeda sehingga didapatkan material yang lebih bermanfaat.

Dengan asumsi awal bahwa laminat tersusun dari material-material berlapis yang terikat sempurna satu sama lain sehingga tidak dimungkinkan terjadi slip antar lapisan dan dengan perekat yang dianggap sangat tipis, maka laminat didefinisikan sebagai satu lapisan dengan karakter khusus. Menurut hipotesa Kirchhoff, jika laminat tipis, suatu garis lurus yang tegak lurus dengan permukaan tengah laminat akan tetap tegak lurus dengan permukaan tengah laminat saat laminat berdeformasi, sehingga $\gamma_{xz} =$ $\gamma_{yz} = 0$, dan $\varepsilon_z = 0$.



Gambar 2.8.Deformasi Geometri pada Bidang x-z Sumber: Jones, 1999: 193.

 $u_c = u_o - z_c \beta$ (Jones, 1999: 193)

keterangan: $u_c = perpindahan titik C$

u_o = perpindahan titik B

 $z_c = jarak$ antara titik C dengan permukaan tengah

 β = slope dari permukaan tengah laminat

karena pada deformasi garis ABCD tetap tegak lurus dengan permukaan tengah, maka

$$\beta = \frac{\partial w_o}{\partial x}$$
 (Jones, 1999: 193)

jadi perpindahan pada tiap titik z adalah

$$u = u_o - z \frac{\partial w_o}{\partial x}$$

dan perpindahan pada sumbu y adalah

$$v = v_o - z \frac{\partial w_o}{\partial x}$$

RAWIUAL untuk regangan yang kecil (elastisitas linier), regangan yaitu

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Sehingga regangan dapat juga dirumuskan sebagai berikut:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2}$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y}$$

atau

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\chi} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{\chi y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\chi}^{o} \\ \varepsilon_{y}^{o} \\ \gamma_{\chi y}^{o} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_{\chi} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{\chi y} \end{bmatrix}$$

yang mana regangan permukaan tengah adalah

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix}$$

dan kelengkungan permukaan tengah adalah

$$\begin{bmatrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} w_{o}}{\partial x^{2}} \\ \frac{\partial^{2} w_{o}}{\partial y^{2}} \\ 2\frac{\partial^{2} w_{o}}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$

Maka rumusan tegangan menjadi

$$\begin{bmatrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} w_{o}}{\partial y^{2}} \\ 2 \frac{\partial^{2} w_{o}}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$
ingan menjadi

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_{k} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_{k} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{o} \\ \varepsilon_{y}^{o} \\ \gamma_{xy}^{o} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

dengan: k = nomor lapisan

[Q] = matriks elastisitas

karena matriks elastisitas dari tiap lapisan berbeda-beda, maka tegangan yang dimiliki oleh lapisan juga berbeda-beda.



Gambar 2.9. Variasi Hipotetis Tegangan dan Regangan pada Ketebalan Laminat Sumber: Jones, 1999: 194.

2.3.3. Metode Elemen Hingga

Metode Elemen Hingga adalah salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan fisika dengan persamaan diferensial atau teori energi (Segerlind; 1984; 11). Berikut adalah langkah-langkah dari penghitungan menggunakan metode elemen hingga:

Diskretisasi dalam metode elemen hingga adalah pembagian struktur menjadi elemen-elemen kecil dengan jumlah berhingga yang dihubungkan oleh titik-titik node dan secara keseluruhan mendekati bentuk sebenarnya.

2. Memilih fungsi pendekatan

Fungsi pendekatan, linear maupun kuadratik, ditulis dalam harga-harga nodal yang tidak diketahui. Tiap elemen harus didefinsikan karakternya dalam persamaan tersebut.

3. Menurunkan persamaan matriks kekakuan [k] Berdasarkan Prinsip Energi Potensial Minimum, matriks kekakuan untuk tiap elemen sebagai berikut:

$$[k] = \int_{v} [B]^{T}[E][B] dv$$

= matriks regangan – *displacement* dengan: [B] [E]

v

= matriks elastisitas

= volume

untuk tebal elemen (h) konstan

 $[k] = \int_{A} [B]^{T}[D][B] h dA$

= matriks elastisitas dengan: [D]

4. Menghitung matriks beban total

Beban total yang terdapat pada struktur adalah:

$$F = f_{NF} + f_{BF} + f_T$$

dengan: = beban yang diaplikasikan pada nodal (*nodal force*) f_{NF} f_{BF} = beban *body force* (akibat beban sendiri)

$$\{f_{BF}\} = \int_{\mathcal{V}} [N]^T \begin{cases} b_x \\ b_y \end{cases} dv$$

 \mathbf{f}_{T} = beban traksi (surface traction)

$$\{f_T\} = \int_A [N]^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix} dA$$

5. Menyusun matriks kekakuan global [K]

Matriks kekakuan elemen digabungkan menjadi matriks kekakuan global.

$$[K] = \sum_{e=1}^{n} [k]$$

6. Menghitung perpindahan total

Perpindahan merupakan capaian dari perhitungan didapatkan dari rumusan matriks kekakuan

		$[K]\{\phi\} = \{f\}$
keterangan :	[<i>K</i>]	= matriks kekakuan elemen
	$\{\varphi\}$	= matriks perpindahan
	$\{f\}$	= matriks beban total
dengan	φ	$= N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k$
keterangan :	Ν	= shape function
	ϕ_i	= nilai perpindahan nodal

Mencari regangan dan tegangan serta interpretasi hasil
 Dari perpindahan yang telah diperoleh, selanjutnya dapat dicari tegangan regangan.
 Pada analisis struktur, didapatkan hubungan sebagai berikut:

 $\{s\} = [R]\{u\}$

dengan:	{3}	= regangan yang menimbulkan tegangan		
	[B]	= matriks regangan – perpindahan		
	$\{u\}$	= vector perpindahan nodal		
		$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$		
dengan:	$\{\sigma\}$	= vektor tegangan		
	[D]	= matriks elastisitas		
	{ 3 }	= regangan yang menimbulkan tegangan		

2.3.3.1. Sistem Koordinat

Sistem koordinat dibagi menjadi 3 yaitu (Sonief, 2003; 2):

1. Sistem koordinat global

Sistem koordinat global digunakan untuk sebuah titik pada continuum.

