

**PERANCANGAN KONTROLER *LINEAR QUADRATIC REGULATOR*
UNTUK MENGENDALIKAN pH DAN KETINGGIAN NIRA
PADA PETI SULFITASI
DI PG. REDJOSARIE MAGETAN**

SKRIPSI

*Diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Teknik*



**Diajukan oleh :
DIAN KURNIAWAN**

0001060297-63

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
FAKULTAS TEKNIK
M A L A N G
2007**

**PERANCANGAN KONTROLER *LINEAR QUADRATIC REGULATOR*
UNTUK MENGENDALIKAN pH DAN KETINGGIAN NIRA
PADA PETI SULFITASI
DI PG. REDJOSARIE MAGETAN**

SKRIPSI

Diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan
memperoleh gelar Sarjana Teknik



Disusun Oleh:

DIAN KURNIAWAN

0001060297-63

DOSEN PEMBIMBING:

Ir. Purwanto, MT
NIP. 131 574 847

Ir. Erni Yudaningtyas, MT
NIP. 131 879 035

**PERANCANGAN KONTROLER *LINEAR QUADRATIC REGULATOR*
UNTUK MENGENDALIKAN pH DAN KETINGGIAN NIRA
PADA PETI SULFITASI
DI PG. REDJOSARIE MAGETAN**

Disusun Oleh :

DIAN KURNIAWAN

0001060297-63

Skripsi ini telah diuji dan dinyatakan lulus
pada tanggal 25 Januari 2007

DOSEN PENGUJI :

Dipl.Ing.Ir. M. Rusli
NIP. 131 653 473

Fitriana Suhartati, ST,MT
NIP. 132 206 527

Ir. Bambang Siswojo
NIP. 131 759 588

Rusmi Ambarwati, ST, MT
NIP. 132 258 188

Mengetahui,
Ketua Jurusan Teknik Elektro

Ir. Purwanto, MT
NIP. 131 574 847

KATA PENGANTAR

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

Puji syukur kehadiran Allah SWT karena dengan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “ Perancangan Kontroler *Linear Quadratic Regulator* Untuk Mengendalikan pH dan Ketinggian Nira Pada Peti Sulfitasi di PG.Redjosarie Magetan “.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak. Untuk itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini antara lain:

1. Bapak Ir. Purwanto, MT serta ibu Ir. Erni Yudaningtyas, MT selaku dosen pembimbing yang telah memberikan pengarahan selama proses penyusunan sampai terwujudnya laporan ini.
2. Bapak Ir. Purwanto, MT sebagai Ketua Jurusan Teknik Elektro Universitas Brawijaya, serta bapak Ir. Hery Purnomo, sebagai Sekretaris Jurusan Teknik Elektro Universitas Barwijaya.
3. Bapak Dipl-Ing. Ir. M. Rusli sebagai KKDK Sistem Kontrol.
4. Bapak Andik Setiyawan. ST serta bapak Mukalim. Bsc yang telah membimbing selama di PG. Redjosarie Magetan beserta seluruh pimpinan dan staf bagian instalasi.
5. Pimpinan PG. Redjosarie Magetan beserta seluruh karyawan.

Penulis sudah berusaha untuk menyelesaikan skripsi ini sebaik mungkin, namun seperti kata pepatah “Tiada Gading yang Tak Retak”, maka penulis akan selalu terbuka terhadap segala kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan dan pengembangan skripsi ini.

Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membutuhkan.

والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته

Malang, Januari 2007

Penyusun

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR TABEL.....	iv
DAFTAR GAMBAR.....	v
ABSTRAKSI	vii

BAB I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	2
1.3. Batasan Masalah.....	3
1.4. Tujuan	3
1.5. Sistematika Penulisan	3

BAB II. DASAR TEORI

2.1. Proses Pengolahan Gula	5
2.2. Stasiun Pemurnian	6
2.3. Peti Sulfitasi	8
2.4. Konsep Sistem Kontrol	9
2.5. Penyajian ruang keadaan sistem	10
2.6. Respon Dinamis Sistem	12
2.7. Analisis keseimbangan Sistem	13
2.8. Keterkendalia dan Keteramatan	14
2.6.1. Keterkendaliaan	14
2.6.2. Keteramatan	14
2.9. Konsep Sistem Kontrol Optimal	14
2.10. <i>Linear Quadratic Regulator(LQR)</i>	17
2.11. Pemilihan Filter	17

BAB III. METODOLOGI

3.1. Rancangan Penelitian	22
3.1.1. Pengumpulan Data	22
3.1.2. Pemodelan Matematik Sistem	22

3.1.3. Analisis Optimal Sistem	22
3.1.4. Simulasi Sistem	23
3.2. Cara Kerja Penelitian	23

BAB IV. PEMODELAN SISTEM BERDASARKAN DATA PLANT

4.1. Definisi	25
4.2. Pemodelan Sistem	25
4.2.1. Model Matematis Peti Sulfitasi	26
4.2.2. Fungsi Alih Katup kendali	30
4.2.3. Fungsi Alih <i>Transmitter</i> dan <i>Sensor</i>	32
4.3. Blok Diagram Sistem	33
4.5. Uji Keterkontrolan dan Keteramatan Sistem	34

BAB V. PENGENDALIAN OPTIMAL DAN SIMULASI SISTEM

5.1. Desain Kontroler Menggunakan Metode <i>Linear Quadratic Regulator</i>	36
5.1.1. Metode <i>Linier Quadratic Regulator (LQR)</i>	36
5.1.2. Penentuan Matrik Bobot Q dan R	37
5.1.3. Matrik Umpan Balik <i>LQR</i>	38
5.2. Simulasi Sistem	39
5.2.1. Respon Peti Sulfitasi Sebelum Diberi Umpan Balik <i>LQR</i>	39
5.2.2. Respon Peti Sulfitasi Dengan Umpan Balik <i>LQR</i>	40
5.2.3. Respon pH peti sulfitasi Dengan Gangguan	46

BAB VI. PENUTUP

6.1. Kesimpulan	48
6.2. Saran	48

DAFTAR PUSTAKA	50
-----------------------------	----

LAMPIRAN	51
-----------------------	----

DAFTAR TABEL

Tabel 5.1	Hasil optimasi untuk matrik bobot dengan berbagai nilai Q dan R	38
Tabel 5.2	Respon sistem dengan masukan unit step Sebelum diberi umpan balik optimal	40
Tabel 5.3	Respon sistem dengan masukan unit step Setelah diberi umpan balik optimal	40
Tabel 5.4.a	Hasil optimasi sistem pada pengendalian level untuk berbagai matriks bobot Q dan R	42
Tabel 5.4.b	Hasil optimasi sistem pada pengendalian pH untuk berbagai matriks bobot Q dan R	43



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Flowsheet Pabrik Gula	5
Gambar 2.2 Peti Sulfitasi	8
Gambar 2.3 Respon Sistem Kurang Teredam	13
Gambar 2.4 Representasi Sitem Dalam Bentuk Persamaan Keadaan	16
Gambar 2.5 Luasan <i>Control Area</i> Untuk sistem Diredam Lebih	16
Gambar 2.6 Struktur Sistem Kontrol Dengan Umpan Balik Keadaan ...	17
Gambar 2.7 Blok Diagramregulator optimal dengan umpan balik K dan filter M	20
Gambar 4.1 Blok Pengendalian pH dan Ketinggian Pada Peti Sulfitasi	26
Gambar 4.2 Blok Keseluruhan Proses	33
Gambar 5.1 Respon Sistem Dengan Masukan Unit Step Sebelum Diberi Umpan Balik Optimal	40
Gambar 5.2.1 Respon Sinyal Pengendali Level Nira	41
Gambar 5.2.2 Respon Sinyal Pengendali pH Nira	41
Gambar 5.3 Respon Sistem Dengan Masukan Unit Step Setelah Diberi Umpan Balik Optimal	42
Gambar 5.4.1 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 300$ dan $R = 100$	43
Gambar 5.4.2 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 300$ dan $R = 125$	43
Gambar 5.4.3 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 300$ dan $R = 150$	44
Gambar 5.4.4 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 300$ dan $R = 175$	44
Gambar 5.4.5 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 300$ dan $R = 200$	44
Gambar 5.4.6 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 150$ dan $R = 150$	45
Gambar 5.4.7 Respon pH dan Peti Sulfitasi Untuk $Q = 200$ dan $R = 150$	45

Gambar 5.4.8 Respon pH dan Peti Sulfitasi

Untuk Q = 250 dan R = 150 45

Gambar 5.4.9 Respon pH dan Peti Sulfitasi

Untuk Q = 350 dan R = 150 46

Gambar 5.4.10 Respon pH dan Peti Sulfitasi

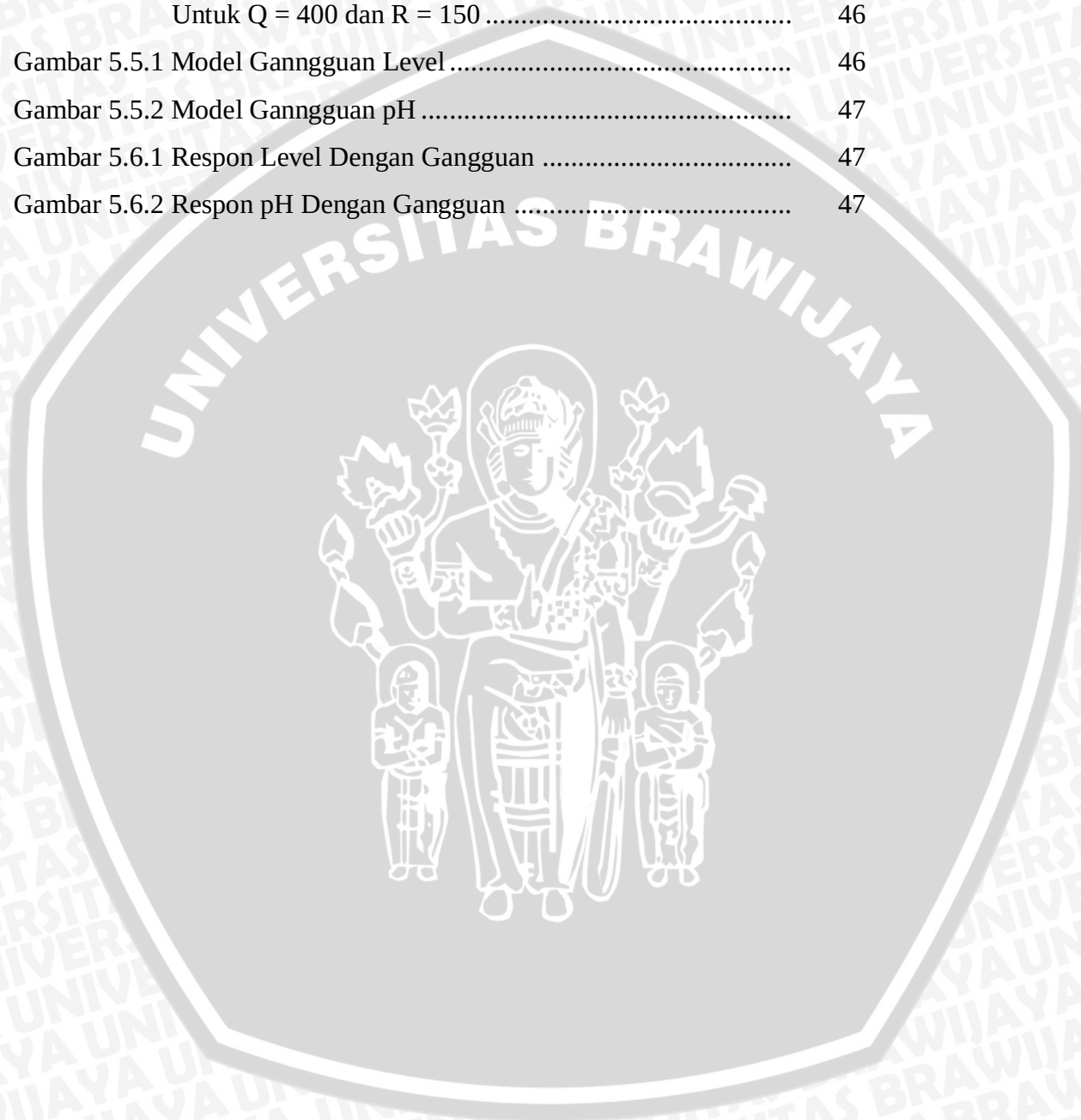
Untuk Q = 400 dan R = 150 46

Gambar 5.5.1 Model Ganngguan Level 46

Gambar 5.5.2 Model Ganngguan pH 47

Gambar 5.6.1 Respon Level Dengan Gangguan 47

Gambar 5.6.2 Respon pH Dengan Gangguan 47



ABSTRAKSI

Dian Kurniawan, Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik Universitas Brawijaya Malang, Oktober 2006, Judul: “ Perancangan Kontroler *Linear Quadratic Regulator* Untuk Mengendalikan pH dan ketinggian Nira Pada Peti Sulfitasi Di PG. Redjosarie Magetan”, Dosen Pembimbing: Ir. Purwanto, MT dan Ir. Erni Yudaningtyas, MT.

Peti sulfitasi nira mentah merupakan salah satu bagian dari stasiun pemurnian pada pabrik gula. Pada proses sulfitasi ini, nira mentah yang mengalir masuk kedalam peti sulfitasi akan dicampur dengan susu kapur Ca(OH)_2 yang menyebabkan pH nira meningkat, sehingga perlu dinetralkan kembali dengan cara menambah gas SO_2 . Selain itu penambahan gas SO_2 ini juga bertujuan untuk menghasilkan endapan sulfat CaSO_3 yang akan menarik dan mengendapkan kotoran-kotoran pada nira.

Agar dapat menghasilkan pH yang tepat sesuai yang dibutuhkan untuk proses produksi, sehingga pengeluaran zat bukan gula secara optimal dapat terjadi, maka diperlukan proses sulfitasi yang dapat bekerja secara optimal. Pembentukan pH dalam proses sulfitasi ini sangatlah dipengaruhi oleh kadar nira dan gas SO_2 yang mengalir kedalam peti. Untuk itu, agar dalam proses pengaturan pH, nira tidak mengalami perubahan ketinggian, aliran nira yang akan masuk kedalam peti sulfitasi juga perlu dikendalikan.

Untuk mendapatkan kadar nira dan gas SO_2 yang tepat maka diperlukan adanya sistem kontrol otomatis. Pada skripsi ini dilakukan simulasi perancangan kontroler *Linear Quadratic Regulator* untuk mengendalikan pH dan ketinggian nira mentah pada peti sulfitasi. Selanjutnya sistem yang akan didapatkan tersebut disimulasikan dengan menggunakan program Matlab. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa keluaran sistem pengendalian pH dan ketinggian nira pada peti sulfitasi mempunyai waktu menetap berturut-turut sebesar 1500 detik dan 860 detik.



BAB I

PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang

Gula merupakan salah satu kebutuhan pokok manusia yang keberadaannya sangat diperlukan. Oleh karena itu industri penghasil gula dituntut selalu menjaga eksistensi dan kelajuan produksinya untuk memenuhi tuntutan pasar. Seperti pada umumnya, suatu proses produksi tidak lepas dari permasalahan. Termasuk pada sektor pengendalian instrumen, baik untuk menjaga kestabilan alat, mengoptimalkan sistem maupun menjaga sistem tetap stabil saat terjadi gangguan atau adaptasi sistem.

PG. Redjosarie di Indonesia merupakan salah satu produsen gula yang telah eksis memenuhi kebutuhan pasar. Namun seiring berjalannya waktu, persaingan usaha juga semakin ketat sehingga diperlukan cara-cara untuk unggul dalam persaingan. Agar keunggulan dalam persaingan itu dapat tercapai maka salah satu jalan adalah dengan memproduksi gula yang berkualitas tinggi, tetapi dengan harga yang lebih dapat dijangkau masyarakat. Untuk memenuhi kedua syarat tersebut tidaklah mudah untuk dilakukan, tetapi salah cara yang mungkin dapat dilakukuan adalah dengan cara otomatisasi peralatan pengolahan yang ada. Karena dengan peralatan pengolahan yang bekerja secara otomatis maka kualitas hasil pengolahan yang baik akan dapat tercapai dan biaya produksi dapat dikurangi.

Sistem pengolahan gula secara global terdiri dari beberapa tahap yaitu tahap pada stasiun penggilingan, stasiun pemurnian, stasiun penguapan serta stasiun masakan dan puteran serta tahap penyelesaian (Hidayat, 2002). Agar menghasilkan kualitas gula yang baik maka tiap-tiap stasiun harus dapat berjalan dengan baik pula. Tahap yang paling banyak menentukan kualitas produk gula adalah pada stasiun pemurnian, karena pada tahap ini nira mentah akan dipisahkan dari kotoran yang menyertainya.

Salah satu peralatan yang digunakan pada stasiun pemurnian adalah peti sulfitasi. Peralatan ini bekerja untuk membuat nira agar memiliki pH sekitar 7,2 - 7,3 agar proses pemurnian tersebut dapat berjalan maksimal. Pengaturan pH pada peti sulfitasi dikendalikan dengan mengatur aliran gas SO₂ yang akan masuk kedalam sistem. Jumlah gas SO₂ yang masuk kedalam peti sangatlah dipengaruhi oleh kadar nira yang ada, untuk itu agar volume campuran gas SO₂ dan nira dalam peti sulfitasi tetap konstan maka diperlukan pula pengaturan ketinggian cairan dalam peti.

Selama ini pengaturan pH dan ketinggian pada peti sulfitasi di industri gula dilakukan dengan cara manual sehingga hasilnya menjadi kurang baik, padahal proses ini sangat menentukan kualitas gula yang dihasilkan. Untuk itu diperlukan pengendalian otomatis untuk memperbaikinya.

Sistem kontrol merupakan sebuah sistem yang terdiri atas satu atau beberapa peralatan yang berfungsi untuk mengendalikan sistem lain yang berhubungan dengan sebuah proses. Dalam suatu industri, seperti industri gula di PG.Redjosarie sebagai salah satu contohnya, semua variabel proses seperti suhu, dan laju aliran harus dipantau setiap saat. Bila variabel proses tersebut berjalan tidak sesuai dengan yang diharapkan, maka sistem kontrol dapat mengendalikan proses tersebut, sehingga sistem dapat kembali berjalan sesuai dengan yang diharapkan.

Sistem kontrol atau teknik pengendalian otomatis dewasa ini berkembang semakin cepat. Pada sistem kontrol konvensional, telah dikenal sistem kontrol *proporsional, integral, dan differensial*. Tetapi untuk mengendalikan sistem proses yang kompleks seperti ini, sistem kontrol konvensional mempunyai banyak kelemahan. Salah satu kelemahan sistem kontrol konvensional adalah hanya dapat digunakan untuk mengendalikan sistem proses yang linier, dengan satu masukan dan satu keluaran. Untuk mengatasi masalah tersebut, maka dikembangkan sistem kontrol yang lebih canggih, yaitu sistem kontrol optimal.

Sistem kontrol optimal dapat digunakan baik untuk sistem *linier*, maupun sistem *non linier*, dengan satu atau banyak masukan dan keluaran. Selain itu, pada sistem kontrol optimal, kondisi dan gangguan pada sistem sangat diperhatikan untuk dapat mencapai hasil yang paling baik. Oleh sebab itulah dalam penulisan tugas akhir ini, kontrol optimal dipilih sebagai metode yang digunakan untuk mengendalikan pH dan ketinggian nira pada peti sulfitasi dengan harapan akan dihasilkannya kinerja sistem yang paling baik.

I.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah ditekankan pada :

1. Bagaimana merancang dan menentukan parameter kontroler pada pengontrolan pH dan ketinggian pada peti sulfitasi dengan menggunakan metode *Linier Quadratic Regulator (LQR)*, sehingga sistem dapat bekerja secara optimal untuk menghasilkan pH dan ketinggian nira sesuai dengan nilai yang diinginkan, lebih cepat mencapai *steady state* dan menghemat pemakaian energi.

2. Bagaimana menentukan *gain* kontrol yang memenuhi syarat pengontrolan optimal.
3. Bagaimana performansi peti sulfitasi dengan diterapkannya sistem pengendalian optimal ini.

I.3. Batasan Masalah

Pada penyusunan skripsi ini, dilakukan pembatasan-pembatasan masalah sebagai berikut:

1. Sistem pengendalian ini dilakukan untuk mengendalikan pH dan ketinggian nira kental pada peti sulfitasi.
2. Parameter sistem yang digunakan berdasarkan data-data sekunder yang diperoleh dari PG. Redjosarie.
3. Pembahasan hanya mengenai penerapan sistem kontrol optimal pada peti sulfitasi.
4. Hanya membahas perancangan kontrol optimal dengan menggunakan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.
5. Parameter sistem plant diasumsikan tidak berubah terhadap waktu.
6. Simulasi dilakukan dengan program MATLAB.

