PENERAPAN TREN POLINOMIAL BERORDO TIGA UNTUK PENGURAIAN JUMLAH KUADRAT PERLAKUAN KUANTITATIF

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

Oleh:
REZA AFDHALUL ARSA
175090507111007

PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2021

Halaman ini sengaja dikosongkan

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENERAPAN TREN POLINOMIAL BERORDO TIGA UNTUK PENGURAIAN JUMLAH KUADRAT PERLAKUAN KUANTITATIF

oleh:

REZA AFDHALUL ARSA
175090507111007

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 7 Juli 2021
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

Dosen Pembimbing

Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda
NIP. 195205211981032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D
NIP. 197603281999032001

Halaman ini sengaja dikosongkan

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

NAMA : REZA AFDHALUL ARSA
NIM : 175090507111007
PROGRAM STUDI : STATISTIKA
SKRIPSI BERJUDUL :

PENERAPAN TREN POLINOMIAL BERORDO TIGA UNTUK PENGURAIAN JUMLAH KUADRAT PERLAKUAN KUANTITATIF
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung risiko.**

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 7 Juli 2021
yang menyatakan,

REZA AFDHALUL ARSA
NIM. 175090507111007

Halaman ini sengaja dikosongkan

PENERAPAN TREN POLINOMIAL BERORDO TIGA UNTUK PENGURAIAN JUMLAH KUADRAT PERLAKUAN KUANTITATIF

ABSTRAK

Analisis ragam digunakan untuk menguji hipotesis mengenai perbedaan pengaruh perlakuan. Penelitian ini menggunakan perlakuan kuantitatif, sehingga metode yang tepat untuk penguraian jumlah kuadrat perlakuan adalah metode ortogonal polinomial yaitu untuk mengetahui hubungan fungsional antara respons dan taraf perlakuan. Tujuan penelitian ini adalah menghitung koefisien ortogonal polinomial berderajat tiga untuk taraf perlakuan kuantitatif dengan jarak sama dan ulangan sama. Berdasarkan hasil analisis, ketika percobaan memiliki empat taraf perlakuan kuantitatif menunjukkan bahwa model berpengaruh nyata pada ordo pertama atau linier. Ini berarti model yang cocok menerangkan hubungan antara respons dan taraf perlakuan adalah regresi polinomial ordo satu atau regresi linier.

Kata Kunci: Analisis ragam, Rancangan acak lengkap, Ortogonal polinomial.

Halaman ini sengaja dikosongkan

APPLICATION OF ORDER THREE POLYNOMIAL TRENDS TO DECOMPOSE SUM OF SQUARES OF QUANTITATIVE TREATMENT

ABSTRACT

Analysis of variance was used to test the hypothesis about the difference in the effect of treatment. This research uses quantitative treatment, so the right method is the polynomial orthogonal method. Polynomial orthogonal is a method of knowing the functional relationship between response and treatment level. The purpose of this study was to determine the orthogonal coefficient of three-degree polynomial for the level of quantitative treatment with the same distance and repetitions. Based on the data, when the experiment had four levels of quantitative treatment showed that the model was significant on the first order or linear. This means that a suitable model explains the relationship between response and treatment level is first-order polynomial regression or linear regression.

Keyword: Analysis of Variance, Completely Randomize Design, Polynomial Orthogonal.

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *"Penerapan Tren Polynomial Berordo Tiga Untuk Penguraian Jumlah Kuadrat Perlakuan Kuantitatif"* sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika.

Selama penyusunan skripsi penulis memperoleh berbagai bantuan, dukungan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, disampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Ir, Maria Bernadetha Theresia Mitakda selaku Dosen Pembimbing Skripsi yang telah memberikan bimbingan, saran, dan motivasi selama proses penyusunan skripsi,
2. Bapak Dr. Adji Achmad Rinaldo Fernandes, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan bimbingan dan saran selama proses penyusunan skripsi,
3. Ibu Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, M.S. selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan bimbingan dan saran selama proses penyusunan skripsi,
4. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya,
5. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya,
6. Ayah, Ibu, Adik, dan seluruh keluarga yang selalu memberikan dukungan serta doa selama penyusunan skripsi,
7. Teman-teman grup "Cucu Kakek V2", teman-teman grup "Cucu Kakek", teman-teman grup "GPS3", yang selalu memberikan motivasi, menjadi penyemangat ketika penulis mulai Lelah dengan skripsi,
8. Ardy, Rilly, Firman, Djihan, dan Liswan yang selalu memberikan dukungan dalam pengerjaan skripsi dan saat pelaksanaan seminar, dan
9. Teman-teman Statistika 2017 yang senantiasa menemani dan membantu penulis sejak awal perkuliahan hingga semester akhir.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak luput dari kesalahan. Oleh karena itu diharapkan adanya kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan penulisan skripsi ini dan semoga skripsi ini bermanfaat untuk bagi para pembaca.

Malang, Juni 2021

Reza Afdhalul Arsa

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR TABEL

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis ragam dipakai untuk pengambilan kesimpulan atau menguji hipotesis nol mengenai ada atau tidak perbedaan pengaruh perlakuan yang diteliti. Hipotesis merupakan jawaban sementara yang menjadi landasan mengenai fakta-fakta untuk diinterpretasikan. Hipotesis nol adalah suatu hipotesis tentang tidak terdapat perbedaan pengaruh antar perlakuan terhadap respons. Penolakan terhadap hipotesis nol dapat memberikan kesimpulan bahwa terdapat perbedaan pengaruh antar perlakuan terhadap respons yang diamati. (Supranto, 2001)

Pada rancangan lingkungan terdapat dua jenis data untuk perlakuan yaitu data yang bersifat kuantitatif dan data yang bersifat kualitatif. Perlakuan yang bersifat kuantitatif menggunakan metode ortogonal polinomial untuk menguraikan jumlah kuadrat perlakuan. Sedangkan, pada perlakuan yang bersifat kualitatif digunakan uji kontras ortogonal dan beberapa uji lain. (Gomez dan Gomez, 1995)

Karena penelitian ini menggunakan perlakuan kuantitatif maka digunakan metode ortogonal polinomial bukan kontras polinomial. Penggunaan perlakuan kuantitatif dalam percobaan bertujuan agar dapat mengetahui hubungan fungsional antara respons dan taraf perlakuan dalam bentuk fungsi polinomial dan menggambarkan bentuk hubungan antara respons dan taraf perlakuan kuantitatif. Dari fungsi tersebut diperoleh koefisien ortogonal polinomial.

Metode Ortogonal polinomial merupakan salah satu cara menguraikan jumlah kuadrat perlakuan pada perlakuan kuantitatif dan menentukan bentuk hubungan antara taraf perlakuan dengan respons serta lebih efisien digunakan untuk prediktor yang memiliki jarak antar faktor sama, karena nilai dari koefisien bentuk kontras polinomial sudah baku dan ditabelkan. Melalui persamaan hubungan antara perlakuan dengan respons dapat ditentukan nilai optimum respons.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu.

1. Bagaimana penerapan ortogonal polinomial pada rancangan acak lengkap?
2. Bagaimana menguraikan jumlah kuadrat perlakuan menggunakan koefisien ortogonal polinomial?
3. Bagaimana menghitung koefisien ortogonal polinomial berderajat tiga?

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah.

1. Menjelaskan penerapan ortogonal polinomial pada rancangan acak lengkap.

2. Menjelaskan penguraian jumlah kuadrat perlakuan menggunakan koefisien ortogonal polinomial.
3. Menjelaskan hasil perhitungan koefisien ortogonal polinomial berderajat tiga.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian adalah memberikan informasi kepada pembaca mengenai cara menghitung koefisien ortogonal polinomial berderajat tiga dan menerapkan pada penguraian jumlah kuadrat perlakuan rancangan acak lengkap.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah penguraian jumlah kuadrat perlakuan kuantitatif menggunakan metode ortogonal polinomial dengan ulangan sebanyak empat kali dan jarak antar taraf perlakuan 0,25.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Rancangan Acak Lengkap

Rancangan Acak Lengkap (RAL) adalah salah satu metode pengacakan perlakuan pada satuan percobaan (lingkungan) bersifat homogen. Kondisi seperti ini hanya dicapai di ruang kontrol seperti di laboratorium dan rumah kaca.