2. Sistem koordinat lokal

Sistem koordinat yang dipasang pada elemen (acuan pada elemen yang bersangkutan)

14

3. Sistem koordinat natural

Terdiri atas koordinat tanpa dimensi untuk identifikasi posisi, dengan tanpa terpengaruh oleh keluaran elemen.



Gambar 2.10. Hubungan antara Koordinat Global X dan Lokal x Sumber: Moaveni, 1999: 131.



Gambar 2.11. Hubungan antara Koordinat Lokal x dan Natural ξ Sumber: Moaveni, 1999: 132.





Gambar 2.12. Transformasi Koordinat Sumber: Sonief, 2003: 4.

Transformasi koordinat diperlukan untuk merubah koordinat lokal ke koordinat global, bila dikeahui suatu titik P (X_P, Y_P) ditransformasikan rotasi berlawanan arah jarum jam sejauh θ ke titik ($\overline{X}_p, \overline{Y}_p$), maka:

 $\bar{X}_{P} = X_{P} \cos\theta + Y_{P} \sin\theta$ $\bar{Y}_{P} = -X_{P} \sin\theta + Y_{P} \cos\theta$

$$\left\{ \begin{matrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{matrix} \right\} = [T] \cdot \left\{ \begin{matrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{matrix} \right\}$$

keterangan: $[T] = \begin{bmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} X \\ Y \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \{ \overline{X} \\ \overline{Y} \}$$

2.3.4. Teori Kegagalan

Secara mendasar kegagalan (*failure*) dari suatu struktur dinyatakan bila struktur tidak dapat berfungsi lagi dengan baik untuk menerima pembebanan sesuai dengan yang direncanakan. Kriteria kegagalan berdasarkan deformasi lebih banyak dipakai dalam desain dan analisis kekuatan dalam industri karena kebanyakan struktur tidak akan berfungsi sebagaimana mestinya bila deformasi plastis sudah terjadi. Berikut adalah teori-teori kegagalan yang digunakan untuk menganalisis kegagalan yang disebabkan material mencapai titik *yield* (S_y):

- The Maximum Principal Stress Theory
 Teori ini menyebutkan bahwa kegagalan akan terjadi saat tegangan utama mencapai tegangan luluh (S_y).
- The Maximum Shear Stress Theory Kegagalan dicapai saat tegangan geser maksimum mencapai separuh dari tegangan luluh (½Sy).
- The Maximum Principal Strain Theory Kegagalan dicapai saat regangan utama maksimum mencapai regangan luluh (S_y/E).
- 4. The Maximum Strain Energy Theory Kegagalan dicapai saat energi potensial (energy regangan) per unit volume mencapai $\frac{1}{2}S_y^2/E$.
- 5. The Maximum Energy of Distortion Theory (Von Mises Theory)

Teori kegagalan ini dianalisis pertama kali melalui tegangan oktahedral, sehingga disebut sebagai teori kegagalan tegangan oktahedral maksimum yang menyatakan bahwa luluh akan terjadi bila tegangan oktahedral maksimum yang terjadi melebihi harga limit yang diketahui dari hasil tes tarik material dengan beban standar.

$$\sigma_{oct(limit)} \leq \frac{\sqrt{2}}{3} S_{yp}$$



Gb 2.13. Tegangan Oktahedral Sumber: Marghitu, 2001: 127.

Dengan menganggap sumbu x, y, dan z adalah sumbu utama 1,2, dan 3 jadi tegangan $\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$ sama dengan 0, sehingga :

$$\frac{\sqrt{2}}{3}S_{yp} = \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$
$$S_{yp} = \frac{\sqrt{2}}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

Dari persamaan diatas menunjukkan bahwa kombinasi dari tegangan-tegangan utama 1, 2, dan 3 akan menimbulkan luluh (gagal kriteria *yield*) pada material bila suku disebelah kanan melebihi harga tegangan *yield* dari material. Suku disebelah kanan ini disebut sebagai tegangan ekuivalen σ_e dimana :

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

2.3.5. Faktor Keamanan

Faktor keamanan adalah faktor yang digunakan untuk mengevaluasi keamanan dari suatu struktur.Faktor Keamanan adalah perbandingan dari tegangan *yield* material dibandingkan tegangan yang diperbolehkan.

$$\mathsf{V} = \frac{\sigma_y}{\sigma_a}$$

keterangan: σ

 σ_y = tegangan *yield*

 σ_a = tegangan akibat beban yang diperbolehkan

Besar dari Faktor keamanan ini dipengaruhi oleh beberapa faktor, antara lain :

- 1. Sifat dari material itu sendiri dan keandalannya.
- 2. Sifat pembebanan.

- 3. Sifat ketahanan material dan korosi.
- 4. Kemungkinan dampak dari pengerjaan permesinan.
- 5. Akibat kegagalan (kelelahan) material pada waktu proses pembentukan.