I.4. Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengusulkan penerapan sistem kontrol optimal dengan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)* pada peti sulfitasi nira kental di PG. Redjosarie, agar menghasilkan pH dan ketinggian nira sesuai dengan nilai yang diinginkan, diperoleh respon transien sistem yang lebih cepat dalam mencapai keadaan mantap dan menghemat pemakaian energi.

I.5. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang dipakai pada pembuatan skripsi ini adalah:

Bab I : Pendahuluan

Terdiri atas latar belakang, tujuan, rumusan masalah, batasan masalah dan sistematika pebahasan.

Bab II : Dasar teori

Pada bab ini dijelaskan mengenai proses pengolahan gula, sistem pengendalian pH dan ketinggian pada peti sulfitasi nira kental dan konsep kontrol optimal dengan metode *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.

Bab III : Metodologi Penulisan

Bab ini berisi penjelasan mengenai metode yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam skripsi ini.

Bab IV: Pemodelan dan Optimasi sistem

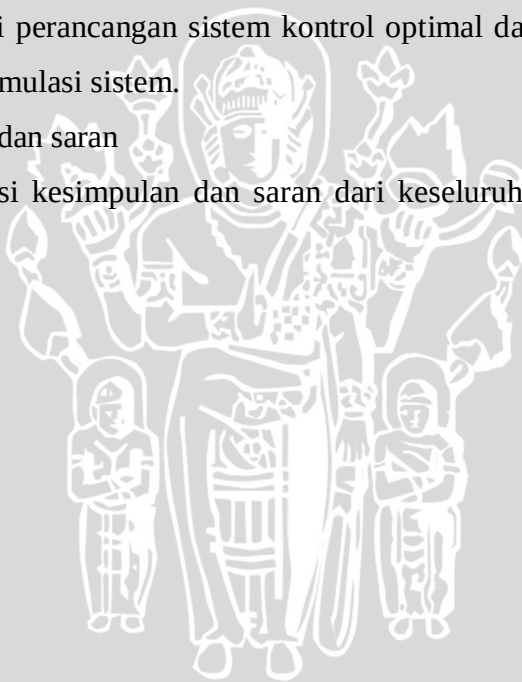
Bab ini berisi pembahasan mengenai penurunan rumus untuk peti sulfitasi berikut bentuk persamaan ruang-keadaan.

Bab V : Pengujian dan simulasi sistem

Bab ini berisi perancangan sistem kontrol optimal dan penerapannya pada *plant*, serta simulasi sistem.

Bab VI: Kesimpulan dan saran

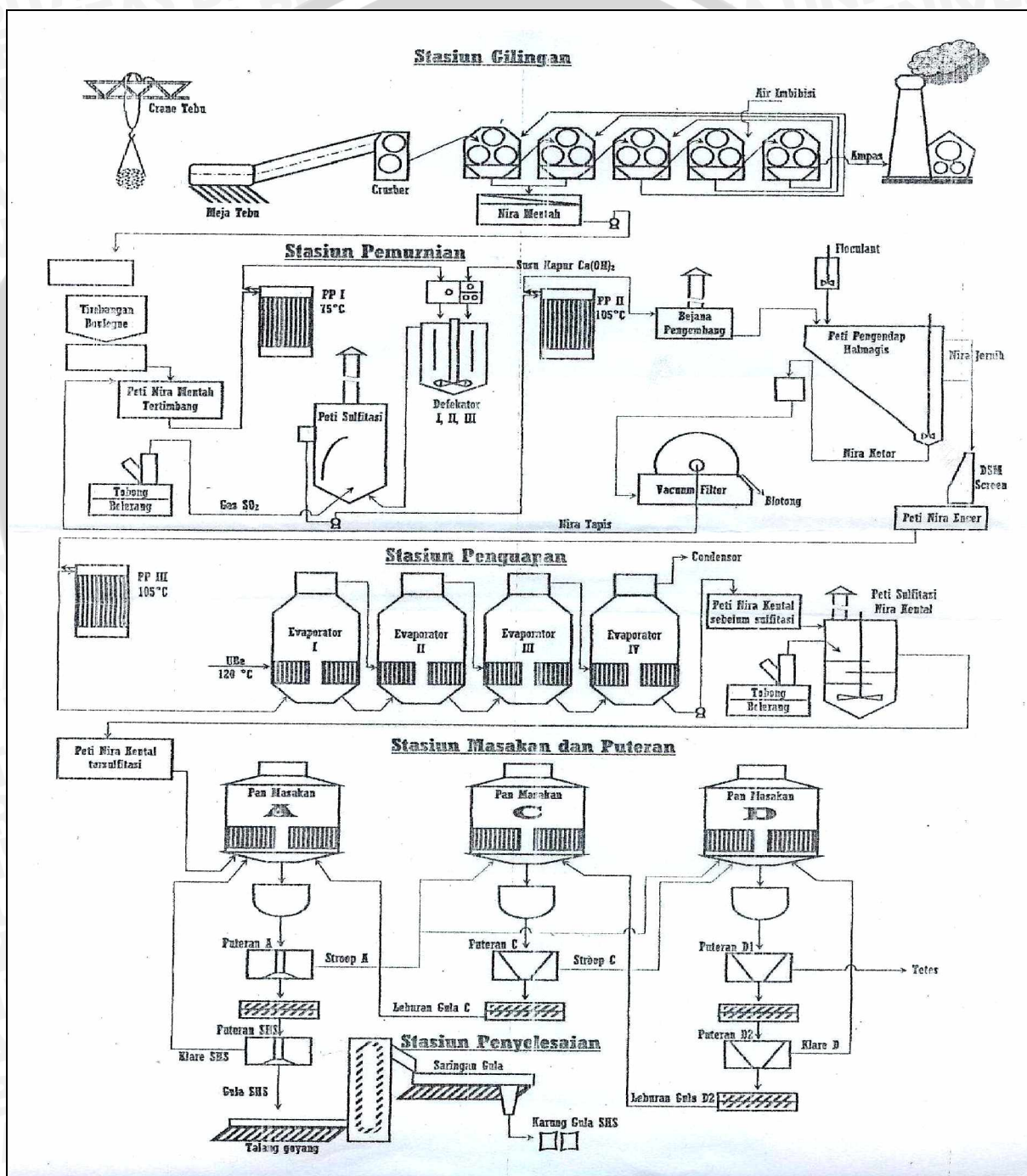
Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari keseluruhan penyusunan tugas akhir ini.



BAB II DASAR TEORI

2.1. Proses Pengolahan Gula

Urutan proses produksi gula pada PG. Redjosarie dapat dilihat dari flowsheet pabrik gula berikut.



Gambar 2.1 Flowsheet Pabrik Gula
Sumber : PG. Redjosarie

Dalam pengolahan bahan mentah tebu untuk diproduksi menjadi gula kristal putih, PG. Redjosarie menggunakan serangkaian tahap produksi, yaitu proses pada stasiun penggilingan, stasiun pemurnian, stasiun penguapan serta stasiun masakan dan puteran. Mula-mula tebu masuk pada stasiun gilingan yang berfungsi sebagai penghasil nira mentah yaitu memisahkan nira dari ampas tebu. Karena nira mentah dari stasiun gilingan masih banyak mengandung kotoran maka perlu dilakukan proses pemurnian, yaitu dengan jalan pemanasan pada pan pemanas atau *juice heater* PP I, penambahan susu kapur pada defekator, penambahan gas SO_2 pada Peti sulfitasi nira mentah, pemanasan kembali pada pan pemanas atau *juice heater* PP II dan beberapa tahap selanjutnya untuk menghasilkan nira encer.

Nira encer dari stasiun pemurnian kemudian dipanaskan pada pan pemanas atau *juice heater* PP III, kemudian diuapkan sampai pada tingkat kekentalan tertentu pada *evaporator* sehingga dihasilkan nira kental. Sebelum masuk ke stasiun masakan, nira kembali akan mendapat proses penambahan gas SO_2 pada peti sulfitasi nira kental dan selanjutnya dimasak sampai berbentuk kristal di stasiun masakan dan puteran. Stasiun puteran berfungsi untuk memisahkan kristal gula yang telah terbentuk dengan larutannya (*stroop*). Gula yang turun dari stasiun puteran masih basah dan dikeringkan pada talang goyang, kemudian disaring untuk dihasilkan Gula SHS (*Superior High Sugar*) lalu dikemas pada karung gula.

2.2 Stasiun Pemurnian

Nira mentah yang dihasilkan dari stasiun gilingan masih banyak mengandung kotoran sehingga perlu dilakukan proses lanjutan yaitu proses pemurnian dengan jalan pemanasan, penambahan susu kapur dan gas SO_2 . Proses pemurnian nira mentah ini, berfungsi untuk mengeluarkan sebanyak mungkin zat yang bukan gula. Dalam industri gula di Indonesia banyak pabrik gula yang menggunakan kapur tohor (CaO) sebagai zat pemurni untuk mengendapkan sebagian besar zat yang bukan gula.

Tujuan utama dari pemurnian adalah (Hidayat, 2002)

1. Mecegah terjadinya peristiwa inversi dengan jalan menetralkan ion hydrogen.
2. Menghilangkan kekeruhan dengan proses pengendapan.
3. Menghilangkan kotoran dan zat-zat koloid (ampas halus, lilin, pasir, dispersi tanah, dll).

Proses pada stasiun pemurnian terdiri dari beberapa tahap, tahap pertama dimulai dengan penimbangan nira mentah untuk kemudian ditampung pada peti nira mentah.

Pada peti ini nira mentah akan dicampur oleh nira tapis, yaitu nira yang berasal dari penyaringan nira kotor pada *vacuum filter*, penyaringan ini dilakukan karena nira kotor yang dihasilkan masih banyak mengandung kadar gula. Dari peti nira mentah ini, selanjutnya nira akan dialirkan pada pan pemanas atau *juice heater* PP I untuk dipanaskan sampai 75°C.

Penaikan suhu nira mentah ini dimaksudkan untuk (Hidayat, 2002) :

1. Meminimumkan proses inversi yang mungkin terjadi pada sukrosa menjadi gula reduksi
2. Memaksimalkan kecepatan reaksi pembentukan Kalsium Phospat ($\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$) pada defekator dan pembentukan CaSO_3 pada bejana sulfitir
3. Mencegah terjadinya Kalsium bisulfit ($\text{Ca}(\text{HSO}_3)_2$) yang merupakan garam mudah larut yang tidak dapat mengendap.
4. Menonaktifkan mikroorganisme perusak sukrosa yang memiliki *thermal dead* < 72°C.
5. Menggumpalkan koloid, terutama protein agar mudah mengendap pada bak pengendap.

Dari pan pemanas PP I kemudian nira dialirkan ke defekator untuk ditambahkan dengan susu kapur ($\text{Ca}(\text{OH})_2$). Pengaruh penambahan susu kapur ini menyebabkan pH nira berubah menjadi 8,6 – 9,6. Karena nira berubah menjadi lebih tinggi maka pada peti sulfitasi pH nira tersebut dinetralkan kembali menjadi sekitar 7,2 – 7,3 dengan cara menambah gas SO_2 . Proses ini bertujuan untuk menghasilkan endapan sulfit CaSO_3 yang akan menarik dan mengendapkan kotoran-kotoran pada nira. (Rachmadi, 1994 : 10)

Nira dari bejana *sulfitasi* kemudian dialirkan menuju pan pemanas atau *juice heater* PP II untuk dipanaskan sampai suhu 105° C. Jika temperatur terlalu tinggi akan terbentuk *caramel* akibat *inversi* sukrosa menjadi glukosa dan fruktosa sehingga tidak dapat dikristalkan sedangkan bila temperatur terlalu rendah CaSO_3 akan sulit ditapis.

Tujuan pemanasan ini adalah (Hidayat, 2002):

1. Menyempurnakan reaksi pembentukan kalsium fosfat dan kalsium sulfit.
2. Menonaktifkan bakteri yang memiliki *thermal dead* < 105° C termasuk yang belum mati pada pemanasan 72° C.
3. Memudahkan pembuangan gas-gas yang belum keluar pada tangki *defecator* dan bejana sulfit.

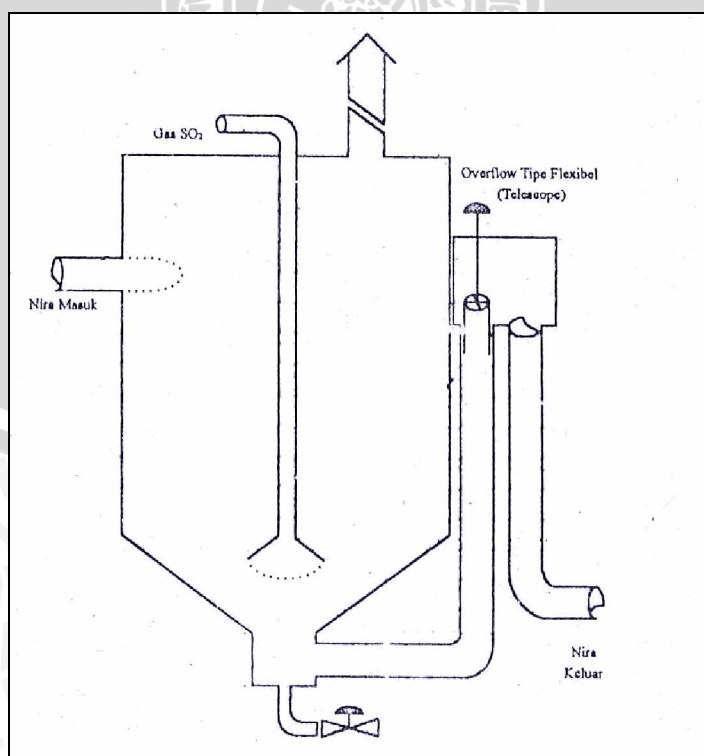
4. Memperbesar daya absorpsi garam-garam kalsium terhadap koloid-koloid sehingga mempermudah proses pengendapan.
5. Membantu tugas pemanasan pendahuluan dalam sistem penguapan.

2.3. Peti Sulfitasi

Proses sulfitasi merupakan proses pemurnian gula dengan menggunakan gas SO_2 dalam menetralkan air kapur (Hidayat, 2002). Pada proses produksi gula, nira melalui dua tahap sulfitasi yaitu pada peti sulfitasi nira mentah dan peti sulfitasi nira kental. Tahap sulfitasi nira mentah termasuk pada stasiun pemurnian, sulfitasi nira ini bertujuan untuk :

1. Didapatkan nira dengan pH 7,2 – 7,3.
2. Agar koloid yang bukan gula dalam nira dapat diendapkan.
3. Membentuk garam yang menarik dan mengendapkan kotoran pada nira.

Pada industri gula membuktikan bahwa pengeluaran zat bukan gula secara optimal terjadi bila nira mentah berada pada pH antara 7,3 – 7,4 dan pH nira encer antara 7,0 – 7,4 (Hidayat, 2002). Maka agar nira encer yang dihasilkan memiliki pH sesuai dengan yang dibutuhkan, aliran gas SO_2 yang masuk kedalam peti sulfitasi perlu dikendalikan. Gambar 3.2.1 berikut adalah gambar peti sulfitasi



Gambar 2.2 Peti Sulfitasi
Sumber : PG. Redjosarie

Perubahan kadar nira dan SO_2 yang mengalir kedalam peti sangatlah menentukan pH larutan yang akan terbentuk. Selain itu perubahan kadar nira dan SO_2 tersebut juga akan memengaruhi ketinggian nira didalam peti. Untuk itu, agar dalam pengaturan pH, level nira dapat dipertahankan pada ketinggian 2,5 m, maka perlu dikendalikan pula aliran nira yang akan masuk kedalam peti sulfitasi.

2.4. Konsep Sistem Kontrol

Pada tahun-tahun belakangan ini, sistem kontrol memegang peranan penting dalam perkembangan dan kemajuan peradaban. Dalam prakteknya, setiap aspek dalam kegiatan sehari-hari dipengaruhi oleh beberapa model sistem kontrol. Sistem kontrol banyak ditemukan di sektor industri, seperti pengontrolan produk, pengontrolan mesin, sistem transportasi, dan lain-lain. Bahkan pengontrolan sistem sosial dan ekonomi pun dapat didekati dengan teori kontrol otomatis.

Sistem kontrol terdiri dari tiga komponen dasar, yaitu tujuan pengontrolan, komponen sistem kontrol, dan hasil atau keluaran sistem. Dalam istilah yang lebih teknis, tujuan dapat dihubungkan erat dengan masukan, dan hasilnya disebut keluaran. Secara umum, tujuan sistem kontrol adalah untuk mengendalikan keluaran, dengan berbagai masukan tertentu, agar sesuai dengan yang diinginkan. (Ogata, 1997)

Sistem merupakan kombinasi dari beberapa komponen yang bekerja bersama-sama dan mempunyai suatu tujuan tertentu (Ogata, 1997:4). Sistem kontrol merupakan suatu sistem yang terdiri dari beberapa sub sistem yang berfungsi mengendalikan suatu *plant/proses*. Sistem kontrol sudah berkembang sejak awal abad ke-20, yaitu dengan diketemukannya kontroler proporsional, integral dan differensial. Dalam perkembangannya, ketiga sistem tersebut digabung menjadi kontroler PID. Dalam prakteknya, sistem kontrol itu sendiri mengalami gangguan. Gangguan (*disturbance*) adalah sinyal yang tidak diinginkan tetapi mempunyai pengaruh keluaran yang merugikan pada keluaran sistem (Ogata, 1997:4).

Untuk mengendalikan proses yang kompleks, seperti proses pada industri semen, industri kimia, dan lain-lain maka kontroler PID mempunyai banyak kelemahan. Sistem kontrol PID hanya dapat digunakan untuk proses yang berbentuk linier dengan satu masukan dan satu keluaran (SISO). Untuk mengembangkan hal ini dikembangkan sistem kontrol yang lebih baik, yaitu sistem kontrol optimal.

Teori kontrol modern berbeda dengan teori kontrol konvensional. Teori kontrol modern dapat diterapkan pada sistem multi masukan multi keluaran, yang kondisinya

linier ataupun tak linier, dengan parameter sistem konstan atau berubah terhadap waktu. Sedangkan teori kontrol konvensional hanya dapat diterapkan pada sistem satu masukan satu keluaran dengan parameter konstan.

Teori kontrol konvensional menggunakan metode desain coba-coba yang pada umumnya tidak menghasilkan solusi yang optimal. Sebaliknya teori kontrol modern memungkinkan sistem yang mempunyai beberapa masukan dan keluaran, yang dapat saling berkaitan. Berdasarkan pandangan ini maka pendekatan yang paling sesuai untuk analisis sistem adalah pendekatan ruang keadaan (*state space*).

2.5. Penyajian ruang-keadaan sistem

Untuk menganalisa sistem pengendalian optimal, terlebih dahulu harus didapatkan persamaan model matematika dari sistem yang akan mewakili unjuk kerja dari sistem tersebut. Dari persamaan ini kemudian direpresentasikan kedalam persamaan ruang-keadaan. Untuk mendefinisikan sistem dalam bentuk matematis, maka sistem tersebut dinyatakan dalam bentuk persamaan differensial. (Ogata,1997:68)

Sistem dinamik yang terdiri dari sejumlah terhingga elemen terkumpul dapat digambarkan dengan persamaan differensial ordiner dengan waktu sebagai variabel bebas. Dengan menggunakan notasi matriks-vektor, persamaan differensial orde ke- n dapat dinyatakan dengan suatu persamaan differensial matriks-vektor orde pertama. Jika n elemen vector tersebut merupakan himpunan variabel keadaan, maka persamaan differensial matriks-vektor tersebut disebut persamaan keadaan.

Penyajian ruang-keadaan dari sistem orde ke- n yang dinyatakan oleh persamaan differensial linier dengan fungsi penggerak tidak melibatkan bentuk turunan. Mari kita tinjau sistem orde ke- n berikut:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y' + a_0y = u \quad (2.5.1)$$

Dengan mengingat bahwa pengetahuan mengenai $y(0), y'(0), \dots, y^{(n-1)}(0)$, bersama-sama dengan masukan $u(t)$ untuk $t \geq 0$, menentukan secara lengkap perilaku yang akan datang dari sistem, maka kita dapat memilih $y(t), y'(t), \dots, y^{(n-1)}(t)$ sebagai himpunan n variabel keadaan.

