

**MODEL PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON DAN
REKRUTMEN UMUM**

SKRIPSI

oleh:
KURRATU AINIYAH
145090401111006



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

**MODEL PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON DAN
REKRUTMEN UMUM**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh:
KURRATU AINIYAH
145090401111006



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

MODEL PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON DAN REKRUTMEN UMUM

oleh:
KURRATU AINIYAH
145090401111006

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 04 Januari 2018
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika**

Pembimbing

**Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.
NIP. 196908071994121001**

**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si, M.Si, Ph.D.
NIP. 197509082000031003**

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kurratu Ainiyah
NIM : 145090401111006
Penulis Skripsi berjudul : Model *Predator-Prey* dengan fungsi respon dan rekrutmen umum

dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termasuk di isi dan tertulis di Daftar Pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima. Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang, 04 Januari 2018
yang menyatakan,

Kurratu Ainiyah
NIM 145090401111006

MODEL PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON DAN REKRUTMEN UMUM

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas model *predator-prey* dengan fungsi respon dan rekrutmen yang berbentuk umum serta terdapat pemanenan pada kedua spesies. Analisis dinamik dilakukan untuk menentukan titik kesetimbangan, syarat eksistensi, sifat kestabilan lokal, kestabilan global titik kepunahan kedua spesies, dan bifurkasi. Pada model ini terdapat empat titik kesetimbangan, yaitu titik kepunahan kedua populasi, titik kepunahan *predator*, titik kepunahan *prey*, dan titik kesetimbangan interior. Keempat titik tersebut bersifat eksis dan stabil dengan syarat masing-masing. Selanjutnya, dilakukan beberapa simulasi numerik untuk mendukung hasil analisis.

Kata kunci: *model predator-prey, titik kesetimbangan, kestabilan, fungsi Lyapunov*

PREDATOR-PREY MODEL WITH GENERAL FUNCTIONAL RESPONSE AND RECRUITMENT

ABSTRACT

This final project discusses a mathematical model for a predator-prey system with general functional response and recruitment including harvesting of both species. Dynamical analysis is performed to determine the existence, local stability properties of equilibrium points, global stability extinction of both species point, and bifurcation. There are four equilibrium points, namely the extinction of both species, the extinction of predator point, the extinction of prey point, and interior point. These points are conditionally asymptotically stable. To confirm our analytical results, we perform some numerical simulations.

Keywords: *predator-prey model, equilibrium point, stability, Lyapunov function*

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Model *Predator-Prey* dengan Fungsi Respon dan Rekrutmen Umum” dengan lancar dan tepat waktu. Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan skripsi ini ada banyak pihak yang telah memberikan bantuan, bimbingan, dan motivasi. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah memberikan nasihat, saran, dan kritik yang sangat bermanfaat serta selalu sabar dalam menjelaskan materi kepada penulis selama proses penyusunan hingga skripsi ini dapat diselesaikan,
2. Bapak Drs. Marsudi, MS dan Ibu Dr. Trisilowati, M.Sc selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran sehingga skripsi ini menjadi lebih baik,
3. Ibu Kwardiniya Andawuningtyas, S.Si, M.Si selaku Dosen Penasihat Akademik atas bimbingan dan saran yang telah diberikan,
4. Bapak Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si, M.Si, Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika dan Ibu Dr. Isnani Darti, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika atas segala bantuan yang telah diberikan,
5. segenap dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Brawijaya yang telah memberikan ilmu pengetahuan yang bermanfaat bagi penulis serta segenap staff Tata Usaha Jurusan Matematika atas segala bantuan yang diberikan,
6. Bapak (Alm. Akh. Huzaini), Ibu (Fatimah), Om (Majid), Kakak (Meilina), Adek (Agustina), dan seluruh keluarga besar yang selalu mendoakan, memberikan dukungan, dan motivasi kepada penulis,
7. Keluarga Besar Matematika 2014 yang selalu memberikan dukungan dan semangat,
8. Sahabat-sahabat terdekat penulis, yaitu Aulani, Viva, dan Juwita yang selalu memberikan semangat, menjadi teman

- diskusi , menghibur dikala jemu, memotivasi penulis saat merasa kesulitan, dan selalu mengingatkan apabila penulis berbuat salah,
9. Cewek-cewek tangguh kelompok bimbingan skripsi (Julita dan Yohana) atas kerjasama yang luar biasa,
 10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT memberikan anugerah, rahmat, dan barakah-Nya kepada semua pihak yang telah membantu kelancaran penulisan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dan dapat disampaikan melalui email kurratuaini05@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan menjadi sumber ide untuk penulisan skripsi selanjutnya.

Malang, 04 Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PERNYATAAN	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR TABEL.....	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan	3
BAB II DASAR TEORI.....	5
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 Sistem Dinamik.....	6
2.2.1 Sistem <i>autonomous</i>	6
2.2.2 Sistem <i>autonomous</i> linear.....	8
2.2.3 Sistem <i>autonomous</i> nonlinear.....	9
2.3 Fungsi Lyapunov.....	10
2.4 Fungsi Monoton	11
2.5 Bifurkasi Transkritikal	12
2.6 Model <i>Predator-Prey</i>	13
2.7 Model <i>Predator-Prey</i> dengan Pemanenan	14
BAB III PEMBAHASAN.....	15
3.1 Konstruksi Model.....	15
3.2 Titik Kesetimbangan Model.....	17
3.3 Analisis Syarat Eksistensi	18
3.3.1 Titik kesetimbangan $P_0 = (0,0)$	18
3.3.2 Titik kesetimbangan $P_1 = (K, 0)$	18
3.3.3 Titik kesetimbangan $P_2 = (0, M)$	19
3.3.4 Titik kesetimbangan $P_3 = (x^*, y^*)$	19
3.4 Analisis Kestabilan	23
3.4.1 Kestabilan lokal titik kesetimbangan $P_0 = (0,0)$	24
3.4.2 Kestabilan lokal titik kesetimbangan $P_1 = (K, 0)$	24

3.4.3	Kestabilan lokal titik kesetimbangan $P_2 = (0, M)$	24
3.4.4	Kestabilan lokal titik kesetimbangan $P_3 = (x^*, y^*)$...	25
3.4.5	Kestabilan global titik kesetimbangan $P_0 = (0, 0)$	28
3.5	Simulasi Numerik.....	30
3.5.1	Simulasi numerik 1	30
3.5.2	Simulasi numerik 2	31
3.5.3	Simulasi numerik 3	32
3.5.4	Simulasi numerik 4	33
3.5.5	Simulasi numerik 5	34
3.5.6	Simulasi numerik 6	35
BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	37
4.1	Kesimpulan.....	37
4.2	Saran.....	37
DAFTAR PUSTAKA	39

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Tipe fungsi respon	14
Tabel 3.1 Syarat eksistensi dan kestabilan lokal titik kesetimbangan model (3.1)	27

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik sistem	12
Gambar 2.2	Diagram bifurkasi transkritikal	13
Gambar 3.1	Diagram kompartemen model (3.1)	16
Gambar 3.2	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan global titik kesetimbangan P_0	31
Gambar 3.3	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan lokal titik kesetimbang P_2	32
Gambar 3.4	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan global titik kesetimbangan P_2	33
Gambar 3.5	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan global titik kesetimbangan P_3	34
Gambar 3.6	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan global titik kesetimbangan P_3	35
Gambar 3.7	Potret fase sistem (3.1) untuk kestabilan global titik kesetimbangan P_1	36