Selain perlakuan, tidak ada faktor lain yang dianggap berpengaruh terhadap respons. Karena itu, model linier aditif RAL adalah:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \tag{2.1}$$

$$i = 1,2,\dots,t$$
$$j = 1,2,\dots,r$$

di mana:

Y_{ij} = nilai pengamatan perlakuan ke-i ulangan ke-j

μ = nilai tengah umum

τ_i = pengaruh perlakuan ke-i

ε_{ij} = galat percobaan perlakuan ke-i ulangan ke-j

$\varepsilon_{ij} \sim NIID\ (0, \sigma^2)$

t = banyak perlakuan

r = banyak ulangan

2.2 Analisis Ragam

Analisis ragam merupakan proses aritmatika untuk menguraikan jumlah kuadrat total menjadi beberapa komponen yang berhubungan dengan sumber keragaman yang dijelaskan dalam model linier aditif digunakan untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan (Steel dan Torrie, 1993).

Prosedur analisis ragam pada respons yang berasal dari rancangan acak lengkap adalah:

1. Membuat Tabel Respons

Struktur data yang berasal dari penelitian Rancangan Acak Lengkap meliputi t perlakuan dan r ulangan yang disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2.1. Struktur Respons

Ulangan	Perlakuan			
	1	2	⋯	t
1	Y_{11}	Y_{21}	⋯	Y_{t1}
2	Y_{12}	Y_{22}	⋯	Y_{t2}
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮
r	Y_{1r}	Y_{2r}	⋯	Y_{tr}
$\sum_{j=1}^{r} Y_{ij} = Y_{i.}$	$\sum_{j=1}^{r} Y_{1j} = Y_{1.}$	$\sum_{j=1}^{r} Y_{2j} = Y_{2.}$	⋯	$\sum_{j=1}^{r} Y_{tj} = Y_{t.}$

(Gaspersz, 1992)

2. Melakukan Pengujian Hipotesis

Pengaruh perlakuan terhadap respons diuji berdasarkan hipotesis:

H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_t = 0$ VS

H_1 : paling tidak terdapat satu i, di mana $\tau_i \neq 0$

$i = 1,2,\ldots,t$

3. Membuat dalam tabel Analisis Ragam

Tabel 2.2. Tabel Analisis Ragam Rancangan Acak Lengkap

Sumber Keragaman	Derajat Bebas		Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Statistik Uji
	Ulangan Sama	Ulangan Tidak Sama			
Perlakuan	$t-1$	$t-1$	JKP	KTP	$\frac{KTP}{KTG}$
Galat	$t(r-1)$	$\sum(r_i-1)$	JKG	KTG	
Total	$tr-1$	$\sum r_i - 1$	JKT		

di mana:

Ulangan sama

$$JKT = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$JKP = n\sum_{i=1}^{r}(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}\right)^2$$

Ulangan tidak sama

$$JKT = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{..}\right)^2$$

$$JKP = \sum_{i=1}^{r} r_i\,(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2$$

$$JKG = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r_i}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}\right)^2$$

4. Statistik Uji F

Jika H_0 benar, statistik uji adalah:

Ulangan sama Ulangan tidak sama

$$\frac{KTP}{KTG} \sim F_{t-1,t(r-1)} \qquad \frac{KTP}{KTG} \sim F_{t-1,\sum r_i-1} \tag{2.2}$$

Tolak H_0, jika statistik uji $F > F_{\alpha,t-1,t(r-1)}$ atau jika statistik uji $F > F_{\alpha,t-1,\sum r_i-1}$

2.3 Model Regresi Perlakuan Bertaraf Kuantitatif

Suatu faktor dikatakan memiliki taraf faktor kuantitatif jika dapat dinyatakan dalam nilai numerik yang sesuai, sebaliknya apabila taraf faktor tersebut tidak dapat dapat dinyatakan dalam nilai numerik maka disebut bertaraf kualitatif. (Gasperzs, 1992)

Model regresi untuk faktor bertaraf kuantitatif sering dirumuskan dalam bentuk polinomial. Model regresi polinomial yang menyatakan hubungan antara peubah respons (Y) dan prediktor (X) dengan ordo q adalah:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

di mana

Y_i = peubah respons

X_i = prediktor (taraf perlakuan ke-i)

β_0 = parameter intersep (konstan)

β_j = parameter pengaruh prediktor terhadap respons

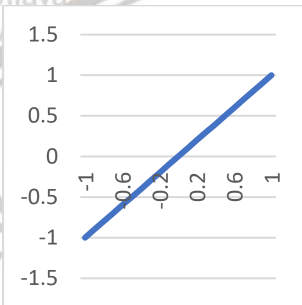
ε_i = galat perlakuan ke-i

$\varepsilon_i \sim NIID(0, \sigma^2)$

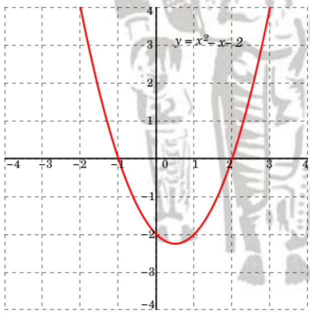
(Montgomery, 2009)

Dalam persamaan (2.3), derajat polinomial $q = (t-1)$, $q = 1$ adalah regresi polinomial ordo satu (regresi linear), $q = 2$ adalah regresi polinomial ordo dua (regresi kuadratik), $q = 3$ adalah regresi polinomial ordo tiga (regresi kubik), jika nilai q = 4 disebut regresi polinomial ordo empat (regresi kuartik) dan seterusnya sampai $q = (t-1)$.

Berikut beberapa gambar kurva polinomial untuk ordo satu sampai tujuh:

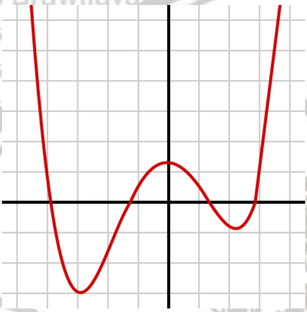


Gambar 2.1 Kurva Polinomial Ordo Satu

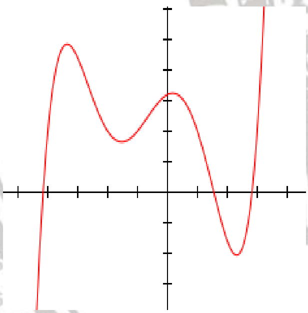


Gambar 2.2 Kurva Polinomial Ordo Dua

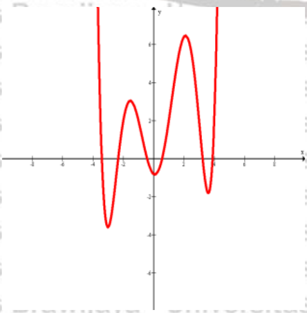
Gambar 2.3 Kurva Polinomial Ordo Tiga



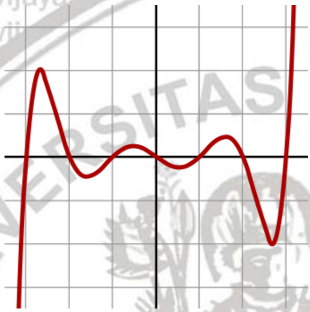
Gambar 2.4 Kurva Polinomial Ordo Empat



Gambar 2.5 Kurva Polinomial Ordo Lima



Gambar 2.6 Kurva Polinomial Ordo Enam



Gambar 2.7 Kurva Polinomial Ordo Tujuh

(Ghani, 2021)

Dalam rancangan perlakuan, taraf faktor kuantitatif dapat berjarak sama. Hal ini dilakukan untuk mempermudah analisis terhadap respons. Dengan taraf faktor berjarak sama dapat dilakukan transformasi dari prediktor menjadi peubah kode, melalui suatu bentuk transformasi:

$$U_i = \frac{X_i - \bar{X}}{d} \quad (2.4)$$

di mana

U_i = nilai peubah kode, hasil transformasi dari prediktor X

X_i = prediktor (taraf perlakuan ke-i)

d = jarak antar taraf perlakuan X

$\bar{X}$ = rata-rata taraf perlakuan X

(Montgomery, 2009)

