

**PENERAPAN MODEL ALDER DAN MODEL LOGISTIC
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)**

SKRIPSI

**Oleh:
NASTITI MUFIDA
165090501111028**



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2020**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PENERAPAN MODEL ALDER DAN MODEL LOGISTIC
PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)**

Oleh:
NASTITI MUFIDA
165090501111028

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal **2
Juli 2020** dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh
gelar Sarjana Statistika

Dosen Pembimbing

Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS
NIP. 195511021981032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya



Rahma Fitriani, S.Si, M.Sc., Ph.D
NIP. 197603281999032001



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nastiti Mufida

NIM : 165090501111028

Program Studi : Statistika

Penulis Skripsi Berjudul :

PENERAPAN MODEL ALDER DAN MODEL LOGISTIC PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termasuk di sini dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 4 Juli 2020

Yang menyatakan,

Nastiti Mufida

NIM. 165090501111028

PENERAPAN MODEL *ALDER* DAN MODEL *LOGISTIC* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN PADI (*Oryza sativa* L.)

ABSTRAK

Model pertumbuhan *Alder* dan *Logistic* merupakan regresi nonlinier yang mampu menggambarkan pola dan laju pertumbuhan suatu tanaman. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana pola dan laju pertumbuhan tinggi tanaman padi jika digambarkan dengan model pertumbuhan *Alder* dan model pertumbuhan *Logistic* serta mengetahui model persamaan untuk masing-masing model. Data yang digunakan merupakan data sekunder dari penelitian tentang pertumbuhan tanaman padi selama 20 minggu dengan pemberian dua macam dosis bionutrien. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kedua model dapat menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi dengan baik berdasarkan nilai koefisien determinasi sebesar 98%-99%. Model *Logistic* lebih baik daripada model *Alder* dalam menggambarkan pola pertumbuhan tanaman padi berdasarkan nilai RMSE. Laju pertumbuhan absolut menunjukkan pola yang menjulur ke kanan dengan laju pertumbuhan maksimum terjadi saat tanaman padi varietas Cigeulis berumur satu sampai empat minggu setelah tanam.

Kata kunci: *Alder*, *Logistic*, Model Pertumbuhan, Tanaman Padi

APPLICATION OF *ALDER* MODEL DAN *LOGISTIC* MODEL IN RICE PLANT GROWTH (*Oryza sativa* L.)

ABSTRACT

Alder growth model and *Logistic* growth model are nonlinear regressions that can describe the pattern dan the rate of plant growth. The purposes of this study are to know how the pattern and the rate of rice plant growth if the *Alder* and *Logistic* model applied, and to know the equation for each model. The data used are secondary data from the study of rice plant growth for 20 weeks with two kinds of bionutrien doses. The result showed that both of models can describe the pattern and the rate of rice plant growth well based on coefficient of determination of 98%-99%. *Logistic* model is better than *Alder* model in describing the pattern and the rate of rice plant growth based on RMSE. Absolute growth rate showed a pattern that extends to right with the maximum growth rate occurring when the Cigeulis rice plant is one to four weeks after planting.

Keywords: *Alder*, Growth Model, *Logistic*, Rice Plant

KATA PENGANTAR

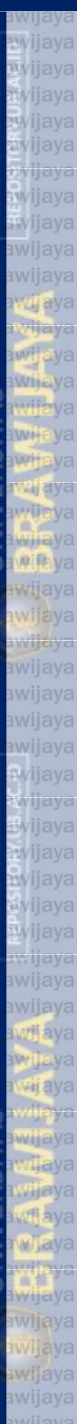
Puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Model *Alder* dan Model *Logistic* pada Pertumbuhan Tanaman Padi (*Oryza sativa L.*)” dengan baik. Dalam penulisan skripsi ini, penulis mendapatkan banyak bantuan. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa hormat dan terima kasih kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS, selaku dosen pembimbing atas waktu dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Ibu Dr. Ir. Atiek Iriany, MS dan Ibu Luthfatul Amaliana, S.Si, M.Si., selaku dosen penguji atas masukan dan arahan yang telah diberikan.
3. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D selaku Ketua Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
4. Seluruh staf dan karyawan Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
5. Orang tua, adik, kakak, dan keluarga yang telah memberikan banyak bantuan, dukungan dan doa.
6. Teman-teman Jurusan Statistika UB angkatan 2016 serta teman-teman Pusat Studi dan Layanan Disabilitas UB yang telah memberikan dukungan dan doa.

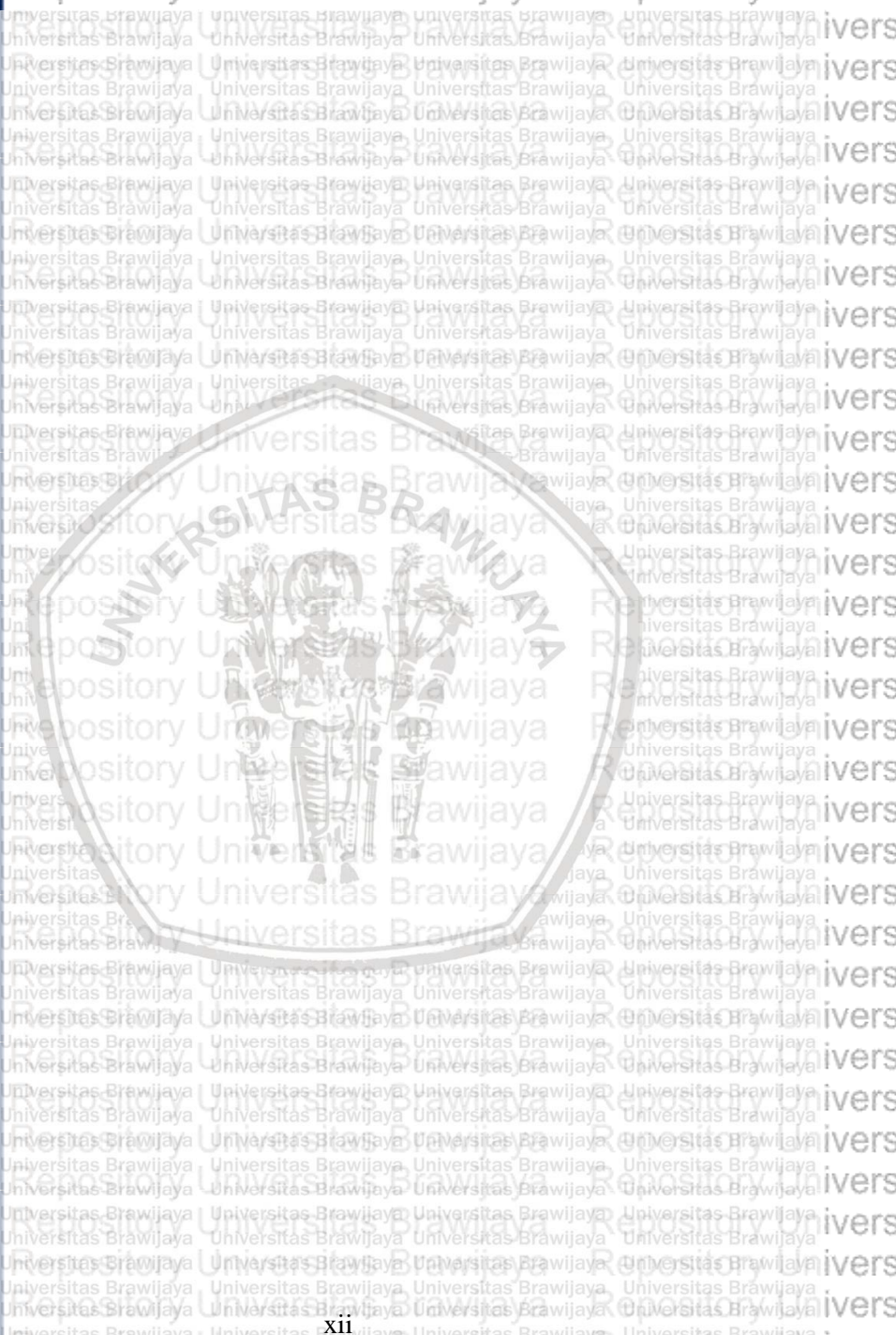
Penyusunan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca. Terima kasih.

Malang, 4 Juli 2020

Penulis



Repository Universitas Brawijaya



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya



DAFTAR ISI

hal.

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PERNYATAAN	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	2
1.3. Tujuan Penelitian.....	2
1.4. Manfaat Penelitian.....	2
1.5. Batasan Masalah.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1. Regresi Nonlinier.....	5
2.2. Model Pertumbuhan.....	5
2.3. Pendugaan Parameter.....	12
2.4. Pengujian Asumsi Regresi Nonlinier.....	14
2.5. Pemilihan Model Terbaik	16
2.6. Tanaman Padi.....	17
BAB III METODE PENELITIAN	21
3.1. Sumber Data.....	21
3.2. Tahapan Analisis Data.....	21
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	25
4.1. Diagram Pencar.....	25
4.2. Pendugaan Parameter.....	26
4.3. Uji Asumsi Kenormalan Galat.....	29
4.4. Uji Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	32



4.5. Pemeriksaan Kebaikan Model.....36

4.6. Laju Pertumbuhan Absolut37

4.7. Laju Pertumbuhan Relatif38

4.8. Laju Pertumbuhan Maksimum39

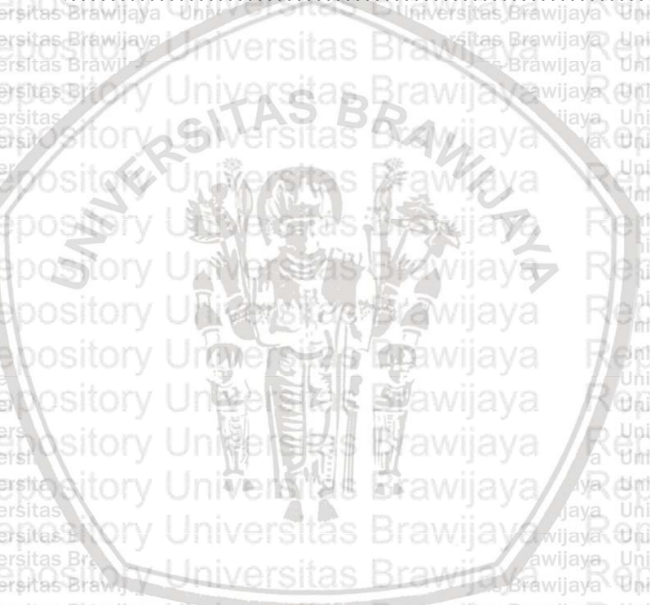
BAB V PENUTUP41

5.1. Kesimpulan.....41

5.2. Saran.....41

DAFTAR PUSTAKA43

LAMPIRAN.....45





DAFTAR GAMBAR

hal.

Gambar 2.1 Kurva Pertumbuhan <i>Alder</i>	7
Gambar 2.2 Kurva Pertumbuhan <i>Logistic</i>	10
Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Analisis.....	23
Gambar 4.1 Diagram Pencar Tinggi Tanaman Padi Berdasarkan Perlakuan.....	25
Gambar 4.2 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model <i>Alder</i> dan <i>Logistic</i> pada Kedua Perlakuan	28
Gambar 4.3 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model <i>Alder</i> pada Perlakuan P1 Hasil Transformasi	31
Gambar 4.4 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model <i>Alder</i> dan <i>Logistic</i> pada Perlakuan P1 dan P2 Hasil Transfromasi	34
Gambar 4.5 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut Tanaman Padi	37
Gambar 4.6 Kurva Laju Pertumbuhan Relatif Tanaman Padi	38



Repository Universitas Brawijaya

Repository Universitas Brawijaya



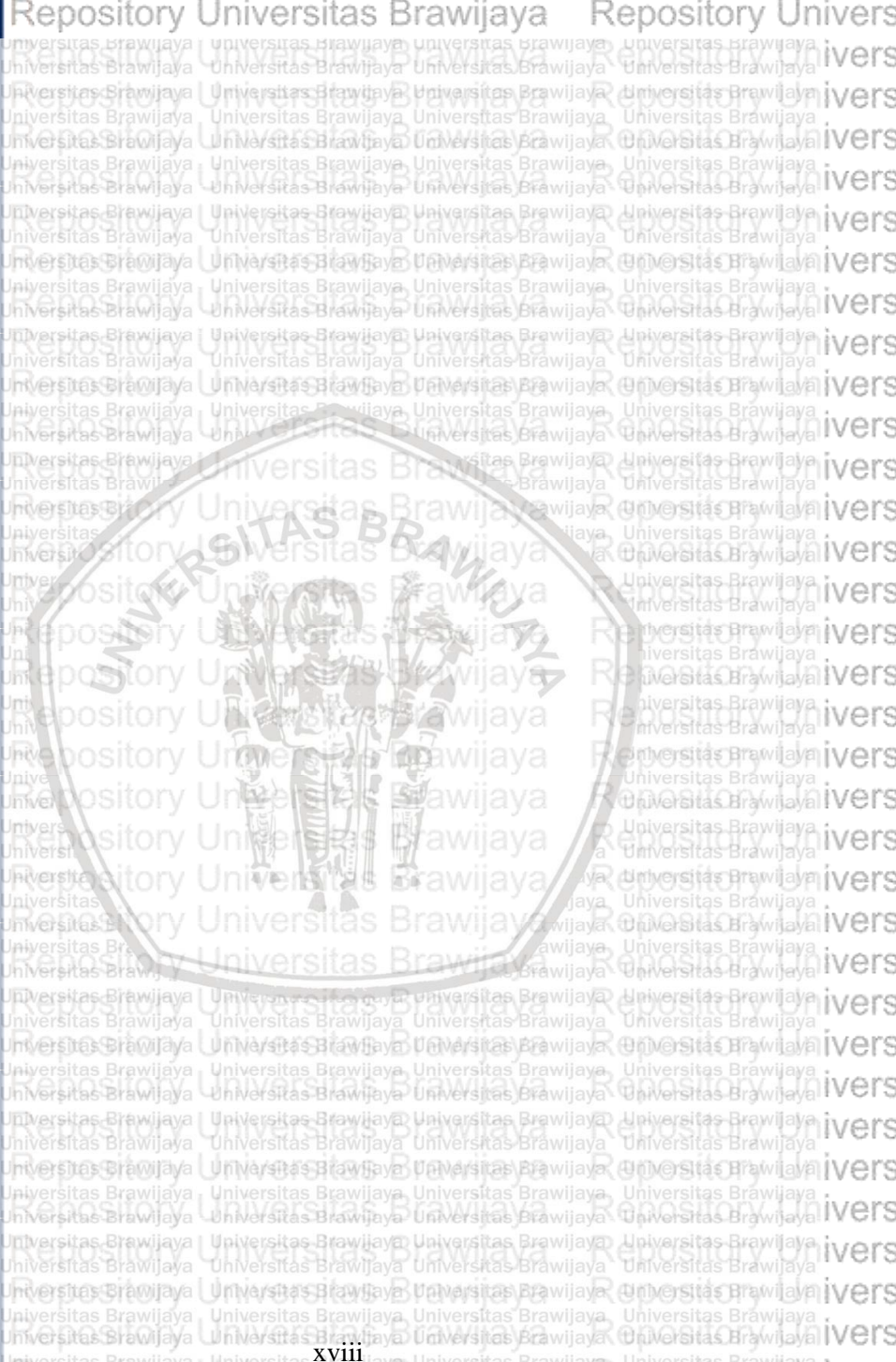
Repository Universitas Brawijaya



DAFTAR TABEL

hal.

Tabel 4.1	Nilai Duga Awal Parameter.....	26
Tabel 4.2	Hasil Pendugaan Parameter	27
Tabel 4.3	Model Pertumbuhan.....	27
Tabel 4.4	Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat	29
Tabel 4.5	Pendugaan Parameter Model <i>Alder</i> pada Data Transformasi.....	30
Tabel 4.6	Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	32
Tabel 4.7	Pendugaan Parameter Model <i>Logistic</i> pada Data Transformasi.....	33
Tabel 4.8	Model Pertumbuhan Data Hasil Transformasi	33
Tabel 4.9	Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat Data Transformasi.....	35
Tabel 4.10	Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat Data Transformasi.....	36
Tabel 4.11	Pemilihan Model Terbaik	36
Tabel 4.12	Umur dan Tinggi Maksimum Tanaman Padi.....	39





DAFTAR LAMPIRAN

hal.

Lampiran 1. Data Pertumbuhan Tanaman Padi.....	45
Lampiran 2. Perlakuan Terhadap 9 Kelompok Tanam.....	46
Lampiran 3. Penurunan Model Pertumbuhan <i>Alder</i>	47
Lampiran 4. Penurunan Model Pertumbuhan <i>Logistic</i>	49
Lampiran 5. Pendugaan Awal Parameter.....	52
Lampiran 6. Penjabaran Iterasi <i>Levenberg-Marquardt</i>	55
Lampiran 7. Hasil Prediksi Tinggi Tanaman Padi.....	57
Lampiran 8. Hasil Uji Asumsi Kenormalan.....	58
Lampiran 9. Data Transformasi.....	60
Lampiran 10. Hasil Prediksi Tinggi Tanaman Data Transformasi.....	61
Lampiran 11. Hasil Uji Asumsi Kenormalan Galat Data Transformasi.....	64
Lampiran 12. Perhitungan Uji Asumsi Homogenitas Ragam Galat.....	66
Lampiran 13. Perhitungan Uji Asumsi Homogenitas Ragam Galat Data Transformasi.....	69
Lampiran 14. Hasil Perhitungan RMSE.....	71
Lampiran 15. Laju Pertumbuhan Absolut.....	73
Lampiran 16. Laju Pertumbuhan Relatif.....	75
Lampiran 17. Laju Pertumbuhan Maksimum.....	77

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam penerapannya, statistika dibutuhkan di berbagai bidang, salah satunya dalam bidang kehidupan. Contoh penerapan ilmu statistika dalam bidang kehidupan yaitu penelitian mengenai pertumbuhan makhluk hidup. Regresi merupakan metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah prediktor dengan peubah respon, dimana metode ini dibedakan menjadi dua yaitu regresi linier dan nonlinier. Metode regresi yang dapat digunakan untuk model pertumbuhan adalah regresi nonlinier.