Didefinisikan

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ &\dots \\ x_n &= y^{(n-1)} \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Sehingga persamaan (2.5.1) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

atau

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.5.4)$$

di mana

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Persamaan keluarannya menjadi

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix};$$

atau

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} \quad (2.5.5)$$

di mana

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Persamaan differensial orde pertama Persamaan (2.5.4), adalah persamaan keadaan dan persamaan aljabar, Persamaan (2.5.5) adalah persamaan keluaran.

2.6 Respon Dinamis Sistem

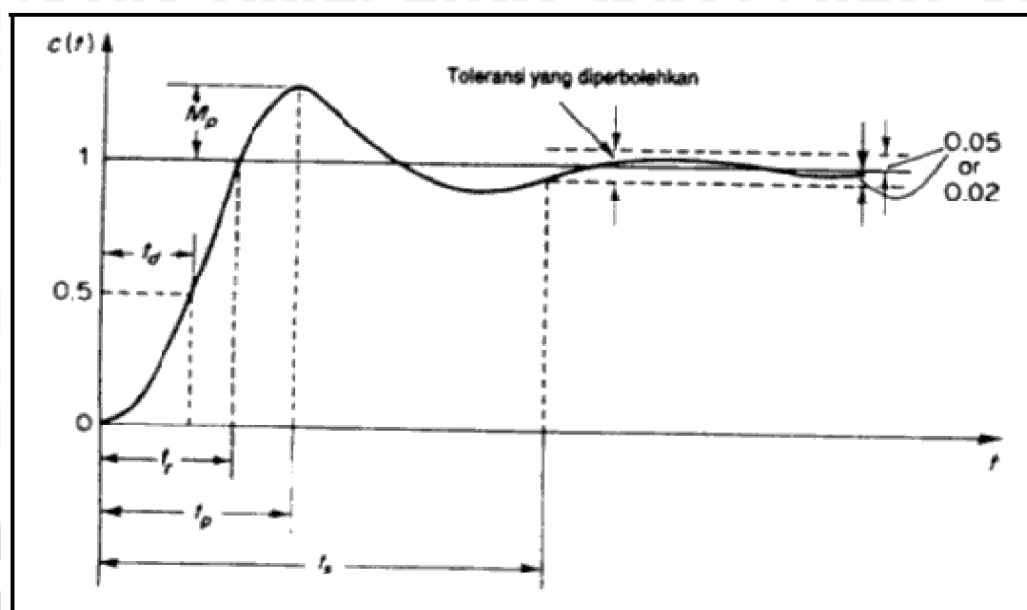
Dalam pembahasan mengenai sistem kontrol, masalah yang menjadi pokok perhatian adalah Dimana harga 1 pada gambar tersebut menunjukkan nilai *setpoint* atau harga akhir yang ingin dicapai oleh system (Ogata jilid I, 1996 : 286-287) :

- Kestabilan dan kemampuan sistem meredam gangguan. Sistem yang stabil mempunyai akar-akar persamaan karakteristik di sebelah kiri bidang s.
- Time delay* (t_d) : waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai $\frac{1}{2}$ harga akhir pada saat lonjakan pertama.
- Timen rise* (t_r): waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk naik dari 10% menjadi 90%, 5% menjadi 95%, atau 0% menjadi 100% dari nilai akhir. Untuk sistem orde dua redaman kurang (*underdamped*), biasanya digunakan waktu naik 0-100%, sedangkan untuk sistem redaman lebih (*overdamped*), biasanya digunakan waktu naik 10-90%.
- Time settling* (t_s) : waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai harga tertentu dan tetap dalam nilai akhir (biasanya 5% atau 2%).
- Maximum overshoot* (M_p) : overshoot maksimum adalah nilai puncak kurva tanggapan diukur dari satuan. Apabila nilai akhir keadaan tunak tanggapannya jauh dari satu, maka biasa digunakan persen overshoot maksimum, dan didefinisikan oleh :

$$M_p = \frac{c(t) - sp}{sp} \times 100\% \quad (2.6.1)$$

- Time peak* (t_p) : waktu yang diperlukan sistem untuk mencapai lonjakan maksimum.
- Error Steady State*: sinyal kesalahan yang merupakan selisih dari nilai *reference* dengan nilai sebenarnya pada waktu tak terhingga. Secara ideal, respon ideal yang dihasilkan oleh sistem pada keadaan tunak ($t = \infty$) harus berimpit dengan *setpoint* yang diberikan. Dalam praktek, kondisi ideal tersebut tidak mungkin dicapai. Pada keadaan tunak selalu terdapat selisih antara respon dinamik sistem dengan nilai *setpoint*. Selisih inilah yang kemudian didefinisikan sebagai *error steady state* (e_{ss}). Dengan kata lain e_{ss} menunjukkan tingkat akurasi akhir sistem.

Untuk lebih jelasnya respon dinamis sistem dapat dilihat pada gambar 2.3 berikut.



Gambar 2.3 Respon sistem kurang teredam (*underdamped*)

Sumber : Ogata K, 1997:286

Keterangan :

- § M_p = overshoot maximum
- § t_p = tim peak
- § t_d = time delay
- § t_s = time settling
- § t_r = time rise

2.7. Analisis Kestabilan Sistim

Stabilitas sistem ditentukan oleh tanggapan sistem terhadap masukan (*input*) dan gangguan (*disturbances*). Stabilitas sistem linier dapat didefinisikan sebagai keluaran terhingga (*definite*) untuk masukan yang terhingga, sedangkan ketidakstabilan sistem linier didefinisikan sebagai keluaran yang tidak berhingga (*infinite*) untuk masukan berhingga (Shahian, 1993 : 7).

Salah satu metode yang digunakan untuk mengetahui stabilitas sistem adalah dengan melihat letak kutub-kutub model sistem pada bidang-*s*. Kutub-kutub itu merupakan akar-akar karakteristik matriks keadaan *A* yang diperoleh dengan menyelesaikan persamaan $|sI - A| = 0$ untuk setiap *s*. Sistem dikatakan stabil jika dan hanya jika kutub-kutub model sistem tersebut berada di sebelah kiri sumbu imajiner pada bidang-*s*, dengan kata lain bagian nyata dari akar-akar karakteristik merupakan bilangan negatif.

2.8. Keterkendalian dan Keteramatan

Konsep keterkendalian dan keteramatan memegang peranan penting pada sistem kontrol optimal multivariabel. Syarat keterkendalian dan keteramatan menentukan adanya penyelesaian lengkap dari persamaan kontrol optimal.

Keterkendalian berkaitan dengan masalah perancangan penempatan pole. Dengan keterkendalian menunjukkan bahwa sistem dapat dikontrol dan semua pole dari sistem dapat ditempatkan di lokasi yang diinginkan. Keteramatan berhubungan dengan perancangan *state* estimator. Dengan adanya keteramatan, maka bagi sistem yang tidak dapat menginformasikan seluruh variabel *state*-nya, dapat digunakan sebuah estimator yang dapat mengestimasi semua *state* agar dapat dirancang sistem yang memiliki informasi *state* secara lengkap. (BC. Kuo)

2.8.1. Keterkendalian

Suatu sistem dikatakan dapat dikendalikan jika sistem tersebut dimungkinkan untuk mendapatkan suatu vektor kendali u , yang dalam waktu berhingga dapat membawa sistem tersebut dari suatu kondisi awal $x(0)$ ke kondisi lain $x(f)$, misal

$$\text{Matriks keterkendalian } [B \mid AB \mid \dots \mid A^{(n-1)}B]$$

Agar sistem dapat dikendalikan, maka:

1. tidak ada kolom yang merupakan kelipatan kolom lainnya
2. nilai determinannya tidak sama dengan nol

2.8. 2. Keteramatan

Suatu sistem dikatakan dapat teramati apabila setiap keadaan awal $x(0)$ dapat ditentukan oleh pengamat $y(kT)$ selama periode waktu terhingga, misal

$$\text{Matriks keteramatan } [C^T \mid A^T C^T \mid \dots \mid (A^T)^{n-1} C^T]$$

Agar sistem dapat dikendalikan, maka:

1. tidak ada kolom yang merupakan kelipatan kolom lainnya
2. nilai determinannya tidak sama dengan nol

2.9. Konsep Sistem Kontrol Optimal

Sistem optimal adalah sistem yang mempunyai unjuk kerja terbaik (*best performance*) terhadap suatu acuan tertentu. Sistem kontrol optimal memerlukan adanya suatu kriteria optimasi yang dapat meminimumkan hasil pengukuran

dengan deviasi perilaku sistem terhadap perilaku idealnya. (Sumber: Frank L. Lewis, 1996).

Pengendali deterministik membutuhkan variabel keadaan secara lengkap untuk membangkitkan sinyal kontrol optimal dengan jalan meminimumkan suatu fungsi yang disebut *cost function*. *Cost function* ini mewakili *indeks performansi* yang berfungsi sebagai tolok ukur untuk optimal kontrol.

Untuk menilai apakah performansi suatu sistem adalah optimal, dibutuhkan kriteria dimana kualitas performansi dapat diukur. Kriteria ini dikenal sebagai *indeks performansi* yang dihitung dengan mengguakan integral dari fungsi penyimpangan sistem yang sebenarnya. (Ogata, 1992 : 305)

Pengukuran tersebut dilakukan dengan menentukan *indeks performansi*, yang merupakan suatu fungsi dari suatu harga yang dapat dianggap menunjukkan seberapa besar kinerja sistem yang sesungguhnya sesuai dengan kinerja yang diinginkan. *Indeks performansi* merupakan tolok ukur suatu sistem kontrol optimal. Sistem akan optimal bila *indeks performansi* adalah minimum.

$$J = \int_{t_i}^{t_f} L(x, u, t) dt \quad \text{bila } J \text{ minimum, maka sistem optimal}$$

Diman $L(x, u, t)$ adalah fungsi keadaan x , u adalah sinyal kontriol plant dan t adalah waktu.

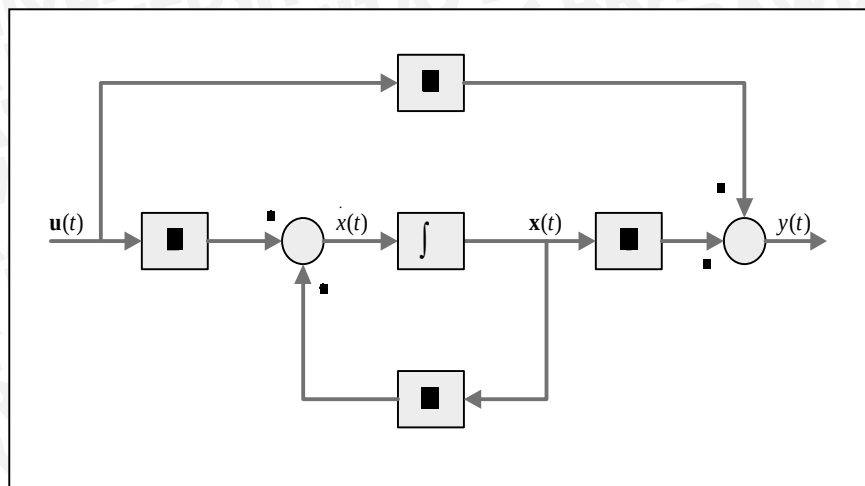
Indeks erformansi tersebut juga bisa dikatakan *cost functional* atau fungsi akhir, yang menjelaskan bagaimana performansi sistem diantara t_i dan t_f . (Rowland, 1986 : 458).

Supaya sistem tersebut dapat dikontrol, maka perlu dibuat model matematis yang menghubungkan antara masukan dan keluaran. Pada sistem kontrol optimal, yang banyak digunakan adalah persamaan keadaan. Dalam persamaan keadaan, persamaan diferensial dari sistem yang semula berorde n , diubah menjadi n buah persamaan diferensial berorde satu secara simultan, dan ditulis dalam notasi vektor matriks

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

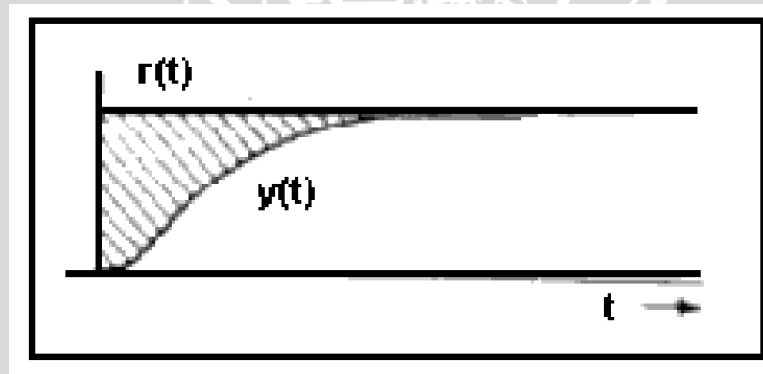
Persamaan ruang keadaan tersebut dapat ditampilkan dalam blok diagram seperti pada gambar 2.4 berikut :



gambar 2.4 Representasi sistem dalam bentuk persamaan ruang keadaan.
Sumber : Ogata, 1997 : 257

Cara untuk mengukur kualitas respon transien pada sistem kontrol yang diberi input *unit step* yaitu dengan *control area*. Performansi sistem terbaik ditandai apabila harga keluaran $y(t)$ mendekati nilai *setting* $r(t)$, sehingga luasan *error* $E = Y - C$ mendekati nol. (D'Azzo houpis 1998 : 546)

Contoh luasan *control area* dapat dilihat pada gambar 2.9.2



Gambar 2.5 Luasan *control area* untuk sistem diredam lebih.
Sumber : D'Azzo Houpis, 1988:546

Selain mengukur performansi dengan hanya menggunakan *control area* saja, performansi sistem juga dapat diukur dengan minimnya penggunaan energi dalam mencapai keluaran sistem yang diinginkan.

Indeks performansi dalam aplikasi sistem kontrol yang merepresntasikan kompromi antara *minimum-time* dan mimnimum penggunaan energi ini dapat dirumuskan dengan kombinasi lebih dari satu *indeks performansi*. *Indeks performansi* ini sering disebut *linear quadratic contol problem*. (D'Azzo houpis 1998 : 556).

2.10. Linear Quadratic Regulator (LQR)

Di dalam perancangan sistem pengendalian optimal, diperlukan adanya kriteria optimasi yang dapat meminimumkan deviasi hasil pengukuran perilaku sistem dibandingkan dengan perilaku idealnya.

Pengukuran tersebut dilakukan dengan menentukan suatu tolok ukur, yang disebut *indeks performansi* atau disebut juga *cost function*, yang merupakan suatu fungsi dari nilai yang dapat dianggap menunjukkan seberapa besar kinerja sistem yang sesungguhnya, apakah sesuai dengan kinerja sistem yang diinginkan.

Adalah sangat penting untuk memilih *indeks performansi* yang sesuai, karena *indeks performansi* tersebut menentukan elemen-elemen dari pengendali optimal yang akan digunakan. Tujuan dari pemilihan *indeks performansi* adalah untuk mendapatkan sinyal kontrol $u(t)$ yang nantinya akan meminimumkan *indeks performansi* suatu sistem.

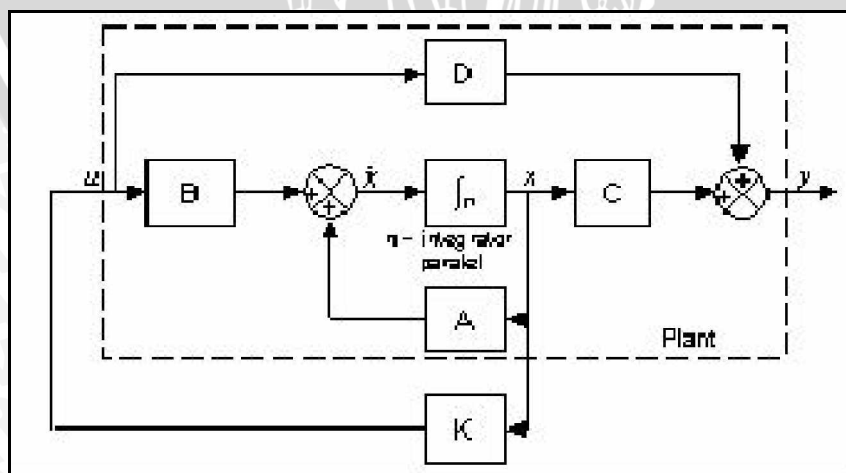
Berikut adalah persamaan-persamaan yang digunakan dalam pengendalian optimal. Dengan sistem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.10.1)$$

dan hukum pengendalian optimal:

$$u = -Kx \quad (2.10.2)$$

Persamaan keadaan diatas dapat dibentuk dalam blok diagram seperti pada gambar 2.10.1 berikut :



Gambar 2.6 Struktur sistem kontrol dengan umpan balik keadaan (*state feedback*).

Sumber: Gopal, M., 1987 : 373

Dimana solusi dari problem *regulator* optimal tersebut harus menyertakan batasan-batasan sebagai berikut:

- Tidak ada *error* aktuator .
- Tidak ada gangguan acak (*random*) pada plant.
- Seluruh informasi tentang *plant* dapat diindera oleh sensor.
- Seluruh parameter tentang plant dapat diketahui dengan pasti.

Secara umum permasalahan LQR adalah (Ogata jilid 2, 1997 : 411-413) :

Untuk suatu sistem linier, *time invariant*,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.10.3)$$

dimana A dan B adalah matriks bernilai konstan berdimensi $n \times n$ dan $n \times m$ berturut-turut, dengan indeks performansi:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (2.10.4)$$

Di mana Q dan R adalah matrik bobot yang dipilih berdasarkan apa yang dibutuhkan untuk dioptimalkan, dari *state* yang dikehendaki.

Q = matriks simetris, semi definit positif, real ($Q \geq 0$)

R = matrik simetris, definit positif, real ($R > 0$)

Substitusi persamaan (2.10.2) persamaan (2.10.1) dihasilkan:

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (2.10.5)$$

Substitusi persamaan (2.10.2) ke persamaan (2.10.4) menghasilkan:

$$\begin{aligned} J &= \int_{t_0}^{\infty} [x^T Qx + x^T K^T R Kx] dt \\ &= \int x^T [Q + K^T R K] x dt \end{aligned} \quad (2.10.6)$$

Pembahasan berikutnya memberikan pemecahan masalah pengoptimalan. Ditetapkan bahwa:

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (2.10.7)$$

Selanjutnya dihasilkan:

$$\begin{aligned} x^T (Q + K^T R K) x &= \dot{x}^T P x - x^T P \dot{x} \\ &= -x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] x \end{aligned} \quad (2.10.8)$$

Dengan membandingkan kedua ruas persamaan di atas dan memperhatikan bahwa

persamaan tersebut harus memenuhi untuk setiap nilai x , disyaratkan bahwa:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T R K) \quad (2.10.9)$$

mengingat bahwa $x(\infty) = 0$, maka indeks kinerja dapat ditulis sebagai:

$$J = x^T(0) P x(0) \quad (2.10.10)$$

Untuk mendapatkan pemecahan masalah kontrol optimal kuadratik, dapat dilakukan proses perhitungan sebagai berikut:

Diasumsikan: $R = T^T T$, maka persamaan (2.10.9) dapat ditulis sebagai berikut:

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P^T]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (2.10.11)$$

Untuk meminimumkan J terhadap K mensyaratkan peminimuman

$$X^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \text{ terhadap } K.$$

Maka kondisi minimum akan terjadi jika

$$TK = (T^T)^{-1} B^T P \quad (2.10.12)$$

sehingga

$$K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (2.10.13)$$

Dari persamaan di atas, didapatkan hukum pengendalian optimal sebagai berikut:

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^T P x(t) \quad (2.10.14)$$

Matriks P pada (2.10.12) harus memenuhi persamaan (2.10.9), sehingga

$$A^T P + PA - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (2.10.15)$$

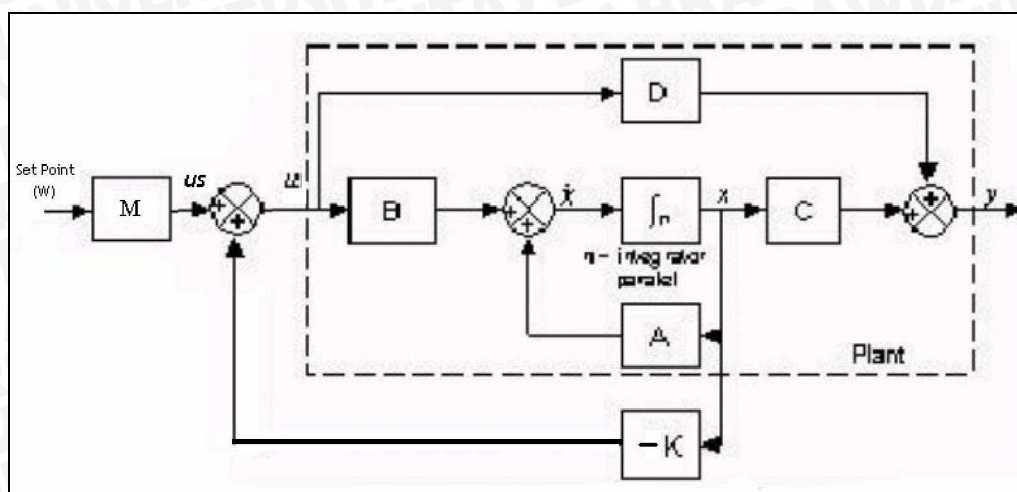
Persamaan (2.10.14) dikenal sebagai persamaan *Algebraic Riccati Equation (ARE)*.