Penduga bagi persamaan (2.3) adalah:

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q + \varepsilon_i)$$

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q) + E(\varepsilon_i)$$

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q) + 0$$

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)$$

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q \qquad (2.5)$$

di mana

$\hat{Y}_i$ = penduga respons Y_i

(Drapper dan Smith, 1992)

Melalui persamaan (2.3) dan (2.5) diperoleh galat untuk setiap pengamatan:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q + \varepsilon_i$$

$$Y_i = \hat{Y}_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i \qquad (2.6)$$

(Walpole dan Myers, 1995)

Jumlah kuadrat galat persamaan (2.6) adalah:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \qquad (2.7)$$

Jumlah kuadrat galat persamaan (2.7) dapat diuraikan menjadi:

$$D = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)\right)^2 \qquad (2.8)$$

Menurut Montgomery (2009), penduga parameter model (2.5) diperoleh dengan menurunkan persamaan (2.8) terhadap setiap parameter sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)\right)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} X_i \left(Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)\right)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_2} = -2 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \left(Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)\right)$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_q} = -2 \sum_{i=1}^{n} X_i^q \left(Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \cdots + \beta_q X_i^q)\right) \qquad (2.9)$$

Untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat dengan menghitung turunan parsial bagi persamaan (2.8) dengan:

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_j} = 0, j = 0, 1, 2, \dots, q \tag{2.10}$$

Dengan menerapkan persamaan (2.10) untuk menghitung turunan parsial persamaan (2.8) sehingga diperoleh:

$$\begin{gathered}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} X_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 + \cdots + b_q \sum_{i=1}^{n} X_i^q = \sum_{i=1}^{n} Y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} X_i^3 + \cdots + b_q \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+1} = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^{n} X_i^4 + \cdots + b_q \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+2} = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 Y_i \\
\vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} X_i^q + b_1 \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+1} + b_2 \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+2} + \cdots + b_q \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+q} = \sum_{i=1}^{n} X_i^q Y_i
\end{gathered}$$

Persamaan di atas ditulis dalam bentuk matriks adalah:

$$\begin{bmatrix}
n & \sum_{i=1}^{n} X_i & \sum_{i=1}^{n} X_i^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_i^q \\
\sum_{i=1}^{n} X_i & \sum_{i=1}^{n} X_i^2 & \sum_{i=1}^{n} X_i^3 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+1} \\
\sum_{i=1}^{n} X_i^2 & \sum_{i=1}^{n} X_i^3 & \sum_{i=1}^{n} X_i^4 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+2} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\sum_{i=1}^{n} X_i^q & \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+1} & \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_i^{q+q}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \\ \sum_{i=1}^{n} X_i^2 Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} X_i^q Y_i \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

Persamaan (2.11) disederhanakan menjadi:

$$(\boldsymbol{X^T X})\boldsymbol{b} = \boldsymbol{X^T y} \tag{2.12}$$

di mana

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 & \cdots & X_1^q \\ 1 & X_2 & X_2^2 & \cdots & X_2^q \\ 1 & X_3 & X_3^2 & \cdots & X_3^q \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_n & X_n^2 & \cdots & X_n^q \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (2.12) dengan $\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}$ sehingga diperoleh:

$$\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)\boldsymbol{b} = \left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{y}$$

$$\boldsymbol{b} = \left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{y} \qquad (2.13)$$

di mana

$\boldsymbol{b}$ = vektor koefisien penduga parameter model regresi

$\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}$ = perkalian matriks $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}$ dan $\boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{y}$ = perkalian matriks $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}$ dan $\boldsymbol{Y}$

$\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}$ = matriks kebalikan $\left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)$

(Drapper dan Smith, 1992)

Penduga metode tersebut meminimumkan jumlah kuadrat dapat dilihat turunan kedua persamaan (2.8) yang lebih dari nol (positif) :

$$\frac{\partial^2 D}{\partial^2 \beta_0} = 2n$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial^2 \beta_1} = 2\sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial^2 \beta_2} = 2\sum_{i=1}^{n} X_i^4$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial^2 \beta_q} = 2\sum_{i=1}^{n} X_i^{q+q}$$

2.4 Polinomial Ortogonal

Ortogonal polinomial dilakukan sebagai penguraian jumlah kuadrat perlakuan kuantitatif. Pada taraf perlakuan yang bersifat kuantitatif akan ditentukan persamaan hubungan antara perlakuan dengan respons. Dari persamaan hubungan tersebut dapat ditentukan nilai optimum respons terhadap pemberian taraf faktor perlakuan kuantitatif. Metode yang digunakan untuk tujuan tersebut adalah ortogonal polinomial.

Ortogonal Polinomial digunakan untuk menduga model polinomial ordo q di dalam satu peubah. Gagasan yang mendasar adalah Misalkan terdapat t amatan $(X_i, Y_i), i = 1, 2, 3, \cdots, t$, Di mana X adalah taraf faktor perlakuan (prediktor) dan Y adalah respons, Di mana taraf faktor X yaitu $X_1, X_2, \cdots, X_t$ mempunyai jarak atau interval yang sama. Dengan demikian dapat dituliskan:

$$X_2 = X_1 + d$$
$$X_3 = X_2 + d$$
$$\vdots$$
$$X_t = X_{t-1} + d$$

Di mana $d = X_t - X_{t-1}$, merupakan selisih atau interval antara faktor yang diamati.

Persamaan regresi Polinomial yang menyatakan hubungan antara peubah respons (Y) dan prediktor (X) dengan ordo q dapat dituliskan dalam bentuk persamaan Polinomial Ortogonal:

$$Y_i = \alpha_0 P_0(X_i) + \alpha_1 P_1(X_i) + \alpha_2 P_2(X_i) + \cdots + \alpha_q P_q(X_i) + \varepsilon_i \quad (2.14)$$

di mana

Y_i = Respons, $i = 1, 2, 3, \cdots, t$

α_j = Parameter Model, $j = 1, 2, 3, \cdots, q$

$P_j(X_i)$ = Polinomial dalam X bagi ordo ke-j, $j = 1, 2, 3, \cdots, q$

Penduga model polinomial persamaan (2.14) adalah:

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 P_0(X_i) + \hat{\alpha}_1 P_1(X_i) + \hat{\alpha}_2 P_2(X_i) + \cdots + \hat{\alpha}_q P_q(X_i) \quad (2.15)$$

di mana $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \cdots, \hat{\alpha}_q$ adalah penduga parameter model

Tahapan dalam menerapkan uji ortogonal polinomial adalah:

1. Menentukan Koefisien Ortogonal Polinomial

Penggunaan polinomial ortogonal untuk menentukan model regresi polinomial memanfaatkan tabel koefisien polinomial ortogonal. Metode baku yang digunakan oleh Ronald A. Fisher dalam Menyusun tabel polinomial berdasarkan persamaan:

$$P_{j+1}(X) = P_1(X)P_j(X) - \frac{j^2(t^2 - j^2)}{4(4j^2 - 1)} P_{j-1}(X), j = 1, 2, \dots, q \quad (2.16)$$

Berdasarkan persamaan (2.16) beberapa koefisien polinomial orthogonal adalah:

$$P_0(X) = 1$$

$$P_1(X) = \lambda_1 U$$

$$P_2(X) = \lambda_2 \left(U^2 - \left(\frac{t^2 - 1}{12} \right) \right)$$

$P_3(X) = \lambda_3 \left(U^3 - \left(\frac{3t^2-7}{20} \right) U \right)$

$P_4(X) = \lambda_4 \left(U^4 - \left(\frac{3t^2-13}{13} \right) U^2 + \frac{3(t^2-1)(t^2-9)}{560} \right)$

di mana:

λ_j = konstanta yang membuat polinomial bernilai bilangan bulat

t = banyak taraf faktor X

Dalam tabel polinomial berbagai nilai p dipilih sedemikian rupa sehingga diperoleh perkalian yang ortogonal, yaitu berlaku:

$$\sum_{j=1}^{q} P_j(X_i) = 0\,, j = 1, 2, \dots, q \tag{2.17}$$

$\sum_{j,k=1}^{q} P_j(X_i)P_k(X_i) = 0\ \ , j \neq k$, di mana $j, k = 1, 2, \dots, q$

(Montgomery, 2009)

Berdasarkan nilai koefisien ortogonal polinomial yang diperoleh dapat dilakukan analisis ragam sesuai ortogonal polinomial.

