

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada tinjauan pustaka ini dijelaskan mengenai dasar-dasar argumentasi ilmiah yang menjadi acuan dalam menyelesaikan permasalahan pada penelitian. Dalam bab ini terdapat penelitian terdahulu dan landasan teori yang digunakan untuk dijadikan pedoman penulisan agar tujuan dapat terfokus dan tercapai sesuai tujuan masalah.

#### **2.1 Penelitian Terdahulu**

Permasalahan *Vehicle Routing Problem* (VRP) merupakan permasalahan penting dibidang distribusi, logistik, dan transportasi. Penelitian terdahulu menampilkan beberapa penelitian yang terkait dengan *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW), Algoritma *Sweep*, dan *Mixed Integer Linear Programming* (MILP). Hal ini bertujuan sebagai referensi dan pembandingan antar penelitian yang telah dilakukan sebelumnya dengan penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Kallehauge et al. (2001) dalam *technical reportnya* yang berjudul *Lagrangian Duality Applied on Vehicle Routing Problem with Time Windows Experimental Result* merumuskan model matematis dengan fungsi tujuan meminimalkan biaya rute yang memiliki batasan antara lain, setiap *customer* harus dikunjungi tepat satu kali, permintaan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan, rute berawal dan berakhir di depot dimana setelah mengunjungi satu *customer* kendaraan akan pergi meninggalkan *customer* tersebut, waktu penjadwalan fisibel, memenuhi batasan *time windows*, dan variabel keputusan yang merupakan bilangan biner. Kallehauge et al. (2001) membentuk *Langrangian Relaxation* dimana kemudian diselesaikan menggunakan algoritma *cutting plane* yang dikombinasikan dengan algoritma *Dantzig-Wolfe* untuk menyelesaikan permasalahan perbandingan yang sebelumnya dikemukakan Solomon dan Homberger. Hasil menunjukkan bahwa, penelitian ini mampu menyelesaikan 14 permasalahan Solomon yang belum terpecahkan serta menyelesaikan permasalahan Homberger dengan 1000 *customer*.

Azi et al. (2007) dalam penelitiannya yang berjudul *An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes* mendeskripsikan sebuah algoritma untuk menyelesaikan VRPTW dimana satu kendaraan mampu melakukan beberapa rute perjalanan. Algoritma matematis yang dikembangkan oleh Azi et al. (2007) memiliki tujuan meminimalkan total jarak yang ditempuh untuk melayani semua *customer*

dengan memenuhi batasan kapasitas, *time windows*, dan *deadline* pengiriman. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan model ini adalah algoritma dasar jalur terpendek yang dibagi menjadi dua fase. Fase pertama yang digunakan ialah untuk membangun rute fisibel kemudian akan digunakan sebagai *building block* untuk fase kedua. Sementara fase kedua digunakan untuk menggabungkan hasil rute pada fase pertama dalam bentuk hari kerja pada kendaraan. Penelitian ini memberikan hasil bahwa algoritma ini sangat berpengaruh dengan batasan *deadline*. Ketika batasan *deadline* tidak mencukupi, maka banyaknya rute fisibel akan menjadi lebih banyak serta melewati batasan dan terlalu besar untuk diselesaikan menggunakan algoritma ini.

Suthikarnnarunai (2008) melakukan penelitian untuk menentukan rute bus kampus bagi staf *University of Thai Chamber Of Commerce* (UTCC) yang efisien dan mampu melayani semua *customer*. Penelitian ini diawali dengan melakukan *cluster* berdasarkan Algoritma *Sweep* dilanjutkan penentuan rute menggunakan model *Integer Programming* (IP) pada *cluster* yang terbentuk berdasarkan Algoritma *Sweep*. Kemudian *2-Opt exchanges* diterapkan untuk memperbaiki *cluster* yang terbentuk dan meningkatkan solusi. Hasil penelitian heuristik ini kemudian dibandingkan dengan metode eksak. Pada jam kerja pagi, hasil menunjukkan bahwa metode heuristik yang terdiri dari Algoritma, IP, dan *2-Opt exchanges* cukup baik dan membutuhkan waktu komputasi yang lebih sedikit jika dibandingkan dengan metode eksak. Sementara pada jam kerja sore, metode eksak tidak dapat diterapkan karena permasalahan terlalu besar.

Priyandari et al. (2011) melakukan penelitian pada PT. Pupuk Sriwidjaja (Pusri) di Karanganyar untuk menentukan rute pengirimanan pupuk dari distributor ke sejumlah *retailer*. Model rute pengiriman memiliki tujuan meminimasi total biaya transportasi menggunakan *Mixed Integer Linier Programming* (MILP). Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa model usulan mampu menghemat biaya 2.28% dari sistem awal. Model ini memiliki keterbatasan karena belum memasukkan gudang Pusri sebagai fasilitas perantara (*intermediate*) antara garasi distributor dengan *retailer*, sehingga perlu dilakukan pengecekan. Hasil pengecekan menunjukkan bahwa sistem usulan mampu menghemat biaya 4.17%.

Suwansuksamran & Ongkunaruk (2013) melakukan penelitian VRPTW pada perusahaan bumbu bubuk yang ada di Thailand menggunakan metode *Mixed Integer Programming* (MIP). Peneliti mengelompokkan lokasi *customer* menjadi 6 grup untuk mempermudah perhitungan, kemudian dilakukan pemodelan matematis menggunakan MIP untuk diselesaikan dengan menggunakan *software* optimasi IBM ILOG CPLEX versi 12.4.

Hasil dari penelitian ini kemudian dibandingkan dengan penelitian yang sebelumnya dilakukan oleh Ongraj & Ongkunaruk (2013), yakni penggunaan IP untuk mengurangi total biaya pada permasalahan *bin packaging with time windows* dengan memberikan tanggung jawab masalah penentuan rute kepada supir. Hasil penelitian menunjukkan bahwa alokasi terhadap *customer* sama dengan penelitian sebelumnya, total pengiriman turun 23% *overtime* disebabkan penjadwalan manual turun 50% atau 2 jam per hari sehingga supir tidak perlu membuang waktu dengan menentukan rute tersendiri.