Angka Faktor Keamanan yang bisa digunakan menurut J.P. Vidosic adalah sebagai berikut:

- 1. N = 1.25 1.5 : untuk bahan yang sesuai dengan penggunaan pada kondisi terkontrol dan beban tegangan yang bekerja dapat ditentukan dengan pasti.
- 2. N = 1.5 2 : untuk bahan yang sudah diketahui dan pada kondisi lingkungan beban dan tegangan yang tetap dan dapat ditentukan dengan mudah.
- 3. N = 2 2.5 : untuk bahan yang beroperasi pada lingkungan biasa serta tegangan dapat ditentukan
- 4. N = 2.5 4 : untuk bahan getas dibawah kondisi lingkungan, beban, dan tegangan.
- 5. N = 3 4 : untuk bahan belum diuji yang digunakan pada kondisi lingkungan, beban, dan tegangan rata-rata atau untuk bahan yang sudah diketahui baik yang bekerja pada tegangan yang tidak pasti.

2.3.6. Kondisi Dinamis yang Mempengaruhi Pembebanan Statis Kereta Api

Beberapa kondisi yang mempengaruhi pembebanan pada kereta api didapatkan dari kondisi yang didapatkan saat kereta berjalan. Faktor-faktor yang sangat berpengaruh adalah perlawanan jalan dan getaran yang juga harus diperhitungkan pada perencanaan kereta.

- 1. Perlawanan Jalan pada Kereta Api
 - a. Perlawanan angin (F_L)

Perlawanan angin didapatkan dari:

FL

 $F_L = \frac{\rho}{2} \cdot c_L \cdot A_{norm} \cdot v^2$ (Lindgreen-Sorenson, 2005; 4)

keterangan:

 ρ = densitas udara [kg/m³]

= perlawanan angin [N]

 $c_L = koefisien drag$

 A_{norm} = area frontal normal [m²]

v = kecepatan kereta [m/s]

Koefisien drag adalah konstanta yang mempengaruhi besarnya perlawanan angin. Besar dari koefisien drag yaitu 0,5 – 0,7 bergantung

pada bentuk kereta, yaitu konvensionil, setengah licin dan licin sempurna (bentuk arus) (Subyanto; 1977; 8).

b. Perlawanan gelundung (F_R)

Perlawanan gelundung didapatkan dari rumus:

 $F_R = c_1 \cdot c_2 \cdot W$ (Subyanto, 1981; 8)

keterangan:

c.

= perlawanan gelundung [N] F_R c_1 = 1, untuk baan yang terpelihara dengan baik = 0,25 - 0,35 c_2 W = berat kereta [kg]

Perlawanan tanjakan (F_G)



Penggolongan jalan kereta api berdasarkan besarnya tanjakan yaitu

m.g

ία

(Subyanto, 1977; 12):

- 1. ; untuk tanjakan sampai 10‰ Baan datar
- 2. ; untuk tanjakan lebih dari 10‰ Baan pegunungan

Rumusan perlawanan tanjakan yaitu (Subyanto, 1977; 12):

$$F_g = m \cdot g \cdot sin\alpha$$
$$= m \cdot g \cdot i$$

keterangan :

$r_g =$	$\frac{m}{2}$	y sina
O =	m ·	$g \cdot i$
F_{g}	=	perlawanan tanjakan [N]
m	=	massa gerbong TeC [kg]
g	=	gravitasi (9.8 m/s ²)
α	=	sudut tanjakan
i		besar tanjakan [‰]

Getaran 2.

Getaran yang terjadi saat kereta beroperasi akan menyebabkan terjadinya percepatan yang akan memperbesar beban yang harus diterima oleh kereta.

 $F_{vg} = m \cdot g \cdot c_{getaran}$ keterangan: m = massa kereta dan perlengkapan kereta [kg] $c_{getaran}$ = konstanta percepatan karena getaran vertikal

g = percepatan gravitasi $[m/s^2]$

Beban yang diberikan pada struktur kereta dikalikan dengan konstanta percepatan vertikal yang diakibatkan oleh getaran yang dihasilkan saat kereta berjalan. Besarnya percepatan vertikal didapatkan dari standar getaran kereta atau gerbong yang dimilki oleh PJKA, diambil nilai batas bahaya percepatan vertikal yaitu 0,3 g (Subyanto,1981; 149) jadi konstanta pengali percepatan adalah 1,3.



BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Metode yang Digunakan

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian eksperimental semu (*quasi experimental research*), metode ini bertujuan untuk memperoleh informasi yang merupakan perkiraan bagi informasi yang diperoleh dalam eksperimen nyata. Dalam hal ini peneliti berusaha sedekat mungkin pada prosedur dan tata cara penelitian eksperimental nyata, dan pada masalah tertentu perbedaannya kecil dengan penelitian sungguhan karena langkah-langkah yang harus diambil sama.

3.2. Variabel Penelitian

a. Variabel Bebas

Variabel bebas yang digunakan yaitu pembebanan statis *carbody railbus* yang diperoleh dari kasus pembebanan 1, 2, dan 3.

3417

b. Variabel Terikat

Variabel terikat yang diamati dalam penelitian yaitu distribusi tegangan pada *carbody railbus*.

c. Variabel Terkontrol

Variabel terkontrol pada penelitian ini adalah geometri dan dimensi *carbody railbus*.

3.3. Alat yang Digunakan

Alat yang digunakan dalam penelitian ini :

1. Hardware

Satu unit komputer dengan spesifikasi sebagai berikut :

- Intel Celeron, 512 MB RAM, memory 120 GB, 128 MB VGA

2. Software

Software yang digunakan adalah :

- a. Autocad 2007 untuk pembacaan geometri model.
- b. Catia CADAM Drafting untuk pembacaan geometri model.
- c. ANSYS Classic untuk penggambaran model elemen hingga dan simulasi.

3.4. Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian dilaksanakan di PT. INKA Madiun dengan waktu pelaksanaan pada bulan September 2009 – Juli 2010.