2. Analisis Ragam pada Ortogonal Polinomial

Analisis ragam pada ortogonal polinomial dilakukan untuk mengetahui model mana yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dengan respons. Dengan menggunakan koefisien ortogonal polinomial kemudian dihitung jumlah kuadrat setiap sumber keragaman, di mana:

$FK = \frac{Y_{..}^2}{tr}$

$JKT = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^2 - FK$

$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{t} Y_{i.}^2}{r} - FK$

$JKP_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_1(X_i) Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t} (P_1(X_i))^2\right)}$

$$JKP_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_2(X_i)Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t}(P_2(X_i))^2\right)}$$

$\vdots$

$$JKP_q = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_q(X_i)Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t}(P_q(X_i))^2\right)}$$

$$JKG = JKT - JKP$$

$$KTP = \frac{JKP}{db_{perlakuan}}$$

$$KTG = \frac{JKG}{db_{galat}}$$

Setelah diperoleh hasil perhitungan tersebut kemudian disusun dalam tabel berikut:

Tabel 2.3. Tabel Analisis Ragam Penguraian Jumlah Kuadrat Perlakuan Kuantitatif

Sumber Keragaman	derajat bebas	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	Statistik Uji F
Perlakuan	$t-1$	JKP	KTP	F
Linier	1	JKP_1	KTP_1	F_1
Kuadratik	1	JKP_2	KTP_2	F_2
Kubik	1	JKP_3	KTP_3	F_3
Kuartik	1	JKP_4	KTP_4	F_4
Galat Percobaan	$t(r-1)$	JKG	KTG	
Total	$tr-1$	JKT		

Untuk pengambilan keputusan dapat dilihat hasil pembandingan nilai statistik uji F yang telah dihitung dengan nilai kritis. Menurut Widiharih (2001), penentuan derajat polinomial didasarkan pada kontras ortogonal yang nyata, sehingga akan didapatkan hubungan fungsi respons antar perlakuan sesuai dengan derajat polinomial yang berpengaruh nyata.

3. Persamaan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons

Setelah dilakukan analisis ragam sesuai ortogonal polinomial, maka berdasarkan hasil analisis ragam hanya berpengaruh nyata pada ordo pertama, ini berarti model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons adalah regresi polinomial ordo satu atau regresi linear sederhana. Jika berpengaruh nyata pada ordo pertama dan kedua, ini berarti model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons adalah regresi polinomial ordo dua atau regresi kuadratik dan seterusnya.

4. Menentukan Koefisien Parameter Model Regresi Polinomial

Setelah diketahui model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dengan respons, dilakukan pendugaan nilai koefisien parameter model regresi polinomial.

Untuk mengetahui koefisien parameter model regresi polinomial pada persamaan (2.15) dibentuk seperti persamaan (2.12) sehingga diperoleh:

$$(\boldsymbol{X^T X})\boldsymbol{a} = \boldsymbol{X^T y} \tag{2.18}$$

di mana:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & P_1(X_1) & P_2(X_1) & \cdots & P_q(X_1) \\ 1 & P_1(X_2) & P_2(X_2) & \cdots & P_q(X_2) \\ 1 & P_1(X_3) & P_2(X_3) & \cdots & P_q(X_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & P_1(X_t) & P_2(X_t) & \cdots & P_q(X_t) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_t \end{bmatrix}, \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_q \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T Y} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{t} Y_i \\ \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i) Y_i \\ \sum_{i=1}^{t} P_2(X_i) Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{t} P_q(X_i) Y_i \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T X} =$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i) & \sum_{i=1}^{t} P_2(X_i) & \cdots & \sum_{i=1}^{t} P_q(X_i) \\ \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i) & \sum_{i=1}^{t} \{P_1(X_i)\}^2 & \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i)\, P_2(X_i) & \cdots & \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i)\, P_q(X_i) \\ \sum_{i=1}^{t} P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i)\, P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{t} \{P_2(X_i)\}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{t} P_2(X_i)\, P_q(X_i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{t} P_q(X_i) & \sum_{i=1}^{t} P_1(X_i)\, P_q(X_i) & \sum_{i=1}^{t} P_2(X_i)\, P_q(X_i) & \cdots & \sum_{i=1}^{t} \{P_q(X_i)\}^2 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan sifat ortogonalitas bagi polinomial $P_j(X)$ pada persamaan (2.16), sehingga matriks $\boldsymbol{X^T X}$ menjadi:

$$\boldsymbol{X^T X} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{t} \{P_1(X_i)\}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{t} \{P_2(X_i)\}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{t} \{P_2(X_i)\}^2 \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (2.18) dengan $\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}$ sehingga diperoleh:

$$\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)\boldsymbol{a} = \left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Y}\right)$$

$$\boldsymbol{a} = \left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}\left(\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Y}\right) \tag{2.19}$$

Di mana:

$\boldsymbol{a}$ = vektor koefisien penduga parameter model regresi polinomial

$\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}$ = perkalian matriks $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}$ dan $\boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{Y}$ = perkalian matriks $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}$ dan matriks $\boldsymbol{Y}$

$\left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}}$ = matriks kebalikan $\left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)$

(Drapper dan Smith, 1992)

Terlihat bahwa dengan sifat ortogonalitas bagi polinomial $P_j(X)$, matriks $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}$ dalam sistem persamaan (2.17) bersifat ortogonal, sehingga matriks kebalikan $\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}$, yaitu:

$$\left(\boldsymbol{X}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{X}\right)^{-\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{t}\{P_1(X_i)\}^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{t}\{P_2(X_i)\}^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sum_{i=1}^{t}\{P_n(X_i)\}^2} \end{bmatrix}$$

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini yaitu menggunakan data bangkitan yang terdiri dari empat taraf perlakuan dan memiliki ulangan sebanyak empat kali. Data dibangkitkan dari hasil pengamatan Pengaruh Hormon Tumbuh Terhadap Produksi Kedelai (kuintal/ha). Jarak antar taraf perlakuan pada data yang digunakan sama yaitu 0.25 dan memiliki skala rasio. Struktur respons dapat dilihat pada tabel 2.1.

3.2 Prosedur Membangkitkan Data

Data dibangkitkan menggunakan sebaran normal dengan nilai tengah dan standar deviasi berdasarkan data yang telah tersedia. Prosedur membangkitkan data sebagai berikut:

1. Menghitung nilai tengah dan standar deviasi dari data yang tersedia.
2. Melakukan simulasi berdistribusi normal dengan nilai tengah dan standar deviasi yang telah dihitung.

3.3 Prosedur Penelitian

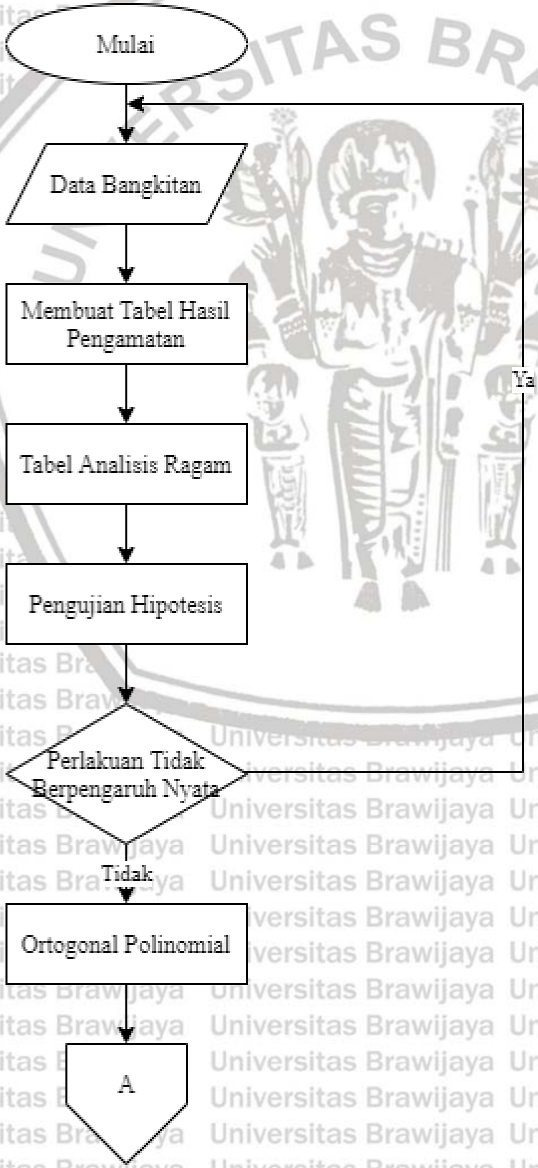
Metode penelitian dilakukan dengan cara:

1. Membangkitkan Data.
2. Melakukan analisis ragam rancangan acak lengkap berdasarkan data.
3. Menerapkan konsep ortogonal polinomial dengan Langkah-langkah.