Solusi persamaan di atas hanya dapat diselesaikan bila pasangan matriks (A, B) adalah *controllable* dan pasangan matriks (A, C) adalah *observable*.

2.11 Pemilihan filter

Tidak seperti metode desain yang lain, sistem *feedback* keadaan penuh tidak membandingkan keluaran dengan referensi, malaham membandingkan semua keadaan dikalikan dengan matrik kontrol terhadap referensi. Oleh sebab itu kita tidak dapat mengharapkan keluaran akan sebabbanding masukannya, untuk mendapatkan keluaran yang diinginkan kita perlu mengukur masukan referensinya. (Wahyu,T & Agung.W , 2003 : 289)

Apabila dalam perancangan regulator optimal akan diberi masukan *set point* maka perlu dipasang filter sesuai gambar 2.7 berikut



Gambar 2.7 Blok diagram regulator optimal dengan umpan balik K dan filter M
Sumber : Follinger, 1994 : 466

Dari gambar 4.3 dapat diketahui persamaan sebagai berikut

$$Y = CX \quad (2.11.1)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.11.2)$$

$$u = -Kx + u_s \quad (2.11.3)$$

$$u_s = Mw \quad (2.11.4)$$

Dari persamaan (2.11.2) dan (2.11.3) dapat dihasilkan persamaan berikut

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bu_s \quad (2.11.6)$$

Melalui transformasi laplace dapat disimpulkan,

$$sX(s) = (A - BK)X(s) + Bu_s(s) \quad (2.11.7)$$

$$X(s) = [SI - (A - BK)]^{-1} Bu_s(s) \quad (2.11.7)$$

Dari persamaan (2.11.1) diperoleh

$$Y(s) = C[SI - (A - BK)]^{-1} Bu_s(s) \quad (2.11.8)$$

Jika menyangkut matrik invers, maka $\det[sI - (A - BK)] = 0$ hanya berlaku apabila s merupakan hasil dari $A - BK$. Karena K telah dipilih sehingga semua hasilnya berada di sebelah kiri sumbu J , maka determinan diseluruh s -bidang setengah yang berada di sebelah kanan termasuk kedalam sumbu $J = 0$. Jadi inversi berada di bidang tersebut.

Persamaan (2.11.8) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y(s) = F(s)u_s(s) \quad (2.11.9)$$

Dimana matrik

$$F(s) = C[SI - (A - BK)]^{-1} B \quad (2.11.10)$$

merupakan matrik pengalih dari pengaturan keadaan tanpa filter.

Berdasarkan persamaan (2.11.4) berlaku

$$u_s(s) = Mw(s) \quad (2.11.11)$$

Dimana M dianggap konstan. Dari persamaan (2.11.9) dan (2.11.11) dapat dihasilkan persamaan berikut

$$Y(s) = F(s)Mw(s) \quad (2.11.12)$$

Sekiranya $w(t)$ dimasukkan sehingga menghasilkan $t \rightarrow +\infty w(t)$ terhadap nilai w_∞ yang secara realitas setelah beberapa saat dapat diterima. Dengan cara ini keadaan stasioner dapat tergambar. Jika keadaan stasioner itu ditandai dengan indeks, maka dari persamaan (2.11.12) berdasarkan rumus nilai akhir dari transformasi Laplace dihasilkan

$$Y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} F(s) \cdot M \cdot \lim_{s \rightarrow 0} sW(s)$$

Karena

$$\lim_{s \rightarrow 0} sW(s) = \lim_{t \rightarrow 0} w(t) = w_\infty$$

$$Y_\infty = F(0)Mw_\infty \quad (2.11.13)$$

Seharusnya $Y_\infty = w_\infty$, dan bahkan untuk vektor yang mana saja w , jadi harus berlaku

$$F(0)M = I \quad (2.11.14)$$

Anggap saja $q = p$, jadi dimpamakan bahwa jumlah faktor pengatur sama dengan jumlah faktor angka, maka yang terjadi adalah $F(0)$ berbentuk persegi empat atau dapat dikatakan pula bahwa $F(0)$ reguler. Karena persamaan (2.11.9) dalam keadaan stasioner berlaku

$$Y_\infty = F(0)u_{s_\infty} \quad (2.11.15)$$

Nilai inversi dari faktor kemudi dapat dipilih sehingga setiap vektor yang diharapkan y dari faktor pengaturan muncul melalui pemilihan u yang cocok. Kemudian dari persamaan (2.11.14) dihasilkan

$$M = F(0)^{-1} = [C(BK - A)^{-1}B]^{-1}$$

Sehingga matrik filter dapat diketahui dengan syarat bahwa K telah dihitung (Follinger, 1994 : 467)

BAB III

METODOLOGI

3.1. Rancangan Penelitian

Dalam skripsi ini dilakukan simulasi untuk melihat kinerja kontrol optimal dengan metode *Linear Quadratic Regulator* dalam pengendalian pH dan ketinggian nira pada peti sulfitasi di PG. Redjosarie. Untuk merealisasikan tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan skripsi ini, langkah-langkah yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

3.1.1. Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan diperoleh dari data peti sulfitasi PG. Redjosarie berupa *data sheet* dan *manual book* serta data laporan rutin mesin. Data-data tersebut meliputi sistem yang akan diteliti, parameter-parameter, dan komponen-komponen yang menyusun sistem tersebut.

3.1.2. Pemodelan Matematik Sistem

Langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan model matematis sistem antara lain adalah sebagai berikut:

- Menentukan sistem yang akan diteliti dan komponen-komponen yang menyusun sistem tersebut
- Setelah diketahui komponen-komponen penyusun sistem beserta parameter-parameternya, maka sistem dapat dimodelkan menjadi sebuah persamaan matematis. Dengan memasukkan data-data sistem pada persamaan matematis tersebut, dan mentransformasi-*Laplace*-kannya dengan menganggap bahwa syarat awal sama dengan nol, maka akan didapatkan fungsi alih sistem.
- Merubah fungsi alih sistem yang telah didapat ke bentuk persamaan ruang-keadaan.

3.1.3. Analisis Optimal Sistem

Analisis optimal bertujuan untuk mendapatkan *gain* kontrol yang memenuhi syarat-syarat pengontrolan optimal.

1. Dari fungsi alih sistem yang telah diubah ke bentuk persamaan keadaan, dilakukan pemeriksaan, apakah sistem memenuhi syarat keteramatan dan keterkontrolan. Jika

tidak maka berarti sistem tidak dapat dikontrol. Jika ya, maka proses dapat dilanjutkan.

2. Menentukan *indeks performansi* sistem. *Indeks performansi* adalah suatu tolok ukur yang menyatakan seberapa baik kinerja sistem. Semakin mendekati kinerja suatu sistem dengan *indeks performansi*, maka semakin baik sistem tersebut.
3. Menentukan matriks bobot Q dan R. Penentuan matriks bobot Q dan R ini dilakukan dengan cara coba-coba (*trial and error*), yang pemilihannya berdasarkan nilai sisa relatif paling sedikit. Perhitungan nilai sisa relatif ini menggunakan program MATLAB.
4. Mendapatkan matriks umpan balik LQR
 - Menentukan matriks Riccati dari matriks bobot Q dan R yang telah ditentukan sebelumnya.
 - Matriks umpan balik LQR digunakan untuk memperoleh hukum kontrol optimal yang menghasilkan sinyal kontrol $u(k)$

3.1.4. Simulasi Sistem

Simulasi sistem dilakukan dengan menggunakan fasilitas-fasilitas yang tersedia pada perangkat lunak program MATLAB, antara lain *simulink* dan *control toolbox*. Dari hasil simulasi tersebut, dapat dibandingkan respon sistem tanpa dan dengan sinyal kendali optimal.

3. 2. Cara Kerja Penelitian

Dalam usaha untuk mencapai tujuan dan menjawab rumusan masalah dalam tugas akhir ini, dilakukan tahap-tahap pengerjaan sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Untuk menganalisa masalah kontrol optimal pada *plant*, dilakukan dengan menghimpun informasi dari buku dan jurnal-jurnal yang berkaitan. Serta beberapa di antaranya diperoleh dari internet.

2. Studi lapangan

Berupa pencarian data *plant* dan data setiap komponen yang terpasang pada *plant*, yang dilakukan secara langsung terjun pada obyek yang diteliti di PG. Redjosarie.

3. Pengolahan data

Menggunakan data yang telah didapat untuk membentuk persamaan matematis dan fungsi alih sistem guna mendapatkan solusi kontrol optimalnya.

4. Pengujian dan analisis

Melakukan simulasi sehingga dapat dilakukan analisis respon waktu sistem untuk mengetahui respon sistem terhadap *set point*, meliputi penentuan waktu penetapan ($t_s = \text{settling time}$), *maximum overshoot* dan waktu pulih terhadap gangguan.

5. Menarik kesimpulan

Penarikan kesimpulan dari analisis kontrol optimal sistem dan respon waktu sistem berdasarkan hasil pengujian dan simulasi, serta saran-saran mengenai proses pengendalian pH dan ketinggian nira pada peti sulfitasi untuk perbaikan sistem di masa mendatang.



BAB IV

PEMODELAN SISTEM

4.1. Definisi

Pemodelan adalah upaya untuk menyatakan sistem dari bentuk fisik menjadi bentuk persamaan matematika. Untuk tujuan itu, dilakukan upaya dengan menyusun hubungan-hubungan fisik dari sistem sesungguhnya dengan menggunakan hukum-hukum ilmu alam (fisika dan/atau kimia).

Langkah pertama dalam analisis sistem dinamik adalah menurunkan model matematikanya, karena menurunkan model matematika yang layak adalah bagian yang paling penting dalam analisis secara keseluruhan. Model matematika mungkin mengambil banyak bentuk yang berbeda-beda. Tergantung dari sistem tertentu, satu model matematika mungkin lebih cocok daripada model matematika yang lain. (Ogata,1997).

Dalam proses penurunan model matematis sistem, terdapat tiga macam cara pendekatan yang dapat dipergunakan. Yang pertama adalah menyajikan model matematis sistem dengan menggunakan persamaan diferensial. Yang kedua adalah dengan menggunakan pendekatan fungsi alih (*transfer function*), dan yang ketiga adalah pendekatan ruang-keadaan (*state-space*). Dalam masalah kendali optimal, akan lebih menguntungkan jika menggunakan pendekatan ruang-keadaan.

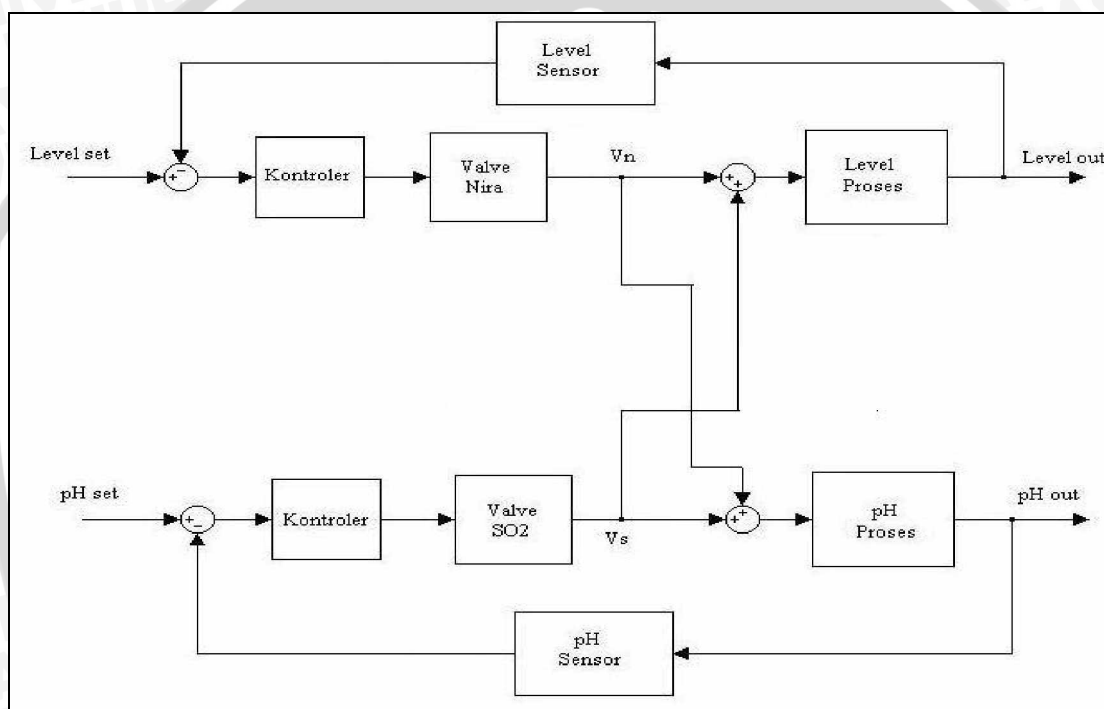
4.2 Pemodelan Sistem

Tujuan dari sistem pengendalian ini adalah untuk mempertahankan pH keluaran nira sebesar 7,2 dan ketinggian nira dalam peti setinggi 2,5 m. Pengendalian pH pada peti sulfitasi ini dilakukan dengan mengatur laju aliran gas SO_2 (V_s), sedangkan pengendalian ketinggian nira dilakukan dengan mengatur laju aliran nira (V_n) yang akan masuk kedalam peti.

Untuk mendapatkan model matematik pada peti sulfitasi dilakukan beberapa pendekatan sebagai berikut

1. Temperatur dalam bejana bersifat homogen, yaitu sebesar 75°C sesuai dengan temperatur nira dari pan pemanas atau *juice heater* PP I.
2. Aliran nira yang keluar dari peti bersifat laminar.
3. Reaksi kimia yang terjadi didalam peti berlangsung sempurna.

Laju aliran gas SO₂ dan nira merupakan fungsi dari masing-masing bukaan katup kendalinya, sedangkan pH dan ketinggian yang dihasilkan merupakan campuran antara kedua zat tersebut. Hal ini menyebabkan pengaturan aliran SO₂ untuk menghasilkan pH sesuai yang diinginkan akan menjadi gangguan dalam pengendalian ketinggian, dan begitu juga sebaliknya pengaturan aliran nira untuk memperoleh ketinggian sesuai dengan yang diinginkan akan menjadi gangguan dalam pengendalian pH. Gambar 4.1 berikut adalah gambar blok pengendalian pH dan ketinggian.



Gambar 4.1 Blok pengendalian pH dan ketinggian pada peti sulfitasi
Sumber : Perancangan

4.2.1 Model Matematis Peti Sulfitasi

Ketinggian nira dalam peti sulfitasi dapat diperoleh dari hukum kesetimbangan massa. Hukum kesetimbangan massa menyebutkan bahwa (Coughanowr, 1991 : 65) :

$$\left[\begin{matrix} \text{Laju_perubahan} \\ \text{massa_dalam_sistem} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \text{Laju_massa} \\ \text{masuk_sistem} \end{matrix} \right] - \left[\begin{matrix} \text{Laju_massa} \\ \text{keluar_sistem} \end{matrix} \right]$$

Pada peti sulfitasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_{NV_N} + \rho_{SV_S} - \rho_{OV_{NS}} \quad (4.1.1)$$

dengan : ρ = Berat jenis cairan dalam peti (kg/m³)
 ρ_N = Berat jenis nira yang masuk dalam peti (kg/m³)

- ρ_s = Berat jenis gas SO₂ yang masuk dalam peti (kg/m³)
 ρ_o = Berat jenis nira yang keluar dari peti (kg/m³)
 V = Volume cairan dalam peti (m³)
 v_N = Laju nira yang masuk peti (m³/s)
 v_s = Laju gas SO₂ yang masuk peti (m³/s)
 v_{NS} = laju cairan yang keluar peti (m³/s)
 t = Waktu (menit)

Volume cairan dalam bejana dapat dirumuskan

$$V = A h \quad (4.1.2)$$

- Dengan A = Luas penampang bejana (m²)
 h = Tinggi cairan dalam bejana (m)

Untuk aliran laminar, v_{NS} dapat dinyatakan sebagai berikut (Coughanowr, 1991 : 65) :

$$v_{NS} = \frac{h}{R} \quad (4.1.3)$$

- Dengan : R = Resistansi dari valve / lubang keluaran
 h = Tinggi cairan dalam bejana (m) = 2,5 m
 v_{NS} = Laju nira tersulfitasi = 98,797 ton/jam = 25,890.10⁻³ m³/ s

maka :

$$R = \frac{h}{v_{NS}} = \frac{2,5}{25,890.10^{-3}} = 96,561 \text{ s/m}^2 \quad (4.1.4)$$

Dari persamaan 4.1.2 dan persamaan 4.1.3 disubsitusikan ke persamaan 4.1.1, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \frac{d(\rho A h)}{dt} &= \rho_N v_N + \rho_s v_s - \rho_o \frac{h}{R} \\
 \frac{dh}{dt} &= \frac{\rho_N}{\rho A} v_N + \frac{\rho_s}{\rho A} v_s - \frac{\rho_o}{\rho A R} h
 \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Transformasi Laplace dari 4.1.5 adalah :

$$sh(s) = \frac{\rho_N}{\rho A} v_N(s) + \frac{\rho_s}{\rho A} v_s(s) - \frac{\rho_o}{\rho A R} h(s) \quad (4.1.6)$$

Dari Literatur (PG. Redjosarie) diperoleh data sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_N = \rho_O = 1060 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_S &= 1,625 \text{ kg/m}^3 \\ A &= 4,298346 \text{ m}^2 \\ R &= 96,561 \text{ s/m}^2\end{aligned}$$

Dengan memasukkan data dari literatur yang diperoleh dari PG. Redjosarie, diperoleh

$$\begin{aligned}sh(s) &= 0,233v_N(s) + 0,357v_S(s) - 2,408 \cdot 10^{-3}h(s) \\ (s + 2,408 \cdot 10^{-3})h(s) &= 0,233v_N(s) + 0,357 \cdot 10^{-3}v_S(s)\end{aligned}\quad (4.1.7)$$

Untuk mendapatkan persamaan matematis pengendalian pH pada peti digunakan hukum kesetimbangan komponen (Coughanowr, 1991 : 136) :

$$\begin{bmatrix} \text{Perubahan_mol_dari} \\ \text{komponen_ke-i} \\ \text{dalam_sistem} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Laju_mol_dari} \\ \text{komponen_ke-i} \\ \text{masuk_sistem} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Laju_mol_dari} \\ \text{komponen_Ke-i} \\ \text{keluar_sistem} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Laju_pembentukan_mol} \\ \text{dari_komponen_Ke-i} \\ \text{akibat_reaksi_kimia} \end{bmatrix}$$

Berdasar hukum kesetimbangan komponen, maka persamaan matematis pada peti sulfitasi dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\frac{d(VC_{ab})}{dt} = C_a F_a + C_b F_b - C_{ab}(F_a + F_b) - V k C_{ab}\quad (4.1.8)$$

Dengan

$$\begin{aligned}F_a C_a + F_b C_b &= \text{Aliran molar yang masuk sistem.} \\ C_{ab}(F_a + F_b) &= \text{Aliran molar keluar sistem.} \\ V k C_{ab} &= \text{Kecepatan pembentukan molar dalam sistem.} \\ \frac{d(VC_{ab})}{dt} &= \text{Kecepatan perubahan molar dalam sistem.}\end{aligned}$$

Dari persamaan 4.2.6, maka persamaan matematis didalam peti dapat ditulis sebagai:

$$V \frac{dC_{NS}}{dt} + C_{NS} \frac{dV}{dt} = C_N v_N + C_S v_S - C_{NS} v_{NS} - V k C_{NS}\quad (4.1.9)$$

Dengan

$$\begin{aligned}v_N &= \text{Laju aliran nira yang masuk ke dalam peti (m}^3/\text{s)} \\ v_S &= \text{Laju aliran gas SO}_2 \text{ yang masuk ke dalam peti (m}^3/\text{s)} \\ v_{NS} &= \text{Laju aliran campuran zat a dan b keluar peti (m}^3/\text{s)} \\ C_N &= \text{Konsentrasi nira yang masuk kedalam peti (mol/m}^3) \\ C_S &= \text{Konsentrasi gas SO}_2 \text{ yang masuk kedalam peti (mol/m}^3)\end{aligned}$$

- C_{NS} = Konsentrasi campuran zat a dan b didalam peti (mol/m^3)
 k = konstanta kecepatan reaksi antara OH^- dan H^+ (1/s)
 A = Luas penampang peti (m^2)
 h = Tinggi nira didalam peti (m)

pH larutan pada bejana merupakan fungsi dari laju masukan nira dan gas SO_2 , sehingga persamaan 4.1.9 menjadi :

$$\begin{aligned}
 V \frac{dC_{NS}}{dt} + C_{NS} \left(\frac{\rho_N v_N + \rho_S v_S - \rho_O v_{NS}}{\rho} \right) &= C_N v_N + C_S v_S - C_{NS} v_{NS} - V k C_{NS} \\
 V \frac{dC_{NS}}{dt} + C_{NS} \left(v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S - v_{NS} \right) &= C_N v_N + C_S v_S - C_{NS} v_{NS} - V k C_{NS} \\
 V \frac{dC_{NS}}{dt} + C_{NS} \left(v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k \right) &= C_N v_N + C_S v_S
 \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Perbandingan konsentrasi larutan terhadap pH dinyatakan dengan :

$$\frac{pH}{C} = \mu \quad (4.1.11)$$

Sehingga $pH = \mu C$ dimana μ = derajat perbandingan konsentrasi dengan pH.