3.5. Prosedur Penelitian

Dalam penelitian yang dilakukan, terdapat urutan langkah-langkah yang dilakukan untuk mempermudah penelitian. Simulasi statis 3D kontruksi*carbodyrailbus* menggunakan bantuan *software* memiliki diagram alir sebagai berikut:



Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian

Berikut adalah penjelasan dari langkah-langkah yang telah digambarkan lewat diagram alir:

1. Mulai

Sebelum penelitian dilakukan, penulis terlebih dahulu menemukan latar belakang masalah yang selajutnya menimbulkan rumusan masalah yang harus dipecahkan. Penulis selanjutnya memberi batasan masalah agar penelitian tertuju pada satu masalah tertentu. Tujuan dan manfaat penelitian juga ditentukan agar penelitian memiliki hasil yang bermanfaat baik bagi penulis sendiri, instansi akademis dan industri yang terkait.

2. Studi Literatur

Studi literatur dilakukan dengan membaca sumber-sumber informasi berupa buku, jurnal dan literatur lainnya yang berhubungan dengan pembahasan.Sehingga dengan studi literatur ini diperoleh informasi secara teori mengenai permasalahan yang dibahas.

3. Pengumpulan Data

Untuk memenuhi kebutuhan penelitian tentang teori dasar dan input-input serta batasan-batasan yang dibutuhkan untuk melaksanakan penelitian, dilakukan pengumpulan data yang dilakukan langsung di lapangan. Metode yang digunakan dalam studi lapangan yaitu dengan konsultasiatau mengajukan pertanyaan dan permintaan data secara langsungpada pihak yang berkaitan dengan desain produk yang akan diteliti. Data yang didapatkan dengan metode ini yaitu saran-saran pengerjaan yang dapat membantu dalam proses penelitian, juga data fisik berupa gambar desain dan spesifikasi teknis dari produk yang akan diteliti serta metode yang telah.

4. Verifikasi

Metode yang akan digunakan terlebih dahulu diverifikasi untuk menentukan apakah metode dapat diterima dan bisa digunakan.

5. Pengolahan Data

Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan simulasi *software*. Berikut adalah langkah yang harus dilakukan untuk simulasi:

a. Preprocessing

Tahap ini dibagi menjadi:

1. Modeling

Geometri dari model *carbody railbus* dibuat dalam *modeling* ANSYS. Model dibuat sesederhana mungkin tanpa mengubah geometri struktur secara signifikan. Model *carbody railbus* dibuat dalam setengah model karena terdapat kesimetrian pada bentuk geometrinya.



Gambar 3.5. Pemodelan Frontpart



Gambar 3.6. Pemodelan Bolster



Gambar 3.7. Pemodelan Crossbeam

2. Element Type

Tipe elemen yang dipilih sesuai dengan model *carbody* dari segi material dan geometri.Tipe elemen yang digunakan yaitu:

a. Shell63

Shell63 digunakan untuk memodelkan *underframe*. Profil yang dimiliki oleh *crossbeam dan sidebeam* dibentuk menggunakan shell63 karena elemen ini memiliki 6 derajat kebebasan.

b. Shell99

Material laminat yang dimiliki oleh *railbus* dan digunakan untuk *roof* dan *wall*, dimodelkan menggunakan elemen yang khusus diperuntukkan untuk memodelkan material laminat sehingga tidak diperlukan membuat model laminat secara manual melalui geometri model. *Shell99* merupakan salah satu elemen untuk memodelkan laminat yang akan digunakan dalam penelitian ini.



Gambar 3.8. Susunan Layer pada Material Sandwich Panel

c. Beam4

Digunakan untuk memodelkan rangka dari *wall* dan *roof. Beam4* adalah elemen 3 dimensi yang digunakan untuk analisa dalam batas elastis, memiliki 6 derajat kebebasan yang memungkinkan rangka untuk bertransformasi pada 3 sumbu.

3. Real Constant

Masukan *real constant* mencakup ketebalan untuk *shell*, luas area potongan, dan sebagainya.

4. Material Properties

Dalam penelitian ini dilakukan pembebanan statis dengan material linear isotropik dan linear ortotropik, maka material properties yang diperlukan yaitu :

- 1) Densitas
- 2) Modulus Elastisitas
- Poisson's Ratio Ey untuk material linear isotropik, Ey dan Ex untuk material linear ortotropik.
- b. Meshing

Meshing atau deskretisasi model diperlukan untuk membagi struktur menjadi elemen-elemen berhingga yang digunakan untuk perhitungan.

c. Penerapan Kondisi Batas

Kondisi batas yang dimaksud disini mencakup beban yang diberikan (gaya atau tekanan) dan tumpuan.

d. Solusi

Proses solving merupakan proses saat perhitungan atau dilakukan, iterasi dilakukan berulang sampai ditemukan nilai yang paling mendekati.

e. Postprocessing

Penampilan hasil pada proses viewing result untuk analisis statis berupa gambar dan tabel.

6. Pembahasan

Setelah syarat-syarat analisiskontruksi telah dipenuhi, dengan bantuan komputasi *software* akan didapatkan hasil berupa distribusi dan besar tegangan dan defleksi yang terjadi pada struktur *carbodyrailbus*.Keluaran akan dibahas untuk mengecek apakah tegangan yang ditanggung oleh model akibat pembebanan masih bisa diterima dan masih dalam batas kekuatan material.

7. Kesimpulan

Setelah penelitian telah selesai dilakukan dan dibahas, ditarik kesimpulan akhir yang diambil dari hasil penelitian yang dilakukan, sesuai dengan tujuan awal dilakukannya penelitian.

8. Selesai

Setelah penelitian selesai sampai dengan kesimpulan, penelitian dilaporkan dalam bentuk tertulis.