Tabel 2.1  
Penelitian Terdahulu

No	Peneliti	Metode	Hasil
1.	Kallehauge et al. (2001)	VRPTW, <i>Lagrangean Duality</i> , <i>Algoritma Dantzig-Wolfe</i>	Penelitian ini mampu menyelesaikan empat belas permasalahan Solomon yang belum terpecahkan serta menyelesaikan permasalahan Hombberger dengan 100 <i>customer</i> .
2.	Azi et al. (2007)	VRPTW, Algoritma Jalur Terpendak	Penelitian ini memberikan hasil bahwa algoritma jalur terpendak sangat sensitif dengan batasan <i>deadline</i> . Ketika batasan <i>deadline</i> tidak mencukupi, maka banyaknya rute feasible akan menjadi lebih banyak serta melewati batasan dan terlalu besar untuk diselesaikan menggunakan algoritma ini.
3.	Suthikarnnarunai (2008)	Algoritma <i>Sweep</i> , <i>Integer Programming</i> , <i>2-Opt Exchange</i>	Metode Heuristik yang terdiri dari algoritma <i>Sweep</i> , IP, dan 2-Opt Exchange memberikan hasil yang cukup baik dibandingkan dengan metode eksak dengan waktu komputasi yang jauh lebih sedikit.
4.	Priyandari et al. (2011)	VRPTW, MILP	Sistem usulan menggunakan model dengan tujuan menghemat biaya sebesar 2.28% dan pengecekan terhadap solusi model, didapat penghematan sebesar 4.17%
5.	Suwansuksamran & Onugkunaruk (2013)	VRPTW, MIP	Rute yang dihasilkan mampu menurunkan total pengiriman sebesar 23% dan menurunkan <i>overtime</i> sebesar 50% yang disebabkan penjadwalan manual.
6.	Penelitian Ini	VRPTW, Algoritma <i>Sweep</i> , MILP	Rute distribusi pengiriman produk <i>tissue</i> di area Bali memberikan penghematan dengan model MILP jarak tempuh kendaraan dapat diperpendek sebesar 198.85 km atau 25.4%. Waktu tempuh perjalanan dapat dipercepat selama 298.27 menit atau 25.4%. Biaya distribusi dapat dikurangi sebesar Rp. 888.827 atau 46.4% dalam satu hari pendistribusian.

## 2.2 Supply Chain Management

*Supply Chain* adalah jaringan perusahaan-perusahaan yang secara bersama-sama bekerja untuk menciptakan dan menghantarkan suatu produk ke tangan pemakai akhir. Perusahaan-perusahaan tersebut biasanya termasuk *supplier*, pabrik, distributor, toko atau *retailer*, serta perusahaan-perusahaan pendukung seperti perusahaan jasa logistik. Pada suatu *supply chain* biasanya ada 3 macam aliran yang harus dikelola. Pertama adalah aliran barang yang mengalir dari hulu (*upstream*) ke hilir (*downstream*). Contohnya adalah bahan baku yang dikirim ke distributor, lalu ke *retailer*, kemudian ke *end customer*. Yang kedua adalah aliran uang dan sejenisnya yang mengalir dari hulu ke hilir ataupun sebaliknya. Aliran yang ketiga adalah informasi tentang ketersediaan kapasitas produksi yang dimiliki oleh *supplier* juga sering dibutuhkan oleh pabrik. Informasi tentang status pengiriman bahan baku sering dibutuhkan oleh perusahaan yang mengirim maupun yang akan menerima. (Pujawan, 2010). Adapun definisi yang dijelaskan tentang *Supply Chain Management (SCM)*:

Menurut Indrajit dan Djokopranoto (2002), *Supply Chain Management (SCM)* adalah suatu sistem yang menyalurkan barang produksi dan jasanya kepada para pelanggannya. Rantai ini juga merupakan jaringan atau jejaring dari berbagai organisasi yang saling berhubungan yang mempunyai tujuan yang sama, yaitu sebaik mungkin menyelenggarakan pengadaan atau penyaluran barang tersebut. Sedangkan menurut Simchi Levi et al. (1999) bahwa *Supply Chain Management (SCM)* adalah serangkaian pendekatan yang diterapkan untuk mengintegrasikan *supplier*, pengusaha, gudang (*warehouse*) dan tempat penyimpanan lainnya secara efisien sehingga produk dihasilkan dan didistribusikan dengan kuantitas yang tepat, lokasi yang tepat dan waktu yang tepat untuk memperkecil biaya dan memuaskan kebutuhan pelanggan.

### **2.3 Manajemen Logistik**

*The Association for Operations Management* menyatakan logistik adalah seni dan ilmu mengenai produksi, dan pendistribusian material dan produk pada tempat yang tepat dan jumlah yang tepat (Jacobs dan Chase, 2008). Selain itu (Siahaya, 2012), menyebutkan manajemen Logistik adalah bagian dari manajemen rantai pasokan yang merencanakan, melaksanakan, dan mengendalikan aliran barang secara efektif dan efisien, meliputi transportasi, penyimpanan, distribusi dan jasa layanan serta informasi terkait mulai dari tempat asal barang ke tempat konsumsi untuk memenuhi kebutuhan pelanggan.

Logistik dapat pula didefinisikan sebagai proses perencanaan, implementasi, dan pengendalian secara efisien, aliran biaya yang efektif dan penyimpanan *raw material*, inventori barang dalam proses, barang jadi dan informasi terkait dari titik asal ke titik

konsumsi untuk tujuan memenuhi kebutuhan konsumen. Ada 5 komponen yang dapat membentuk sistem logistik, yaitu struktur lokasi fasilitas, transportasi, persediaan (*inventory*), komunikasi dan penanganan (*handling*) serta penyimpanan (*storage*). Dengan kata lain dapat pula dikatakan kegiatan logistik akan berjalan efektif dan efisien apabila memenuhi syarat 4 tepat yaitu tepat jumlah, tepat mutu, tepat ongkos, maupun tepat waktu. Tujuan logistik adalah menyediakan produk dalam jumlah yang tepat, kualitas yang tepat, pada waktu yang tepat dengan biaya yang rendah. Ciri utama kegiatan logistik adalah tercapainya sistem yang terintegrasi dari berbagai dimensi dan tujuan kegiatan terhadap pemindahan (*movement*) serta penyimpanan (*storage*) secara strategis (Bowersox, 2002).

### 2.3.1 Manajemen Transportasi dan Distribusi

Pada saat produk sudah selesai diproduksi selanjutnya dalam lingkup *supply chain* adalah mengirim produk tersebut hingga sampai ke tangan pelanggan pada waktu dan tempat yang tepat. Pengiriman produk ke pelanggan tentu melibatkan kegiatan transportasi. Aktivitas pengiriman ini dapat dilakukan sendiri oleh perusahaan atau menyerahkan ke perusahaan jasa transportasi. Dalam cakupan kegiatan distribusi perusahaan harus dapat merancang jaringan distribusi dengan mempertimbangkan *trade-off* antara aspek biaya, fleksibilitas, dan kecepatan respon pelanggan. Kegiatan operasional distribusi dapat terjadi sangat kompleks terutama apabila pengiriman dilakukan ke jaringan distribusi yang luas dan tersebar di wilayah-wilayah tertentu.

Manajemen transportasi dan distribusi mencakup aktivitas fisik secara global dapat dilihat seperti penyimpanan dan pengiriman produk. Adapun fungsi non-fisik berupa pengolahan informasi dan pelayanan kepada pelanggan. Kegiatan transportasi dan distribusi dapat dilakukan oleh perusahaan manufaktur dengan membentuk kegiatan distribusi atau transportasi tersendiri atau diserahkan ke pihak ketiga (*third party logistics*), manajemen distribusi dan transportasi pada umumnya melakukan sejumlah fungsi dasar yang terdiri dari (Pujawan, 2010):

1. Melakukan segmentasi dan menentukan target *service level*. Segmentasi pelanggan perlu dilakukan karena kontribusi *service level* pada *revenue* perusahaan bisa sangat bervariasi dan karakteristik setiap pelanggan bisa sangat berbeda antar satu dengan lainnya. Dengan memahami perbedaan karakteristik dan kontribusi tiap pelanggan atau area distribusi perusahaan bisa mengoptimalkan lokasi persediaan maupun kecepatan pelayanan.