Maka persamaan 4.1.10 menjadi

$$\begin{aligned}
 V \frac{d\mu_{NS} C_{NS}}{dt} + \mu_{NS} C_{NS} \left(v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k \right) &= \mu_N C_N v_N + \mu_S C_S v_S \\
 \left(\frac{V}{v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k} \right) \frac{d pH}{dt} + pH &= \frac{\mu_N C_N}{\left(v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k \right)} v_N + \frac{\mu_S C_S}{\left(v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k \right)} v_S
 \end{aligned} \quad (4.1.12)$$

Persamaan 4.1.14 disederhanakan menjadi (Nurlaili, 2004 : 29)

$$\tau \frac{dpH}{dt} + pH_{NS} = K_N v_N + K_S v_S \quad (4.1.13)$$

dimana :

$$\tau = \frac{V}{v_N + \frac{\rho_S}{\rho} v_S + V k}$$

$$K_N = \frac{pH_N}{(v_N + \frac{\rho_s}{\rho} v_s + V_k)}$$

$$K_S = \frac{pH_S}{(v_N + \frac{\rho_s}{\rho} v_s + V_k)}$$

Transformasi Laplace dari persamaan 4.1.13 adalah:

$$(\tau s + 1)pH(s) = K_N v_N(s) + K_S v_S(s) \quad (4.1.14)$$

Dari literatur (PG.Redjosarie) diperoleh :

$$\begin{aligned} V &= 10,751 \text{ m}^3 & \tau &= 259,629 \text{ s} \\ K_N &= 207,684 & K_S &= 106,402 \\ &(\text{perhitungan } \tau, K_N, K_S \text{ terdapat pada lampiran}) \end{aligned}$$

Maka persamaan 4.1.14 menjadi :

$$(259,629 s + 1)pH_{NS}(s) = 207,684 v_N(s) + 106,402 v_S(s) \quad (4.1.15)$$

4.2.2 Fungsi Alih Katup Kendali

Control valve yang bekerja sebagai katup pengendali digerakkan menggunakan sinyal pneumatik. Karena sinyal kendali yang digunakan adalah sinyal elektrik, sedangkan katup kendali hanya menerima sinyal pneumatik, maka untuk menjalankan *valve* tersebut digunakan I/P transducer yang mengubah sinyal elektrik 4-20 mA menjadi sinyal pneumatik 3-15 Psi atau 0,2-1 kg/cm². Gain I/P transducer dapat dinyatakan sebagai berikut (Coughhanouwr, 1991) :

$$K_T = \frac{\text{range_keluaran}}{\text{range_variabel_terukur}} = \frac{(15-3)\text{psi}}{(20-4)\text{mA}} = 0,75 \text{ psi/mA} \quad (4.2.1)$$

Control valve berfungsi untuk mengubah variabel yang dikendalikan menjadi sinyal keluaran *aktuator* yaitu suatu gerakan mekanik dalam *valve* yang akan mengatur laju aliran fluida dan sekaligus merupakan suatu elemen yang berfungsi untuk memanipulasi variabel proses.

Fungsi alih katub kendali dapat dinyatakan sebagai fungsi alih sistem orde satu yaitu (Coughhanouwr, 1991) :

$$\frac{F(s)}{U(s)} = \frac{G_T}{T_{CV}s + 1} \quad (4.2.2)$$

dengan $F(s)$ = Laju aliran massa, kg/detik

$U(s)$ = Sinyal kendali elektrik, mA

G_T = Gain total katup kendali

$GT = K_T \times K_V$

K_T = Gain transduser

K_V = Gain katup kendali

T_{CV} = Konstanta waktu dari valve

dimana

$$T_{CV} = T_V (\Delta V + R_V) \quad (4.2.3)$$

dengan T_V = time stroke

ΔV = fraksi perubahan posisi valve

$$= \frac{flow_{max} - flow_{min}}{flow_{max}}$$

R_V = perbandingan konstanta waktu dengan time stroke

($R_V=0,3$ untuk aktuator piston dan $R_V=0,03$ untuk aktuator diafragma)

Fungsi alih katup kendali nira :

Dari literatur diperoleh :

$$F(s) = v_N(s) = \text{laju aliran nira} = 27,433.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \quad (4.2.4)$$

$$T_V = \text{time stroke} = 2 \text{ s} \quad (4.2.5)$$

ΔV = fraksi perubahan posisi valve

$$= \frac{v_{N_{max}} - v_{N_{min}}}{v_{N_{max}}} = \frac{30,850.10^{-3} - 20,483.10^{-3}}{30,850.10^{-3}} = 0,336 \quad (4.2.6)$$

$$R_V = 0,03 \quad (4.2.7)$$

Penguatan valve untuk karakteristik aliran linier adalah:

$$K_V = \frac{flow_{max}}{\text{Perubahan}_{masuk}} = \frac{30,850.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{12 \text{ Psi}} = 2,571.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s.Psi} \quad (4.2.8)$$

Penguatan total valve untuk karakteristik aliran linier adalah:

$$G_V = K_T \times K_V = 0,75 \times 2,571.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s.mA} \quad (4.2.9)$$

Maka fungsi alih *valve* nira adalah :

$$\frac{v_N(s)}{U_u(s)} = \frac{1,928.10^{-3}}{0,732s + 1} \quad (4.2.10)$$

Fungsi alih katup kendali SO₂ :

Gas yang melalui katub kendali SO₂ terdiri dari udara dengan kadar SO₂ sebesar 10% sehingga :

Dari literatur diperoleh :

$$F(s) = v_{US}(s) = \text{laju aliran gas} = 164,102 \text{ m}^3/\text{s} \quad (4.2.11)$$

$$T_V = \text{time stroke} = 2 \text{ s} \quad (4.2.12)$$

ΔV = fraksi perubahan posisi *valve*

$$= \frac{v_{US_{\max}} - v_{US_{\min}}}{v_{US_{\max}}} = \frac{184,615.10^{-3} - 123,077.10^{-3}}{184,615.10^{-3}} = 0,333 \quad (4.2.13)$$

$$R_V = 0,03 \quad (4.2.14)$$

Penguatan *valve* untuk karakteristik aliran linier adalah:

$$K_V = \frac{\text{flow}_{\max}}{\text{Perubahan}_{\text{masuk}}} = \frac{184,615.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{12 \text{ Psi}} = 15,384.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s.Psi} \quad (4.2.15)$$

Penguatan total *valve* untuk karakteristik aliran linier adalah:

$$G_V = K_T \times K_V = 0,75 \times 15,384.10^{-3} = 11,538.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s.mA} \quad (4.2.16)$$

Maka fungsi alih *valve* gas SO₂ adalah :

$$\frac{v_{US}(s)}{U_u(s)} = \frac{11,538.10^{-3}}{0,762s + 1} \quad (4.2.17)$$

Karena gas yang melalui katub kendali terdiri dari 10% gas SO₂ , maka :

$$\frac{v_s(s)}{U_u(s)} = \frac{v_{US}(s)}{U_u(s)} \times 10\% = \frac{1,1538.10^{-3}}{0,762s + 1} \quad (4.2.18)$$

4.2.3. Fungsi Alih Transmitter Dan Sensor

Pada industri proses dan kebanyakan industri lain, komponen sensor dan *transmitter* umumnya terdapat dalam satu kesatuan. *Sensor/transducer* adalah suatu elemen/alat yang langsung mengadakan kontak dengan variabel yang diukur dan

mampu menerima sinyal dalam bentuk suatu besaran dan mengubahnya menjadi besaran lain. Persamaan gain sensor transmitter dapat dinyatakan oleh persamaan (Gunterus, 1994 : 435)

$$G_{ST} = \frac{\text{span}_{\text{output}}}{\text{span}_{\text{input}}} \quad (4.3.1)$$

Alat yang digunakan sebagai sensor pH adalah elektroda gelas (sel konduktifitas). Hasil pengukuran pH dari 0 – 14 akan dikonversi menjadi sinyal keluaran berupa arus listrik sebesar 4 – 20 mA. Jadi gain dari sensor transmitter dapat dinyatakan dengan :

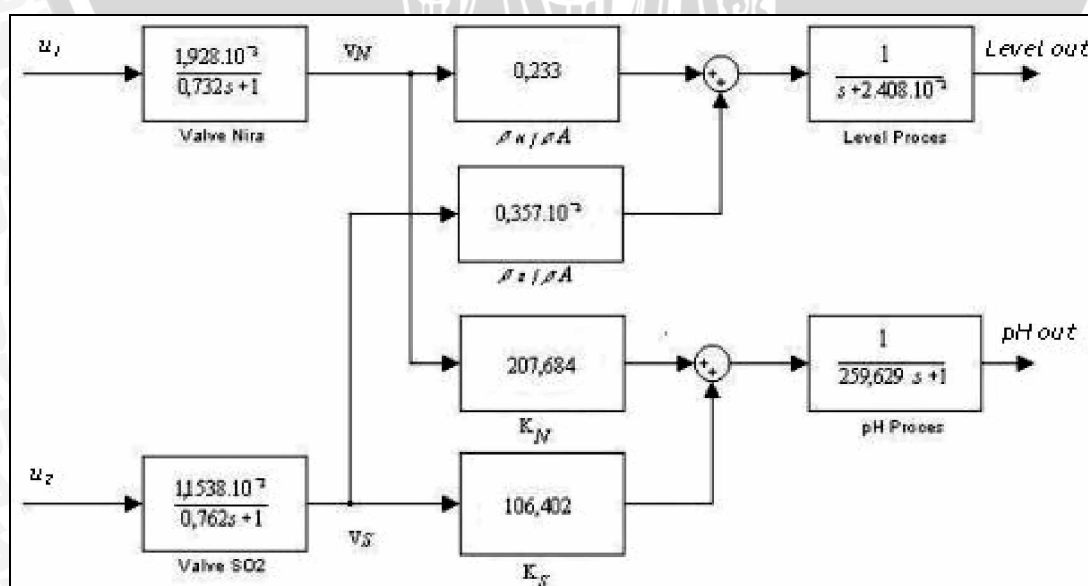
$$G_{ST} = \frac{\text{span}_{\text{output}}}{\text{span}_{\text{input}}} = \frac{(20 - 4) \text{mA}}{(14 - 0) \text{pH}} = 1,14 \text{ mA / pH} \quad (4.3.2)$$

Sedangkan alat yang digunakan sebagai level menghasilkan pengukuran level dari 0 – 3 m yang dikonversi menjadi sinyal keluaran berupa arus listrik sebesar 4 – 20 mA. Jadi gain dari sensor transmitter dapat dinyatakan dengan :

$$G_{ST} = \frac{\text{span}_{\text{output}}}{\text{span}_{\text{input}}} = \frac{(20 - 4) \text{mA}}{(3 - 0) \text{m}} = 5,33 \text{ mA / m} \quad (4.3.3)$$

4.3. Blok Diagram Dan Persamaan Ruang-Keadaan Sistem

Dari persamaan (4.1.7), (4.1.15), (4.2.10) dan (4.2.18) dapat disusun diagram proses pengendalian pH dan ketinggian nira pada peti sulfitasi seperti pada gambar 4.4 berikut :



Gambar 4.2 Blok keseluruhan proses
Sumber : Perancangan

Dari blok diagram pada gambar 4.2 tersebut, sistem dapat disusun kedalam bentuk persamaan ruang-keadaan (*state-space*), dimana bentuk umum persamaan keadaan adalah :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.4.1)$$

$$y = Cx + Du \quad (4.4.2)$$

Dengan :

$$A = \begin{bmatrix} -1,366 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1,312 & 0 & 0 \\ 0,233 & 0,357 \cdot 10^{-3} & -2,408 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0,8 & 0,410 & 0 & -3,852 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 2,634 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 1,514 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D = [0];$$

4.4 Uji Keterkontrolan dan Keteramatan Sistem

Hal pertama yang harus dilakukan dalam mendesain sistem melalui metode ruang keadaan adalah memeriksa keteramatan dan keterkontrolan dari sistem tersebut. Untuk sistem yang mempunyai keterkontrolan lengkap, matriks kontrolabilitasnya adalah:

$$C_T = [B \mid AB \mid \dots \mid A^{(n-1)}B]$$

$$C_T = \begin{bmatrix} 0.0026 & 0 & -0.0036 & 0 & 0.0049 & 0 & -0.0067 & 0 \\ 0 & 0.0015 & 0 & -0.0020 & 0 & 0.0026 & 0 & -0.0034 \\ 0 & 0 & 0.0006 & 0.0000 & -0.0008 & -0.0000 & 0.0011 & 0.0000 \\ 0 & 0 & 0.0021 & 0.0006 & -0.0029 & -0.0008 & 0.0039 & 0.0011 \end{bmatrix}$$

Sedangkan matriks keteramatannya adalah:

$$O_B = [C^T \mid A^T C^T \mid \dots \mid (A^T)^{n-1} C^T]$$

$$O_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2330 & 0.8000 & -0.3188 & -1.0959 & 0.4355 & 1.4970 \\ 0 & 0 & 0.0004 & 0.4100 & -0.0005 & -0.5395 & 0.0006 & 0.7078 \\ 1.0000 & 0 & -0.0024 & 0 & 0.0000 & 0 & -0.0000 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & -0.0039 & 0 & 0.0000 & 0 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

Karena matriks A adalah matriks 4×4 atau $n = 4$, maka rank matriks pun harus 4. Dengan paket program MATLAB, didapatkan bahwa matriks keterkontrolan sistem $rank(co)=4$ dan matriks keteramatan sistem $rank(ob)=4$. Yang berarti bahwa nilai rank matrik sama dengan orde sistem, sehingga dapat dikatakan bahwa sistem memenuhi syarat keterkontrolan dan keteramatan.



BAB V

PENGENDALIAN OPTIMAL DAN SIMULASI SISTEM

5.1 Desain Kontroler Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR)

Bagian ini membahas desain kontroler menggunakan metode *linear quadratic regulator* (LQR) pada *plant* peti sulfitsi untuk mengatur ketinggian dan pH nira pada proses sulfitasi gula.

5.1.1 Metode *Linier Quadratic Regulator* (LQR)

Metode optimasi *linear quadratic regulator* (LQR) bertujuan untuk mendapatkan sinyal pengendali $u(t)$ yang akan memindahkan suatu *state* sistem linier dari kondisi awal $x(t_0)$ menuju ke suatu kondisi akhir $x(t)$ yang akan meminimumkan suatu *indeks performansi* kuadratik.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [X^T Q X + U^T R U] dt \quad (5.1)$$

dari sistem yang dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (5.2)$$

dengan hukum pengendalian optimal

$$u = -Kx \quad (5.3)$$

(Ogata jilid 2, 1997 : 411)

Dimana :

- Q dan R adalah matriks bobot yang pemilihannya dilakukan dengan cara coba-coba (*trial and error*). Syarat matriks Q adalah matriks simetris, semidefinit positif dan real ($Q \geq 0$), sedangkan matriks R adalah matriks simetris, definit positif dan real ($R > 0$).
- K adalah matrik umpan balik optimal dimana $K = -R^{-1}B^T P$, dengan P diperoleh dengan menyelesaikan persamaan ricati :

$$A^T P + PA - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (5.4)$$

Solusi dari problem regulator optimal menyertakan batasan-batasan sebagai berikut :

- Tidak ada error aktuator
- Tidak ada gangguan random pada plant
- Seluruh informasi plant dapat diindra oleh sensor

- Seluruh parameter plant dapat diketahui dengan pasti

Perhitungan ini dilakukan dengan jalan memasukkan persamaan Riccati yang telah diturunkan pada bab sebelumnya. Sedangkan matrik pembobotan Q dan R ditentukan secara sembarang, dengan syarat seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Dari persamaan Riccati tersebut, akan dapat diketahui matrik P .

Matrik P adalah matrik solusi dari persamaan Riccati. Jika nilai-nilai matrik P telah diketahui, kemudian disubstitusikan ke persamaan $K=R^{-1}B^TP$. Sehingga dapat diketahui nilai matrik umpan balik optimal (K) yang meminimumkan *cost function* J .

5.1.2 Penentuan Matriks Bobot Q dan R

Matriks bobot adalah matriks Q dan R . Pemilihan matriks Q dan R dilakukan dengan cara coba-coba (*trial and error*). Dengan syarat, matriks Q adalah matriks simetris, semidefinit positif dan real ($Q \geq 0$). Matriks Q merupakan matriks berordo 4×4 yang ditulis sebagai persamaan (5.5).

$$Q = \begin{bmatrix} q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Matriks Q adalah matriks diagonal dengan komponen-komponennya q , dan bila diadakan pemisahan akan diperoleh matriks identitas yang dikalikan dengan konstanta q .

Sedangkan matriks R adalah matriks simetris, definit positif dan real ($R > 0$). Matriks R merupakan matriks berordo 2×2 yang ditulis sebagai persamaan (5.6).

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Matriks R adalah matriks diagonal dengan komponen-komponennya r , dan bila diadakan pemisahan akan diperoleh matriks identitas yang dikalikan dengan konstanta r . Dengan matriks bobot Q dan R ditentukan berdasarkan pada pedoman pemilihan matriks bobot sebagai berikut:

- Makin besar Q , maka makin besar pula harga elemen matriks umpan balik K , dan mempercepat *steady state*
- Makin besar R , maka harga matriks umpan balik K makin kecil sehingga sistem mengalami keterlambatan mencapai *steady state*. Tetapi, matriks R berkaitan dengan pemakaian energi, sehingga jika nilai elemen matriks R diperbesar, maka akan semakin menghemat energi.

Untuk menghitung besarnya nilai penguatan (*gain*) optimal K_c digunakan bantuan program Matlab. Untuk mendapatkan *gain* K_c , terlebih dahulu harus memilih matriks bobot Q dan R . Pemilihan matriks bobot Q dan R ini berdasarkan nilai sisa relatif yang paling kecil. Perhitungan nilai sisa relatif tersebut dapat dilakukan dengan cara coba-coba (*trial and error*).

Dari perhitungan tersebut diperoleh nilai matriks penguatan (*gain*) umpan balik optimal untuk sistem tersebut seperti pada tabel (5.1).