Model *Alder* diperkenalkan oleh Alder (1980) untuk menganalisis pertumbuhan tanaman hutan seperti meranti atau pinus. Model *Alder* masih jarang diaplikasikan untuk menganalisis pertumbuhan tanaman jenis rumput-rumputan, salah satunya adalah tanaman padi. Pada penelitian yang dilakukan oleh Bustomi, dkk. (2008), model *Alder* dan beberapa model pertumbuhan lain digunakan untuk menduga pertumbuhan diameter dan tinggi lima jenis *Dipterocarpaceae*. Sampai saat ini, masih sulit menemukan penelitian dengan penerapan model *Alder* untuk menggambarkan pola pertumbuhan tanaman selain jenis *Dipterocarpaceae*.

Model *Logistic* adalah satu satu dari model pertumbuhan yang sering digunakan peneliti dalam memodelkan pola pertumbuhan dari organisme. Model *Logistic* sudah banyak diterapkan pada pertumbuhan tanaman maupun hewan. Model *Logistic* memiliki model persamaan yang berbeda-beda sesuai dengan banyaknya parameter yang digunakan.

Kedua model pertumbuhan tersebut akan digunakan untuk memodelkan laju pertumbuhan tanaman padi, yaitu sejenis tumbuhan rumput-rumputan yang sangat mudah ditemukan di negara tropis dan subtropis, terutama di Indonesia. Selain itu, padi merupakan sumber bahan makanan pokok di Indonesia dan beberapa negara lainnya. Sebagai salah satu tanaman penghasil bahan makanan utama, perawatan pertumbuhan tanaman padi harus diperhatikan dan dilakukan dengan optimal untuk mendapatkan hasil panen dengan kualitas yang lebih baik. Namun, masih terdapat petani yang belum begitu paham tentang optimalisasi pertumbuhan tanaman padi berdasarkan pola pertumbuhan.

Pada penelitian ini, akan dilakukan pemodelan untuk menunjukkan pola pertumbuhan, umur saat laju pertumbuhan mencapai titik maksimum (titik infleksi), dan laju pertumbuhan tanaman padi (*Oryza sativa* L.) baik absolut maupun relatif dengan menggunakan model *Alder* dan Model *Logistic* sebagai pembanding.

1.2. Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

- 1) Apakah model *Alder* dan model *Logistic* dapat menggambarkan pertumbuhan tinggi tanaman padi?
- 2) Manakah di antara model *Alder* dan model *Logistic* yang mampu menggambarkan pertumbuhan tinggi tanaman padi dengan baik?
- 3) Bagaimana pola laju pertumbuhan dan umur tanaman padi saat laju pertumbuhan mencapai titik maksimum untuk kedua model?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai melalui penelitian ini adalah:

- 1) Mengetahui apakah model *Alder* dan model *Logistic* dapat menggambarkan pertumbuhan tinggi tanaman padi.
- 2) Menentukan model yang lebih baik antara model pertumbuhan *Alder* dengan model pertumbuhan *Logistic* yang dapat menjelaskan pola dan laju pertumbuhan tinggi tanaman padi.
- 3) Menggambarkan pola laju pertumbuhan tinggi tanaman padi dan menunjukkan umur tanaman padi saat laju pertumbuhan mencapai titik maksimum pada kedua model.

1.4. Manfaat Penelitian

Dari penelitian yang akan dilakukan, diharapkan dapat memberikan manfaat yaitu:

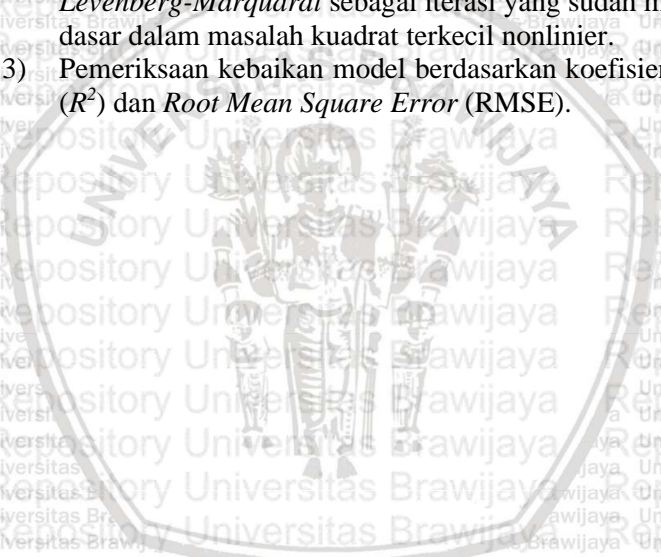
- 1) Dapat diketahui bagaimana model *Alder* dan model *Logistic* dalam menggambarkan pola, laju pertumbuhan, dan umur tanaman padi (*Oryza sativa* L.) saat laju pertumbuhan mencapai titik maksimum.
- 2) Dapat diketahui model pertumbuhan yang lebih baik dalam menggambarkan pola dan laju pertumbuhan tanaman padi (*Oryza sativa* L.).

- 3) Dapat dijadikan pertimbangan bagi petani padi untuk memberikan perlakuan yang optimal sesuai dengan pola pertumbuhan sehingga kualitas tanaman padi menjadi lebih baik.

1.5. Batasan Masalah

Berikut merupakan batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini:

- 1) Digunakan model *Logistic* 3 parameter sebagai pembanding model *Alder*.
- 2) Pendugaan parameter model *Alder* dan model *Logistic* menggunakan Metode Kuadrat Terkecil Nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt* sebagai iterasi yang sudah menjadi teknik dasar dalam masalah kuadrat terkecil nonlinier.
- 3) Pemeriksaan kebaikan model berdasarkan koefisien determinasi (R^2) dan *Root Mean Square Error* (RMSE).





"Halaman ini sengaja dikosongkan"



Repository Universitas Brawijaya

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Regresi Nonlinier

Analisis regresi merupakan suatu metode analisis dalam statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah prediktor dengan peubah responnya, dimana metode ini dibedakan menjadi dua yaitu regresi linier dan nonlinier.

Model regresi nonlinier merupakan semua model yang tidak bisa ditransformasi ke dalam bentuk parameter yang dapat diestimasi langsung dengan analisis kuadrat terkecil linier (Alder, 1980). Pada prediksi parameternya, regresi nonlinier menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) Nonlinier dengan dilakukan prosedur iterasi. Menurut Montgomery dan Peck (1992) model regresi nonlinier dapat dituliskan sebagai:

$$y_i = f(x_i, \theta) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dengan:

y_i : nilai amatan ke- i dari peubah respon

x_i : nilai amatan ke- i dari peubah prediktor

θ : parameter

ε_i : nilai amatan ke- i dari galat, dimana $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$

n : banyaknya pengamatan

Regresi nonlinier dalam penerapannya dapat digunakan untuk membuat model pertumbuhan organisme yang hasilnya akan dapat menunjukkan pola dan laju pertumbuhan dalam kurun waktu tertentu.

2.2. Model Pertumbuhan

Model pertumbuhan merupakan suatu model berdasarkan fungsi yang memprediksi kenaikan atau penambahan dari peubah pertumbuhan (rata-rata diameter, area dasar tanaman, atau volume) selama rentang waktu yang singkat (Alder, 1980). Setiap model pertumbuhan memiliki suatu kurva pertumbuhan berbentuk sigmoid, yang terdiri atas waktu pertumbuhan pada sumbu horizontal dan perubahan peubah ukuran pertumbuhan organisme yang diamati (misalnya tinggi tanaman, diameter batang, atau berat tanaman) pada sumbu vertikal. Kurva pertumbuhan mampu menggambarkan suatu

bentuk percepatan dan perlambatan dari pertumbuhan atau yang dikenal dengan pola pertumbuhan.

Lawrence dan Fowler (2002) menjelaskan bahwa pola pertumbuhan sebagai bentuk yang sederhana dengan laju pertumbuhan tertinggi terjadi pada kehidupan awal, kemudian mengalami peningkatan secara perlahan sampai mencapai konstan saat mencapai usia tua atau usia panen. Kurva sigmoid memiliki dua asimtot, yaitu asimtot bawah dan asimtot atas. Asimtot bawah terletak pada $\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = 0$ dan asimtot atas terletak pada $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y(t)_{maks}$ (Madoroba dan Kruger, 2015).

2.2.1. Model Alder

Model *Alder* diperkenalkan oleh Alder (1980) untuk menganalisis pertumbuhan tanaman tahunan seperti meranti atau pinus. Model pertumbuhan *Alder* merupakan pengembangan dari model *Schumacher* berikut.

$$Y(t) = H_{max} e^{\left(\frac{b}{tk}\right)} \quad (2.2)$$

dimana H_{max} merupakan parameter yang disesuaikan dan merepresentasikan tinggi maksimal tanaman yang dapat dicapai. Dalam membentuk model *Alder*, dilakukan dengan menerapkan logaritma \ln ke persamaan (2.2) pada kedua sisi sehingga didapatkan persamaan baru pada persamaan (2.3) yang merupakan persamaan model *Alder*.

$$\ln(Y(t)) = \ln(H_{max}) + \frac{b}{tk}$$

$$\ln(Y(t)) = a + \frac{b}{tk} \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) dapat ditransformasikan menjadi persamaan (2.4).

$$Y(t) = e^{a + \frac{b}{tk}} \quad (2.4)$$

di mana:

$Y(t)$: perubahan ukuran pertumbuhan

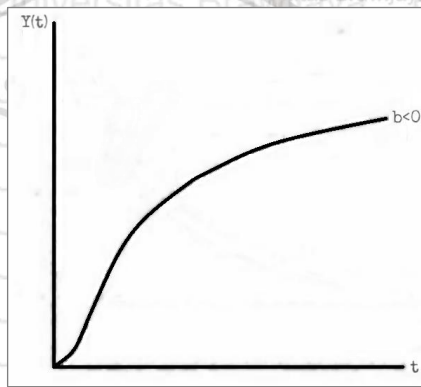
a : nilai parameter yang disesuaikan dengan tinggi maksimal tanaman

b : nilai parameter yang disesuaikan

t : umur tanaman

k : nilai laju pertumbuhan

Berdasarkan model pertumbuhan *Alder* tersebut, selanjutnya dapat diketahui prediksi perubahan ukuran pertumbuhan melalui kurva pertumbuhan berikut.



Gambar 2.1 Kurva pertumbuhan *Alder* (Alder, 1980)

Pola pertumbuhan tanaman dapat terlihat melalui kurva pertumbuhan pada Gambar 2.1 dimana $Y(t)$ merupakan peubah pertumbuhan seperti tinggi tanaman, diameter batang, dan volume tanaman. Sedangkan t merupakan umur tanaman dengan satuan waktu tertentu dengan ketentuan parameter b bernilai negatif. Pertumbuhan tanaman secara kuantitatif dapat diketahui melalui laju pertumbuhan absolut dan relatif. Berikut merupakan komponen-komponen pada model *Alder*.

a. Laju Pertumbuhan Absolut

Peningkatan laju pada peubah pertumbuhan pada waktu t merupakan laju pertumbuhan absolut (Ghule, dkk., 2013). Laju pertumbuhan absolut didapat dari turunan pertama persamaan

(2.4) terhadap t yang secara lengkap tersaji pada Lampiran 3, sehingga diperoleh persamaan (2.5).

$$\frac{dY(t)}{dt} = -kbt^{-k-1}e^{a+\frac{b}{t^k}} \quad (2.5)$$

Pada pertumbuhan tanaman, kurva laju pertumbuhan mencerminkan perbedaan kemampuan tanaman pada tahap pertumbuhan yang berbeda (Hunt, dkk., 2003).

b. Laju Pertumbuhan Relatif

Almanza-Merchán, dkk. (2016) pada penelitiannya menjelaskan bahwa laju pertumbuhan relatif menunjukkan perubahan laju variasi ukuran setiap unit ukuran awal. Laju pertumbuhan relatif didapatkan dengan membagi persamaan (2.5) dengan persamaan (2.4) menjadi persamaan (2.6) yang dijabarkan pada Lampiran 3.

$$\frac{dY(t)}{dt} \times \frac{1}{Y(t)} = -kbt^{k-1} \quad (2.6)$$

c. Umur dan Pertumbuhan Saat Laju Pertumbuhan Maksimum (Titik Infleksi)

Laju pertumbuhan tertinggi yang dapat dicapai oleh suatu tanaman disebut laju pertumbuhan maksimum. Beberapa peneliti menyebut laju pertumbuhan tertinggi ini sebagai titik infleksi atau titik belok pertumbuhan. Titik infleksi atau laju pertumbuhan maksimum diperoleh dari turunan kedua persamaan (2.4) yang disamadengankan nol, sehingga dapat diketahui saat terjadi laju pertumbuhan maksimum seperti persamaan berikut.

$$\frac{d^2Y(t)}{dt^2} = -bke^{a+\frac{b}{t^k}} [(-k-1)t^{-(k-2)} + t^{2-(k-1)}bk] = 0$$

$$t^* = \sqrt[k]{\frac{-kb}{k+1}} \quad (2.7)$$

Pertumbuhan saat laju pertumbuhan maksimum dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (2.7) ke persamaan (2.4), sehingga diperoleh persamaan (2.8). Penjabaran titik infleksi model *Alder* tersaji pada Lampiran 3.

$$Y(t^*) = e^{a + \frac{b}{k} \left(\frac{k - kb}{k+1} \right)}$$

$$Y(t^*) = e^{a + \frac{k+1}{-k}} \quad (2.8)$$

Berdasarkan persamaan (2.7) dan (2.8) dapat diketahui bahwa titik infleksi atau titik belok pertumbuhan pada model *Alder* terletak pada koordinat $\left(\sqrt{\frac{k - kb}{k+1}}, e^{a + \frac{k+1}{-k}} \right)$.

2.2.2. Model Logistic

Model *Logistic* biasa juga disebut model *Verhulst* sebagaimana diperkenalkan pertama kali pada tahun 1845 sebagai model pertumbuhan populasi oleh Pierre Verhulst (Henderson, dkk., 2006). Bentuk persamaan *Logistic* bergantung pada banyak parameter yang digunakan seperti model 2 *Parameters Logistic* (2PL), 3PL, 4PL dan 5PL. Pada penelitian ini digunakan model *Logistic* dengan tiga parameter. Menurut Bustomi, dkk. (2009), persamaan untuk model *Logistic* tiga parameter dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Y(t) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt}} \quad (2.9)$$

di mana:

$Y(t)$: perubahan ukuran pertumbuhan

α : nilai pertumbuhan maksimum tanaman

β : nilai konstanta

t : umur tanaman

k : nilai laju pertumbuhan

Hamilton (1992) menjelaskan bahwa pada model *Logistic*, parameter k berguna untuk mengontrol kecuraman bentuk kurva pada

laju pertumbuhan. Pertumbuhan tanaman yang dimodelkan oleh model pertumbuhan *Logistic* membentuk kurva pertumbuhan seperti pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Kurva pertumbuhan model *Logistic* 3 Parameter (Goshu dan Koya, 2014)

Pola pertumbuhan tanaman secara deskriptif akan tergambar pada kurva pertumbuhan dimana sumbu vertikal merupakan perubahan peubah pertumbuhan seperti tinggi tanaman, diameter batang, dan volume tanaman. Sedangkan sumbu horizontal merupakan umur tanaman dengan satuan waktu tertentu. Pertumbuhan tanaman secara kuantitatif dapat diketahui melalui laju pertumbuhan absolut dan relatif. Berikut merupakan komponen-komponen pada model *Logistic*.

a. Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan paling sederhana pada tumbuhan adalah laju pertumbuhan absolut. Peningkatan laju pada peubah pertumbuhan (tinggi, diameter, atau bobot) pada waktu t disebut laju pertumbuhan absolut. Laju pertumbuhan absolut untuk model *Logistic* didapat dari turunan pertama persamaan (2.9) terhadap t yang secara lengkap tersaji pada Lampiran 4, sehingga diperoleh persamaan (2.10).

$$\frac{dY(t)}{dt} = \frac{ak\beta e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})^2} \quad (2.10)$$

Berdasarkan hasil laju pertumbuhan absolut untuk t pengamatan akan dibuat kurva laju pertumbuhan sehingga dapat dijelaskan secara deskriptif.

b. Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif merupakan indeks efisiensi pertumbuhan yang selanjutnya dijelaskan oleh Blackman (1919) bahwa efisiensi pertumbuhan tanaman bernilai sangat besar di fase awal dan menurun sampai muncul tanda penyusutan indeks efisiensi. Laju pertumbuhan relatif untuk model pertumbuhan *Logistic* didapatkan dengan membagi persamaan (2.10) dengan persamaan (2.9) menjadi persamaan (2.11). Penjabaran secara lengkap tersaji pada Lampiran 4.

$$\frac{dY(t)}{dt} \times \frac{1}{Y(t)} = \frac{k\beta e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})} \quad (2.11)$$

c. Umur dan Pertumbuhan Saat Laju Pertumbuhan Maksimum (Titik Infleksi)

Laju pertumbuhan tertinggi yang dapat dicapai oleh suatu tanaman disebut laju pertumbuhan maksimum. Beberapa peneliti menyebut laju pertumbuhan tertinggi ini sebagai titik infleksi atau titik belok pertumbuhan. Titik infleksi atau laju pertumbuhan maksimum diperoleh dari turunan kedua persamaan (2.9) yang disamadengankan nol, sehingga dapat diketahui saat terjadi laju pertumbuhan maksimum seperti persamaan (2.12).

$$\frac{dY(t)}{dt^2} = \frac{ak^2\beta e^{kt}(\beta - e^{kt})}{(\beta + e^{kt})^3} = 0$$

$$t^* = \frac{\ln(\beta)}{k} \quad (2.12)$$

Pertumbuhan tanaman pada saat titik infleksi dapat diperoleh dari mensubstitusikan persamaan (2.12) ke persamaan (2.9), sehingga diperoleh persamaan (2.13). Penjabaran titik infleksi model *Alder* tersaji pada Lampiran 4.



$$Y(t^*) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-k\left(\frac{\ln(\beta)}{k}\right)}}$$

$$Y(t^*) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\ln(\beta)}} \quad (2.13)$$

Berdasarkan persamaan (2.12) dan (2.13) dapat diketahui bahwa titik infleksi atau titik belok pertumbuhan pada model *Logistic* terletak pada koordinat $\left(\frac{\ln(\beta)}{k}, \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\ln(\beta)}}\right)$.

