PERHITUNGAN DANA PENSIUN MENGGUNAKAN METODE *ACCRUED BENEFIT* DENGAN SUKU BUNGA MENGIKUTI MODEL VASICEK

(Studi kasus : Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)

SKRIPSI

oleh
CHERIA
155090400111024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2020

PERHITUNGAN DANA PENSIUN MENGGUNAKAN METODE *ACCRUED BENEFIT* DENGAN SUKU BUNGA MENGIKUTI MODEL VASICEK
(Studi kasus : Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)

SKRIPSI
Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika

oleh
CHERIA
155090400111024

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2020

LEMBAR PENGESAHAN

PERHITUNGAN DANA PENSIUN MENGGUNAKAN METODE *ACCRUED BENEFIT* DENGAN SUKU BUNGA MENGIKUTI MODEL VASICEK
(Studi kasus : Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)

oleh
CHERIA
155090400111024

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 16 Maret 2020
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh
gelar Sarjana Matematika

Pembimbing

Dra. Endang Wahyu H., M.Si
NIP. 196611121991032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si.,M.Si.,Ph.D
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**: Cheria**
NIM	**: 155090400111024**
Jurusan	**: Matematika**
Penulis Skripsi berjudul	**: Perhitungan Dana Pensiun menggunakan Metode *Accrued Benefit* dengan Suku Bunga mengikuti Model Vasicek (Studi Kasus : Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **isi skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini,**
2. **apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 16 Maret 2020
Yang menyatakan,

Cheria
NIM. 155090400111024

Perhitungan Dana Pensiun menggunakan Metode *Accrued Benefit* dengan Suku Bunga mengikuti Model Vasicek (Studi kasus : Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)

ABSTRAK

Dosen memiliki peranan penting dalam pembangunan nasional. Oleh sebab itu negara harus menjamin kesejahteraan hari tua mereka, salah satu caranya lewat dana pensiun. Tujuan penelitian pada skripsi ini adalah untuk menghitung kewajiban aktuaria dan iuran normal dari program pensiun manfaat pasti menggunakan metode *Accrued Benefit* dengan suku bunga mengikuti model Vasicek. Sumber data pada penelitian ini adalah dosen Fakultas MIPA UB, serta data sekunder berupa rata-rata tingkat suku bunga bulanan Bank Indonesia periode Juni 2016-September 2019. Estimasi parameter pada model Vasicek dalam skripsi ini menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa jenis kelamin, masa kerja, dan besar gaji pokok memiliki pengaruh yang signifikan terhadap besar iuran normal dan kewajiban aktuaria.

Kata kunci: dana pensiun, kewajiban aktuaria, iuran normal, *Accrued Benefit,* Vasicek, *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*.

Calculation of Pension Plan using Accrued Benefit Method with the Interest Rate following Vasicek Model (Case study : Lecturers at Faculty of Mathematics and Natural Sciences Brawijaya University)

ABSTRACT

Lecturer has a very important role for national development. Therefore government have to ensure their pension welfare, one of the option is a pension plan. The purpose of this research is to calculate the actuarial liability and normal cost of pension program using Accrued Benefit method with the interest rate following Vasicek model. The data source of this research is lecturers at Faculty of Mathematics and Natural Sciences Brawijaya University, and the secondary data is the interest rate of Bank Indonesia for period of June 2016-September 2019. The estimators of parameters in this research is calculated using Maximum Likelihood Estimation (MLE) method. The results of this research indicate that gender, years of service, and basic salary has a significant effect to the normal cost and actuarial liability.

Keywords: pension plan, actuarial liability, normal cost, Accrued Benefit, Vasicek, Maximum Likelihood Estimation (MLE).