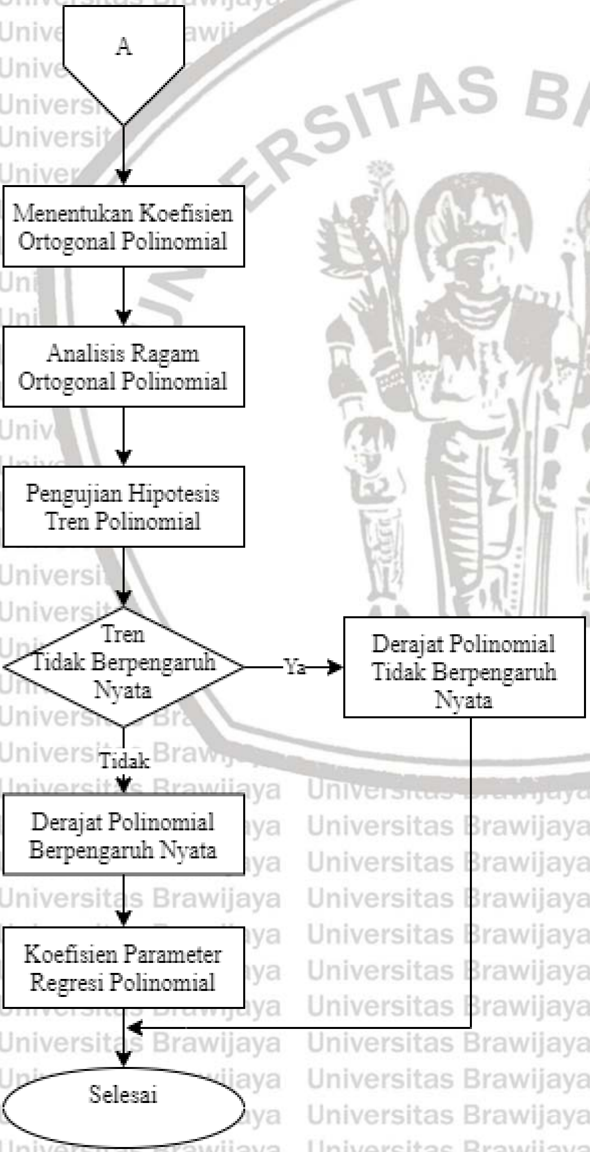
a. Menentukan koefisien ortogonal polinomial.
b. Menghitung JK, KT dan statistik uji F masing-masing derajat polinomial kemudian menyajikan ke dalam tabel analisis ragam.
c. Menentukan derajat polinomial tertentu yang dianggap paling baik untuk menjelaskan hubungan antara perlakuan dan respons yang terjadi dalam percobaan.
d. Menentukan nilai koefisien parameter regresi polinomial.

4. Mengambil kesimpulan berdasarkan hasil yang diperoleh.

3.4 Diagram Alir



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian (Lanjutan)

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Ortogonal Polinomial pada Rancangan Acak Lengkap

Pada penelitian ini menggunakan empat taraf perlakuan kuantitatif di mana taraf faktor X yaitu X_1, X_2, X_3, dan X_4 mempunyai jarak yang sama yaitu $d = 0{,}25$ dan ketika jarak faktor X mempunyai jarak berbeda maka akan menyebabkan koefisien ortogonal polinomial tidak kontras (penjumlahan koefisien ortogonal polinomial tidak sama dengan nol). Adapun nilai dari empat taraf faktor X yang memiliki jarak sama adalah:

$X_1 = 0$

$X_2 = X_1 + d = 0 + 0{,}25 = 0{,}25$

$X_3 = X_2 + d = 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$

$X_4 = X_3 + d = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$

Karena pada penelitian ini mempunyai empat taraf perlakuan kuantitatif, maka derajat polinomial yang dapat dibentuk adalah linier, kuadratik dan kubik. Bentuk persamaan polinomial ortogonal penelitian ini adalah:

$$Y_i = \alpha_0 P_0(X_i) + \alpha_1 P_1(X_i) + \alpha_2 P_2(X_i) + \alpha_3 P_3(X_i) \tag{4.1}$$

di mana:

Y_i = Peubah respons

α_j = Parameter model

$P_j(X_i)$ = Polinomial dalam X dari ordo ke-j

Penduga bagi persamaan polinomial (4.1) adalah:

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 P_0(X_i) + \hat{\alpha}_1 P_1(X_i) + \hat{\alpha}_2 P_2(X_i) + \hat{\alpha}_3 P_3(X_i) \tag{4.2}$$

Langkah awal dalam menerapkan metode ortogonal polinomial adalah menentukan koefisien ortogonal polinomial. Untuk Menyusun tabel koefisien ortogonal polinomial dalam penelitian ini didasarkan persamaan (2.16) diketahui $P_0(X) = 1$ dan $P_1(X) = \lambda_1 U$, sehingga diperoleh koefisien ortogonal polinomial:

Untuk $j = 1$, adalah:

$$P_2(X) = P_1(X)P_1(X) - \frac{1^2(t^2-1^2)}{4(4.1^2-1)} - P_{1-1}(X)$$

$$= \lambda_2\left((U.U - \frac{(t^2-1)}{4(3)}\right)1$$

$$= \lambda_2\left((U^2 - \frac{(t^2-1)}{12}\right)$$

Untuk $j = 2$, adalah:

$$P_3(X) = P_1(X)P_2(X) - \frac{2^2(t^2-2^2)}{4(4.2^2-1)}P_{2-1}(X)$$

$$= \lambda_3\left(U\left(U^2 - \frac{t^2-1}{12}\right) - \frac{(t^2-4)}{15}U\right)$$

$$= \lambda_3\left(\left(U^3 - \frac{t^2-1}{12}U\right) - \frac{(t^2-4)}{15}U\right)$$

$$= \lambda_3\left(U^3 - \left(\frac{t^2-1}{12} + \frac{(t^2-4)}{15}\right)U\right)$$

$$= \lambda_3\left(U^3 - \left(\frac{5t^2-5+4t^2-16}{60}\right)U\right)$$

$$= \lambda_3\left(U^3 - \left(\frac{9t^2-21}{60}\right)U\right)$$

$$= \lambda_3\left(U^3 - \left(\frac{3t^2-7}{20}\right)U\right)$$

Berdasarkan koefisien ortogonal polinomial yang diperoleh dilakukan analisis ragam sesuai ortogonal polinomial untuk mengetahui model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons.