2. Menentukan mode transportasi yang akan digunakan. Manajemen transportasi harus menentukan mode apa yang digunakan dalam mengirim atau mendistribusikan produk ke pelanggan. Kombinasi dua atau lebih mode transportasi tentu dapat digunakan terhadap situasi yang dihadapi.
3. Melakukan konsolidasi informasi dan pengiriman. Untuk melakukan pengiriman yang cepat namun dengan biaya yang murah menjadi pendorong utama perlu adanya konsolidasi informasi maupun pengiriman.
4. Melakukan penjadwalan dan penentuan rute pengiriman. Salah satu kegiatan operasional yang dilakukan oleh gudang atau distributor adalah menentukan kapan sebuah truk harus berangkat dan rute mana saja yang harus dilalui untuk memenuhi permintaan dari sejumlah pelanggan. Penjadwalan dan penentuan rute pengiriman adalah hal yang terpenting dalam melakukan pendistribusian produk hingga ke *end customer* maka dari itu keputusan yang diambil dalam menentukan jadwal dan rute pengiriman dapat berimbas pada total biaya pengiriman yang dikeluarkan oleh perusahaan.
5. Memberikan pelayanan nilai tambah. Beberapa proses nilai tambah yang bisa dikerjakan oleh distributor adalah pengepakan, pelabelan harga, pemberian *barcode*, dan sebagainya.
6. Menyimpan persediaan. Jaringan distribusi selalu melibatkan proses penyimpanan produk baik di suatu gudang pusat atau gudang regional.
7. Menangani pengembalian (*return*). Manajemen distribusi mempunyai tanggung jawab untuk melaksanakan kegiatan pengembalian produk dari hilir ke hulu dalam *supply chain*. Pengembalian ini karena produk rusak atau tidak terjual sampai batas waktu penjualan habis. Proses pengembalian produk biasa disebut dengan *reverse logistic*.

### 2.3.2 Strategi Distribusi

Secara umum ada tiga strategi distribusi produk dari pabrik ke pelanggan. Masing-masing dari strategi ini memiliki keunggulan dan kekurangan. Berikut adalah strategi distribusi (Pujawan, 2010):

#### 1. Pengiriman langsung (*Direct Shipment*)

Pada strategi ini pengiriman dilakukan langsung dari pabrik ke pelanggan tanpa melalui gudang atau fasilitas penyangga jadi dengan strategi ini kebutuhan gudang atau fasilitas penyangga akan ditiadakan. Strategi ini cocok digunakan untuk barang yang memiliki *life cycle* produk yang pendek dan barang yang mudah rusak dalam proses bongkar muat atau pemindahannya. Tetapi terkadang biaya transportasi yang dikeluarkan lebih tinggi

akibat berkurangnya kesempatan *economies of skill* yang tinggi pada aktifitas transportasi. Keunggulan yang lain adalah pendeknya waktu kirim dari pabrik ke pelanggan dan pengurangan inventori pada *supply chain*. Strategi ini akan memberikan risiko yang lebih tinggi apabila terjadi ketidakpastian permintaan maupun ketidakpastian pasokan yang relatif tinggi.

## 2. *Cross-Docking*

Pada strategi ini produk akan mengalir lewat fasilitas *cross dock* yang berada di antara pabrik dan pelanggan. *Cross-docking* memiliki kendaraan yang menjemput dan yang mengirim akan berada pada titik penjemputan untuk melakukan transfer muatan. Secara umum kelebihan strategi ini adalah pengiriman dapat relatif lebih cepat dan tetap bisa mencapai *economies of transportation* yang baik karena adanya konsolidasi. Kelemahan dari strategi ini adalah kebutuhan investasi sistem yang biasanya cukup tinggi untuk menciptakan visibilitas informasi serta koordinasi antara pabrik dengan pelanggan maupun antar pabrik dan dengan para pelanggan.

## 3. *Distribution Centre*

Pusat distribusi merupakan fondasi dalam jaringan *supply chain*. Lokasi pusat harus tepat atau lokasi yang strategis agar biaya transportasi yang dikeluarkan oleh perusahaan dapat di minimalisir. Pemasok akan mengirimkan produk-produknya ke pusat distribusi. Pusat distribusi akan menyimpan produk tersebut sampai adanya permintaan dari *retailer* dan akan mengirimkannya sesuai dengan jumlah yang diminta. Rantai pada jaringan *retailer* yang terbentuk dibagi berdasarkan wilayah geografis dan sebuah *distribution centre* dibangun pada setiap daerah berdasarkan kedekatan geografisnya.

### 2.3.3 Moda Transportasi

Perusahaan perlu memahami dengan baik kelayakan, keunggulan, dan kelemahan tiap jenis alat transportasi dalam membuat keputusan pengiriman atau distribusi produk. Pada situasi tertentu perusahaan mungkin tidak ada pilihan terhadap moda transportasi apa yang akan digunakan misalnya pengiriman batas benua untuk produk-produk dengan volume besar pasti menggunakan transportasi air atau kapal, namun pada situasi lain ada kemungkinan beberapa alternatif yang layak untuk dipertimbangkan.

Pemilik barang yang berkepentingan barangnya untuk dikirim biasanya disebut sebagai *shipper*, sedangkan pihak yang bertugas melakukan pengiriman dinamakan *carrier*. Beberapa hal yang dipakai sebagai dasar pertimbangan dalam mengevaluasi moda transportasi adalah (Pujawan, 2010).

1. Dilihat dari sudut pengirim atau *carrier*, hal-hal yang perlu dipertimbangkan adalah biaya-biaya yang terlibat mulai dari biaya alat transportasinya sendiri (bisa berupa biaya beli atau sewa alat transportasi), biaya operasional tetap, biaya operasional variabel, biaya-biaya lain seperti biaya *overhead* juga harus dipertimbangkan. Disisi lain beberapa aspek yang tidak langsung terkait dengan biaya seperti kecepatan, volume yang diangkut, maupun fleksibilitas dalam melakukan pengiriman.
2. Dari sisi *shipper* pertimbangannya didasarkan pada berbagai ongkos yang timbul pada *supply chain*, termasuk ongkos selain yang terkait langsung dengan transportasi harus memperhitungkan biaya persediaan, biaya *loading-unloading*, dan biaya fasilitas *trade-off* antar berbagai ongkos tersebut harus dicari dalam menentukan mode mengakibatkan inventori turun signifikan.