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yesus Kristus yang selalu melimpahkan kasih setia dan kemurahanNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **"Perhitungan Dana Pensiun menggunakan Metode *Accrued Benefit* dengan Suku Bunga mengikuti Model Vasicek (Studi kasus: Dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya)"** dengan baik dan lancar. Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada

1. Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si selaku dosen pembimbing atas kesabaran, saran dan bimbingan yang diberikan kepada penulis.
2. Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes dan Dr. Isnani Darti, S.Si., M.Si selaku dosen penguji atas segala saran dan bimbingan yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
3. Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika dan Dr. Drs. Moch. Aruman Imron, M.Si selaku dosen Penasihat Akademik.
4. Seluruh dosen Jurusan Matematika atas ilmu yang diberikan kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan Tata Usaha Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Keluarga besar penulis yang selalu mendukung dan mendoakan penulis.
6. David, Vina, Neaxel yang selalu mendukung serta memberikan bantuan dan semangat.
7. Keluarga Cientifico Choir dan Matematika 2015 atas segala motivasi dan bantuannya.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Tuhan membalaskan berkat berlipat kali ganda kepada semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari masih terdapat banyak kekurangan pada skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun, melalui email ke alamat cheriadong03@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak dan menjadi sumber inspirasi untuk penelitian skripsi di masa yang akan datang.

Malang, 16 Maret 2020

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR SIMBOL

x	: usia saat ini
y	: usia masuk kerja
r	: usia pensiun normal
$\ddot{a}_x$	: nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal periode sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun sampai meninggal
a_x	: nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada akhir periode sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun sampai meninggal
$\ddot{a}_{\overline{x:t}\rvert}$	: nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal tahun sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun berjangka t tahun dan tergantung hidup matinya seseorang
$a_{\overline{x:t}\rvert}$	: nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada akhir tahun sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun berjangka t tahun dan tergantung hidup matinya seseorang
v^t	: faktor diskonto selama t tahun
${}_tp_x$	: peluang seseorang berusia (x) akan bertahan hidup sampai usia $(x+t)$
$p_x^{(T)}$	: peluang karyawan berusia x tahun akan hidup untuk satu tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan
$q_x^{(T)}$	: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan semua faktor penyebab
$q_x^{(m)}$	: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan kematian
$q_x^{(w)}$	: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan berhenti bekerja
$q_x^{(d)}$	: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan cacat
$q_x^{(r)}$	: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan pensiun

$l_x^{(T)}$	: banyaknya karyawan yang *survive* pada usia *x* tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan
$l_{x+n}^{(T)}$	: banyaknya karyawan yang *survive* pada usia $(x+n)$ tahunyang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan
${}_np_x^{(T)}$	: peluang karyawan berusia *x* tahun akan *survive* selama *n* tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan
$d_x^{(m)}$	: banyaknya karyawan yang meninggal pada usia *x*
$d_x^{(w)}$	: banyaknya karyawan yang berhenti bekerja pada usia *x*
$d_x^{(d)}$	: banyaknya karyawan yang cacat pada usia *x*
$d_x^{(r)}$	: banyaknya karyawan yang pensiun pada usia *x*
S_x	: kumulatif gaji peserta dari usia masuk *y* tahun sampai dengan *x* tahun
s_x	: besar gaji karyawan berusia *x* tahun
B_r	: kumulatif manfaat bagi karyawan berusia *r* tahun
b_x	: manfaat yang dibayarkan pada usia *x* tahun
B_x	: kumulatif manfaat bagi karyawan berusia *x* tahun
k	: persentase gaji setiap tahun yang dibayarkan sebagai manfaat tahunan
$q'^{(m)}$	: tingkat *decrement* untuk penyebab kematian
$q'^{(w)}$	: tingkat *decrement* untuk penyebab berhenti bekerja
$q'^{(d)}$	: tingkat *decrement* untuk penyebab cacat
$q'^{(r)}$	: tingkat *decrement* untuk penyebab pensiun
$(PVFB)_x$	: nilai sekarang manfaat pensiun saat usia *x* tahun
$(PFVNC)_y$	: nilai sekarang iuran normal saat usia *x* tahun
$(NC)_x$	: iuran normal untuk karyawan berusia *x* tahun
$(AL)_x$	: kewajiban aktuaria untuk karyawan berusia *x* tahun
$r(t)$	: tingkat suku bunga pada saat *t*
k	: laju penyesuaian tingkat suku bunga menuju tingkat suku bunga jangka panjang
θ	: tingkat suku bunga jangka panjang
σ	: volatilitas

