

**ANALISA KARAKTERISTIK *PERFORMANCE AIR SPRING*
PADA *AIR SUSPENSION BUS***

**SKRIPSI
KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI**

Diajukan untuk memenuhi sebagai persyaratan
Memperoleh gelar Sarjana Teknik



Disusun Oleh :

**STEPHEN MAURICE MANGA LAPU
NIM. 0610620102-62**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
FAKULTAS TEKNIK
MALANG
2010**

LEMBAR PERSETUJUAN

**ANALISA KARAKTERISTIK *PERFORMANCE AIR SPRING*
PADA *AIR SUSPENSION BUS***

**SKRIPSI
KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI**

Diajukan untuk memenuhi persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Teknik



Disusun Oleh :

STEPHEN MAURICE MANGA LAPU
NIM. 0610620102-62

Telah diperiksa dan disetujui oleh :

Dosen Pembimbing I :

Dosen Pembimbing II :

Ir. Tjuk Oerbandono, M.Sc, CSE.
NIP. 19670923 199303 1 002

Ir. Endi Sutikno, MT.
NIP. 19590411 198710 1 001



LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISA KARAKTERISTIK *PERFORMANCE AIR SPRING*
PADA *AIR SUSPENSION BUS***

**SKRIPSI
KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI**

Diajukan untuk memenuhi sebagai persyaratan
Memperoleh gelar Sarjana Teknik

Disusun Oleh :

**STEPHEN MAURICE MANGA LAPU
NIM. 0610620102-62**

Skripsi ini telah diuji dan dinyatakan lulus pada
Tanggal 5 Agustus 2010

Skripsi 1

**Ir. Agustinus Ariseno, MT
NIP. 19510822 198701 1 001**

Skripsi 2

**Dr. Ir. Pratikto, MMT
NIP. 19461110 198103 1 001**

Komprehensif

**Ir. Masduki, MM
NIP. 19450816 197009 1 001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Teknik Mesin

**Dr. Slamet Wahyudi, ST, MT.
NIP. 19720903 199702 1 001**

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**Analisa Karakteristik Performance Air Spring Pada Air Suspension Bus**”.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini sulit untuk dapat terwujud tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang memberikan kontribusinya baik material maupun spiritual khususnya kepada :

1. Bapak Dr. Slamet Wahyudi, ST., MT., selaku Ketua Jurusan Teknik Mesin Universitas Brawijaya Malang.
2. Bapak Dr. Eng. Anindito Purnowidodo, ST., M.Eng selaku Sekretaris Jurusan Teknik Mesin Universitas Brawijaya Malang.
3. Bapak Ir. Bardji Hadi Pranoto, selaku dosen wali.
4. Bapak Ir. Dr.Ir. Pratikto, MMT, selaku Ketua Kelompok Konsentrasi Teknik Konstruksi.
5. Bapak Ir. Tjuk Oerbandono, M.Sc, CSE, selaku Dosen Pembimbing I, yang telah banyak memberikan bimbingan, arahan dan saran yang sangat membantu dalam penyusunan skripsi ini.
6. Bapak Ir. Endi Sutikno, MT..selaku Dosen Pembimbing II, yang telah banyak memberikan bimbingan, arahan dan saran yang sangat membantu dalam penyusunan skripsi ini.
7. Seluruh Staf Pengajar dan Administrasi Jurusan Teknik Mesin.
8. Kedua orang tua yang tercinta Yohanis M. Lapu dan Yohana Manga, yang telah memberikan segalanya yang terbaik untuk penulis.
9. Saudaraku yang tercinta Herrie Romialdus dan Henrie Paulinus yang telah memberikan segalanya yang terbaik untuk penulis.
10. Sumiyati Andriani yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran dalam penyusunan skripsi ini.

11. Keluarga Besar Mahasiswa Mesin Universitas Brawijaya khususnya angkatan 2006 yang secara langsung maupun tidak langsung ikut membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

12. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini, yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu.

Akhir kata, penulis mengharapkan skripsi ini dapat memberikan manfaat yang positif pada pembaca. Semoga memunculkan ide-ide baru, saran dan kritik yang membangun untuk kedepannya.

Malang, Juli 2010

Penyusun



DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	xi
DAFTAR SIMBOL	xii
RINGKASAN	xiii
BAB I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1. Penelitian Sebelumnya	4
2.2. Komponen Kendaraan dan Fungsinya.....	4
2.3. Sistem Suspensi Kendaraan.....	5
2.3.1. Suspensi Aktif.....	6
2.3.2. Suspensi Pasif.....	6
2.4. Suspensi Udara (<i>Air Suspension</i>).....	7
2.5. Jenis <i>Air Spring</i>	8
2.6. Komponen Utama Sistem Dinamis	10
2.7. Gaya Eksitasi Jalan.....	11
2.8. Getaran	12
2.8.1. Getaran Bebas Tanpa Redaman	13
2.8.2. Getaran Bebas Dengan Redaman.....	13
2.9 Model Analitis Kendaraan Pada Sumbu <i>Rolling</i>	14
2.9.1. Model Analitis Kendaraan Untuk Getaran Pada Sumbu <i>Rolling</i> Suspensi Depan	15
2.9.1. Model Analitis Kendaraan Untuk Getaran Pada Sumbu <i>Rolling</i> Suspensi Belakang	18

2.10.	Analisa Nilai Eigen dan Frekuensi Natural.....	20
2.11.	Analisa Modal	21
2.12.	Analisa Gaya dan Kekakuan Pegas	22
2.13.	Pengaruh Redaman Terhadap Gerakan Bebas	23
2.14.	Hipotesis.....	25
BAB III. METODOLOGI PENELITIAN		26
3.1.	Metode Penelitian.....	26
3.2.	Metode Yang Digunakan	26
3.3.	Tempat dan Waktu Penelitian	26
3.4.	Variabel Penelitian	26
3.5.	Prosedur Analisa	27
3.6.	Diagram Alir Penelitian	28
BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN		29
4.1.	Data Perhitungan	29
4.2.	Perhitungan Titik Berat Kendaraan	31
4.3.	Perhitungan Pembebanan Pada Chasis.....	33
4.4.	Momen Inersia Massa Kendaraan.....	40
4.5.	Perhitungan Karakteristik <i>Air Spring</i>	41
4.6.	Perhitungan nilai <i>damping ratio</i>	46
4.7.	Kondisi Profil Jalan.....	58
4.8.	Penurunan Persamaan Gerak dan Respon Getaran	59
4.9.	Pembahasan.....	97
4.9.1.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement</i> Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar untuk Suspensi Depan	97
4.9.2.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement</i> Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar untuk Suspensi Belakang.....	98
4.9.3.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement</i> Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar untuk Suspensi Depan	99
4.9.4.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement</i> Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar untuk Suspensi Belakang.....	100
4.9.5.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement</i> Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 7 bar untuk Suspensi Depan	101

4.9.6. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Belakang..... 102

4.9.7. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan 103

4.9.8. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Belakang..... 104

4.9.9. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 5.5 bar untuk Suspensi Depan..... 105

4.9.10. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 5.5 bar untuk Suspensi Belakang 106

4.9.11. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 6.5 bar untuk Suspensi Depan..... 107

4.9.12. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 6.5 bar untuk Suspensi Belakang 108

4.9.13. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Depan..... 109

4.9.14. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Belakang 110

4.9.15. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan..... 111

4.9.16. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Belakang 112

4.9.17. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Depan..... 113

4.9.18. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Belakang 114

4.9.19. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Depan 115

4.9.20. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Belakang 116

4.9.21. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Depan 117

4.9.22. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Belakang 118

4.9.23. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan 119

4.9.24. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Belakang 120

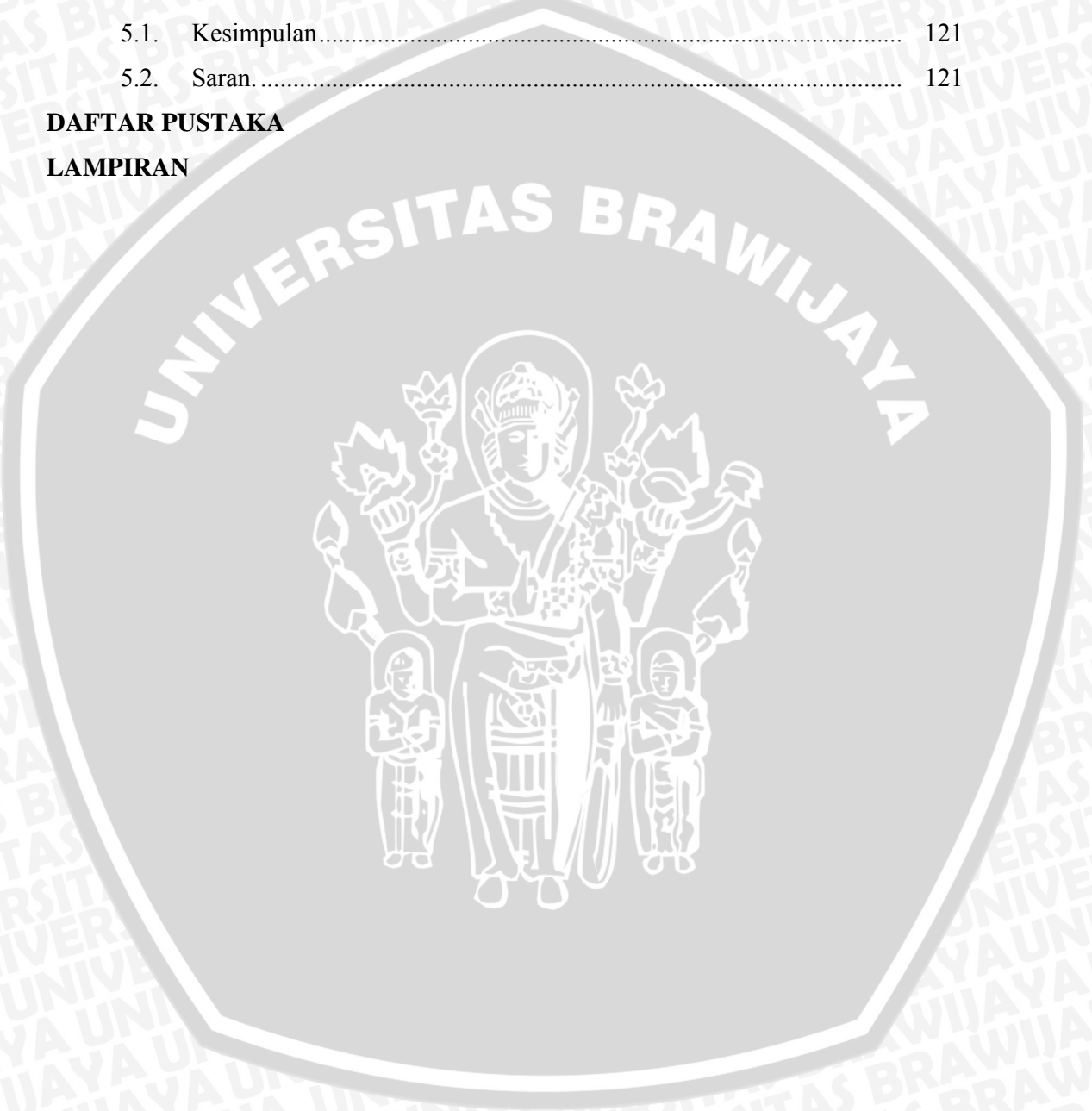
BAB V. PENUTUP 121

5.1. Kesimpulan 121

5.2. Saran 121

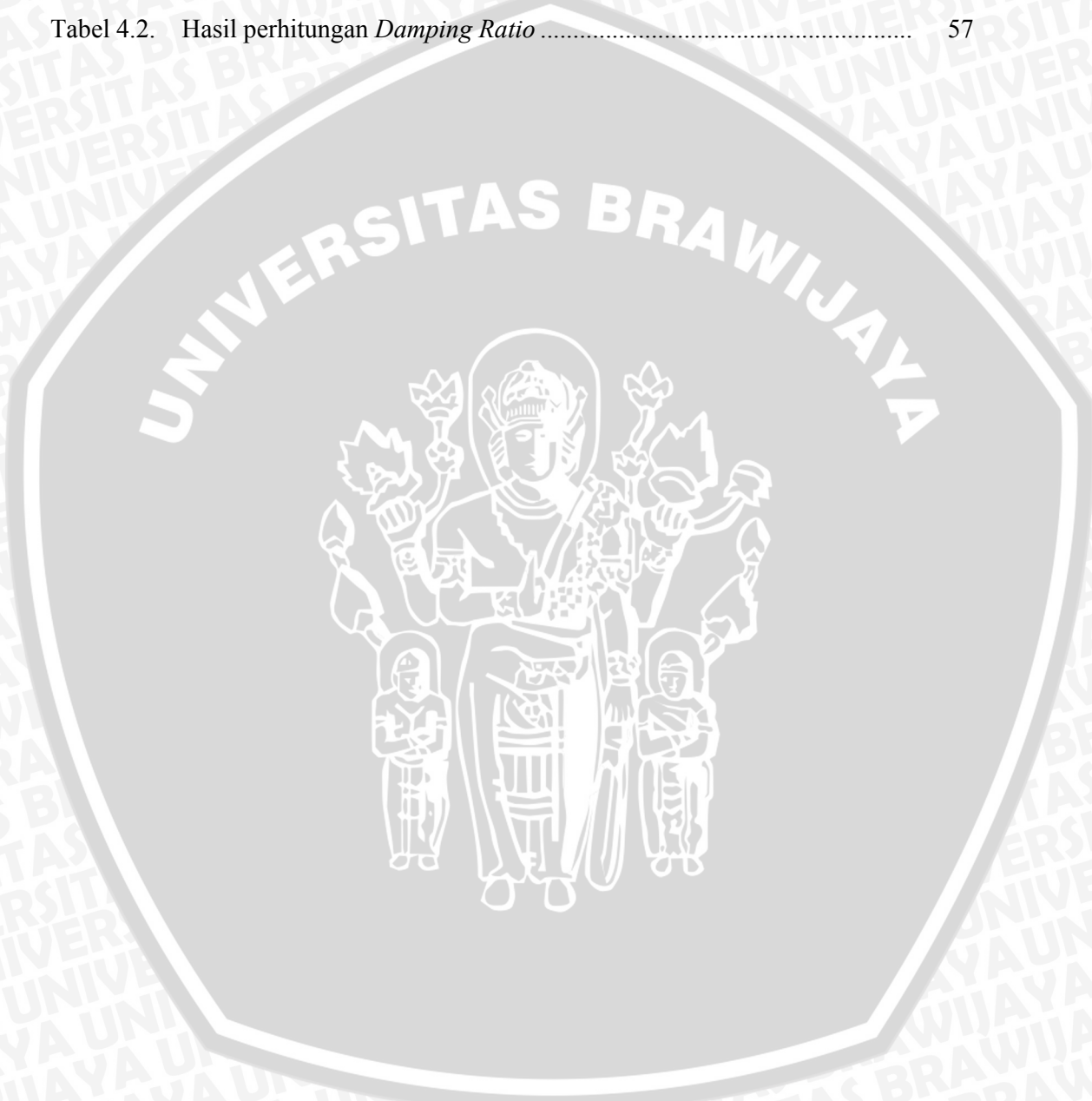
DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN



DAFTAR TABEL

No.	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Klasifikasi kekasaran permukaan jalan menurut ISO.....	11
Tabel 4.1.	Pembebanan pada berbagai lintasan jalan	40
Tabel 4.2.	Hasil perhitungan <i>Damping Ratio</i>	57



DAFTAR GAMBAR

No.	Judul	Hal
Gambar 2.1.	Sistem suspensi	5
Gambar 2.2.	Konsep sebuah Sistem Suspensi Aktif.....	6
Gambar 2.3.	Model Sistem Suspensi Pasif kendaraan.....	7
Gambar 2.4.	<i>Air Suspension</i> Bus	8
Gambar 2.5.	Convoluted air spring dan Reversible sleeve air spring firestone.....	9
Gambar 2.6.	Air spring dengan tampilan potongan.....	9
Gambar 2.7.	Sistem yang dieksitasikan oleh gerak titik penopang	10
Gambar 2.8.	Klasifikasi kekerasan permukaan jalan menurut ISO.....	12
Gambar 2.9.	Sistem getaran sederhana.....	12
Gambar 2.10.	Getaran bebas tanpa redaman	13
Gambar 2.11.	Sistem satu derajat kebebasan dengan redaman	13
Gambar 2.12.	Sumbu gerakan kendaraan	15
Gambar 2.13.	Model analitis getaran kendaraan pada sumbu <i>rolling</i> suspensi depan	15
Gambar 2.14.	Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu <i>rolling</i> suspensi depan	16
Gambar 2.15.	Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu <i>rolling</i> suspensi belakang	18
Gambar 2.16.	Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu <i>rolling</i> suspensi depan.....	19
Gambar 2.17.	Kurva gerakan respon getaran akibat harga faktor peredaman.....	24
Gambar 3.1.	Diagram Alir	29
Gambar 4.1.	Letak titik-titik gaya yang bekerja pada chasis.....	31
Gambar 4.2.	Letak Relatif Pusat Kendaraan.....	32
Gambar 4.3.	Pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar.....	33
Gambar 4.4.	Pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus.....	33
Gambar 4.5.	Pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak.....	35
Gambar 4.6.	Pembebanan chasis pada saat belok menanjak	36
Gambar 4.7.	Pembebanan chasis pada saat belok menurun	38
Gambar 4.8.	Momen inersia massa kendaraan	40

Gambar 4.9.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar Untuk Suspensi Depan.....	97
Gambar 4.10.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar Untuk Suspensi Belakang.....	98
Gambar 4.11.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar Untuk Suspensi Depan.....	99
Gambar 4.12.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar Untuk Suspensi Belakang.....	100
Gambar 4.13.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 7 bar Untuk Suspensi Depan.....	101
Gambar 4.14.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 7 bar Untuk Suspensi Belakang.....	102
Gambar 4.15.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 8 bar Untuk Suspensi Depan.....	103
Gambar 4.16.	Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 8 bar Untuk Suspensi Belakang.....	104
Gambar 4.17.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar Untuk Suspensi Depan.....	105
Gambar 4.18.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5.5 bar Untuk Suspensi Belakang.....	106
Gambar 4.19.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar Untuk Suspensi Depan.....	107
Gambar 4.20.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 6.5 bar Untuk Suspensi Belakang.....	108
Gambar 4.21.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 7 bar Untuk Suspensi Depan.....	109
Gambar 4.22.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 7 bar Untuk Suspensi Belakang.....	110
Gambar 4.23.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 8 bar Untuk Suspensi Depan.....	111
Gambar 4.24.	Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan <i>Air Spring</i> 8 bar Untuk Suspensi Belakang.....	112
Gambar 4.25.	Grafik Amplitudo Respon <i>Displacement Sprungmass</i> pada Tekanan <i>Air Spring</i> 5,5 bar untuk Suspensi Depan.....	113

Gambar 4.26. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Depan..... 114

Gambar 4.27. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Depan..... 115

Gambar 4.28. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Depan..... 116

Gambar 4.29. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 5,5 bar untuk Suspensi Belakang..... 117

Gambar 4.30. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Belakang..... 118

Gambar 4.31. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Belakang..... 119

Gambar 4.32. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprungmass* pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Belakang..... 120



DAFTAR LAMPIRAN

No.	Judul	Halaman
Lampiran 1.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 5,5 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB	122
Lampiran 2.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 6,5 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB	123
Lampiran 3.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 7 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB	124
Lampiran 4.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 8 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB	125
Lampiran 5.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 5,5 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB	126
Lampiran 6.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 6,5 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB	127
Lampiran 7.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 7 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB	128
Lampiran 8.	Amplitudo respon <i>displacement</i> pada tekanan 8 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB	129
Lampiran 9.	Surat keterangan pengambilan data di PT Adi Putro Wirasejati Malang	130

RINGKASAN

Stephen Maurice Manga Lapu, 2010. Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Brawijaya Malang, Juli 2010, Analisa Karakteristik *Performance Air Spring* Pada *Air Suspension* Bus. Dosen Pembimbing I : Ir. Tjuk Oerbandono, M.Sc, CSE, Dosen Pembimbing II : Ir. Endi Sutikno, MT.

Gerakan pada kendaraan umumnya disebabkan adanya guncangan pada *sprungmass*. Untuk meredam guncangan diperlukan sistem suspensi. Pegas merupakan salah satu bagian sistem suspensi. Pegas memiliki fungsi menyerap gaya kejutan dari jalan dan getaran roda agar tidak diteruskan ke bodi kendaraan secara langsung. Salah satu jenis pegas yang digunakan pada suspensi sekarang ini adalah pegas udara (*Air Spring*). Banyak bus memakai *air spring* karena tinggi rendah suspensi dapat diatur, karena tekanan angin dapat diatur dan disesuaikan antara bobot kendaraan dengan ketinggian kendaraan.

Secara umum sebuah sistem suspensi udara akan memiliki komponen utama seperti *air spring*, katup sebagai tempat keluar masuknya udara, alat pengontrol ketinggian. *Air spring* menggunakan udara sebagai fluida kerjanya dan bekerja sebagai shock absorber. Untuk mengontrol laju fluida yang masuk dan keluar *air spring* digunakan katup.

Penelitian ini dilakukan di PT Adi Putro Wirasejati, Malang. Variabel bebas pada penelitian ini adalah variasi besar tekanan *air spring* yang di pilih yaitu, 5,5 bar, 6,5 bar, 7 bar, dan 8 bar. Sedangkan variabel terikatnya adalah nilai *damping ratio*, amplitudo respon, dan waktu untuk mencapai posisi awal akibat peredaman.

Dari penelitian ini didapatkan hasil semakin meningkat tekanan *air spring* maka akan menyebabkan nilai kekakuan akan meningkat sehingga menyebabkan nilai *damping ratio* menurun yang akan menyebabkan amplitudo respon meningkat, dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal semakin cepat. Nilai *damping ratio* tertinggi yaitu 0,416 terjadi pada tekanan air spring sebesar 550000 Pa untuk suspensi belakang pada saat kondisi jalan belok menurun. Nilai amplitudo respon tertinggi yaitu 0,2285 m pada *unsprungmass* depan, terjadi pada tekanan *air spring* sebesar 800000 Pa dengan adanya pengaruh gaya eksitasi jalan. Pada penelitian ini juga diperoleh bahwa pada saat bus melaju dalam kecepatan rendah terjadi amplitudo respon *displacement* yang tinggi dan pada saat kecepatan tinggi, amplitudo respon *displacement*nya rendah dan cenderung stabil.

Kata kunci : Getaran, suspensi, *air spring*, kekakuan, peredaman, amplitudo respon.

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dewasa ini berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi serta pola kehidupan manusia yang semakin dinamis, mengakibatkan meningkatnya kebutuhan manusia akan alat transportasi. Bus merupakan alat transportasi yang banyak digunakan. Kondisi operasi dari bus sendiri beraneka ragam sehingga menuntut suatu kondisi kendaraan yang baik. Salah satu syarat kendaraan yang baik adalah memiliki tingkat kenyamanan yang tinggi. Getaran adalah faktor yang berpengaruh terhadap kenyamanan kendaraan. Suspensi kendaraan dirancang untuk meredam getaran dan memudahkan pengemudi mengantisipasi kondisi kendaraan pada saat melaju akibat permukaan jalan yang tidak merata.

Gerakan pada kendaraan umumnya disebabkan adanya guncangan pada *sprungmass*. Gerakan yang mengakibatkan ujung depan dan ujung belakang kendaraan bergerak di sekitar titik berat dari kendaraan tersebut yang disebut dengan “*pitching*”. Gerakan mengayun ke samping disebut “*rolling*” sedangkan gerakan ke atas dan bawah disebut “*bouncing*”.

Kualitas mengendarai kendaraan dipengaruhi oleh getaran yang datang dari luar kendaraan maupun yang timbul dalam kendaraan. Getaran yang datang dari luar kendaraan disebabkan oleh tidak rata permukaan jalan. Sedangkan getaran yang datang dari dalam adalah dari : getaran mesin, bagian-bagian penggerak propeller dari bodi.

Industri bus telah banyak melakukan modifikasi dan perbaikan komponen-komponen bus. Terutama perbaikan sistem suspensi yang sangat mempengaruhi kenyamanan penumpang. Berbagai macam cara dipakai untuk menambah kenyamanan kendaraan, salah satunya dengan pemasangan suspensi udara. Sistem suspensi biasa telah digantikan oleh sistem suspensi udara. Karakteristik suspensi yang tepat sangat mempengaruhi kenyamanan penumpang pada bus, oleh karena itu perancangan sistem suspensi yang tepat sangat dibutuhkan. Sistem suspensi udara merupakan sistem suspensi yang tepat mampu mengatasi masalah-masalah yang ditimbulkan pada suspensi biasa.

Respon getaran adalah hasil atau keluaran akibat dari masukan atau gangguan terhadap sistem getaran. Gangguan dapat berupa perpindahan, percepatan maupun gaya. Demikian pula halnya dengan keluarannya. Respon getaran yang diteliti disini yaitu amplitudo respon *displacement sprungmass* dari *air suspension* bus.

Banyak bus memakai *air spring* karena tinggi rendah suspensi dapat diatur, karena tekanan angin dapat diatur dan disesuaikan antara bobot kendaraan dengan ketinggian kendaraan. Tentunya bobot kendaraan akan sering berubah saat melalui jalan tanjakan maupun jalan yang menurun sehingga menyebabkan ketinggian kendaraan berubah-ubah. Selain itu jalanan yang tidak rata juga dapat menimbulkan ketidaknyamanan berkendara. Dengan adanya *air spring*, pengaturan antara bobot kendaraan dan ketinggian kendaraan secara cepat maka akan memberikan efek kenyamanan pada penumpang. Efek kenyamanan yang diteliti disini terkait dengan amplitudo respon *displacement sprungmass air suspension* bus. Mengingat sangat pentingnya kenyamanan penumpang pada *air suspension* bus, maka perlu diadakan analisis karakteristik *performance air spring* pada *air suspension* bus.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang di atas dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut: "Bagaimana performa *air spring* dalam menjaga kenyamanan penumpang dilihat dari tinggi rendahnya amplitudo respon *displacement* yang terjadi pada *air suspension* bus"

1.3. Batasan Masalah

Agar dalam pembahasan permasalahan di atas lebih terarah dan tidak meluas, maka diperlukan adanya batasan-batasan sebagai berikut :

- a. Temperatur udara kerja yaitu antara 30° C
- b. Untuk analisa getaran sumber getaran atau eksitasi dianggap hanya berasal dari ketidakrataan permukaan jalan
- c. Kendaraan melintas di jalan aspal kering tipe E sesuai dengan standar ISO
- d. Pengamatan hanya pada variasi tekanan *air spring*
- e. Jenis chassis bis merk HINO – RK 260
- f. Jenis *air spring* yang dianalisa merk *contitech* 782 N P04.

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui kemampuan kinerja *air spring* dalam menjaga kenyamanan kendaraan.
2. Mengetahui amplitudo respon *displacement sprungmass air suspension* bus.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui besarnya amplitudo respon *displacement* yang terjadi pada *air suspension* bus.
2. Untuk mengetahui persamaan respon getaran pada *air suspension* bus.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Penelitian Sebelumnya

Widodo, Narno 2008 dalam penelitiannya dengan judul Analisa Pengaruh Perubahan Diameter *Orifice* Terhadap *Damping Ratio* Pada *Air Spring System* Kereta Api, menyimpulkan bahwa bahwa penambahan diameter orifice akan mengurangi nilai *damping ratio* pada *air spring system*.

2.2. Komponen Kendaraan dan Fungsinya

Kendaraan pada dasarnya terbagi menjadi tiga komponen dasar/pokok yaitu :

1. Komponen penggerak (*engine drive*)
2. Komponen rangka (*chasis*)
3. Komponen keamanan dan kenyamanan

Komponen-komponen dasar tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut :

Komponen tenaga/penggerak adalah komponen yang prinsip dasarnya adalah menghasilkan tenaga yang mampu menggerakkan kendaraan dalam hal ini mesin kendaraan.

Untuk menggerakkan kendaraan terdapat komponen-komponen pendukung diantaranya :

- a. Ban/roda kendaraan
- b. Sistem Transmisi
- c. Sistem kemudi yaitu *steering system*

Chasis adalah bagian penting dari semua kendaraan yang berfungsi sebagai penopang berat kendaraan, mesin serta penumpang.

Komponen keamanan yaitu komponen yang mampu menghindari penumpang dari luka atau kematian. Dalam hal ini termasuk komponen-komponen yaitu :

- a. *Bumper* berfungsi untuk melindungi secara langsung body mobil dari benturan
- b. Sabuk pengaman dan bantalan udara
- c. *Roll bar* berguna untuk variasi dan juga untuk melindungi mobil dari benturan yang merusak bodi mobil.
- d. *Stabilizer* berfungsi meredam getaran dari roda agar kendaraan lebih stabil saat melaju dan manuver.
- e. Perlengkapan untuk penglihatan bagi pengendara

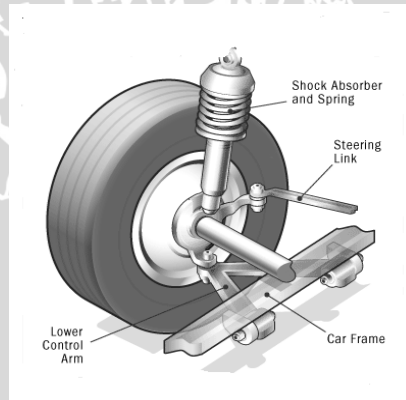
Komponen kenyamanan yaitu komponen yang memberi kenyamanan bagi pengendara/penumpang. Termasuk diantaranya :

- a. Sistem suspensi, termasuk *shock absorber*
- b. Tempat duduk dan ruang duduk

2.3. Sistem Suspensi Kendaraan

Sistem suspensi merupakan salah satu komponen kenyamanan kendaraan yang digambarkan dengan *sprungmass* yang didukung oleh sitem suspensi pada tiap rodanya. Tujuan mendesain suspensi kendaraan adalah untuk meningkatkan karakteristik pengendalian kendaraan, karena pengemudi kendaraan (mobil) sangat familier dengan kenyataan bahwa kendaraan akan miring selama membelok (*rolling*) dan menukik ke depan saat pengereman (*pitching*) serta terjadinya getaran vertikal yang kasar (*bouncing*) dari bodi kendaraan yang terjadi pada jalan yang tidak rata.

Kadaan ini tidak hanya merugikan dalam kenyamanan tetapi juga tidak aman karena ban akan kehilangan kontrol dengan permukaan jalan.



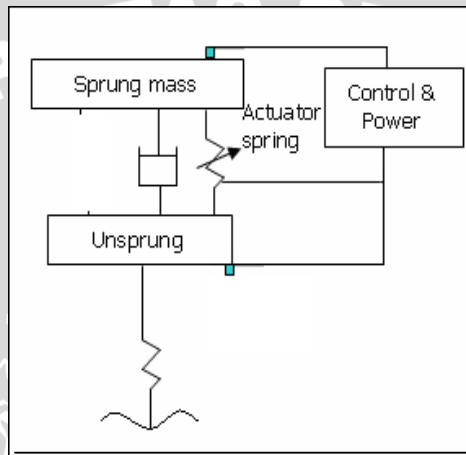
Gambar 2.1 Sistem suspensi

Sumber : [http : //www.Edmunds.com](http://www.Edmunds.com), (diakses pada September 2009)

Tugas dari sistem suspensi adalah untuk menjamin kenyamanan berkendara dan menjaga kontak roda (ban) dengan permukaan jalan yang bervariasi pada saat lurus maupun belok, sistem suspensi harus dapat meredam getaran dan kejutan akibat kekasaran serta ketidakrataan jalan. Peredam diusahakan dapat menyerap getaran dan kejutan sebelum mencapai bodi kendaraan beserta penumpang. Sistem suspensi juga meminimalkan osilasi dari kendaraan serta meningkatkan kualitas pengendalian.

2.3.1 Suspensi Aktif

Pada saat berjalan kedudukan roda akan selalu bergerak naik turun mengikuti profil jalan. Bodi kendaraan idealnya diinginkan selalu berada dalam posisi rata. Sistem suspensi aktif dapat mengatur kesesuaian antara ketinggian yang diinginkan dan kondisi jalan. Sistem suspensi aktif bekerja meminimalkan getaran dan meredam kejutan sehingga kendaraan akan nyaman dikendarai baik dalam kecepatan rendah maupun pada kecepatan tinggi. Pada percepatan dan perlambatan kendaraan, *pitch* kedepan/ belakang dan *rolling* saat belok serta gaya aerodinamis diatasi dengan mengatur gaya peredaman pada sistem suspensi.

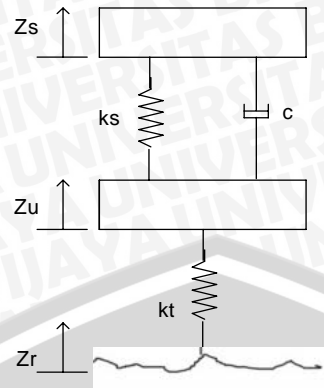


Gambar 2.2 Konsep sebuah sistem suspensi aktif
Sumber : J.Y. Wong, 1998, "Theory Of Ground Vehicles"

Dari gambar ditunjukkan konsep pada sistem suspensi aktif kondisi operational kendaraan yang dimonitor oleh sensor yang dipasang pada masa kendaraan, sebagai kontrol ketinggian sprungmass dari permukaan jalan maka dengan sistem suspensi aktif didapatkan tinggi yang relatif konstan meskipun terjadi perubahan pembebanan.

2.3.2 Suspensi Pasif

Suspensi pasif terdiri dari komponen pasif, yaitu pegas dan peredam, yang mana tidak ada energi dari luar yang mempengaruhinya. Gambar suspensi pasif dengan model kendaraan seperempat dapat dilihat dibawah ini :



Gambar 2.3 Model Sistem Suspensi Pasif kendaraan
 Sumber : <http://www.hasthouns.ac.id>, (diakses pada Maret 2010)

Keterangan :

- Z_s : perpindahan massa kendaraan (m)
 Z_u : perpindahan massa ban (m)
 Z_r : perpindahan akibat gangguan permukaan jalan (m)
 k_s : koefisien kekakuan sprungmass ($kg.s.m^{-1}$)
 k_t : koefisien kekakuan unsprungmass ($kg.s.m^{-1}$)
 c : koefisien peredam ($kg.s.m^{-1}$)

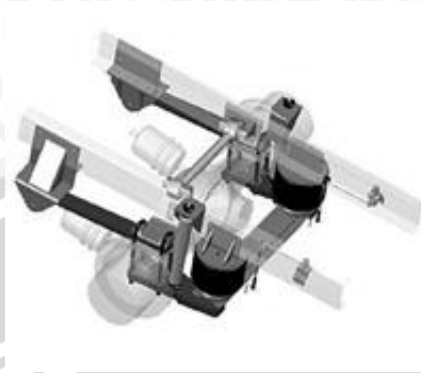
Sistem suspensi ini sprung mass kendaraan ditahan oleh sebuah pegas dan shockabsorber pada tiap-tiap rodanya, dimana sistem suspensi tersebut didukung oleh gandar dan roda (*unsprung mass*) sebagai input yang akan ditahan.

2.4 Suspensi Udara (Air Suspension)

Air suspension, adalah suspensi dengan bantalan udara digunakan sebagai pengganti fungsi per. Sistem suspensi ini menggunakan udara sebagai fluida kerjanya dan bekerja sebagai shock absorber. Awalnya, sistem ini diperkenalkan oleh General Motors (Bus) sekitar tahun 1958. Berkat adanya bantalan udara, tekanan *air spring* dapat diatur sesuai bobot terhadap ketinggian kendaraan. Pada umumnya sistem suspensi udara menerapkan sistem yang terhubung antara tiap suspensi sehingga sering disebut sistem suspensi terhubung.