2.3. Pendugaan Parameter

Dalam melakukan pendugaan parameter bagi model regresi nonlinier dapat dilakukan dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) Nonlinier. MKT Nonlinier merupakan pendugaan parameter yang dilakukan dengan cara meminimumkan kuadrat galat berikut.

$$SSE = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \hat{\beta})]^2$$

Dalam model nonlinier, untuk mendapatkan nilai dugaan kuadrat terkecil hanya bisa diselesaikan melalui proses iterasi. Salah satu prosedur yang dapat digunakan dalam MKT Nonlinier adalah prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt*. Sebelum melakukan prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* dilakukan pendugaan awal terlebih dahulu. Pendugaan awal parameter dalam model regresi nonlinier didapatkan berdasarkan informasi pada data, seperti nilai pertumbuhan maksimum tanaman. Berikut merupakan uraian mengenai pendugaan awal pada model *Alder* dan model *Logistic*.

- a. Pendugaan awal model *Alder*
Parameter *a* dan *b* dapat diduga berdasarkan persamaan (2.4) dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) untuk regresi linier, dengan syarat parameter *b* bernilai negatif. Parameter *k* ditetapkan dengan asumsi sebesar *k* = 1.
- b. Pendugaan awal model *Logistic*
Pendugaan untuk parameter $\hat{\alpha}$ didapat melalui nilai pertumbuhan maksimum tanaman. Parameter $\hat{\beta}$ merupakan parameter yang mempunyai fungsi sebagai penentu bentuk dari kurva untuk

membantu penentuan titik infleksi. Titik infleksi adalah titik belok pada laju pertumbuhan tanaman. Nilai awal parameter β didapat dari persamaan berikut.

$$\beta = \frac{\alpha}{Y_{min}} \quad (2.14)$$

Sedangkan parameter k ditentukan dengan ketentuan $k > 0$.

2.3.1. Iterasi *Levenberg-Marquardt*

Prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* (LM) menjadi teknik dasar untuk masalah kuadrat terkecil nonlinier. Prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* (LM) merupakan pengembangan dari prosedur *Gauss-Newton* yang digunakan untuk menghitung vektor perubahan kenaikan. Iterasi LM dapat mengurangi resiko pendugaan parameter yang tidak realistis yang diakibatkan oleh vektor perubahan kenaikan yang cukup besar.

Menurut Panik (2014), secara umum iterasi *Levenberg-Marquardt* dapat dituliskan seperti persamaan (2.15).

$$\theta_{m+1} = \theta_m + (\mathbf{Z}_{\theta(m)}^T \mathbf{Z}_{\theta(m)} + \lambda_m \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Z}_{\theta(m)}^T (\mathbf{y}_t - f(t, \theta_m)) \quad (2.15)$$

di mana:

- y_t : perubahan ukuran pertumbuhan
- θ_{m+1} : vektor penduga parameter
- θ_m : vektor penduga awal parameter
- $\mathbf{Z}_{\theta(m)}$: matriks turunan parsial parameter
- $\mathbf{Z}_{\theta(m)}^T$: transpose dari matriks $\mathbf{Z}_{\theta(m)}$
- λ_m : akar ciri positif terkecil matriks $\mathbf{Z}_{\theta(m)}^T \mathbf{Z}_{\theta(m)}$
- \mathbf{I} : matriks identitas
- m : banyak iterasi
- t : umur tanaman

$$\mathbf{Z}_{\theta(m)} = \frac{df(t_i, \theta_m)}{d\theta_m} = \begin{bmatrix} \frac{df(t_1, \theta)}{d\theta_1} & \dots & \frac{df(t_1, \theta)}{d\theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df(t_n, \theta)}{d\theta_1} & \dots & \frac{df(t_n, \theta)}{d\theta_p} \end{bmatrix}_{n \times p}$$

$$\mathbf{Z}_{\theta(m)}^T = \begin{bmatrix} \frac{df(t_1, \theta)}{d\theta_1} & \dots & \frac{df(t_n, \theta)}{d\theta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df(t_1, \theta)}{d\theta_p} & \dots & \frac{df(t_n, \theta)}{d\theta_p} \end{bmatrix}_{n \times p}$$

$$\theta_m = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}_{p \times 1}$$

$$\theta_{m+1} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_p \end{bmatrix}_{p \times 1}$$

$$\mathbf{y}_t - f(t_i, \theta_m) = \begin{bmatrix} y(t_1) - f(t_1, \theta_m) \\ \vdots \\ y(t_n) - f(t_n, \theta_m) \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Pada iterasi *Levenberg-Marquardt* jika akar ciri positif yang digunakan besar, maka perhitungan matriks $\mathbf{Z}_{\theta(m)}^T \mathbf{Z}_{\theta(m)}$ tidak akan berguna, sehingga iterasi sulit mencapai nilai konvergen (Ranganathan, 2004). Proses iterasi berhenti saat nilai yang dihasilkan konvergen, yaitu jika selisih antara iterasi ke- m dan ke- $(m+1)$ mendekati nol dengan batas 10^{-6} .

2.4. Pengujian Asumsi Regresi Nonlinier

Asumsi yang harus dipenuhi pada regresi nonlinier tidak sebanyak asumsi pada regresi linier, yaitu hanya asumsi kenormalan dan kehomogenan ragam galat (Kutner, dkk., 2004). Asumsi autokorelasi dan linieritas tidak perlu dipenuhi karena data pada regresi nonlinier merupakan data deret waktu yang cenderung berkorelasi satu dengan yang lain dan hubungan antara peubahnya tidak linier yang secara deskriptif membentuk kurva yang tidak lurus (sigmoid, parabola, atau logaritmik).

2.4.1. Kenormalan Galat

Asumsi normalitas galat dapat dilakukan dengan dua metode, yaitu dilihat dari plot peluang kenormalan galat dan dapat dilakukan

uji formal pendeteksian kenormalan galat dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis uji sebagai berikut.

H_0 : Galat menyebar normal

H_1 : Galat tidak menyebar normal

Statistik uji yang digunakan dinyatakan pada persamaan (2.16).

$$D = \max|S(x) - F_0(x)| \quad (2.16)$$

dengan:

$S(x)$: sebaran kumulatif sampel

$F_0(x)$: sebaran kumulatif normal

Galat menyebar normal pada taraf nyata α jika nilai $D < D_{(1-\alpha,n)}$ pada tabel nilai kritis uji *Kolmogorov-Smirnov* atau $p - value > \alpha$ (Daniel, 1990). Jika asumsi kenormalan belum terpenuhi, maka dilakukan transformasi pada data.

2.4.2. Kehomogenan Ragam Galat

Kehomogenan ragam galat akan mempengaruhi tingkat presisi dan kecermatan dari hasil pendugaan parameter pada metode kuadrat terkecil. Kehomogenan ragam galat dapat dilihat secara deskriptif melalui plot antara galat dan nilai dugaan parameter. Dikatakan ragam galat sudah homogen ketika pola pada plot tidak menunjukkan suatu pola tertentu. Kehomogenan ragam galat dapat juga diketahui dengan menggunakan uji *Szroeter* (Dufour, dkk., 2003) dengan hipotesis uji sebagai berikut.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Statistik uji yang digunakan, dituliskan pada persamaan (2.17).

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2 - 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t \hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2} \right) \quad (2.17)$$

dengan:

\hat{u}_t : galat ke- t , $t=1, 2, \dots, n$

n : banyak amatan

Galat memiliki ragam yang homogen pada taraf nyata α jika nilai $|SN| \leq Z_{(\frac{\alpha}{2})}$ pada tabel nilai kritis Z atau $p - value > \alpha$.



2.5. Pemilihan Model Terbaik

Untuk melakukan pemilihan model yang lebih baik pada penelitian ini digunakan koefisien determinasi (R^2) dan *Root Mean Square Error* (RMSE).

2.5.1. Koefisien Determinasi (R^2)

Graybill dan Iyer (1994) menjelaskan bahwa koefisien determinasi ($\eta^2_{Y,X}$ atau R^2) merupakan proporsi pengurangan pada ragam galat peubah prediktor dengan ragam galat total. Nilai pada koefisien determinasi akan menunjukkan seberapa besar suatu model dapat menjelaskan peubah respon. Statistik R^2 diperoleh melalui persamaan berikut.

$$R^2 = \frac{\sigma_Y^2 - \sigma^2}{\sigma_Y^2} \tag{2.18}$$

dengan :

$$\sigma_Y^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{(n - 1)}}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n - 1)}}$$

- R^2 : koefisien determinasi
- y_i : amatan ke- i
- \bar{y} : rata-rata amatan
- \hat{y}_i : pendugaan amatan ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$
- n : banyak amatan

Semakin besar R^2 suatu model, maka semakin baik model tersebut dalam menjelaskan peubah respon.

2.5.2. Root Mean Square Error (RMSE)

Chai dan Draxler (2014) menjelaskan bahwa RMSE sudah menjadi metode standar untuk mengukur performa model dan banyak digunakan dalam meteorologi, kualitas udara, dan penelitian tentang iklim. RMSE dapat menunjukkan performa model lebih baik ketika galat membentuk sebaran normal. Menurut Graybill dan Iyer (1994) secara umum RMSE dirumuskan sebagai:

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n-p}} = \sqrt{MSE} \quad (2.19)$$

dengan:

SSE : jumlah kuadrat galat

n : banyak amatan

p : banyak parameter

Semakin kecil nilai RMSE yang diperoleh, maka artinya semakin baik model tersebut.

2.6. Tanaman Padi

Tanaman padi merupakan sejenis tumbuhan yang sangat mudah ditemukan di negara tropis dan subtropis, terutama di Indonesia. Padi merupakan sumber bahan makanan pokok di Indonesia. Tanaman padi termasuk jenis tanaman rumput-rumputan dengan klasifikasi sebagai berikut.

Genus : *Oryza* Linn.

Famili : Gramneae (Poaceae).

Spesies : terdapat 25 spesies, salah satunya *Oryza sativa* L.

Pertumbuhan tanaman padi dipengaruhi oleh faktor non-teknis (sosial ekonomi) dan faktor teknis (biologi). Faktor non-teknis merupakan keadaan atau kondisi yang membatasi petani untuk menggunakan teknologi yang direkomendasikan. Sedangkan faktor teknis dapat berupa lingkungan sekitar tempat tanaman padi tumbuh seperti sistem irigasi (Mahananto, 2009). Kedua faktor tersebut dapat mempengaruhi pertumbuhan dan produksi tanaman padi secara signifikan.

Menurut Saichuk, dkk. (2009), pertumbuhan tanaman padi dibagi menjadi dua fase besar yaitu fase vegetatif dan fase reproduktif. Fase vegetatif pada dasarnya berhubungan dengan pertumbuhan dan perkembangan tanaman dari perkecambahan sampai awal perkembangan cabang bunga yang ada di dalam batang utama. Sedangkan fase reproduktif berkaitan dengan pertumbuhan dan perkembangan tanaman dari akhir fase vegetatif hingga pematangan butir padi.

Pada fase pertumbuhan vegetatif, pertumbuhan dan perkembangan tanaman terbagi lagi menjadi 4 tahapan. Tahapan pertama yaitu *emergence* atau tahap pemunculan ketika benih memulai perkecambahan pada suhu di atas 50°F atau di atas 10°C. Dalam embrio tanaman padi, akar pertama (*radicle*) dan tudung batang (*coleoptile*) tumbuh serta memanjang. *Coleoptile* akan berhenti memanjang segera setelah terekspos sinar. Dikatakan dalam masa perkecambahan ketika 8-10 pembibitan terukur setinggi $\frac{3}{4}$ inchi untuk setiap petak (*foot*=30,48 cm). Tahap kedua pada fase vegetatif yaitu *seedling development* dimana daun utama mulai tumbuh tidak lama setelah *coleoptile* terekspos sinar dan terbelah di ujungnya. Meskipun daun pada tanaman padi dapat tumbuh hingga sekitar 15 daun, ketika daun baru muncul, daun yang lebih tua akan mati dan gugur, yang menjadikan tanaman padi secara konstan memiliki jumlah daun sebanyak 4 hingga 5 untuk setiap tanaman. Tahap ketiga vegetatif yaitu *tillering* dimana dasar cabang batang tanaman padi mulai muncul dan tumbuh pada selaput pelindung (*sheat*) dengan pertumbuhan yang sama seperti tunas utama padi. Pada tahap ini, pertumbuhan cabang batang bersamaan dengan pertumbuhan tunas utama, daun muda padi yang menghihiau, serta perkembangan aktif system perakaran sekunder. Tahap terakhir pada fase vegetatif adalah perpanjangan *internode* dan perkembangan batang padi. Waktu antara tahap pembenihan dan pembentukan *internode* bergantung pada beberapa faktor yaitu secara normal dikontrol oleh paparan suhu, waktu penanaman, populasi tanaman, kesuburan tanah, kedalaman air, dan rumput-rumput liar. *Internode* pertama rata-rata akan muncul pada 6-7 minggu setelah penanaman. Seiring berkembangnya *internode*, fase pertumbuhan reproduktif dimulai.

Pada fase pertumbuhan reproduktif, pertumbuhan dan perkembangan tanaman terbagi lagi menjadi 5 tahapan. Tahapan pertama yaitu *prebooting* yang mana cabang bunga (*panicle*) padi akan mulai tumbuh dan saat cabang mencapai tinggi 4 inchi, bunga-bunga muda akan mulai terlihat pada cabang tertua. Tahap kedua adalah *booting* atau pertumbuhan lapisan daun terluar yang tumbuh pada kerah batang serta mampu tumbuh hingga 5 inchi. Tahap ketiga yaitu *heading* atau perpanjangan cabang bunga melalui lapisan terluar daun pada batang utama. Sejalan dengan proses *heading*, bunga yang matang akan terbuka dan serbuk sari akan terbang terbawa angin. Sel

khusus pada bunga akan menyempurnakan pembuahan dan memulai pembentukan butir padi. Tahap keempat adalah *grain filling* dimana butir padi mulai terbentuk dan gabah berubah menjadi kecoklatan. Tahap terakhir yaitu proses pematangan butir padi dengan tingkat kelembaban pada butir padi mencapai 15%-18% dan siap dipanen.

Laju pertumbuhan tanaman padi dapat berbeda bergantung varietas dan faktor yang mempengaruhi. Pemodelan pola pertumbuhan pada tanaman padi perlu dilakukan untuk menunjukkan waktu terjadinya laju pertumbuhan maksimum sehingga diharapkan dapat dijadikan pertimbangan dalam memberikan perlakuan yang tepat agar dapat meningkatkan kualitas tanaman padi.





"Halaman ini sengaja dikosongkan"



Repository Universitas Brawijaya

BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diambil dari penelitian berjudul “Kajian Potensi Bionutrien CAF dengan Penambahan Ion Logam Terhadap Pertumbuhan dan Perkembangan Tanaman Padi (*Oryza sativa* L.)” oleh Mubaroq (2013). Penelitian tersebut dilakukan pada bulan Juni 2012 sampai Desember 2012 dan bertujuan mengetahui pengaruh penggunaan bionutrien CAF dengan penambahan ion logam (Mg^{2+} , Cu^{2+} , Fe^{2+} , Ca^{2+} , Mn^{2+} dan Zn^{2+}) terhadap efektivitas pertumbuhan dan produksi tanaman padi varietas Cigeulis. Untuk mengetahui pengaruh bionutrien terhadap tanaman padi, maka peneliti membuat 9 kelompok tanaman yang diberikan larutan ion logam yang sama dan dilakukan perulangan sebanyak 4 kali pada masing-masing kelompok dengan rincian sesuai Lampiran 2.

Pengamatan dilakukan setiap satu minggu sekali sampai tanaman siap panen selama 20 minggu. Peubah yang diukur adalah tinggi tanaman padi, jumlah anakan, jumlah anakan produktif, bobot basah gabah per dosis, bobot kering gabah per dosis, dan bobot 1000 butir gabah kering. Dari penelitian yang dilakukan oleh Mubaroq (2013) didapat kesimpulan bahwa kelompok perlakuan P1 dengan dosis bionutrien CAF 10 mL/L memiliki efektivitas pertumbuhan lebih baik, dimana tanaman padi pada kelompok perlakuan P1 memiliki laju pertumbuhan paling tinggi dibandingkan kelompok perlakuan lain dan kelompok perlakuan P2 dengan dosis bionutrien CAF 20 mL/L menghasilkan panen terbanyak dibanding kelompok perlakuan lain.

Pada penelitian perbandingan dua model pertumbuhan ini, data yang digunakan peneliti adalah data rata-rata pertumbuhan tanaman padi varietas Cigeulis pada kelompok perlakuan P1 dan P2.