#### **2.4 Routing dan Scheduling dalam Transportasi**

Menurut Bowersox (2002), divisi transportasi suatu perusahaan bertanggung jawab terhadap pengelolaan transportasi (pengiriman barang) agar barang dapat sampai ke tempat tujuan dengan kondisi yang tepat, waktu yang tepat, dan tempat tujuan yang tepat. Keterlambatan pengiriman akan mengakibatkan biaya semakin besar. Beberapa faktor yang harus menjadi pertimbangan dalam transportasi suatu perusahaan/industri yaitu sebagai berikut :

1. Jumlah barang yang diangkut, sifat barang dan persyaratan kemasan barang.
2. Total biaya angkutan dan penentuan besarnya tarif angkutan.
3. Penentuan jenis alat angkutan yang tepat.
4. Penentuan rute/trayek, bongkar muat dan transshipment.
5. Jarak tempuh dan waktu perjalanan.
6. Keamanan barang, risiko kerusakan barang dan asuransi.
7. Dokumentasi dan administrasi pengiriman barang.

Penjadwalan (*scheduling*) dan pemetaan (*routing*) jalan merupakan salah satu aktifitas yang sangat penting dalam transportasi barang dari perusahaan ke konsumen. Divisi transportasi dalam suatu perusahaan harus mempertimbangkan beberapa hal penting yang mempengaruhi kinerja pengiriman. Hal-hal tersebut antara lain :

1. Lama waktu untuk pembuatan order.
2. Lama waktu untuk penerimaan order.
3. Lama waktu untuk pemesanan armada milik perusahaan rekanan.
4. Lama waktu untuk pembuatan dokumen/administrasi pengiriman.

5. Lama waktu untuk persiapan barang.
6. Lama waktu untuk muat/bongkar barang.

#### 2.4.1 Penyusunan Rute Kendaraan

Masalah terpenting dalam keputusan operasional yang berhubungan dengan transportasi dalam *supply chain* yaitu penentuan dan penjadwalan rute pengiriman. Seorang manajer harus memutuskan konsumen mana saja yang akan dikunjungi oleh kendaraan tertentu dan bagaimana urutan kunjungan yang akan dilalui oleh kendaraan tersebut. Tujuan utama dari penentuan rute dan jadwal pengiriman yaitu untuk meminimasi biaya total dari penyediaan pelayanan. Biaya yang dimaksud terdiri dari biaya transportasi, biaya gaji karyawan, dan biaya tetap seperti biaya perawatan kendaraan, retribusi jalan, dan biaya pajak kendaraan. (Pujawan, 2010)

Masalah penentuan dan penjadwalan disajikan dalam bentuk sebuah grafik jaringan (*network*). Penggambaran permasalahan dengan suatu jaringan akan mempermudah visualisasi permasalahan yang sedang dihadapi. Fisibilitas dari sebuah rute dapat dinilai dari:

1. Sebuah rute harus mencakup semua *node* yang ada
2. Sebuah *node* hanya dikunjungi satu kali
3. Sebuah rute harus berawal dan berakhir di depot.

Hasil akhir yang diperoleh dari penerapan *routing* dan *scheduling* sistem pada umumnya hampir sama. Secara umum, rute secara spesifik memperlihatkan tahapan kunjungan terhadap *node-node* yang ada sedangkan penjadwalan secara spesifik mengidentifikasi waktu kunjungan bagi setiap *node*. Klasifikasi dari permasalahan penentuan dan penjadwalan rute tergantung pada beberapa karakteristik sistem pengiriman seperti kapasitas armada pengiriman, dimana garasi kendaraan serta apa tujuan yang akan dicapai dalam penentuan dan penjadwalan rute pengiriman. (Pujawan, 2010)

Secara sederhana klasifikasi masalah penentuan rute dan penjadwalan sebagai berikut (Haksever, 2000):

1. *Travelling Salesman Problem* (TSP), merupakan kasus yang paling sederhana dimana sebuah kendaraan mengunjungi semua *node* yang ada.
2. *Multiple Traveling Salesman problem* (MTSP), merupakan perluasan dari kasus TSP. MTSP terjadi ketika sebuah armada harus mengawali rute dari suatu depot. Karakteristik MTSP adalah setiap *node* dapat hanya dilayani satu kendaraan namun satu kendaraan dapat melayani lebih dari satu *node*. Pada MTSP tidak ada batasan mengenai jumlah muatan yang dapat dibawa.

3. *Vehicle Routing Problem* (VRP), merupakan masalah penentuan rute dan penjadwalan dimana diadakan beberapa pembatasan misalnya kapasitas dari beberapa kendaraan atau waktu pengiriman serta ada kemungkinan permintaan atau situasi yang berubah-ubah.

#### 2.4.2 Penentuan Rute

Menurut Lenstra dan Rinnooy (2001), dalam perencanaan transportasi dikenal tahapan *assignment* dimana setelah ditetapkan metode transportasi maka langkah selanjutnya ialah menetapkan rute distribusi perjalanan pada armada yang tersedia. Penjadwalan yang efisien dan penyusunan rute yang baik dapat menghemat waktu pengantaran bagi kendaraan, dan hasil yang didapatkan ialah berkurangnya biaya operasi. Teknik-teknik modern dalam penyusunan rute melalui komputer telah berhasil diterapkan pada beberapa industri.

Ilmu yang berhubungan langsung dengan penetapan rute adalah analisis path (*path analysis*). Penentuan rute ini dapat dikelompokkan dalam dua kelompok, yaitu:

1. Penelusuran Busur (*Edge-covering*)

Penelusuran busur merupakan suatu masalah penentuan rute yang menekankan pada penelusuran busur/ruas jalan. Hal ini berarti dalam suatu jaringan tertentu semua busur harus dilalui paling sedikit satu kali.

2. Penelusuran *Node* (*Node-covering*)

Penelusuran *node*/puncak merupakan suatu masalah penentuan rute yang menekan tercapainya *node*/titik-titik tertentu yang ada pada suatu jaringan. Hal ini berarti dalam suatu jaringan tertentu semua *node* harus disinggahi minimal satu kali, dan yang menjadi dasar pemikiran penelusuran *node* adalah *travelling salesman problem* dan *vehicle routing problem*.

Penelusuran *node* dalam penentuan rute terbagi dalam dua kelompok, yaitu:

- a. Penelusuran *node* dengan rute awal dan akhir kunjungan berbeda. Penelusuran rute jenis ini diawali dari suatu *node* awal (*node* 1) melalui *node* yang terdapat dalam suatu sistem jaringan yang sedemikian rupa akan berakhir pada *node* yang berbeda (*node* 2) serta akan memperoleh jarak yang minimal. Masalah ini merupakan masalah lintas terpendek (*shortest path problem*)
- b. Penelusuran *node* dengan rute awal dan akhir kunjungan sama. Penelusuran jenis ini diawali dan diakhiri pada satu *node* yang sama setelah terlebih dahulu melintas pada semua *node* yang ada dalam suatu sistem jaringan sehingga memperoleh jarak minimum. Masalah ini merupakan masalah penentu rute (*routing problem*)

Menurut Lenstra dan Rinnooy (2001), angkutan barang merupakan perpindahan barang antara tempat dengan menggunakan kendaraan bermotor. Masalah yang timbul dalam penentuan rute angkutan barang ini adalah merancang rute yang optimal sehingga diperoleh ongkos, waktu, dan jarak yang optimal.