Sistem suspensi udara ini menggunakan *air spring* sebagai sistem pegasnya. Suspensi udara memanfaatkan sifat udara yang dapat bersifat sebagai pegas, dan menggunakan katup untuk mengontrol laju fluida yang masuk dan keluar *air spring*. Secara umum sebuah sistem suspensi udara akan memiliki komponen utama seperti :

- Pegas, dapat berupa tipe *bellow*
- Katup yang berfungsi mengontrol laju fluida yang masuk dan keluar *air spring*
- Alat pengontrol ketinggian



Gambar 2.4 Bus Air Suspension

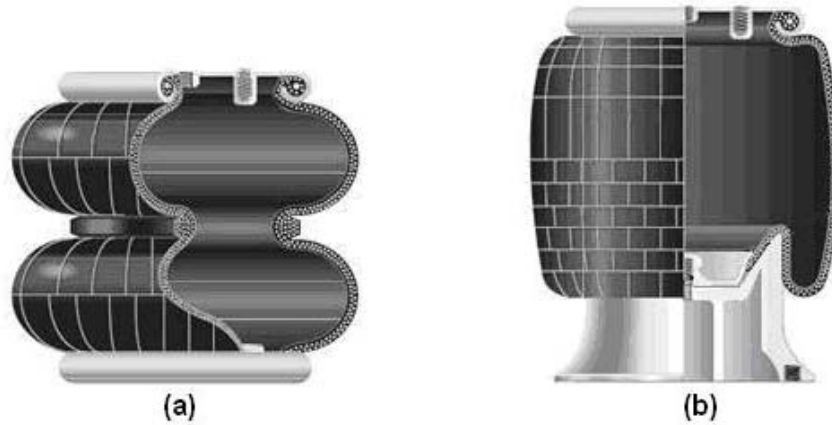
Sumber : <http://www.gasgoo.com>, (diakses Februari 2010)

Pegas jenis *bellow* merupakan jenis kantong berisi udara, gas atau fluida lain yang terbungkus dengan kuat sehingga sering juga disebut air bag. Pada gambar 2.5 dapat dilihat pegas ini memiliki dua belitan. Selubung yang membentuk belitan biasanya terbuat dari material karet yang diperkuat dengan serat nilon. Pada bagian atas dan bawah selubung terdapat pelat logam untuk tempat pembebanan dan katup udara masuk. Dalam menggunakan pegas tipe *bellow*, dibutuhkan perangkat tambahan berupa damper untuk membantu efek redaman dari fluida dalam *bellow*.

Komponen alat pengontrol ketinggian berfungsi mengontrol masuknya fluida dari tangki menuju *bellow*. Alat ini terdiri dari katup yang terhubung dengan lengan mekanik. Cara kerja dari alat pengontrol ketinggian secara sederhana yaitu jika beban berat dikenakan, lengan mekanik yang terhubung dengan katup akan terdorong ke dalam karena ketinggiannya berkurang. Akibatnya katup masuk akan terbuka sementara katup keluar tertutup sehingga fluida bertekanan tinggi akan masuk menuju pegas sampai lengan mekanik yang terhubung dengan katup kembali ke posisi yang semestinya.

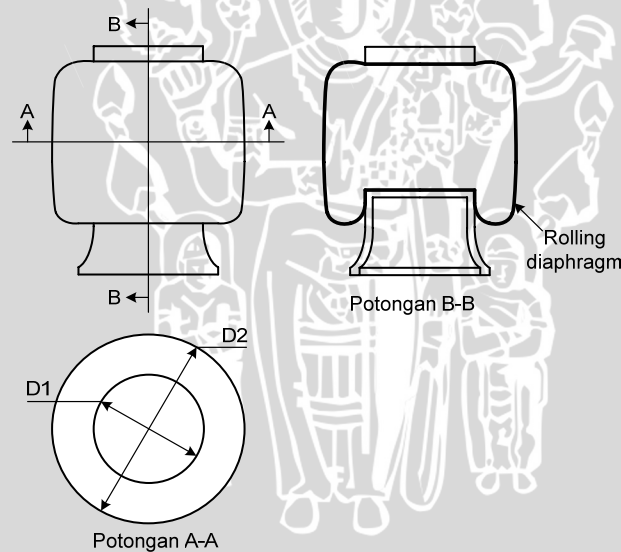
2.5 Jenis *air spring*

Secara garis besar terdapat dua tipe *air spring* yaitu tipe bellows atau convoluted *air spring* dan tipe rolling diaphragm springs atau reversible sleeve *air spring* seperti pada gambar 2.5.



Gambar 2.5 : (a) Convoluted air spring, (b) Reversible sleeve air spring firestone
 Sumber : Marco Wilfried Holtz, (2007:7)

Setiap tipe dari air spring menggunakan lapisan khusus dan memberikan kekakuan yang berbeda dikarenakan geometri dan komposisi material. Dan terdapat banyak ukuran dan konfigurasi yang tersedia untuk setiap tipe. Air spring yang digunakan untuk bus yaitu tipe rolling diaphragm springs.



Gambar 2.6 Air spring dengan tampilan potongan
 Sumber : Marco Wilfried Holtz, (2007:18)

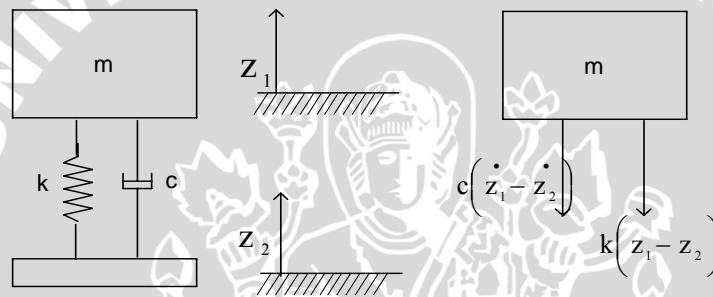
Menurut (Marco Wilfried Holtz , tahun 2007) luasan efektif air spring dihitung dengan diameter piston air spring yaitu $D1$ sedangkan $D2$ merupakan diameter luar air spring. Luasan diatas air spring yang memberikan aksi tekanan dalam menahan gaya beban yaitu kira-kira luas piston ditambah dengan setengah luas diameter dalam dan diameter luar. Luasan tersebut ditentukan dengan persamaan:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2 + \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) / 2, \text{ dengan } A_{\text{ring}} = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) \quad (2.1)$$

$$A_1 = \frac{\pi}{8} (D_1^2 + D_2^2) \quad (2.2)$$

2.6 Komponen Utama Sistem Dinamis

Pada setiap struktur yang elastis secara linear yang dikenakan beban dinamik mempunyai sifat-sifat penting meliputi : massa, kekakuan (sifat elastik), mekanisme kehilangan energi (peredaman) dan sumber luar eksitasi (pembebanannya). Model yang paling sederhana dari suatu derajat kebebasan (*single degree of freedom*) ditunjukkan pada gambar di bawah ini :



Gambar 2.7 Sistem yang dieksitasikan oleh gerak titik penopang
 Sumber : William T. Thomson, 1986, “ Teori Getaran Dengan Penerapan”

Elemen-elemennya terdiri dari m,k, dan c. Perpindahan absolut massa (m) adalah z_1 dan z_2 , sehingga perpindahan relatif massa (m) adalah $Z = z_1 - z_2$. Sehingga persamaan differensial yang mengatur gerakan massa (m) yaitu :

$$m\ddot{Z} = -k(z_1 - z_2) - c(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) \quad (2.3)$$

Substitusi $Z = z_1 - z_2$ dan turunannya ke dalam persamaan 2.3, diperoleh :

$$m(\ddot{Z} + \ddot{z}_2) = -kZ - c\dot{Z} \quad (2.4)$$

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + kZ = -m\ddot{z}_2 \quad (2.5)$$

2.7. Gaya Eksitasi Jalan

Getaran paksa yang terjadi pada bodi kendaraan sering terjadi disebabkan oleh kondisi jalan yang tidak rata. Eksitasi jalan merupakan gaya pengganggu pada suspensi kendaraan yang berpengaruh terhadap getaran yang dirasakan. Kondisi dari profil jalan yang diasumsikan sebagai fungsi harmonik sebagai berikut :

Frekuensi jalan:

$$f = \frac{V}{3.6 \cdot \lambda} \quad (\text{W.T. Thomson, 1995: 19}) \quad (2.6)$$

Frekuensi sudut gelombang jalan:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (\text{W.T. Thomson, 1995: 19}) \quad (2.7)$$

Persamaan gelombang jalan

$$Z_e = Z \cdot \sin \omega t \quad (2.8)$$

Keterangan : v = kecepatan kendaraan (km/jam)

λ = panjang gelombang jalan (m)

Z = amplitudo gelombang jalan (m)

dari persamaan gelombang jalan tersebut maka gaya eksitasi jalan ditulis sebagai berikut :

$$F(t) = k \cdot Z_e(t)$$

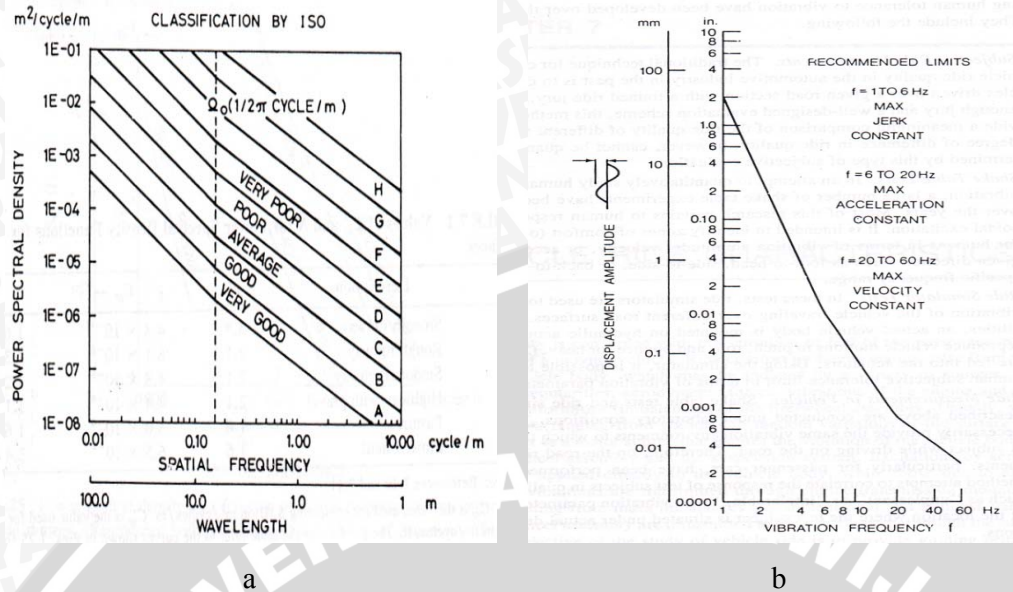
Panjang gelombang dicari dengan memilih kelas jalan *very poor* (E) dengan alasan kondisi jalan ini akan berpengaruh terhadap kestabilan kendaraan.

Tabel 2.1. Klasifikasi kekasaran permukaan jalan menurut ISO

Road Class	Degree of Roughness $S_g(\Omega_0), 10^{-6} \text{ m}^2/\text{cycles/m}$	
	Range	Geometric Mean
A (Very Good)	< 8	4
B (Good)	8-32	16
C (Average)	32-128	64
D (Poor)	128-512	256
E (Very Poor)	512-2048	1024
F	2048-8192	4096
G	8192-32,768	16384
H	> 32,768	

Sumber: J.Y.Wonk, (1978: 383)

Dengan menggunakan tabel tersebut di atas diperoleh nilai *power spectral density* untuk jalan kelas E. nilai ini kemudian diplotkan ke gambar 2.8 a untuk mendapatkan panjang gelombang dan ke gambar 2.8 b untuk mendapatkan amplitudonya.



Gambar 2.8. Klasifikasi kekerasan permukaan jalan menurut ISO
 Sumber : J.Y. Wong, 1998, "Theory Of Ground Vehicles"

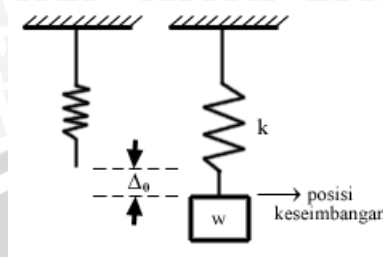
2.8 Getaran

Getaran dapat diartikan sebagai wujud osilasi dari sebuah sistem mekanis yang dapat menyebabkan frekuensi dan amplitudo. Getaran pada mesin dan konstruksi perlu dianalisa dan dikendalikan untuk menghindari efek yang tidak diinginkan. Getaran yang berlebihan juga dapat menyebabkan kerusakan (retak pada elemen mesin) dan kebisingan. Gerakan getaran dapat berupa gerakan beraturan dan berulang secara kontinyu atau dapat berupa gerakan tidak beraturan atau acak. Getaran mekanis terjadi dibutuhkan minimal dua elemen pengumpul energi. Yang pertama adalah massa yang menyimpan energi kinetik dan yang kedua adalah alat elastik seperti pegas dan sebagainya yang menyimpan energi potensial. Kedua elemen ini disimbolkan m dan k yang mewakili elemen massa dan elemen elastik. Seperti sistem getaran sederhana yang ditunjukkan seperti gambar berikut :

Gambar 2.9 Sistem getaran sederhana
 Sumber : Harris Cyril M and Piersol Allan G ,2002:2

2.8.1 Getaran bebas tanpa redaman

Pada model yang paling sederhana redaman dianggap dapat diabaikan, dan tidak ada gaya luar yang mempengaruhi massa (getaran bebas).



Gambar 2.10 Getaran bebas tanpa redaman

Sumber : <http://hsutriyarso.blogspot.com/...ive.html>, diakses Maret 2010

Persamaan getarannya adalah :

$$m \ddot{x} + kx = 0 \tag{2.9}$$

Bila digerakkan, osilasi akan terjadi pada frekuensi natural

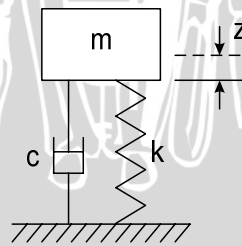
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.10}$$

keterangan :

- m = massa (kg)
- k = koefisien kekakuan ($kg.s.m^{-1}$)

2.8.2 Getaran bebas dengan redaman

Sistem getaran juga dapat mengalami hambatan atau resistensi oleh gesekan udara, peredaman serta dari elemen desipasi lainnya.



Gambar 2.11. Sistem satu derajat kebebasan dengan redaman

Sumber : Harris Cyril M and Piersol Allan G ,2002:2

Gambar 2.11 memiliki persamaan $m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0$. Bentuk persamaan dari sistem di atas bergantung dari besarnya nilai koefisien dari *viscositas damping* (c) dan besarnya menyamai nilai koefisien rasio peredaman ($c_c = \text{critical damping coefficient}$).

$$c_c = 2\sqrt{mk} \quad (\text{Harris Cyril M and Piersol Allan G, 2002 : 5}) \tag{2.11}$$

Banyaknya sistem teknik selama bergerak getarannya mengalami gesekan atau tahanan dalam bentuk peredaman. Peredaman dalam berbagai bentuk seperti peredaman udara, gesekan fluida dan peredam magnetis. Pada dasarnya peredam akan menghambat gerakan dan menyebabkan osilasi hilang. Suatu sistem getaran akan disebut teredam bila ada alat yang memindahkan energi keluar sistem yang dapat berupa peredam. Pada sistem teredam, perbandingan antara konstanta redaman dengan harga kritisnya adalah suatu parameter tanpa dimensi yang mewakili ukuran dari harga redaman sistem. Perbandingan ini disebut faktor redaman dan disimbolkan dengan ζ untuk sistem pegas-massa-peredam, pada kasus ini

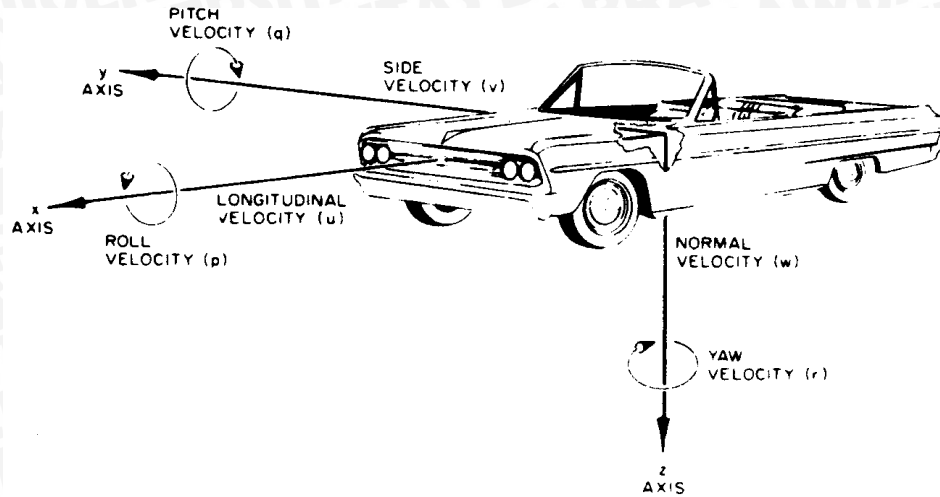
$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (\text{Rao Singeresu B, 2004: 19}) \quad (2.12)$$

Damping ratio merupakan suatu parameter yang digunakan untuk menentukan sistem getaran mengalami bentuk redaman berlebih, kurang atau teredam kritis. Tiga permasalahan khusus dari getaran bebas teredam adalah :

1. *overdamp system* ($\zeta > 1$) : getaran tidak teredam sempurna dengan gerakan berosilasi dengan amplitudo berkurang setiap saat.
2. *critically damped system* ($\zeta = 1$) : getaran juga teredam namun osilasi yang terjadi hanya sementara dan dengan cepat menuju diam.
3. *underdamp system* ($\zeta < 1$) : disebut subkritis atau dibawah redaman kritis, dimana sistem tidak terjadi osilasi karena peredam. Gerakan harmonis dengan penurunan amplitudo.

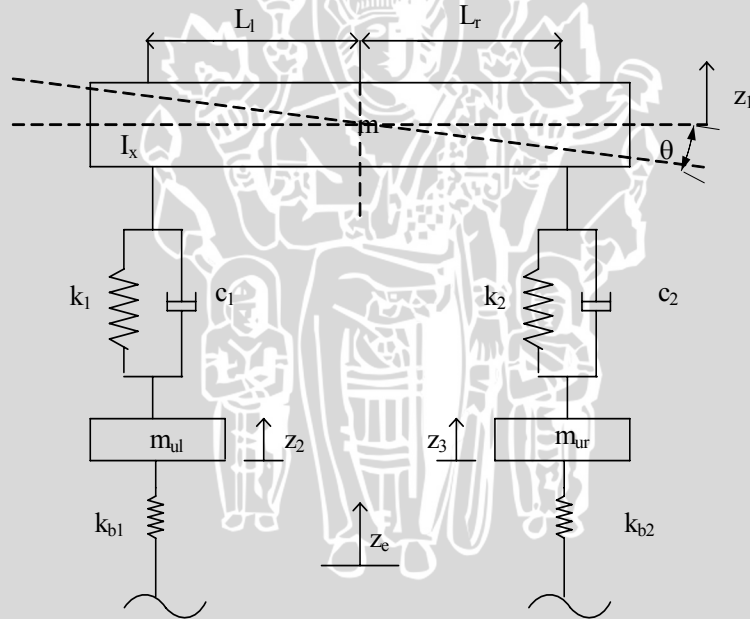
2.9. Model Analitis Kendaraan Pada Sumbu *Rolling*

Untuk memudahkan analisis dapat dilakukan penyederhanaan sistem menjadi sebuah model analitis. Dimana model analitis ini terdapat sejumlah asumsi untuk menyederhanakan sistem gambar dari model analitis dan parameter fisik yang diperlukan dalam analisa ini. Goncangan yang menyebabkan bodi kendaraan menyamping disebut *Rolling*.



Gambar 2.12 Sumbu gerakan kendaraan
 Sumber : <http://www.Claraty.com>, (diakses pada Maret 2010)

2.9.1. Model Analitis Kendaraan Untuk Getaran Pada Sumbu *Rolling* Suspensi Depan



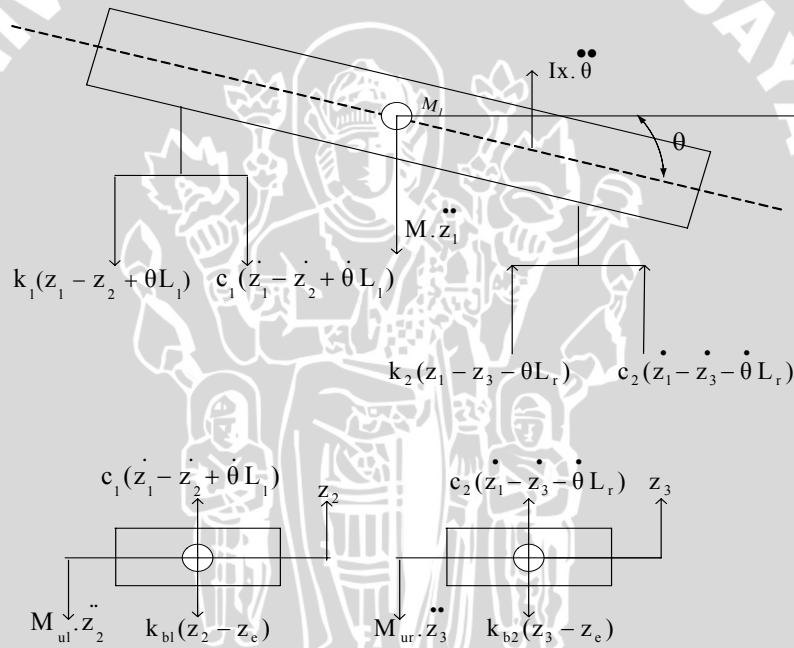
Gambar 2.13 Model analitis getaran kendaraan pada sumbu *rolling* suspensi depan
 Sumber : Sutjiatmo, Bambang, 2000:18

Keterangan gambar:

- I_x = momen inersia massa kendaraan terhadap sumbu *rolling*
- m = massa *sprung* termasuk muatan
- L_l = jarak titik tengah *track* depan ke *unsprung* depan kiri
- L_r = jarak titik tengah *track* depan ke *unsprung* depan kanan
- m_{ul} = massa *unsprung* depan bagian kiri

- m_{ur} = massa *unsprung* depan bagian kanan
- c_1 = konstanta *damper* depan bagian kiri
- c_2 = konstanta *damper* depan bagian kanan
- k_1 = kekakuan pegas depan kiri
- k_2 = kekakuan pegas depan kanan
- k_{b1} = kekakuan ban depan kiri
- k_{b2} = kekakuan ban depan kanan
- $z_1, z_2, z_3, z_e, \theta$ = koordinat bebas

Selanjutnya diturunkan persamaan matematis yaitu penurunan persamaan gerak sistem yang didasarkan pada model analitis yang telah dibuat. Gambar di bawah ini menunjukkan diagram benda bebas untuk masing-masing massa



Gambar 2.14 Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu rolling suspensi depan
 Sumber : Sutjiatmo, Bambang, (1989:24)

Persamaan gerak sistem dapat diturunkan berdasarkan diagram benda bebas masing-masing massa dan dituliskan sebagai berikut :

$$M \cdot \ddot{z}_1 + c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) + c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) + k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) = 0 \tag{2.13}$$

$$M_{ur} \cdot \ddot{z}_2 - c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) - k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) + k_{b1} (z_2 - z_e) = 0 \tag{2.14}$$

$$M_{ur} \cdot \ddot{z}_3 - c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) - k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) + k_{b2} (z_3 - z_e) = 0 \quad (2.15)$$

$$I_x \cdot \ddot{\theta} + c_1 L_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) - c_2 L_r (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 L_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) - k_2 L_r (z_1 - z_3 + \theta L_r) = 0 \quad (2.16)$$

Dari model persamaan gerak dalam matrik seperti di bawah ini :

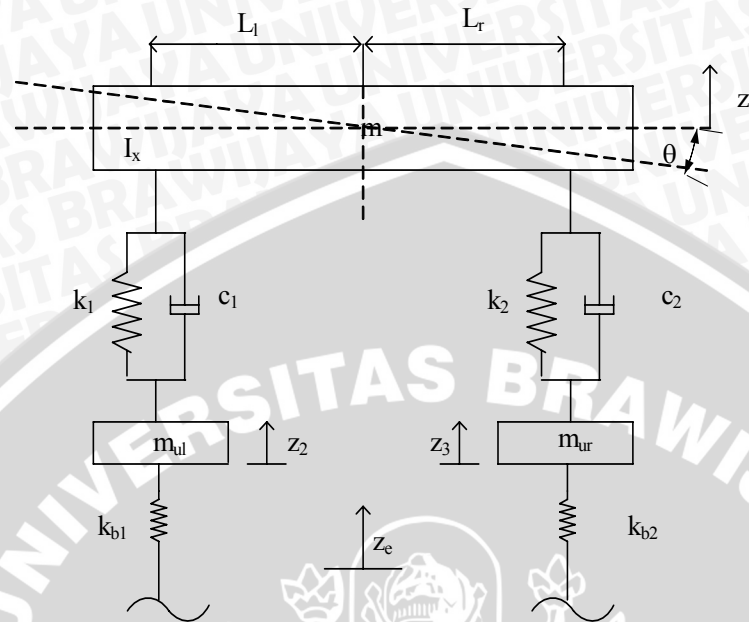
$$[M] \left\{ \ddot{Z} \right\} + [C] \left\{ \dot{Z} \right\} + [K] \{ Z \} = \{ F \} \quad (2.17)$$

maka persamaan matematis di atas dapat diubah ke dalam bentuk matrik, sehingga :

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{ul} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_1 & -k_2 & k_1 L_1 - k_2 L_r \\ -k_1 & k_1 + k_{b1} & 0 & -k_1 L_1 \\ -k_2 & 0 & k_2 + k_{b2} & k_2 L_r \\ k_1 L_1 - k_2 L_r & -k_1 L_1 & k_2 L_r & k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_{b1} \cdot Z_e \\ k_{b2} \cdot Z_e \\ 0 \end{Bmatrix}$$



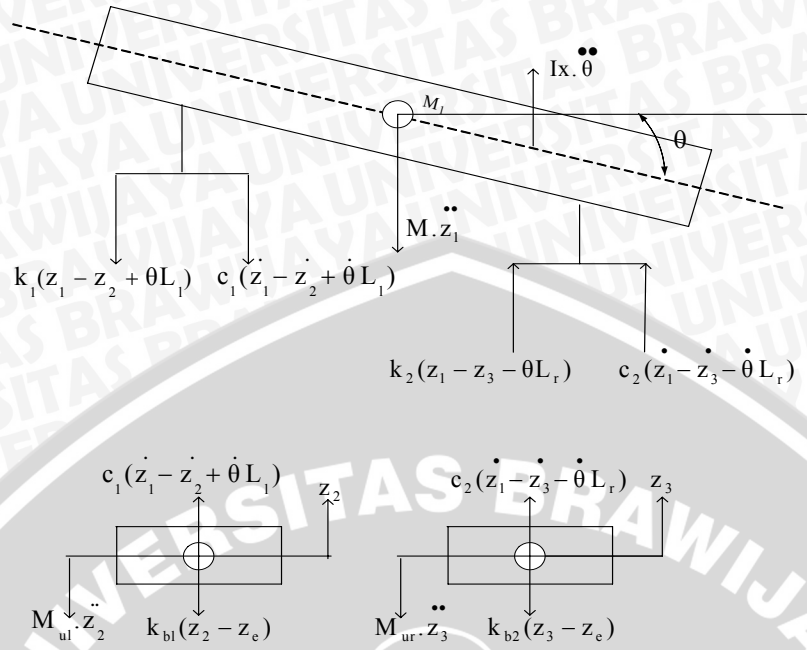
2.9.2. Model Analitis Kendaraan Untuk Getaran Pada Sumbu *Rolling* Suspensi Belakang



Gambar 2.15 Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu rolling suspensi belakang
 Sumber : Sutjiatmo, Bambang, (1989:24)

Keterangan gambar:

- I_x = momen inersia massa kendaraan terhadap sumbu *rolling*
- m = massa *sprung* termasuk muatan
- L_l = jarak titik tengah *track* belakang ke *unsprung* belakang kiri
- L_r = jarak titik tengah *track* belakang ke *unsprung* belakang kanan
- m_{ul} = massa *unsprung* belakang bagian kiri
- m_{ur} = massa *unsprung* belakang bagian kanan
- c_1 = konstanta *damper* belakang bagian kiri
- c_2 = konstanta *damper* belakang bagian kanan
- k_1 = kekakuan pegas belakang kiri
- k_2 = kekakuan pegas belakang kanan
- k_{b1} = kekakuan ban belakang kiri
- k_{b2} = kekakuan ban belakang kanan
- $z_1, z_2, z_3, z_e, \theta$ = koordinat bebas



Gambar 2.16 Diagram benda bebas untuk getaran pada sumbu rolling suspensi depan
 Sumber : Sutjiatmo, Bambang, (1989:24)

Persamaan gerak sistem dapat diturunkan berdasarkan diagram benda bebas masing-masing massa dan dituliskan sebagai berikut :

$$M \cdot \ddot{z}_1 + c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) + c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) + k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) = 0 \quad (2.18)$$

$$M_{uf} \cdot \ddot{z}_2 - c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_f) - k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_f) + k_{bl} (z_2 - z_e) = 0 \quad (2.19)$$

$$M_{ur} \cdot \ddot{z}_3 - c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) - k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) + k_{b2} (z_3 - z_e) = 0 \quad (2.20)$$

$$I_x \cdot \ddot{\theta} + c_1 L_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) - c_2 L_r (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 L_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) - k_2 L_r (z_1 - z_3 + \theta L_r) = 0 \quad (2.21)$$

Dari model persamaan gerak dalam matrik seperti di bawah ini :

$$[M] \left\{ \ddot{Z} \right\} + [C] \left\{ \dot{Z} \right\} + [K] \{ Z \} = \{ F \} \quad (2.22)$$

maka persamaan matematis di atas dapat diubah ke dalam bentuk matrik, sehingga :

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{ul} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}_1 \\ \ddot{Z}_2 \\ \ddot{Z}_3 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_1 & -k_2 & k_1 L_1 - k_2 L_r \\ -k_1 & k_1 + k_{b1} & 0 & -k_1 L_1 \\ -k_2 & 0 & k_2 + k_{b2} & k_2 L_r \\ k_1 L_1 - k_2 L_r & -k_1 L_1 & k_2 L_r & k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_{b1} \cdot Ze \\ k_{b2} \cdot Ze \\ 0 \end{Bmatrix}$$

2.10. Analisa Nilai Eigen dan Frekuensi Natural

Berdasarkan persamaan gerak untuk MDOF, apabila persamaan matrik $\{f\}$ pada ruas kanan persamaan (2.22) bernilai nol, maka persamaan yang dibentuk merupakan persamaan getaran bebas. Kemudian dengan mengasumsikan sistem bergerak tanpa redaman yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[M] \cdot \ddot{\{Z\}} + [K] \cdot \{Z\} = 0 \tag{2.23}$$

dalam persamaan ini vektor Z hanya mengandung peralihan titik nodal bebas sehingga:

$$\{Z\} = \{a_i\} \sin(\omega t - \alpha) \quad \text{dengan: } i = 1, 2, \dots, n \tag{2.24}$$

diturunkan 2 kali terhadap t maka didapat persamaan:

$$\ddot{Z} = -\omega^2 \{a_i\} \sin(\omega t - \alpha) \tag{2.25}$$

dimana a_i , n , dan ω adalah vektor amplitudo gerak dari koordinat ke- i , jumlah derajat kebebasan, dan frekuensi sudut.

Substitusi persamaan (2.24), (2.25) ke (2.23) memberikan

$$-\omega^2 \{a\} [M] \sin(\omega t - \alpha) + [K] \{a\} \sin(\omega t - \alpha) = 0$$

diatur kembali dalam besaran matriks

$$[[K] - \omega^2 [M]] \{a\} = 0 \tag{2.26}$$

jika didefinisikan $\lambda = \omega^2$, maka persamaan (2.26) dapat ditulis

$$[[K] - \lambda [M]] \{a\} = 0 \tag{2.27}$$

dengan λ dan $\{a\}$ adalah *eigenvalue* dan *eigenvector* dari persamaan gerak.

Penyelesaian nilai eigen akan didapat jika $\{a\} = 1$, maka didapat persamaan karakteristik yang determinan matrik $\{a\} = 1$ sehingga

$$\det[[K] - \lambda[M]] = 0 \tag{2.28}$$

didapatkan

$$(\Lambda - \lambda_i I) X_i = 0 \tag{2.29}$$

Masing-masing nilai eigen mendefinisikan sebuah mode getaran bebas struktur.