3.2. Tahapan Analisis Data

Tahapan analisis yang dilakukan pada penelitian ini:

1. Membuat plot antara umur dan tinggi tanaman padi.
2. Menentukan penduga awal model *Alder* dan model *Logistic*.
 - a. Pendugaan awal model *Alder* sebagai berikut.
Parameter a dan b dapat diduga dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) linier berdasarkan persamaan (2.4),

dengan syarat parameter b bernilai negatif. Sedangkan parameter k ditetapkan sebesar 1.

b. Pendugaan awal model *Logistic* sebagai berikut.

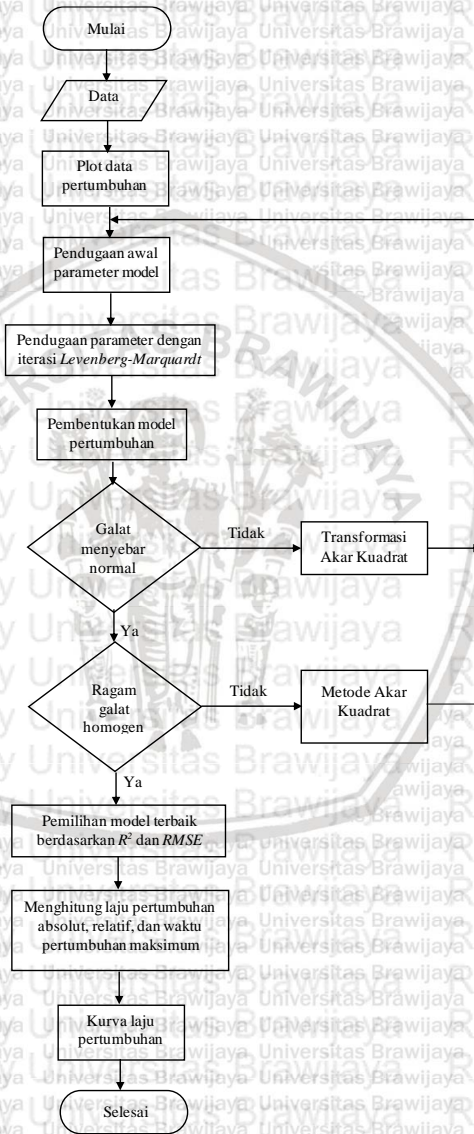
Pendugaan parameter α didapat melalui nilai pertumbuhan maksimum tanaman. Parameter β merupakan parameter yang mempunyai fungsi sebagai penentu bentuk dari kurva untuk membantu penentuan laju pertumbuhan maksimum (titik infleksi) dan didapatkan melalui persamaan (2.14). Sedangkan untuk parameter k ditentukan dengan ketentuan $k > 0$.

3. Menentukan penduga parameter model menggunakan iterasi *Levenberg-Marquardt* sesuai persamaan (2.15).
4. Membentuk model pertumbuhan dengan penduga hasil iterasi *Levenberg-Marquardt*.
5. Melakukan uji asumsi kenormalan galat dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* sesuai persamaan (2.16) dan asumsi kehomogenan ragam galat dengan uji *Szroeter* sesuai persamaan (2.17). Jika belum memenuhi asumsi, maka dilakukan penanganan dan dilakukan pendugaan awal parameter lagi.
6. Memeriksa kebaikan model menggunakan R^2 pada persamaan (2.18) dan RMSE pada persamaan (2.19).
7. Menghitung laju pertumbuhan absolut model *Alder* dengan persamaan (2.5) dan untuk model *Logistic* dengan menggunakan persamaan (2.10) serta menghitung laju pertumbuhan relatif dengan persamaan (2.6) untuk model *Alder* dan persamaan (2.11) untuk model *Logistic*.
8. Menentukan waktu laju pertumbuhan maksimum untuk model *Alder* dengan persamaan (2.7) dan untuk model *Logistic* dengan persamaan (2.12).
9. Membuat kurva laju pertumbuhan pada kedua model.

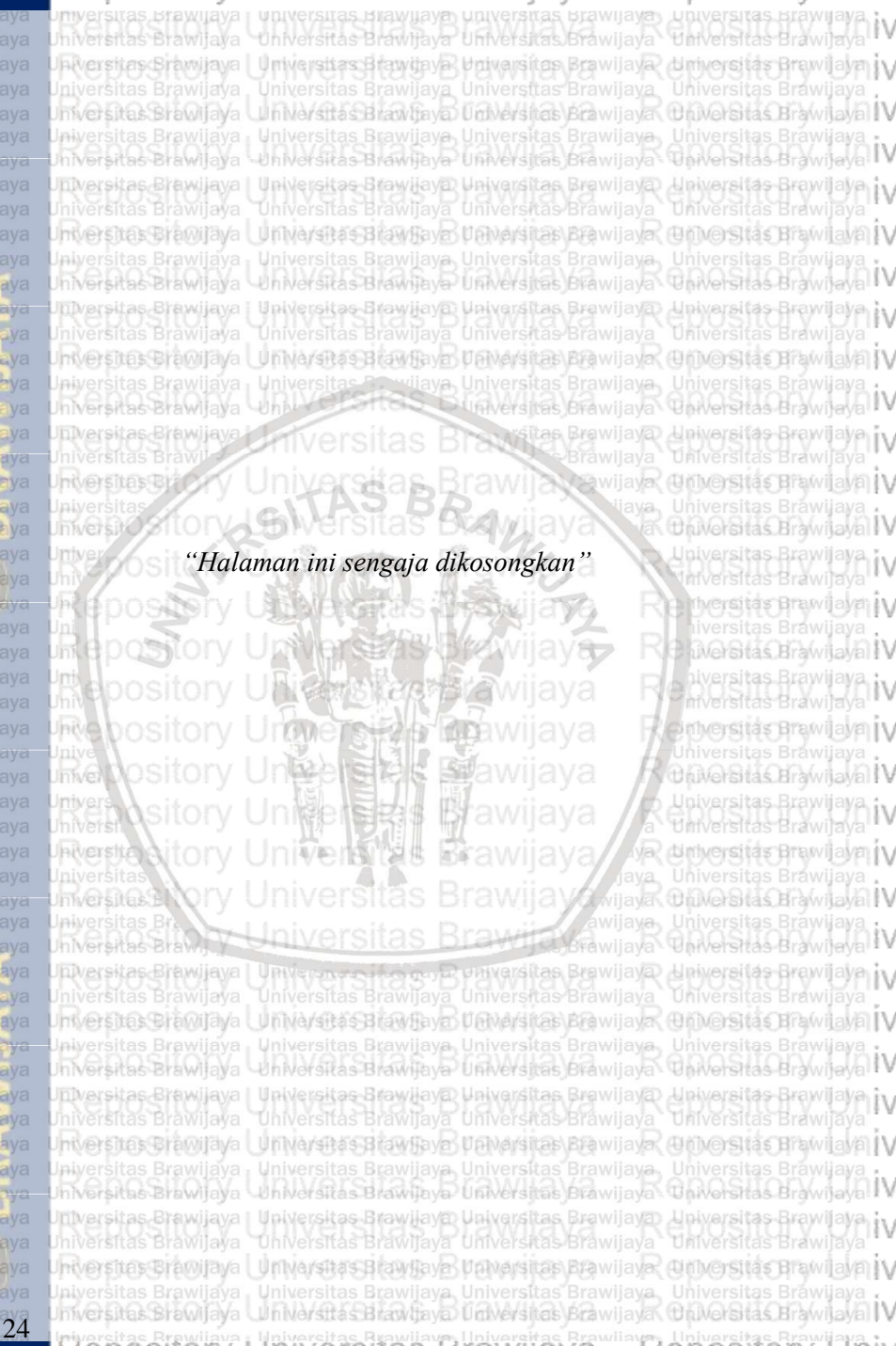
Untuk melakukan analisis model pertumbuhan pada penelitian ini digunakan *software Microsoft Excel 2010* dan *SPSS Statistic 23*.

3.2.1. Diagram Alir

Diagram alir untuk tahapan analisis model pertumbuhan ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Analisis



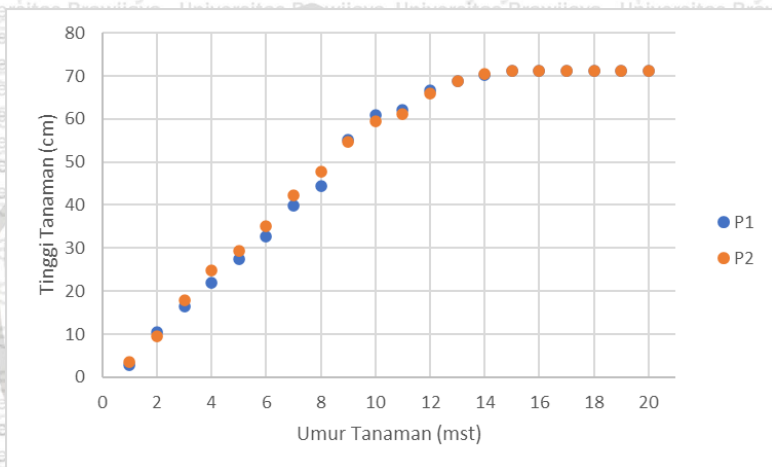
"Halaman ini sengaja dikosongkan"



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Diagram Pencar

Diagram pencar digunakan untuk menunjukkan pola pertumbuhan tanaman padi dengan dua perlakuan selama kurun waktu tertentu, yaitu selama 20 minggu dihitung dari umur tanam hingga panen. Diagram pencar antara tinggi tanaman padi dan umur tanam ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Diagram Pencar Tinggi Tanaman Padi Berdasarkan Perlakuan

Pada penelitian ini digunakan tanaman padi dengan varietas Cigeulis yang diberikan dua perlakuan berbeda yaitu P1 merupakan kelompok tanaman padi yang diberikan dosis bionutrien CAF 10 mL/L dan P2 merupakan kelompok tanaman padi yang diberikan dosis bionutrien CAF 20 mL/L. Berdasarkan Gambar 4.1 dapat diketahui bahwa pertumbuhan tinggi tanaman padi menunjukkan kurva sigmoid dan terlihat bahwa tinggi tanaman padi pada perlakuan P2 menghasilkan tanaman yang lebih tinggi serta pertumbuhan tinggi yang lebih stabil dibandingkan dengan perlakuan P1.

Menurut Saichuk, dkk. (2009), pertumbuhan tanaman padi dibagi menjadi dua fase besar yaitu fase vegetatif dan fase reproduktif. Fase

vegetatif ditandai dengan dasar cabang batang tanaman padi yang mulai muncul, peningkatan tinggi tanaman padi secara bertahap dan mulai tumbuhnya daun padi yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 terjadi pada saat umur tanaman padi 1 mst hingga 7 mst. Sedangkan fase reproduktif ditandai dengan perkembangan *internode* dan tumbuhnya cabang bunga padi saat umur tanaman 8 mst hingga 14 mst serta pembentukan dan pematangan butir padi saat umur tanaman 15 mst hingga 20 mst.

4.2. Pendugaan Parameter

Pada regresi nonlinier, parameter diduga menggunakan MKT Nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt*. Prosedur iterasi tersebut menyaratkan pendugaan awal untuk setiap parameter pada model sebelum iterasi dilakukan. Pendugaan awal parameter didapatkan berdasarkan subbab 2.3 dan disajikan secara lengkap pada lampiran 5 dengan hasil pendugaan awal dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Nilai Duga Awal Parameter

Model	Parameter	Perlakuan	
		P1	P2
<i>Alder</i>	a	4,360	4,357
	b	-3,640	-3,484
	k	1	1
<i>Logistic</i>	α	71,3	71,1
	β	24,586	20,314
	k	1	1

Nilai duga awal parameter a dan b diperoleh dengan menghitung pendugaan parameter dari linierisasi persamaan (2.3) menggunakan MKT Linier. Pada perlakuan P1 didapatkan nilai duga awal parameter a sebesar 4,360 dan b sebesar -3,640, sedangkan untuk perlakuan P2 didapatkan nilai duga awal parameter a sebesar 4,357 dan b sebesar -3,484. Nilai duga awal parameter α didapatkan dari tinggi maksimal yang dapat dicapai oleh tanaman padi, yaitu untuk perlakuan P1 sebesar 71,3 dan P2 sebesar 71,1. Parameter β dilakukan pendugaan awal dengan menggunakan persamaan (2.14) dan dihasilkan nilai duga awal untuk perlakuan P1 sebesar 24,586 dan P2 sebesar 20,314.

Nilai duga awal untuk parameter k yang merupakan nilai laju pertumbuhan ditetapkan sebesar $k=1$ untuk kedua model.

Nilai duga awal parameter masing-masing model pertumbuhan digunakan untuk melakukan prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* sehingga didapatkan penduga parameter masing-masing model pada perlakuan P1 dan P2 sebagai berikut.

Tabel 4.2 Hasil Pendugaan Parameter

Model	Parameter	Perlakuan	
		P1	P2
<i>Alder</i>	a	4,620	4,611
	b	-6,204	-5,459
	k	1,025	0,982
<i>Logistic</i>	α	72,466	72,031
	β	13,794	11,636
	k	0,411	0,402

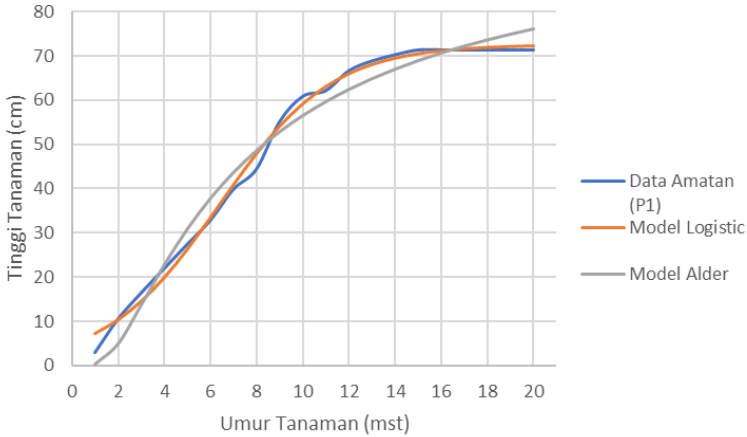
Dapat dilihat pada Tabel 4.2 bahwa laju pertumbuhan yang disimbolkan dengan k menunjukkan angka yang lebih besar pada perlakuan P1, baik pada model *Alder* maupun model *Logistic*. Hal ini selaras dengan penelitian sebelumnya oleh Mubaroq (2013) bahwa perlakuan P1 memiliki laju pertumbuhan yang tinggi dibanding perlakuan lain. Berdasarkan hasil pendugaan dengan proses iterasi, model pertumbuhan *Alder* dan model *Logistic* terbentuk untuk masing-masing perlakuan sebagai berikut.

Tabel 4.3 Model Pertumbuhan

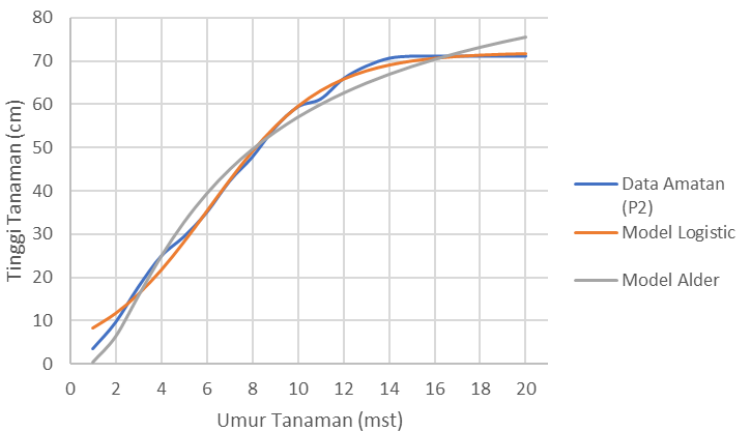
Model	Kelompok Perlakuan	Persamaan
<i>Alder</i>	P1	$Y(t) = e^{4,620 - \frac{6,204}{t^{1,025}}}$
	P2	$Y(t) = e^{4,611 - \frac{5,459}{t^{0,982}}}$
<i>Logistic</i>	P1	$Y(t) = \frac{72,466}{1 + 13,794e^{-0,411t}}$
	P2	$Y(t) = \frac{72,031}{1 + 11,636e^{-0,402t}}$

Persamaan yang terbentuk dari pendugaan parameter dengan proses iterasi *Levenberg-Marquardt* merupakan penduga yang

konvergen dimana iterasi ke- m dan iterasi ke- $m+1$ memiliki selisih yang mendekati nol dengan batas 10^{-6} . Berdasarkan persamaan yang terbentuk pada Tabel 4.3 dapat diketahui nilai prediksi tinggi tanaman padi yang disajikan pada Gambar 4.2.



a. Perlakuan P1



b. Perlakuan P2

Gambar 4.2 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model Alder dan Logistic pada Kedua Perlakuan

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan antara kurva penduga model *Alder* dan model *Logistic* dimana kurva pendugaan pertumbuhan model *Logistic* lebih berhimpit pada kurva data amatan jika dibandingkan dengan kurva antara pendugaan pertumbuhan model *Alder* pada data amatan.

4.3. Uji Asumsi Kenormalan Galat

Hasil pendugaan tinggi tanaman padi oleh model pertumbuhan *Alder* dan model *Logistic* akan menghasilkan galat. Pemeriksaan asumsi kenormalan galat dilakukan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis berikut.

H_0 : Galat menyebar normal

H_1 : Galat tidak menyebar normal

Tabel 4.4 Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat

Model	Kelompok Perlakuan	Nilai p	Nilai α	Keputusan
<i>Alder</i>	P1	0,018	0,05	Tolak H_0
	P2	0,200		Terima H_0
<i>Logistic</i>	P1	0,089		
	P2	0,130		

Tabel 4.4. menunjukkan hasil pengujian asumsi kenormalan galat. Hasil tersebut menunjukkan bahwa nilai p pada model *Alder* memberikan keputusan yang berbeda antara model pada P1 dan P2 dimana model *Alder* pada perlakuan P1 memiliki nilai p yang lebih kecil dari taraf nyata (α), sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat belum terpenuhi. Sedangkan nilai p pada model *Alder* untuk perlakuan P2 bernilai lebih besar dari taraf nyata (α), sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat sudah terpenuhi. Begitu pula dengan nilai p pada model *Logistic* untuk kedua perlakuan yang lebih besar dari taraf nyata (α), sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat terpenuhi. Hasil pengujian disajikan secara lengkap pada Lampiran 8.