3.6. Data Verifikasi

Metode simulasi *software* pada *railbus* mengacu pada analisis oleh Balai Besar Teknologi Kekuatan Struktur BPPT atas permintaan PT. INKA sebelumnya. Salah satu *carbody* kereta yang pernah diuji adalah KRDI (Kereta Rel Diesel Indonesia). Pengujian yang dilakukan pada KRDI dilakukan dalam dua tahap, yaitu:

- a. Pengujian menggunakan simulasi *software* ANSYS. Dari pengujian ini dihasilkan sebaran tegangan pada KRDI.
- b. Pengukuran menggunakan *strain gauge* pada titik-titik yang dianggap memiliki tegangan tinggi dan beresiko. Titik-titik ini didapatkan dari pengujian menggunakan *software*.

Berikut sebagian data yang didapat dari penguki	uran suatu tit	1k:
-------------------------------------------------	----------------	-----

nomor	regangan terukur	tegangan langsung
strain gauge	(με)	(MPa)
18	-61	-12,81
19	-62	-13,02
25	-26	-5,46









Gambar 3.10. Hasil Sebaran Tegangan Pengujian KRDI menggunakan Software MEH

Keluaran tegangan dan sebarannya yang didapatkan dari simulasi *software* pada *carbody* KRDI dianggap sesuai setelah diverifikasi menggunakan pengukuran langsung. Maka metode simulasi *software* pada *carbody* KRDI dianggap telah memenuhi syarat untuk digunakan sebagai acuan analisis tegangan pada *Railbus*.

3.7. Input Data

- a. Geometri dan dimensi Carbody Railbus (tidak ditampilkan)
- b. Data Material

Material	E [MPa]	v	ρ [kg/mm ³]	σ _y [MPa]
Alumunium 2024 T3	73.10 ³	0,33	2,8.10 ⁻⁶	290
CSM 450 gr/m2 Fibre Reinforced Epoxy	10.06 x 10 ³	0,3	0,862.10 ⁻⁶	93
Divinycell Grade H 60	75	0,32	0,06.10 ⁻⁶	1,8
SS400	2,07.10 ⁵	0,3	7,8.10 ⁶	245

Tabel 3.2. Data Properti Material Penyusun Carbody Railbus

Sumber: LPPM ITB, 2008: 7.

c. Pembebanan dan tumpuan

Pembebanan dibagi menjadi 3 kasus sesuai kondisi yang akan diterima oleh *Railbus*, dengan gaya-gaya yang akan bekerja:

1. Kasus 1

Kasus 1 mensimulasikan pembebanan yang terjadi pada *carbody TeC* saat *railbus* berada pada kondisi *push*. Sistem propulsi yang dimiliki oleh *railbus* adalah sistem *push-pull* yang memungkinkan *Railbus* dioperasikan maju dan mundur. *Bogie* penarik atau *motor bogie* digerakkan oleh motor yang terdapat pada *MC*, sedangkan *bogie* lain pada gerbong *TeC* dan *TC* hanya berfungsi sebagai *bogie* pengikut. Kondisi *push* dianggap memberikan resiko yang lebih besar daripada kondisi *pull*.

2. Kasus 2

Kasus 2 mewakili kondisi pembebanan pada *carbody TeC railbus* saat terjadi kompresi dari lokomotif lain pada proses penyambungan kereta yang dilakukan untuk menyambung *railbus* dengan lokomotif lain.

3. Kasus 3

Kasus 3 mewakili keadaan pembebanan yang diterima *carbody TeC railbus* saat adanya penarikan dari lokomotif lain saat *railbus* tidak beroperasi.

BAB IV

ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN

4.1. Pembebanan dan Tumpuan

Gaya-gaya yang terjadi pada *carbody TeC railbus* bergantung pada kondisi yang terjadi saat pengoperasian. Kondisi tiap kasus yang berbeda akan menghasilkan perbedaan gaya yang diterima sebagai berikut:

1. Kasus 1



$$m_{TeC} \cdot a = Q_2' - F_L - F_R - F_G$$

Gaya yang akan membebani *carbody TeC* adalah F_L , F_R , dan F_G . Gaya Q_2 ' berpengaruh pada percepatan yang dimiliki *Railbus* tetapi tidak berpengaruh pada konstruksi *carbody* itu sendiri. Sehingga pembebanan yang akan diterima oleh *carbody* adalah sebagai berikut:



2. Kasus 2 (pemasangan sambungan kereta)



Keseimbangan gaya yang terjadi pada MC

Percepatan saat diberikan gaya kompresi adalah nol karena kereta dalam keadaan diam, seluruh gaya yang diberikan saat kompresi ditanggulangi oleh rem penuh yang berkerja, karena roda dalam keadaan tidak bisa berputar sama sekali, maka yang bekerja untuk melawan gaya kompresi bukanlah perlawananan gelundung (F_G) tapi gaya adhesi (F_A) yang dihasilkan dari gesekan antara roda dengan rel.

$$m_{MC} \cdot a = Q_3 - F_A$$

 $a = 0 \Rightarrow Q_3 = F_A$



Keseimbangan gaya yang terjadi pada TC

$$m_{TC} \cdot a = Q_2 - F_R - F_G - Q_3'$$





Keseimbangan gaya yang terjadi pada TC

$$m_{TeC} \cdot a = -F_A - Q_2'$$

 $a = 0 \Rightarrow Q_2' = F_C - F_A$

Gaya yang akan membebani *carbody TeC* adalah F_C . Sehingga pembebanan yang akan diterima oleh *carbody* adalah sebagai berikut:



3. Kasus 3

Pada kasus 3, tidak diberikan beban akibat perlawanan angin karena *railbus* berada di belakang lokomotif, sehingga perlawanan angin tidak mengenai *mascara railbus*



Keseimbangan gaya yang terjadi pada MC

$$m_{MC} \cdot a = F_G + F_R - Q_3$$

besarnya Q₃ saat lokomotif penarik mencapai kecepatan maksimum 50 km/jam yaitu:

Keseimbangan gaya yang terjadi pada TC

Keseimbangan gaya yang terjadi pada TC

$$m_{TeC} \cdot a = F_T - Q'_2 - F_{R TeC} - F_{G TeC}$$

Gaya yang akan membebani carbody TeC adalah sebagai berikut:



Besar dari masing-masing gaya yang membebani *carbody TeC Railbus* didapatkan dari perhitungan sebagai berikut:

a. Perlawanan angin (F_L)

Dengan densitas udara pada kondisi normal adalah 1,183 kg/m³, koefisien drag 0,6 untuk bentuk setengah licin, luas area normal frontal sebesar 9417600 m², kecepatan kereta maksimum 100 km/jam atau 27,78 m/s. Perlawanan angin yang dibebankan pada *mascara Railbus* yaitu:

$$F_L = \frac{\rho}{2} \cdot c_L \cdot A_{norm} \cdot v^2$$

= $\frac{1,183}{2} \cdot 0,6 \cdot 9,4176 \cdot 27,78^2$
= 1308,21N

b. Perlawanan gelundung (F_R)

Perlawanan gelundung didapatkan dari rumus:

$$F_R = c_1 \cdot c_2 \cdot W \text{ (Subyanto, 1981; 8)}$$

keterangan: F_R = perlawanan gelundung [N]

c₁ = 1, untuk baan yang terpelihara dengan

baik

$$c_2 = 0,25 - 0,35$$

W = berat kereta [kg]

$$F_R = c_1 \cdot c_2 \cdot W$$

= 1 \cdot 0,35 \cdot 250688
= 87740.8 kg
perlawanan gelundung pada gerbong *TC* yaitu:
$$F_R = c_1 \cdot c_2 \cdot W$$

$$= 1 \cdot 0,35 \cdot 131443$$

= 46005.05 kg

perlawanan gelundung pada gerbong *TeC* yaitu:

$$F_R = c_1 \cdot c_2 \cdot W$$
$$= 1 \cdot 0.35 \cdot 243648$$
$$= 85276.8 \ kg$$

c. Perlawanan tanjakan (F_G)

Perlawanan tanjakan yang diterima oleh gerbong MC Railbus yaitu:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{10}{1000}$$

= 25062 \cdot 9,8 \cdot \frac{10}{1000}
= 2456.1 N

Perlawanan tanjakan yang diterima oleh gerbong TC

F

Railbus yaitu:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{10}{1000}$$

= 17480 \cdot 9,8 \cdot \frac{10}{1000}
= 1713.04 N

Perlawanan tanjakan yang diterima oleh gerbong TeC Railbus yaitu:

$$F_g = m \cdot g \cdot \frac{10}{1000}$$

= 24844 \cdot 9,8 \cdot \frac{10}{1000}
= 2434.7 N

Tempat Pembebanan	Beban dan perlengkapan	Massa [kg]	Berat [N]	Berat karena getaran (m.g.c _{getaran}) [N]
SOAW II	1. Engine	3200	31360	40768
	2. Alternator	1500	14700	19110
	3. Fuel Tank	300	2940	3822
	4. Battery Box	150	1470	1911
	5. <i>CAC</i>	240	2352	3057,6
	6. SIV	B 75	735	955,5
Underframe	7. Brake Resistor	101	989,8	1286,74
	8. Output Filter	198	1940,4	2522,52
	9. Braking Unit	200	1960	2548
	10. Aksesori Carbody	6627,5	64949,5	84434,35
	11. Penumpang	4560	44688	58094,4
	12. Coupler	1000	9800	12740
	total	9101,5	89194,7	115953,11
	13. Radiator	600	5880	7644

d. Berat sendiri dan perlengkapan *carbodyTeC* Tabel 4.1. Pembebanan pada Gerbong *TeCRailbus*

Beban penumpang dibebankan merata dengan sebaran yang lebih besar di bagian tengah untuk mewakili area dimana penumpang berdiri. Jumlah penumpang maksimal yang bisa ditampung oleh gerbong *TeC* adalah 28 orang penumpang yang duduk dan 48 orang penumpang yang berdiri. Asumsi massa badan standar manusia 60 kg, jadi beban penumpang adalah 4560 kg sesuai dengan yang tertera pada tabel 4.2.

220

9921,5

2156

97230,7

2802,8

126399,9

Roof

14. AC

total



Gambar 4.1. Skema Beban Penumpang dari *Underframe Railbus* Tampak Belakang

4.2. Pemodelan Pembebanan dan Tumpuan pada software

1. Kasus 1

 F_{L} tekanan angin terhadap area maskara $F_{R} + F_{G}$ perlawanan gelundung dan perlawanan tanjakan yang dibebankan pada tumpuan bolster beban perlengkapan dan aksesori *carbody*,

didistribusikan sesuai tempat peletakannya pada *carbody* dan dikalikan faktor pengali akibat percepatan getaran

Sebelum dibebankan, perlawanan angin dibagi 2 karena simulasi dilakukan pada setengah bagian *railbus*.Perlawanan angin F_L dibebankan merata pada seluruh area frontal pada maskara dengan membagi F_L pada kecepatan 100 km/jam pada 4816 node yang menyusun area frontal maskara. Besar gaya tiap node yaitu $\frac{1308,21N/2}{4816} = 0,3158N$ dengan sebaran seperti pada gambar 4.1.



Gambar 4.2. Gaya F_L Dibebankan pada Area Maskara



Gambar 4.3. Berat Perlengkapan yang Dibebankan pada Posisinya Masingmasing

Gambar 4.3. menunjukkan beban perlengkapan yang dibebankan pada *carbody TeC railbus*. AC, radiator, *engine*, baterai dan perlengkapan lain serta kopler dibebankan sesuai letaknya setelah dibagi 2 karena kesimetrian model, sedangkan beban penumpang dibebankan merata dengan sebaran yang lebih besar di bagian tengah untuk mewakili area dimana penumpang berdiri.