Permasalahan ini dapat dibagi ke dalam tiga kelompok, yaitu:

1. Penentuan rute harian

Penentuan rute harian merupakan perancangan rute angkutan barang untuk satu hari perjalanan, sehingga perjalanan berikutnya harus dirancang kembali

2. Penentuan rute periodik

Penentuan rute periodik merupakan rancangan rute angkutan barang pada suatu periode tertentu, dimana tidak semua konsumen dilayani pada setiap harinya, sehingga selain merancang rute juga harus ditentukan terlebih dahulu konsumen yang akan dilayani

3. Penentuan rute tetap

Penentuan rute tetap merupakan perancangan rute angkutan barang yang terus berlaku pada suatu periode tertentu tanpa menjalani perubahan.

## **2.5 Cluster First Route Second**

Menurut Cordeau et al (2007) salah satu metode penyelesaian VRP yakni dengan metode heuristik dua fase. Metode tersebut berdasarkan penguraian proses penentuan solusi VRP ke dalam dua permasalahan terpisah yakni:

1. *Clustering* atau pengelompokkan: menentukan pembagian *customer* ke dalam kelompok masing-masing sesuai rute, dan
2. Menentukan rute: menentukan urutan *customer* yang dikunjungi untuk masing-masing rute.

Pada metode *cluster first route second*, *customer* yang dikelompokkan ke dalam *cluster-cluster* terlebih dahulu untuk kemudian ditentukan urutan *customer* yang dikunjungi. Terdapat beberapa teknik berbeda dalam melakukan pengelompokkan, sementara ini penentuan rute dilakukan dengan TSP. Pengelompokkan tersebut diantaranya menggunakan Algoritma *Sweep*, Algoritma Fisher dan Jaikumar, dan Algoritma Petal.

## **1.6 Algoritma Sweep**

Menurut Nurchayo et al (2002), Algoritma *Sweep* terdiri dari dua tahap yakni *clustering* pada tahap pertama, dan pembangkitan rute pada tahap keduanya. Algoritma *Sweep* pertama kali dikenalkan Gillet & Miller pada 1974 dimana *clustering*nya dimulai dengan

menempatkan depot sebagai titik pusat koordinat dan dikelilingi *nodes* yang tersebar secara acak sesuai letak geografisnya. Langkah selanjutnya yakni “menyapu” mulai dari depot yang dilanjutkan dengan *nodes* terdekat atau *nodes* yang memiliki sudut polar terkecil, secara kontinyu dilanjutkan hingga kapasitas kendaraan terpenuhi. Kemudian setelah *cluster* terbentuk, dilanjutkan dengan pembangkitan rute. Algoritma *Sweep* dapat diimplementasikan menggunakan dua metode yang berbeda yakni *forward sweep* dan *backward sweep*. Pada *forward sweep* sapuan dilakukan searah jarum jam, sementara itu pada *backward Sweep* sapuan dilakukan berlawanan arah jarum jam.

Suthikarnnarunai (2008) menjelaskan bahwa Algoritma *Sweep* merupakan suatu metode untuk *clustering customer* ke dalam kelompok-kelompok sehingga *customer* dalam kelompok yang sama terdiri dari *customer* yang dekat secara geografis dan dapat dilayani dengan kendaraan yang sama. Tahapan *clustering* menggunakan Algoritma *Sweep* sebagai berikut:

1. Tempatkan depot sebagai titik tengah dari bidang dua dimensi
2. Hitung koordinat polar masing-masing *customer* terhadap depot
3. Mulai melakukan “*Sweep*” seluruh *customer* menurut kenaikan sudut polar
4. Memasukkan masing-masing *customer* yang dicakup “sapuan” ke dalam *cluster* saat ini
5. Berhenti “menyapu” ketika tambahan *customer* selanjutnya berakibat melanggar batasan maksimal kapasitas kendaraan
6. Buat *cluster* baru dengan melanjutkan “sapuan” dari titik yang ditinggalkan terakhir kali
7. Ulangi langkah 4-6 hingga seluruh *customer* masuk ke dalam *cluster*

### **1.7 Travelling Salesman Problem (TSP)**

Diaby (2007) menuliskan definisi TSP sebagai permasalahan dalam penentuan urutan kota yang dikunjungi oleh kendaraan harus mengunjungi beberapa kota, berawal dan berakhir pada kota yang sama, dan setiap kota harus dikunjungi tepat satu kali.

Menurut Klansek (2011), TSP merupakan permasalahan optimasi kombinatorial untuk menentukan rute yang optimal dimana setiap lokasi hanya dapat dikunjungi tepat satu kali. TSP dapat diformulasikan dalam bentuk MILP dimana parameternya dapat berupa diskrit maupun kontinu. Model formulasi TSP secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Z_{\text{Min}}: \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{i,j} y_{i,j} \quad (2-1)$$

Batasan:

$$\sum_{i=1}^n y_{i,j} = 1 \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (2-2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{i,j} = 1 \quad j=1,2,3,\dots,n \quad (2-3)$$

$$t_i + t_j \leq n(1 - y_{i,j}) - 1 \quad i,j=1,2,3,\dots,n \quad (2-4)$$

$$y_{i,j} \in \{0,1\} \quad i,j=1,2,3,\dots,n$$

$$t_i \in \{1,2,3, \dots, n\} \quad i=1,2,3,\dots,n$$

Dimana:

$d_{i,j}$  = batasan yakni jarak lintasan,

$i$  = index yakni titik pertama pada lintasan,

$j$  = index yakni titik kedua pada lintasan,

$n$  = batasan yakni jumlah *node*

$t_i$  = variabel yakni posisi dalam rute dimana *node* tersebut dikunjungi

$y_{i,j}$  = variabel keputusan yakni keputusan dipilih atau tidaknya lintasan tersebut dalam sebuah rute.

$z$  = fungsi tujuan yakni meminimalkan total jarak tempuh rute kendaraan.

Setiap *node*  $i$  mempresentasikan lokasi yang harus dikunjungi, dimana lintasan  $i,j$  menyatakan terjadinya hubungan antara dua lokasi  $d_{i,j}$  dapat merepresentasikan biaya perjalanan, waktu perjalanan atau jarak antara dua lokasi. Oleh karena itu, fungsi tujuan  $z$  dapat berupa meminimalkan biaya perjalanan, waktu perjalanan, atau jarak perjalanan.

Fungsi tujuan yang dituliskan dalam persamaan (1) menyatakan bahwa fungsi matematis bertujuan untuk meminimalkan jarak atau waktu atau biaya perjalanan. Batasan (2) dan batasan (3) memastikan bahwa setiap lokasi dikunjungi dan ditinggalkan tepat satu kali. Batasan (2) dan (3) dalam persamaan tidak cukup memastikan solusi optimal yang terbentuk tidak meyertakan sub rute oleh karena itu digunakan batasan (4) untuk menghalangi adanya sub rute. TSP dapat sangat berguna diterapkan dalam bidang industri diantaranya dalam memilih urutan barang yang diambil pada gudang menentukan urutan pekerjaan, dan *vehicle routing problem*.