Nilai eigen ke-i dihubungkan dengan frekuensi natural ke-i sebagai berikut:

$$\omega_i = (\lambda)^{0.5} \tag{2.30}$$

2.11. Analisa modal

Analisa modal adalah suatu pendekatan alternatif untuk menghitung respon frekuensi struktur. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. Jika $[M]$ simetris maka disebut simetrik *eigenvalue* problem. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.22)

Untuk mereduksi persamaan (2.22) digunakan transformasi sesuai dengan penyelesaian pendekatan modal analisis $Z = M^{-0.5} \cdot q$ kemudian dikalikan $M^{-0.5}$ sehingga menjadi:

$$[I] \left\{ \ddot{q} \right\} + [M]^{-0.5} \cdot [C] \cdot [M]^{-0.5} \left\{ \dot{q} \right\} + [M]^{-0.5} \cdot [K] \cdot [M]^{-0.5} \left\{ q \right\} = [M]^{-0.5} \left\{ F \right\} \tag{2.31}$$

atau

$$[I] \cdot \left\{ \ddot{q} \right\} + [\tilde{C}] \cdot \left\{ \dot{q} \right\} + [\tilde{K}] \cdot \left\{ q \right\} = [M]^{-0.5} \left\{ F \right\} \tag{2.32}$$

Matrik vektor eigen digunakan untuk mengubah persamaan gerak *couple* menjadi *decouple* yang memiliki variabel *couple* independen melalui *decoupling transformation*.

$$\left\{ q \right\} = \left\{ Q \right\} \cdot \left\{ r \right\}$$

dengan turunannya :

$$\left\{ \dot{q} \right\} = \left\{ Q \right\} \cdot \left\{ \dot{r} \right\}; \left\{ \ddot{q} \right\} = \left\{ Q \right\} \cdot \left\{ \ddot{r} \right\}$$

dan disubstitusikan ke persamaan gerak couple yang dikalikan dengan $\{Q\}^T$ didapat:

$$\{Q\}^T \cdot \{Q\} \cdot \{\ddot{r}\} + \{Q\}^T \cdot [\tilde{C}] \cdot \{Q\} \{\dot{r}\} + \{Q\}^T \cdot [\tilde{K}] \cdot \{Q\} \{r\} = \{Q\}^T \cdot [M]^{-0.5} \cdot \{F\} \quad (2.33)$$

dengan: $\{Q\}^T \{Q\} = I$, matriks identitas

$$\{Q\}^T \cdot [\tilde{K}] \cdot \{Q\} = \Lambda, \text{ matrik diagonal dengan elemen nilai eigen}$$

$$\{Q\}^T \cdot [M]^{-0.5} \cdot \{F\} = [F], \text{ matriks gaya}$$

Matrik [C] dapat didefinisikan menggunakan asumsi redaman sebanding. Asumsi redaman sebanding ini akan memudahkan pemodelan sistem getaran dari segi matematika, oleh karena itu matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.34)$$

Selanjutnya persamaan diatas ditransformasikan ke persamaan (2.31) *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F \quad (2.35)$$

persamaan diatas diselesaikan yang hasilnya terdiri dari persamaan homogen dan particular, kemudian untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$

2.12. Analisis Gaya dan Kekakuan Pegas

Untuk menentukan gaya yang akan diterima oleh pegas udara harus pada tekanan absolut, karena mempengaruhi luasan efektif kantong udara (A_e):

$$A_e = \frac{\text{beban}}{\text{tekanan}} \quad (\text{Presthus Malin, 2002:15}) \quad (2.36)$$

sehingga didapatkan besarnya gaya vertikal dengan :

$$p = p_g + p_a \quad (\text{Presthus Malin, 2002:16}) \quad (2.37)$$

$$F_x = p_g \cdot A_e \quad (\text{Presthus Malin, 2002:16}) \quad (2.38)$$

gabungan dari luasan efektif dan perubahan tekanan menghasilkan simpangan pada pegas dan menentukan kekakuan pegas. Untuk kekakuan dinamik dapat diperoleh dengan :

$$K_{x,dyn} = \frac{dp}{dx} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot A_e^2 + p_g \cdot \frac{dA_e}{dx} \quad (\text{Presthus Malin, 2002:16}) \quad (2.39)$$

jika perubahan defleksi pada luasan efektif kantong udara kecil atau luasan efektif tetap maka konstanta kekakuan dapat diasumsikan dengan,

$$K_{x,dyn} = \frac{dp}{dx} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot A_e^2 \quad (\text{Presthus Malin, 2002:17}) \quad (2.40)$$

keterangan : γ = rasio panas spesifik $c_p/c_v = 1.4$

A_e = luasan efektif (m^2)

V = volume (m^3)

F_z = gaya vertikal (N)

$K_{z,dyn}$ = kekakuan dinamik pegas vertikal (N/m)

p = tekanan absolut (Pa)

p_g = tekanan terukur (Pa)

p_a = tekanan atmosfer (Pa)

C adalah konstanta peredaman udara pada pegas udara, yang dapat ditentukan dengan

$$C = R_f \cdot A_e^2 \cdot \rho_0 \cdot g = \frac{0,123}{d_s^3} \cdot A_e^2 \cdot \rho_0 \cdot g \quad (\text{Presthus Malin, 2002:21}) \quad (2.41)$$

keterangan : d_s = diameter saluran (*orifice*) (m)

g = kecepatan gravitasi (m/s^2)

A_e = luasan efektif (m^2)

R_f = koefisien hambatan aliran

ρ = massa jenis udara (kg/m^3)

2.13. Pengaruh *Damping Ratio* Terhadap Gerakan Bebas

Damping ratio akan memengaruhi terjadinya amplitudo respon maksimum pada gerakan bebas. *Damping ratio* juga akan mempengaruhi periode gerakan dan juga waktu untuk kembali ke titik normal. Hal ini ditunjukkan pada gambar 2.17, di mana persamaan dari kurva-kurva tersebut telah diplot terhadap ωt sehingga perbandingannya dapat dilihat. Persamaan kurva – kurva tersebut sebagai berikut :

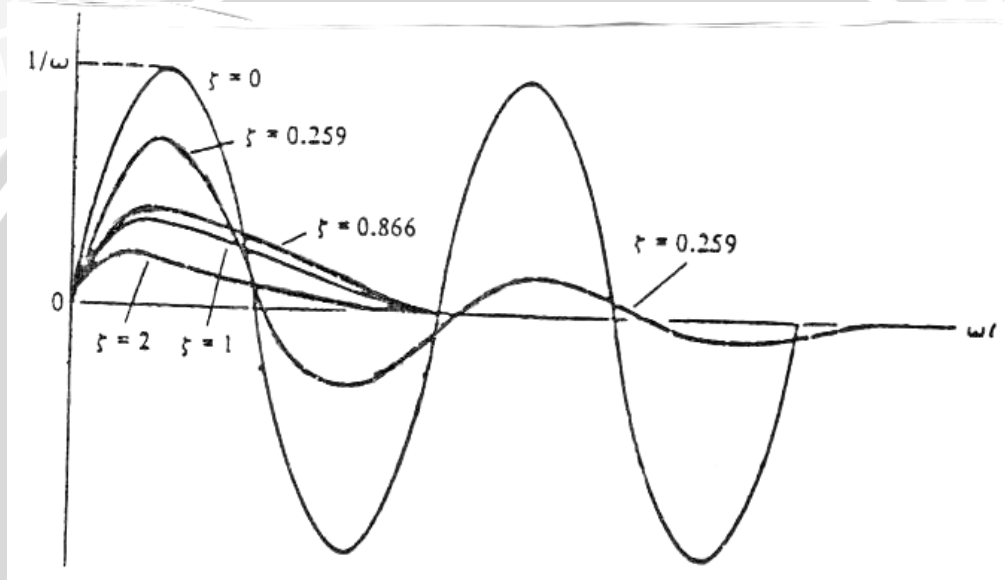
$$z = \frac{1}{\omega} \sin \omega t \quad \text{untuk } \zeta = 0 \quad (\text{Robert K. Vierck, 1995:69}) \quad (2.42)$$

$$z = \frac{e^{-\zeta \omega t}}{\omega \sqrt{1-\zeta^2}} \sin \sqrt{1-\zeta^2} \omega t \quad \text{untuk } \zeta < 1 \quad (\text{Robert K. Vierck, 1995:69}) \quad (2.43)$$

$$z = te^{-\omega t} \quad \text{untuk } \zeta = 1 \quad (\text{Robert K. Vierck, 1995:69}) \quad (2.44)$$

$$x = \frac{e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega t} - e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega t}}{2\omega \sqrt{\zeta^2 - 1}} \sin \sqrt{1-\zeta^2} \omega t \quad \text{untuk } \zeta > 1 \quad (\text{Robert K. Vierck, 1995:69}) \quad (2.45)$$

Redaman berpengaruh terhadap pengurangan amplitudo gerakan. Redaman juga mengurangi waktu terjadinya amplitudo maksimum (Robert : 1995, 71). Dari gambar 2.17 terlihat bahwa untuk $\zeta = 0$, amplitudo respon maksimumnya tertinggi dibanding kurva faktor peredam yang lain. Dari gambar juga dapat dilihat dengan meningkatnya harga ζ , harga amplitudo maksimum akan menurun. Kemudian dapat juga dilihat meningkatnya harga faktor redaman akan mengurangi waktu terjadinya amplitudo maksimum.



Gambar 2.17 Kurva gerakan respon getaran akibat harga *damping ratio*
Sumber : Robert K. Vierck, "Analisis Getaran"

Di sisi lain, pada gambar terlihat perpotongan pertama kurva dengan sumbu ωt menunjukkan waktu yang dibutuhkan untuk kembali ke titik normal. Terbukti bahwa waktu yang dibutuhkan untuk kembali ke titik normal akan menjadi yang terkecil untuk $\zeta = 0$ dan meningkatnya harga ζ menjadikan waktu yang dibutuhkan kembali ke titik normal akan semakin membesar. Dari sini terlihat bahwa redaman akan meningkatkan waktu yang dibutuhkan kembali ke titik normal.

Demikian juga periode gerakan teredam akan lebih besar dari yang tidak teredam, dan pengaruh ini menguat dengan meningkatnya harga redaman. Hal ini teramati dari persamaan periode gerakan teredam pada gambar 2.17. Dari gambar terlihat bahwa periode gerakan akan membesar seiring meningkatnya harga ζ .

Untuk sistem dengan redaman kecil, kurva gerakan cukup dekat ke kurva gerakan sistem tak teredam. Dan bila redaman meningkat, pengaruhnya akan membesar. Bila ζ mencapai harga satu, puncak pertama akan bergeser ke kiri di bawah sistem tanpa damping dan titik potong pertama bergeser ke kanan. Bila redaman kritis tercapai, puncak pertama akan bergeser jauh ke kiri dan kurva gerakan tidak memotong sumbu wt . Kedua efek ini membesar untuk harga redaman di atas redaman kritis. Dalam kasus ini, perlu dicatat bahwa pembalikan terjadi lambat sekali, sehingga kurvanya memotong kurva untuk redaman kritis.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode penelitian analisa (*analysis research*), yaitu melakukan pengamatan untuk mencari data sebab-akibat dalam suatu proses melalui pengamatan. Dengan metode analisis tersebut diharapkan didapatkan tekanan *air springs* yang menghasilkan respon getaran yang baik pada saat *air suspension bus* melakukan gerakan *rolling*.

3.2. Metode Yang Digunakan

1. Studi Literatur

Untuk mendukung penelitian ini maka dilakukan studi literatur untuk mendapatkan sumber-sumber pustaka yang mempelajari hal-hal yang berhubungan dengan penelitian yang akan dilakukan sehingga dapat menguatkan dalam pengambilan hipotesa serta memperjelas hasil penelitian berkaitan dengan penelitian ini berasal dari jurnal internet dan referensi buku.

2. Observasi Lapangan

Observasi lapangan dilakukan untuk studi terhadap kendaraan dan peralatan-peralatan yang diperlukan dalam penelitian selain itu juga mengambil data untuk proses analisa yang akan dilakukan.

3.3. Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di PT. ADI PUTRO WIRASEJATI Malang. Adapun waktu pelaksanaannya yaitu pada bulan Februari 2010.

3.4. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

1. Variabel bebas

Merupakan variabel yang besarnya ditentukan oleh peneliti dan besarnya tidak dipengaruhi variabel lainnya. Variabel bebas dalam analisa ini adalah variasi besar tekanan *air spring* yang di pilih yaitu, 5.5 bar, 6.5 bar, 7 bar, dan 8 bar.

2. Variabel terikat

Merupakan variabel yang besarnya akan berubah terhadap variabel bebas jika terdapat hubungan diantara keduanya. Variabel terikat yang digunakan dalam analisa ini adalah :

- Nilai *damping ratio*
- Amplitudo respon saat gerakan *rolling*
- Waktu untuk mencapai kesetabilan akibat peredaman

3. Variabel tetap

Variabel tetap adalah variabel yang nilainya tetap pada saat penelitian dilakukan.

Variabel tetap yang digunakan adalah :

- Ukuran dimensi (luas area horisontal) kantong pegas udara
- Temperatur fluida yaitu 30°C

3.5. Prosedur Analisa

Tahapan analisa untuk mengetahui pengaruh perubahan tekanan *air spring* sebagai peredam pada sistem *air suspension* adalah sebagai berikut :

1. Studi literatur

Mempelajari tentang referensi mengenai dasar-dasar analisa getaran, respon getaran dan gaya eksitasi yang ditimbulkan oleh adanya ketidakrataan jalan.

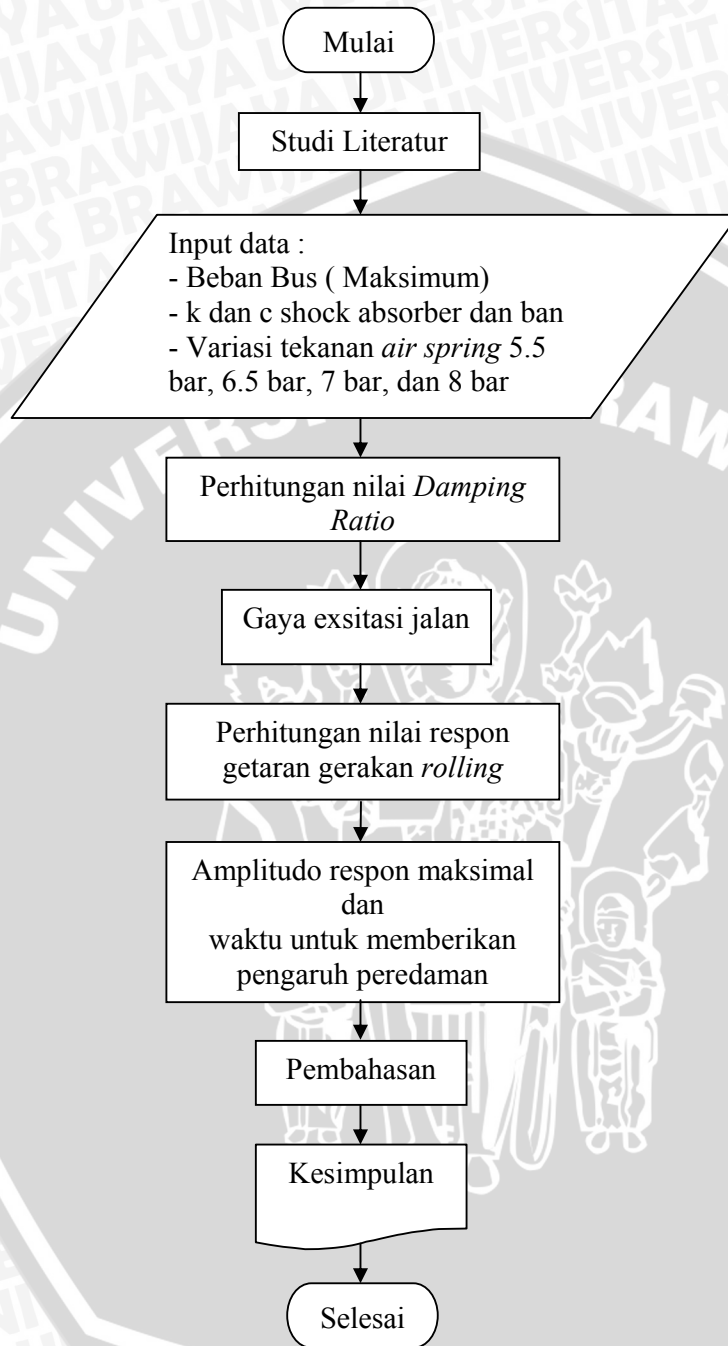
2. Pembahasan

Analisa dan pembahasan tentang pengaruh tekanan *air spring* terhadap *damping ratio* dan respon getaran dari sistem suspensi udara.

3. Kesimpulan

Dari hasil analisa ini diharapkan mendapatkan kesimpulan bahwa tekanan *air spring* mempengaruhi karakteristik dan respon getaran pada sistem *air suspension* bus.

3.6. Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Perhitungan

Data yang digunakan adalah data yang didapat dari PT.German Motor Indonesia berupa spesifikasi kendaraan, serta data yang diperoleh dari literatur.

Adapun spesifikasi bus HINO RK260 adalah:

1. Dimensi kendaraan

• Panjang total	: 11,270 m
• Lebar bus	: 2,455 m
• Tinggi bus dari landasan	: 3,265 m
• Jarak poros / <i>wheel base</i> (L).....	: 6,000 m
• Jarak pijak depan / <i>track</i> depan (T_f).....	: 2,040 m
• Jarak pijak belakang / <i>track</i> belakang (T_r).....	: 2,455 m
• Julur depan	: 2,200 m
• Julur belakang	: 3,000 m
• Jarak terendah dari landasan	: 0,270 m
• Massa total kendaraan beserta muatan maksimum (M_t)	: 16000 kg
• Massa badan bus beserta orang dan barang (M_b).....	: 6000 kg
• Jarak titik berat W_b ke pijakan depan (S_b)	: 3,098 m
• Tinggi titik berat W_b ke landasan (h_b).....	: 1,960 m
• Massa komponen pendukung chasis bagian depan (M_{af}).....	: 500 kg
• Jarak titik berat W_{af} terhadap pijakan depan (S_{af}).....	: 0,453 m
• Tinggi titik berat W_{af} terhadap landasan (h_{af})	: 0,912 m
• Massa komponen pendukung chasis bagian belakang (M_{ar})..:	380 kg
• Jarak titik berat W_{ar} terhadap pijakan depan (S_{ar}).....	: 6,539 m
• Tinggi titik berat W_{ar} terhadap landasann (h_{ar})	: 0,972 m
• Massa mesin (M_m).....	: 1900 kg
• Jarak titik berat mesin ke pijakan depan (S_m)	: 7,838 m
• Tinggi titik berat mesin ke landasan (h_m).....	: 1,322 m

2. Chasis:

• Tegangan <i>ultimate</i> (σ_u).....	: 440 N/mm ²
• Type	: Ladder shaped
• Massa (M_c).....	: 935 kg
• Jarak titik berat chasis ke poros depan (S_c).....	: 3,340 m
• Jarak titik berat chasis ke landasan (h_c).....	: 0,978 m

- Panjang : 10,864 m
- Lebar : 0,870 m

3. Suspensi (*unsprung*)

Suspensi menggunakan sistem *rigid* dimana roda kanan dengan roda kiri tersambung oleh *axle*. Menggunakan pegas udara (*air spring*) dan peredam kejut.

- Massa *unsprung* depan (M_{uf}) : 680 kg
- Tinggi titik berat *unsprung* depan (h_f) : 0,532 m
- Massa *unsprung* belakang (M_{ur}) : 700 kg
- Tinggi titik berat *unsprung* belakang (h_r) : 0,544 m
- Konstanta peredaman (*shock absorber*) depan : 31480 Ns/m
- Konstanta peredaman (*shock absorber*) belakang : 31900 Ns/m
- Kekakuan ban depan dan belakang : 831000 N/m
- Jari-jari roda : 0,527 m

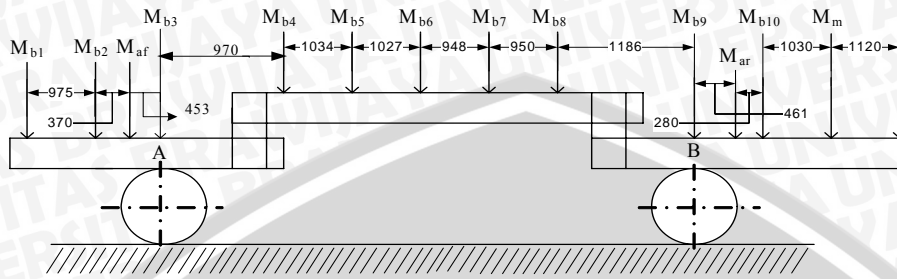
Data air spring

- Tekanan udara (P) : 5,5 bar, 6,5 bar, 7 bar, 8 bar
- Diameter kantung udara (D_b) : 0,27m
- Temperatur (T) : 30⁰C
- Rasio panas spesifik (γ) : 1,4
- Percepatan gravitasi (g) : 9,8 m/s²
- Diameter orifice (d_s) : 0,012 m
- Volume bag (V_b) : 2,6 liter
- Konstanta udara (R) : 287 (J/kg.K)
- Volume reservoir (V_r) : 60 liter
- Kerapatan udara (ρ) : 1,15 (kg/m³)

Diatas disebutkan ada bagian dari chasis yang disebut komponen pendukung chasis, maksudnya adalah bagian-bagian lain dari chasis selain dari *side member* atau *cross member*, berupa tangki bahan bakar, komponen setir, kompresor, tabung penyimpan udara bertekanan, kelistrikan, ban cadangan.

Bagian badan bus dihubungkan ke chasis melalui 11 titik penopang pada satu sisi *side member* atau totalnya ada 22 titik penopang. Jumlahnya adalah tiga dibagian depan, lima dibagian tengah, dan tiga dibagian belakang. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.1. Gaya yang bekerja merupakan total dari berat badan bus dan berat maksimum orang dan barang yang dibawa, kemudian dibagi 11 untuk perhitungan titik berat kendaraan. Untuk perhitungan titik berat kendaraan, berat satu titik penopang adalah :

$$M_{bx} = \frac{M_b}{11} = \frac{6000}{11} = 545,45 \text{ kg}$$



Gambar 4.1 Letak titik-titik gaya yang bekerja pada chasis

4.2 Perhitungan Titik Berat Kendaraan

Dalam perhitungan ini diasumsikan beban roda kiri dan kanan simetri atau pusat kendaraan berada pada bidang simetri kendaraan. Dari data yang ada maka letak titik berat total kendaraan dapat diketahui menggunakan kesetimbangan statis :

1. Jarak titik berat terhadap roda depan (\$l_a\$) :

$$\Sigma M_A = 0$$

$$l_a = \frac{((\Sigma M_{b(3-11)} \cdot S_{b(3-11)}) + M_c \cdot S_c + M_{ur} \cdot L + M_{ar} \cdot S_{ar} + M_m \cdot S_m) - ((\Sigma M_{b(1-2)} \cdot S_{b(1-2)}) + M_{af} \cdot S_{af})}{M_t}$$

$$l_a = \frac{(4363,6 \cdot 9,006) + (935,3 \cdot 3,340) + (700 \cdot 6) + (380,6 \cdot 5,539) + (1900,7 \cdot 8,338) - ((1501,8 \cdot 1,798) + (500,0 \cdot 0,453))}{16000}$$

$$l_a = 3,86 \text{ m}$$

2. Jarak titik berat terhadap roda belakang (\$l_b\$) :

$$l_b = L - l_a$$

$$l_b = 6,000 \text{ m} - 3,86 \text{ m}$$

$$l_b = 2,14 \text{ m}$$

3. Tinggi titik berat kendaraan (\$h_t\$) :

$$h_t = \frac{h_b \cdot M_b + h_c \cdot M_c + h_{uf} \cdot M_{uf} + h_{ur} \cdot M_{ur} + h_{af} \cdot M_{af} + h_{ar} \cdot M_{ar} + h_m \cdot M_m}{M_t}$$

$$h_t = \frac{(1,890 \cdot 6000) + (0,975 \cdot 935) + (0,532 \cdot 680) + (0,540 \cdot 700) + (0,912 \cdot 500) + (0,972 \cdot 380) + (1,322 \cdot 1900)}{16000}$$

$$h_t = 1,1 \text{ m}$$

4. Titik berat *sprungmass* total dengan muatan kendaraan (W_s) :

Massa *sprungmass* total dengan muatan adalah massa total bus dikurangi massa *unsprungmass* depan dan belakang, disimbolkan dengan (M_s).

$$X_s = \frac{l_b \cdot M_{ur} - l_a \cdot M_{uf}}{M_s}$$

$$X_s = \frac{2,14 \cdot 700 - 3,86 \cdot 680}{9715}$$

$$X_s = -0,11 \text{ m}$$

$$Z_s = \frac{(h_t - h_{uf})M_{uf} + (h_t - h_{ur})M_{ur}}{M_s}$$

$$Z_s = \frac{(1,1 - 0,532) \cdot 680 + (1,1 - 0,544) \cdot 700}{9715}$$

$$Z_s = 0,08 \text{ m}$$

Sehingga posisi titik berat *sprungmass* termasuk muatan :

$$h_s = h_t + Z_s = 1,1 \text{ m} + 0,08 \text{ m} = 1,2 \text{ m}$$

Sehingga posisi titik berat *sprungmass* dengan muatan terhadap roda depan (L_f) :

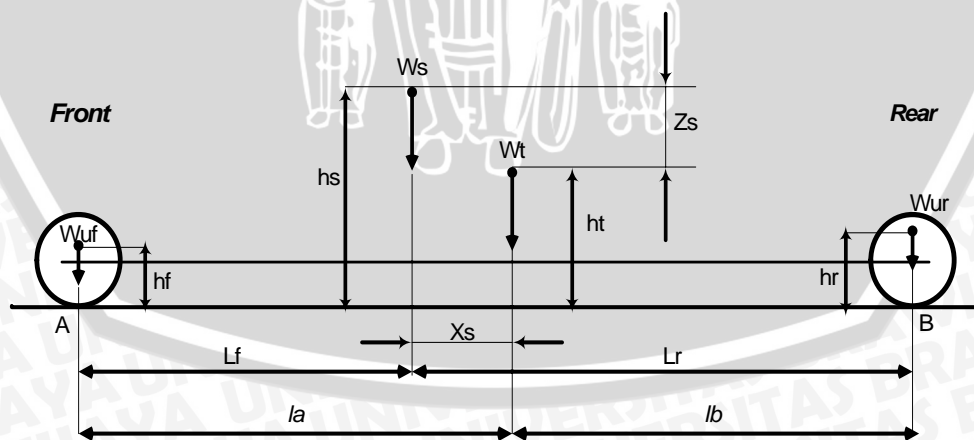
$$L_f = l_a - X_s$$

$$L_f = 3,86 \text{ m} + 0,11 \text{ m} = 3,97 \text{ m}$$

Dan posisi titik berat *sprungmass* dengan muatan terhadap roda belakang (L_r) :

$$L_r = l_b + X_s$$

$$L_r = 2,14 \text{ m} - 0,11 \text{ m} = 2,03 \text{ m}$$



Gambar 4.2. Letak Relatif Pusat Kendaraan
 Sumber : Sutantra IN, 1986 "Getaran Kendaraan"

4.3 Perhitungan pembebanan pada chasis

Perhitungan pembebanan yang dialami oleh chasis dalam analisis struktur ini hanya didasarkan pada beban paling kritis (beban maksimum).

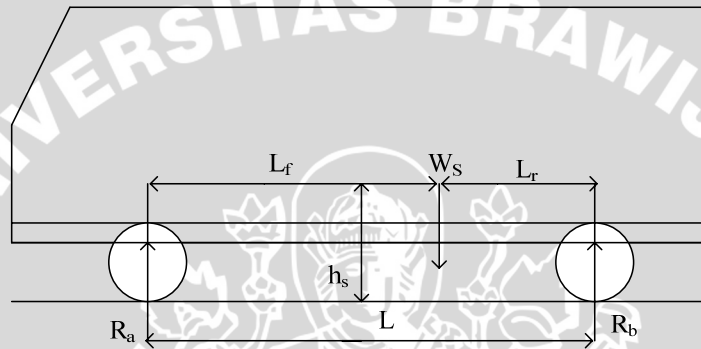
1. Pembebanan chasis pada jalan lurus mendatar

Dari gambar 4.3 terlihat bahwa chasis menerima beban vertikal :

$$R_b = \frac{W_s \cdot L_f}{L} = \frac{95207,3,97}{6} = 62995,3N$$

$$W_s = R_a + R_b$$

$$R_a = W_s - R_b = 95207 - 62995,3 = 32211,7 N$$



Gambar 4.3 Pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar

Keterangan gambar :

W_s : berat *sprungmass* termasuk muatan = 95207 N

R_a : gaya reaksi pada tumpuan roda depan

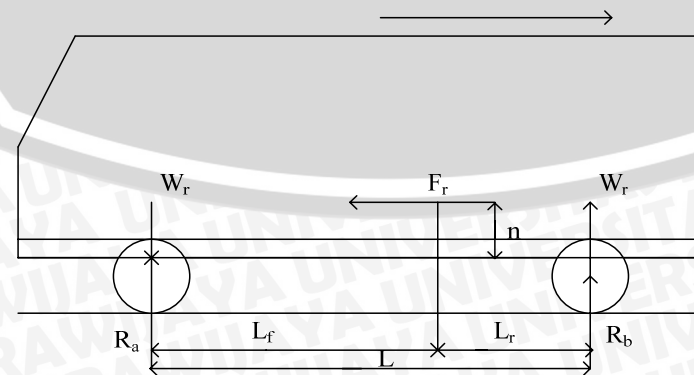
R_b : gaya reaksi pada tumpuan roda belakang

L : jarak poros = 6 m

L_f : jarak titik berat *sprungmass* terhadap roda depan = 3,97 m

L_r : jarak titik berat *sprungmass* terhadap roda belakang = 2,03 m

2. Pembebanan chasis pada saat melakukan pengereman pada jalan lurus mendatar.



Gambar 4.4 Pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus

Kondisi bus saat melakukan pengereman sama kondisinya saat bus melakukan akselerasi awal dengan tanda (-a). Dari data perusahaan kemampuan pengereman dari kecepatan awal (V_0) = 100 km/jam = 27,78 m/s hingga berhenti total ($V_t = 0$ km/jam) membutuhkan jarak (s) = 40 m.

Dari rumusan :

$$V_t^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

sehingga :

$$0 = 27,78^2 + 2 \cdot a \cdot 40$$

$$a = 9,645 \text{ m/s}^2 \text{ (perlambatan)}$$

Koefisien gesek ban saat pengereman terhadap jalan (μ_b) = 0,9

Gaya akibat pengereman :

$$F_r = \mu_b \cdot W_s$$

$$F_r = 0,9 \cdot 95207$$

$$F_r = 93683,69 \text{ N}$$

Gaya reaksi pada tumpuan chassis akibat pengereman :

$$W_r = \frac{F_r \cdot n}{L}$$

$$W_r = \frac{93683,69 \cdot 0,920}{6}$$

$$W_r = 14364,83 \text{ N}$$

Sehingga pembebanan chassis pada saat akan berhenti pada jalur lurus, beban yang diterima oleh tumpuan chassis depan (R_a) dan tumpuan chassis belakang (R_b) :

$$R_a = R_a \text{ (turus mendatar)} + W_r$$

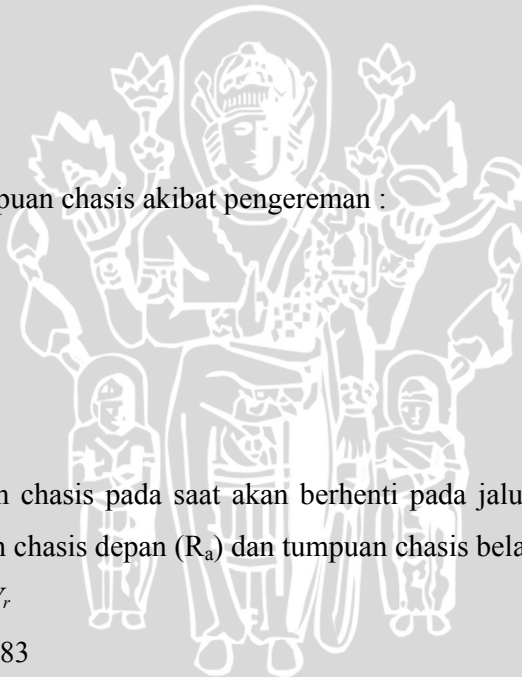
$$R_a = 32211,7 + 14364,83$$

$$R_a = 46576,53 \text{ N}$$

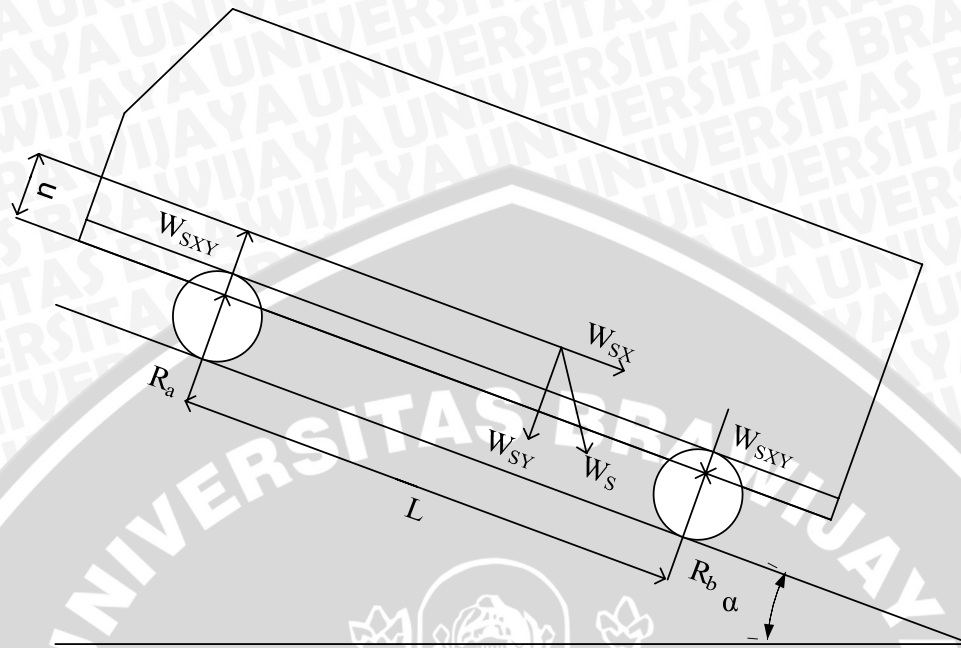
$$R_b = R_b \text{ (turus mendatar)} - W_r$$

$$R_b = 62995,3 - 14364,83$$

$$R_b = 48630,47 \text{ N}$$



3. Pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak



Gambar 4.5 Pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak

Keterangan gambar :

α = sudut tanjakan (15^0)

n = tinggi titik berat terhadap titik penghubung antara chasis dengan *unsprungmass* (0,920 m)

Dengan : $W_{sx} = W_s \sin \alpha$

$W_{sy} = W_s \cos \alpha$

Reaksi yang diterima chasis :

$$R_a = \frac{W_{sy} \cdot L_r - W_{sx} \cdot n}{L}$$

$$R_a = \frac{(95207 \cos 15^\circ \cdot 2,03) - (95207 \sin 15^\circ \cdot 0,920)}{6}$$

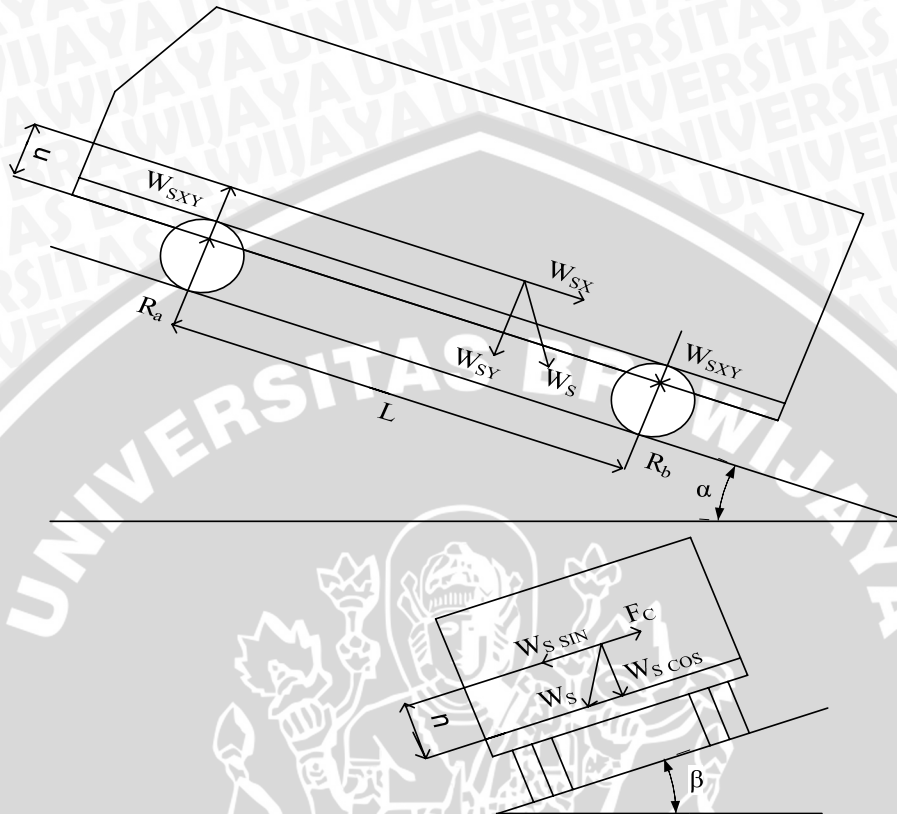
$$R_a = 27335,76 \text{ N}$$

$$R_b = \frac{W_{sy} \cdot L_f + W_{sx} \cdot n}{L}$$

$$R_b = \frac{(95207 \cos 15^\circ \cdot 3,97) + (95207 \sin 15^\circ \cdot 0,920)}{6}$$

$$R_b = 64627,13 \text{ N}$$

4. Pembebanan chasis pada saat belok menanjak



Gambar 4.6 Pembebanan chasis pada saat belok menanjak

Dengan asumsi :

kecepatan bus (V_0) = 40 km/jam = 11,11 m/s V_0^2

radius belokan jalan (R) = 30 m

sudut tanjakan (α) = 15°

kemiringan jalan (β) = 7°

Gaya sentrifugal yang terjadi :

$$F_c = \frac{W_s \cdot V_0^2}{g \cdot R}$$

$$F_c = \frac{95207 \cdot 11,11^2}{9,8 \cdot 30}$$

$$F_c = 39971,43 \text{ N}$$

Pembebanan arah sentrifugal yang terjadi :

$$F_{ctot} = F_c \cdot \cos \beta - W_s \cdot \sin \beta$$

$$F_{ctot} = 39971,43 \cdot \cos 7^\circ - 95207 \cdot \sin 7^\circ$$

$$F_{\text{tot}} = 28070,67 \text{ N}$$

Penguraian beban arah sumbu x :

$$W_{\text{sxy}} = \frac{W_s \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot n}{L}$$

$$W_{\text{sxy}} = \frac{95207 \cdot \cos 7^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot 0,920}{6}$$

$$W_{\text{sxy}} = 3750,18 \text{ N}$$

Penguraian beban arah sumbu y :

$$W_{\text{sy}} = W_s \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha$$

$$W_{\text{sy}} = 95207 \cdot \cos 7^\circ \cdot \cos 15^\circ$$

$$W_{\text{sy}} = 91277,42 \text{ N}$$

Sehingga pada saat belok menanjak, beban yang diterima oleh tumpuan chasis depan (R_a) dan tumpuan chasis belakang (R_b) :

$$R_a = \frac{W_{\text{sy}} \cdot L_r}{L} - W_{\text{sxy}}$$

$$R_a = \frac{91277,42 \cdot 2,03}{6} - 3750,18$$

$$R_a = 27132,01 \text{ N}$$

$$R_b = \frac{W_{\text{sy}} \cdot L_f}{L} + W_{\text{sxy}}$$

$$R_b = \frac{91277,42 \cdot 2,03}{6} + 3750,18$$

$$R_b = 64145,41 \text{ N}$$

5. Pembebanan chasis pada saat belok menurun

Pada keadaan ini bus mengalami :

penurunan kecepatan bus hingga berhenti

gaya sentrifugal

Dengan asumsi :