Tabel 5.1 Hasil optimasi sistem untuk berbagai matriks Q dan R
Sumber: Hasil Perhitungan

No	Q	R	Nilai Sisa Relatif
1	300	100	7.3774e-016
2	300	125	7.9770e-016
3	300	150	7.2047e-016
4	300	175	9.3534e-016
5	300	200	1.0345e-015
6	150	150	1.5548e-015
7	200	150	1.2283e-015
8	250	150	3.6160e-016
9	350	150	8.2978e-016
10	400	150	2.0517e-015

Dengan mengubah-ubah nilai r sedangkan q tetap bernilai 300. Dari tabel dapat dilihat bahwa nilai sisa relatif terkecil dihasilkan oleh $r = 150$. Proses selanjutnya, nilai q yang diubah-ubah dengan nilai matriks r tetap. Dan nilai sisa relatif terkecil dihasilkan oleh matriks $q = 250$. Sehingga dapat ditetapkan bahwa kombinasi matriks bobot Q dan R yang menghasilkan nilai sisa relatif terkecil adalah :

$$Q = \begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 250 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 250 \end{bmatrix}; \text{ dan } R = \begin{bmatrix} 150 & 0 \\ 0 & 150 \end{bmatrix}$$

5.1.3 Matriks umpan balik LQR

Untuk mendapatkan matriks umpan balik LQR, maka terlebih dahulu harus didapatkan penyelesaian persamaan Riccati. Dalam usaha untuk mendapatkan penyelesaian persamaan Riccati ini, melibatkan matriks bobot Q dan R , yang nilainya telah ditetapkan sebelumnya. Dengan menggunakan bantuan paket program Matlab, maka didapatkan penyelesaian persamaan Riccati dan matriks umpan balik LQR sebagai berikut :

$$P = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 1.1768 & 0.5494 & 0.8116 & 1.7578 \\ 0.5494 & 0.3055 & -0.0314 & 0.9474 \\ 0.8116 & -0.0314 & 5.1277 & -0.1047 \\ 1.7578 & 0.9474 & -0.1047 & 3.0417 \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh penyelesaian persamaan Riccati, maka dengan menggunakan paket program Matlab pula, didapatkan matriks umpan balik sebagai berikut:

$$K_c = \begin{bmatrix} 0.2066 & 0.0965 & 0.1425 & 0.3087 \\ 0.0555 & 0.0308 & -0.0032 & 0.0956 \end{bmatrix}$$

Matriks umpan balik K_c tersebut digunakan untuk memperoleh hukum pengendalian optimal yang menghasilkan sinyal pengendali $u(t)$ yang optimal.

5.2. Simulasi Sistem

Simulasi kendali optimal terhadap pengendalian ketinggian dan pH nira dilakukan terhadap sistem yang telah dimodelkan. Simulasi dilakukan dengan bantuan program Matlab, simulasi ini dilakukan untuk mengamati respon sistem terhadap sinyal masukan dan gangguan.

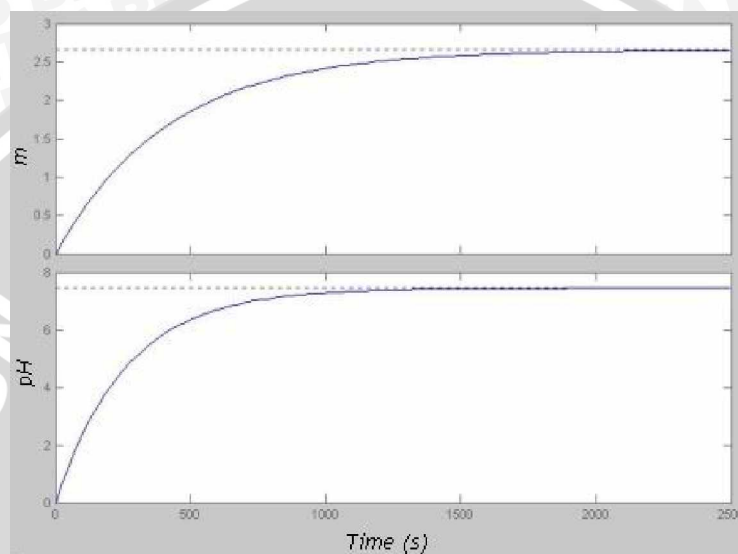
Respon transien sistem dapat diketahui dengan memberikan sinyal uji tertentu. Sinyal uji yang lazim dipakai adalah sinyal masukan tangga satuan (*unit step*). Dalam hal ini sinyal uji adalah sinyal masukan yang berupa arus listrik yang akan mengendalikan *valve* nira dan *valve* SO_2 . Dari respon dengan masukan *unit step* ini, dapat dengan mudah diamati waktu naik (*rise time, tr*), waktu menetap pada keadaan mantap (*settling time, ts*) dan error pada keadaan mantap (*error steady state, ess*).

Untuk mengetahui keandalan sistem saat diberi umpan balik, maka pada sub bab ini akan ditampilkan grafik sistem tanpa umpan balik LQR dan dengan menggunakan umpan balik LQR, sehingga keduanya dapat dibandingkan.

5.2.1. Respon Peti Sulfitasi Sebelum Diberi Umpan Balik

Respon peti sulfitasi sebelum diberi umpan balik didapatkan dengan simulasi menggunakan program matlab. Adapun sinyal masukan $u(t)$ yang diberikan pada sistem berupa arus litrik sebesar 14,229 mA untuk *valve* nira dan arus litrik sebesar 14,223 mA untuk *valve* SO₂. Sedangkan blok diagram sistem yang digunakan untuk simulasi terdapat pada gambar 4.2.

Gambar 5.1 berikut adalah gambar hasil simulasi peti sulfitasi tanpa umpan balik **LQR**.



Gambar 5.1 Respon sistem dengan masukan unit step sebelum diberi umpan balik optimal
Sumber: Hasil Simulasi

Dari hasil simulasi grafik gambar 5.1 dapat diketahui karakteristik sistem seperti terlihat pada Tabel 5.2 :

Tabel 5.2 Respon sistem dengan masukan *unit step* sebelum diberi umpan balik optimal

Respon	Rise Time (s)	Settling time (s)	Ess(%)
Level	913	1630	6,4 %
pH	570	1020	3,472 %

Dari Gambar 5.1 terlihat bahwa sistem tanpa umpan balik membutuhkan waktu yang cukup lama untuk mencapai keadaan mantap (*steady state*). Agar sistem menjadi lebih baik dengan *rise time* dan waktu untuk mencapai *steady state* yang lebih singkat, serta *error steady state* yang kecil, maka diperlukan adanya sistem pengendalian. Dalam hal ini pengendalian yang akan digunakan adalah pengendalian optimal dengan metode *Linear quadratic Regulator*.

5.2.2. Respon Peti Sulfitasi Dengan Umpan Balik LQR

Setelah menentukan matrik bobot Q , R dan mendapatkan gain optimal K , maka simulasi dapat dilakukan. Karena keluaran sistem yang diinginkan berada pada pH 7,2 dan ketinggian nira 2,5 m, maka untuk mendapatkan keluaran yang diinginkan tersebut akan digunakan filter untuk mengukur masukan referensinya.

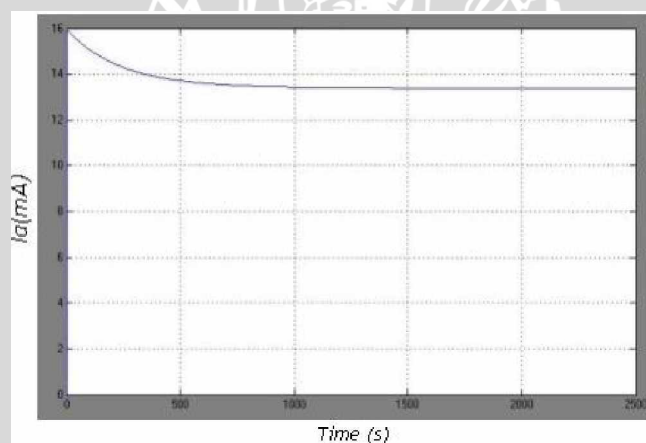
Persamaan filter yang akan digunakan adalah (Follinger, 1994 : 467) :

$$M = [C(BK - A)^{-1} B]^{-1}$$

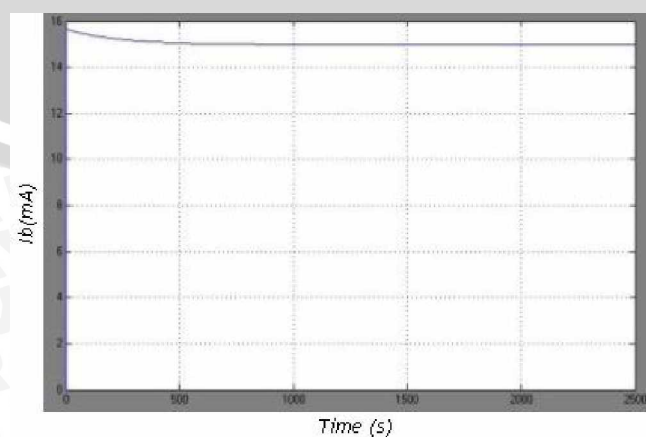
Dengan menggunakan bantuan paket program Matlab, maka didapatkan :

$$M = \begin{bmatrix} 5,5184 & 0,3021 \\ -17,5305 & 8,2619 \end{bmatrix}$$

Pemberian umpan balik LQR pada $Q = 250$ dan $R = 150$ kepada sistem akan menghasilkan sinyal pengendali $u(t)$ yang berupa arus listrik I_a yang mengendalikan valve nira dan arus listrik I_b yang mengendalikan valve SO_2 seperti pada gambar 5.2 berikut

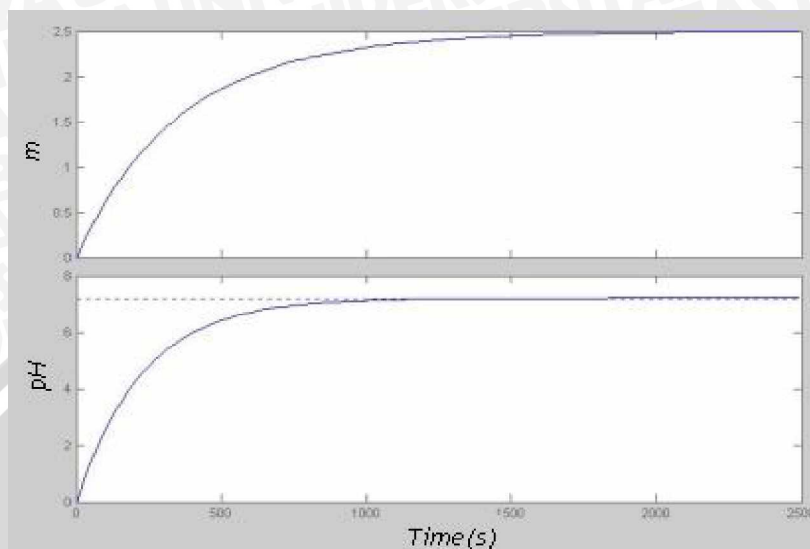


Gambar 5.2.1 Respon sinyal pengendali level nira
Sumber: Hasil Simulasi



Gambar 5.2.2 Respon sinyal pengendali pH nira
Sumber: Hasil Simulasi

Gambar 5.3 berikut adalah gambar hasil simulasi peti sulfitasi dengan umpan balik LQR pada $Q = 250$ dan $R = 150$.



Gambar 5.3 Respon sistem dengan masukan unit step setelah diberi umpan balik optimal
Sumber: Hasil Simulasi

Dari hasil simulasi grafik gambar 5.3 dapat diketahui karakteristik sistem seperti terlihat pada Tabel 5.3 :

Tabel 5.3 Respon sistem dengan masukan *unit step* setelah diberi umpan balik optimal

Respon	Rise Time (s)	Settling time (s)	Ess(%)
Level	821	1500	0 %
pH	493	860	0 %

Tabel Hasil optimasi sistem untuk matriks bobot dengan berbagai nilai Q dan R :

Tabel 5.4.a Hasil optimasi sistem pada pengendalian level untuk berbagai matriks bobot Q dan R

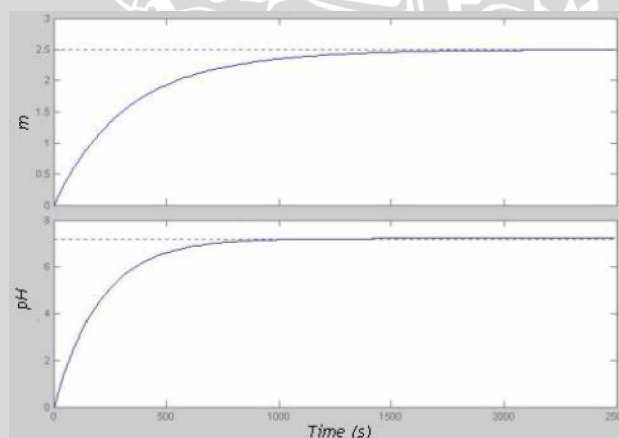
No	Q	R	Rise time (s)	Settling time(s)	Ess (%)
1.	300	100	772	1430	0 %
2.	300	125	793	1460	0 %
3.	300	150	808	1480	0 %
4.	300	175	820	1500	0 %
5.	300	200	830	1510	0 %
6.	150	150	854	1540	0 %
7.	200	150	838	1520	0 %

8.	250	150	823	1500	0 %
9.	350	150	795	1460	0 %
10.	400	150	783	1450	0 %

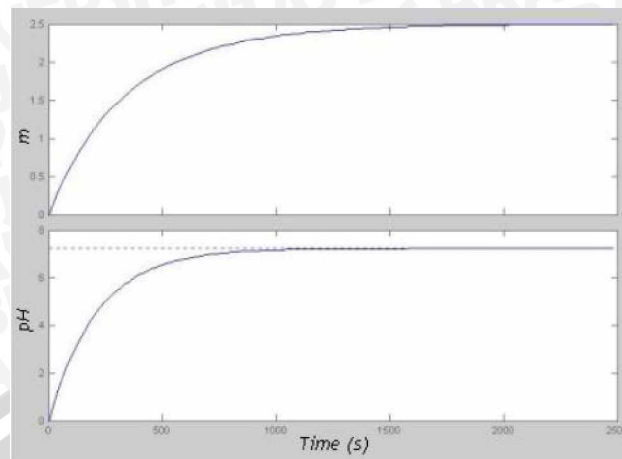
Tabel 5.4.b Hasil optimasi system pada pengendalian pH untuk berbagai matriks bobot Q dan R

No	Q	R	Rise time (s)	Settling time(s)	Ess(%)
1.	300	100	443	774	0 %
2.	300	125	462	809	0 %
3.	300	150	476	836	0 %
4.	300	175	487	856	0 %
5.	300	200	495	872	0 %
6.	150	150	517	914	0 %
7.	200	150	502	886	0 %
8.	250	150	489	860	0 %
9.	350	150	464	813	0 %
10.	400	150	454	793	0 %

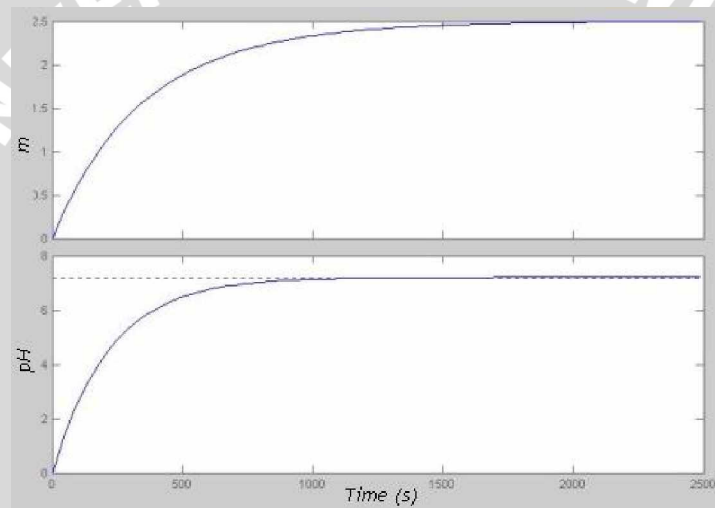
Grafik hasil simulasi dengan berbagai harga Q dan R :



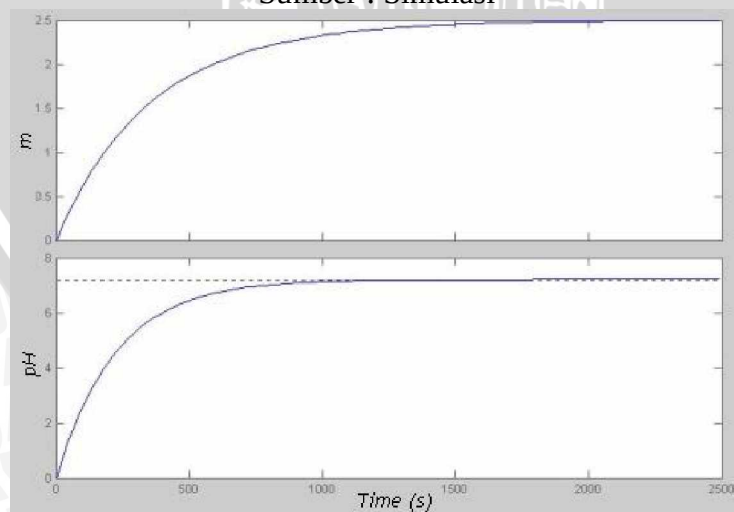
Gambar 5.4.1. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk Q = 300 dan R = 100.
Sumber : Simulasi



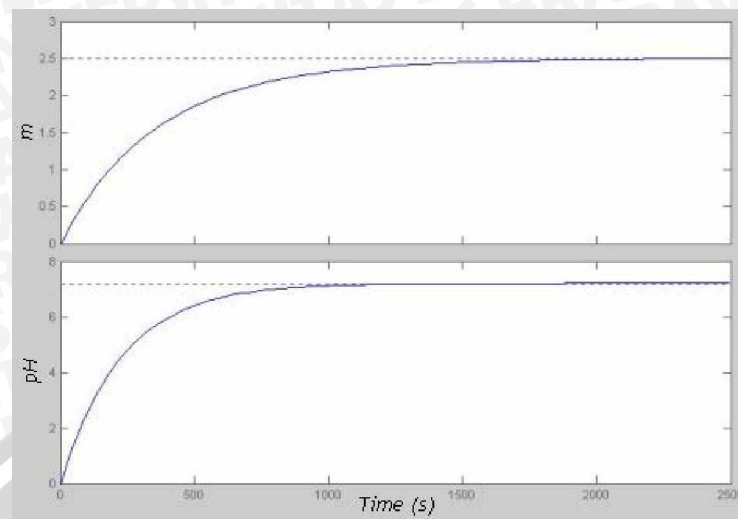
Gambar 5.4.2. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 300$ dan $R = 125$.
Sumber : Simulasi



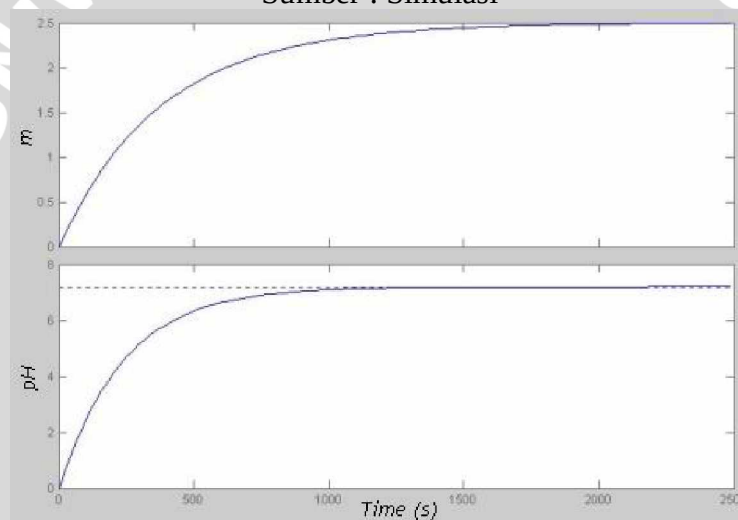
Gambar 5.4.3. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 300$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi



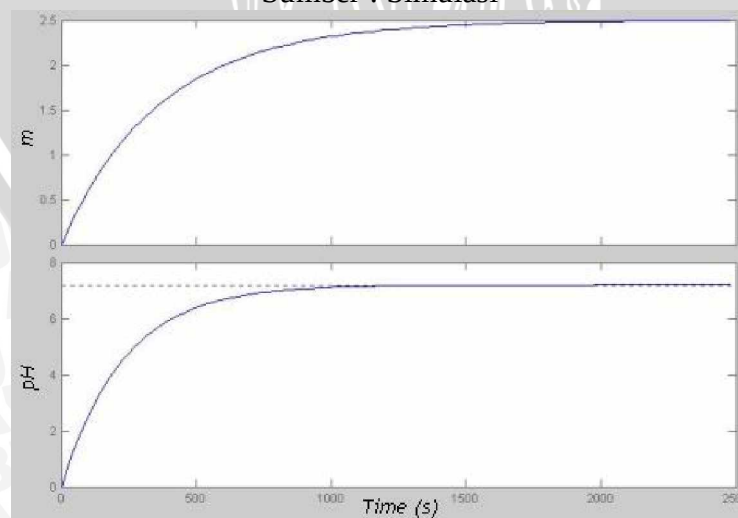
Gambar 5.4.4. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 300$ dan $R = 175$.
Sumber : Simulasi