4.3.1. Transformasi Data

Berdasarkan hasil pada Tabel 4.4, maka perlu dilakukan transformasi data, sehingga galat pada model pertumbuhan *Alder* untuk perlakuan P1 dapat memenuhi asumsi kenormalan. Transformasi yang digunakan adalah transformasi akar kuadrat, yang

dapat mengatasi pelanggaran asumsi pada data dengan sebaran *negative skewness* seperti data pada penelitian ini. Data perlakuan P1 hasil transformasi untuk menentukan nilai duga awal parameter model *Alder* baru tersaji pada Lampiran 9.

Pendugaan awal parameter yang didapatkan berdasarkan subbab 2.3 dilakukan kembali untuk data hasil transformasi dan dapat dilihat pada Tabel 4.5.

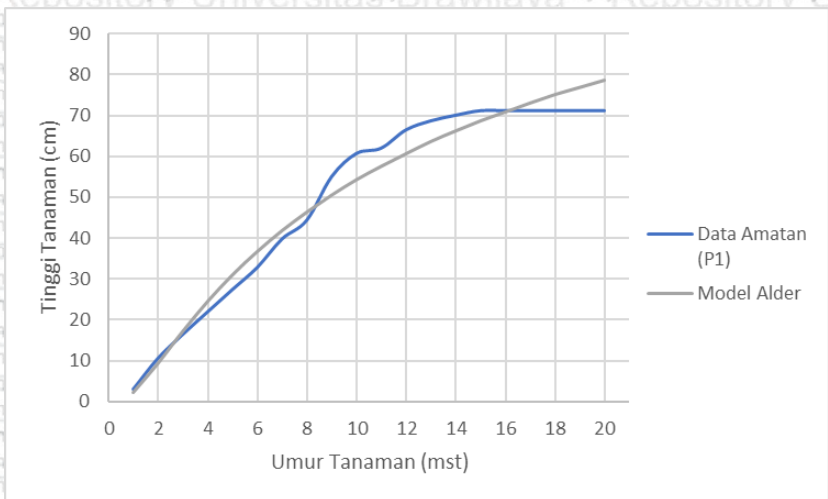
Tabel 4.5 Pendugaan Parameter Model *Alder* pada Data Transformasi

Parameter	Penduga Awal Parameter	Hasil Pendugaan Parameter
a	2,671	2,552
b	-2,155	-2,154
k	1	1,178

Nilai duga awal parameter a dan b diperoleh dengan menghitung pendugaan parameter dari linierisasi model persamaan (2.3) menggunakan MKT Linier. Untuk perlakuan P1 didapatkan nilai duga awal parameter a sebesar 2,671 dan b sebesar -2,155. Hasil pendugaan parameter pada Tabel 4.5 didapatkan melalui prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* dengan menggunakan penduga awal parameter. Berdasarkan hasil pendugaan dengan proses iterasi tersebut, model pertumbuhan *Alder* baru yang terbentuk untuk perlakuan P1 seperti pada persamaan (4.1).

$$Y(t) = e^{2,552 - \frac{2,154}{t^{1,178}}} \quad (4.1)$$

Berdasarkan persamaan (4.1) yang terbentuk dapat diketahui nilai prediksi tinggi tanaman padi untuk perlakuan P1 dengan model pertumbuhan *Alder*. Hasil prediksi tinggi tanaman padi tersebut ditransformasi kembali dengan transformasi kuadrat agar sesuai dengan data hasil amatan perlakuan P1. Data hasil prediksi dapat dilihat secara lengkap pada Lampiran 10 dan kurva prediksi pertumbuhan tinggi tanaman padi disajikan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model *Alder* pada Perlakuan P1 Hasil Transformasi

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa di umur ke-1 mst hingga ke-8 mst, kurva model *Alder* berhimpit dengan kurva data amatan perlakuan P1. Pada umur ke-14 mst, kurva model *Alder* menunjukkan pertumbuhan yang mengalami peningkatan. Sedangkan untuk kurva data amatan menunjukkan pertumbuhan yang cenderung konstan di fase pematangan.

4.3.2. Uji Asumsi Kenormalan Galat untuk Data Transformasi

Pemeriksaan asumsi kenormalan galat dilakukan untuk mengetahui apakah galat untuk data hasil transformasi sudah memenuhi asumsi kenormalan atau belum. Pemeriksaan ini dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Berdasarkan hasil perhitungan uji asumsi kenormalan galat pada model *Alder* dengan data hasil transformasi, didapat nilai p sebesar 0,200 dimana nilai tersebut lebih besar dari taraf nyata ($\alpha=0,05$), sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat pada model *Alder* baru untuk perlakuan P1 sudah terpenuhi.

4.4. Uji Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Pemeriksaan asumsi kehomogenan ragam galat model pertumbuhan *Alder* dan model *Logistic* dilakukan menggunakan uji *Szroeter* dengan hipotesis berikut.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_0 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Tabel 4.6 Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Model	Kelompok Perlakuan	Nilai SN	Nilai $Z\alpha/2$	Keputusan
<i>Alder</i>	P1	1,470	1,96	Terima H_0
	P2	0,157		
<i>Logistic</i>	P1	2,745		Tolak H_0
	P2	3,390		

Pada Tabel 4.6 dapat diketahui bahwa nilai |SN|, yang merupakan statistik hitung untuk uji *Szroeter*, pada model *Alder* bernilai lebih kecil dari nilai $Z\alpha/2$ yang artinya ragam galat pada model *Alder* untuk kedua perlakuan sudah memenuhi asumsi kehomogenan. Sedangkan nilai |SN| pada model *Logstic* untuk kedua perlakuan bernilai lebih besar dari nilai $Z\alpha/2$ yang artinya ragam galat pada model *Logistic* belum memenuhi asumsi kehomogenan, sehingga perlu dilakukan penanganan pada data. Perhitungan secara lebih rinci tersaji pada Lampiran 12.

4.4.1 Penanganan Pelanggaran Asumsi Kehomogenan

Berdasarkan hasil uji asumsi kehomogenan ragam galat, model *Logistic* pada kedua perlakuan menunjukkan pelanggaran asumsi, sehingga perlu dilakukan penanganan dengan melakukan transformasi akar kuadrat pada data pertumbuhan tinggi tanaman padi. Data perlakuan P1 dan P2 hasil transformasi untuk menentukan nilai duga awal parameter model *Logistic* baru tersaji pada Lampiran 9. Sedangkan nilai duga awal untuk model *Logistic* pada data hasil transformasi dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Pendugaan Parameter Model *Logistic* pada Data Transformasi

Perlakuan	Parameter	Penduga Awal Parameter	Hasil Pendugaan Parameter
P1	α	8,444	8,902
	β	4,958	14,588
	k	1	1,391
P2	α	8,432	8,806
	β	4,507	14,053
	k	1	1,421

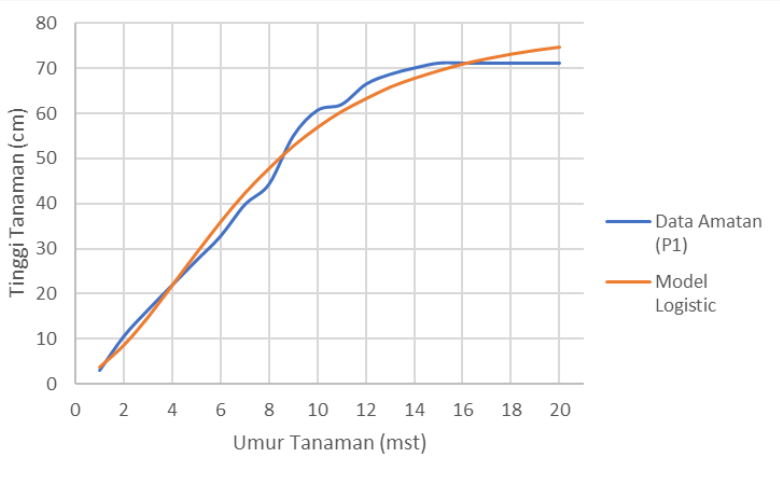
Nilai duga awal parameter α didapatkan dari tinggi maksimal yang dapat dicapai oleh tanaman padi pada data hasil transformasi, yaitu untuk perlakuan P1 sebesar 8,444 dan P2 sebesar 8,432. Parameter β dilakukan pendugaan awal dengan menggunakan persamaan (2.14) dan dihasilkan nilai duga awal untuk perlakuan P1 sebesar 4,958 dan P2 sebesar 4,507. Nilai duga awal parameter k yang merupakan nilai laju pertumbuhan ditetapkan sebesar $k=1$ untuk kedua perlakuan. Hasil pendugaan parameter pada Tabel 4.8 didapatkan melalui prosedur iterasi *Levenberg-Marquardt* dengan menggunakan penduga awal parameter. Berdasarkan hasil pendugaan dengan proses iterasi tersebut, model pertumbuhan *Logistic* baru yang terbentuk untuk kedua perlakuan adalah sebagai berikut.

Tabel 4.8 Model Pertumbuhan Data Hasil Transformasi

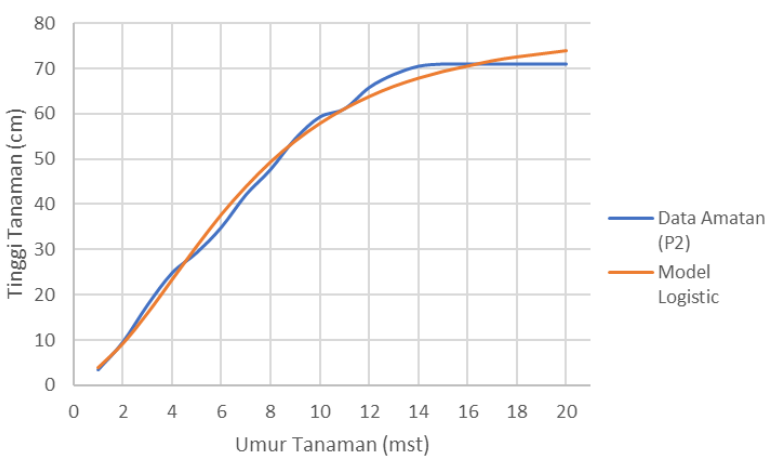
Model	Kelompok	Persamaan
<i>Logistic</i>	P1	$Y(t) = \frac{8,902}{1 + 14,588e^{-1,391t}}$
	P2	$Y(t) = \frac{8,806}{1 + 14,053e^{-1,421t}}$

Berdasarkan persamaan yang terbentuk dapat diketahui nilai prediksi tinggi tanaman padi pada perlakuan P1 dan P2 dengan model pertumbuhan *Logistic*. Hasil prediksi tinggi tanaman padi tersebut ditransformasi kembali dengan transformasi kuadrat agar sesuai dengan data hasil amatan. Data hasil prediksi dapat dilihat secara

lengkap pada Lampiran 13 dan kurva pertumbuhan disajikan pada Gambar 4.4.



a. Perlakuan P1



b. Perlakuan P2

Gambar 4.4 Kurva Prediksi Pertumbuhan Model Alder dan Logistic pada P1 dan P2 Hasil Transformasi

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa kurva model *Logistic* berhimpit dengan kurva data amatan pada kedua perlakuan. Jika diperhatikan dengan seksama, kurva hasil prediksi untuk perlakuan P1 berhimpit dengan data amatan dari umur ke-1 mst hingga 8 mst, sedangkan kurva hasil prediksi untuk perlakuan P2 berhimpit dengan data amatan dari umur ke-1 mst hingga 11 mst.

4.4.2. Uji Asumsi pada Galat Data Transformasi

Pada galat model pertumbuhan yang terbentuk dari data transformasi perlu dilakukan pemeriksaan asumsi untuk memastikan bahwa model pertumbuhan tersebut sudah memenuhi kedua asumsi regresi nonlinier.

a. Pemeriksaan asumsi kenormalan galat dilakukan untuk mengetahui apakah data hasil transformasi sudah memenuhi asumsi kenormalan atau belum. Pemeriksaan ini dilakukan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis berikut.

H_0 : Galat menyebar normal

H_1 : Galat tidak menyebar normal

Tabel 4.9 Hasil Pengujian Asumsi Kenormalan Galat Data Transformasi

Model	Perlakuan	Nilai p
<i>Logistic</i>	P1	0,200
	P2	0,200

Tabel 4.9 menunjukkan hasil pengujian asumsi kenormalan galat untuk model *Logistic* pada perlakuan P1 dan P2 dimana nilai p kedua lebih besar dari taraf nyata ($\alpha=0,05$), sehingga dapat disimpulkan bahwa asumsi kenormalan galat sudah terpenuhi.

b. Pemeriksaan asumsi kehomogenan ragam galat dilakukan untuk mengetahui apakah data hasil transformasi sudah memenuhi asumsi kehomogenan atau belum. Pemeriksaan ini dilakukan menggunakan uji *Szroeter* dengan hipotesis berikut.

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Tabel 4.10 Hasil Pengujian Asumsi Kehomogenan Ragam Galat Data Transformasi

Model	Perlakuan	Nilai SN	Nilai $Z\alpha/2$
<i>Logistic</i>	P1	0,515	1,96
	P2	0,846	

Pada Tabel 4.10 tampak bahwa nilai |SN| pada model *Logistic* untuk data transformasi bernilai lebih kecil dari nilai $Z\alpha/2$ yang artinya ragam galat pada model *Logistic* untuk kedua perlakuan sudah memenuhi asumsi kehomogenan. Perhitungan secara lebih rinci tersaji pada Lampiran 14.

4.5. Pemeriksaan Keباikan Model

Pemeriksaan kebaikan model untuk model *Alder* dan model *Logistic* dilakukan berdasarkan koefisien determinasi (R^2) dan *Root Mean Square Error* (RMSE). Hasil perhitungan koefisien determinasi (R^2) dan RMSE disajikan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Pemilihan Model Terbaik

Model	Perlakuan	Persamaan	R^2	RMSE
<i>Alder</i>	P1	$Y(t) = e^{2,552 - \frac{2,154}{t^{1,178}}}$	0,982	0,294
	P2	$Y(t) = e^{4,611 - \frac{5,459}{t^{0,982}}}$	0,985	0,200
<i>Logistic</i>	P1	$Y(t) = \frac{8,902}{1+14,588e^{-1,391t}}$	0,992	3,012
	P2	$Y(t) = \frac{8,806}{1+14,053e^{-1,421t}}$	0,996	0,141

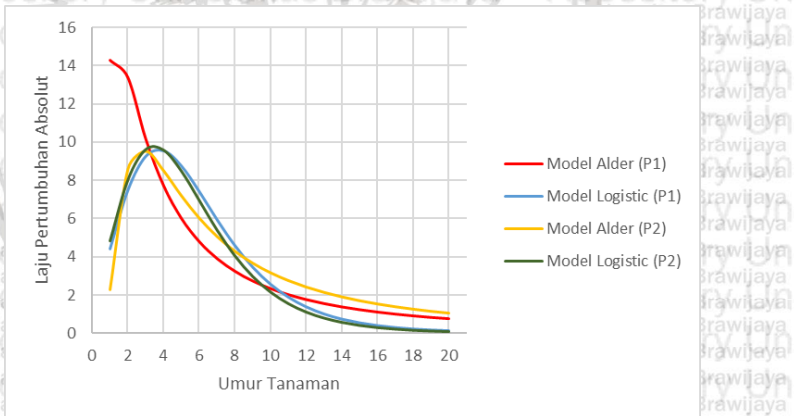
Koefisien determinasi pada model *Alder* menunjukkan bahwa model *Alder* mampu menjelaskan 98,2% keragaman tinggi tanaman padi untuk perlakuan P1 dan 98,5% untuk perlakuan P2. Pada model *Logistic* dapat dilihat bahwa keragaman tinggi tanaman padi dapat dijelaskan oleh model sebesar 99,2% untuk perlakuan P1 dan 99,6% untuk perlakuan P2. Koefisien determinasi pada kedua model pertumbuhan untuk masing-masing perlakuan memiliki nilai yang mendekati 100%, sehingga dapat disimpulkan bahwa baik model *Alder* maupun model *Logistic* mampu menjelaskan tinggi tanaman padi dengan baik. Hal ini sesuai dengan kurva prediksi pertumbuhan

tinggi tanaman pada masing-masing model yang menunjukkan bahwa kurva data hasil prediksi berhimpit dengan kurva data amatan.

Berdasarkan Tabel 4.11, dapat dilihat bahwa RMSE model *Logistic* lebih kecil dibandingkan dengan RMSE model *Alder* untuk kedua perlakuan. Hal ini menunjukkan bahwa model pertumbuhan *Logistic* lebih baik dalam menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi jika dibandingkan dengan model pertumbuhan *Alder*. Perhitungan RMSE terlampir pada Lampiran 14.

4.6. Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan absolut merupakan peningkatan kecepatan pada peubah pertumbuhan saat waktu ke- t . Laju pertumbuhan absolut suatu tanaman dapat dihitung dengan mencari turunan pertama dari persamaan model pertumbuhan terhadap umur pertumbuhan. Laju pertumbuhan absolut untuk model *Alder* didapat dari turunan pertama persamaan (2.4) dan untuk model *Logistic* didapat dari turunan pertama persamaan (2.9).