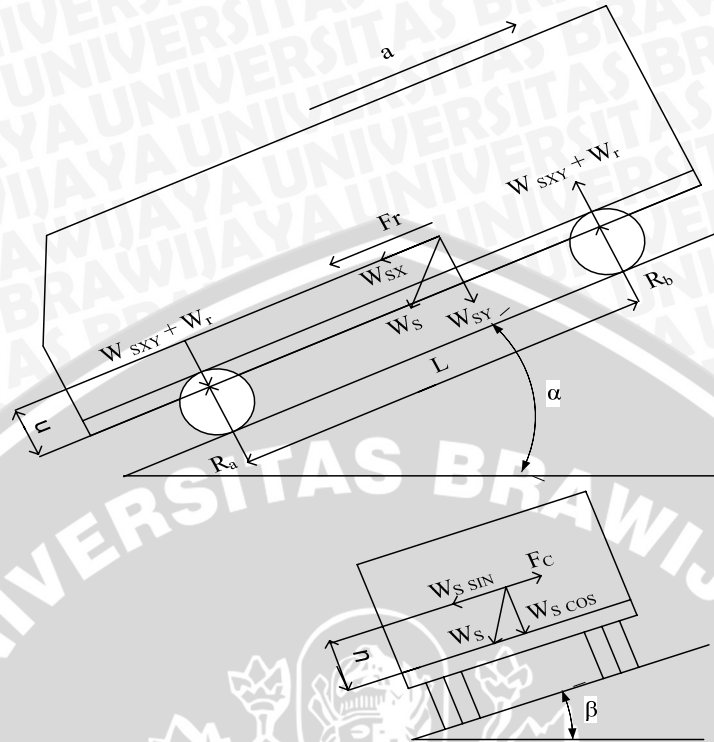
$$\text{kecepatan bus } (V_0) = 40 \text{ km/jam} = 11,11 \text{ m/s } V_0^2$$

$$\text{radius belokan jalan } (R) = 30 \text{ m}$$

$$\text{sudut tanjakan } (\alpha) = 15^\circ$$

$$\text{kemiringan jalan } (\beta) = 7^\circ$$

$$\text{koefisien gesek ban saat pengereman terhadap jalan } (m_b) = 0,984 \text{ N}$$



Gambar 4.7 Pembebanan chasis pada saat blok menurun

Penguraian beban arah sumbu x :

$$W_{sxy} = \frac{W_s \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot n}{L}$$

$$W_{sxy} = \frac{95207 \cdot \cos 7^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot 0,880}{6}$$

$$W_{sxy} = 3750,18 \text{ N}$$

Penguraian beban arah sumbu y :

$$W_{sy} = W_s \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha$$

$$W_{sy} = 95207 \cdot \cos 7^\circ \cdot \cos 15^\circ$$

$$W_{sy} = 91277,42 \text{ N}$$

Gaya akibat pengereman :

$$F_r = \mu_b \cdot W_{sy}$$

$$F_r = 0,984 \cdot 91277,42$$

$$F_r = 89816,98 \text{ N}$$

Gaya reaksi pada tumpuan chasis akibat pengereman :

$$W_r = \frac{F_r \cdot n}{L}$$

$$W_r = \frac{89816,98 \cdot 0,920}{6}$$

$$W_r = 13771,9 \text{ N}$$

Gaya sentrifugal yang terjadi :

$$F_c = \frac{W_s \cdot V_0^2}{g \cdot R}$$

$$F_c = \frac{95207 \cdot 11,11^2}{9,8 \cdot 30}$$

$$F_c = 39971,43 \text{ N}$$

Pembebanan arah sentrifugal yang terjadi :

$$F_{ctot} = F_c \cdot \cos \beta - W_s \cdot \sin \beta$$

$$F_{ctot} = 39971,43 \cdot \cos 7^\circ - 95207 \cdot \sin 7^\circ$$

$$F_{ctot} = 28070,68 \text{ N}$$

Sehingga pada saat belok menanjak, beban yang diterima oleh tumpuan chasis depan (R_a) dan tumpuan chasis belakang (R_b) :

$$R_a = \frac{W_{sy} \cdot L_r}{L} + W_r + W_{sxy}$$

$$R_a = \frac{91277,42 \cdot 2,03}{6} + 13771,9 + 3750,18$$

$$R_a = 48404,27 \text{ N}$$

$$R_b = \frac{W_{sy} \cdot L_f}{L} - W_r - W_{sxy}$$

$$R_b = \frac{91277,42 \cdot 3,97}{6} - 13771,9 - 3750,18$$

$$R_b = 42873,15 \text{ N}$$

Pembebanan pada berbagai lintasan jalan

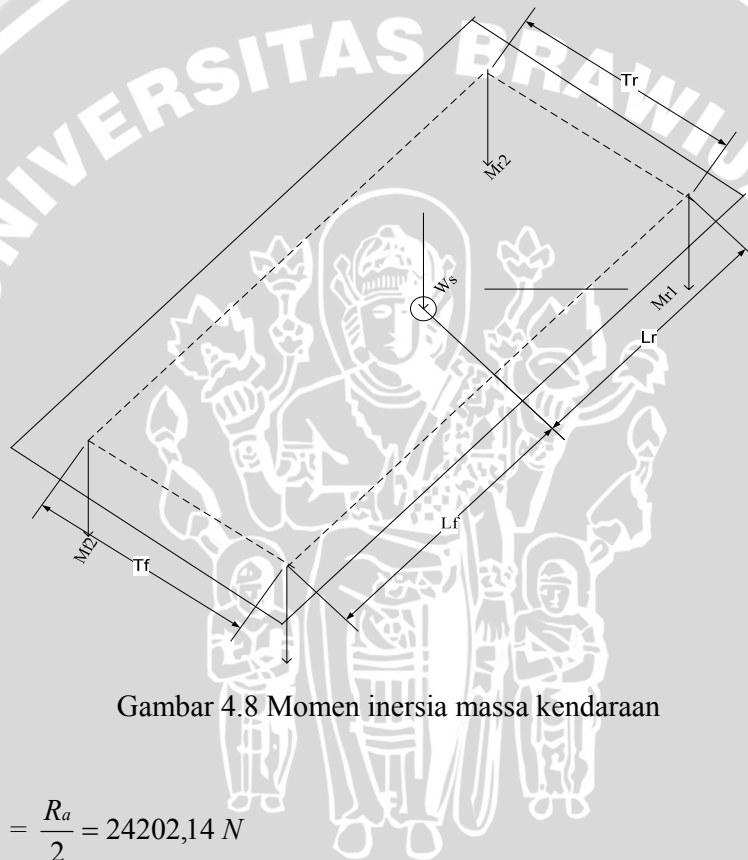
Tabel 4.1 : Pembebanan pada berbagai lintasan jalan

No	Pembebanan	R_a (N)	R_b (N)	F_c (N)
1	Lurus mendatar	32211,7	62995,43	-
2	Akan berhenti	46576,53	48630,47	-
3	Lurus menanjak	27335,76	64627,13	-
4	Belok menanjak	27132,01	64145,41	28070,67
5	Belok menurun	48404,27	42873,15	28070,67

4.4 Momen Inersia Massa Kendaraan

Dalam perhitungan momen inersia ini kondisi bus diasumsikan pada kondisi pembebanan kritis yaitu pada saat bus melalui jalur turun berbelok dengan sudut tanjakan 15° dan kemiringan jalan 7°

- reaksi total yang diterima tumpuan chasis bagian depan (R_a) = 48404,27 N
- reaksi total yang diterima tumpuan chasis bagian belakang (R_b) = 42873,15 N
- gaya sentrifugal (F_c) = 28070,67 N



Gambar 4.8 Momen inersia massa kendaraan

Dengan :

- $M_{f1} = M_{f2} = \frac{R_a}{2} = 24202,14 \text{ N}$
- $M_{r1} = M_{r2} = \frac{R_b}{2} = 21436,58 \text{ N}$
- $L_f = 3,97 \text{ m}$
- $L_r = 2,03 \text{ m}$
- $t_f = 2,040 \text{ m}$
- $t_r = 2,455 \text{ m}$

Dari gambar diatas, momen inersia massa kendaraan terhadap sumbu x (*rolling*):

$$I_x = \Sigma \frac{M}{g} (r_x)^2$$

$$I_x = \frac{1}{9,8} (Mr_1 \left[\frac{t_r}{2} \right]^2 + Mr_2 \left[\frac{t_r}{2} \right]^2 + Mf_1 \left[\frac{t_f}{2} \right]^2 + Mf_2 \left[\frac{t_f}{2} \right]^2 \cdot)$$

$$I_x = \frac{2 \cdot (21436,58 \cdot 1,51) + 2 \cdot (24202,14 \cdot 1,04)}{9,8}$$

$$I_x = 11742 \text{ N m}^2$$

4.5 Perhitungan Karakteristik Air Spring

Sistem *air spring* digambarkan sebagai sistem pegas dan peredam, karena pada *air spring* terdapat kekakuan dan peredaman. Harga kekakuan dipengaruhi oleh luas area efektif, tekanan dan volume *air spring* sedangkan peredamannya dipengaruhi oleh luar area efektif dan diameter saluran udara.

Perhitungan luas efektif *air spring*

$$Ae = \frac{\pi}{8} (D_1^2 + D_2^2)$$

$$Ae = \frac{\pi}{8} (0,192^2 + 0,27^2)$$

$$Ae = 0,043 \text{ m}^2$$

Perhitungan kekakuan *air spring*

Untuk tekanan 550000 Pa

Kekakuan pada *air spring* dapat ditentukan dengan :

$$K = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot \frac{Ae^2}{V}$$

$$K = 1,4 \cdot (10^5 + 5,5 \cdot 10^5) \cdot \frac{0,043^2}{2,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$K = 647150 \text{ (N / m)}$$

Untuk tekanan 650000 Pa

Kekakuan pada *air spring* dapat ditentukan dengan :

$$K = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot \frac{Ae^2}{V}$$

$$K = 1,4 \cdot (10^5 + 6,5 \cdot 10^5) \cdot \frac{0,043^2}{2,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$K = 746711,539 \text{ (N / m)}$$

Untuk tekanan 700000 Pa

Kekakuan pada *air spring* dapat ditentukan dengan :

$$K = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot \frac{Ae^2}{V}$$

$$K = 1,4 \cdot (10^5 + 7 \cdot 10^5) \cdot \frac{0,043^2}{2,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$K = 796492,3 \text{ (N / m)}$$

Untuk tekanan 800000 Pa

Kekakuan pada *air spring* dapat ditentukan dengan :

$$K = \gamma \cdot (p_a + p_g) \cdot \frac{Ae^2}{V}$$

$$K = 1,4 \cdot (10^5 + 8 \cdot 10^5) \cdot \frac{0,043^2}{2,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$K = 896053,84 \text{ (N / m)}$$

Perhitungan peredam air spring

Besarnya gaya peredam dapat diketahui sebagai berikut :

$$C = \frac{0,126}{d_s^3} \cdot A_e^2 \cdot \rho \cdot g$$

$$C = \frac{0,126}{0,012^3} \cdot 0,043^2 \cdot 1,15 \cdot 9,8$$

$$C = 1519,46 \text{ (N \cdot s / m)}$$

4.6 Perhitungan nilai damping ratio

Dari hasil perhitungan nilai kekakuan dan nilai peredaman *air spring* yang telah diperoleh dimana peredaman total adalah nilai peredaman *air spring* dijumlahkan dengan nilai peredaman *shock absorber*, sedangkan untuk nilai kekakuan total didapatkan dari nilai kekakuan *air spring* dijumlahkan dengan nilai kekakuan ban, maka akan didapatkan nilai *damping ratio*:

Untuk tekanan 500000 Pa

1. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar

dengan :

$$R_a = 32211,7 \text{ N}$$

$$m_a = 3286,91 \text{ kg}$$

$$R_b = 62995,3 \text{ N}$$

$$m_b = 6428,09 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N \cdot s/m}$$

$$K_1 = 2956300 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad K_2 = 5912600 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{2956300 \cdot 3286,91}}$$

$$\zeta = 0,335$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{5912600 \cdot 6428,09}}$$

$$\zeta = 0,343$$

2. Untuk kondisi pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus

dengan :

$$R_a = 46576,53 \text{ N} \quad m_a = 4752,71 \text{ kg}$$

$$R_b = 48630,47 \text{ N} \quad m_b = 4962,29 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad K_1 = 2956300 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad K_2 = 5912600 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{2956300 \cdot 4752,71}}$$

$$\zeta = 0,278$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{5912600 \cdot 4962,29}}$$

$$\zeta = 0,390$$

3. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak

dengan :

$$R_a = 27335,76 \text{ N}$$

$$m_a = 2789,36 \text{ kg}$$

$$R_b = 64627,13 \text{ N}$$

$$m_b = 6594,61 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 2956300 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 5912600 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{2956300 \cdot 2789,36}}$$

$$\zeta = 0,363$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{5912600 \cdot 6594,61}}$$

$$\zeta = 0,338$$

4. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menanjak

dengan :

$$R_a = 27132,01 \text{ N}$$

$$m_a = 2768,57 \text{ kg}$$

$$R_b = 64145,41 \text{ N}$$

$$m_b = 6545,45 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 2956300 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 5912600 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{2956300 \cdot 2768,57}}$$

$$\zeta = 0,365$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{5912600 \cdot 6545,45}}$$

$$\zeta = 0,339$$

5. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menurun

dengan :

$$R_a = 48404,27 \text{ N}$$

$$m_a = 4939,21 \text{ kg}$$

$$R_b = 42873,15 \text{ N}$$

$$m_b = 4374,81 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 2956300 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 5912600 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{2956300.4939,21}}$$

$$\zeta = 0,273$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{5912600.4374,81}}$$

$$\zeta = 0,416$$

Untuk tekanan 650000 Pa

1. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar dengan :

$$R_a = 32211,7 \text{ N}$$

$$m_a = 3286,91 \text{ kg}$$

$$R_b = 62995,3 \text{ N}$$

$$m_b = 6428,09 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3155423,078 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6310846,156 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3155423,078.3286,91}}$$

$$\zeta = 0,324$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6310846,156 \cdot 6428,09}}$$

$$\zeta = 0,332$$

2. Untuk kondisi pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus dengan :

$$R_a = 46576,53 \text{ N}$$

$$m_a = 4752,71 \text{ kg}$$

$$R_b = 48630,47 \text{ N}$$

$$m_b = 4962,29 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3155423,078 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6310846,156 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3155423,078 \cdot 4752,71}}$$

$$\zeta = 0,269$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6310846,156 \cdot 4962,29}}$$

$$\zeta = 0,378$$

3. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak dengan :

$$R_a = 27335,76 \text{ N}$$

$$m_a = 2789,36 \text{ kg}$$

$$R_b = 64627,13 \text{ N}$$

$$m_b = 6594,61 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3155423,078 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6310846,156 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3155423,078 \cdot 2789,36}}$$

$$\zeta = 0,352$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6310846,156 \cdot 6594,61}}$$

$$\zeta = 0,328$$

4. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menanjak dengan :

$$R_a = 27132,01 \text{ N}$$

$$m_a = 2786,57 \text{ kg}$$

$$R_b = 64145,41 \text{ N}$$

$$m_b = 6545,45 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3155423,078 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6310846,156 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3155423,078 \cdot 2768,57}}$$

$$\zeta = 0,347$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6310846,156 \cdot 6545,45}}$$

$$\zeta = 0,329$$

5. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menurun

dengan :

$$R_a = 48404,27 \text{ N}$$

$$m_a = 4939,21 \text{ kg}$$

$$R_b = 42873,15 \text{ N}$$

$$m_b = 4374,81 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3155423,078 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6310846,156 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3155423,078 \cdot 4939,21}}$$

$$\zeta = 0,264$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6310846,156.4374,81}}$$

$$\zeta = 0,402$$

Untuk tekanan 700000 Pa

1. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar dengan :

$$R_a = 32211,7 \text{ N}$$

$$m_a = 3286,91 \text{ kg}$$

$$R_b = 62995,3 \text{ N}$$

$$m_b = 6428,09 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3254984,616 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6509969,232 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3254984,616.3286,91}}$$

$$\zeta = 0,319$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6509969,232.6428,09}}$$

$$\zeta = 0,327$$

2. Untuk kondisi pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus dengan :

$$\begin{aligned}
 R_a &= 46576,53 \text{ N} & m_a &= 4752,71 \text{ kg} \\
 R_b &= 48630,47 \text{ N} & m_b &= 4962,29 \text{ kg} \\
 C_1 &= 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m} & K_1 &= 3254984,616 \text{ N/m} \\
 C_2 &= 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m} & K_2 &= 6509969,232 \text{ N/m}
 \end{aligned}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3254984,616 \cdot 4752,71}}$$

$$\zeta = 0,265$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6509969,232 \cdot 4962,29}}$$

$$\zeta = 0,372$$

3. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak dengan :

$$\begin{aligned}
 R_a &= 27335,76 \text{ N} & m_a &= 2789,36 \text{ kg} \\
 R_b &= 64627,13 \text{ N} & m_b &= 6594,61 \text{ kg} \\
 C_1 &= 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m} & K_1 &= 3254984,616 \text{ N/m} \\
 C_2 &= 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m} & K_2 &= 6509969,232 \text{ N/m}
 \end{aligned}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3254984,616 \cdot 2789,36}}$$

$$\zeta = 0,346$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6509969,232 \cdot 6594,61}}$$

$$\zeta = 0,323$$

4. Untuk kondembebanan chasis pada jalur belok menanjak dengan :

$$R_a = 27132,01 \text{ N}$$

$$m_a = 2768,57 \text{ kg}$$

$$R_b = 64145,41 \text{ N}$$

$$m_b = 6545,45 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3254984,616 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6509969,232 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3254984,616 \cdot 2768,57}}$$

$$\zeta = 0,348$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6509969,232 \cdot 6545,5}}$$

$$\zeta = 0,324$$

5. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menurun dengan :

$$R_a = 48404,27 \text{ N}$$

$$m_a = 4939,21 \text{ kg}$$

$$R_b = 42873,15 \text{ N}$$

$$m_b = 4374,81 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3254984,616 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6509969,232 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3254984,616 \cdot 4939,21}}$$

$$\zeta = 0,260$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6509969,232 \cdot 4374,81}}$$

$$\zeta = 0,396$$

Untuk tekanan 800000 Pa

1. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus mendatar

dengan :

$$R_a = 32211,7 \text{ N}$$

$$m_a = 3286,91 \text{ kg}$$

$$R_b = 62995,3 \text{ N}$$

$$m_b = 6428,09 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3454107,692 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6908215,384 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3454107,692 \cdot 3286,91}}$$

$$\zeta = 0,309$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6908215,384 \cdot 6428,09}}$$

$$\zeta = 0,317$$

2. Untuk kondisi pembebanan chasis pada saat akan berhenti pada jalur lurus dengan :

$$R_a = 46576,53 \text{ N}$$

$$m_a = 4752,71 \text{ kg}$$

$$R_b = 48630,47 \text{ N}$$

$$m_b = 4962,29 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3454107,692 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6908215,384 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3454107,692 \cdot 4752,71}}$$

$$\zeta = 0,258$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6908215,384 \cdot 4962,29}}$$

$$\zeta = 0,361$$

3. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur lurus menanjak dengan :

$$R_a = 27335,76 \text{ N}$$

$$m_a = 2789,36 \text{ kg}$$

$$R_b = 64627,13 \text{ N}$$

$$m_b = 6594,61 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3454107,692 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6908215,384 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3454107,692 \cdot 2789,36}}$$

$$\zeta = 0,336$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6908215,384 \cdot 6594,61}}$$

$$\zeta = 0,313$$

4. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menanjak

dengan :

$$R_a = 27132,01 \text{ N}$$

$$m_a = 2768,57 \text{ kg}$$

$$R_b = 64145,41 \text{ N}$$

$$m_b = 6545,45 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_1 = 3454107,692 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

$$K_2 = 6908215,384 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3454107,692 \cdot 2768,57}}$$

$$\zeta = 0,337$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6908215,384 \cdot 6545,45}}$$

$$\zeta = 0,314$$

5. Untuk kondisi pembebanan chasis pada jalur belok menurun

dengan :

$$R_a = 48404,27 \text{ N}$$

$$m_a = 4939,21 \text{ kg}$$

$$R_b = 42873,15 \text{ N}$$

$$m_b = 4374,81 \text{ kg}$$

$$C_1 = 65998,92 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad K_1 = 3454107,692 \text{ N/m}$$

$$C_2 = 133677,84 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad K_2 = 6908215,384 \text{ N/m}$$

Pada suspensi depan

Dari hasil perhitungan kekakuan dan nilai peredaman yang telah diperoleh maka akan didapatkan nilai *damping ratio* :

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_1}{2\sqrt{K_1 \cdot m_a}}$$

$$\zeta = \frac{65998,92}{2\sqrt{3454107,692 \cdot 4939,21}}$$

$$\zeta = 0,253$$

Pada suspensi belakang

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

$$\zeta = \frac{C_2}{2\sqrt{K_2 \cdot m_b}}$$

$$\zeta = \frac{133677,84}{2\sqrt{6908215,384 \cdot 4374,81}}$$

$$\zeta = 0,384$$

Tabel 4.2 : Hasil perhitungan *Damping Ratio*

Tekanan 550000 Pa

Kondisi	Massa (m)		Kekakuan (K)		Peredaman (C)		Damping Ratio (ζ)	
	Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi	
	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang
Lurus mendatar	3286,91	6428,09	2956300	5912600	65998,92	133677,84	0,335	0,343
Akan berhenti	4752,71	4962,29	2956300	5912600	65998,92	133677,84	0,278	0,390
Lurus menanjak	2789,36	6594,61	2956300	5912600	65998,92	133677,84	0,363	0,338
Belok menanjak	2768,57	6545,45	2956300	5912600	65998,92	133677,84	0,365	0,339
Belok menurun	4939,21	4374,81	2956300	5912600	65998,92	133677,84	0,273	0,416

Tekanan 650000 Pa

Kondisi	Massa (m)		Kekakuan (K)		Peredaman (C)		Damping Ratio (ζ)	
	Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi	
	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang
Lurus mendarat	3286,91	6428,09	3155423,07	6310846,15	65998,92	133677,84	0,324	0,332
Akan berhenti	4752,71	4962,29	3155423,07	6310846,15	65998,92	133677,84	0,269	0,378
Lurus menanjak	2789,36	6594,61	3155423,07	6310846,15	65998,92	133677,84	0,352	0,328
Belok menanjak	2768,57	6545,45	3155423,07	6310846,15	65998,92	133677,84	0,347	0,329
Belok menurun	4939,21	4374,81	3155423,07	6310846,15	65998,92	133677,84	0,264	0,402

Tekanan 700000 Pa

Kondisi	Massa (m)		Kekakuan (K)		Peredaman (C)		Damping Ratio (ζ)	
	Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi	
	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang
Lurus mendarat	3286,91	6428,09	3254984,61	6509969,23	65998,92	133677,84	0,319	0,327
Akan berhenti	4752,71	4962,29	3254984,61	6509969,23	65998,92	133677,84	0,265	0,372
Lurus menanjak	2789,36	6594,61	3254984,61	6509969,23	65998,92	133677,84	0,346	0,323
Belok menanjak	2768,57	6545,45	3254984,61	6509969,23	65998,92	133677,84	0,348	0,324
Belok menurun	4939,21	4374,81	3254984,61	6509969,23	65998,92	133677,84	0,260	0,396

Tekanan 800000 Pa

Kondisi	Massa (m)		Kekakuan (K)		Peredaman (C)		Damping Ratio (ζ)	
	Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi		Pada Suspensi	
	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang	Depan	Belakang
Lurus mendarat	3286,91	6428,09	3454107,69	6908215,38	65998,92	133677,84	0,309	0,317
Akan berhenti	4752,71	4962,29	3454107,69	6908215,38	65998,92	133677,84	0,258	0,361
Lurus menanjak	2789,36	6594,61	3454107,69	6908215,38	65998,92	133677,84	0,336	0,313
Belok menanjak	2768,57	6545,45	3454107,69	6908215,38	65998,92	133677,84	0,337	0,314
Belok menurun	4939,21	4374,81	3454107,69	6908215,38	65998,92	133677,84	0,253	0,384

4.7 Kondisi Profil Jalan

Kondisi jalan raya dimodelkan berdasarkan batas yang direkomendasikan ISO pada tabel 2.1. Panjang gelombang dicari dengan memilih kelas jalan *very poor* (E) dengan alasan kondisi jalan ini akan berpengaruh terhadap kestabilan kendaraan diperoleh nilai *geometric mean* sebesar $1,204 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{cycle/m}$. Dengan menggunakan tabel tersebut diperoleh nilai *power spectral density* untuk jalan kelas E. Nilai ini kemudian diplotkan ke gambar 2.8 sehingga diperoleh panjang gelombang jalan $\lambda = 9\text{m}$ dan dengan asumsi kendaraan berjalan pada kecepatan maksimum yaitu 100 km/jam maka amplitudo jalan untuk eksitasi pada ban kiri $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (kondisi *poor*) sedangkan amplitudo jalan untuk eksitasi ban kanan sebesar $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ (kondisi *very poor*).

Frekuensi jalan:

$$f = \frac{V}{3.6 \cdot \lambda} = \frac{100}{3.6 \cdot 9} = 3.086 \text{ Hz}$$

Frekuensi sudut gelombang jalan:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 3.086 = 19.380 \text{ rad/s}$$

Sehingga persamaan gelombang jalan:

$$Z(e)_1 = 1 \cdot 10^{-3} \sin(19.380 \cdot t) \text{ dan } Z(e)_2 = 8 \cdot 10^{-3} \sin(19.380 \cdot t)$$

4.8 Penurunan Persamaan Gerak dan Respon Getaran Pada Sumbu *Rolling*

Untuk menganalisa getaran yang terjadi pada sumbu *rolling* pada sebuah sistem dinamis kendaraan, maka dibuatlah model analitis seperti pada gambar 2.13. Pada gerakan *rolling* disini akan ditinjau pada suspensi depan dan suspensi belakang. Dari model analitis dan model diagram benda bebas didapatkan persamaan matematis seperti ditunjukkan persamaan (2.13) sampai (2.16) sebagai:

$$M \cdot \ddot{z}_1 + c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) + c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) + k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) = 0$$

$$M_{uf} \cdot \ddot{z}_2 - c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_f) - k_1 (z_1 - z_2 + \theta L_f) + k_{b1} (z_2 - z_e) = 0$$

$$M_{ur} \cdot \ddot{z}_3 + c_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_2 (z_1 - z_3 - \theta L_r) + k_{b2} (z_3 - z_e) = 0$$

$$I_x \cdot \ddot{\theta} + c_1 L_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 + \dot{\theta} L_1) + c_2 L_r (\dot{z}_1 - \dot{z}_3 - \dot{\theta} L_r) + k_1 L_1 (z_1 - z_2 + \theta L_1) + k_2 L_r (z_1 - z_3 + \theta L_r) = 0$$

maka persamaan matematis di atas dapat diubah ke dalam bentuk matrik, sehingga :

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{uf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_f - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_f \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_f - C_2 L_r & -C_1 L_f & C_2 L_r & C_1 L_f^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_1 & -k_2 & k_1 L_f - k_2 L_r \\ -k_1 & k_1 + k_{b1} & 0 & -k_1 L_f \\ -k_2 & 0 & k_2 + k_{b2} & k_2 L_r \\ k_1 L_f - k_2 L_r & -k_1 L_f & k_2 L_r & k_1 L_f^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_{b1} \cdot z_e \\ k_{b2} \cdot z_e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Perhitungan respon dinamis untuk suspensi depan

Untuk tekanan 550000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = $[M]$

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 680 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 680 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = $[K]$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1294300 & -647150 & -647150 & 0 \\ -647150 & 1478150 & 0 & -660093 \\ -647150 & 0 & 1478150 & 660093 \\ 0 & -660093 & 660093 & 1346589,72 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = $[C]$

$$[C] = \begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1332 & -0,2518 & -0,2518 & 0 \\ -0,2518 & 2,1738 & 0 & -0,7313 \\ -0,2518 & 0 & 2,1738 & 0,7313 \\ 0 & -0,7313 & 0,7313 & 1,1239 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa

$(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1332 & -0,2518 & -0,2518 & 0 \\ -0,2518 & 2,1738 & 0 & -0,7313 \\ -0,2518 & 0 & 2,1738 & 0,7313 \\ 0 & -0,7313 & 0,7313 & 1,1239 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1332 - \lambda & -0,2518 & -0,2518 & 0 \\ -0,2518 & 2,1738 - \lambda & 0 & -0,7313 \\ -0,2518 & 0 & 2,1738 - \lambda & 0,7313 \\ 0 & -0,7313 & 0,7313 & 1,1239 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1332 - \lambda & -0,2518 & -0,2518 & 0 \\ -0,2518 & 2,1738 - \lambda & 0 & -0,7313 \\ -0,2518 & 0 & 2,1738 - \lambda & 0,7313 \\ 0 & -0,7313 & 0,7313 & 1,1239 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 72,9$$

$$\lambda_2 = 2234,1$$

$$\lambda_3 = 489$$

$$\lambda_4 = 2808,6$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 8,538 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 47,266 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 22,113 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 52,996 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem

nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen $[Q]$ sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9859 & -0,1671 & 0 & 0 \\ -0,1182 & 0,6972 & 0,3699 & -0,6026 \\ -0,1102 & 0,6972 & -0,3699 & 0,6026 \\ 0 & 0 & 0,8522 & 0,5232 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1L_1 - C_2L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2L_r \\ C_1L_1 - C_2L_r & -C_1L_1 & C_2L_r & C_1L_1^2 + C_2L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{ur} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1L_1 - k_2L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1L_1 - k_2L_r & \beta_{42} \cdot -k_1L_1 & \beta_{43} \cdot k_2L_r & \beta_{44} \cdot k_1L_1^2 + k_2L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 1294300 & \beta_{12} \cdot -647150 & \beta_{13} \cdot -647150 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -647150 & \beta_{22} \cdot 1478150 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -660093 \\ \beta_{31} \cdot -647150 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 1478150 & \beta_{34} \cdot 660093 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -660093 & \beta_{43} \cdot 660093 & \beta_{44} \cdot 1346589,72 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,051 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,051 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,051 & \beta_{22} &= 0,022 & \beta_{33} &= 0,022 & \beta_{44} &= 0,051 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,051 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,051 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal F(t)

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,9859 & -0,1182 & -0,1182 & 0 \\ -0,1671 & 0,6972 & 0,6972 & 0 \\ 0 & 0,3699 & -0,3699 & 0,8522 \\ 0 & -0,6026 & 0,6026 & 0,5232 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0383 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -338,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1999,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -825,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1344,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3,7179 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 49,1502 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,758 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 143,2386 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 72,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2234,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 489 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 2808,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -338,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1999,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -825,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1344,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 3,7179\dot{r}_1 + 72,9r_1 &= -338,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 49,1502\dot{r}_2 + 2234,1r_2 &= 1999,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 10,758\dot{r}_3 + 489r_3 &= -825,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 143,2386\dot{r}_4 + 2808,6r_4 &= 1344,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= -4,0832 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-1,8590 \cdot t)} \cdot \sin(0,8873 \cdot t) \cdot 6,1728 \cdot 10^3 - \\ &\quad 0,2522 \cdot e^{(-1,8590 \cdot t)} \cdot \cos(8,3333 \cdot t) + 0,2522 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 1,0596 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= -3,5462 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-24,5751 \cdot t)} \cdot \sin(40,3753 \cdot t) \cdot 4,0375 \cdot 10^5 + \\ &\quad 0,4367 \cdot e^{(-24,5751 \cdot t)} \cdot \cos(40,3753 \cdot t) - 0,4367 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,8520 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= 3,478 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-5,3790 \cdot t)} \cdot \sin(21,4492 \cdot t) \cdot 2,1449 \cdot 10^4 - \\ &\quad 3,0542 \cdot e^{(-5,3790 \cdot t)} \cdot \cos(21,4492 \cdot t) + 3,0542 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 1,6614 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= e^{(-23,4454 \cdot t)} \cdot 0,2922 + e^{(-119,7932 \cdot t)} \cdot -0,0184 - 0,2739 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,2400 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned}
 z_1(t) &= 0,0252.e^{(-1,8590.t)} \cdot \sin(8,3333.t) + 0,0025.e^{(-1,8590.t)} \cdot \cos(8,3333.t) - \\
 & 0,0120.\sin(19,38.t) - 0,0018.\cos(19,38.t) + 2,4275.10^{-4}.e^{(-24,5751.t)} \cdot \sin(40,3753.t) - \\
 & 7,4037.10^{-4}.e^{(-24,5751.t)} \cdot \cos(40,3753.t) - 1,6354.10^{-20}.e^{(-5,3790.t)} \cdot \sin(21,4492.t) + \\
 & 6,7934.10^{-20}.e^{(-5,3790.t)} \cdot \cos(21,4492.t) + 1,8105.10^{-19}.e^{(-23,4454.t)} - 1,1376.10^{-20}.e^{(-119,7932.t)} \\
 z_2(t) &= 0.0114.e^{(-1,8590.t)} \cdot \sin(8,3333.t) + 0,0011.e^{(-1,8590.t)} \cdot \cos(8,3333.t) - \\
 & 0,0111.\sin(19,38.t) + 0,0368.\cos(19,38.t) - 0,0038.10^{-4}.e^{(-24,5751.t)} \cdot \sin(40,3753.t) + \\
 & 0,0117.e^{(-24,5751.t)} \cdot \cos(40,3753.t) + 0,0104.10^{-20}.e^{(-5,3790.t)} \cdot \sin(21,4492.t) - \\
 & 0,0433.e^{(-5,3790.t)} \cdot \cos(21,4492.t) - 0,0068.e^{(-23,4454.t)} + 4,2434.10^{-4}.e^{(-119,7932.t)} \\
 z_3(t) &= 0,0114.e^{(-1,8590.t)} \cdot \sin(8,3333.t) + 0,0011.e^{(-1,8590.t)} \cdot \cos(8,3333.t) + \\
 & 0,0471.\sin(19,38.t) - 0,0625.\cos(19,38.t) - 0,0038.e^{(-24,5751.t)} \cdot \sin(40,3753.t) + \\
 & 0,0117.e^{(-24,5751.t)} \cdot \cos(40,3753.t) - 0,0104.e^{(-5,3790.t)} \cdot \sin(21,4492.t) + \\
 & 0,0433.e^{(-5,3790.t)} \cdot \cos(21,4492.t) + 0,0068.e^{(-23,4454.t)} - 4,2434.10^{-4}.e^{(-119,7932.t)} \\
 \theta(t) &= 0,0181.e^{(-5,3790.t)} \cdot \sin(21,4492.t) - 0,0752.e^{(-5,3790.t)} \cdot \cos(21,4492.t) + \\
 & 0,0711.\cos(19,38.t) - 0,0373.\sin(19,38.t) + \\
 & 0,0044.e^{(-23,4454.t)} - 2,7752.10^{-4}.e^{(-119,7932.t)}
 \end{aligned}$$

