

**ANALISIS DINAMIK MODEL PREDATOR PREY
ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY
DAN MAKANAN TAMBAHAN UNTUK PREDATOR**

TESIS

**Untuk Memenuhi Persyaratan
Memperoleh Gelar Magister dalam Bidang Matematika**



Oleh

ZULAIKHA

NIM. 156090400011003

**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
BIDANG MINAT MATEMATIKA BIOLOGI**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

TESIS

**ANALISIS DINAMIK MODEL PREDATOR PREY
ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY
DAN MAKANAN TAMBAHAN UNTUK PREDATOR**

Oleh:

ZULAIKHA

NIM. 156090400011003

Telah dipertahankan di depan Komisi Penguji
pada tanggal 10 Januari 2018
dan dinyatakan **LULUS**

Menyetujui,

Komisi Pembimbing

Ketua

Anggota

Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.
NIP. 196908071994121001

Syaiful Anam, S.Si., MT., Ph.D.
NIP. 197801152002121003

Mengetahui:

Ketua Program Studi Magister Matematika

Dr. Noor Hidayat, M.Si.
NIP. 196112041988021001

IDENTITAS TIM PENGUJI

Judul Tesis : **ANALISIS DINAMIK MODEL PREDATOR PREY ORDE FRAKSIONAL DENGAN PERLINDUNGAN PREY DAN MAKANAN TAMBAHAN UNTUK PREDATOR**

Nama : Zulaikha

NIM : 156090400011003

Program Studi : Magister Matematika

Bidang Minat : MATEMATIKA BIOLOGI

KOMISI PEMBIMBING

Ketua : Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.

Anggota : Syaiful Anam, S.Si., MT., Ph.D.

TIM DOSEN PENGUJI

Dosen Penguji 1 : Dr. Noor Hidayat, M.Si.

Dosen Penguji 2 : Dra. Trisilowati, M.Sc., Ph.D.

Tanggal Ujian : 10 Januari 2018

SK. Penguji :

PERNYATAAN ORISINALITAS

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa sepanjang pengetahuan saya, di dalam naskah hasil penelitian tesis ini tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik di suatu perguruan tinggi dan tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah dan disebutkan sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata di dalam naskah hasil penelitian tesis ini dapat dibuktikan terdapat unsur-unsur plagiaris, saya bersedia diproses sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku dan hasil penelitian tesis ini dibatalkan.

Malang, 10 Januari 2018

Zulaikha
NIM. 156090400011003

RIWAYAT HIDUP PENULIS

Penulis bernama lengkap Zulaikha lahir pada tanggal 9 April 1992 di Malang, Jawa Timur. Penulis merupakan anak ketiga dari Bapak Damanhuri dan Ibu Umi Rahayu Indiasuti. Penulis menyelesaikan pendidikan di SDN Bandung Rejosari 1 Malang pada tahun 2004, SMPN 6 Malang pada tahun 2007 dan SMAN 5 Malang pada tahun 2010. Selanjutnya pada tahun 2010 penulis melanjutkan studi S1 Matematika di Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang dan lulus pada tahun 2014. Kemudian menempuh pada Program studi Magister Matematika di Fakultas MIPA Universitas Brawijaya. Penulis pernah bekerja sebagai tenaga pendidik di SMKN 1 Malang selama 2 bulan.

RINGKASAN

ZULAIKHA, Program Studi Magister Matematika Universitas Brawijaya, 10 Januari 2018. Analisis Dinamik Model Predator Prey Orde Fraksional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan untuk Predator; Ketua Komisi Pembimbing: Agus Suryanto, Anggota: Syaiful Anam.