Setelah diketahui model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf perlakuan dan respons, dilakukan pendugaan parameter model regresi polinomial. Untuk mendapatkan parameter model regresi polinomial pada persamaan (4.2) digunakan persamaan (2.19) dengan matriks dasar adalah:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & P_1(X_1) & P_2(X_1) & P_3(X_1) \\ 1 & P_1(X_2) & P_2(X_2) & P_3(X_2) \\ 1 & P_1(X_3) & P_2(X_3) & P_3(X_3) \\ 1 & P_1(X_4) & P_2(X_4) & P_3(X_4) \end{bmatrix}, \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \hat{\alpha}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ P_1(X_1) & P_1(X_2) & P_1(X_1) & P_1(X_4) \\ P_2(X_1) & P_2(X_2) & P_2(X_3) & P_2(X_4) \\ P_3(X_1) & P_3(X_2) & P_3(X_3) & P_3(X_4) \end{bmatrix}$$

Sehingga,

$$\boldsymbol{X^T Y} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{4} Y_i \\ \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i) Y_i \\ \sum_{i=1}^{4} P_2(X_i) Y_i \\ \sum_{i=1}^{4} P_3(X_i) Y_i \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T X} =$$

$$\begin{bmatrix} 4 & \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_3(X_i) \\ \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i) & \sum_{i=1}^{4}\{P_1(X_i)\}^2 & \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i)\, P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i)\, P_3(X_i) \\ \sum_{i=1}^{4} P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i)\, P_2(X_i) & \sum_{i=1}^{4}\{P_2(X_i)\}^2 & \sum_{i=1}^{4} P_2(X_i)\, P_3(X_i) \\ \sum_{i=1}^{4} P_3(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_1(X_i)\, P_3(X_i) & \sum_{i=1}^{4} P_2(X_i)\, P_3(X_i) & \sum_{i=1}^{4}\{P_3(X_i)\}^2 \end{bmatrix}$$

Dengan sifat ortogonalitas matriks $\boldsymbol{X^T X}$ menjadi:

$$\boldsymbol{X^T X} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{4}\{P_1(X_i)\}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^{4}\{P_2(X_i)\}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^{4}\{P_3(X_i)\}^2 \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks kebalikan $\boldsymbol{X^T X}$ menjadi:

$$\left(\boldsymbol{X^T X}\right)^{-\mathbf{1}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{4}\{P_1(X_i)\}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{4}\{P_2(X_i)\}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{4}\{P_3(X_i)\}^2} \end{bmatrix}$$

(Drapper dan Smith, 1992)

di mana:

$$P_1(X_i) = \lambda_1 U$$
$$= \lambda_1\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)$$

$$P_2(X_i) = \lambda_2\left(U^2 - \left(\frac{t^2-1}{12}\right)\right)$$
$$= \lambda_2\left(\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{4^2-1}{12}\right)\right)$$
$$= \lambda_2\left(\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{15}{12}\right)\right)$$

$$P_3(X_i) = \lambda_3\left(U^3 - \left(\frac{3t^2-7}{20}\right)U\right)$$
$$= \lambda_3\left(\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)^3 - \left(\frac{3(4^2)-7}{20}\right)\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)\right)$$
$$= \lambda_3\left(\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)^3 - \left(\frac{41}{20}\right)\left(\frac{x_i - \bar{x}}{d}\right)\right)$$

Untuk $i = 1, 2, 3, 4$

Berdasarkan hal tersebut, model penduga persamaan polinomial menjadi:

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1\left(\lambda_1\left(\frac{x_i-\bar{x}}{d}\right)\right) + \hat{\alpha}_2\left(\lambda_2\left(\left(\frac{x_i-\bar{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{15}{12}\right)\right)\right) + \hat{\alpha}_3\left(\lambda_3\left(\left(\frac{x_i-\bar{x}}{d}\right)^3 - \left(\frac{41}{20}\right)\left(\frac{x_i-\bar{x}}{d}\right)\right)\right) \quad (4.3)$$

4.2 Analisis Ragam pada Rancangan Acak Lengkap

Sebelum dilakukan penguraian jumlah kuadrat perlakuan, dilakukan analisis ragam berdasarkan Rancangan Acak Lengkap. Analisis ragam ini dibutuhkan untuk melihat apakah terdapat pengaruh yang nyata antara prediktor terhadap respons. Karena prediktor penelitian terdiri atas empat taraf perlakuan maka model regresi polinomial terbentuk paling tinggi berderajat tiga. Hipotesis yang diuji adalah:

H_0 : Taraf faktor perlakuan tidak berpengaruh nyata terhadap respons

H_1 : Minimal terdapat satu taraf faktor perlakuan berpengaruh nyata terhadap respons

Kriteria pengujian H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha,t-1,t(r-1)}$. Hasil perhitungan analisis ragam disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Analisis Ragam

Sumber Keragaman	DB	JK	KT	SU	Nilai-p	Titik Kritis
Perlakuan	3	2,027025	0,675675	4,133095	0,031524	3,490295
Galat	12	1,96175	0,163479			
Total	15	3,988775				

Dari analisis ragam pada Tabel 4.1, terlihat bahwa $SU\ F\ (4{,}133) > F_{0.05,3,12}$ (3,49) yang berarti perlakuan berpengaruh nyata terhadap respons. Hal ini berarti paling sedikit terdapat satu taraf faktor perlakuan menyebabkan rata-rata respons berbeda dengan taraf faktor yang lain. Dapat dilihat nilai-p $0{,}031524 < 0{,}05$ yang berarti bahwa perlakuan berpengaruh nyata terhadap respons.

4.3 Metode Ortogonal Polinomial

Pengujian analisis ragam pada data Rancangan Acak Lengkap menunjukkan bahwa taraf faktor perlakuan mempunyai pengaruh nyata terhadap respons. Untuk menentukan persamaan hubungan antara taraf faktor perlakuan dengan respons, dilakukan pengujian menggunakan metode ortogonal polinomial. Dari persamaan hubungan ditentukan nilai optimum respons pemberian taraf perlakuan kuantitatif. Langkah-langkah dalam menerapkan metode ortogonal polinomial adalah:

1. Menentukan Koefisien Ortogonal Polinomial

Koefisien ortogonal polinomial digunakan dalam melakukan analisis ragam sesuai ortogonal polinomial. Untuk menentukan koefisien tersebut dilakukan transformasi data dari peubah X menjadi peubah kode U, di mana:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{4} X_i}{t} = \frac{0+0,25+0,5+0,75}{4} = \frac{1,5}{4} = 0,375$$

Dengan menggunakan persamaan (2.4), nilai peubah kode U disajikan dalam Tabel 4.2

Tabel 4.2. Hasil Transformasi Prediktor X Menjadi Peubah Kode U

No.	Taraf Faktor	
	Prediktor (X)	Peubah Kode (U)
1	0	$= \frac{0-0,375}{0,25} = -1,5$
2	0,25	$= \frac{0,25-0,375}{0,25} = -0,5$
3	0,5	$= \frac{0,5-0,375}{0,25} = 0,5$
4	0,75	$= \frac{0,75-0,375}{0,25} = 1,5$

Berdasarkan Tabel 4.2 ketika taraf perlakuan 0 peubah kode $U = -1,5$, ketika taraf perlakuan 0,25 peubah kode $U = -0,5$, ketika taraf perlakuan 0,5 peubah kode $U = 0,5$, dan ketika taraf perlakuan 1,5 peubah kode $U = 1,5$.

Berdasarkan Tabel 4.2 dan persamaan (2.16), koefisien ortogonal polinomial disajikan dalam Tabel 4.3

Tabel 4.3. Koefisien Ortogonal Polinomial

U	Koefisien Ortogonal		
	$P_1 = \lambda_1 U$ $\lambda_1 = 2$	$P_2 = \lambda_2 \left(U^2 - \frac{15}{12}\right)$ $\lambda_2 = -1$	$P_3 = \lambda_3 \left(U^3 - \left(\frac{41}{20}\right) U\right)$ $\lambda_3 = -\frac{10}{3}$
-1,5	$2(-1{,}5) = -3$	$(-1)\left((-1{,}5^2) - \frac{15}{12}\right) = -1$	$\left(-\frac{10}{3}\right)\left((-1{,}5^3) - \left(\frac{41}{20}\right)(-1{,}5)\right) = 1$
-0,5	$2(-0{,}5) = -1$	$(-1)\left((-0{,}5^2) - \frac{15}{12}\right) = 1$	$\left(-\frac{10}{3}\right)\left((-0{,}5^3) - \left(\frac{41}{20}\right)(-0{,}5)\right) = -3$
0,5	$2(0{,}5) = 1$	$(-1)\left((0{,}5^2) - \frac{15}{12}\right) = 1$	$\left(-\frac{10}{3}\right)\left((0{,}5^3) - \left(\frac{41}{20}\right)(0{,}5)\right) = 3$
1,5	$2(1{,}5) = 3$	$(-1)\left((1{,}5^2) - \frac{15}{12}\right) = -1$	$\left(-\frac{10}{3}\right)\left((1{,}5^3) - \left(\frac{41}{20}\right)(1{,}5)\right) = -1$

Koefisien ortogonal polinomial ordo satu ketika $U = -1{,}5$ adalah -3, ketika $U = -0{,}5$ adalah -1, ketika $U = 0{,}5$ adalah 1, ketika $U = 1{,}5$ adalah 3. Terlihat bahwa koefisien ortogonal polinomial ordo satu kontras karena penjumlahan semua koefisien sama dengan 0.