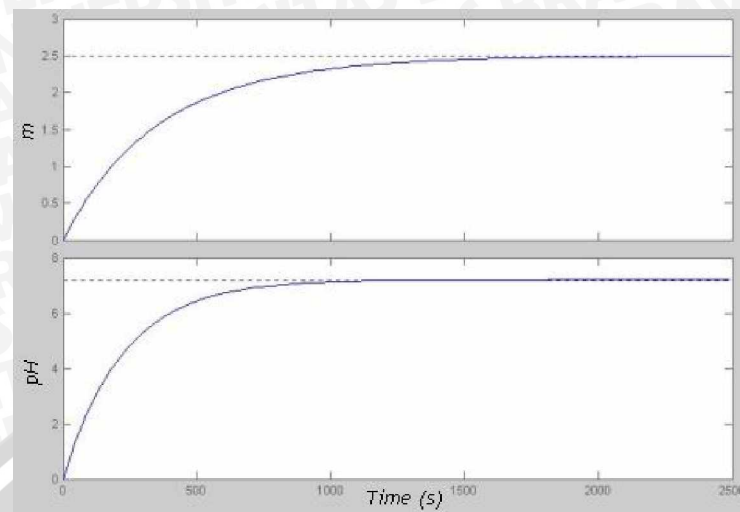
Gambar 5.4.5. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 300$ dan $R = 200$.
Sumber : Simulasi



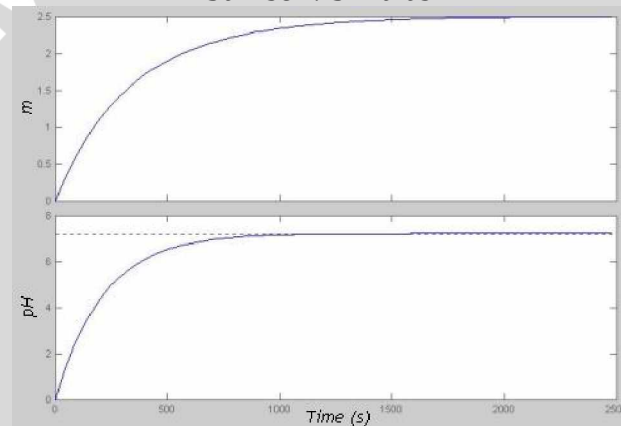
Gambar 5.4.6. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 150$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi



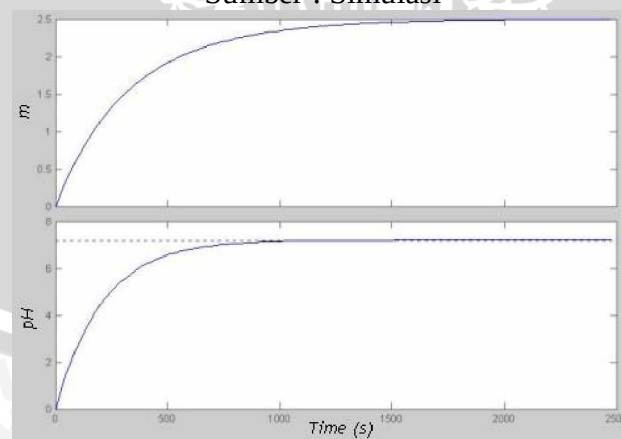
Gambar 5.4.7. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 200$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi



Gambar 5.4.8. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 250$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi



Gambar 5.4.9. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 350$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi

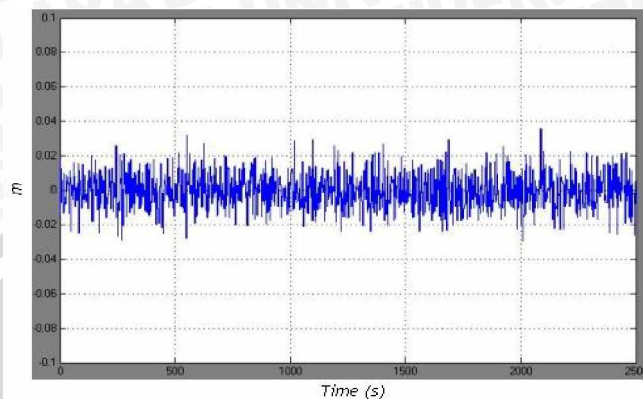


Gambar 5.4.10. Respon level dan pH peti sulfitasi untuk $Q = 400$ dan $R = 150$.
Sumber : Simulasi

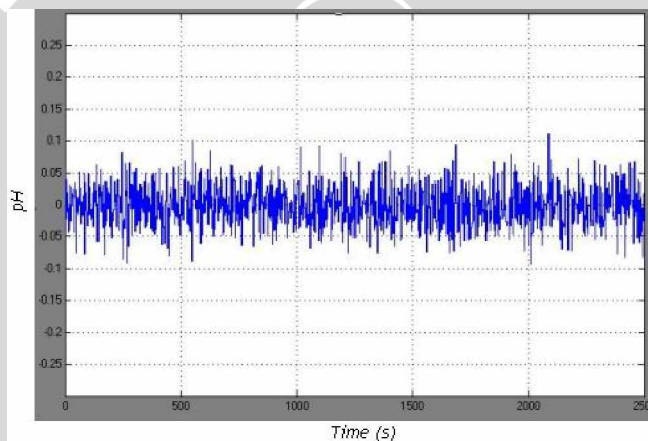
5.2.3 Respon Peti Sulfitasi Dengan Gangguan

Gangguan pada peti sulfitasi terjadi karena adanya faktor penguapan dan pembentukan gas akibat reaksi kimia yang terjadi. Gangguan pada pengaturan level

dianggap variable acak gaussian dengan *mean* 0 dan *variance* 1.10^{-4} , sedangkan model gangguan pada pengaturan pH dianggap variable acak gaussian dengan *mean* 0 dan *variance* 1.10^{-3} , seperti yang ditunjukkan pada gambar 5.5.1 dan 5.5.2 berikut:

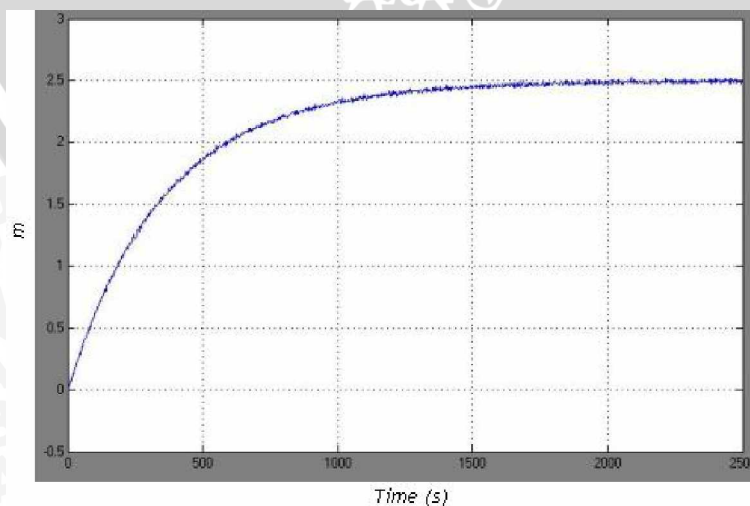


Gambar 5.5.1 Model gangguan level

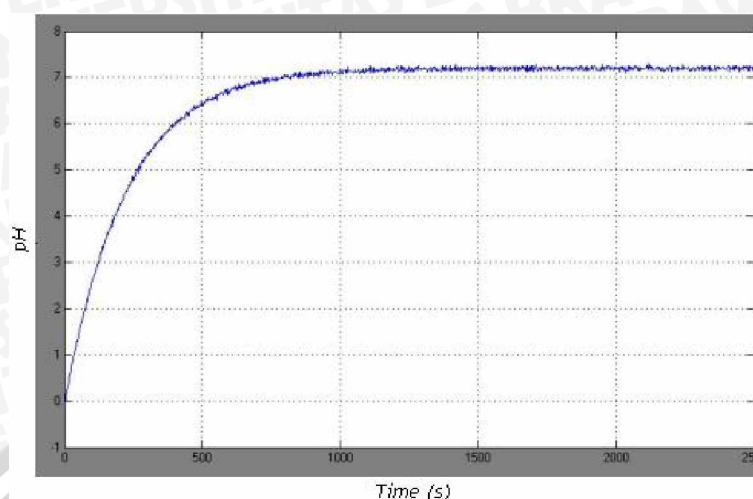


Gambar 5.5.2 Model gangguan pH

Dengan model gangguan diatas didapat respon ketinggian dan pH peti sulfitasi seperti pada gambar 5.6.1 dan gambar 5.6.2 berikut:



Gambar 5.6.1 Respon level dengan gangguan acak
Sumber : Simulasi



Gambar 5.6.2 Respon pH dengan gangguan acak
Sumber : Simulasi

BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN

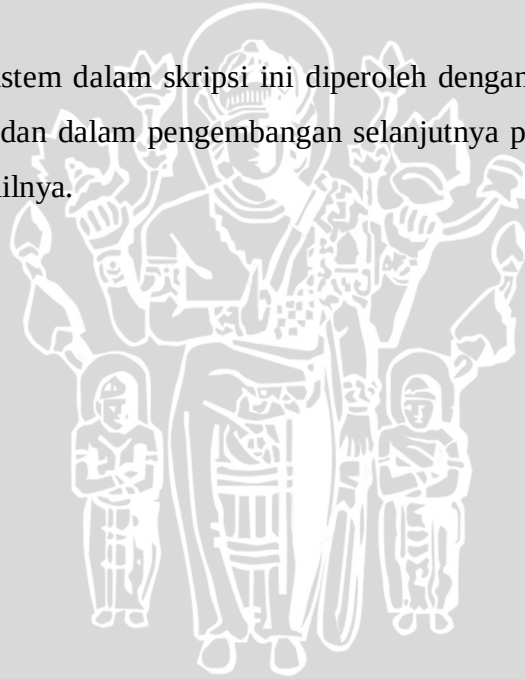
6.1. Kesimpulan

Dari hasil keseluruhan hasil analisa yang telah dilakukan pada skripsi ini, maka dapat disimpulkan bahwa penerapan pengendalian optimal terhadap peti sulfitasi untuk mengendalikan ketinggian dan pH nira dapat dilakukan dengan baik. Dengan melihat hasil simulasi yang telah dilakukan, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil optimasi pada peti sulfitasi dengan menggunakan metode *LQR* memiliki respon yang paling optimal pada nilai matrik bobot $Q = 250$ dan $R = 150$
2. Respon sistem tanpa umpan balik *LQR* pada pengendalian ketinggian nira menghasilkan *error steady state* sebesar 6,4% dan *settling time* sebesar 1630 detik, sedangkan pada pengendalian pH menghasilkan *error steady state* sebesar 3,47% dan *settling time* sebesar 1020 detik.
3. Perbaikan performansi sistem pada peti sulfitasi dapat dicapai dengan sebuah pendekatan optimal menggunakan metode *LQR*.
Pengaruh pengendalian optimal dengan metode *LQR* pada pengendalian ketinggian nira menghasilkan *error steady state* mendekati 0% dan *settling time* 1500 detik, sedangkan pada pengendalian pH menghasilkan *error steady state* mendekati 0% dan *settling time* 860 detik.

6.2 Saran

1. Pemilihan matrik bobot Q dan R pada skripsi ini dilakukan dengan cara coba-coba (*trial and error*), yang membutuhkan waktu yang cukup lama untuk mendapatkan hasilnya. Oleh sebab itu perlu dikembangkan metode yang lebih baik untuk mendapatkan nilai matrik bobot Q dan R tersebut.
2. Metode optimasi LQR memiliki kekurangan tidak dapat mengatasi gangguan acak (*noise*) pada sistem. Untuk mengatasi hal tersebut digunakan metode optimasi LQG yang memperhitungkan gangguan acak.
3. Perhitungan sistem dalam skripsi ini diperoleh dengan asumsi bahwa *valve* bersifat linier dan dalam pengembangan selanjutnya perlu dipertimbangkan karakteristik riilnya.



DAFTAR PUSTAKA

- Coughanowr, DR. 1991. *Process System Analysis And control*. USA. McGraw-Hill.Inc
- Follinger, O, 1994. *Regelungstechnik : Einfuhrung in die Methoden Und ihre Anwendung*. Heidelberg : Huthig Buch Verlag.
- Gopal, M. 1987. *Modern Control System Theory*. Singapura: John Wiley & Sons (SEA) Pte.Ltd.
- Gunterus, F. 1994. *Falsafah Dasar : Sistem Pengendalian Proses*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Hidayat, A, 2002. *Managemen Proses Pengolahan Gula Di PT. PG. Kreet Baru II Malang. Laporan PKL (S1)*. Teknologi Industri Pertanian Universitas Brawijaya Malang
- Houpis, D. 1988. *Linier Control Systems Analysis and Design*. USA: McGraw-Hill,Inc.
- Kuo, BC. 1986. *Automatic Control Sistem*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice : Hall Inc.
- Lapidus, L. 1967. *Optimal Control of Engineering Processes*. Toronto: Blaisdell Publishing Company.
- Lewis, F.L. 1996. *Optimal Control*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Liuban, WL. 1985. *Process Modeling Simulation and Control for Chemical Engineers*, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice : Hall Inc.
- Nurlaili, 2004. *Perancangan Pengendalian Ketinggian dan pH Menggunakan MRAS Pada Bejana Sulfitasi di PG. Kreet baru II Malang*. Tugas Akhir, Jurusan Teknik Elektro Brawijaya.
- Ogata, K. 1992. *Teknik Kontrol Automatik Jilid I*. Jakarta: Penerbit Erlangga
- Ogata, K. 1992. *Teknik Kontrol Automatik Jilid II*. Jakarta: Penerbit Erlangga

Rowland, JR. *Linear Control System : Modeling, Analysis and Design*. Canada: John Wiley & Sons, Inc

Shahian, B. 1993. *Control System Design Using Matlab*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice : Hall Inc.

Wahyu, T ; Agung, W. 2003. *Analisis dan Desain Sistem Kontrol dengan MATLAB*. Yogyakarta : Penerbit ANDI.

LAMPIRAN

Peti sulfitasi nira mentah

Merk / type - tahun	= Buatan sendiri (PG. Redjosarie) / 1995
Jumlah	= 1 unit
Kapasitas	= 9 m ³
Diameter tangki	= 2340mm
Luas penampang tangki	= 4298346mm ²
Panjang tangki	= 4800mm
Tinggi tangki	= 3000mm
Tinggi nira	= 2500mm
Diameter pipa inlet/outlet	= Medium 8"/8"
Diameter pipa SO ₂	= 6"
Diameter cerobong	= PVC 10"
Waktu tinggal	= 7 – 10 menit
PH	= 7,2
Plat dinding	= 9 mm
Plat kerucut bawah	= 12 mm

Pompa nira tersulfisir

Merk / type - tahun	: Ebara/150/125/saljm - none
Jumlah	: 2 unit
Kapasitas	: 2 m ³ / menit
Rpm	: 1450
Daya	: 22 Kw

Tobong belerang

Jumlah	: 2 buah
Luas bakar tersedia	: 2 m ² dan 1,2 m ² (total 3,2m ²)
Belerang yang dibakar	: 70 kg belerang / 100 ton tebu
Kapasitas pembakaran	: 25 kg/m ² LP/jam

Control valve nira dan gas SO₂

Type	: butterfly
Karakteristik	: Equal percentage
Tipe actuator	: Diaphragma
Range tekanan input valve	: 3 -15 psi
Waktu stroking	: 2 detik
Rv	: 0.03
Input signal	: 4-20 mA

Sensor pH

Model : Elektroda gelas
 Output signal : 4 – 20 mA
 Suply : 24 Volt DC
 Vendor : DKK corp (japan)
 Range pH : 0 – 14
 Temperatur : 10 – 100 °C

I/P Transducer

Model : VPT 05/06/07
 Input : 4-20 mA DC
 Output : 3 -15psi
 Vendor : yamatake – Honeywell

IKHTISAR

Kapasitas giling 2000 TTH

Komponen	% tebu	Debit (Ton/Jam)	Brix	Pol
Tebu	100	90,91	13,10	9,13
Imbibisi	35	31,82	--	--
Nira Mentah (NM)	101	91,82	11,83	8,32
Nira Tapis (NT)	12	10,91	11,2	6,2
Susu Kapur (SK)	2,12	1,93	--	--
Belarang	0,07	0,064	--	--
Nira Tersulfitasi (ST)	108.6	98,797	--	--

Dari data diatas dapat dihitung

1. Brix dan pol nira yang keluar dari timbangan nira mentah :

$$\text{Brix} = \frac{(\text{massa}_{_NM} * \text{brix}_{_NM}) + (\text{massa}_{_NT} * \text{brix}_{_NT})}{\text{massa}_{_NM} + \text{massa}_{_NT}} = 11,763\%$$

$$\text{Pol} = \frac{(\text{massa}_{_NM} * \text{pol}_{_NM}) + (\text{massa}_{_NT} * \text{pol}_{_NT})}{\text{massa}_{_NM} + \text{massa}_{_NT}} = 8,095\%$$

2. Untuk kapasitas giling min = 1500 TTH dan kapasitas giling max 2250 TTH dengan waktu giling efektif 22 jam (PG.Redjosarie), maka :

Debit nira mentah :

- Debit min = $\frac{NM\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{1500TTH}{22 jam} = 68,864 \text{ ton / jam}$

- Debit max = $\frac{NM\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{2250TTH}{22 jam} = 103,295 \text{ ton / jam}$

Debit nira tersulfitor :

- Debit min = $\frac{NT\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{1500TTH}{22 jam} = 8,182 \text{ ton / jam}$

- Debit max = $\frac{NT\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{2250TTH}{22 jam} = 12,273 \text{ ton / jam}$

Debit susu kapur :

- Debit min = $\frac{SK\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{1500TTH}{22 jam} = 1,445 \text{ ton / jam}$

- Debit max = $\frac{SK\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{2250TTH}{22 jam} = 2,168 \text{ ton / jam}$

Debit Belerang

- Debit min = $\frac{Belerang\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{1500TTH}{22 jam} = 0,048 \text{ ton / jam}$

- Debit max = $\frac{Belerang\%tebu}{Tebu\%tebu} \times \frac{2250TTH}{22 jam} = 0,072 \text{ ton / jam}$

3. Laju cairan yang melalui valve nira :

$$v_N = \frac{\text{Debit total cairan masuk peti}}{\text{Berat jenis cairan masuk peti}} = \frac{\text{Debit NM}}{\text{Berat NM}} + \frac{\text{Debit NT}}{\text{Berat NT}} + \frac{\text{Debit SK}}{\text{Berat SK}}$$

Dimana:

berat jenis NM $\approx$ berat jenis NT $\approx$ berat jenis SK $\approx$ 1,060 kg/liter (PG.Redjosarie)

- $v_N \text{ norm} = \frac{(91,82 + 10,91 + 1,93) \text{ Ton / Jam}}{1,060 \text{ kg / liter}} = 27,433.10^{-3} m^3 / s$

- $v_N \text{ min} = \frac{(68,864 + 8,182 + 1,145) \text{ Ton / Jam}}{1,060 \text{ kg / liter}} = 20,483.10^{-3} m^3 / s$

- $v_N \text{ max} = \frac{(103,295 + 12,273 + 2,168) \text{ Ton / Jam}}{1,060 \text{ kg / liter}} = 30,850.10^{-3} m^3 / s$

4. Laju gas yang melalui valve gas SO₂ :

Komponen yang melalui valve SO₂ adalah udara yang terdiri dari 10% gas SO₂

Belarang untuk nira mentah : belarang untuk nira kental = 3 : 1

$$\text{Debit gas SO}_2 \text{ untuk nira mentah} = \frac{\text{no.mass} \text{ SO}_2(64)}{\text{no.mass} \text{ belarang}(32)} \times \frac{3}{4} \text{ debit belarang}$$

Sehingga udara yang melalui valve gas SO₂ pada peti nira mentah :

$$v_{us} = \frac{\text{Debit total SO}_2 \text{ masuk peti}}{\text{Berat jenis SO}_2 \text{ masuk peti}} \times 100/10 = \frac{3/4 \times 2 \times \text{Debit belarang}}{\text{Berat jenis belarang}} \times 100/10$$

Dimana : berat jenis belarang = 1,625 kg / liter (PG.Redjosarie)

- $v_{us \text{ norm}} = \frac{3/4 \times 0,128 \text{ Ton/Jam}}{1,625 \text{ kg/m}^3} \times 100/10 = 164,102.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
- $v_{us \text{ min}} = \frac{3/4 \times 0,096 \text{ Ton/Jam}}{1,625 \text{ kg/m}^3} \times 100/10 = 123,077.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
- $v_{us \text{ max}} = \frac{3/4 \times 0,144 \text{ Ton/Jam}}{1,625 \text{ kg/m}^3} \times 100/10 = 184,615.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