Untuk tekanan 65000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = [M]

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 680 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 680 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} 1493423,078 & -746711,539 & -746711,539 & 0 \\ -746711,539 & 1577711,539 & 0 & -761645,769 \\ -746711,539 & 0 & 1577711,539 & 761645,769 \\ 0 & -761645,769 & 761645,769 & 1553757,37 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = [C]

$$[C] = \begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix}$$



Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1537 & -0,2905 & -0,2905 & 0 \\ -0,2905 & 2,3202 & 0 & -0,8438 \\ -0,2905 & 0 & 2,3202 & 0,8438 \\ 0 & -0,8438 & 0,8438 & 1,2968 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa $(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1537 & -0,2905 & -0,2905 & 0 \\ -0,2905 & 2,3202 & 0 & -0,8438 \\ -0,2905 & 0 & 2,3202 & 0,8438 \\ 0 & -0,8438 & 0,8438 & 1,2968 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1537 - \lambda & -0,2905 & -0,2905 & 0 \\ -0,2905 & 2,3202 - \lambda & 0 & -0,8438 \\ -0,2905 & 0 & 2,3202 - \lambda & 0,8438 \\ 0 & -0,8438 & 0,8438 & 1,2968 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det \left[1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1537 - \lambda & -0,2905 & -0,2905 & 0 \\ -0,2905 & 2,3202 - \lambda & 0 & -0,8438 \\ -0,2905 & 0 & 2,3202 - \lambda & 0,8438 \\ 0 & -0,8438 & 0,8438 & 1,2968 - \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 78,4$$

$$\lambda_2 = 510,1$$

$$\lambda_3 = 2395,5$$

$$\lambda_4 = 3106,9$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 8,854 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 22,585 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 48,944 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 55,739 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0.9836 & 0 & 0.1803 & 0 \\ 0.1275 & -0.3892 & -0.6955 & -0.5904 \\ 0.1275 & 0.3892 & -0.6955 & 0.5904 \\ 0 & -0.8349 & 0 & 0.5504 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11}.1493423,078 & \beta_{12}. -746711,539 & \beta_{13}. -746711,539 & \beta_{14}.0 \\ \beta_{21}. -746711,539 & \beta_{22}.1577711,539 & \beta_{23}.0 & \beta_{24}. -761645,769 \\ \beta_{31}. -746711,539 & \beta_{32}.0 & \beta_{33}.1577711,539 & \beta_{34}.761645,769 \\ \beta_{41}.0 & \beta_{42}. -761645,769 & \beta_{43}.761645,769 & \beta_{44}.1553757,37 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,044 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,044 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,044 & \beta_{22} &= 0,021 & \beta_{33} &= 0,021 & \beta_{44} &= 0,044 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,044 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,044 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} = \begin{bmatrix} 0,9836 & 0,1275 & 0,1275 & 0 \\ 0 & -0,3892 & -0,3892 & -0,8349 \\ 0,1803 & -0,6955 & -0,6955 & 0 \\ 0 & -0,5904 & -0,5904 & 0,5504 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0383 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 365,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 868,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1994,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1316,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3,4496 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10,7121 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50,3055 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 136,7036 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 78,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 510,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2395,5 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 3106,9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 365,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 868,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1994,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1316,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\ddot{r}_1 + 3,4496\dot{r}_1 + 78,4r_1 &= 365,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 10,7121\dot{r}_2 + 510,1r_2 &= 868,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 50,3055\dot{r}_3 + 2395,5r_3 &= -1994,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 136,7036\dot{r}_4 + 3106,9r_4 &= 1316,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t)\end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned}r_1 &= 0,0069 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) \cdot 387,7125 + \\ &\quad 0,2634 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) - 0,2634 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 1,1710 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= -2,2030 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) \cdot 4,3882 \cdot 10^5 + \\ &\quad 2,9454 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + 1,9085 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 2,9454 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= 8,2239 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) \cdot 1,6794 \cdot 10^5 - \\ &\quad 0,3866 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + 0,3866 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,8010 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= e^{(-28,7909 \cdot t)} \cdot 0,2678 + e^{(-107,9127 \cdot t)} \cdot (-0,0268) - \\ &\quad 0,2410 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,2484 \cdot \sin(19,38 \cdot t)\end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned}z_1(t) &= 0,0266 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0026 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) - \\ &\quad 0,0132 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0019 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 4,5052 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) + 1,3726 \cdot 10^{-18} \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + \\ &\quad 2,5261 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 7,0708 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - \\ &\quad 2,2692 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 2,2738 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ z_2(t) &= 0,0130 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0013 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) - \\ &\quad 0,0185 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0378 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 0,0144 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) - 0,0440 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + \\ &\quad 0,0037 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0103 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - \\ &\quad 0,0061 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 6,0749 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ z_3(t) &= 0,0130 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0013 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) + \\ &\quad 0,0497 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0610 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 0,0144 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) + 0,0440 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) - \\ &\quad 0,0037 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0103 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + \\ &\quad 0,0061 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} - 6,0749 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ \theta(t) &= 1,3379 \cdot 10^{-18} \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 1,3222 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) -\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &0,0421 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,0672 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\
 &0,0233 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) - 0,0710 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + \\
 &1,4881 \cdot 10^{-18} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) - 4,1651 \cdot 10^{-18} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + \\
 &0,0043 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} - 4,2669 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)}
 \end{aligned}$$

Untuk tekanan 700000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = $[M]$

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 680 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 680 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = $[K]$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1592984,616 & -796492,308 & -796492,308 & 0 \\ -796492,308 & 1627492,308 & 0 & -812422,154 \\ -796492,308 & 0 & 1627492,308 & 812422,154 \\ 0 & -812422,154 & 812422,154 & 1657341,194 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = $[C]$

$$[C] = \begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1640 & -0,3099 & -0,3099 & 0 \\ -0,3099 & 2,3934 & 0 & -0,9001 \\ -0,3099 & 0 & 2,3934 & 0,9001 \\ 0 & -0,9001 & 0,9001 & 1,3832 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa

$(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1640 & -0,3099 & -0,3099 & 0 \\ -0,3099 & 2,3934 & 0 & -0,9001 \\ -0,3099 & 0 & 2,3934 & 0,9001 \\ 0 & -0,9001 & 0,9001 & 1,3832 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1640 - \lambda & -0,3099 & -0,3099 & 0 \\ -0,3099 & 2,3934 - \lambda & 0 & -0,9001 \\ -0,3099 & 0 & 2,3934 - \lambda & 0,9001 \\ 0 & -0,9001 & 0,9001 & 1,3832 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1640 - \lambda & -0,3099 & -0,3099 & 0 \\ -0,3099 & 2,3934 - \lambda & 0 & -0,9001 \\ -0,3099 & 0 & 2,3934 - \lambda & 0,9001 \\ 0 & -0,9001 & 0,9001 & 1,3832 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 80,9$$

$$\lambda_2 = 2476,4$$

$$\lambda_3 = 3257,7$$

$$\lambda_4 = 518,9$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 8,994 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 49,763 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 57,076 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 22,779 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9825 & -0,1862 & 0 & 0 \\ -0,1317 & 0,6947 & -0,5850 & 0,3972 \\ -0,1317 & 0,6947 & 0,5850 & -0,3972 \\ 0 & 0 & 0,5618 & 0,8273 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 1592984,616 & \beta_{12} \cdot -796492,308 & \beta_{13} \cdot -796492,308 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -796492,308 & \beta_{22} \cdot 1627492,308 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -812422,154 \\ \beta_{31} \cdot -796492,308 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 1627492,308 & \beta_{34} \cdot 812422,154 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -812422,154 & \beta_{43} \cdot 812422,154 & \beta_{44} \cdot 1657341,194 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,041 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,054 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,041 & \beta_{22} &= 0,020 & \beta_{33} &= 0,020 & \beta_{44} &= 0,041 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,041 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,041 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal F(t)

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,9825 & -0,1317 & -0,1317 & 0 \\ -0,1862 & 0,6947 & 0,6947 & 0 \\ 0 & -0,5850 & 0,5850 & 0,5618 \\ 0 & 0,3972 & -0,3972 & 0,8273 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0383 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} -377,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1992,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1304,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -886,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{cases}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3,3169 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 49,528 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 65,154 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 21,2749 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2476,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3257,7 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 518,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -377,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1992,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1304,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -886,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 3,3169\dot{r}_1 + 80,9r_1 &= -377,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 49,528\dot{r}_2 + 2476,4r_2 &= 1992,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 65,154\dot{r}_3 + 3257,7r_3 &= 1304,9 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 21,2749\dot{r}_4 + 518,9r_4 &= -886,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= -1,5450 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \sin(8,8402 \cdot t) \cdot 1,7680 \cdot 10^5 - \\ &\quad 0,2668 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \cos(8,8402 \cdot t) + 1,2232 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,2668 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= -1,3587 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \sin(43,1642 \cdot t) \cdot 1,0791 \cdot 10^4 + \\ &\quad 0,3585 \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \cos(43,1642 \cdot t) + 0,7847 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,3585 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= -8,8332 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \sin(46,8662 \cdot t) \cdot 4,6866 \cdot 10^4 + \\ &\quad 0,1664 \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \cos(46,8662 \cdot t) + 0,3798 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,1664 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= -9,2178 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \sin(20,1431 \cdot t) \cdot 4,0286 \cdot 10^5 - \\ &\quad 1,9175 \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \cos(20,1431 \cdot t) - 0,6665 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 1,9175 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan Z(t)=M^{-0.5}.Q.r sehingga didapatkan

persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned}
 z_1(t) &= 0,0272 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \sin(8,8402 \cdot t) + 0,0027 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \cos(8,8402 \cdot t) - \\
 & 0,0137 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0020 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\
 & 2,7699 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \sin(43,1642 \cdot t) - 6,7729 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \cos(43,1642 \cdot t) + \\
 & 6,8782 \cdot 10^{-21} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \sin(46,8662 \cdot t) - 2,7650 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \cos(46,8662 \cdot t) - \\
 & 2,6304 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \sin(20,1431 \cdot t) - 1,3582 \cdot 10^{-18} \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \cos(20,1431 \cdot t) \\
 z_2(t) &= 0,0138 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \sin(8,8402 \cdot t) + 0,0013 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \cos(8,8402 \cdot t) - \\
 & 0,0039 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0039 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\
 & 0,0096 \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \sin(43,1642 \cdot t) + 9,2868 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \cos(43,1642 \cdot t) + \\
 & 0,0037 \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \sin(46,8662 \cdot t) - 0,0057 \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \cos(46,8662 \cdot t) - \\
 & 2,6304 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \sin(20,1431 \cdot t) - 0,0057 \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \cos(20,1431 \cdot t) \\
 z_3(t) &= 0,0138 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \sin(8,8402 \cdot t) + 0,0013 \cdot e^{(-1,6585 \cdot t)} \cdot \cos(8,8402 \cdot t) + \\
 & 0,0334 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0438 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\
 & 0,0039 \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \sin(43,1642 \cdot t) + 9,2868 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-24,7640 \cdot t)} \cdot \cos(43,1642 \cdot t) - \\
 & 6,8782 \cdot 10^{-21} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \sin(46,8662 \cdot t) + 2,7650 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \cos(46,8662 \cdot t) + \\
 & 2,6304 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \sin(20,1431 \cdot t) + 0,0057 \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \cos(20,1431 \cdot t) \\
 \theta(t) &= -6,7186 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \sin(46,8662 \cdot t) + 0,0027 \cdot e^{(-32,5770 \cdot t)} \cdot \cos(46,8662 \cdot t) + \\
 & 0,0098 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,0431 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0089 \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \sin(20,1431 \cdot t) - \\
 & 0,0458 \cdot e^{(-10,6374 \cdot t)} \cdot \cos(20,1431 \cdot t)
 \end{aligned}$$

Untuk tekanan 800000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = [M]

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 680 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 680 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} 1792107,692 & -896053,846 & -896053,846 & 0 \\ -896053,846 & 1727053,846 & 0 & -913974,923 \\ -896053,846 & 0 & 1727053,846 & 913974,923 \\ 0 & -913974,923 & 913974,923 & 1846508,843 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = [C]

$$[C] = \begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1845 & -0,3486 & -0,3486 & 0 \\ -0,3486 & 2,5398 & 0 & -1,0126 \\ -0,3486 & 0 & 2,5398 & 1,0126 \\ 0 & -1,0126 & 1,0126 & 1,5561 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa $(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1845 & -0,3486 & -0,3486 & 0 \\ -0,3486 & 2,5398 & 0 & -1,0126 \\ -0,3486 & 0 & 2,5398 & 1,0126 \\ 0 & -1,0126 & 1,0126 & 1,5561 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1845 - \lambda & -0,3486 & -0,3486 & 0 \\ -0,3486 & 2,5398 - \lambda & 0 & -1,0126 \\ -0,3486 & 0 & 2,5398 - \lambda & 1,0126 \\ 0 & -1,0126 & 1,0126 & 1,5561 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det \left[1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,1845 - \lambda & -0,3486 & -0,3486 & 0 \\ -0,3486 & 2,5398 - \lambda & 0 & -1,0126 \\ -0,3486 & 0 & 2,5398 - \lambda & 1,0126 \\ 0 & -1,0126 & 1,0126 & 1,5561 - \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 85,4 \\ \lambda_2 &= 638,8 \\ \lambda_3 &= 3562,1 \\ \lambda_4 &= 533,9 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\begin{aligned} \omega_{n1} &= 9,24 \text{ rad/s} \\ \omega_{n2} &= 25,27 \text{ rad/s} \\ \omega_{n3} &= 59,68 \text{ rad/s} \\ \omega_{n4} &= 23,106 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9804 & -0,1969 & 0 & 0 \\ -0,1393 & 0,6933 & 0,5755 & 0,4108 \\ -0,1393 & 0,6933 & -0,5755 & -0,4108 \\ 0 & 0 & -0,5810 & 0,5504 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 65998,92 & -32999,46 & -32999,46 & 0 \\ -32999,46 & 32999,46 & 0 & -33659,449 \\ -32999,46 & 0 & 32999,46 & 33659,449 \\ 0 & -33659,449 & 33659,449 & 68665,276 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 1792107,692 & \beta_{12} \cdot -896053,846 & \beta_{13} \cdot -896053,846 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -896053,846 & \beta_{22} \cdot 1727053,846 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -913974,923 \\ \beta_{31} \cdot -896053,846 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 1727053,846 & \beta_{34} \cdot 913974,923 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -913974,923 & \beta_{43} \cdot 913974,923 & \beta_{44} \cdot 1846508,843 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,037 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,037 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,037 & \beta_{22} &= 0,019 & \beta_{33} &= 0,019 & \beta_{44} &= 0,037 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,037 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,037 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} = \begin{bmatrix} -0,9804 & -0,1393 & -0,1393 & 0 \\ -0,1969 & 0,6933 & 0,6933 & 0 \\ 0 & 0,5755 & -0,5755 & -0,5810 \\ 0 & 0,4108 & -0,4108 & 0,8139 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0383 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0383 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 831000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 831000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -399,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1988,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1283,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -916,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3,1598 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50,1372 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 67,6799 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 19,7543 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 85,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2638,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3562,1 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 533,9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -399,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 1988,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1283,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -916,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 3,4496\dot{r}_1 + 78,4r_1 &= -399,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 10,7121\dot{r}_2 + 510,1r_2 &= 1988,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 50,3055\dot{r}_3 + 2395,5r_3 &= -1283,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 136,7036\dot{r}_4 + 3106,9r_4 &= -916,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= -0,0075 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) \cdot 387,7125 - \\ &\quad 0,2878 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) + 0,2878 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 1,2792 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= -5,0452 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) \cdot 4,3882 \cdot 10^5 + \\ &\quad 6,7455 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) - 6,7455 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 4,3708 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= 5,2927 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) \cdot 1,6794 \cdot 10^5 - \\ &\quad 0,2488 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - 0,5155 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,2488 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= e^{(-28,7909 \cdot t)} \cdot -0,1864 + e^{(-107,9127 \cdot t)} \cdot 0,0187 + 0,1677 \cos(20,1431 \cdot t) - \\ &\quad 0,1729 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned} z_1(t) &= 0,0290 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0029 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) + \\ &\quad 0,0106 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0215 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + \\ &\quad 0,0044 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) - 0,0135 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + \\ &\quad 9,6147 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) - 2,6912 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - \\ &\quad 1,8723 \cdot 10^{-19} \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 1,8761 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ z_2(t) &= 0,0155 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0015 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) - \\ &\quad 0,1727 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,0953 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 0,0589 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) + 0,1793 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) + \\ &\quad 0,0020 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) - 0,0055 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - \\ &\quad 0,0029 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 2,9423 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ z_3(t) &= 0,0155 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \sin(8,6848 \cdot t) + 0,0015 \cdot e^{(-1,7248 \cdot t)} \cdot \cos(8,6848 \cdot t) - \\ &\quad 0,1890 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,1235 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 0,0589 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \sin(21,9411 \cdot t) + 0,1793 \cdot e^{(-5,3560 \cdot t)} \cdot \cos(21,9411 \cdot t) - \\ &\quad 0,0020 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0055 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + \\ &\quad 0,0029 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} - 2,9423 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \\ \theta(t) &= -0,0015 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0042 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + \\ &\quad 0,0046 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 2,3317 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\ &\quad 0,0044 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 4,3910 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-107,9127 \cdot t)} \end{aligned}$$

Perhitungan respon dinamis untuk suspensi belakang Untuk tekanan 550000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = $[M]$

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 700 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = $[K]$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2588600 & -1294300 & -1294300 & 0 \\ -1294300 & 2956300 & 0 & -1588753,25 \\ -1294300 & 0 & 2956300 & 1588753,25 \\ 0 & -1588753,25 & 1588753,25 & 3900389,229 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = $[C]$

$$[C] = \begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,2665 & -0,4963 & -0,4963 & 0 \\ -0,4963 & 4,2233 & 0 & -1,7348 \\ -0,4963 & 0 & 4,2233 & 1,7348 \\ 0 & -1,7348 & 1,7348 & 3,2553 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa

$(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,2665 & -0,4963 & -0,4963 & 0 \\ -0,4963 & 4,2233 & 0 & -1,7348 \\ -0,4963 & 0 & 4,2233 & 1,7348 \\ 0 & -1,7348 & 1,7348 & 3,2553 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,2665 - \lambda & -0,4963 & -0,4963 & 0 \\ -0,4963 & 4,2233 - \lambda & 0 & -1,7348 \\ -0,4963 & 0 & 4,2233 - \lambda & 1,7348 \\ 0 & -1,7348 & 1,7348 & 3,2553 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,2665 - \lambda & -0,4963 & -0,4963 & 0 \\ -0,4963 & 4,2233 - \lambda & 0 & -1,7348 \\ -0,4963 & 0 & 4,2233 - \lambda & 1,7348 \\ 0 & -1,7348 & 1,7348 & 3,2553 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 145,6$$

$$\lambda_2 = 4344,1$$

$$\lambda_3 = 6240$$

$$\lambda_4 = 1238,6$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 12,066 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 65,909 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 78,994 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 35,194 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubtitusikan ke persamaan problem

nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen $[Q]$ sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9855 & -0,1696 & 0 & 0 \\ -0,1200 & 0,6969 & 0,5462 & 0,4490 \\ -0,1200 & 0,6969 & -0,5462 & -0,4490 \\ 0 & 0 & -0,6350 & 0,7725 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1L_1 - C_2L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2L_r \\ C_1L_1 - C_2L_r & -C_1L_1 & C_2L_r & C_1L_1^2 + C_2L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1L_1 - k_2L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1L_1 - k_2L_r & \beta_{42} \cdot -k_1L_1 & \beta_{43} \cdot k_2L_r & \beta_{44} \cdot k_1L_1^2 + k_2L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 2588600 & \beta_{12} \cdot -1294300 & \beta_{13} \cdot -1294300 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -1294300 & \beta_{22} \cdot 2956300 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -1588753,25 \\ \beta_{31} \cdot -1294300 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 2956300 & \beta_{34} \cdot 1588753,25 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -1588753,25 & \beta_{43} \cdot 1588753,25 & \beta_{44} \cdot 3900389,229 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,052 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,052 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,052 & \beta_{22} &= 0,023 & \beta_{33} &= 0,023 & \beta_{44} &= 0,052 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,052 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,052 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} = \begin{bmatrix} -0,9855 & -0,1200 & -0,1200 & 0 \\ -0,1696 & 0,6969 & 0,6969 & 0 \\ 0 & 0,5462 & -0,5462 & -0,6350 \\ 0 & 0,4490 & -0,4490 & 0,7725 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0378 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0378 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -678,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3939,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2402 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1974,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7,5712 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 99,9143 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 143,52 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 64,4072 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 145,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4344,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6240 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 1238,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -678,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3939,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2402 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -1974,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 7,5712\dot{r}_1 + 145,6r_1 &= -678,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 99,9143\dot{r}_2 + 4344,1r_2 &= 3939,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 143,52\dot{r}_3 + 6240r_3 &= -2402 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 64,4072\dot{r}_4 + 1238,6r_4 &= -1974,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= -0,0011 \cdot e^{(-3,7856 \cdot t)} \cdot \sin(11,4573 \cdot t) \cdot 3,5804 \cdot 10^3 - \\ & 1,3371 \cdot e^{(-3,7856 \cdot t)} \cdot \cos(11,4573 \cdot t) + 1,3371 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 2,0958 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= 3,2506 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-49,9571 \cdot t)} \cdot \sin(42,9928 \cdot t) \cdot 2,8662 \cdot 10^5 + \\ & 0,3912 \cdot e^{(-49,9571 \cdot t)} \cdot \cos(42,9928 \cdot t) - 0,3912 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,8019 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= -3,5948 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-71,7600 \cdot t)} \cdot \sin(33,0228 \cdot t) \cdot 412,7844 - \\ & 0,1586 \cdot e^{(-71,7600 \cdot t)} \cdot \cos(33,0228 \cdot t) + 0,1586 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,3344 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= -3,9943 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-32,2036 \cdot t)} \cdot \sin(14,1961 \cdot t) \cdot 3,5490 \cdot 10^4 - \\ & 1,0702 \cdot e^{(-32,2036 \cdot t)} \cdot \cos(14,1961 \cdot t) - 0,7399 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 1,0702 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned}
 z_1(t) &= 0,0399.e^{(-3,7856.t)} \cdot \sin(11,4573.t) + 0,0134.e^{(-3,7856.t)} \cdot \cos(11,4573.t) - \\
 & 0,0127.\cos(19,38.t) - 0,0223.\sin(19,38.t) - \\
 & 1,6035.10^{-4}.e^{(-49,9571.t)} \cdot \sin(42,9928.t) - 6,7338.10^{-4}.e^{(-49,9571.t)} \cdot \cos(42,9928.t) - \\
 & 1,0221.10^{-19}.e^{(-71,7600.t)} \cdot \sin(33,0228.t) - 1,0923.10^{-19}.e^{(-71,7600.t)} \cdot \cos(33,0228.t) + \\
 & 2,1636.10^{-19}.e^{(-32,2036.t)} \cdot \sin(14,1961.t) + 1,6334.10^{-19}.e^{(-32,2036.t)} \cdot \cos(14,1961.t) \\
 z_2(t) &= 0,0181.e^{(-3,7856.t)} \cdot \sin(11,4573.t) + 0,0061.e^{(-3,7856.t)} \cdot \cos(11,4573.t) + \\
 & 0,0051.\cos(19,38.t) - 0,0078.\sin(19,38.t) + \\
 & 0,0025.e^{(-49,9571.t)} \cdot \sin(42,9928.t) + 0,0103.e^{(-49,9571.t)} \cdot \cos(42,9928.t) - \\
 & 0,0031.e^{(-71,7600.t)} \cdot \sin(33,0228.t) - 0,0033.e^{(-71,7600.t)} \cdot \cos(33,0228.t) - \\
 & 0,0241.e^{(-32,2036.t)} \cdot \sin(14,1961.t) - 0,0182.e^{(-32,2036.t)} \cdot \cos(14,1961.t) \\
 z_3(t) &= 0,0181.e^{(-3,7856.t)} \cdot \sin(11,4573.t) + 0,0061.e^{(-3,7856.t)} \cdot \cos(11,4573.t) - \\
 & 0,0378.\cos(19,38.t) + 0,0311.\sin(19,38.t) + \\
 & 0,0025.e^{(-49,9571.t)} \cdot \sin(42,9928.t) + 0,0103.e^{(-49,9571.t)} \cdot \cos(42,9928.t) + \\
 & 0,0031.e^{(-71,7600.t)} \cdot \sin(33,0228.t) + 0,0033.e^{(-71,7600.t)} \cdot \cos(33,0228.t) + \\
 & 0,0241.e^{(-32,2036.t)} \cdot \sin(14,1961.t) + 0,0182.e^{(-32,2036.t)} \cdot \cos(14,1961.t) \\
 \theta(t) &= 0,0027.e^{(-71,7600.t)} \cdot \sin(33,0228.t) + 0,0029.e^{(-71,7600.t)} \cdot \cos(33,0228.t) + \\
 & 0,0210.\cos(19,38.t) - 0,0104.\sin(19,38.t) - \\
 & 0,0316.e^{(-32,2036.t)} \cdot \sin(14,1961.t) - 0,0239.e^{(-32,2036.t)} \cdot \cos(14,1961.t)
 \end{aligned}$$

Untuk tekanan 650000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = [M]

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 700 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} 2986846,156 & -1493423,078 & -1493423,078 & 0 \\ -1493423,078 & 3155423,078 & 0 & -1833176,828 \\ -1493423,078 & 0 & 1577711,539 & 1833176,828 \\ 0 & -1833176,828 & 1833176,828 & 4500449,113 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = [C]

$$[C] = \begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3074 & -0,5727 & -0,5727 & 0 \\ -0,5727 & 4,5077 & 0 & -2,0017 \\ -0,5727 & 0 & 4,5077 & 2,0017 \\ 0 & -2,0017 & 2,0017 & 3,7561 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaan $(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3074 & -0,5727 & -0,5727 & 0 \\ -0,5727 & 4,5077 & 0 & -2,0017 \\ -0,5727 & 0 & 4,5077 & 2,0017 \\ 0 & -2,0017 & 2,0017 & 3,7561 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3074 - \lambda & -0,5727 & -0,5727 & 0 \\ -0,5727 & 4,5077 - \lambda & 0 & -2,0017 \\ -0,5727 & 0 & 4,5077 - \lambda & 2,0017 \\ 0 & -2,0017 & 2,0017 & 3,7561 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det \left[1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3074 - \lambda & -0,5727 & -0,5727 & 0 \\ -0,5727 & 4,5077 - \lambda & 0 & -2,0017 \\ -0,5727 & 0 & 4,5077 - \lambda & 2,0017 \\ 0 & -2,0017 & 2,0017 & 3,7561 - \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 156,7$$

$$\lambda_2 = 1276,3$$

$$\lambda_3 = 4658,5$$

$$\lambda_4 = 6987,6$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 12,518 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 35,725 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 68,253 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 83,592 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9831 & 0 & -0,1830 & 0 \\ -0,1294 & -0,4659 & 0,6952 & -0,5319 \\ -0,1294 & 0,4659 & 0,6952 & 0,5319 \\ 0 & -0,7522 & 0 & 0,6589 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 2986846,156 & \beta_{12} \cdot -1493423,078 & \beta_{13} \cdot -1493423,078 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -1493423,078 & \beta_{22} \cdot 3155423,078 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -1833176,828 \\ \beta_{31} \cdot -1493423,078 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 1577711,539 & \beta_{34} \cdot 1833176,828 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -1833176,828 & \beta_{43} \cdot 1833176,828 & \beta_{44} \cdot 4500449,113 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,045 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,045 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,045 & \beta_{22} &= 0,021 & \beta_{33} &= 0,021 & \beta_{44} &= 0,045 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,045 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,045 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,9831 & -0,1294 & -0,1294 & 0 \\ 0 & -0,4659 & 0,4659 & -0,7522 \\ -0,1830 & 0,6952 & 0,6952 & 0 \\ 0 & -0,5319 & 0,5319 & 0,6589 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0378 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0378 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -731,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 2048,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3930,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 2338,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7,0515 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 26,8023 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 97,8285 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 314,442 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 156,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1276,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4658,5 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 6987,6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -731,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 2048,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3930,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 2338,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 7,0515\dot{r}_1 + 156,7r_1 &= -731,6 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 26,8023\dot{r}_2 + 1276,3r_2 &= 2048,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 97,8285\dot{r}_3 + 4658,5r_3 &= 3930,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 314,442\dot{r}_4 + 6987,6r_4 &= 2338,8 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= -8,9939 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \sin(12,0112 \cdot t) \cdot 4,8045 \cdot 10^4 + \\ & 1,5015 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \cos(12,0112 \cdot t) + 1,5015 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 2,4050 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= -9,0676 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-13,4011 \cdot t)} \cdot \sin(33,1166 \cdot t) \cdot 6,6233 \cdot 10^5 + \\ & 0,9844 \cdot e^{(-13,4011 \cdot t)} \cdot \cos(33,1166 \cdot t) + 1,7070 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,9844 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= 2,1165 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \sin(47,6014 \cdot t) \cdot 1,7310 \cdot 10^4 + \\ & 0,3397 \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \cos(47,6014 \cdot t) + 0,7673 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,3397 \cdot \cos(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= e^{(-24,0638 \cdot t)} \cdot 0,1783 + e^{(-290,3782 \cdot t)} \cdot (-0,0020) - 0,1763 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\ & 0,1913 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned} z_1(t) &= 0,0431 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \sin(12,0112 \cdot t) + 0,0150 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \cos(12,0112 \cdot t) - \\ & 0,0143 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0254 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - \\ & 6,8018 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \sin(47,6014 \cdot t) - 6,3060 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \cos(47,6014 \cdot t) \\ z_2(t) &= 0,0211 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \sin(12,0112 \cdot t) + 0,0073 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \cos(12,0112 \cdot t) + \\ & 0,0046 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0255 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - \\ & 0,0106 \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \sin(47,6014 \cdot t) - 0,0173 \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \cos(47,6014 \cdot t) + \\ & 9,6261 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0089 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) - \\ & 0,0036 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} + 4,0398 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-290,3782 \cdot t)} \\ z_3(t) &= 0,0211 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \sin(12,0112 \cdot t) + 0,0073 \cdot e^{(-3,5257 \cdot t)} \cdot \cos(12,0112 \cdot t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &0,0371 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,0423 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - \\
 &0,0106 \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \sin(47,6014 \cdot t) + 0,0173 \cdot e^{(-48,9143 \cdot t)} \cdot \cos(47,6014 \cdot t) + \\
 &9,6261 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \sin(41,9862 \cdot t) + 0,0089 \cdot e^{(-25,1528 \cdot t)} \cdot \cos(41,9862 \cdot t) + \\
 &0,0036 \cdot e^{(-28,7909 \cdot t)} - 4,0398 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-290,3782 \cdot t)} \\
 \theta(t) = &1,1959 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-22,4744 \cdot t)} - 6,5933 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-399,2096 \cdot t)} - 3,0504 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(19,380 \cdot t) - 3,1654 \\
 &\cdot 10^{-4} \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\
 &- 3,6017 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-54,6409 \cdot t)} \cdot \sin(47,0985 \cdot t) - 1,6219 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-54,6409 \cdot t)} \cdot \cos(47,0985 \cdot t)
 \end{aligned}$$

Untuk tekanan 70000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = [M]

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 700 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} 3185969,232 & -1592984,616 & -1592984,616 & 0 \\ -1592984,616 & 3254984,616 & 0 & -1955388,616 \\ -1592984,616 & 0 & 3254984,616 & 1955388,616 \\ 0 & -1955388,616 & 1955388,616 & 4800479,053 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = [C]

$$[C] = \begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = {F}

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. [M] dan [K]. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan

banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 004 * \begin{bmatrix} 0,0328 & -0,0611 & -0,0611 & 0 \\ -0,0611 & 0,4650 & 0 & -0,2135 \\ -0,0611 & 0 & 4,6499 & 0,2135 \\ 0 & -0,2135 & 0,2135 & 0,4007 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaa

$(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$\begin{bmatrix} 1.0e + 004 * \begin{bmatrix} 0,0328 & -0,0611 & -0,0611 & 0 \\ -0,0611 & 0,4650 & 0 & -0,2135 \\ -0,0611 & 0 & 4,6499 & 0,2135 \\ 0 & -0,2135 & 0,2135 & 0,4007 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 1.0e + 004 * \begin{bmatrix} 0,0328 - \lambda & -0,0611 & -0,0611 & 0 \\ -0,0611 & 0,4650 - \lambda & 0 & -0,2135 \\ -0,0611 & 0 & 4,6499 - \lambda & 0,2135 \\ 0 & -0,2135 & 0,2135 & 0,4007 - \lambda \end{bmatrix} \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det \left[1.0e + 004 * \begin{bmatrix} 0,0328 - \lambda & -0,0611 & -0,0611 & 0 \\ -0,0611 & 0,4650 - \lambda & 0 & -0,2135 \\ -0,0611 & 0 & 4,6499 - \lambda & 0,2135 \\ 0 & -0,2135 & 0,2135 & 0,4007 - \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