Tesis ini membahas model predator-prey orde fraksional dengan perlindungan prey dan makanan tambahan untuk predator. Model dikonstruksi menggunakan orde fraksional dimana laju perubahan populasi tidak hanya bergantung terhadap kondisi saat ini, tetapi juga bergantung terhadap semua kondisi sebelumnya, yang dikenal dengan efek memori. Sifat dinamik dari model yang dianalisis meliputi eksistensi, keterbatasan, kestabilan lokal maupun global dari titik kesetimbangan. Hasil analisis menunjukkan bahwa ada tiga jenis titik kesetimbangan, yaitu titik kepunahan kedua populasi, titik kepunahan predator dan titik kedua populasi dapat hidup bersama. Syarat eksistensi untuk dua titik kesetimbangan pertama adalah selalu eksis, sedangkan pada titik kesetimbangan ketiga eksis dengan kondisi-kondisi tertentu. Berdasarkan hasil analisis yang diperoleh titik kesetimbangan kepunahan kedua populasi bersifat tidak stabil, sedangkan titik kesetimbangan kepunahan predator dan kedua populasi dapat hidup bersama stabil dengan syarat tertentu. Dari hasil simulasi numerik dengan menggunakan pendekatan Grünwald-Letnikov diperoleh hasil yang sesuai dengan hasil analitik. Simulasi numerik menunjukkan bahwa orde fraksional $\alpha \in (0, 1)$ adalah faktor penting yang mempengaruhi kecepatan kekonvergenan dari solusi dan sifat kestabilannya.

Kata Kunci: Orde fraksional, perlindungan prey, makanan tambahan, lokal, global, Grünwald-Letnikov.

SUMMARY

ZULAIKHA, Mathematics Master Study Program Brawijaya University, January 10th 2018. *Dynamical Analysis of Fractional-Order Predator Prey Model with Prey Refuge and Additional Food for Predator*. Supervisor: Agus Suryanto, Co-supervisor: Syaiful Anam.

This thesis discusses a fractional-order predator-prey model with prey refuge and additional food for predator. The model is constructed using fractional-order in which the growth rate of populations do not only depend on the current conditions, but also on all previous conditions, known as memory effect. The dynamical properties of the model are analyzed, including the existence, boundedness, both local and global stability of equilibrium points. Our analysis shows that there are three types of equilibrium points, namely the extinction of both population point, the predator extinction point and the coexistence point. The first for two equilibrium points always exist, while the third equilibrium point exists under certain conditions. The extinction of both population equilibrium point is always unstable, while the predator extinction and the coexistence equilibrium points are conditionally stable. Based on numerical simulations, using Grünwald-Letnikov approximation which the results corresponding to analytical results. Numerical simulations show that the fractional-order $\alpha \in (0, 1)$ is an important factor which affects the convergence speed of the solutions and properties stability.

Key Words: Fractional-order, prey refuge, additional food, local, global, Grünwald-Letnikov.

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan hasil penelitian tesis yang berjudul "Analisis Dinamik Model Predator Prey Orde Fraksional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan untuk Predator" dengan lancar. Penulis menyadari bahwa selama proses penyusunan hasil penelitian tesis ada banyak pihak yang telah berkontribusi. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas segala bantuan dan dukungan kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc. dan Bapak Syaiful Anam, S.Si., MT., Ph.D. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan nasihat, saran, kritik yang sangat bermanfaat untuk penulis dan selalu sabar dalam menjelaskan materi kepada penulis selama proses penyusunan hingga hasil penelitian tesis ini dapat diselesaikan.
2. Bapak Dr. Noor Hidayat, M.Si. dan Ibu Dra. Trisilowati, M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji I dan dosen penguji II yang telah memberikan saran dan kritik kepada penulis sehingga hasil penelitian tesis ini menjadi lebih baik.
3. Bapak Dr. Noor Hidayat, M.Si. selaku Ketua Program Studi Magister Matematika UB dan Bapak/ Ibu dosen Jurusan Matematika FMIPA UB yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf FMIPA UB atas segala bantuan yang telah diberikan.
4. Bapak Damanhuri (Ayah), Ibu Umi Rahayu Indiasuti (Ibu), Mohammad Fahmi dan Arif Ainus Syam (Kakak) yang selalu memberikan dukungan dan senantiasa memanjatkan doa untuk kelancaran hasil penelitian tesis ini.