5. Laju nira keluar peti

$$v_{NS} = 98.797 \text{ ton / jam} = 26.682.10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

Perhitungan Komponen (SO₂ dan Nira)

1. SO₂

Berat jenis SO₂

$$\text{Berat jenis SO}_2 (0^\circ\text{C}, 760 \text{ mmHg}) = 2,927 \text{ kg / m}^3$$

$$\text{Berat jenis SO}_2 (70^\circ\text{C}, 530 \text{ mmHg}) =$$

$$2,957 \times \frac{273}{273+70} \times \frac{530}{760} = 1,625 \text{ kg / m}^3$$

$$\text{Berat molekul SO}_2 = 64,058 \text{ g / mol}$$

Konsentrasi Molaritas SO₂

$$C_s = \frac{\text{Berat jenis SO}_2}{\text{Berat molekul SO}_2} = \frac{1625}{64,058} = 25,368 \text{ mol / m}^3$$

$$\text{Molaritas H}_2\text{SO}_3 \text{ yang terbentuk} = 25,368 \text{ mol/m}^3 = 0,025368 \text{ mol/liter}$$

$$\text{PH sulfurous acid} = -\log(\sqrt[3]{k_a \times [H_2 \text{ SO}_3]})$$

$$\text{pH} = -\log(\sqrt[2]{5,98.10^{-8} \times 0,02538}) = 4,409$$

2. Nira masuk peti

$$\text{Berat jenis cairan nira masuk peti} = 1060 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Berat jenis cairan nira tanpa air} = \text{Brix} \times 1060 \text{ kg/m}^3$$

$$= 11,763\% \times 1060 \text{ kg/m}^3 = 124,688 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Berat molekul cairan nira} = 2/3 \text{ C}_{12}\text{H}_{20}\text{O}_{11} \text{ Ca} + 4/3\text{Ca(OH)}_2$$

$$= 253,467 + 98,773 \text{ g / mol} = 352,24 \text{ g / mol}$$

Konsentrasi Molaritas nira masuk peti

$$C_N = \frac{\text{Berat jenis nira}}{\text{Berat molekul nira}} = \frac{124688}{352,24} = 353,626 \text{ mol / m}^3$$

pH nira = 8,6 (PG.Redjosarie)

3. Nira dalam peti

$$\text{Berat jenis nira dalam peti} = 1060 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Berat jenis cairan nira tanpa air} = \text{Brix} \times 1060 \text{ kg/m}^3$$

$$= 11,763\% \times 1060 \text{ kg/m}^3 = 124,688 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Berat molekul campuran nira tanpa air} = 4/3 \text{ C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 2 \text{ CaSO}_3$$

$$= 240,08 + 240,3 \text{ g / mol} = 480,38 \text{ g/mol}$$

Konsentrasi Molaritas campuran nira dalam peti

$$C_{NS} = \frac{\text{Berat jenis nira}}{\text{Berat molekul nira}} = \frac{124688}{480,38} = 259,5612 \text{ mol / m}^3$$

$$\text{Kecepatan reaksi } \text{H}^+ \text{ dan } \text{OH}^- = 0,0013 \text{ / detik} = 0,078 \text{ / menit}$$

4. Nira keluar peti

$$\text{Berat jenis nira keluar peti} = 1,06 \text{ kg/liter}$$

Konsentrasi Molaritas $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ keluar peti = Molaritas $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ dalam peti

Perhitungan Data

$$V = \frac{1}{4} \pi D^2 x \text{ tinggi nira} = 0.25 \times 3,14 \times 2,340^2 \times 2,5 = 10,751 \text{ m}^3$$

$$\tau = \frac{V}{v_N + \frac{\rho_s}{\rho} v_s + V k} = \frac{10,751}{27,433 \cdot 10^{-3} + 0 + 13,976 \cdot 10^{-3}} = 259,629 \text{ s}$$

$$\mu_N = \frac{pH_N}{C_N} = \frac{8,6}{353,626} = 24,3195 \cdot 10^{-3}$$

$$\mu_S = \frac{pH_S}{C_S} = \frac{4,409}{25,368} = 173,8016 \cdot 10^{-3}$$

$$K_N = \frac{\mu_N C_N}{(v_N + \frac{\rho_s}{\rho} v_s + V k)} = \frac{24,3195 \cdot 10^{-3} \times 353,626}{27,433 \cdot 10^{-3} + 0 + 13,976 \cdot 10^{-3}} = 207,684$$

$$K_S = \frac{\mu_S C_S}{(v_N + \frac{\rho_s}{\rho} v_s + V k)} = \frac{173,8016 \cdot 10^{-3} \times 25,368}{27,433 \cdot 10^{-3} + 0 + 13,976 \cdot 10^{-3}} = 106,402$$

Reaksi sulfurous acid (asam sulfat)

Tahap 1



Tahap 2



Pada proses sulfitasi nira pembentukan HSO_3^- perlu dihindari sehingga harga k_a yang terbentuk adalah k_{a2}

$$k_{a2} = \frac{[H^+][SO_3^{2-}]}{[HSO_3^-]}$$

Karena konsentrasi H^+ yang terbentuk sama dengan konsentrasi SO_3^{2-} maka persamaan diatas menjadi

$$[H^+]^2 = k_{a2} \times [HSO_3^-]$$

$$[H^+] = \sqrt{k_{a2} \times [HSO_3^-]}$$

Kompresor udara SO₂ Nira mentah

Belarang dipakai unruk nira mentah : 52,5 kg belarang / 100 ton tebu

Tebu yang diolah = 90,91 ton / jam

Belarang dipakai = $52,5 \times 90,91 / 100 = 47,72$ kg / jam

SO₂ yang dihasilkan : $64/32 \times 52,5 = 105$ kg / 100 ton tebu

Tebu yang diolah = 90,91 ton / jam

SO₂ dipakai = $105 \times 90,91 / 100 = 95,456$ kg / jam

Berat jenis SO₂ = 1,625 kg / m³

Volume SO₂ = $95,456 / 1,625 = 58,742$ m³ / jam

Pada kadar SO₂ 10% udara untuk pembakaran yang diperlukan yang diperlukan :

Debit udara = $100/10 \times 58,742 = 587,42$ m³ / jam

Untuk Rendemen pompa = 0,8

Kapasitas pompa yang diperlukan = $587,42/0,8 = 734,275$ m³ / jam
= 12,237 m³ / menit



Chemical Sciences Data Tables

Ionization Constants of Aqueous Polyprotic Acids

Common Name	Formula	Constant	pKa
arsenic acid	H ₃ AsO ₄	K ₁ = 5.65 x 10 ⁻³	2.248
-	H ₂ AsO ₄ ⁻	K ₂ = 1.75 x 10 ⁻⁷	6.757
-	HAsO ₄ ²⁻	K ₃ = 2.54 x 10 ⁻¹²	11.596
boric acid	H ₃ BO ₃	K ₁ = 5.78 x 10 ⁻¹⁰	9.238
carbonic acid	"H ₂ CO ₃ "	K ₁ = 4.35 x 10 ⁻⁷	6.361
-	HCO ₃ ⁻	K ₂ = 4.69 x 10 ⁻¹¹	10.329
chromic acid	H ₂ CrO ₄	K ₁ = 3.55	-0.550*
-	HCrO ₄ ⁻	K ₂ = 3.36 x 10 ⁻⁷	6.473*
citric acid	HOC(CH ₂ COOH) ₃	K ₁ = 7.42 x 10 ⁻⁴	3.130*
-	-	K ₂ = 1.75 x 10 ⁻⁵	4.757*
-	-	K ₃ = 3.99 x 10 ⁻⁶	5.602*
EDTA	C ₂ H ₄ N ₂ (CH ₂ COOH) ₄	K ₁ = 9.81 x 10 ⁻³	2.008*
-	-	K ₂ = 2.08 x 10 ⁻³	2.683*
-	-	K ₃ = 7.98 x 10 ⁻⁷	6.098*
-	-	K ₄ = 6.60 x 10 ⁻¹¹	10.181*
glycinium ion	H ₃ NCH ₂ COOH ⁺	K ₁ = 4.47 x 10 ⁻³	2.350*
-(glycine)	H ₂ NCH ₂ COOH	K ₂ = 1.67 x 10 ⁻¹⁰	9.778
hydrogen sulfide	H ₂ S	K ₁ = 1.02 x 10 ⁻⁷	6.992
-	HS ⁻	K ₂ = 1.22 x 10 ⁻¹³	12.915
oxalic acid	HOOC-COOH	K ₁ = 5.40 x 10 ⁻²	1.268*
-	HOOC-COO ⁻	K ₂ = 5.23 x 10 ⁻⁵	4.282
phthalic acid	C ₆ H ₄ (COOH) ₂	K ₁ = 1.13 x 10 ⁻³	2.946*
-	-	K ₂ = 3.90 x 10 ⁻⁶	5.409*
phosphoric acid	H ₃ PO ₄	K ₁ = 7.11 x 10 ⁻³	2.148
-	H ₂ PO ₄ ⁻	K ₂ = 6.23 x 10 ⁻⁸	7.206
-	HPO ₄ ²⁻	K ₃ = 4.55 x 10 ⁻¹³	12.342
succinic acid	C(CH ₂) ₂ COOH	K ₁ = 6.21 x 10 ⁻⁵	4.207*
-	HOOC(CH ₂) ₂ COO ⁻	K ₂ = 2.31 x 10 ⁻⁶	5.636*
sulfuric acid	H ₂ SO ₄	K ₁ > 1	negative
-	HSO ₄ ⁻	K ₂ = 1.01 x 10 ⁻²	1.994
sulfurous acid	H ₂ SO ₃	K ₁ = 1.71 x 10 ⁻²	1.766
-	HSO ₃ ⁻	K ₂ = 5.98 x 10 ⁻⁸	7.223

[\[MONOPROTIC ACIDS TABLE\]](#)

[\[MAIN TABLES\]](#) [\[AUXILIARY TABLES\]](#) [\[NOTES TO THIS TABLE\]](#)

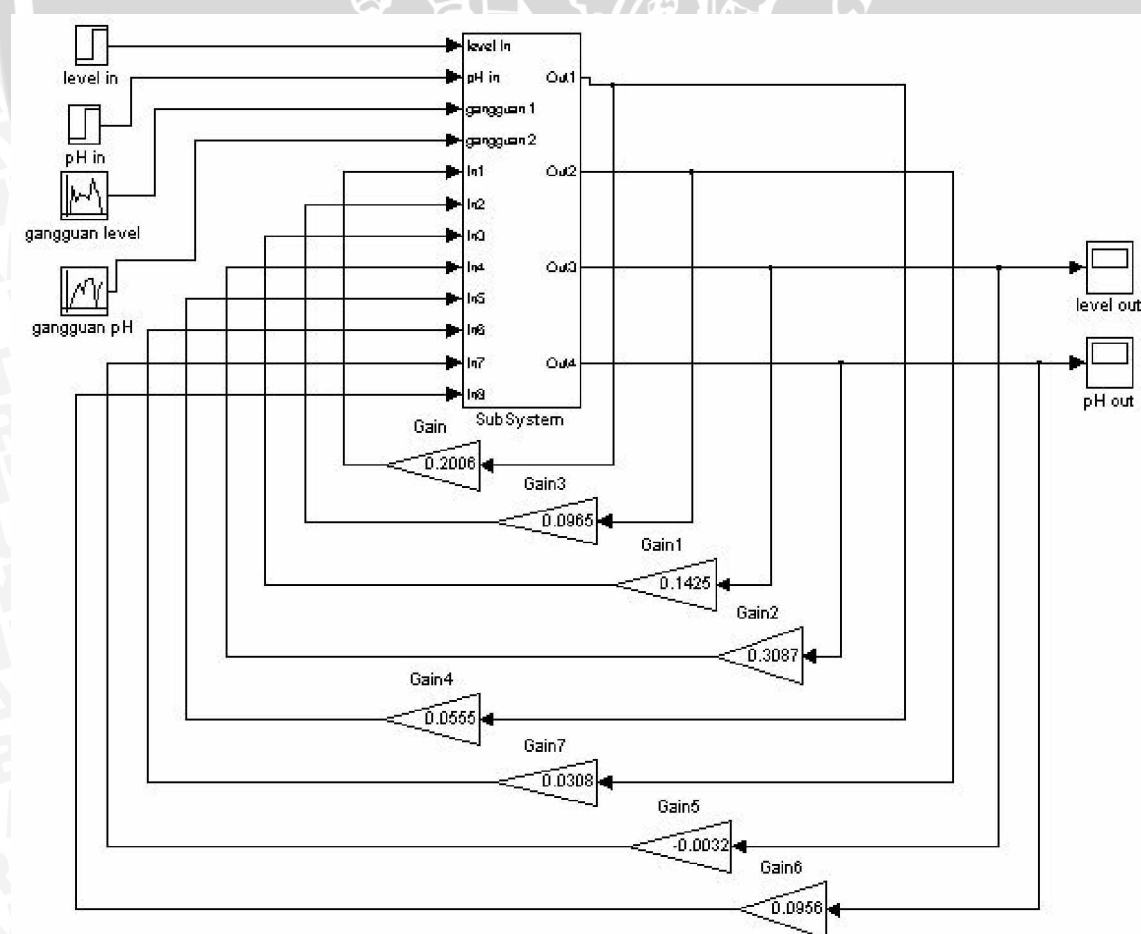
Copyright 1995 James A. Plambeck (Jim.Plambeck@ualberta.ca). Updated May 30, 1996 jp.

List Program

```

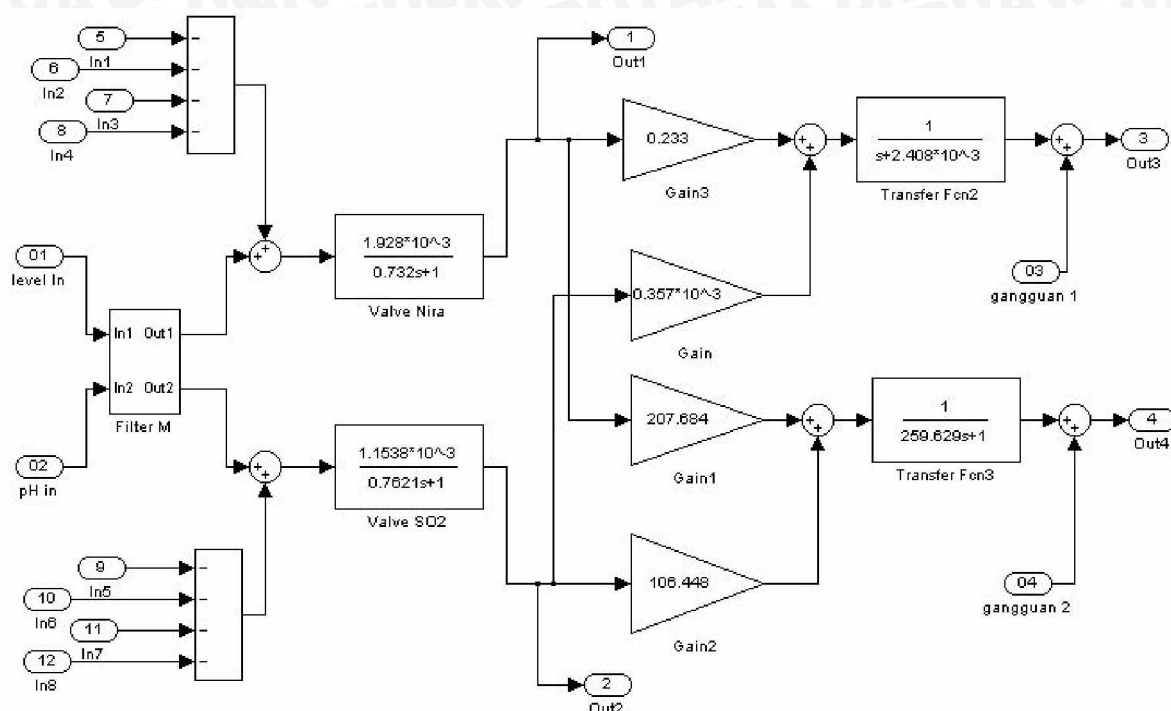
u=[2.5;7.2];
A=[-1.366 0 0 0;
    0 -1.312 0 0;
    0.233 0.357*10^-3 -2.408*10^-3 0;
    0.8 0.410 0 -3.852*10^-3];
B=[2.634*10^-3 0;
    0 1.514*10^-3;
    0 0;
    0 0];
C=[0 0 1 0;
    0 0 0 1];
D=[0 0;0 0];
qo=250;
Q=[qo 0 0 0;0 qo 0 0;0 0 qo 0;0 0 0 qo];
ro=150;
R=[ro 0;0 ro];
[P,E,K,rr]=care(A,B,Q,R)
M=inv(C*inv(B*K-A)*B)
step((A-B*K),B*M*u,C,0);
    
```

Blok Diagram Sistem Dengan Umpan Balik Optimal



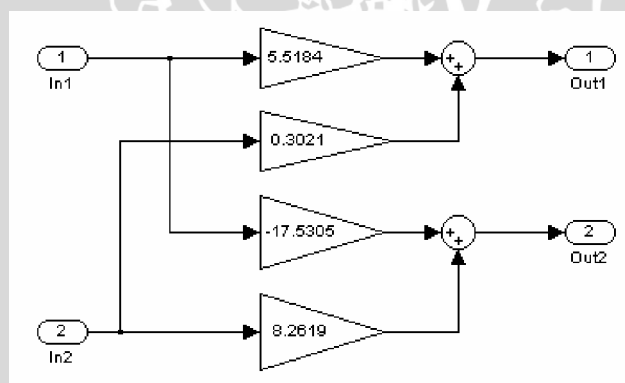
Blok sistem dengan umpan balik LQR

Blok Subsistem



Blok sub sistem

Blok Filter M



Blok filter M

Data matrik umpan balik K dan filter M

No	R	Q	K	M
1	300	100	$\begin{bmatrix} 0.3536 & 0.1651 & 0.2426 & 0.5284 \\ 0.0949 & 0.0532 & -0.0093 & 0.1648 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.6186 & 0.5225 \\ -17.5367 & 8.3313 \end{bmatrix}$
2	300	125	$\begin{bmatrix} 0.2891 & 0.1350 & 0.1988 & 0.4320 \\ 0.0776 & 0.0434 & -0.0062 & 0.1343 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5748 & 0.4258 \\ -17.5336 & 8.3008 \end{bmatrix}$
3	300	150	$\begin{bmatrix} 0.2447 & 0.1142 & 0.1685 & 0.3655 \\ 0.0657 & 0.0366 & -0.0045 & 0.1134 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5444 & 0.3591 \\ -17.5318 & 8.2798 \end{bmatrix}$
4	300	175	$\begin{bmatrix} 0.2121 & 0.0990 & 0.1463 & 0.3169 \\ 0.0569 & 0.0317 & -0.0033 & 0.0982 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5222 & 0.3103 \\ -17.5307 & 8.2645 \end{bmatrix}$
5	300	200	$\begin{bmatrix} 0.1873 & 0.0874 & 0.1292 & 0.2797 \\ 0.0502 & 0.0279 & -0.0026 & 0.0866 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5051 & 0.2730 \\ -17.5299 & 8.2529 \end{bmatrix}$
6	150	150	$\begin{bmatrix} 0.1276 & 0.0595 & 0.0883 & 0.1905 \\ 0.0342 & 0.0189 & -0.0012 & 0.0588 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.4641 & 0.1836 \\ -17.5285 & 8.2250 \end{bmatrix}$
7	200	150	$\begin{bmatrix} 0.1676 & 0.0783 & 0.1158 & 0.2504 \\ 0.0450 & 0.0250 & -0.0021 & 0.0774 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.4917 & 0.2436 \\ -17.5294 & 8.2437 \end{bmatrix}$
8	250	150	$\begin{bmatrix} 0.2066 & 0.0965 & 0.1425 & 0.3087 \\ 0.0555 & 0.0308 & -0.0032 & 0.0956 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5184 & 0.3021 \\ -17.5305 & 8.2619 \end{bmatrix}$
9	350	150	$\begin{bmatrix} 0.2818 & 0.1316 & 0.1938 & 0.4210 \\ 0.0756 & 0.0422 & -0.0059 & 0.1309 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5698 & 0.4148 \\ -17.5333 & 8.2973 \end{bmatrix}$
10	400	150	$\begin{bmatrix} 0.3181 & 0.1485 & 0.2185 & 0.4753 \\ 0.0854 & 0.0478 & -0.0076 & 0.1480 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.5945 & 0.4692 \\ -17.5349 & 8.3145 \end{bmatrix}$