## 2.8 Vehicle Routing Problem (VRP)

Salah satu klasifikasi masalah penentuan rute dan penjadwalan adalah *Vehicle Routing Problem* (VRP). VRP merupakan istilah yang diberikan untuk sebuah permasalahan dimana sejumlah konsumen dikunjungi oleh sejumlah kendaraan dan tiap konsumen hanya dapat

dikunjungi oleh tepat satu kendaraan saja (Kallehauge et al., 2000). Tujuan dari VRP adalah untuk melakukan pengiriman kepada konsumen sesuai permintaan yang telah ditentukan, melalui rute kendaraan dengan biaya minimal dimana rute kendaraan tersebut berawal dan berakhir di depot. Dalam artikel *Vehicle Routing Problems* (Gambardella, 2000) permasalahan ini pertama kali diformulasikan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1950. Permasalahan ini digunakan untuk mendesain rute bagi kendaraan sehingga dapat mengakomodasi keterbatasan dan tujuan yang akan dicapai. Menurut Laporte (1991), VRP didefinisikan sebagai suatu *Graph*  $G=(V,A)$  dimana  $V=\{1,\dots,n\}$  merupakan sebuah set *vertex* yang mewakili konsumen-konsumen dengan depot diwakili oleh *vertex* 1 dan  $A$  adalah sebuah set *arcs*. Dimana setiap *arc*  $(i,j)$   $i \neq j$  diartikan sebagai matrik jarak non-negatif  $C=(c_{ij})$ . Dalam beberapa masalah  $c_{ij}$  dapat berupa *travel cost* atau *travel time*. Sedangkan  $A = \{(i,j) : i,j \in V, i < j\}$  merupakan sebuah *set edge* (garis kosong). VRP terdiri dari hal-hal sebagai berikut:

1. Menentukan  $n$  *vehicle route* dengan minimasi total biaya.
2. Semua rute kendaraan mulai dan berhenti pada suatu depot.
3. Setiap konsumen dikunjungi tepat satu kali oleh tepat satu kendaraan.
4. Total *demand* setiap rute tidak melebihi kapasitas maksimal kendaraan.
5. Panjang rute tidak melebihi batasan panjang maksimal rute yang telah ditetapkan.

## 2.9 Metode Penyelesaian VRP

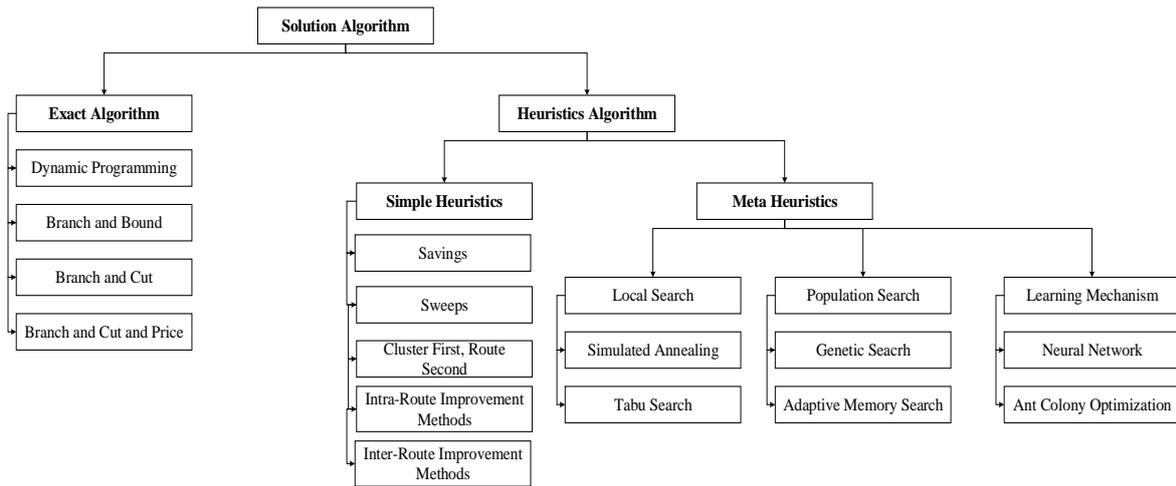
Permasalahan VRP dapat diselesaikan dengan beberapa metode diantaranya dengan menggunakan algoritma eksak, heuristik, dan metaheuristik. Berdasarkan variasi VRP dan waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan permasalahan dapat menggunakan algoritma eksak. Dalam keadaan ini, algoritma eksak memiliki keterbatasan yaitu hanya dapat merespon 50 hingga 100 titik *customer* (Kumar et al, 2012).

VRP merupakan *hard combinatorial optimization problem* yang memiliki peluang kecil dalam mendapatkan solusi optimum global. Berikut ini merupakan teknik-teknik penyelesaian masalah VRP yang paling sering digunakan ([www.neo.lcc.uma.es](http://www.neo.lcc.uma.es)):

1. Pendekatan *Exact*: seperti namanya, pendekatan ini dimaksudkan untuk memperhitungkan setiap solusi yang mungkin sampai solusi yang terbaik didapatkan. Pendekatan *exact* terdiri dari:
  - a. *Branch and bound* (up to 100 nodes)
  - b. *Branch and cut*

2. *Heuristics*: metode heuristik melakukan pencarian solusi pada *search space* yang lebih terbatas dan biasanya menghasilkan solusi yang baik dengan waktu perhitungan yang lebih cepat. Metode ini dikembangkan antara tahun 1960 sampai tahun 1990. Metode heuristik dibagi menjadi tiga jenis, yaitu:
  - a. *Constructive Method*: Dua teknik inti yang digunakan dalam metode ini adalah menggabungkan dua rute yang telah ada dengan menggunakan *saving criterion* dan secara bertingkat menandai *vertex* dari rute kendaraan menggunakan *insertion cost*. Yang termasuk dalam metode ini yaitu:
    - *Savings: Clark and Wright*
    - *Matching Based*
    - *Multi-route Improvement Heuristics*
  - b. *2-Phase Algorithm*: metode ini dibagi kedalam dua komponen dasar dengan kemungkinan *looping* antara kedua *stages*:
    - 1) Menggabungkan vertex-vertex kedalam rute yang mungkin
    - 2) Membangun rute yang sesungguhnya
 Metode *2-Phase Algorithm* dibagi menjadi dua bagian besar:
    - 1) *Cluster-First, Route-Second Algorithms*
    - 2) *The Petal Algorithm*
    - 3) *The Sweep Algorithm*
    - 4) *Route-First, Cluster-Second Algorithms*
3. *Meta-Heuristics*: metode ini menekankan pada pencarian solusi dengan eksplorasi yang lebih mendalam pada semua daerah yang menjanjikan dari area solusi. Kualitas solusi yang dihasilkan oleh metode ini jauh lebih baik dari solusi yang dihasilkan metode *heuristic*. *Meta-Heuristics* terdiri dari:
  - a. *Ant Algorithms*
  - b. *Constraint Programming*
  - c. *Deterministic Annealing*
  - d. *Genetic Algorithms*
  - e. *Simulated Annealing*
  - f. *Tabu Search*

Sandhya & Kumar (2013) menggambarkan algoritma solusi permasalahan VRP dalam bagan sebagai berikut:



Gambar 2.1 Solusi permasalahan VRP

Sumber: Sandhya & Kumar (2013)

Selain metode yang disebutkan seperti diatas, beberapa peneliti juga mengembangkan beberapa metode penyelesaian seperti *Lagrangian Duality* yang dikemukakan Kallehauge et al (2001), model *Integer Programming* yang diselesaikan dengan Algoritma *Shortest Path* yang dikemukakan Azi, et al (2006), model *mixed integer programming* yang dikemukakan Toth & Vigo (2014) serta Dondo & Cendra (2006).