Koefisien ortogonal polinomial ordo dua ketika $U = -1{,}5$ adalah -1, ketika $U = -0{,}5$ adalah 1, ketika $U = 0{,}5$ adalah 1, ketika $U =$

1,5 adalah -1. Terlihat bahwa koefisien ortogonal polinomial ordo dua kontras karena penjumlahan semua koefisien sama dengan 0.

Koefisien ortogonal polinomial ordo tiga ketika $U = -1{,}5$ adalah 1, ketika $U = -0{,}5$ adalah -3, ketika $U = 0{,}5$ adalah 3, ketika $U = 1{,}5$ adalah -1. Terlihat bahwa koefisien ortogonal polinomial ordo tiga kontras karena penjumlahan semua koefisien sama dengan 0.

2. Analisis Ragam pada Ortogonal Polinomial

Setelah ditentukan koefisien ortogonal polinomial, maka dilakukan analisis ragam pada ortogonal polinomial untuk mengetahui model mana yang cocok untuk menjelaskan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons. Hipotesis yang digunakan untuk menguji kecocokan model regresi polinomial menggunakan ortogonal polinomial adalah:

H_0 : Model yang dibentuk tidak cocok untuk menerangkan hubungan data yang diamati

H_1 : Model yang dibentuk cocok untuk menerangkan hubungan data yang diamati

Dengan kriteria pengujian H_0 ditolak jika $SU\ F > F_{\alpha,t-1,t(r-1)}$ pada taraf nyata $\alpha = 5\%$. Dilakukan perhitungan pada penguraian jumlah kuadrat perlakuan pada Lampiran 4, sehingga diperoleh:

Tabel 4.4. Analisis Ragam Menguji Ketepatan Model Regresi Polinomial Berdasarkan Penggunaan Ortogonal Polinomial

Sumber Keragaman	DB	JK	KT	SU	Titik Kritis	Nilai p
Perlakuan	3	2,027025	0,675675	4,133095	3,490295	0,031524
Linier	1	1,55682	1,55682	9,523048	4,747225	0,001696
Kuadratik	1	0,2916	0,2916	1,783714	4,747225	0,203746
Kubik	1	0,178605	0,178605	1,092525	4,747225	0,389771
Galat	12	1,96175	0,163479			
Total	15	3,988775				

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa $SU\ Tren\ Linier$ $(9{,}523) > F_{(0{,}05;1;12)}(4{,}747)$ yang berarti bahwa polinomial ordo satu berpengaruh nyata terhadap respons. $SU\ Tren\ Kuadratik$ $(1{,}784) < F_{(0{,}05;1;12)}(4{,}747)$ yang berarti bahwa polinomial ordo dua tidak berpengaruh nyata terhadap respons. $SU\ Tren\ Kubik (1{,}093) < F_{(0{,}05;1;12)}(4{,}747)$ yang berarti bahwa polinomial ordo tiga tidak berpengaruh nyata terhadap respons.

3. Persamaan Hubungan antara Taraf Faktor Perlakuan dengan Respons

Berdasarkan hasil analisis ragam pada Tabel 4.4 dapat disimpulkan bahwa faktor perlakuan dan respons dengan taraf nyata $\alpha = 5\%$ terjadi hanya pada polinomial ordo pertama, sedangkan pada polinomial ordo kedua dan ketiga bersifat tidak nyata. Berarti model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf faktor perlakuan dan respons adalah regresi polinomial ordo satu atau regresi linier sederhana.

4. Menentukan Koefisien Parameter Model Regresi Polinomial

Setelah diketahui model yang cocok untuk menerangkan hubungan antara taraf perlakuan dan respons, maka dilakukan pendugaan parameter model regresi polinomial. Adapun bentuk model regresi polinomial ordo satu yang ditentukan dengan ortogonal polinomial adalah:

$$Y = \alpha_0 P_0(X) + \alpha_1 P_1(X) + \varepsilon \tag{4.4}$$

di mana:

$\varepsilon \sim NIID(0, \sigma^2)$

Karena $P_0(X) = 1$, model penduga pada persamaan (4.4) menjadi:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 P_1(X) \tag{4.5}$$

Di mana $\hat{\alpha}_0$ dan $\hat{\alpha}_1$ adalah nilai penduga parameter α_0 dan α_1. Maka untuk melakukan pendugaan parameter dilakukan transformasi data seperti pada Tabel 4.2. Sehingga hasil transformasi data dari peubah X menjadi peubah kode U disajikan pada tabel 4.5.

Tabel 4.5. Peubah Perlakuan dan Peubah Kode bagi Faktor Respons

No. Pengamatan	U	Y	No. Pengamatan	U	Y
1	-1,5	7,65	9	0,5	8,79
2	-1,5	7,88	10	0,5	8,39
3	-1,5	7,6	11	0,5	9,21
4	-1,5	8,28	12	0,5	8,71
5	-0,5	8,24	13	1,5	8,51
6	-0,5	8,02	14	1,5	7,76
7	-0,5	8,27	15	1,5	9,33
8	-0,5	8,32	16	1,5	8,78

$\sum_{i=1}^{16} X_i = (-1{,}5) + (-1{,}5) + \cdots + 1{,}5 + 1{,}5 = 0$

$\sum_{i=1}^{16} {X_i}^2 = (-1{,}5)^2 + (-1{,}5)^2 + \cdots + 1{,}5^2 + 1{,}5^2 = 20$

$\sum_{i=1}^{16} X_i Y_i = (-1{,}5)(7{,}65) + (-1{,}5)(7{,}88) + \cdots + 1{,}5(8{,}78)$

$= 5{,}58$

$\sum_{i=1}^{16} Y_i = 7{,}65 + 7{,}88 + 7{,}6 + \cdots + 8{,}78 = 133{,}74$

Maka untuk menentukan nilai penduga parameter α_0 dan α_1 digunakan persamaan (2.19) dengan matriks dasar adalah:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 \\ 1 & -1{,}5 \\ 1 & -1{,}5 \\ 1 & -1{,}5 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1{,}5 \end{bmatrix}, \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 7{,}65 \\ 7{,}88 \\ 7{,}6 \\ 8{,}28 \\ \vdots \\ 8{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ -1{,}5 & -1{,}5 & -1{,}5 & -1{,}5 & \cdots & 1{,}5 \end{bmatrix}$$

Sehingga:

$$\boldsymbol{X^T Y} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{16} Y_i \\ \sum_{i=1}^{16} X_i Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 133{,}74 \\ 5{,}58 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X^T X} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{16} X_i \\ \sum_{i=1}^{16} X_i & \sum_{i=1}^{16} X_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{16} X_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$(\boldsymbol{X^T X})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{16} X_i^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{X^{\mathrm{T}} X})^{-1}(\boldsymbol{X^{\mathrm{T}} Y})$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & \frac{1}{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 133{,}74 \\ 5{,}58 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8{,}35875 \\ 0{,}279 \end{bmatrix}$$

Setelah dilakukan perhitungan diperoleh nilai $\hat{\alpha}_0 = 8{,}35875$ dan $\hat{\alpha}_1 = 0{,}279$. Selanjutnya nilai $P_1(X) = \lambda_1 U = 2U$ di mana nilai λ disajikan dalam Tabel 4.3. Dengan demikian diperoleh model polinomial ordo satu yaitu:

$$\hat{Y} = 8{,}35875 + 0{,}279(2U) \tag{4.6}$$

Persamaan (4.6) masih menggunakan peubah kode U dan dapat ditransformasi kembali ke peubah X, maka berdasarkan persamaan (2.4) di mana $U = \frac{X-0{,}375}{0{,}25}$. Sehingga diperoleh persamaan regresi polinomial ordo satu dalam X yaitu:

$$\hat{Y} = 8{,}35875 + 0{,}279\left(2\left(\frac{X-0{,}375}{0{,}25}\right)\right)$$

$$\hat{Y} = 8{,}35875 + 0{,}279\left(\frac{2X-0{,}75}{0{,}25}\right)$$

$$\hat{Y} = 8{,}35875 + \left(\frac{0{,}558X-0{,}20925}{0{,}25}\right)$$

$$\hat{Y} = 8{,}35875 + 2{,}232X - 0.837$$

$$\hat{Y} = 7{,}52175 + 2{,}232X \qquad (4.7)$$

Karena nilai koefisien regresi positif, maka dapat dikatakan bahwa taraf perlakuan berpengaruh positif terhadap respons. Berarti bahwa semakin tinggi taraf perlakuan yang diberikan pada amatan maka respons akan semakin meningkat.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka kesimpulan dari penelitian ini adalah:

1. Metode ortogonal polinomial dapat diterapkan dalam penguraian jumlah kuadrat perlakuan kuantitatif pada rancangan acak lengkap dengan ulangan sama dan jarak antar taraf faktor perlakuan sama.
2. Pada penelitian dengan empat taraf faktor perlakuan kuantitatif, derajat polinomial yang dapat dibentuk adalah linier, kuadratik dan kubik. Hasil pengujian menunjukkan model yang cocok untuk menerangkan persamaan hubungan antara taraf perlakuan dan respons adalah regresi polinomial ordo satu atau regresi linier sederhana.
3. Koefisien ortogonal polinomial ordo satu, ketika $U = -1,5;\ -0,5;\ 0.5;\ 1,5$ secara berurut adalah $-3;\ -1; 1; 3$, Koefisien ortogonal polinomial ordo dua, ketika $U = -1,5;\ -0,5;\ 0.5;\ 1,5$ secara berurut adalah $-1;\ 1; 1; -1$, Koefisien ortogonal polinomial ordo tiga, ketika $U = -1,5;\ -0,5;\ 0.5;\ 1,5$ secara berurut adalah $1;\ -3; 3; -1$.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah:

1. Menggunakan data yang dapat menerangkan model regresi polinomial ordo tiga atau regresi kubik.
2. Menggunakan metode ortogonal polinomial pada rancangan acak lengkap dengan ulangan sama dan jarak antar taraf perlakuan tidak sama untuk penguraian jumlah kuadrat perlakuan.
3. Menggunakan metode ortogonal polinomial pada rancangan acak lengkap dengan ulangan tidak sama dan jarak antar taraf perlakuan sama untuk penguraian jumlah kuadrat perlakuan.
4. Menggunakan metode ortogonal polinomial pada rancangan acak lengkap dengan ulangan tidak sama dan jarak antar taraf perlakuan tidak sama untuk penguraian jumlah kuadrat perlakuan.
5. Menggunakan Metode ortogonal polinomial pada rancangan lingkungan yang lain. Karena, metode ortogonal polinomial dapat digunakan pada berbagai rancangan lingkungan.

DAFTAR PUSTAKA

Drapper, N. R., & Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan (Edisi Kedua)*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Gaspersz, V. (1992). *Teknik Analisis Dalam Penelitian Percobaan.* Bandung: Tarsito.

Ghani, A. (2021, Januari 4). *Suku Banyak, Pengertian, Grafik, Sifat Dan Contohnya*. RumusBilangan.Com: https://rumusbilangan.com/suku-banyak/

Gomez, K. A., & Gomez, A. A. (1995). *Prosedur Statistik Untuk Penelitian Pertanian.* (E. Sjamsuddin, & J. S. Baharsjah, Trans.) Jakarta: UI Press.

Mattjik, A. A., & Sumertajaya, I. M. (2013). *Perancangan Percobaan Dengan Aplikasi SAS dan Minitab.* Bogor: PT. Penerbit IPB Press.

Montgomery, D. C. (2009). *Design and Analysis of Experiments* (Seventh ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.

Steel, R. G., & Torrie, J. H. (1993). *Prinisip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik.* Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Supranto, J. (2001). *Statistik: Teori dan Aplikasi* (Edisi Keenam ed., Vol. Jilid 2). Jakarta: Erlangga.

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan Edisi Keempat.* Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Widiharih, T. (2001). Pendekatan Regresi Polinomial Orthogonal Pada Rancangan Dua Faktor (Dengan Aplikasi SAS Dan Minitab). *Jurnal Matematika Dan Komputer*, 1-10.

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Bangkitan

Perlakuan	Ulangan				Jumlah
	1	2	3	4	
1	7.65	7.88	7.60	8.28	31.41
2	8.24	8.02	8.27	8.32	32.85
3	8.79	8.39	9.21	8.71	35.10
4	8.51	7.76	9.33	8.78	34.38
Jumlah	33.19	32.05	34.41	34.09	133.74

Lampiran 2 *Syntax* Membangkitkan Data

```
set.seed(1)
B1 = rnorm(4, 7.83, 0.28)
B2 = rnorm(4, 8.18, 0.19)
B3 = rnorm(4, 8.53, 0.45)
B4 = rnorm(4, 8.80, 0.47)

round(B1, 2)
round(B2, 2)
round(B3, 2)
round(B4, 2)
```

Lampiran 3 *Syntax* Analisis Ragam

```
#ANOVA
#Pengelompokkan Data
kedelai = round(c(B1, B2, B3, B4),2)
kelompok = c(rep("k", 4), rep("p1", 4),
rep("p2", 4), rep("p3", 4))
data = data.frame(kedelai, kelompok)
data$kelompok = factor(data$kelompok, levels
= c("k","p1","p2","p3"))
#Analisis Ragam
Oneway = aov(kedelai~ kelompok, data = data)
summary(Oneway)
```

Lampiran 4 Perhitungan Tabel 4.4

$$FK = \frac{Y_{..}^2}{tr} = \frac{133{,}74^2}{4\times4} = \frac{17886{,}39}{16} = 1117{,}9$$

$$JKT = \left(\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^2\right) - FK$$

$$= [(7{,}65^2) + (7{,}88^2) + \cdots + (8{,}78^2)] - 1117{,}9$$

$$= 3{,}9888$$

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{t} Y_{i.}^2}{r} - FK$$

$$= \frac{[(31{,}41^2)+(32{,}85^2)+(35{,}10^2)+(34{,}38^2)]}{4} - 1117{,}9$$

$$= 2{,}027$$

$$JKP_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_1(X_i)Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t}(P_1(X_i))^2\right)}$$

$$= \frac{[((-3)\times31{,}41)+((-1)\times32{,}85)+((1)\times35{,}1)+((3)\times34{,}38)]^2}{4\times[(-3^2)+(-1^2)+(1^2)+(3^2)]}$$

$$= \frac{124{,}5456}{4\times20} = 1{,}55682$$

$$JKP_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_2(X_i)Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t}(P_2(X_i))^2\right)}$$

$$= \frac{[((-1)\times31{,}41)+((1)\times32{,}85)+((1)\times35{,}1)+((-1)\times34{,}38)]^2}{4\times[(-1^2)+(1^2)+(1^2)+(-1^2)]}$$

$$= \frac{4{,}6656}{4\times4} = 0{,}2916$$

$$JKP_3 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{t} P_3(X_i)Y_{i.}\right)^2}{r\left(\sum_{i=1}^{t}(P_3(X_i))^2\right)}$$

$$= \frac{[((1)\times31{,}41)+((-3)\times32{,}85)+((3)\times35{,}1)+((-1)\times34{,}38)]^2}{4\times[(1^2)+(-3^2)+(3^2)+(-1^2)]}$$

$$= \frac{14{,}2884}{4\times20} = 0{,}17861$$

$$JKG = JKT - JKP$$
$$= 3{,}9888 - 2{,}027 = 1{,}96175$$
$$KTP = \frac{JKP}{db_{perlakuan}} = \frac{2{,}027}{3} = 0{,}675675$$
$$KTP_1 = \frac{JKP_1}{db_{perlakuan\ linier}} = \frac{1{,}55682}{1} = 1{,}55682$$
$$KTP_2 = \frac{JKP_2}{db_{perlakuan\ kuadratik}} = \frac{0{,}2916}{1} = 0{,}2916$$
$$KTP_3 = \frac{JKP_3}{db_{perlakuan\ kubik}} = \frac{0{,}17861}{1} = 0{,}17861$$
$$KTG = \frac{JKG}{db_{galat}} = \frac{1{,}96175}{12} = 0{,}163479$$