Gambar 4.5 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut Tanaman Padi

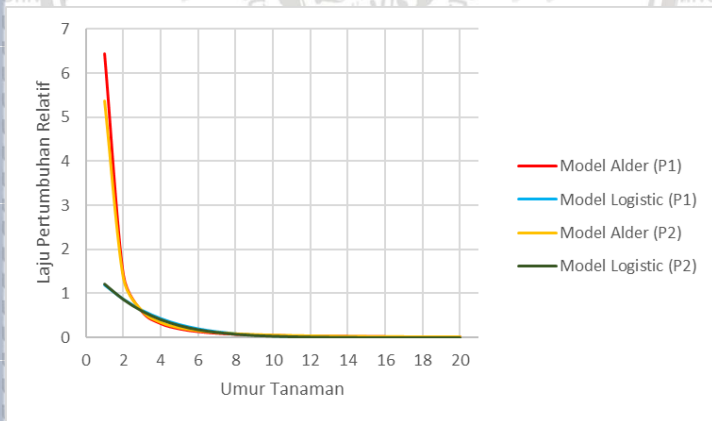
Berdasarkan kurva tersebut dapat dilihat bahwa pertambahan tinggi tanaman padi setiap minggu membentuk pola yang menjulur ke kanan. Tinggi tanaman padi akan berangsur menurun seiring bertambahnya umur tanaman setelah mencapai titik maksimum. Terlihat bahwa titik maksimum tanaman padi terjadi pada umur 1-4 mst dan setelah itu laju pertumbuhan terus mengalami penurunan,

sehingga diperkirakan bahwa titik belok pada kedua model terjadi pada saat tanaman berumur 1-4 mst.

Model *Alder* untuk perlakuan P1 memiliki titik maksimum di umur 1 mst dan untuk perlakuan P2 memiliki titik maksimum di umur 3 mst dengan kecepatan laju pertumbuhan berturut-turut sebesar 14,27 cm/mst dan 9,55 cm/mst. Model *Logistic* perlakuan P1 dan P2 mencapai titik maksimum yaitu saat berumur 4 mst dan 3 mst dengan kecepatan laju pertumbuhan berturut-turut sebesar 9,53 cm/mst dan 9,63 cm/mst. Hasil perhitungan laju pertumbuhan absolut untuk kedua model dapat dilihat pada Lampiran 15.

4.7. Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif merupakan indeks efisiensi pertumbuhan yang selanjutnya dijelaskan oleh Blackman (1919) bahwa efisiensi pertumbuhan tanaman bernilai sangat besar di fase awal dan menurun sampai muncul tanda penyusutan indeks efisiensi. Laju pertumbuhan relatif untuk model pertumbuhan *Alder* didapatkan berdasarkan persamaan (2.6). Sedangkan laju pertumbuhan relatif untuk model pertumbuhan *Logistic* didapatkan berdasarkan persamaan (2.11).



Gambar 4.6 Kurva Laju Pertumbuhan Relatif Tanaman Padi

Berdasarkan Gambar 4.6, laju pertumbuhan relatif untuk model *Alder* dan model *Logistic* mengalami penurunan seiring bertambahnya umur tanaman. Laju pertumbuhan tanaman padi pada model *Alder* dan model *Logistic* pada kedua perlakuan mulai mendekati nol pada umur

6 mst. Hal tersebut menunjukkan bahwa tidak terjadi penambahan tinggi pada tanaman padi setelah padi memasuki umur 6 mst. Hasil perhitungan laju pertumbuhan relatif untuk kedua model dapat dilihat pada Lampiran 16.

4.8. Laju Pertumbuhan Maksimum

Pada saat laju pertumbuhan mencapai maksimum, saat itu tanaman padi mencapai titik tertinggi. Umur dan tinggi maksimum tanaman pada saat mencapai laju pertumbuhan maksimum pada model *Alder* dan model *Logistic* disajikan pada tabel berikut.

Tabel 4.12 Umur dan Tinggi Maksimum Tanaman Padi

Kelompok Perlakuan	Model	Umur Tanaman (mst)	Tinggi Tanaman (cm)
P1	<i>Alder</i>	1,295	4,080
	<i>Logistic</i>	3,713	19,811
P2	<i>Alder</i>	2,754	13,365
	<i>Logistic</i>	2,902	19,386

Berdasarkan Tabel 4.12 dapat diketahui pada model *Alder*, pemberian perlakuan P1 pada tanaman padi mencapai titik maksimum saat umur 10 hari setelah tanam dengan tinggi tanaman mencapai 4,080 cm, sedangkan untuk perlakuan P2 tanaman padi mencapai titik maksimum saat umur 19 hari setelah tanam dengan tinggi tanaman mencapai 13,365 cm. Laju pertumbuhan maksimum tanaman padi untuk model *Logistic* pada perlakuan P1 dan P2 terjadi saat umur tanaman 26 hari setelah tanam dan 20 hari setelah tanam dengan tinggi tanaman berturut-turut mencapai 19,811 cm dan 19,386 cm. Hal ini sesuai dengan kurva laju pertumbuhan absolut di mana pada Gambar 4.5 titik maksimum terjadi antara umur 1-4 minggu setelah tanam.

Pada perlakuan P1, model *Logistic* menduga tinggi tanaman padi lebih tinggi dibandingkan model *Alder* dengan selisih tinggi maksimum keduanya sebesar 15,731 cm. Sedangkan pada perlakuan P2 model *Logistic* menduga tinggi tanaman padi lebih tinggi dibandingkan model *Alder* dengan selisih tinggi maksimum keduanya sebesar 6,021 cm. Perbedaan tinggi tanaman tersebut dimungkinkan karena perbedaan waktu terjadinya laju pertumbuhan maksimum pada



pertumbuhan tinggi tanaman padi untuk kedua model. Pada Tabel 4.12 dapat dilihat bahwa pada padi yang diberi perlakuan P1 dimana kadar bionutrien CAF sebesar 10 mL/L, model *Alder* menduga laju pertumbuhan maksimum paling rendah dibandingkan ketiga model lainnya, yaitu mencapai maksimum saat umur tanaman padi 1,295 minggu setelah tanam (mst) atau sekitar 10 hari setelah tanam (hst) dengan tinggi maksimum mencapai 4,080 cm. Sedangkan pada model *Logistic*, laju pertumbuhan maksimum terjadi saat tanaman padi berumur 3,713 mst atau sekitar 26 hst dengan tinggi maksimum mencapai 19,811 cm.

Model *Alder* dan model *Logistic* yang diterapkan pada tanaman padi yang diberi perlakuan P2 dimana kadar bionutrien CAF sebesar 20 mL/L, memberikan hasil yang hampir sama, yaitu laju pertumbuhan maksimum terjadi pada saat tanaman padi berusia 2,754 mst dan 2,902 mst atau sekitar 19 hingga 20 hst. Berdasarkan hasil analisis tersebut maka dapat diketahui bahwa model *Logistic* memberikan hasil yang lebih konsisten, baik pada perlakuan P1 maupun perlakuan P2. Hasil ini juga didukung dengan statistik R² yang tinggi dan RMSE yang kecil.

BAB V PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis model pertumbuhan pada tanaman padi varietas Cigeulis dapat disimpulkan:

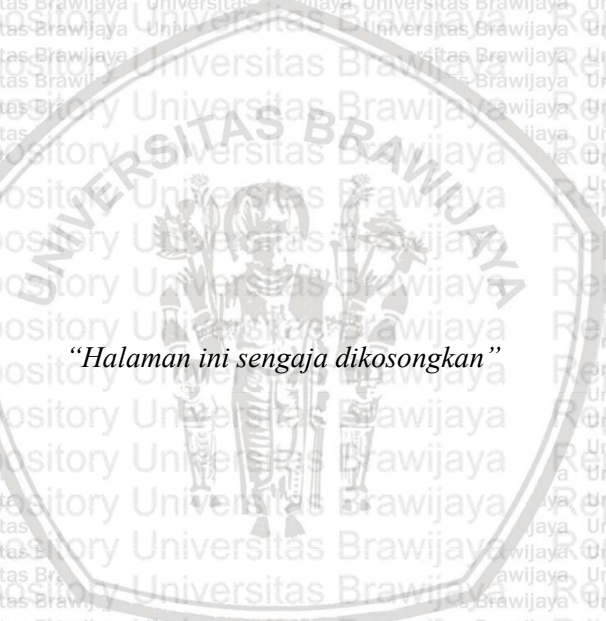
1. Model *Alder* dan model *Logistic* dapat menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman padi dengan baik berdasarkan koefisien determinasi.
2. Model *Logistic* lebih baik daripada model *Alder* dalam menggambarkan pola pertumbuhan tanaman padi berdasarkan koefisien determinasi dan *RMSE*.
3. Laju pertumbuhan maksimum tanaman padi varietas Cigeulis, dengan waktu tanam pada rentang waktu Juni hingga Desember, diperkirakan terjadi pada saat umur 10-19 hari setelah tanam (hst) jika digambarkan oleh model *Alder* dan 20-26 hst jika digambarkan oleh model *Logistic*.

5.2. Saran

Model pertumbuhan *Alder* yang biasa digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan tanaman jenis *Dipterocarpaceae* atau tanaman tahunan mampu menggambarkan tanaman padi dengan baik tidak berbeda jauh dengan model *Logistic*. Namun, berdasarkan hasil analisis, maka disarankan menggunakan model *Logistic* untuk memodelkan pertumbuhan tanaman padi karena memberikan hasil yang lebih konsisten dibandingkan model *Alder*. Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk menerapkan model pertumbuhan *Alder* pada tanaman selain padi untuk memberikan informasi tambahan bahwa model *Alder* tidak hanya mampu menggambarkan pola pertumbuhan tanaman jenis *Dipterocarpaceae* tetapi juga mampu menggambarkan pola pertumbuhan jenis tanaman lain. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan informasi bagi para petani mengenai waktu yang baik untuk memberikan perlakuan tambahan agar pertumbuhan tanaman padi dapat lebih optimal.



"Halaman ini sengaja dikosongkan"



DAFTAR PUSTAKA

- Alder, D. 1980. *Forest Volume Estimation and Yield Prediction*. Vol 2 Yield Prediction. FAO. Rome.
- Almanza-Merchán, P. J., Arévalo, Y. A., Cely, G. E., Pinzón, E. H., dan Serrano, P. A. 2016. *Fruit Growth Characterization of The Tomato (*Solanum lycopersium* L.) Hybrid Ichiban' Grown Under Cover*. *Agronomía Colombiana*. 34(2). May/Aug.
- Blackman, V. H. 1919. *The Compound Interest Law and Plant Growth*. *Ann. Bot.*, 33: 353-360.
- Bustomi, S., Imanuddin, R., dan Mindawati, N. 2008. *Model Pertumbuhan Diameter dan Tinggi Pohon Lima Jenis Dipterocarpaceae di Hutan Penelitian Carita – Banten*. *Jurnal Penelitian Hutan Tanaman*, 6(1), 19-28.
- Chai, T. dan Draxler, R. R. 2014. *Root Mean Square Error (RMSE) or Mean Absolute Error (MAE)? – Arguments Against Avoiding RMSE in The Literature*. *Geosci. Model Dev.*, 7, 1247-1250.
- Daniel, W. W. 1990. *Applied Nonparametric Statistics Second Edition*. Boston: PWS-KENT Publishing Company.
- Dufour, J. M., Khalaf, L., Bernard, J. T., dan Genest, I. 2003. *Simulation-based Finite-sample Tests for Heteroskedasticity and ARCH Effects*. *Journal of Econometrics*. Canada.
- Ghule, P. L., Dahiphale, V. V., Jadhav, J. D., dan Palve, D. K. 2013. *Absolute Growth Rate, Relative Growth Rate, Net Assimilation Rate as Influenced on Dry Matter Weight of Bt Cotton*. *Research Station, Solapur (M. S.)*. India.
- Goshu, A. T. dan Koya, P. R. 2014. *Derivation of Inflection Points of Nonlinear Regression Curves – Implications to Statistics*. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 2(6), 268-272. Hawassa University. Ethiopia.
- Graybill, F. A. dan Iyer, H. K. 1994. *Regression Analysis: Concepts and Applications*. Duxbury Press. California.
- Hamilton, L. C. 1992. *Regression with Graphics*. Duxbury Press. California.
- Henderson, P., Seaby, R., dan Somes, R. 2006. *Growth II*. *Pisces Consevation Ltd*. Hampshire, United Kingdom.

- Hunt, R., B. Thomas, DJ Murphy, dan D. Murray. 2003. *Growth Analysis, Individual Plants*. Encyclopedia of Applied Plant Sciences 2, 579-588. University of Sheffield. UK.
- Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., dan Li, W. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. Fifth Edition. McGraw-Hill/Irwin, New York.
- Lawrence, T. L. dan V. R. Fowler. 2002. *Growth Of Farm Animals*. 2nd edition. Cromwell Press. London.
- Madoroba, E. dan J. Kruger. 2015. *Equity Valuation Meets the Sigmoid Groth Equation: The Gordon Growth Model Revisited*. Proceedings of 30th International Business Research Conference. Dubai.
- Mahananto. 2009. *Faktor-faktor yang Mempengaruhi Produksi Padi Studi Kasus di Kecamatan Nogosari, Boyolali, Jawa Tengah*. WACANA 12(1). Malang.
- Montgomery, D. C. dan Peck, E. A. 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 2nd Edition. John Wiley & Sons. New York.
- Mubarq, I. A. 2013. *Kajian Potensi Bionutrien CF dengan Penambahan Ion Logam Terhadap Pertumbuhan dan Perkembangan Tanaman Padi (Oryza sativa L.)*. Skripsi. UPI. Bandung.
- Panik, J. M. 2014. *Growth Curve Modelling, Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
- Ranganathan, A. 2004. *The Levenberg-Marquardt Algorithm*. http://www.ananth.in/Notes_files/lmtut.pdf. Diakses pada tanggal 9 Juli 2020 pukul 12.09.
- Saichuk, J. K, dkk. 2009. *Lousiana Rice Production Handbook*. LSU Agricultural Center. Los Angeles.

LAMPIRAN**Lampiran 1. Data Pertumbuhan Tanaman Padi**

Umur (t) (mst)	Tinggi (Y) (cm)	
	P1	P2
1	2,9	3,5
2	10,5	9,6
3	16,4	17,8
4	21,9	24,9
5	27,4	29,4
6	32,8	35
7	39,8	42,2
8	44,4	47,8
9	55,1	54,6
10	60,8	59,4
11	62,1	61,2
12	66,6	65,9
13	68,8	68,8
14	70,2	70,6
15	71,3	71,1
16	71,3	71,1
17	71,3	71,1
18	71,3	71,1
19	71,3	71,1
20	71,3	71,1

Lampiran 2. Perlakuan terhadap 9 Kelompok Tanaman

No	Kelompok Perlakuan	Perlakuan
1	P1	bionutrien CAF 10 mL/L
2	P2	bionutrien CAF 20 mL/L
3	P3	bionutrien CAF 25 mL/L
4	P4	bionutrien CAF 30 mL/L
5	P5	bionutrien CAF 50 mL/L
6	P6	bionutrien CAF 75 mL/L
7	P7	bionutrien CAF 100 mL/L
8	P8	pupuk NPK 32-10-10
9	P9	air

Lampiran 3. Penurunan Model Pertumbuhan Alder

Model Alder

$$\ln(Y(t)) = a + \frac{b}{t^k}$$

Transformasi model Alder

$$Y(t) = e^{a + \frac{b}{t^k}}$$

Turunan pertama terhadap t

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} e^{a + \frac{b}{t^k}}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = \left(e^{a + \frac{b}{t^k}} \right) b(-k)t^{-k-1} + 0$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = -kbt^{-k-1} e^{a + \frac{b}{t^k}}$$

Turunan kedua terhadap t

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[-kbt^{-k-1} e^{a + \frac{b}{t^k}} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kb \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[t^{-k-1} e^{a + \frac{b}{t^k}} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kb \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} [t^{-k-1}] \cdot e^{a + \frac{b}{t^k}} + t^{-k-1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[e^{a + \frac{b}{t^k}} \right] \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kb \cdot \left(-k - 1(t^{-k-2}) \cdot e^{a + \frac{b}{t^k}} + t^{-k-1} \cdot \left(e^{a + \frac{b}{t^k}} \right) (b(-k)t^{-k-1}) \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kb \cdot \left((-k - 1)t^{-k-2} e^{a + \frac{b}{t^k}} - kbt^{-2k-2} e^{a + \frac{b}{t^k}} \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kbe^{a + \frac{b}{t^k}} \left((-k - 1)t^{-k-2} - kbt^{-2k-2} \right)$$

Lampiran 3. (lanjutan)

Laju pertumbuhan relatif

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} \times \frac{1}{Y(t)} = -kbt^{-k-1} e^{a+\frac{b}{t^k}} \times \frac{1}{e^{a+\frac{b}{t^k}}}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} \times \frac{1}{Y(t)} = -kbt^{-k-1}$$