## 2.10 Klasifikasi Varian VRP

Terhadap beberapa variasi VRP yang sangat bergantung pada jumlah faktor pembatas dan tujuan yang akan dicapai. Pembatas yang paling umum digunakan yaitu jarak, waktu, dan kapasitas (Indra dkk, 2014). Tujuan yang ingin dicapai biasanya meminimalkan jarak tempuh, waktu, maupun biaya. Beberapa contoh variasi VRP di antaranya adalah:

1. VRP *with multiple trips* yaitu setiap kendaraan dapat melakukan lebih dari satu rute untuk memenuhi kebutuhan pelanggan.
2. VRP *with time windows* yaitu setiap pelanggan dilayani oleh kendaraan dengan memiliki waktu pelayanan tertentu.
3. VRP *with pick-up and delivery* yaitu terdapat sejumlah barang yang perlu dipindahkan dari lokasi penjemputan tertentu ke lokasi pengiriman lainnya.
4. *Capacitated VRP* yaitu kendaraan yang memiliki keterbatasan daya angkut (kapasitas) barang yang harus diantarkan ke suatu tempat.
5. VRP *with multiple products* yaitu pelanggan memiliki pesanan lebih dari satu jenis produk yang harus diantarkan.
6. VRP *with multiple depots* yaitu depot awal untuk melayani pelanggan lebih dari satu.

7. *Periodic VRP* yaitu adanya horison perencanaan yang berlaku untuk satuan waktu tertentu, dan
8. *VRP with heterogeneous fleet of vehicles* yaitu kapasitas antara satu kendaraan dengan kendaraan lainnya tidak selalu sama. Jumlah dan tipe kendaraan diketahui.

Telah disebutkan sebelumnya bahwa ada berbagai variasi dari VRP. Masing-masing varian memiliki faktor pendorong tersendiri dan masalah tersendiri. Pada penelitian ini, ada tiga varian VRP yang memiliki hubungan dengan kasus yang diteliti, yaitu *Capacitated VRP* (CVRP), *Vehicle Routing Problem with Multiple Trips and Fixed Fleet Split Delivery* (VRPMTFFSD), dan *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW).

### 2.10.1 *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW)

Menurut Kallehauge et al. (2001) VRPTW merupakan perluasan dari VRP, jika pada VRP ditambahkan *time window* pada masing-masing konsumen maka permasalahan tersebut menjadi VRPTW. Pada VRPTW, selain adanya kendala kapasitas kendaraan terdapat pula tambahan kendala yang mengharuskan kendaraan untuk melayani tiap konsumen pada *time frame* tertentu. Kendaraan boleh datang sebelum *time window* "open", tetapi konsumen tidak dapat dilayani sampai *time window* "open". Kendaraan tidak boleh datang setelah *time window* "closed".

Thangiah (1995) mendefinisikan VRPTW sebagai permasalahan untuk menjadwalkan sekumpulan kendaraan dengan kapasitas dan *travel time* terbatas dari *central depot* ke beberapa konsumen yang tersebar secara geografis dengan *demand* diketahui dalam *time windows* tertentu. *Time windows* adalah *two sided*, yang berarti bahwa tiap konsumen harus dilayani saat atau setelah *earliest time*, dan sebelum *latest time* dari konsumen tersebut. Jika kendaraan datang ke konsumen sebelum *earliest time* dari konsumen tersebut, maka akan menghasilkan *idle* atau waktu tunggu. Kendaraan yang datang ke konsumen setelah *latest time* adalah *tardy* (terlambat). Terdapat pula waktu *service* yang diperlukan untuk melayani tiap konsumen. Biaya rute dari suatu kendaraan merupakan total dari waktu *travel* (proporsional dengan jarak), waktu tunggu, dan waktu *service*, yang diperlukan untuk mengunjungi sekumpulan konsumen.

Homberger dan Gehring (1999) mendefinisikan masalah VRPTW sebagai berikut:  $n$  konsumen akan dilayani dari sebuah *depot*, dengan sejumlah kendaraan yang memiliki kapasitas  $Q$  yang sama. Untuk tiap konsumen  $i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , terdapat *demand*  $q_i$ , waktu *service*  $s_i$ , dan *service time window*  $z_i=[e_i, f_i]$ . *Lower bound*  $e_i$  merupakan waktu paling awal untuk melakukan *service*, dan *upper bound*  $f_i$ , waktu paling lambat untuk melakukan *service*.

*Demand*  $q_i$  dari konsumen  $i$  harus dipenuhi dengan sekali *service* saja, dalam batas *time window*  $z_i$ . Sebagai tambahan,  $e_0$  merupakan waktu paling awal untuk kendaraan berangkat dari *depot*  $i$ ,  $i=0$ , dan  $f_0$  merupakan waktu paling lambat untuk kendaraan kembali ke *depot*. Data mengenai lokasi dari *depot*, dan konsumen, jarak terpendek  $d_{ij}$ , serta waktu *travel*  $d'_{ij}$  antara dua lokasi, diketahui. Tujuannya untuk menentukan jadwal rute yang *feasible*, yaitu pertama untuk meminimalkan jumlah kendaraan, dan kedua untuk meminimalkan total jarak *travel*. Konsumen tidak dapat dilayani diluar *time window* mereka masing-masing. Tetapi kendaraan diperbolehkan untuk datang sebelum *lower bound* dari *time window*. Apabila hal ini terjadi, maka kendaraan harus menunggu sampai batas waktu paling awal *service* tersebut dapat dilakukan.

Ketiga definisi VRPTW diatas, membahas VRPTW dengan *hard time windows*, yaitu tiap kendaraan diperbolehkan untuk sampai ke konsumen  $i$  sebelum waktu pelayanan paling awal konsumen tersebut ( $e_i$ ), tetapi tidak diperbolehkan datang melewati batas waktu pelayanan paling akhir konsumen itu ( $l_i$ ). Bila kendaraan datang ke konsumen  $i$  sebelum batas waktu  $e_i$ , maka akan dikenakan waktu tunggu sampai batas waktu  $e_i$  tersebut. Berikut adalah definisi formal dari VRPTW. ([www.neo.lcc.uma.es](http://www.neo.lcc.uma.es))

1. *Objective*: meminimasi jumlah armada transportasi yang digunakan dan jumlah waktu tempuh dan waktu tunggu yang dibutuhkan untuk melayani konsumen dalam batas waktu mereka.
2. *Feasibility*: VRPTW adalah VRP dengan tambahan batasan berikut: Sebuah solusi *infeasible* jika pengiriman pada konsumen dilakukan setelah *upper bound* dari *time window* konsumen itu. Kendaraan yang datang sebelum batas bawah dari *time window* menyebabkan tambahan waktu tunggu pada rute tersebut. Setiap rute harus dimulai dan berakhir di *depot* dan berada dalam batas *time window*. Dalam masalah *soft time windows*, pengiriman yang terlambat tidak berpengaruh pada *feasibility* dari solusi tetapi diharuskan untuk menambahkan sebuah nilai pada fungsi tujuan.