$W(t)$: gerak Brown/proses Wiener pada saat t
$r(0)$: tingkat suku bunga saat ini
$P(t)$: ekspektasi nilai tunai pembayaran sebesar satu unit pada saat t dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek
$F(t)$: $\frac{1-e^{-kt}}{k}$
n : jumlah data suku bunga bulanan

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tenaga kerja memiliki peranan yang sangat penting bagi pembangunan nasional. Kemajuan atau kemunduran suatu negara dipengaruhi oleh produktivitas tenaga kerjanya. Salah satu cara untuk mengoptimalkan produktivitas adalah dengan memberi jaminan untuk memperoleh penghasilan setelah masa pensiun. Hal ini akan memberikan rasa aman bagi tenaga kerja tersebut. Oleh karena itu pemerintah dan sektor swasta harus memiliki program yang dapat menjamin keberlangsungan dukungan finansial ini. Salah satunya dengan program pensiun

Fakultas MIPA Universitas Brawijaya merupakan suatu instansi yang berada di bawah pengelolaan Kementrian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi Republik Indonesia. Artinya setiap tenaga pendidik di Fakultas MIPA UB merupakan Pegawai Negeri Sipil yang didanai langsung oleh pemerintah, termasuk jaminan hari tuanya.

Menurut Undang-Undang Nomor 11 Tahun 1992 tentang dana pensiun, dana pensiun adalah badan hukum yang mengelola dan menjalankan program yang menjanjikan manfaat pensiun. Pada Pasal 53 Undang-Undang Nomor 11 Tahun 1992 tentang dana pensiun disebutkan bahwa program pensiun wajib memiliki laporan aktuaris yang harus disampaikan kepada Menteri Keuangan. Laporan tersebut harus menyatakan besar iuran yang diperlukan, kecukupan kekayaan yang dimiliki dana pensiun untuk pembayaran manfaat pensiun.

Penelitian tentang dana pensiun telah banyak dilakukan, beberapa diantaranya penelitian oleh Lestari (2016) dan Widana, dkk. (2017). Penelitian Lestari (2016) membahas tentang perhitungan dana pensiun manfaat pasti dengan metode *accrued benefit,* metode *benefit prorate,* metode *cost prorate.* Pada penelitiannya, Lestari (2016) membandingkan ketiga metode perhitungan dana pensiun tersebut dengan asumsi suku bunga konstan. Perbedaan dengan penelitian ini adalah penggunaan metode *accrued benefit* dengan asumsi suku bunga mengikuti model Vasicek. Sedangkan persamaannya terletak pada penggunaan metode *accrued benefit.* Widana, dkk (2017) membahas tentang perhitungan iuran normal program pensiun dengan asumsi suku bunga mengikuti model Vasicek, menggunakan metode *entry age normal* dan metode *projected unit credit.* Perbedaan dengan penelitian ini adalah metode perhitungan dana pensiun yang digunakan, dan persamaannya adalah asumsi suku bunga mengikuti model Vasicek

Berdasarkan uraian dari dua penelitian terdahulu, pada skripsi ini akan dibahas tentang perhitungan dana pensiun dengan metode *accrued benefit* dengan suku bunga mengikuti model Vasicek untuk menentukan besar iuran normal dan manfaat aktuaria. Hasil dari penelitian ini akan diterapkan pada perhitungan dana pensiun dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam skripsi ini adalah

1. Bagaimana memperoleh formula iuran normal dan kewajiban aktuaria dari dana pensiun menggunakan metode *accrued benefit* dengan suku bunga mengikuti model Vasicek?
2. Bagaimana penerapan perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuaria dana pensiun menggunakan metode *accrued benefit* dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek pada dana pensiun dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang?

1.3 Asumsi dan Batasan Masalah

Asumsi yang dipergunakan dalam skripsi ini adalah

1. Kenaikan gaji sebesar 5% per tahun.
2. Proporsi dari gaji yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun sebesar 2,5% dari gaji selama bekerja.