Umur pertumbuhan maksimum

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = -kbe^{a+\frac{b}{t^k}} \left((-k-1)t^{-k-2} - kbt^{-2k-2} \right) = 0$$

$$0 = (-k-1)t^{-k-2} - kbt^{-2k-2}$$

$$kbt^{-2k-2} = (-k-1)t^{-k-2}$$

$$\frac{t^{-k-2}}{t^{-2k-2}} = \frac{kb}{(-k-1)}$$

$$t^k = \frac{kb}{(-k-1)}$$

$$t^k = \frac{-kb}{k+1}$$

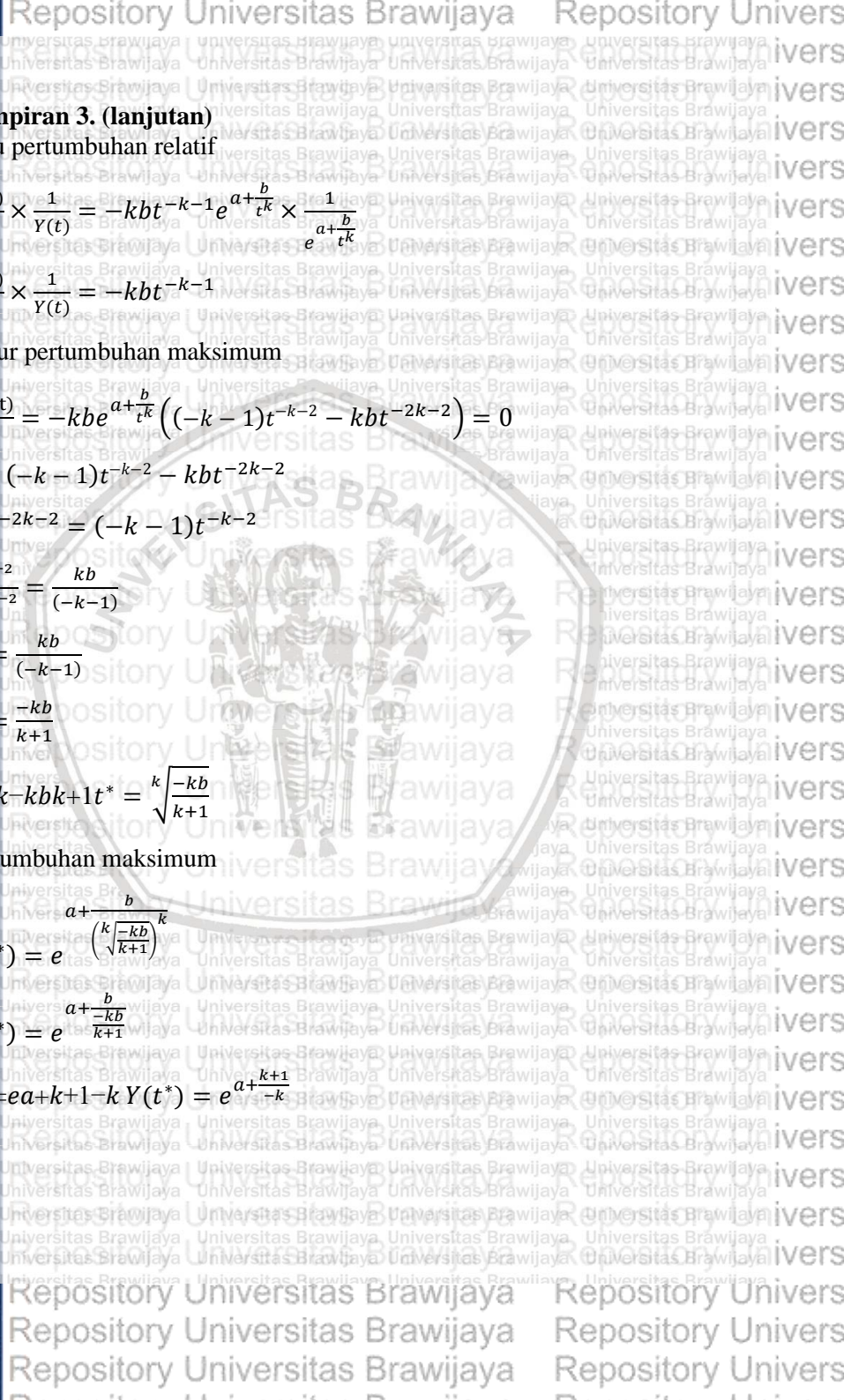
$$t^* = k - kkb + 1t^* = \sqrt[k]{\frac{-kb}{k+1}}$$

Pertumbuhan maksimum

$$Y(t^*) = e^{a + \frac{b}{\left(\sqrt[k]{\frac{-kb}{k+1}}\right)^k}}$$

$$Y(t^*) = e^{a + \frac{b}{\frac{-kb}{k+1}}}$$

$$Yt^* = ea + k + 1 - k Y(t^*) = e^{a + \frac{k+1}{-k}}$$



Lampiran 4. Penurunan Model Pertumbuhan Logistic

Model Logistic

$$Y(t) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt}}$$

Turunan pertama terhadap t

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt}} \right]$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = -\alpha \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial t} [1 + \beta e^{-kt}]}{(1 + \beta e^{-kt})^2}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = -\alpha \cdot \frac{-k\beta e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})^2}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} = \frac{\alpha k \beta e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})^2}$$

Turunan kedua terhadap t

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\alpha k \beta e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \alpha k \beta \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{e^{-kt}}{(1 + \beta e^{-kt})^2} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \alpha k \beta \left(\frac{e^{-kt} \cdot (-k)(1 + \beta e^{-kt})^2 - e^{-kt} (2)(1 + \beta e^{-kt})(-k\beta e^{-kt})}{((1 + \beta e^{-kt})^2)^2} \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \alpha k \beta \left(\frac{-ke^{-kt}(1 + \beta e^{-kt})^2 + 2k\beta e^{-2kt}(1 + \beta e^{-kt})}{(1 + \beta e^{-kt})^4} \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \alpha k \beta \left(\frac{2k\beta e^{-2kt}(1 + \beta e^{-kt}) - ke^{-kt}(1 + \beta e^{-kt})^2}{(1 + \beta e^{-kt})^4} \right)$$

Lampiran 4. (lanjutan)

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{2\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt}(1+\beta e^{-kt})}{(1+\beta e^{-kt})^4} - \frac{\alpha k^2 \beta e^{-kt}(1+\beta e^{-kt})^2}{(1+\beta e^{-kt})^4}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{2\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt}}{(1+\beta e^{-kt})^3} - \frac{\alpha k^2 \beta e^{-kt}(1+\beta e^{-kt})}{(1+\beta e^{-kt})^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{2\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt} - \alpha k^2 \beta e^{-kt} - \alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt}}{(1+\beta e^{-kt})^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt} - \alpha k^2 \beta e^{-kt}}{(1+\beta e^{-kt})^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta e^{-kt}(\beta e^{-kt} - 1)}{(1+\beta e^{-kt})^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt} - \alpha k^2 \beta e^{-kt}}{(1+2\beta e^{-kt} + \beta^2 e^{-2kt})(1+\beta e^{-kt})}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta^2 e^{-2kt} - \alpha k^2 \beta e^{-kt}}{1+3\beta e^{-kt} + 3\beta^2 e^{-2kt} + \beta^3 e^{-3kt}} \times \frac{e^{3kt}}{e^{3kt}}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta^2 e^{kt} - \alpha k^2 \beta e^{2kt}}{e^{3kt} + 3\beta e^{2kt} + 3\beta^2 e^{kt} + \beta^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta^2 e^{kt} - \alpha k^2 \beta e^{2kt}}{(e^{kt} + \beta)^3}$$

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta e^{kt}(\beta - e^{kt})}{(e^{kt} + \beta)^3}$$

Laju pertumbuhan relatif

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} \times \frac{1}{Y(t)} = \frac{\alpha k \beta e^{-kt}}{(1+\beta e^{-kt})^2} \times \frac{1}{1+\beta e^{-kt}}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} \times \frac{1}{Y(t)} = \frac{\alpha k \beta e^{-kt}}{(1+\beta e^{-kt})^2} \times \frac{1+\beta e^{-kt}}{\alpha}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial t} \times \frac{1}{Y(t)} = \frac{k \beta e^{-kt}}{(1+\beta e^{-kt})}$$

Lampiran 4. (lanjutan)

Umur pertumbuhan maksimum

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial t^2} = \frac{\alpha k^2 \beta e^{kt} (\beta - e^{kt})}{(e^{kt} + \beta)^3} = 0$$

$$0 = \frac{\alpha k^2 \beta e^{kt} (\beta - e^{kt})}{(e^{kt} + \beta)^3}$$

$$0 = \alpha k^2 \beta e^{kt} (\beta - e^{kt})$$

$$0 = \alpha k^2 \beta^2 e^{kt} - \alpha k^2 \beta e^{2kt}$$

$$\alpha k^2 \beta e^{2kt} = \alpha k^2 \beta^2 e^{kt}$$

$$\frac{e^{2kt}}{e^{kt}} = \frac{\alpha k^2 \beta^2}{\alpha k^2 \beta}$$

$$e^{kt} = \beta$$

$$kt = \ln(\beta)$$

$$t^* = \frac{\ln(\beta)}{k}$$

Pertumbuhan maksimum

$$Y(t^*) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-k \left(\frac{\ln(\beta)}{k} \right)}}$$

$$Y(t^*) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\ln(\beta)}}$$

Lampiran 5. Pendugaan Awal Parameter

Model Alder

$$\ln(Y(t)) = a + \frac{b}{t^k}$$

Linierisasi model

$$\ln(Y(t)) = a + b(t^{-k}), \text{ dengan } k=1$$

$$\ln(Y(t)) = a + b(t^{-1})$$

$$Z = a + bX$$

Pendugaan dengan MKT Linier

$$G^2 = \sum e^2 = \sum (Z - a - bX)^2$$

$$\frac{\partial G^2}{\partial a} = (-1)(2) \sum (Z - a - bX)$$

$$0 = -2 \sum (Z - a - bX)$$

$$0 = \sum Z - n \cdot a - b \sum X$$

$$0 = \frac{\sum Z}{n} - a - b \frac{\sum X}{n}$$

$$a = \frac{\sum Z}{n} - b \frac{\sum X}{n}$$

$$\frac{\partial G^2}{\partial b} = (-1)(2) \sum (Z - a - bX)X$$

$$0 = -2 \sum (Z - a - bX)X$$

$$0 = \sum Z \cdot X - a \sum X - b \sum X^2$$

Lampiran 5. (lanjutan)

$$0 = \sum Z.X - a \sum X - b \sum X^2$$

$$0 = \sum Z.X - \left(\frac{\sum Z}{n} - b \frac{\sum X}{n} \right) \sum X - b \sum X^2$$

$$0 = \sum Z.X - \frac{\sum Z \sum X}{n} + b \frac{(\sum X)^2}{n} - b \sum X^2$$

$$0 = \sum Z.X - \frac{\sum Z \sum X}{n} - b \left[\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} \right]$$

$$b \left[\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} \right] = \sum Z.X - \frac{\sum Z \sum X}{n}$$

$$b = \frac{\sum Z.X - \frac{\sum Z \sum X}{n}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}$$

Nilai duga awal parameter a dan b melalui MKT Linier pada linierisasi persamaan (2.3)

- Kelompok perlakuan P1

$$b = \frac{9,876 - \frac{(74,106)(3,598)}{20}}{1,596 - \frac{12,944}{20}} = -3,640$$

$$a = \frac{74,106}{20} - (-3,640) \frac{3,598}{20} = 4,360$$

$$k = 1$$

- Kelompok perlakuan P2

$$b = \frac{10,115 - \frac{(74,614)(3,598)}{20}}{1,596 - \frac{12,944}{20}} = -3,484$$

$$a = \frac{74,614}{20} - (-3,484) \frac{3,598}{20} = 4,357$$

$$k = 1$$



Lampiran 5. (lanjutan)

Model Logistic

$$Y(t) = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt}}$$

Nilai duga awal parameter α dan β

- Kelompok perlakuan P1

$$\alpha = 73,1$$

$$\beta = \frac{71,1}{2,9} = 24,586$$

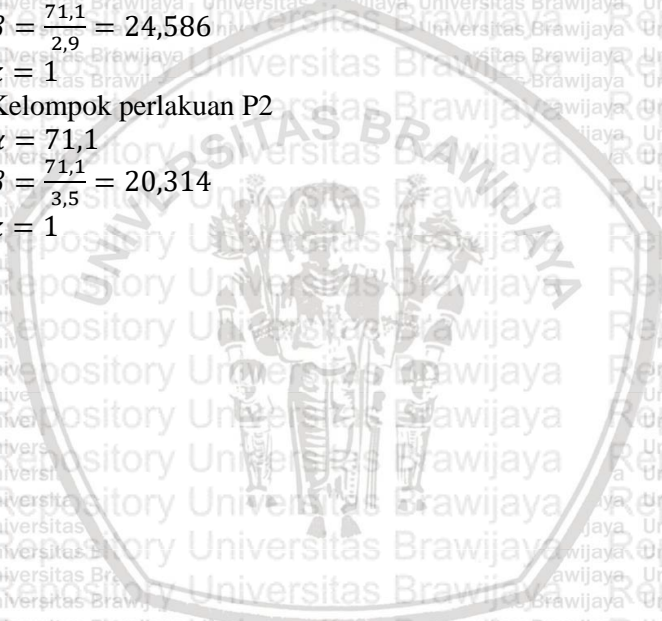
$$k = 1$$

- Kelompok perlakuan P2

$$\alpha = 71,1$$

$$\beta = \frac{71,1}{3,5} = 20,314$$

$$k = 1$$



Lampiran 6. Penjabaran Iterasi Levenberg-Marquardt

1. Model Alder

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} a_{0+1} \\ b_{0+1} \\ k_{0+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ k_0 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \left[\begin{array}{ccc} e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ \dots & \dots & \dots \\ -b \ln(t) e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & -b \ln(t) e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \end{array} \right]_{3 \times n} \begin{bmatrix} e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ t_1^k & \dots & t_n^k \\ \vdots & \dots & \vdots \\ e^{a+\frac{b}{t_n^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ t_n^k & \dots & t_n^k \end{bmatrix}_{n \times 3} \\
 & \quad + \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ \dots & \dots & \dots \\ -b \ln(t) e^{a+\frac{b}{t_1^k}} & \dots & -b \ln(t) e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \\ t_1^k & \dots & t_n^k \end{bmatrix}_{3 \times n} \begin{bmatrix} y_1 - e^{a+\frac{b}{t_1^k}} \\ \vdots \\ y_n - e^{a+\frac{b}{t_n^k}} \end{bmatrix}_{n \times 1}
 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$



Lampiran 6. (lanjutan)

2. Model Logistic

$$\begin{bmatrix} \alpha_{0+1} \\ \beta_{0+1} \\ k_{0+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ k_0 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \frac{1 + \beta e^{-kt_1}}{-ae^{-kt_1}} & \dots & \frac{1 + \beta e^{-kt_n}}{-ae^{-kt_n}} \\ \frac{a\beta t_1 e^{-kt_1}}{(1 + \beta e^{-kt_1})^2} & \dots & \frac{a\beta t_n e^{-kt_n}}{(1 + \beta e^{-kt_n})^2} \end{pmatrix}_{3 \times n} \begin{bmatrix} 1 & -ae^{-kt_1} & a\beta t_1 e^{-kt_1} \\ \frac{1}{1 + \beta e^{-kt_1}} & \frac{-ae^{-kt_1}}{(1 + \beta e^{-kt_1})^2} & \frac{a\beta t_1 e^{-kt_1}}{(1 + \beta e^{-kt_1})^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -ae^{-kt_n} & a\beta t_n e^{-kt_n} \\ \frac{1}{1 + \beta e^{-kt_n}} & \frac{-ae^{-kt_n}}{(1 + \beta e^{-kt_n})^2} & \frac{a\beta t_n e^{-kt_n}}{(1 + \beta e^{-kt_n})^2} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

$$+ \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \frac{1 + \beta e^{-kt_1}}{-ae^{-kt_1}} & \dots & \frac{1 + \beta e^{-kt_n}}{-ae^{-kt_n}} \\ \frac{a\beta t_1 e^{-kt_1}}{(1 + \beta e^{-kt_1})^2} & \dots & \frac{a\beta t_n e^{-kt_n}}{(1 + \beta e^{-kt_n})^2} \end{bmatrix}_{3 \times n} \begin{bmatrix} \alpha \\ y_1 - \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt_1}} \\ \vdots \\ y_n - \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-kt_n}} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Lampiran 7. Hasil Prediksi Tinggi Tanaman Padi

Umur (t)	Kelompok Perlakuan P1		Kelompok Perlakuan P2	
	Model Logistic	Model Alder	Model Logistic	Model Alder
1	7,14	0,21	8,19936	0,42832
2	10,26	4,81	11,60214	6,34797
3	14,44	13,55	16,06176	15,73661
4	19,78	22,66	21,62219	24,84759
5	26,2	30,78	28,13978	32,72294
6	33,38	37,72	35,24821	39,34164
7	40,8	43,58	42,41695	44,89173
8	47,85	48,55	49,09755	49,57486
9	54,03	52,8	54,88042	53,56175
10	59,1	56,45	59,57501	56,98787
11	63,02	59,61	63,19152	59,95886
12	65,92	62,38	65,86662	62,55694
13	67,99	64,81	67,7865	64,8465
14	69,43	66,97	69,1347	66,87837
15	70,43	68,9	70,06704	68,69308
16	71,1	70,62	70,70498	70,32324
17	71,56	72,18	71,13831	71,79536
18	71,86	73,59	71,4312	73,13116
19	72,06	74,88	71,62851	74,34862
20	72,2	76,05	71,76112	75,46269

Lampiran 8. Hasil Uji Asumsi Kenormalan

a. Model *Alder* untuk kelompok perlakuan P1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	.3212
	Std. Deviation	3.52211
Most Extreme Differences	Absolute	.213
	Positive	.153
	Negative	-.213
Test Statistic		.213
Asymp. Sig. (2-tailed)		.018 ^c

- Test distribution is Normal.
- Calculated from data.
- Lilliefors Significance Correction.

b. Model *Alder* untuk kelompok perlakuan P2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	.2432
	Std. Deviation	2.83829
Most Extreme Differences	Absolute	.139
	Positive	.111
	Negative	-.139
Test Statistic		.139
Asymp. Sig. (2-tailed)		.200 ^{c,d}

- Test distribution is Normal.
- Calculated from data.
- Lilliefors Significance Correction.
- This is a lower bound of the true significance.