Gambar 4.4. Pembebanan Akibat Perlawanan Gelundung dan Perlawanan Tanjakan

Beban gelundung dan tanjakan dibagi 2 karena simetri dan diaplikasikan pada bolster yang disokong oleh bogi, dengan besar beban pada tiap node sebesar 8771,15N. Tumpuan yang terjadi pada kasus pertama seperti pada gambar 4.4.

Tumpuan simetri diberikan pada garis-garis di daerah simetri model, tumpuan pada sumbu y diletakkan pada bolster yang ditumpu oleh bogi. Pada bolster belakang diletakkan tumpuan arah sumbu z yang mewakili tahanan yang diberikan oleh kereta di belakang gerbong TeC.



Beban yang ditumpukan pada kasus 2 seperti beban perlengkapan diterapkan dengan letak node dan besaran yang sama seperti pada kasus 2 yang telah dijelaskan sebelumnya melalui gambar 4.3. Beban kompresi yang diterapkan pada *railbus* sebesar 4,6 kN dibagi ke 6 titik node seperti pada gambar 4.5.



Gambar 4.6. Beban Kompresi pada Kasus 2

Tumpuan yang diberikan pada kasus 2 sama seperti yang diberikan pada kasus 1 yang dijelaskan pada gambar 4.5.

3. Kasus 3



tumpuan diberikan pada kopler

 Q_2

 $F_{v,g}$

- $F_R + F_G$ perlawanan gelundung dan perlawanan tanjakan yang dibebankan pada tumpuan bolster masing-masing bogie
 - beban yang didaptkan dari gerbng lain di belakangnya
 - beban perlengkapan dan aksesori *carbody*, didistribusikan sesuai tempat peletakannya pada *carbody* dan dikalikan faktor pengali akibat percepatan getaran



Gambar 4.7. Pembebanan pada Kasus 3



Gambar 4.8. Tumpuan pada Kasus 3

Pada kasus 3 tumpuan diberikan pada kopler, hal ini disebabkan gaya tarik yang menyebabkan percepatan ada pada kopler, gaya tarik ini dilawan oleh bebanbeban lain yang akan berpengaruh pada tegangan yang akan diterima oleh *carbody TeC railbus*.

Hasil Simulasi 4.3.

Keluaran yang diambil dari simulasi adalah sebaran dan besar tegangan yang dihasilkan, dari sebaran dan besar tegangan tersebut, struktur dianalisis kekuatannya dari segi material, apakah masih dalam batas aman kriteria yield atau tidak. Struktur railbus yang terdiri dari beberapa macam material sekaligus akan dianalisa menggunakan kriteria kegagalan yang sesuai dengan jenis materialnya yang ulet, yaitu menggunakan Teori Kegagalan Von Mises. Ketiga kasus yang disimulasikan mendapatkan hasil yang berbeda, berikut adalah keluaran dari ketiga simulasi tersebut.

1. Kasus I



Gambar 4.9. Sebaran tegangan Von Mises pada Kasus 1



Gambar 4.10. Sebaran tegangan Von Mises pada Kerangka *Carbody* Kasus 1 Gambar 4.9 menunjukkan seluruh tegangan Von Mises yang terjadi pada *carbody TeC railbus* saat dikenakan pembebanan kasus pertama. Dari gambar rangka yang diperlihatkan pada gambar 4.10 lebih jelas terlihat sebaran yang terdapat pada rangka *carbody TeC railbus*. Pada kasus pertama, bagian yang mendapatkan tegangan paling kritis adalah bagian tengah *frontpart*. Tegangan ini disebabkan oleh tekanan angin pada kecepatan maksimal 100 km/jam yang dibebankan merata pada *frontal area* dari maskara, selain itu, terutama disebabkan oleh beban yang didapatkan dari perlawanan jalan yang diaplikasikan pada bolster.Selain pada *frontpart*, dari gambar 4.10 dapat diketahui pula terdapat tegangan yang besar akibat beban *engine* yang terdapat pada *crossbeam*.



Gambar 4.11. Tegangan Von Mises pada Layer 1 (CSM) Kasus 1



Gambar 4.12. Tegangan Von Mises pada Layer 2 (divinycell) Kasus 1



Gambar 4.13. Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 1



Gambar 4.14. Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 1 Gambar 4.11 sampai 4.14 menunjukkan tegangan Von Mises yang terjadi pada tiap layer sandwich. Tegangan terbesar menunjukkan kecenderungan pada daerah yang sama pada tiap layer, yaitu pada daerah *sidewall* yang diakibatkan oleh beban dari radiator yang dipasang di atap *carbody TeC Railbus* serta beban yang didapatkan dari *battery box*.

2. Kasus 2



Gambar 4.16. Sebaran tegangan Von Mises pada Kerangka Carbody Kasus 2

Pada kasus kedua, terlihat dari gambar 4.16 bagian yang mengalami tegangan terbesar tetap ada pada bagian *frontpart*. Meskipun pada proses ini *carbody* tidak terdapat tekanan angin karena *railbus* dalam keadaan diam, tetapi tekanan yang diberikan saat pemasangan kopler dari lokomotif penarik cukup besar sehingga *frontpart* tetap mengalami tegangan yang besar, bahkan

lebih besar dari kasus pertama. Selain pada *frontpart*, dari gambar 4.16 dapat diketahui pula terdapat tegangan yang besar akibat beban *engine* yang terdapat pada *crossbeam*.



Gambar 4.18. Tegangan Von Mises pada Layer 2 (*divinycell*) Kasus 2

.041935

.055901

.083833

.069867

.111765

.125731

.097799

.373E-04

.014003

.027969



Gambar 4.19. Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 2



Gambar 4.20. Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 2

Tegangan Von Mises pada tiap *layer* yang diperlihatkan pada gambar 4.17 sampai 4.20 masih menunjukkan kecenderungan nilai tegangan terbesar pada daerah *sidewall*.