- $\lambda_1 = 209$
- $\lambda_2 = 2181$
- $\lambda_3 = 6479$
- $\lambda_4 = 46614$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 14,4568 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 46,7012 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 80,4922 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 215,9028 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem

nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0,9786 & 0,1896 & 0,0795 & -0,0131 \\ 0,1814 & -0,6145 & -0,7678 & -0,0024 \\ 0,0084 & 0,0395 & -0,0327 & 0,9987 \\ 0,0973 & -0,7648 & 0,6349 & 0,0502 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 3185969,232 & \beta_{12} \cdot -1592984,616 & \beta_{13} \cdot -1592984,616 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -1592984,616 & \beta_{22} \cdot 3254984,616 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -1955388,616 \\ \beta_{31} \cdot -1592984,616 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 3254984,616 & \beta_{34} \cdot 1955388,616 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -1955388,616 & \beta_{43} \cdot 1955388,616 & \beta_{44} \cdot 4800479,053 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,042 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,042 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,042 & \beta_{22} &= 0,021 & \beta_{33} &= 0,021 & \beta_{44} &= 0,042 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,042 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,042 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} = \begin{bmatrix} 0,9786 & 0,1814 & 0,0084 & 0,0973 \\ 0,1896 & -0,6145 & 0,0395 & -0,7648 \\ 0,0795 & -0,7678 & -0,0327 & 0,6349 \\ -0,0131 & -0,0024 & 0,9987 & 0,0502 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0378 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0378 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 156,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -187,7 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -646,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 5017,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8,778 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 45,801 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 136,059 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 1957,788 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 209 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2181 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6479 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 46614 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 156,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -187,7 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -646,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 5017,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_1 + 8,778\dot{r}_1 + 209r_1 &= 156,3 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_2 + 45,801\dot{r}_2 + 2181r_2 &= -187,7 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_3 + 136,059\dot{r}_3 + 6479r_3 &= -646,4 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ \ddot{r}_4 + 1957,788\dot{r}_4 + 46614r_4 &= 5017,2 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{aligned}$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$\begin{aligned} r_1 &= 5,7762 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-4,3890 \cdot t)} \cdot \sin(13,7745 \cdot t) \cdot 1,3774 \cdot 10^4 + \\ &\quad 0,4690 \cdot e^{(-4,3890 \cdot t)} \cdot \cos(13,7745 \cdot t) - 0,4690 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,4593 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_2 &= 2,0523 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-22,9005 \cdot t)} \cdot \sin(40,7009 \cdot t) \cdot 8,1402 \cdot 10^4 - \\ &\quad 0,0412 \cdot e^{(-22,9005 \cdot t)} \cdot \cos(40,7009 \cdot t) + 0,0412 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0837 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_3 &= -2,5799 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-68,0295 \cdot t)} \cdot \sin(43,0231 \cdot t) \cdot 80,4922 - \\ &\quad 0,0386 \cdot e^{(-68,0295 \cdot t)} \cdot \cos(43,0231 \cdot t) + 0,0386 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,0892 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \\ r_4 &= e^{(-24,1063 \cdot t)} \cdot 0,0532 + e^{(-1933,7 \cdot t)} \cdot (-1,3616 \cdot 10^{-5}) - 0,0532 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\ &\quad 0,0648 \cdot \sin(19,38 \cdot t) \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t)=M^{-0.5}.Q.r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$z_1(t) = 0,0079.e^{(-4,3890.t)} \cdot \sin(13,7745.t) + 0,0047.e^{(-4,3890.t)} \cdot \cos(13,7745.t) - 0,0045.\cos(19,38.t) - 0,0048.\sin(19,38.t) - 3,2129.10^{-5}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \sin(40,7009.t) - 7,9167.10^{-5}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \cos(40,7009.t) - 2,0808.10^{-7}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \sin(43,0231.t).80,4922 - 3,1099.10^{-5}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \cos(43,0231.t) - 7,1000.10^{-6}.e^{(-24,1063.t)} + 1,8164.10^{-9}.e^{(-1933,7.t)}$$

$$z_2(t) = 0,0055.e^{(-4,3890.t)} \cdot \sin(13,7745.t) + 0,0032.e^{(-4,3890.t)} \cdot \cos(13,7745.t) - 0,0053.\cos(19,38.t) + 0,0014.\sin(19,38.t) - 3,8800.10^{-4}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \sin(40,7009.t) + 9,5603.10^{-4}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \cos(40,7009.t) + 7,4869.10^{-6}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \sin(43,0231.t).80,4922 + 0,0011.e^{(-68,0295.t)} \cdot \cos(43,0231.t) - 4,7493.10^{-6}.e^{(-24,1063.t)} + 1,2151.10^{-9}.e^{(-1933,7.t)}$$

$$z_3(t) = 2,5344.10^{-4}.e^{(-4,3890.t)} \cdot \sin(13,7745.t) + 1,4941.10^{-4}.e^{(-4,3890.t)} \cdot \cos(13,7745.t) - 0,0021.\cos(19,38.t) + 0,0023.\sin(19,38.t) + 2,4916.10^{-5}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \sin(40,7009.t) - 6,1394.10^{-5}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \cos(40,7009.t) + 3,1847.10^{-7}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \sin(43,0231.t).80,4922 + 4,7597.10^{-5}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \cos(43,0231.t) + 0,0020.e^{(-24,1063.t)} + 5,1396.10^{-7}.e^{(-1933,7.t)}$$

$$\theta(t) = 0,0022.e^{(-4,3890.t)} \cdot \sin(13,7745.t) + 0,0013.e^{(-4,3890.t)} \cdot \cos(13,7745.t) - 0,0016.\cos(19,38.t) - 9,8349.10^{-4}.\sin(19,38.t) - 3,6912.10^{-4}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \sin(40,7009.t) + 9,0952.10^{-4}.e^{(-22,9005.t)} \cdot \cos(40,7009.t) - 4,7321.10^{-6}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \sin(43,0231.t).80,4922 - 7,0723.10^{-4}.e^{(-68,0295.t)} \cdot \cos(43,0231.t) + 7,7131.10^{-5}.e^{(-24,1063.t)} - 1,9733.10^{-8}.e^{(-1933,7.t)}$$

Untuk tekanan 80000 Pa

1. Persamaan umum getaran

Matriks massa = [M]

$$[M] = \begin{bmatrix} 9715 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 700 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1198,16 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta kekakuan = [K]

$$[K] = \begin{bmatrix} 3584215,384 & -1792107,692 & -1792107,692 & 0 \\ -1792107,692 & 3454107,692 & 0 & -2199812,192 \\ -1792107,692 & 0 & 3454107,692 & 2199812,192 \\ 0 & -2199812,192 & 2199812,192 & 5400538,931 \end{bmatrix}$$

Matriks konstanta peredaman = [C]

$$[C] = \begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix}$$

Vektor gaya input = $\{F\}$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari frekuensi natural dari sistem getaran digunakan analisa frekuensi modal. Disebut analisis modal karena menggunakan pengubah matriks Q yang disebut modal matriks. Modal matriks terdiri dari *eigenvector* matriks. $[M]$ dan $[K]$. Respon gaya pada sistem derajat kebebasan banyak dapat diselesaikan dengan menggunakan modal analisis dan persamaan gerak dirumuskan pada persamaan (2.24).

2. Menghitung nilai eigen dan frekuensi natural

Untuk menyederhanakan persamaan dalam mencari nilai eigen dan frekuensi natural dari sistem getaran, matrik konstanta kekakuan pegas dikalikan dengan invers matrik massa:

$$[\tilde{K}] = [M]^{-1/2} [K] [M]^{-1/2}$$

$$[\tilde{K}] = 1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3689 & -0,6872 & -0,6872 & 0 \\ -0,6872 & 4,9344 & 0 & -2,4020 \\ -0,6872 & 0 & 4,9344 & 2,4020 \\ 0 & -2,4020 & 2,4020 & 4,5074 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matrik sistem didapatkan dengan memasukkan harga λ ke persamaan $(\tilde{K} - \lambda_i I)X_i = 0$, sehingga persamaannya menjadi:

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3689 & -0,6872 & -0,6872 & 0 \\ -0,6872 & 4,9344 & 0 & -2,4020 \\ -0,6872 & 0 & 4,9344 & 2,4020 \\ 0 & -2,4020 & 2,4020 & 4,5074 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_i = 0$$

$$1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3689 - \lambda & -0,6872 & -0,6872 & 0 \\ -0,6872 & 4,9344 - \lambda & 0 & -2,4020 \\ -0,6872 & 0 & 4,9344 - \lambda & 2,4020 \\ 0 & -2,4020 & 2,4020 & 4,5074 - \lambda \end{bmatrix} X_i = 0$$

Nilai eigen diperoleh dari $\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$

$$\det(\tilde{K} - \lambda_i I) = 0$$

$$\det \left[1.0e + 003 * \begin{bmatrix} 0,3689 - \lambda & -0,6872 & -0,6872 & 0 \\ -0,6872 & 4,9344 - \lambda & 0 & -2,4020 \\ -0,6872 & 0 & 4,9344 - \lambda & 2,4020 \\ 0 & -2,4020 & 2,4020 & 4,5074 - \lambda \end{bmatrix} \right] = 0$$

Akar-akar persamaan di atas merupakan nilai eigen sistem, nilainya yaitu:

$$\lambda_1 = 170,7$$

$$\lambda_2 = 5132,7$$

$$\lambda_3 = 8124,6$$

$$\lambda_4 = 1317,2$$

Sedangkan untuk frekuensi natural diperoleh dari $\omega_n = \lambda^{1/2}$, nilainya yaitu:

$$\omega_{n1} = 13,0652 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n2} = 71,6429 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n3} = 90,1366 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{n4} = 36,2933 \text{ rad/s}$$

Harga nilai eigen yang diperoleh kemudian disubstitusikan ke persamaan problem nilai eigen sehingga diperoleh matriks vektor eigen [Q] sebagai berikut:

$$[Q] = \begin{bmatrix} -0,9798 & -0,1999 & 0 & 0 \\ -0,1413 & 0,6928 & 0,5154 & 0,4841 \\ -0,1413 & 0,6928 & -0,5154 & -0,4841 \\ 0 & 0 & -0,6846 & 0,7290 \end{bmatrix}$$

3. Matrik [C] dapat didefinisikan sebagai kombinasi linier matrik [K] dan [M], sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

$$\begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_1 & -C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_r \\ -C_1 & C_1 & 0 & -C_1 L_1 \\ -C_2 & 0 & C_2 & C_2 L_r \\ C_1 L_1 - C_2 L_r & -C_1 L_1 & C_2 L_r & C_1 L_1^2 + C_2 L_r^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \cdot M & \alpha_{12} \cdot 0 & \alpha_{13} \cdot 0 & \alpha_{14} \cdot 0 \\ \alpha_{21} \cdot 0 & \alpha_{22} \cdot M_{uf} & \alpha_{23} \cdot 0 & \alpha_{24} \cdot 0 \\ \alpha_{31} \cdot 0 & \alpha_{32} \cdot 0 & \alpha_{33} \cdot M_{uf} & \alpha_{34} \cdot 0 \\ \alpha_{41} \cdot 0 & \alpha_{42} \cdot 0 & \alpha_{43} \cdot 0 & \alpha_{44} \cdot I_x \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot k_1 + k_2 & \beta_{12} \cdot -k_1 & \beta_{13} \cdot -k_2 & \beta_{14} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r \\ \beta_{21} \cdot -k_1 & \beta_{22} \cdot k_1 + k_{b1} & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -k_1 L_1 \\ \beta_{31} \cdot -k_2 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot k_2 + k_{b2} & \beta_{34} \cdot k_2 L_r \\ \beta_{41} \cdot k_1 L_1 - k_2 L_r & \beta_{42} \cdot -k_1 L_1 & \beta_{43} \cdot k_2 L_r & \beta_{44} \cdot k_1 L_1^2 + k_2 L_r^2 \end{bmatrix}$$

Dalam kasus ini harga $\alpha = 0$ (damping proporsional terhadap kekakuan) atau disebut juga dengan *relative damping*

$$\begin{bmatrix} 133677,84 & -66838,92 & -66838,92 & 0 \\ -66838,92 & 66838,92 & 0 & -82044,7743 \\ -66838,92 & 0 & 66838,92 & 82044,7743 \\ 0 & -82044,7743 & 82044,7743 & 201419,921 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} \cdot 3584215,384 & \beta_{12} \cdot -1792107,692 & \beta_{13} \cdot -1792107,692 & \beta_{14} \cdot 0 \\ \beta_{21} \cdot -1792107,692 & \beta_{22} \cdot 3454107,692 & \beta_{23} \cdot 0 & \beta_{24} \cdot -2199812,192 \\ \beta_{31} \cdot -1792107,692 & \beta_{32} \cdot 0 & \beta_{33} \cdot 3454107,692 & \beta_{34} \cdot 2199812,192 \\ \beta_{41} \cdot 0 & \beta_{42} \cdot -2199812,192 & \beta_{43} \cdot 2199812,192 & \beta_{44} \cdot 5400538,931 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= 0,037 & \beta_{14} &= \beta_{41} = 0 & \beta_{24} &= \beta_{42} = 0,037 \\ \beta_{12} &= \beta_{21} = 0,037 & \beta_{22} &= 0,019 & \beta_{33} &= 0,019 & \beta_{44} &= 0,037 \\ \beta_{13} &= \beta_{31} = 0,037 & \beta_{23} &= \beta_{32} = 0 & \beta_{34} &= \beta_{43} = 0,037 \end{aligned}$$

Selanjutnya persamaan *decoupled* modal yang diperoleh yaitu:

$$\ddot{r} + (\alpha I + \beta \Lambda) \dot{r} + \Lambda r = Q^T M^{-0.5} F$$

Dimana Λ adalah matriks diagonal dari *eigenvalue*

4. Perhitungan gaya modal $F(t)$

$$F(t) = [Q]^T [M]^{-0.5} \{F\} =$$

$$\begin{bmatrix} -0,9798 & -0,1413 & -0,1413 & 0 \\ -0,1999 & 0,6928 & 0,6928 & 0 \\ 0 & 0,5154 & -0,5154 & -0,6846 \\ 0 & 0,4841 & -0,4841 & 0,7290 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0101 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0378 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0378 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0289 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1662000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 1662000 \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} \sin(19,380 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -799,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3917 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2266,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2128,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

Dari persamaan (2.37) didapatkan:

$$\begin{bmatrix} \ddot{r}_1 \\ \ddot{r}_2 \\ \ddot{r}_3 \\ \ddot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6,3159 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 97,5213 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 154,3674 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 48,7364 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 \\ \dot{r}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 170,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5132,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8124,6 & 0 \\ 0 & -0 & 0 & 1317,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -799,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ 3917 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2266,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \\ -2128,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\ddot{r}_1 + 6,3159\dot{r}_1 + 170,7r_1 = -799,1 \cdot \sin(19,380 \cdot t)$$

$$\ddot{r}_2 + 97,5213\dot{r}_2 + 5132,7r_2 = 3917 \cdot \sin(19,380 \cdot t)$$

$$\ddot{r}_3 + 154,3674\dot{r}_3 + 8124,6r_3 = -2266,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t)$$

$$\ddot{r}_4 + 48,7364\dot{r}_4 + 1317,2r_4 = -2128,5 \cdot \sin(19,380 \cdot t)$$

Persamaan diatas adalah persamaan diferensial yang penyelesaiannya adalah :

$$r_1 = -1,9016 \cdot 10^{-5} \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \sin(12,6778 \cdot t) \cdot 2,5356 \cdot 10^5 -$$

$$1,7172 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \cos(12,6778 \cdot t) + 1,7172 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 2,8744 \cdot \sin(19,38 \cdot t)$$

$$r_2 = -3,0184 \cdot 10^{-10} \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \sin(52,4890 \cdot t) \cdot 3,4993 \cdot 10^5 +$$

$$0,2825 \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \cos(52,4890 \cdot t) - 0,2825 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + 0,7111 \cdot \sin(19,38 \cdot t)$$

$$r_3 = -1,2236 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \sin(46,5540 \cdot t) \cdot 4,6554 \cdot 10^5 -$$

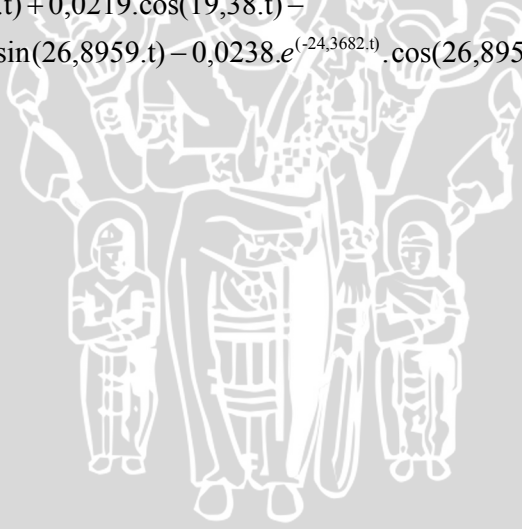
$$0,0983 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \cos(46,5540 \cdot t) + 0,0983 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - 0,2545 \cdot \sin(19,38 \cdot t)$$

$$r_4 = -1,5773 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \sin(26,8959 \cdot t) \cdot 1,3448 \cdot 10^5 -$$

$$1,1302 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \cos(26,8959 \cdot t) - 1,1268 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 1,1302 \cdot \cos(19,38 \cdot t)$$

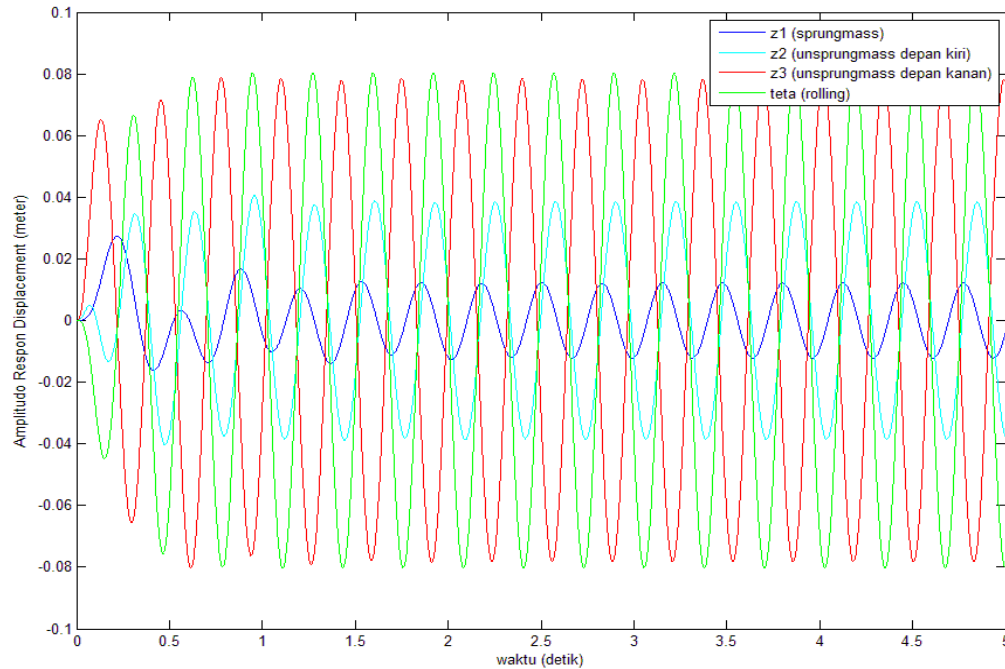
Selanjutnya untuk menghitung persamaan sebenarnya dari sistem maka persamaan diatas diselesaikan dengan memasukkan $Z(t) = M^{-0.5} \cdot Q \cdot r$ sehingga didapatkan persamaan getaran sebenarnya yang nanti akan digunakan untuk membentuk grafik plot getaran

$$\begin{aligned}
 z_1(t) &= 0,0479 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \sin(12,6778 \cdot t) + 0,0171 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \cos(12,6778 \cdot t) - \\
 & 0,0300 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0165 \cdot \cos(19,38 \cdot t) + \\
 & 2,1421 \cdot 10^{-7} \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \sin(52,4890 \cdot t) - 5,7300 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \cos(52,4890 \cdot t) + \\
 & 1,5172 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \sin(46,5540 \cdot t) + 2,6174 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \cos(46,5540 \cdot t) + \\
 & 9,6496 \cdot 10^{-21} \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \sin(26,8959 \cdot t) + 5,1417 \cdot 10^{-20} \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \cos(26,8959 \cdot t) \\
 z_2(t) &= 0,0258 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \sin(12,6778 \cdot t) + 0,0092 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \cos(12,6778 \cdot t) - \\
 & 0,0223 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,0060 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\
 & 2,7659 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \sin(52,4890 \cdot t) + 0,0074 \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \cos(52,4890 \cdot t) - \\
 & 0,0011 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \sin(46,5540 \cdot t) - 0,0019 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \cos(46,5540 \cdot t) - \\
 & 0,0039 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \sin(26,8959 \cdot t) - 0,0207 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \cos(26,8959 \cdot t) \\
 z_3(t) &= 0,0258 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \sin(12,6778 \cdot t) + 0,0092 \cdot e^{(-3,1580 \cdot t)} \cdot \cos(12,6778 \cdot t) + \\
 & 0,0288 \cdot \sin(19,38 \cdot t) - 0,0392 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\
 & 2,7659 \cdot 10^{-6} \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \sin(52,4890 \cdot t) + 0,0074 \cdot e^{(-48,7606 \cdot t)} \cdot \cos(52,4890 \cdot t) + \\
 & 0,0011 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \sin(46,5540 \cdot t) + 0,0019 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \cos(46,5540 \cdot t) + \\
 & 0,0039 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \sin(26,8959 \cdot t) + 0,0207 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \cos(26,8959 \cdot t) \\
 \theta(t) &= 0,0011 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \sin(46,5540 \cdot t) + 0,0019 \cdot e^{(-77,1837 \cdot t)} \cdot \cos(46,5540 \cdot t) - \\
 & 0,0187 \cdot \sin(19,38 \cdot t) + 0,0219 \cdot \cos(19,38 \cdot t) - \\
 & 0,0045 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \sin(26,8959 \cdot t) - 0,0238 \cdot e^{(-24,3682 \cdot t)} \cdot \cos(26,8959 \cdot t)
 \end{aligned}$$



4.9. Pembahasan

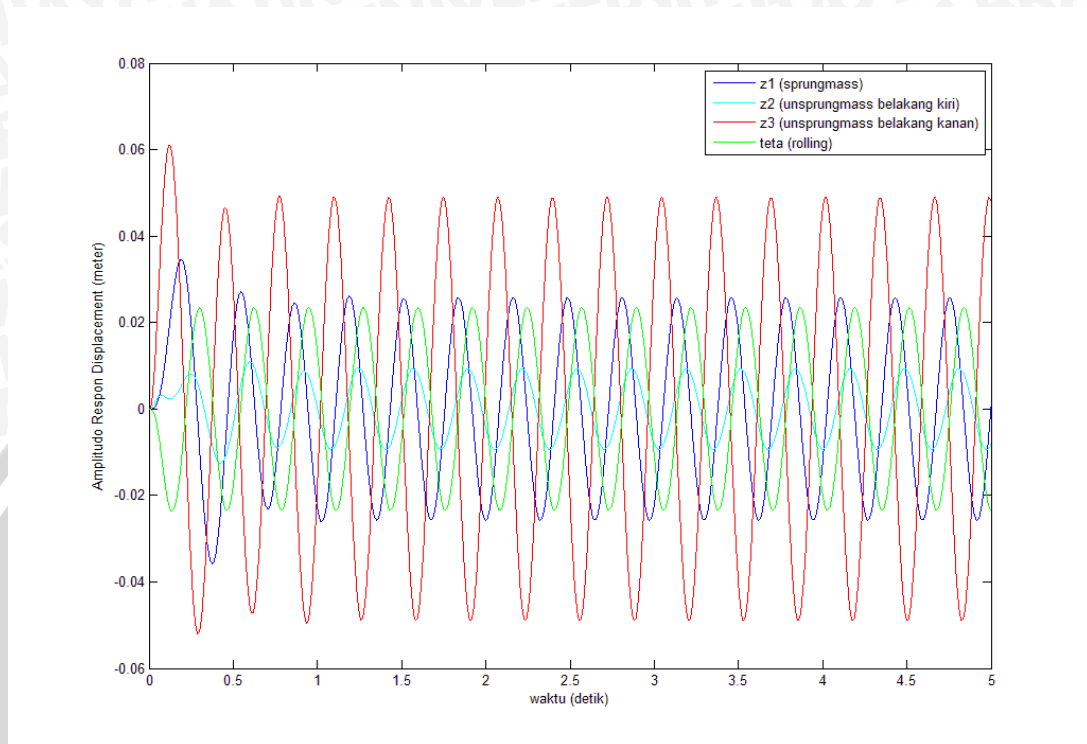
4.9.1. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Depan



Gambar 4.9 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Depan

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 550000 Pa (5,5 bar) pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0274 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0405 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0788 m, dan *rolling* sebesar 0,0803 m.

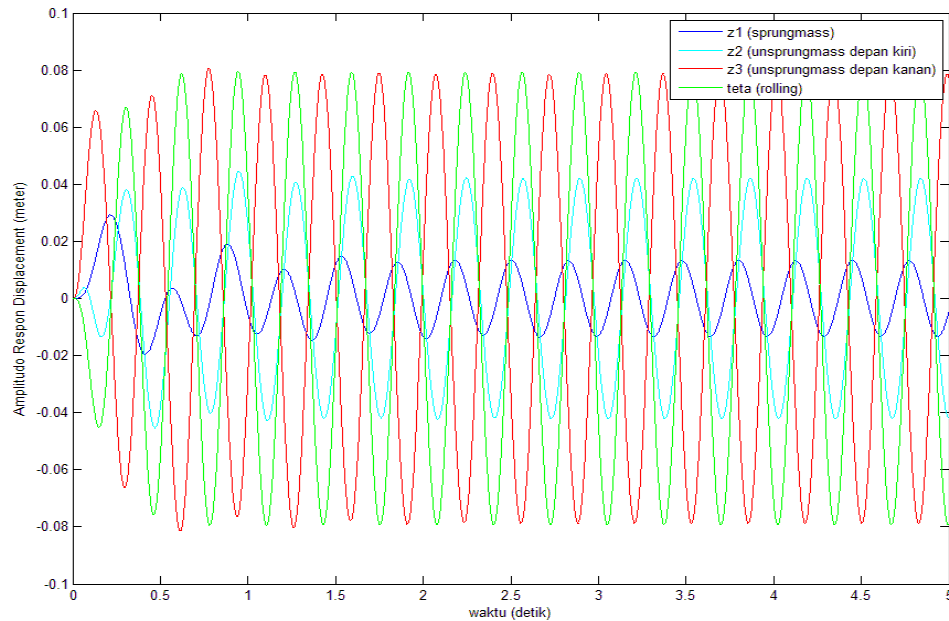
4.9.2. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 5,5 bar untuk Suspensi Belakang



Gambar 4.10 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 5,5 bar untuk Suspensi Belakang

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 550000 Pa (5,5 bar) pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0346 m, *unsprungmass* belakang bagian kiri sebesar 0,0109 m, *unsprungmass* belakang bagian kanan sebesar 0,061 m, dan *rolling* sebesar 0,0234 m.

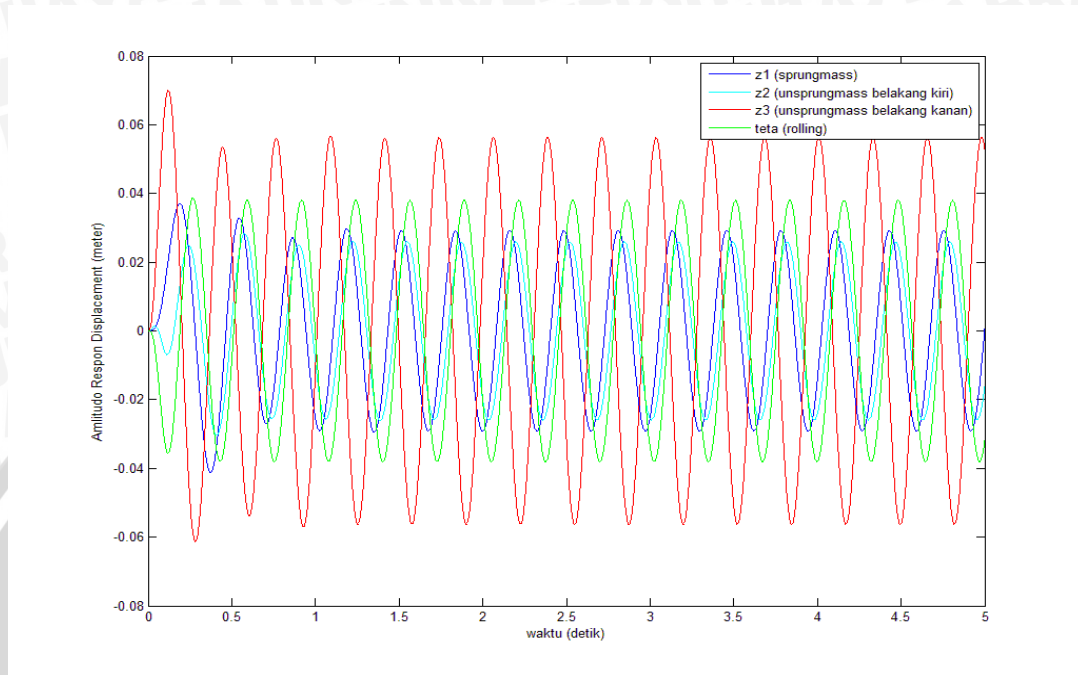
4.9.3. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Depan



Gambar 4.11 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Depan

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 650000 Pa (6,5 bar) pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0293 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0445 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0806 m, dan *rolling* sebesar 0,0796 m.

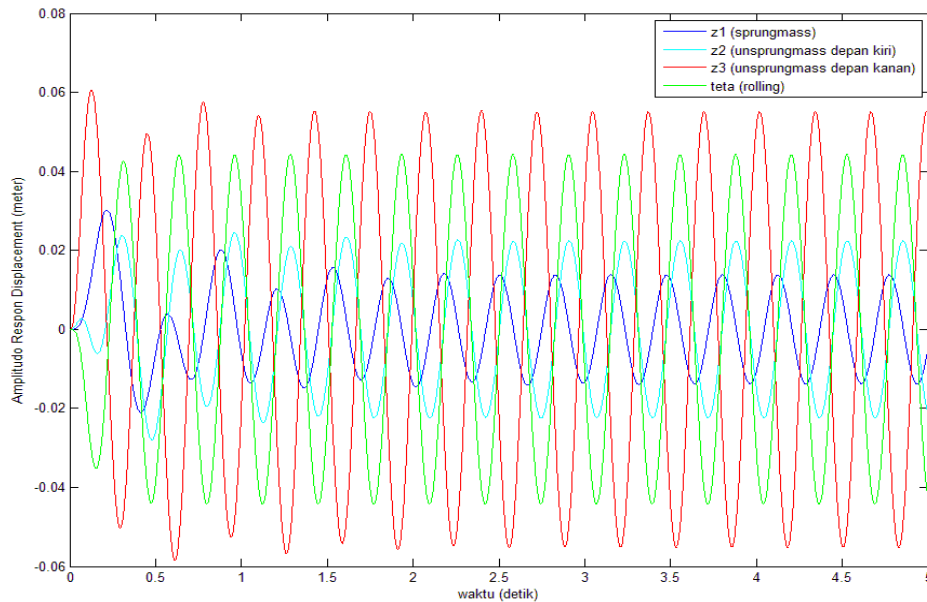
4.9.4. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Belakang



Gambar 4.12 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Belakang

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 650000 Pa (6,5 bar) pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0371 m, *unsprungmass* belakang bagian kiri sebesar 0,0283 m, *unsprungmass* belakang bagian kanan sebesar 0,0701 m, dan *rolling* sebesar 0,0387 m.

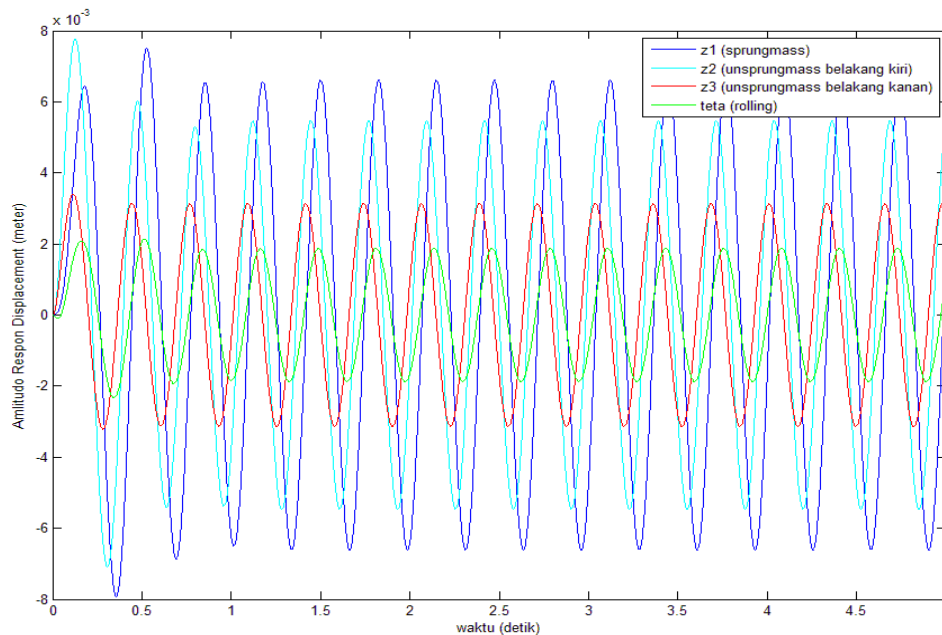
4.9.5. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Depan



Gambar 4.13 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Depan

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 700000 Pa (7 bar) pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0302 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0244 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0606 m, dan *rolling* sebesar 0,0442 m.

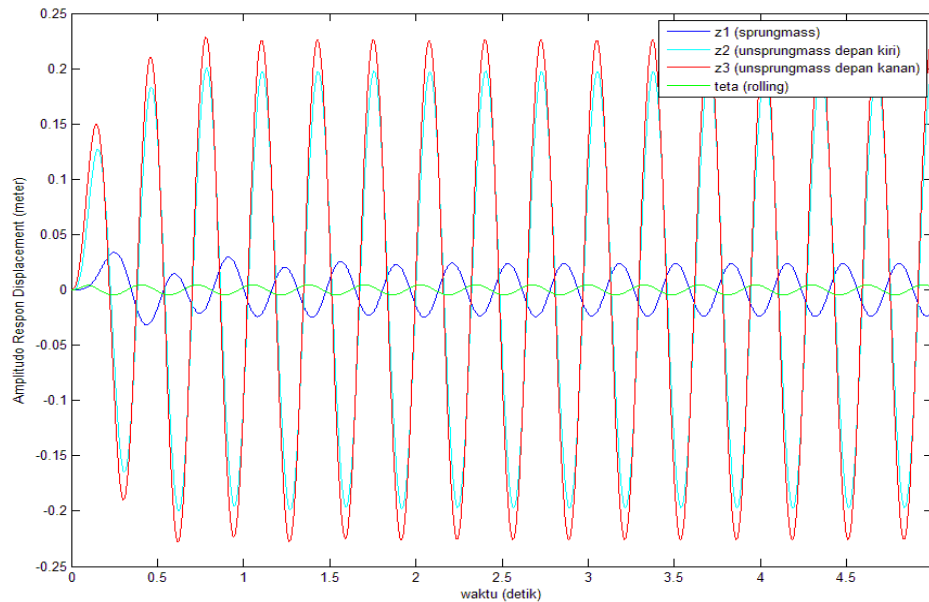
4.9.6. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Belakang



Gambar 4.14 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Belakang

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 700000 Pa (7 bar) pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0075 m, *unsprungmass* belakang bagian kiri sebesar 0,0078 m, *unsprungmass* belakang bagian kanan sebesar 0,0034 m, dan *rolling* sebesar 0,0021 m.

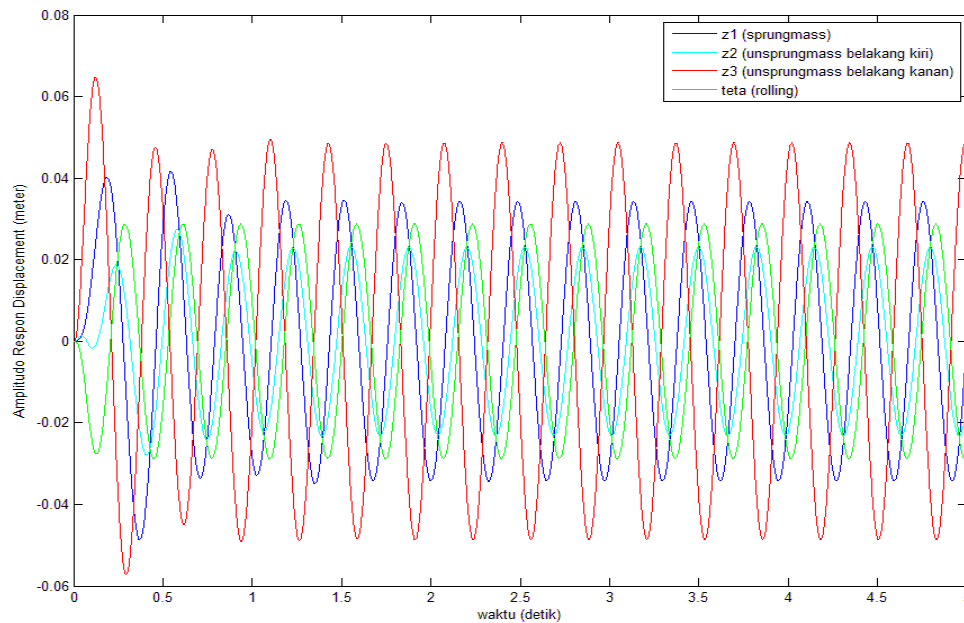
4.9.7. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Depan



Gambar 4.15 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 800000 Pa (8 bar) pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0339 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,2004 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,2285 m, dan *rolling* sebesar 0,0046 m.