Lampiran 8. (lanjutan)

c. Model *Logistic* untuk kelompok perlakuan P1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	-.0519
	Std. Deviation	1.62506
Most Extreme Differences	Absolute	.180
	Positive	.090
	Negative	-.180
Test Statistic		.180
Asymp. Sig. (2-tailed)		.089 ^c

d.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	-.1127
	Std. Deviation	1.65888
Most Extreme Differences	Absolute	.170
	Positive	.115
	Negative	-.170
Test Statistic		.170
Asymp. Sig. (2-tailed)		.130 ^c

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

c. Lilliefors Significance Correction.

Lampiran 9. Data Transformasi

Umur (t)	Tinggi (Y)	
	P1	P2
1	1,702939	1,870829
1,414214	3,24037	3,098387
1,732051	4,049691	4,219005
2	4,679744	4,98999
2,236068	5,234501	5,422177
2,44949	5,727128	5,91608
2,645751	6,308724	6,496153
2,828427	6,663332	6,913754
3	7,422937	7,389181
3,162278	7,797435	7,70714
3,316625	7,880355	7,823043
3,464102	8,160882	8,117881
3,605551	8,294577	8,294577
3,741657	8,378544	8,402381
3,872983	8,443933	8,432082
4	8,443933	8,432082
4,123106	8,443933	8,432082
4,242641	8,443933	8,432082
4,358899	8,443933	8,432082
4,472136	8,443933	8,432082



Lampiran 10. Hasil Prediksi Tinggi Tanaman Data Transfromasi

1. Model Alder

Umur (t)	Prediksi Tinggi (P1)	Transfromasi Balik Prediksi Tinggi (P1)
1	1,49	2,2201
2	3,06	9,3636
3	4,15	17,2225
4	4,95	24,5025
5	5,57	31,0249
6	6,06	36,7236
7	6,47	41,8609
8	6,81	46,3761
9	7,11	50,5521
10	7,37	54,3169
11	7,59	57,6081
12	7,79	60,6841
13	7,98	63,6804
14	8,14	66,2596
15	8,29	68,7241
16	8,42	70,8964
17	8,55	73,1025
18	8,67	75,1689
19	8,77	76,9129
20	8,87	78,6769

2. Model Logistic

Umur (t)	Prediksi Tinggi (P1)	Transfromasi Balik Prediksi Tinggi (P1)
1	1,92	3,6864
2	2,93	8,5849

Lampiran 10. (lanjutan)

Umur (t)	Prediksi Tinggi (P1)	Transfromasi Balik Prediksi Tinggi (P1)
3	3,85	14,8225
4	4,68	21,9024
5	5,39	29,0521
6	6	36
7	6,51	42,3801
8	6,92	47,8864
9	7,27	52,8529
10	7,55	57,0025
11	7,78	60,5284
12	7,96	63,3616
13	8,12	65,9344
14	8,24	67,8976
15	8,34	69,5556
16	8,43	71,0649
17	8,5	72,25
18	8,56	73,2736
19	8,61	74,1321
20	8,65	74,8225

Umur (t)	Prediksi Tinggi (P2)	Transfromasi Balik Prediksi Tinggi (P2)
1	2	4
2	3,05	9,3025
3	4	16
4	4,84	23,4256
5	5,55	30,8025
6	6,15	37,8225
7	6,63	43,9569

Lampiran 10. (lanjutan)

Umur (t)	Prediksi Tinggi (P2)	Transfromasi Balik Prediksi Tinggi (P2)
8	7,03	49,4209
9	7,35	54,0225
10	7,61	57,9121
11	7,82	61,1524
12	7,99	63,8401
13	8,13	66,0969
14	8,24	67,8976
15	8,33	69,3889
16	8,4	70,56
17	8,47	71,7409
18	8,52	72,5904
19	8,56	73,2736
20	8,6	73,96

Lampiran 11. Hasil Uji Asumsi Kenormalan Galat Data Transformasi

a. Model *Alder* untuk kelompok perlakuan P1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	.0040
	Std. Deviation	.27823
Most Extreme Differences	Absolute	.158
	Positive	.152
	Negative	-.158
Test Statistic		.158
Asymp. Sig. (2-tailed)		.200 ^{c,d}

- Test distribution is Normal.
- Calculated from data.
- Lilliefors Significance Correction.
- This is a lower bound of the true significance.

b. Model *Logistic* untuk kelompok perlakuan P1

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	-.0006
	Std. Deviation	.13331
Most Extreme Differences	Absolute	.157
	Positive	.157
	Negative	-.119
Test Statistic		.157
Asymp. Sig. (2-tailed)		.200 ^{c,d}

- Test distribution is Normal.
- Calculated from data.
- Lilliefors Significance Correction.
- This is a lower bound of the true significance.

Lampiran 11. (lanjutan)

c. Model *Logistic* untuk kelompok perlakuan P2

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Residuals
N		20
Normal Parameters ^{a, b}	Mean	.0004
	Std. Deviation	.18882
Most Extreme Differences	Absolute	.150
	Positive	.148
	Negative	-.150
Test Statistic		.150
Asymp. Sig. (2-tailed)		.200 ^{c, d}

- Test distribution is Normal.
- Calculated from data.
- Lilliefors Significance Correction.
- This is a lower bound of the true significance.



Lampiran 12. Perhitungan Uji Asumsi Homogenitas Raga Galat

1. Model Alder

t	Kelompok P1			Kelompok P2		
	u	u ²	iu ²	u	u ²	iu ²
1	0,68	0,46	0,46	3,07	9,44	9,44
2	1,14	1,29	2,58	3,25	10,58	21,15
3	-0,82	0,68	2,03	2,06	4,26	12,77
4	-2,60	6,77	27,09	0,05	0,00	0,01
5	-3,62	13,14	65,70	-3,32	11,04	55,21
6	-3,92	15,39	92,37	-4,34	18,85	113,10
7	-2,06	4,25	29,73	-2,69	7,25	50,72
8	-1,98	3,90	31,24	-1,77	3,15	25,20
9	4,55	20,68	186,15	1,04	1,08	9,70
10	6,48	42,03	420,31	2,41	5,82	58,18
11	4,49	20,18	221,95	1,24	1,54	16,94
12	5,92	35,00	419,97	3,34	11,18	134,11
13	5,12	26,21	340,73	3,95	15,63	203,19
14	3,94	15,53	217,37	3,72	13,85	193,91
15	2,58	6,64	99,53	2,41	5,79	86,90
16	0,40	0,16	2,61	0,78	0,60	9,65
17	-1,80	3,25	55,23	-0,70	0,48	8,22
18	-3,87	14,97	269,43	-2,03	4,13	74,26
19	-5,61	31,50	598,59	-3,25	10,55	200,52
20	-7,38	54,42	1088,37	-4,36	19,03	380,66
Σ		316,45	4171,45	Σ	154,24	1663,85

Kelompok P1

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t\hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$SN = \left(\frac{6(20)}{20^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{4171,45}{316,45} - \frac{20+1}{2} \right)$$

$$SN = (0,301)^{1/2} (2,682) = 1,471$$

Lampiran 12. (lanjutan)

Kelompok P2

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2-1}\right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t\hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2}\right)$$

$$SN = \left(\frac{6(20)}{20^2-1}\right)^{1/2} \left(\frac{1663,85}{154,24} - \frac{20+1}{2}\right)$$

$$SN = (0,301)^{1/2}(0,287) = 0,157$$

2. Model Logistic

t	Kelompok P1			Kelompok P2		
	u	u ²	iu ²	u	u ²	iu ²
1	-4,24	17,98	17,98	-4,70	22,08	22,08
2	0,24	0,06	0,12	-2,00	4,01	8,02
3	1,96	3,84	11,52	1,74	3,02	9,06
4	2,12	4,49	17,98	3,28	10,74	42,98
5	1,20	1,44	7,20	1,26	1,59	7,94
6	-0,58	0,34	2,02	-0,25	0,06	0,37
7	-1,00	1,00	7,00	-0,22	0,05	0,33
8	-3,45	11,90	95,22	-1,30	1,68	13,47
9	1,07	1,14	10,30	-0,28	0,08	0,71
10	1,70	2,89	28,90	-0,18	0,03	0,31
11	-0,92	0,85	9,31	-1,99	3,97	43,63
12	0,68	0,46	5,55	0,03	0,00	0,01
13	0,81	0,66	8,53	1,01	1,03	13,35
14	0,77	0,59	8,30	1,47	2,15	30,06
15	0,87	0,76	11,35	1,03	1,07	16,01
16	0,20	0,04	0,64	0,40	0,16	2,50
17	-0,26	0,07	1,15	-0,04	0,00	0,02
18	-0,56	0,31	5,64	-0,33	0,11	1,97
19	-0,76	0,58	10,97	-0,53	0,28	5,31

Lampiran 12. (lanjutan)

t	Kelompok P1			Kelompok P2		
	u	u^2	iu^2	u	u^2	iu^2
20	-0,90	0,81	16,20	-0,66	0,44	8,74
	Σ	50,21	275,89	Σ	52,54	226,87

Kelompok P1

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t \hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$SN = \left(\frac{6(20)}{20^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{275,89}{50,21} - \frac{20+1}{2} \right)$$

$$SN = (0,301)^{1/2}(-5,005) = -2,745$$

Kelompok P2

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t \hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$SN = \left(\frac{6(20)}{20^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{226,87}{52,54} - \frac{20+1}{2} \right)$$

$$SN = (0,301)^{1/2}(-6,182) = -3,390$$

Lampiran 13. Perhitungan Uji Asumsi Homogenitas Ragam Galat Data Transformasi

Model *Logistic*

t	Kelompok P1			Kelompok P2		
	u	u ²	iu ²	u	u ²	iu ²
1	-0,79	0,62	0,62	-0,50	0,25	0,25
2	1,92	3,67	7,34	0,30	0,09	0,18
3	1,58	2,49	7,47	1,80	3,24	9,72
4	0,00	0,00	0,00	1,47	2,17	8,70
5	-1,65	2,73	13,65	-1,40	1,97	9,84
6	-3,20	10,24	61,44	-2,82	7,97	47,80
7	-2,58	6,66	46,60	-1,76	3,09	21,61
8	-3,49	12,15	97,24	-1,62	2,63	21,02
9	2,25	5,05	45,45	0,58	0,33	3,00
10	3,80	14,42	144,21	1,49	2,21	22,14
11	1,57	2,47	27,17	0,05	0,00	0,02
12	3,24	10,49	125,85	2,06	4,24	50,92
13	2,87	8,21	106,75	2,70	7,31	94,99
14	2,30	5,30	74,21	2,70	7,30	102,24
15	1,74	3,04	45,64	1,71	2,93	43,92
16	0,24	0,06	0,88	0,54	0,29	4,67
17	-0,95	0,90	15,34	-0,64	0,41	6,98
18	-1,97	3,90	70,11	-1,49	2,22	39,98
19	-2,83	8,02	152,40	-2,17	4,72	89,77
20	-3,52	12,41	248,16	-2,86	8,18	163,59
Σ		112,82	1290,52	Σ	61,56	741,32

Kelompok P1

$$SN = \left(\frac{6n}{n^2-1} \right)^{1/2} \left(\frac{\sum_{t=1}^n t \hat{u}_t^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} - \frac{n+1}{2} \right)$$



Lampiran 13. (lanjutan)

SN = ((6(20)/(20^2-1))^1/2 * ((1290,52/112,82) - (20+1)/2))

SN = (0,301)^1/2(0,94) = 0,515

Kelompok P2

SN = ((6n)/(n^2-1))^1/2 * ((sum(t^2 u^2(t)) - (n+1)/2) / (sum(u^2(t))))

SN = ((6(20)/(20^2-1))^1/2 * ((741,32/61,56) - (20+1)/2))

SN = (0,301)^1/2(1,543) = 0,846



Lampiran 14. Hasil Perhitungan RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n - p}} = \sqrt{MSE}$$

1. Model Alder

a. Kelompok Perlakuan P1

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	1006.029	3	335.343
Residual	1.471	17	.087
Uncorrected Total	1007.500	20	
Corrected Total	79.913	19	

Dependent variable: Tinggi^a

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .982.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1,471}{20-3}} = \sqrt{0,08653} = 0,294$$

b. Kelompok Perlakuan P2

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	61688.886	3	20562.962
Residual	154.244	17	9.073
Uncorrected Total	61843.130	20	
Corrected Total	10098.166	19	

Dependent variable: Tinggi^a

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .985.

$$RMSE = \sqrt{\frac{154,244}{20-3}} = \sqrt{9,07318} = 3,012$$

Lampiran 14 (lanjutan)

2. Model Logstic

a. Kelompok Perlakuan P1

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	1006.823	3	335.608
Residual	.677	17	.040
Uncorrected Total	1007.500	20	
Corrected Total	79.913	19	

Dependent variable: Tinggi^a

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .992.

$$RMSE = \sqrt{\frac{0,677}{20-3}} = \sqrt{0,03982} = 0,200$$

b. Kelompok Perlakuan P2

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	1016.962	3	338.987
Residual	.338	17	.020
Uncorrected Total	1017.300	20	
Corrected Total	75.380	19	

Dependent variable: Tinggi^a

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = .996.

$$RMSE = \sqrt{\frac{0,338}{20-3}} = \sqrt{0,01988} = 0,141$$

Lampiran 15. Laju Pertumbuhan Absolut

a. Kelompok Perlakuan P1

Umur (t)	Laju Pertumbuhan Absolut	
	Model Alder	Model Logistic
1	14,27185	4,3967846
2	13,36502	7,4708866
3	10,15502	9,2388999
4	7,71341	9,5336685
5	5,99814	8,7424466
6	4,77954	7,3989529
7	3,89133	5,9269711
8	3,22681	4,5735067
9	2,71773	3,4420747
10	2,31957	2,5491367
11	2,00248	1,8694478
12	1,74594	1,3637615
13	1,53552	0,9927964
14	1,36081	0,7228750
15	1,21417	0,5272766
16	1,08992	0,3857136
17	0,98371	0,2831833
18	0,89223	0,2087666
19	0,81287	0,1545891
20	0,74359	0,1149996

Lampiran 15. (lanjutan)

b. Kelompok Perlakuan P2

Umur (t)	Laju Pertumbuhan Absolut	
	Model Alder	Model Logistic
1	2,295847	4,839617
2	8,606482	8,034679
3	9,550976	9,626642
4	8,526959	9,594587
5	7,216022	8,497417
6	6,044683	6,957239
7	5,081726	5,405125
8	4,307029	4,056482
9	3,684655	2,977526
10	3,181577	2,156181
11	2,771286	1,549769
12	2,433402	1,110284
13	2,152451	0,79517
14	1,916675	0,570456
15	1,717094	0,410504
16	1,546793	0,296582
17	1,400395	0,215258
18	1,273681	0,157007
19	1,16331	0,115108
20	1,066613	0,084832

Lampiran 16. Laju Pertumbuhan Relatif

a. Kelompok Perlakuan P1

Umur (t)	Laju Perumbuhan Relatif	
	Model Alder	Model Logistic
1	6,43846	1,189321
2	1,422783	0,871344
3	0,588318	0,622741
4	0,314409	0,435771
5	0,193386	0,300493
6	0,130008	0,205435
7	0,092931	0,139941
8	0,069479	0,095345
9	0,053758	0,065153
10	0,042735	0,044739
11	0,034724	0,030911
12	0,028729	0,021504
13	0,024133	0,015071
14	0,020536	0,010642
15	0,017671	0,007571
16	0,015354	0,005427
17	0,013454	0,003918
18	0,01188	0,002849
19	0,01056	0,002085
20	0,009444	0,001537

Lampiran 16. (lanjutan)

b. Kelompok Perlakuan P2

Umur (t)	Laju Pertumbuhan Relatif	
	Model <i>Alder</i>	Model <i>Logistic</i>
1	5,360738	1,204641
2	1,35701	0,861612
3	0,607534	0,600367
4	0,343512	0,409574
5	0,220732	0,275599
6	0,15379	0,184138
7	0,113303	0,122803
8	0,086956	0,082063
9	0,068852	0,055095
10	0,055876	0,037229
11	0,046258	0,025347
12	0,03893	0,017398
13	0,033219	0,012042
14	0,028681	0,008406
15	0,025016	0,005917
16	0,022012	0,004199
17	0,01952	0,003003
18	0,017429	0,002164
19	0,015658	0,001571
20	0,014144	0,001148

Lampiran 17. Laju Pertumbuhan Maksimum

1. Model *Alder*

a. Umur Tanaman P1

$$t^* = \frac{1,178}{\sqrt{\frac{-1,178(-2,154)}{1,178+1}}} = 1,138$$

Transformasi balik

$$1,138^2 = 1,295$$

Umur Tanaman P2

$$t^* = \frac{0,982}{\sqrt{\frac{-0,982(-5,459)}{0,982+1}}} = 2,754$$

b. Tinggi Tanaman P1

$$Y(t^*) = e^{2,552 + \frac{1,178+1}{-1,178}} = 2,020$$

Transformasi balik

$$2,020^2 = 4,080$$

Tinggi Tanaman P2

$$Y(t^*) = e^{4,611 + \frac{0,982+1}{-0,982}} = 13,365$$

2. Model *Logistic*

a. Umur Tanaman P1

$$t^* = \frac{\ln(14,588)}{1,391} = 1,927$$

Transformasi balik

$$1,927^2 = 3,713$$

Lampiran 17. (lanjutan)

Umur Tanaman P2

$$t^* = \frac{\ln(14,053)}{1,421} = 1,860$$

Transformasi balik

$$1,860^2 = 3,460$$

b. Tinggi Tanaman P1

$$Y(t^*) = \frac{8,902}{1+14,588e^{-(\ln(14,588))}} = 4,451$$

Transformasi balik

$$4,451^2 = 19,811$$

Tinggi Tanaman P2

$$Y(t^*) = \frac{8,806}{1+14,053e^{-(\ln(14,053))}} = 4,403$$

Transformasi balik

$$4,403^2 = 19,386$$