3. Kasus 3



Gambar 4.22. Sebaran Tegangan Von Mises pada Kerangka Carbody kasus 3

Pada kasus ketiga, beban paling besar diberikan oleh kereta yang berada di belakang *carbody TeC* berupa beban perlawanan gelundung dan tanjakan memberikan hasil tegangan Von Mises yang dialami *carbody TeC railbus* seperti gambar 4.21. Meskipun beban yang diberikan relatif besar, tegangan yang dialami oleh material tidak lebih dari tegangan yang dialami pada kasus pertama dan kedua karena desain struktur yang cukup baik untuk menerima









Gambar 4.25. Tegangan Von Mises pada Layer 3 (CSM) Kasus 3



Gambar 4.26. Tegangan Von Mises pada Layer 4 (alumunium) Kasus 3

Gambar 4.23 sampai 4.26 menunjukkan tegangan Von Mises yang terjadi pada *sandwich panel carbody TeC railbus* akibat pembebanan pada kasus 3. Tegangan utama yang terbesar ada pada daerah *sidewall* pintu belakang, sama seperti pada 2 kasus sebelumnya.

Ketiga kasus yang dibebankan pada *carbody TeC railbus* memberikan nilai tegangan yang berbeda, yang diperlihatkan pada tabel 4.2.

Kasus	Daerah	Material	Tegangan Yield	Tegangan	Faktor Keamanan
	frontpart	SS400	245	157,833	1,552
	sidewall	CSM	93	17,584	5,289
	sidewall	divinycell	1,8	0,126	14,286
	sidewall	CSM	93	16,582	5,608
	sidewall	alumunium	290	121,217	2,392
2	frontpart	SS400	245	194,842	1,257
	sidewall	CSM	93	17,475	5,322
	sidewall	divinycell	1,8	0,126	14,286
	sidewall	CSM	93	16,472	5,646
	sidewall	alumunium	290	120,338	2,410
3	crossbeam	SS400	245	140,587	1,74
	sidewall	CSM	93	16,375	5,679
	sidewall	divinycell	1,8	0,108	16,667
	sidewall	CSM	93	14,190	6,554
	sidewall	alumunium	290	103,997	2,786

Tabel 4.2. Tegangan yang Terjadi pada Ketiga Kasus Pembebanan pada Carbody TeC Railbus

Nilai Faktor Keamanan yang digunakan pada analisis adalah 1,25 - 1,5 untuk struktur yang telah diketahui dengan baik material dan pembebanannya. Faktor Keamanan untuk tiap material pada masing-masing kasus dianggap sangat memenuhi dengan nilai keamanan terkecil terdapat pada kasus 2 yaitu 1,257. Hal ini dikarenakan besarnya tegangan yang dihasilkan oleh beban pada proses kopel sehingga nilai factor keamanan hamper mencapai nilai kritis.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari simulasi yang dilakukan diketahui sebaran dan besar tegangan yang terjadi pada desain konstruksi *carbody TeC Railbus* pada pembebanan statis. Ketiga tegangan yang terjadi pada ketiga kasus masih berada pada batas kekuatan material, sehingga dapat disimpulkan desain konstruksi *carbody TeC Railbus* dianggap mampu menerima pembebanan yang akan diterima *Railbus* saat beroperasi.

5.2. Saran

Saran yang dapat diambil selama dilakukan penelitian antara lain:

1. Perlu adanya data material dan geometri yang lebih lengkap dan detail agar penelitian yang dilakukan lebih mendekati hasil yang sebenarnya.

-

- 2. Dianjurkan adanya penelitian pembantu untuk mencari konstanta-konstanta pembebanan statis akibat keadaan dinamis untuk konstruksi kereta yang baru yang belum diketahui.
- 3. Perlu dilakukan pengujian lanjutan untuk carbody MC railbus.



DAFTAR PUSTAKA

- Bassin, Milton G., Stanley M. Brodsky, Harold Wolkoff, 1979. *Statics and Strength of Materials, Third Edition*. McGraw-Hill: New York.
- Greenough, Dr., C. 2001. *The Finite Element Library (Release 4.0)*. Oxfordshire: Computational Science & Engineering Dept. Rutherford Appleton Laboratory.
- Jones, Robert M., 1999. *Mechanics of Composite Materials*. McGraw-Hill: Washington D.C.
- Kreith, Frank. 1999. Mechanical Engineering Handbook. Boca Raton: CRC Press.
- Lindgreen, E., Sorenson, S.C., 2005. *Driving Resistance from Railroad Trains*. Denmark: Department of Energy Engineering Technical University of Denmark.
- Marghitu, Dan B., Cristian I. Diaconescu, and Bogdan O. Ciocirlan. 2001. Mechanics of Materials. Academic Press: SanDiego.
- Moaveni, Saeed, 1999. Finite Element Analysis. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Release 11.0 Documentation for ANSYS
- Segerlind, Larry J.1976. *Applied Finite Element Analysis*. Edisi Pertama. Canada:John Wiley and Sons Inc.
- Segerlind, Larry J. 1984. Applied Finite Element Analysis. Edisi Kedua. Canada: John Wiley and Sons Inc.
- Sonief, A. As'ad.2003. *Diktat Metode Elemen Hingga*. Teknik Mesin Universitas Brawijaya: Malang.
- Subyanto.1977. Dinamika Kendaraan Rel. Bagian Pertama. Bandung: CV. Komala.

Subyanto.1981. Dinamika Kendaraan Rel. Bagian Kedua. Bandung: CV. Komala.

Timoshenko, S., 1980. *Strength of Material*. Edisi Kedua. New York: D. Van Nostrad Company Inc.