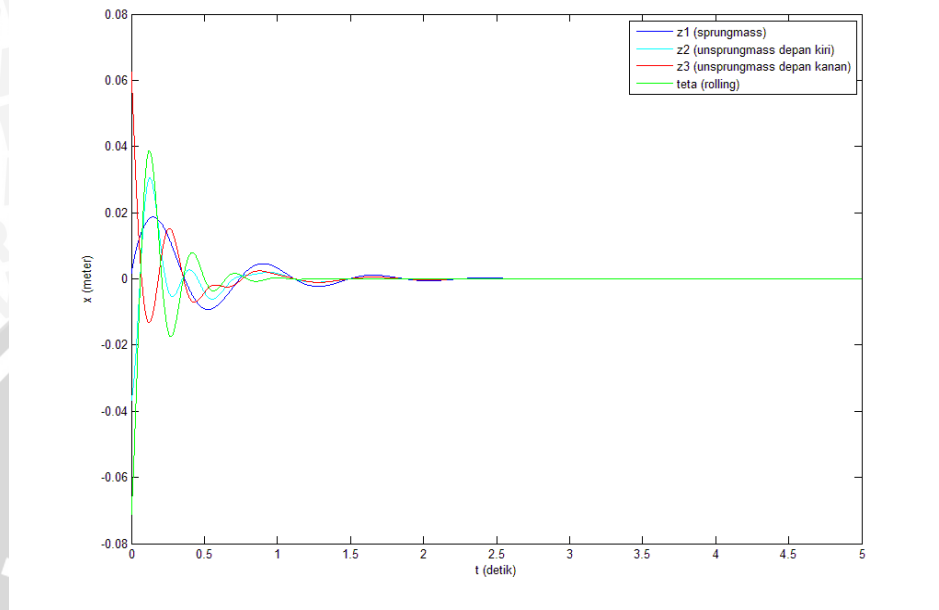
4.9.8. Grafik Amplitudo Respon *Displacement* Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Belakang



Gambar 4.16 Grafik Respon Getaran Akibat Gaya Eksitasi Jalan Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Belakang

Grafik respon getaran di atas adalah grafik respon getaran dari *air suspension* bus yang mengalami gerakan *rolling* yang terdiri dari 4 derajat kebebasan yang saling mempengaruhi. Grafik ini merupakan grafik hubungan antara waktu dan *amplitudo respon displacement*. Grafik respon pada gambar adalah respon sistem secara fisik terhadap gangguan yang diberikan yang juga merupakan gabungan dari respon homogen dan particular. Grafik ini ditampilkan untuk memperlihatkan amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan efek redaman. Pada grafik respon juga dapat dilihat bahwa pada saat menerima gangguan yang diberikan respon yang terjadi yaitu dari berharga 0 pada awalnya, selanjutnya akan meningkat dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan air spring sebesar 800000 Pa (8 bar) pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0417 m, *unsprungmass* belakang bagian kiri sebesar 0,0274 m, *unsprungmass* belakang bagian kanan sebesar 0,0648 m, dan *rolling* sebesar 0,0288 m.

4.9.9. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 5,5 bar untuk Suspensi Depan

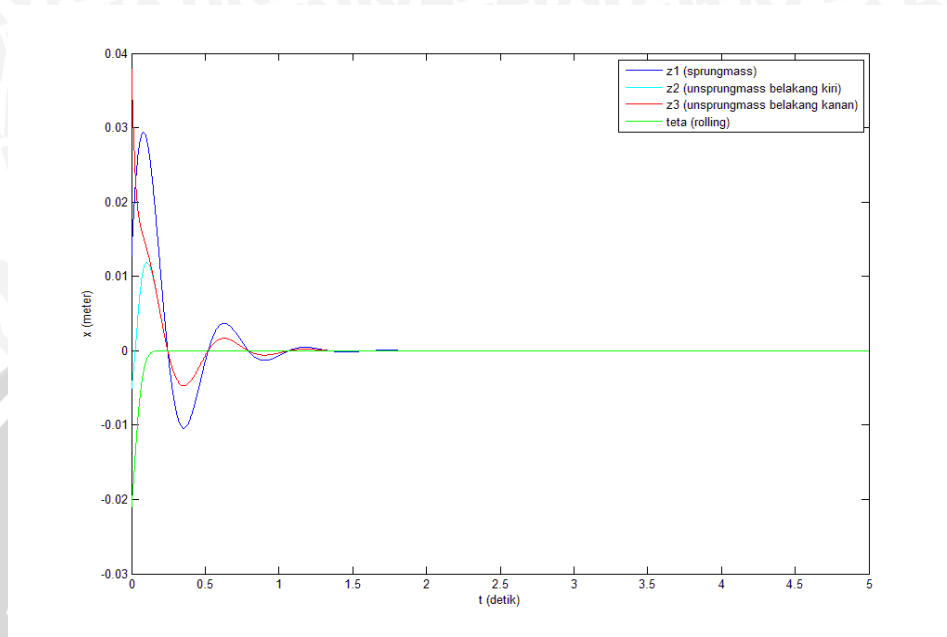


Gambar 4.17 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Depan

Grafik diatas merupakan grafik respon homogen yang terjadi pada kendaraan. Pada grafik dapat dijelaskan yaitu pada awal respon redaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 5,5 bar pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0187 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0305 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0625 m, dan *rolling* sebesar 0,0387 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 2,68 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.10. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 5,5 bar untuk Suspensi Belakang

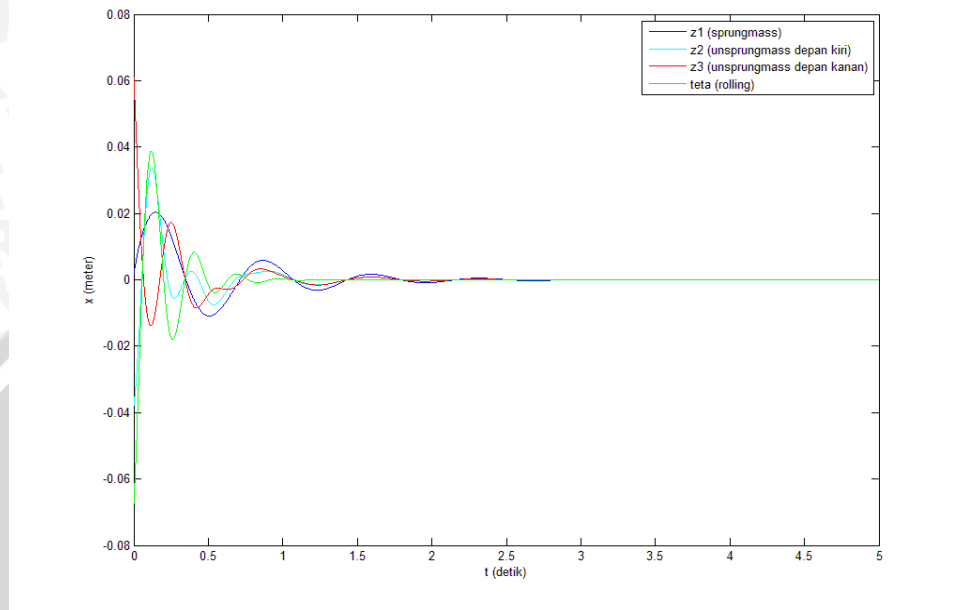


Gambar 4.18 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 5,5 bar untuk Suspensi Belakang

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 5,5 bar pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0294 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0119 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0378 m, dan *rolling* sebesar 0,0001 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 1,92 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.11. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Depan

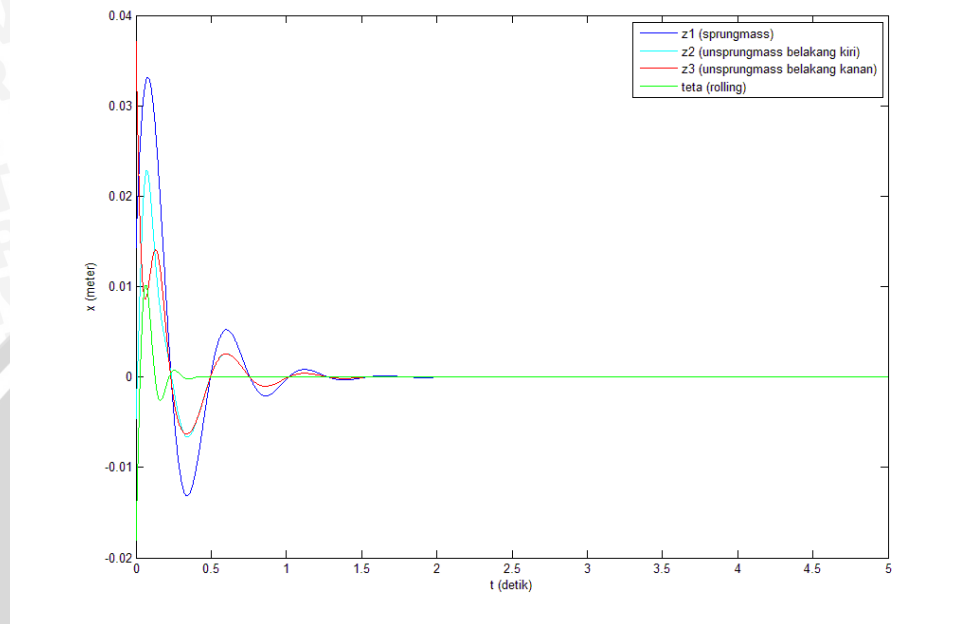


Gambar 4.19 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Depan

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 6,5 bar pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0203 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0337 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,061 m, dan *rolling* sebesar 0,0388 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 2,58 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.12. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 6,5 bar untuk Suspensi Belakang

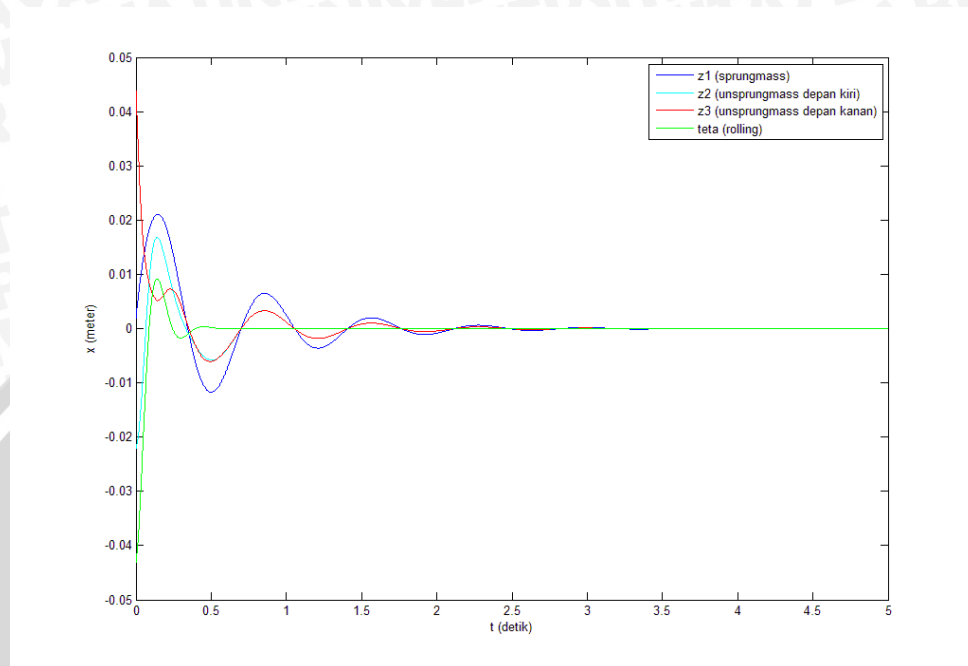


Gambar 4.20 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Belakang

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 6,5 bar pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0331 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0228 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0371 m, dan *rolling* sebesar 0,0102 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 1,82 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.13. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Depan

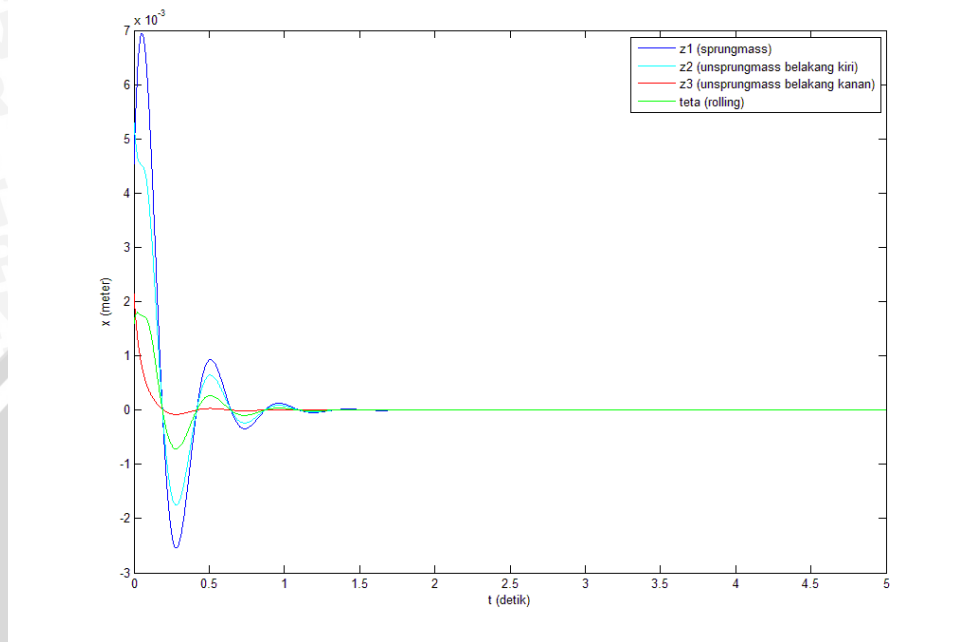


Gambar 4.21 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Depan

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 7 bar pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0211 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0168 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0438 m, dan *rolling* sebesar 0,0092 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 3,40 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.14. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 7 bar untuk Suspensi Belakang

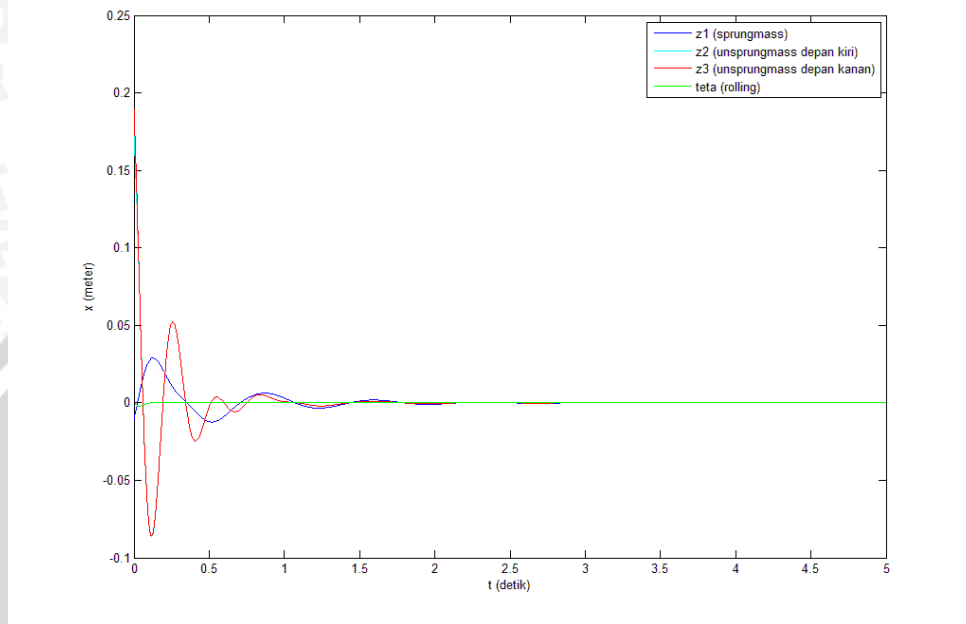


Gambar 4.22 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 7 bar untuk Suspensi Belakang

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 7 bar pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0069 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,0053 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0021 m, dan *rolling* sebesar 0,0018 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 1,72 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.15. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Depan

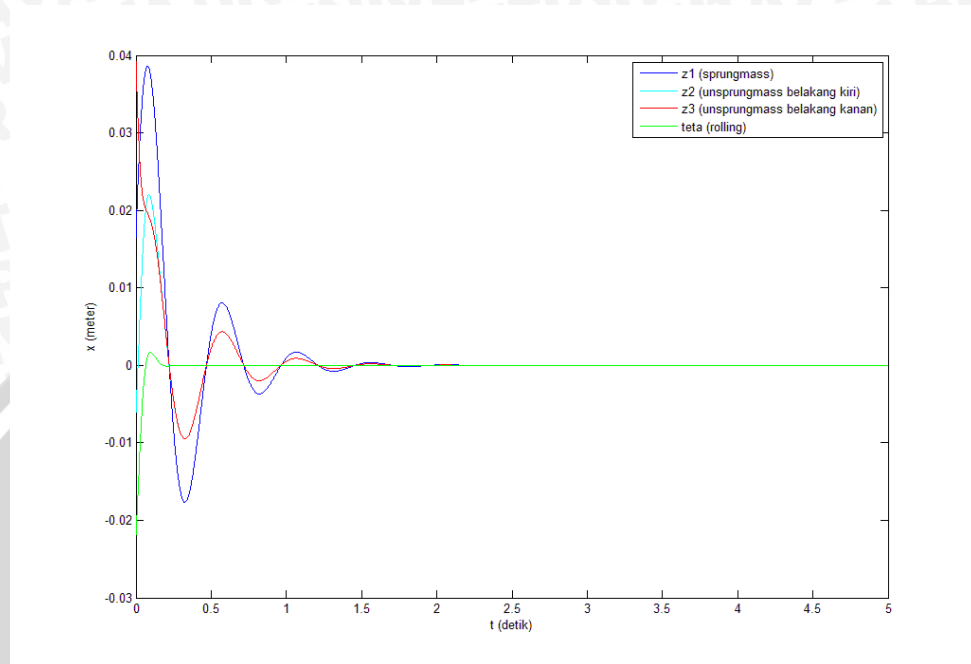


Gambar 4.23 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 8 bar pada suspensi depan, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,029 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,1727 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,189 m, dan *rolling* sebesar 0,0002 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 2,78 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.16. Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan Air Spring 8 bar untuk Suspensi Belakang

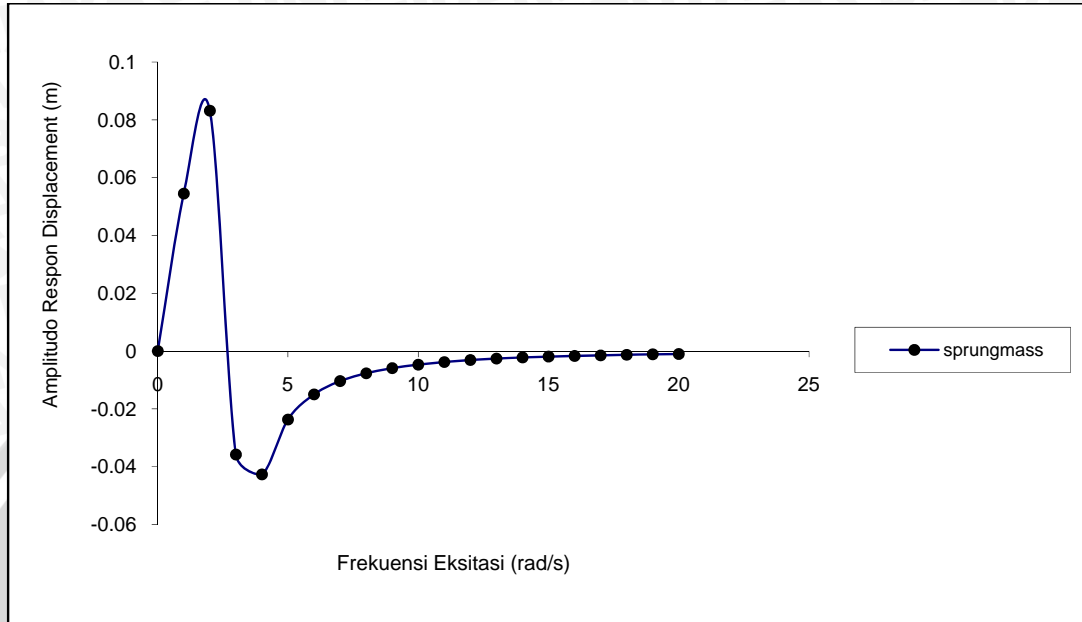


Gambar 4.24 Grafik Respon Getaran Akibat Peredaman Pada Tekanan *Air Spring* 8 bar untuk Suspensi Belakang

Dari grafik diatas merupakan respon yang terjadi pada kendaraan akibat peredaman Hal ini dapat jelaskan pada respon yaitu pada awal respon peredaman yang diberikan sistem sangat besar dan akan menurun hingga sistem tidak mampu memberikan peredaman pada gangguan yang diberikan. Pada saat sistem sudah tidak memberikan peredaman maka respon mengikuti pengaruh eksitasi jalan dan akan stabil pada harga tertentu. Untuk tekanan *air spring* sebesar 8 bar pada suspensi belakang, didapatkan amplitudo respon maksimum untuk *sprungmass* sebesar 0,0386 m, *unsprungmass* depan bagian kiri sebesar 0,022 m, *unsprungmass* depan bagian kanan sebesar 0,0392 m, dan *rolling* sebesar 0,0017 m dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal sebesar 2,22 detik.

Sedangkan untuk analisa pengaruh variasi tekanan *air spring* terhadap respon getaran dilihat pada harga amplitudo maksimal dan waktu sistem memberikan peredaman. Adanya perbedaan tekanan *air spring* menyebabkan nilai koefisien kekakuannya akan berbeda, sehingga dengan adanya perbedaan harga koefisien kekakuan akan menyebabkan sistem memberikan respon yang berbeda pula terhadap gaya yang diberikan.

4.9.17. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 5,5 bar* untuk Suspensi Depan

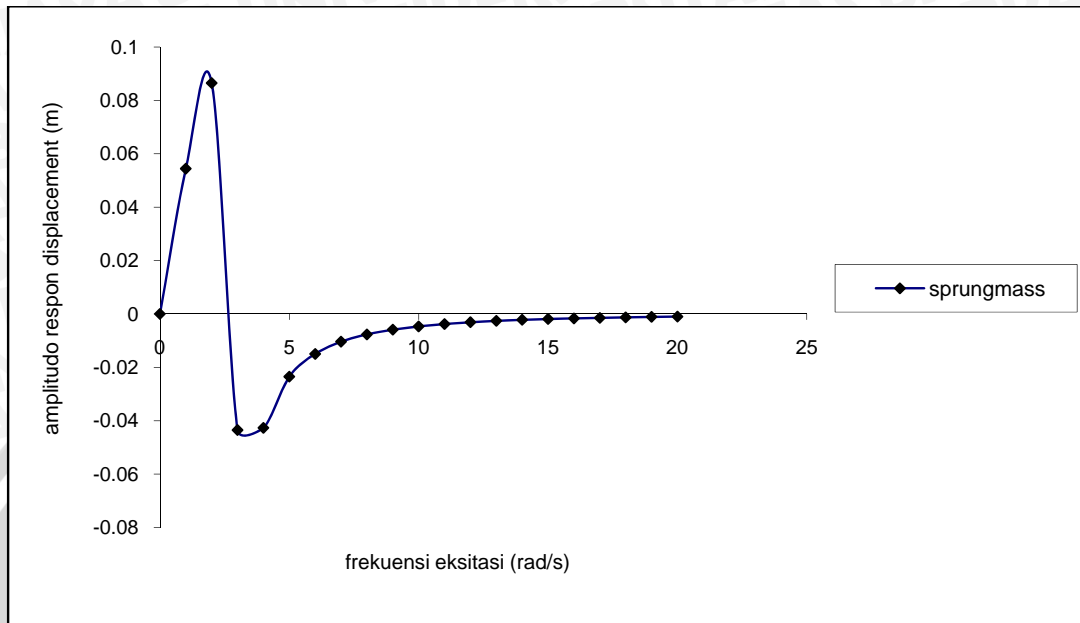


Gambar 4.25 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 5,5 bar* untuk Suspensi Depan

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air sprung 5,5 bar* diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=2$ rad/s mencapai 0,0832 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 5 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.18. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Depan

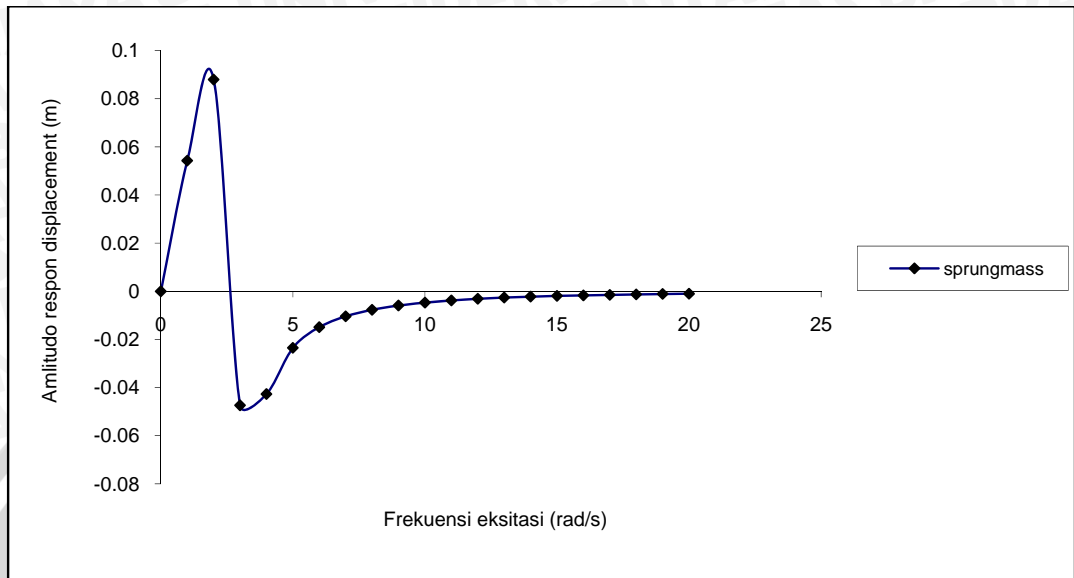


Gambar 4.26 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring* 6,5 bar untuk Suspensi Depan

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air spring* 6,5 bar diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=2$ rad/s mencapai 0,0865 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 5 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.19. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 7* bar untuk Suspensi Depan

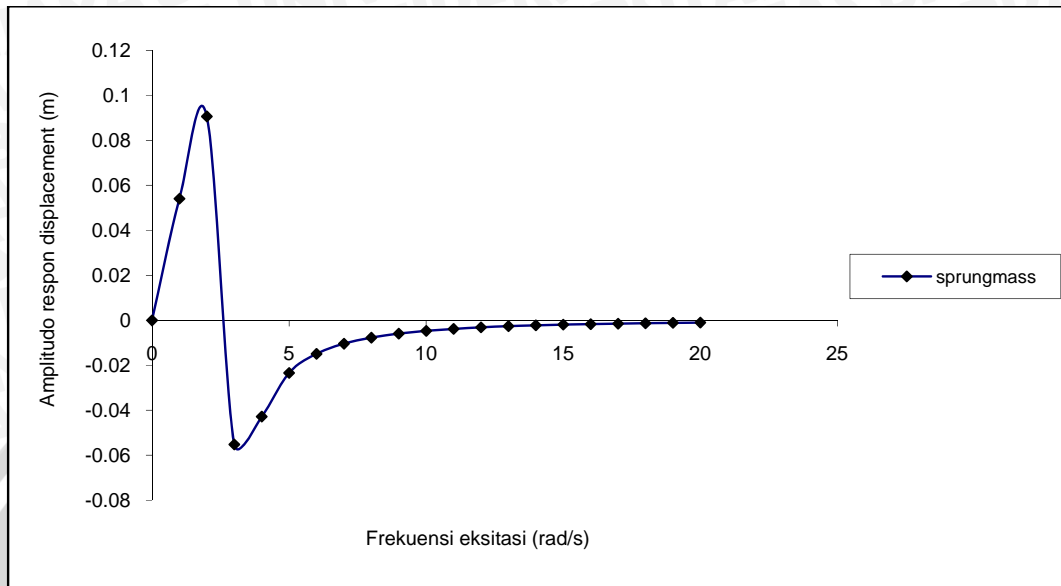


Gambar 4.27 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 7* bar untuk Suspensi Depan

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air sprung 7* bar diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=2$ rad/s mencapai 0,0880 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 5 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.20. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan

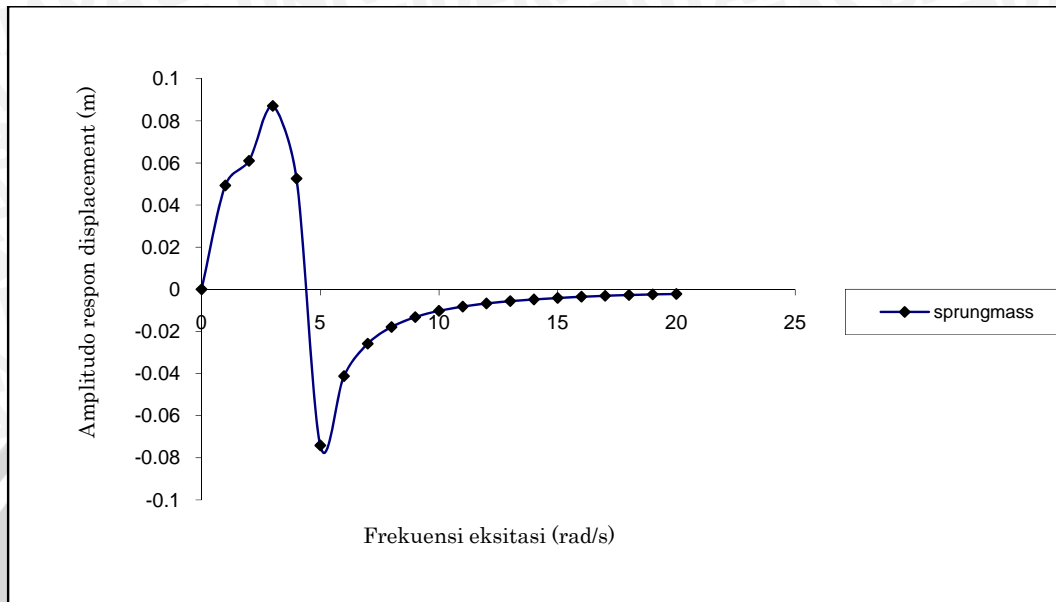


Gambar 4.28 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring* 8 bar untuk Suspensi Depan

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air spring* 8 bar diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=2$ rad/s mencapai 0,0907 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 5 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.21. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 5,5 bar* untuk Suspensi Belakang

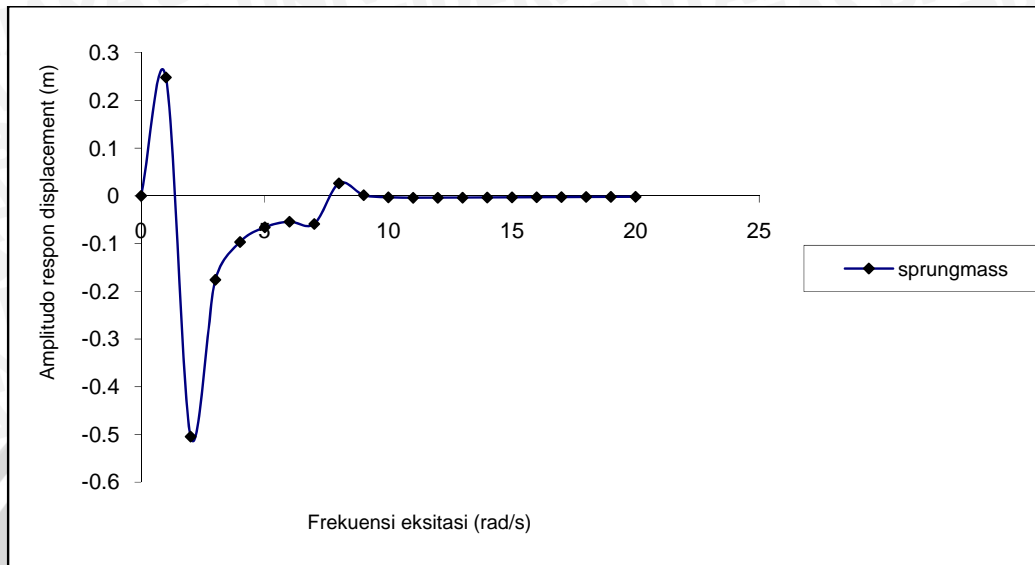


Gambar 4.29 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 5,5 bar* untuk Suspensi Belakang

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air sprung 5,5 bar* diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=3$ rad/s mencapai 0,0871 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 6 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.22. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung* 6,5 bar untuk Suspensi Belakang

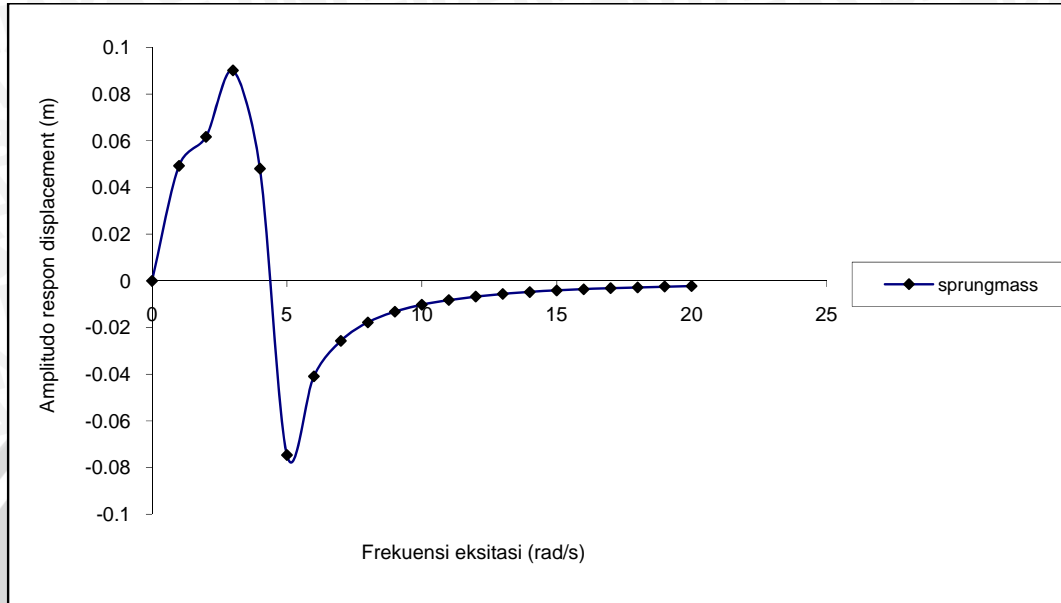


Gambar 4.30 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung* 6,5 bar untuk Suspensi Belakang

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air sprung* 6,5 bar diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=2$ rad/s mencapai 0,2482 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 3 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.23. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring 7* bar untuk Suspensi Belakang

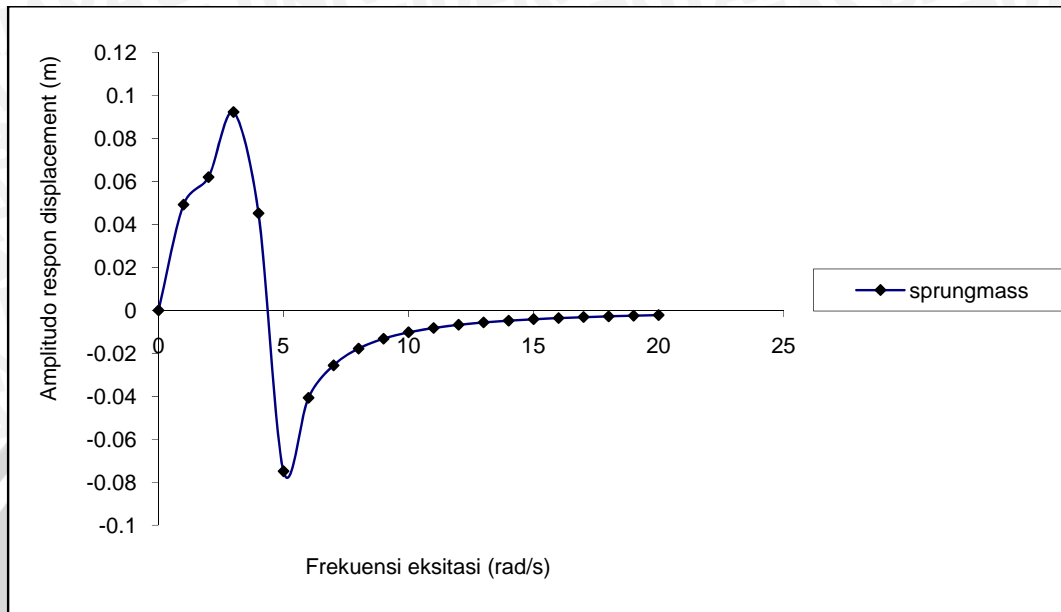


Gambar 4.31 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Spring 7* bar untuk Suspensi Belakang

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air spring 7* bar diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=3$ rad/s mencapai 0,0902 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 5 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi ekitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

4.9.24. Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 8 bar* untuk Suspensi Belakang



Gambar 4.32 Grafik Amplitudo Respon *Displacement Sprung Mass* pada Tekanan Air *Sprung 8 bar* untuk Suspensi Belakang

Respon getaran yang dianalisa terhadap frekuensi eksitasi dikhususkan pada respon yang terjadi pada *sprungmass* yaitu berupa respon *displacement*. Respon *displacement* ini dihitung pada interval kecepatan 0-100 km/jam, maka didapatkan interval frekuensi dari 0 hz – 3,08 hz. Apabila dinyatakan dalam bentuk kecepatan sudut maka untuk $f=0$ diperoleh $\omega=0$ dan untuk $f=3,08$ diperoleh $\omega=20$ rad/s.