5. Intan, Alvian, Titi, Elinda, Retna, Rio, Badria, Tyas, Indera, Mimi, Tya serta teman-teman Program Magister Matematika UB atas doa, dukungan dan semangat yang telah diberikan serta kebersamaannya selama ini.

6. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah senantiasa memberikan anugerah, rahmat dan barokahnya kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung dalam menyelesaikan hasil penelitian tesis ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan hasil penelitian tesis ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran yang dapat disampaikan melalui email zulaikha092@yahoo.com.

Semoga hasil penelitian tesis ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak, serta menjadi sumber inspirasi untuk penulisan yang akan datang.

Malang, 10 Januari 2018

Zulaikha

NIM. 156090400011003

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
IDENTITAS TIM PENGUJI	iii
PERNYATAAN ORISINALITAS TESIS	iv
RIWAYAT HIDUP PENULIS	v
RINGKASAN	vi
SUMMARY	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penulisan	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	6
2.1 Persamaan Diferensial	6
2.2 Kalkulus Fraksional	7
2.3 Sistem Dinamik Fraksional	13
2.4 Sistem Otonomus Linear Fraksional	15
2.5 Sistem Otonomus Nonlinear Fraksional	18
2.6 Analisis Kestabilan Global	23
2.7 Model Pertumbuhan Logistik	24
2.8 Model <i>Predator-Prey</i> Lotka-Volterra	25
2.9 Fungsi Respon	26
2.10 Model <i>Predator-Prey</i> dengan Perlindungan dan Makanan Tambahan	27
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	30
3.1 Model Predator Prey Orde Fraksional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahan untuk Predator	30
3.2 Kepositifan dan Keterbatasan	30
3.3 Titik Kesetimbangan	33
3.3.1 Titik Kesetimbangan Kepunahan Kedua Populasi (E_0)	34

3.3.2	Titik Kesetimbangan Kepunahan Predator (E_1)	34
3.3.3	Titik Kesetimbangan Kedua Populasi dapat Hidup Ber- sama (E_2)	34
3.4	Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan	36
3.4.1	Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan E_0	36
3.4.2	Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan E_1	37
3.4.3	Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan E_2	37
3.5	Analisis Kestabilan Global Titik Kesetimbangan	39
3.5.1	Kestabilan Global Titik Kesetimbangan E_1	39
3.5.2	Kestabilan Global Titik Kesetimbangan E_2	41
3.6	Skema Grünwald-Letnikov untuk Model Predator Prey Orde Fraksional dengan Perlindungan Prey dan Makanan Tambahkan untuk Predator	44
3.7	Simulasi Numerik	45
3.7.1	Simulasi 1	45
3.7.2	Simulasi 2	47
3.7.3	Simulasi 3	49
BAB IV	KESIMPULAN DAN SARAN	53
4.1	Kesimpulan	53
4.2	Saran	54
	DAFTAR PUSTAKA	55
	LAMPIRAN	57

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Daerah kestabilan sistem linear fraksional dengan $\alpha \in (0, 1)$	18
Gambar 3.1	Perubahan populasi $x(t), y(t)$ untuk titik kesetimbangan E_1 dengan $\alpha = 0.6, \alpha = 0.7, \alpha = 0.8$ dan $\alpha = 0.9$...	46
Gambar 3.2	Perubahan populasi $x(t), y(t)$ untuk titik kesetimbangan E_2 dengan $\alpha = 0.88$	48
Gambar 3.3	Perubahan populasi $x(t), y(t)$ untuk titik kesetimbangan E_2 dengan $\alpha = 0.91$	49
Gambar 3.4	Perubahan populasi $x(t), y(t)$ untuk titik kesetimbangan E_2 dengan $\alpha = 0.6, \alpha = 0.7, \alpha = 0.8$ dan $\alpha = 0.9$...	51

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Syarat Eksistensi dan Kestabilan Lokal Titik Keseimbangan Orde Integer	29
Tabel 3.1	Syarat Eksistensi dan Kestabilan Lokal Titik Keseimbangan Orde Fraksional	39

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Pembuktian Teorema 2.6.2	57
Lampiran 2	<i>Listing</i> Program	63