### 2.10.2 Model Matematis VRPTW

Model matematis VRPTW yang dikembangkan seringkali memiliki fungsi tujuan yang beragam. Azi et al. (2007) memformulasikan VRPTW dengan tujuan untuk mengurangi jarak keseluruhan untuk melayani *customer* dengan tetap memenuhi batasan kapasitas, *time window*, dan *deadline*. Kallehauge et al. (2001) mengembangkann model matematis VRPTW dalam bentuk secara umum dengan fungsi tujuan meminimalkan total *cost* dan

batasan bahwa setiap *customer* dilayani satu kali, setiap rute berawal dan berakhir di depot, batasan *time windows* serta batasan kapasitas.

Model matematis Kallehauge et al. (2001) memiliki notasi diantaranya sebagai berikut:

$V$	= kumpulan kendaraan dengan kapasitas yang sama
$C$	= kumpulan <i>customer</i>
$G$	= grafik berarah yang terdiri dari $ C  + 2$ <i>vertices</i>
$N$	= kumpulan titik yang terdiri dari <i>customer</i> dan depot
$A$	= kumpulan <i>arc</i> /jalur
$0$	= depot sebagai awal rute
$n+1$	= depot sebagai akhir rute
$q$	= kapasitas kendaraan
$d_i$	= permintaan <i>customer</i>
$c_{ij}$	= biaya perjalanan
$t_{ij}$	= waktu perjalanan ditambah waktu pelayanan
$a_i, b_i$	= <i>time windows</i>

Model VRPTW mengharuskan kendaraan harus tiba pada *customer* sebelum  $b_i$ , tetapi dapat datang sebelum  $a_i$  dengan konsekuensi kendaraan harus menunggu sampai *customer* siap dilayani yakni setelah  $a_i$ . Depot memiliki *time windows* yang diasumsikan identik yang disebut *scheduling horizon* atau horizon penjadwalan dan dinotasikan dengan  $[a_0, b_0]$ . Kendaraan tidak boleh meninggalkan depot sebelum  $a_0$  dan harus kembali atau tepat ketika  $b_{n+1}$ .

Model Kallehauge et al. (2001) terdiri dari dua variabel keputusan yakni  $x$  dan  $s$ . Untuk setiap  $(i, j)$ , dimana  $i \neq j$ ,  $i \neq n + 1$ ,  $j \neq 0$ , dan setiap kendaraan  $k$ ,  $x_{ij}$  didefinisikan:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{jika kendaraan } k \text{ tidak melakukan perjalanan dari titik } i \text{ ke titik } j \\ 1 & \text{jika kendaraan } k \text{ melakukan perjalanan dari titik } i \text{ ke titik } j \end{cases}$$

Variabel keputusan  $s_{ik}$  menunjukkan waktu dimulai pelayanan pada *customer*  $i$  oleh kendaraan  $k$ . Jika kendaraan  $k$  tidak melayani *customer*  $i$ , maka  $s_{ik}$  tidak berarti apapun. Adapun model matematisnya dituliskan sebagai berikut:

$$Z_{VRPTW} = \text{minimize} \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ijk} \quad (2-5)$$

Batasan:

$$\sum_{k \in V} \sum_{i \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C \quad (2-6)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq q \quad \forall k \in V \quad (2-7)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in V \quad (2-8)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in C \forall k \in V \quad (2-9)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2-10)$$

$$s_{ik} + t_{ij} - K(1 - x_{ijk}) \leq s_{jk} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V \quad (2-11)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in N, \forall k \in V \quad (2-12)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V \quad (2-13)$$

Fungsi tujuan yang digambarkan dengan persamaan (5) menyatakan bahwa tujuan dari model Kallehauge et al. (2001) yakni untuk meminimalkan biaya perjalanan. Batasan yang dirumuskan dengan persamaan (6) menyatakan bahwa setiap *customer* dikunjungi tepat satu kali. Batasan (7) menunjukkan batasan bahwa kendaraan tidak boleh mengangkut melebihi kapasitas yang diperbolehkan. Batasan (8) menunjukkan bahwa setiap kendaraan bermula dari depot, batasan (9) menunjukkan bahwa setelah mengunjungi satu *customer* maka kendaraan akan pergi meninggalkan *customer* tersebut untuk menuju *customer* selanjutnya, dan batasan (10) menyatakan bahwa setiap kendaraan akan berakhir di depot. Batasan (11) digunakan untuk menyatakan bahwa kendaraan *k* tidak diperbolehkan sampai *customer j* sebelum  $s_{ik} + t_{ij}$  atau sebelum waktu dimulai pelayanan dan waktu perjalanan dari *i* ke *j*, dimana *K* merupakan bilangan nol yang bernilai besar. Batasan yang dituliskan oleh batasan (12) memastikan bahwa batasan times windows masing-masing *customer* terpenuhi dan batasan (13) menyatakan bahwa variable keputusan  $x_{ijk}$  bernilai biner. Sebagai catatan bahwa, kendaraan yang tidak dipergunakan akan memiliki rute kosong 0,  $n + 1$ .

## 2.11 Mixed Integer Linear Programming

Penentuan jalur terpendek dalam pendistribusian produk tergolong dalam permasalahan riset operasi, dimana penyelesaian permasalahan tersebut selalu didahului dengan pembuatan model matematika dari persoalan yang ada. Program linier merupakan salah satu model yang paling banyak aplikasinya meskipun secara umum penyelesaian bukanlah bilangan bulat (Siang, 2011).

Permasalahan program linier atau Linier Programming Problems dalam beberapa kasus nyata, variabelnya tidak hanya berupa bilangan riil akan tetapi berupa bilangan integer atau lebih membatasi berupa bilangan biner yang hanya bernilai 0 atau 1 (Castillo et al., 2002). *Mixed Integer Linier Programming* (MILP) merupakan integer linier programming dimana beberapa variabelnya dapat berupa integer dan yang lain dapat bernilai kontinu. MILP juga dapat digunakan untuk memodelkan berbagai masalah dengan cakupan yang luas. Saat ini, MILP sangat diperlukan sebagai *tools* dalam bidang bisnis dan teknik (Vielma, 2015).

Kelebihan MILP ini terletak pada hasilnya yang optimal serta adanya software yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan MILP (Richards et al., 2002).

Menurut Smith (2007) membuat model MILP dapat dilakukan dengan tiga langkah, yaitu:

1. Mendefinisikan variabel keputusan yang akan dioptimasi dalam sistem.
2. Menyatakan batasan dalam model.
3. Menyatakan fungsi tujuan yang hendak dicapai.

Halaman ini sengaja dikosongkan