Pada grafik dapat dilihat untuk tekanan *air sprung 8 bar* diperoleh amplitudo respon *displacement* tertinggi yaitu pada saat $\omega=3$ rad/s mencapai 0,0923 m. Kemudian mengalami fluktuasi yang cukup tajam sampai mencapai 6 rad/s. Dari grafik juga dapat dilihat amplitudo maksimum diperoleh pada saat frekuensi eksitasi atau kecepatan kendaraan rendah sedangkan pada saat kecepatan tinggi diperoleh amplitudo yang kecil dan cenderung stabil.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

- Semakin meningkat tekanan *air spring* maka akan menyebabkan nilai kekakuan, amplitudo respon meningkat, sedangkan nilai damping ratio menurun dan waktu yang diperlukan untuk kembali pada posisi awal semakin cepat.
- Nilai *damping ratio* tertinggi yaitu 0,416 terjadi pada tekanan *air spring* sebesar 5,5 bar untuk suspensi belakang pada saat kondisi jalan belok menurun.
- Nilai amplitudo respon tertinggi untuk suspensi depan yaitu 0,2142 m pada *unsprungmass* terjadi pada tekanan 8 bar dan untuk suspensi belakang nilai amplitudo respon tertinggi yaitu 0,0648 m pada *unsprungmass* terjadi pada tekanan 8 bar.
- Saat bus melaju dalam kecepatan rendah akan menimbulkan amplitudo respon *displacement* yang tinggi sedangkan pada saat bus melaju dalam kecepatan tinggi akan menimbulkan amplitudo respon *displacement* yang kecil dan cenderung stabil.

5.2 Saran

Berdasarkan analisa yang telah dilakukan, peneliti menyarankan untuk:

- Dilakukan penelitian secara eksperimen dengan model atau prototipe untuk membuktikan kebenaran hasil analisa.
- Pemodelan dapat dilakukan dengan pemodelan miniatur untuk menghemat biaya penelitian.
- Perlunya diadakan penelitian lebih lanjut dengan berbagai variasi yang lain yaitu menganalisa getaran akibat gerakan *yawing* dan *bouncing*.

DAFTAR PUSTAKA

- Harris, Cyril M. & Piersol, Allan G. 2002. *Harris' Shock And Vibration Handbook*, Firth Edition ; A Division Of The Mc Grow-Hill Companies, New York.
- Inman, Daniel. *Engineering Vibration* ; Prentice Hall International, New Jersey.
- Presthus, Malin. 2002. *Derivation of Air Spring Model Parameter for Train Simulation* ; Luella University of Technology, Vasteras.
- Rao, Singiresu B. 2004. *Mechanical of Vibration* ; University of Miami, Miami.
- Seto, Wiliam W, 1984. *Getaran Mekanis*, Jakarta ; Erlangga
- Sutjiatmo, Bambang. 1989. *Getaran Kendaraan*, Bandung ; Institut Teknologi Bandung
- Thomas D. Gillespie, 1993, *Fundamental Of Vehicle Dynamic*, Warrendale ; Society of Automotive Engineer.
- Thomson, W. T. 1995. *Teori Getaran dengan Penerapan*, Jakarta ; Erlangga
- Vierck, robert K. 1995. *Analisis Getaran* ; Eresco, Bandung.
- Wong, J. Y. 1993. *Theory of Ground Vehicle*, New York ; John Wiley
- <http://www.Edmunds.com>, (diakses pada September 2009)
- <http://www.carbibles.com>, (diakses Oktober 2009)
- <http://www.otomotifnet.com>, (diakses Oktober 2009)
- <http://www.gasgoo.com>, (diakses Februari 2010)
- <http://www.situsotomotif.com>, (diakses pada Februari 2010)
- <http://www.claraty.com>, (diakses pada Maret 2010)
- <http://www.hasthouns.ac.id>, (diakses Maret 2010)

Lampiran 1. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 5,5 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+65998.92*16*w*i+1294300 -32999.46*16*w*i-647150-
32999.46*16*w*i-647150 0; -32999.46*16*w*i-647150 -
680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1478150 0 -33659.449*16*w*i-660093; -
32999.46*16*w*i-647150 0 -680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1478150
33659.449*16*w*i+660093; 0 -33659.449*16*w*i-660093
33659.449*16*w*i+660093 -1198.16*16*(w^2)+68665.276*16*w*i+1346589.72]
f=[0; 8310; 66480; 0]
x=inv(z)*f
end
```

x =	x =	x =
0.0450	-0.0104 - 0.0009i	-0.0022 + 0.0004i
0.0100	0.1577 + 0.0470i	0.0068 - 0.0029i
0.0800	-0.1732 - 0.0693i	-0.0120 - 0.0056i
-0.0343	0.1702 + 0.0376i	0.0092 - 0.0009i
x =	x =	x =
0.0545 - 0.0038i	-0.0077 - 0.0002i	-0.0019 + 0.0004i
0.0149 - 0.0004i	0.0557 + 0.0021i	0.0056 - 0.0028i
0.0866 - 0.0004i	-0.0678 - 0.0202i	-0.0103 - 0.0051i
-0.0355 + 0.0003i	0.0622 + 0.0025i	0.0077 - 0.0009i
x =	x =	x =
0.0832 - 0.0376i	-0.0059 + 0.0001i	-0.0017 + 0.0004i
0.0416 - 0.0148i	0.0309 - 0.0023i	0.0046 - 0.0026i
0.1191 - 0.0149i	-0.0408 - 0.0129i	-0.0090 - 0.0046i
-0.0386 + 0.0010i	0.0358 - 0.0003i	0.0066 - 0.0008i
x =	x =	x =
-0.0358 - 0.1245i	-0.0047 + 0.0002i	-0.0015 + 0.0003i
-0.0280 - 0.1185i	0.0202 - 0.0033i	0.0039 - 0.0024i
0.0617 - 0.1191i	-0.0286 - 0.0099i	-0.0080 - 0.0043i
-0.0447 + 0.0023i	0.0243 - 0.0009i	0.0057 - 0.0008i
x =	x =	x =
-0.0427 - 0.0217i	-0.0038 + 0.0003i	-0.0013 + 0.0003i
-0.0813 - 0.0401i	0.0145 - 0.0034i	0.0033 - 0.0023i
0.0333 - 0.0423i	-0.0216 - 0.0082i	-0.0071 - 0.0039i
-0.0570 + 0.0048i	0.0179 - 0.0010i	0.0050 - 0.0007i
x =	x =	x =
-0.0237 - 0.0062i	-0.0031 + 0.0003i	-0.0011 + 0.0003i
-0.1043 - 0.0162i	0.0109 - 0.0033i	0.0028 - 0.0021i
0.0737 - 0.0269i	-0.0172 - 0.0071i	-0.0064 - 0.0037i
-0.0880 + 0.0128i	0.0139 - 0.0010i	0.0044 - 0.0007i
x =	x =	x =
-0.0150 - 0.0023i	-0.0026 + 0.0004i	-0.0010 + 0.0003i
-0.2621 + 0.0684i	0.0085 - 0.0031i	0.0024 - 0.0020i
0.2412 - 0.0976i	-0.0142 - 0.0063i	-0.0058 - 0.0034i
-0.2408 + 0.1078i	0.0111 - 0.0010i	0.0039 - 0.0007i

Lampiran 2. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 6,5 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+65998.92*16*w*i+1493423.078 -32999.46*16*w*i-746711.539
-32999.46*16*w*i-746711.539 0; -32999.46*16*w*i-746711.539 -
680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1577711.539 0 -33659.449*16*w*i-761645.769; -
32999.46*16*w*i-746711.539 0 -680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1577711.539
33659.449*16*w*i+761645.769; 0 -33659.449*16*w*i-761645.769
33659.449*16*w*i+761645.769 -
1198.16*16*(w^2)+68665.276*16*w*i+1553757.37]
f=[0; 8310; 66480; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
    0.0450
    0.0100
    0.0800
   -0.0343
x =
    0.0544 - 0.0032i
    0.0149 - 0.0003i
    0.0866 - 0.0003i
   -0.0355 + 0.0002i
x =
    0.0865 - 0.0364i
    0.0429 - 0.0143i
    0.1204 - 0.0144i
   -0.0386 + 0.0010i
x =
   -0.0435 - 0.1262i
   -0.0353 - 0.1202i
    0.0544 - 0.1207i
   -0.0448 + 0.0022i
x =
   -0.0427 - 0.0207i
   -0.0813 - 0.0382i
    0.0334 - 0.0404i
   -0.0572 + 0.0047i
x =
   -0.0235 - 0.0060i
   -0.1041 - 0.0156i
    0.0743 - 0.0262i
   -0.0885 + 0.0126i
x =
   -0.0150 - 0.0022i
   -0.2642 + 0.0698i
    0.2440 - 0.0984i
   -0.2440 + 0.1092i
x =
   -0.0104 - 0.0009i
    0.1569 + 0.0460i
   -0.1718 - 0.0680i
    0.1695 + 0.0369i
x =
   -0.0077 - 0.0002i
    0.0557 + 0.0021i
   -0.0674 - 0.0200i
    0.0621 + 0.0025i
x =
   -0.0059 + 0.0001i
    0.0310 - 0.0023i
   -0.0405 - 0.0128i
    0.0358 - 0.0003i
x =
   -0.0047 + 0.0002i
    0.0203 - 0.0032i
   -0.0284 - 0.0099i
    0.0243 - 0.0009i
x =
   -0.0038 + 0.0003i
    0.0145 - 0.0034i
   -0.0215 - 0.0082i
    0.0179 - 0.0010i
x =
   -0.0031 + 0.0003i
    0.0109 - 0.0033i
   -0.0171 - 0.0071i
    0.0139 - 0.0010i
x =
   -0.0026 + 0.0004i
    0.0085 - 0.0031i
   -0.0141 - 0.0063i
    0.0111 - 0.0010i
x =
   -0.0022 + 0.0004i
    0.0068 - 0.0029i
   -0.0119 - 0.0056i
    0.0092 - 0.0009i
x =
   -0.0019 + 0.0004i
    0.0056 - 0.0028i
   -0.0102 - 0.0051i
    0.0077 - 0.0009i
x =
   -0.0017 + 0.0004i
    0.0046 - 0.0026i
   -0.0089 - 0.0046i
    0.0066 - 0.0008i
x =
   -0.0015 + 0.0003i
    0.0039 - 0.0024i
   -0.0079 - 0.0043i
    0.0057 - 0.0008i
x =
   -0.0013 + 0.0003i
    0.0033 - 0.0023i
   -0.0071 - 0.0040i
    0.0050 - 0.0007i
x =
   -0.0011 + 0.0003i
    0.0028 - 0.0021i
   -0.0064 - 0.0037i
    0.0044 - 0.0007i
x =
   -0.0010 + 0.0003i
    0.0024 - 0.0020i
   -0.0058 - 0.0034i
    0.0039 - 0.0007i
```

Lampiran 3. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 7 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+65998.92*16*w*i+1592984.616 -32999.46*16*w*i-796492.308
-32999.46*16*w*i-796492.308 0; -32999.46*16*w*i-796492.308 -
680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1627492.308 0 -33659.449*16*w*i-812422.154; -
32999.46*16*w*i-796492.308 0 -680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1627492.308
33659.449*16*w*i+812422.154; 0 -33659.449*16*w*i-812422.154
33659.449*16*w*i+812422.154 -
1198.16*16*(w^2)+68665.276*16*w*i+1657341.194]
f=[0; 8310; 66480; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
    0.0450
    0.0100
    0.0800
   -0.0343
x =
    0.0543 - 0.0029i
    0.0149 - 0.0003i
    0.0866 - 0.0003i
   -0.0355 + 0.0002i
x =
    0.0880 - 0.0356i
    0.0434 - 0.0140i
    0.1210 - 0.0141i
   -0.0386 + 0.0009i
x =
   -0.0474 - 0.1271i
   -0.0390 - 0.1210i
    0.0507 - 0.1215i
   -0.0448 + 0.0022i
x =
   -0.0427 - 0.0203i
   -0.0814 - 0.0373i
    0.0334 - 0.0394i
   -0.0573 + 0.0047i
x =
   -0.0235 - 0.0059i
   -0.1040 - 0.0153i
    0.0746 - 0.0258i
   -0.0887 + 0.0126i
x =
   -0.0149 - 0.0022i
   -0.2653 + 0.0704i
    0.2454 - 0.0987i
   -0.2456 + 0.1098i
x =
   -0.0104 - 0.0009i
    0.1565 + 0.0455i
   -0.1712 - 0.0674i
    0.1692 + 0.0365i
x =
   -0.0077 - 0.0002i
    0.0556 + 0.0021i
   -0.0672 - 0.0199i
    0.0621 + 0.0025i
x =
   -0.0059 + 0.0001i
    0.0310 - 0.0023i
   -0.0404 - 0.0128i
    0.0359 - 0.0003i
x =
   -0.0047 + 0.0002i
    0.0203 - 0.0032i
   -0.0283 - 0.0099i
    0.0243 - 0.0009i
x =
   -0.0038 + 0.0003i
    0.0145 - 0.0034i
   -0.0214 - 0.0082i
    0.0179 - 0.0010i
x =
   -0.0031 + 0.0003i
    0.0110 - 0.0033i
   -0.0171 - 0.0071i
    0.0139 - 0.0010i
x =
   -0.0026 + 0.0004i
    0.0086 - 0.0031i
   -0.0140 - 0.0063i
    0.0111 - 0.0010i
x =
   -0.0022 + 0.0004i
    0.0069 - 0.0030i
   -0.0118 - 0.0056i
    0.0092 - 0.0009i
x =
   -0.0019 + 0.0004i
    0.0056 - 0.0028i
   -0.0102 - 0.0051i
    0.0077 - 0.0009i
x =
   -0.0017 + 0.0004i
    0.0046 - 0.0026i
   -0.0089 - 0.0046i
    0.0066 - 0.0008i
x =
   -0.0015 + 0.0003i
    0.0039 - 0.0024i
   -0.0079 - 0.0043i
    0.0050 - 0.0007i
x =
   -0.0013 + 0.0003i
    0.0033 - 0.0023i
   -0.0071 - 0.0040i
    0.0050 - 0.0007i
x =
   -0.0011 + 0.0003i
    0.0028 - 0.0021i
   -0.0064 - 0.0037i
    0.0044 - 0.0007i
x =
   -0.0010 + 0.0003i
    0.0024 - 0.0020i
   -0.0058 - 0.0034i
    0.0039 - 0.0007i
```

Lampiran 4. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 8 bar untuk suspensi depan dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+65998.92*16*w*i+1792107.692 -32999.46*16*w*i-896053.846
-32999.46*16*w*i-896053.846 0; -32999.46*16*w*i-896053.846 -
680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1727053.846 0 -33659.449*16*w*i-913974.923; -
32999.46*16*w*i-896053.846 0 -680*16*(w^2)+32999.46*16*w*i+1727053.846
33659.449*16*w*i+913974.923; 0 -33659.449*16*w*i-913974.923
33659.449*16*w*i+913974.923 -
1198.16*16*(w^2)+68665.276*16*w*i+1846508.843]
f=[0; 8310; 66480; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
    0.0450
    0.0096
    0.0804
   -0.0350
x =
    0.0541 - 0.0024i
    0.0145 - 0.0002i
    0.0870 - 0.0002i
   -0.0361 + 0.0003i
x =
    0.0907 - 0.0337i
    0.0440 - 0.0133i
    0.1225 - 0.0134i
   -0.0393 + 0.0011i
x =
   -0.0552 - 0.1288i
   -0.0472 - 0.1226i
    0.0438 - 0.1232i
   -0.0456 + 0.0023i
x =
   -0.0428 - 0.0193i
   -0.0826 - 0.0354i
    0.0344 - 0.0378i
   -0.0586 + 0.0050i
x =
   -0.0234 - 0.0057i
   -0.1063 - 0.0139i
    0.0776 - 0.0258i
   -0.0916 + 0.0136i
x =
   -0.0149 - 0.0022i
   -0.2832 + 0.0907i
    0.2639 - 0.1184i
   -0.2624 + 0.1323i
x =
   -0.0104 - 0.0008i
    0.1478 + 0.0411i
   -0.1620 - 0.0626i
    0.1603 + 0.0329i
x =
   -0.0077 - 0.0002i
    0.0544 + 0.0020i
   -0.0656 - 0.0196i
    0.0609 + 0.0024i
x =
   -0.0059 + 0.0001i
    0.0306 - 0.0023i
   -0.0397 - 0.0127i
    0.0355 - 0.0003i
x =
   -0.0047 + 0.0002i
    0.0202 - 0.0032i
   -0.0279 - 0.0099i
    0.0241 - 0.0009i
x =
   -0.0038 + 0.0003i
    0.0145 - 0.0034i
   -0.0212 - 0.0082i
    0.0178 - 0.0010i
x =
   -0.0031 + 0.0003i
    0.0110 - 0.0033i
   -0.0169 - 0.0071i
    0.0138 - 0.0010i
x =
   -0.0026 + 0.0004i
    0.0086 - 0.0031i
   -0.0139 - 0.0063i
    0.0111 - 0.0010i
x =
   -0.0022 + 0.0004i
    0.0069 - 0.0030i
   -0.0117 - 0.0056i
    0.0092 - 0.0009i
x =
   -0.0019 + 0.0004i
    0.0056 - 0.0028i
   -0.0101 - 0.0051i
    0.0077 - 0.0009i
x =
   -0.0017 + 0.0004i
    0.0047 - 0.0026i
   -0.0088 - 0.0047i
    0.0066 - 0.0008i
x =
   -0.0015 + 0.0003i
    0.0039 - 0.0024i
   -0.0078 - 0.0043i
    0.0057 - 0.0008i
x =
   -0.0013 + 0.0003i
    0.0033 - 0.0023i
   -0.0070 - 0.0040i
    0.0050 - 0.0007i
x =
   -0.0011 + 0.0003i
    0.0028 - 0.0021i
   -0.0063 - 0.0037i
    0.0044 - 0.0007i
x =
   -0.0010 + 0.0003i
    0.0024 - 0.0020i
   -0.0058 - 0.0034i
    0.0039 - 0.0007i
```

Lampiran 5. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 5,5 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+133677.84*16*w*i+2588600 -66838.92*16*w*i-1294300 -
66838.92*16*w*i-1294300 0; -66838.92*16*w*i-1294300 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+2956300 0 -82044.7743*16*w*i-1588753.25; -
66838.92*16*w*i-1294300 0 -700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+2956300
82044.7743*16*w*i+1588753.25; 0 -82044.7743*16*w*i-1588753.25
82044.7743*16*w*i+1588753.25 -
1198.16*16*(w^2)+201419.921*16*w*i+3900389.229]
f=[0; 16620; 132960; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
    0.0450
    0.0100
    0.0800
   -0.0285
x =
    0.0493 - 0.0016i
    0.0123 - 0.0001i
    0.0830 - 0.0001i
   -0.0289 + 0.0001i
x =
    0.0610 - 0.0087i
    0.0214 - 0.0017i
    0.0945 - 0.0017i
   -0.0299 + 0.0003i
x =
    0.0871 - 0.0343i
    0.0482 - 0.0153i
    0.1256 - 0.0154i
   -0.0317 + 0.0005i
x =
    0.0526 - 0.1734i
    0.0524 - 0.1454i
    0.1367 - 0.1455i
   -0.0345 + 0.0008i
x =
   -0.0741 - 0.0520i
   -0.0977 - 0.0730i
   -0.0025 - 0.0733i
   -0.0390 + 0.0012i
x =
   -0.0412 - 0.0132i
   -0.0888 - 0.0289i
    0.0244 - 0.0298i
   -0.0463 + 0.0020i
x =
   -0.0258 - 0.0051i
   -0.0938 - 0.0162i
    0.0516 - 0.0186i
   -0.0595 + 0.0034i
x =
   -0.0179 - 0.0023i
   -0.1234 - 0.0084i
    0.0933 - 0.0162i
   -0.0886 + 0.0073i
x =
   -0.0132 - 0.0011i
   -0.2533 + 0.0184i
    0.2305 - 0.0375i
   -0.1967 + 0.0333i
x =
   -0.0102 - 0.0005i
    0.5141 + 0.1966i
   -0.5320 - 0.2123i
    0.4376 + 0.1419i
x =
   -0.0082 - 0.0002i
    0.1163 + 0.0067i
   -0.1309 - 0.0200i
    0.1017 + 0.0043i
x =
   -0.0067 - 0.0000i
    0.0605 - 0.0008i
   -0.0727 - 0.0108i
    0.0546 + 0.0002i
x =
   -0.0056 + 0.0001i
    0.0391 - 0.0023i
   -0.0495 - 0.0080i
    0.0363 - 0.0005i
x =
   -0.0048 + 0.0002i
    0.0281 - 0.0028i
   -0.0371 - 0.0065i
    0.0267 - 0.0007i
x =
   -0.0041 + 0.0002i
    0.0214 - 0.0028i
   -0.0293 - 0.0056i
    0.0207 - 0.0007i
x =
   -0.0035 + 0.0002i
    0.0170 - 0.0028i
   -0.0240 - 0.0050i
    0.0167 - 0.0007i
x =
   -0.0031 + 0.0003i
    0.0139 - 0.0027i
   -0.0202 - 0.0045i
    0.0139 - 0.0006i
x =
   -0.0027 + 0.0003i
    0.0116 - 0.0025i
   -0.0173 - 0.0041i
    0.0118 - 0.0006i
x =
   -0.0024 + 0.0003i
    0.0098 - 0.0024i
   -0.0150 - 0.0038i
    0.0101 - 0.0006i
x =
   -0.0022 + 0.0003i
    0.0085 - 0.0023i
   -0.0132 - 0.0035i
    0.0088 - 0.0006i
```

Lampiran 6. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 6,5 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+133677.84*16*w*i+2986846.156 -66838.92*16*w*i-
1493423.078 -66838.92*16*w*i-1493423.078 0; -66838.92*16*w*i-1493423.078 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+3155423.078 0 -82044.7743*16*w*i-
1833176.828; -66838.92*16*w*i-1493423.078 0 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+1577711.539 82044.7743*16*w*i+1833176.828;
0 -82044.7743*16*w*i-1833176.828 82044.7443*16*w*i+1833176.828 -
1198.16*16*(w^2)+201419.921*16*w*i+4500449.113]
f=[0; 16620; 132960; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
0.7937
0.0100
1.5774
-0.6385
x =
-0.0589 + 0.0325i
-0.2303 + 0.1570i
0.0922 - 0.1561i
-0.1270 + 0.1337i
x =
-0.0035 + 0.0003i
0.0182 - 0.0034i
-0.0250 - 0.0031i
0.0176 - 0.0016i
x =
0.2482 - 0.1559i
0.1166 - 0.0070i
4.6189 - 0.1734i
-1.8390 + 0.0717i
x =
0.0262 + 0.0206i
0.2698 + 0.1569i
-0.2458 - 0.0901i
0.2160 + 0.0913i
x =
-0.0032 + 0.0003i
0.0149 - 0.0032i
-0.0212 - 0.0031i
-0.0147 - 0.0014i
x =
-0.5046 - 0.0103i
-0.0806 - 0.0011i
-0.8578 - 0.1167i
0.3187 + 0.0448i
x =
0.0014 + 0.0010i
0.1065 + 0.0095i
-0.1052 - 0.0060i
0.0871 + 0.0018i
x =
-0.0029 + 0.0003i
0.0125 - 0.0030i
-0.0183 - 0.0030i
0.0126 - 0.0012i
x =
-0.1759 + 0.0038i
-0.0646 + 0.0028i
-0.2593 - 0.0588i
0.0802 + 0.0241i
x =
-0.0031 + 0.0001i
0.0601 - 0.0013i
-0.0659 - 0.0029i
0.0516 - 0.0024i
x =
0.0109 - 0.0011i
x =
-0.0026 + 0.0003i
0.0107 - 0.0028i
-0.0160 - 0.0029i
0.0109 - 0.0011i
x =
-0.0967 + 0.0057i
-0.0684 + 0.0066i
-0.1105 - 0.0463i
0.0177 + 0.0213i
x =
-0.0041 + 0.0001i
0.0402 - 0.0032i
-0.0478 - 0.0029i
0.0360 - 0.0025i
x =
-0.0023 + 0.0003i
0.0092 - 0.0027i
-0.0142 - 0.0028i
0.0095 - 0.0010i
x =
-0.0659 + 0.0070i
-0.0830 + 0.0133i
-0.0412 - 0.0451i
-0.0165 + 0.0244i
x =
-0.0040 + 0.0002i
0.0294 - 0.0036i
-0.0371 - 0.0031i
0.0272 - 0.0022i
x =
-0.0021 + 0.0003i
0.0080 - 0.0025i
-0.0126 - 0.0027i
0.0084 - 0.0009i
x =
-0.0542 + 0.0105i
-0.1191 + 0.0319i
0.0124 - 0.0578i
-0.0527 + 0.0386i
x =
-0.0038 + 0.0002i
0.0227 - 0.0036i
-0.0300 - 0.0031i
0.0215 - 0.0018i
x =
-0.0019 + 0.0003i
0.0070 - 0.0024i
-0.0114 - 0.0026i
0.0075 - 0.0008i
```

Lampiran 7. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 7 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+133677.84*16*w*i+3185969.232 -66838.92*16*w*i-
1592984.616 -66838.92*16*w*i-1592984.616 0; -66838.92*16*w*i-1592984.616 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+3254984.616 0 -82044.7743*16*w*i-
1955388.616; -66838.92*16*w*i-1592984.616 0 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+3254984.616 82044.7743*16*w*i+1955388.616;
0 -82044.7743*16*w*i-1955388.616 82044.7443*16*w*i+1955388.616 -
1198.16*16*(w^2)+201419.921*16*w*i+4800479.053]
f=[0; 16620; 132960; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
    0.0450
    0.0100
    0.0800
   -0.0285
x =
    0.0493 - 0.0012i
    0.0123 - 0.0001i
    0.0830 - 0.0001i
   -0.0289 + 0.0001i
x =
    0.0617 - 0.0078i
    0.0216 - 0.0015i
    0.0946 - 0.0015i
   -0.0299 + 0.0002i
x =
    0.0902 - 0.0339i
    0.0496 - 0.0152i
    0.1270 - 0.0152i
   -0.0317 + 0.0005i
x =
    0.0481 - 0.1851i
    0.0486 - 0.1552i
    0.1329 - 0.1553i
   -0.0346 + 0.0008i
x =
   -0.0746 - 0.0492i
   -0.0983 - 0.0691i
   -0.0031 - 0.0694i
   -0.0391 + 0.0012i
x =
   -0.0409 - 0.0127i
   -0.0881 - 0.0278i
    0.0250 - 0.0286i
   -0.0464 + 0.0019i
x =
   -0.0257 - 0.0049i
   -0.0933 - 0.0158i
    0.0522 - 0.0181i
   -0.0596 + 0.0033i
x =
   -0.0178 - 0.0023i
   -0.1232 - 0.0082i
    0.0938 - 0.0159i
   -0.0888 + 0.0073i
x =
   -0.0132 - 0.0011i
   -0.2539 + 0.0186i
    0.2317 - 0.0374i
   -0.1977 + 0.0334i
x =
   -0.0102 - 0.0005i
    0.5108 + 0.1923i
   -0.5283 - 0.2078i
    0.4351 + 0.1388i
x =
   -0.0082 - 0.0002i
    0.1161 + 0.0066i
   -0.1304 - 0.0199i
    0.1016 + 0.0043i
x =
   -0.0067 - 0.0000i
    0.0605 - 0.0008i
   -0.0724 - 0.0108i
    0.0546 + 0.0002i
x =
   -0.0056 + 0.0001i
    0.0392 - 0.0023i
   -0.0494 - 0.0080i
    0.0363 - 0.0005i
x =
   -0.0048 + 0.0002i
    0.0281 - 0.0027i
   -0.0369 - 0.0065i
    0.0267 - 0.0007i
x =
   -0.0041 + 0.0002i
    0.0214 - 0.0028i
   -0.0292 - 0.0056i
    0.0207 - 0.0007i
x =
   -0.0036 + 0.0002i
    0.0170 - 0.0028i
   -0.0239 - 0.0050i
    0.0168 - 0.0007i
x =
   -0.0031 + 0.0003i
    0.0139 - 0.0027i
   -0.0201 - 0.0045i
    0.0139 - 0.0006i
x =
   -0.0028 + 0.0003i
    0.0116 - 0.0026i
   -0.0172 - 0.0041i
    0.0118 - 0.0006i
x =
   -0.0024 + 0.0003i
    0.0099 - 0.0024i
   -0.0150 - 0.0038i
    0.0101 - 0.0006i
x =
   -0.0022 + 0.0003i
    0.0085 - 0.0023i
   -0.0132 - 0.0035i
    0.0088 - 0.0006i
```


Lampiran 8. Perhitungan amplitudo respon *displacement* pada tekanan 8 bar untuk suspensi belakang dengan program MATLAB

```
>> for w=0: 1: 20;
z=[-9715*16*(w^2)+133677.84*16*w*i+3584215.384 -66838.92*16*w*i-
1792107.692 -66838.92*16*w*i-1792107.692 0; -66838.92*16*w*i-1792107.692 -
700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+3454107.692 0 -82044.7743*16*w*i-2199812.192;
-66838.92*16*w*i-1792107.692 0 -700*16*(w^2)+66838.92*16*w*i+3454107.692
82044.7743*16*w*i+2199812.192; 0 -82044.7743*16*w*i-2199812.192
82044.7443*16*w*i+2199812.192 -
1198.16*16*(w^2)+201419.921*16*w*i+5400538.931]
f=[0; 16620; 132960; 0]
x=inv(z)*f
end
x =
0.0450
0.0100
0.0800
-0.0285
x =
-0.0256 - 0.0049i
-0.0931 - 0.0155i
0.0525 - 0.0177i
-0.0597 + 0.0033i
x =
-0.0048 + 0.0002i
0.0282 - 0.0027i
-0.0368 - 0.0065i
0.0267 - 0.0007i
x =
0.0492 - 0.0010i
0.0122 - 0.0000i
0.0830 - 0.0000i
-0.0289 + 0.0000i
x =
-0.0178 - 0.0023i
-0.1230 - 0.0081i
0.0941 - 0.0157i
-0.0890 + 0.0072i
x =
-0.0041 + 0.0002i
0.0215 - 0.0028i
-0.0291 - 0.0056i
0.0208 - 0.0007i
x =
0.0620 - 0.0072i
0.0216 - 0.0014i
0.0947 - 0.0014i
-0.0299 + 0.0002i
x =
-0.0132 - 0.0011i
-0.2543 + 0.0186i
0.2324 - 0.0373i
-0.1984 + 0.0334i
x =
-0.0036 + 0.0002i
0.0171 - 0.0028i
-0.0239 - 0.0050i
0.0168 - 0.0007i
x =
0.0923 - 0.0334i
0.0505 - 0.0149i
0.1279 - 0.0150i
-0.0318 + 0.0005i
x =
-0.0102 - 0.0005i
0.5087 + 0.1894i
-0.5259 - 0.2048i
0.4336 + 0.1368i
x =
-0.0031 + 0.0003i
0.0139 - 0.0027i
-0.0200 - 0.0045i
0.0139 - 0.0006i
x =
0.0452 - 0.1934i
0.0462 - 0.1621i
0.1305 - 0.1623i
-0.0346 + 0.0008i
x =
-0.0082 - 0.0002i
0.1160 + 0.0066i
-0.1301 - 0.0197i
0.1015 + 0.0043i
x =
-0.0028 + 0.0003i
0.0116 - 0.0026i
-0.0172 - 0.0041i
0.0118 - 0.0006i
x =
-0.0749 - 0.0475i
-0.0988 - 0.0666i
-0.0036 - 0.0669i
-0.0391 + 0.0012i
x =
-0.0067 - 0.0000i
0.0605 - 0.0008i
-0.0723 - 0.0107i
0.0546 + 0.0002i
x =
-0.0025 + 0.0003i
0.0099 - 0.0024i
-0.0149 - 0.0038i
0.0101 - 0.0006i
x =
-0.0407 - 0.0123i
-0.0877 - 0.0270i
0.0254 - 0.0279i
-0.0465 + 0.0019i
x =
-0.0056 + 0.0001i
0.0392 - 0.0023i
-0.0492 - 0.0079i
0.0363 - 0.0005i
x =
-0.0022 + 0.0003i
0.0085 - 0.0023i
-0.0131 - 0.0035i
0.0088 - 0.0006i
```