Sedangkan batasan masalahnya adalah

1. Peserta program pensiun adalah dosen FMIPA UB, kecuali Guru Besar.
2. Peserta akan pensiun pada tahun 2028 pada usia pensiun normal 65 tahun.
3. Tidak memperhatikan sertifikasi dan remunerasi dosen.
4. Data tingkat suku bunga bulanan Bank Indonesia yang digunakan pada periode Juni 2016 hingga September 2019.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah

1. Memperoleh formula iuran normal dan kewajiban aktuaria dari dana pensiun menggunakan metode *Accrued Benefit* dengan suku bunga mengikuti model Vasicek.
2. Menerapkan perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuaria dana pensiun menggunakan metode *accrued benefit* dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek pada dana pensiun dosen Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Anuitas Hidup

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan secara rutin atau pada selang waktu tertentu selama seseorang masih hidup (Bowers, dkk., 1997). Ada dua jenis anuitas hidup, yaitu

A. Anuitas Seumur Hidup

Serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal atau akhir periode dengan memperhatikan hidup mati seseorang yang beersangkutan disebut dengan anuitas seumur hidup. Nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal periode sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun sampai meninggal dinotasikan dengan $\ddot{a}_x$ adalah

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \ {}_t p_x \tag{2.1}$$

dengan v^t adalah faktor diskonto selama t tahun, dan ${}_t p_x$ adalah peluang seseorang berusia (x) akan bertahan hidup sampai usia ($x+t$).

Nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada akhir periode sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun sampai meninggal dinotasikan dengan a_x adalah

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \ {}_t p_x$$

B. Anuitas Hidup Berjangka

Anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan sampai jangka waktu tertentu disebut anuitas hidup berjangka. Nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal tahun sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun berjangka t tahun dan tergantung hidup matinya seseorang adalah

$$\ddot{a}_{\overline{x:t|}} = \sum_{n=0}^{t-1} v^n \ {}_n p_x \tag{2.2}$$

dengan v^n adalah faktor diskonto selama n tahun dan ${}_np_x$ adalah peluang seseorang berusia (x) tahun akan bertahan hidup sampai usia (x+n).

Nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada akhir tahun sebesar 1 bagi seseorang berusia (x) tahun berjangka t tahun dan tergantung hidup matinya seseorang adalah

$$a_{\overline{x:t}|} = \sum_{n=1}^{t} v^n \ {}_np_x$$

2.2 Fungsi Dasar Aktuaria

Fungsi dasar aktuaria merupakan fungsi yang digunakan dalam perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuaria dana pensiun (Winklevoss, 1993). Berikut penjelasan masing-masing fungsi:

2.2.1 *Composite Survival Function*

Composite Survival Function adalah fungsi yang menyatakan peluang seorang karyawan tetap aktif bekerja sampai jangka waktu tertentu, berdasarkan pada seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan. *Decrement* merupakan penyebab pengurangan jumlah karyawan.

Peluang karyawan berusia x tahun akan hidup untuk satu tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan dinotasikan dengan $p_x^{(T)}$ dan diformulasikan dengan

$$p_x^{(T)} = 1 - q_x^{(T)} = 1 - (q_x^{(m)} + q_x^{(w)} + q_x^{(d)} + q_x^{(r)})$$

dengan

$q_x^{(T)}$: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan semua faktor penyebab

$q_x^{(m)}$: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan kematian

$q_x^{(w)}$: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan berhenti bekerja

$q_x^{(d)}$: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan cacat

$q_x^{(r)}$: peluang *decrement* selama satu tahun dari karyawan pada usia x tahun dikarenakan pensiun.

Misalkan banyaknya karyawan yang *survive* pada usia *x* tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan adalah $l_x^{(T)}$. Peluang karyawan berusia *x* tahun akan *survive* selama *n* tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan adalah

$$ {}_np_x^{(T)} = \frac{l_{x+n}^{(T)}}{l_x^{(T)}} = \frac{l_{x+n}^{(T)}}{l_{x+n-1}^{(T)}} \cdot \frac{l_{x+n-1}^{(T)}}{l_{x+n-2}^{(T)}} \dots \frac{l_{x+2}^{(T)}}{l_{x+1}^{(T)}} \cdot \frac{l_{x+1}^{(T)}}{l_x^{(T)}} $$

$$ {}_np_x^{(T)} = \prod_{t=0}^{n-1} \frac{l_{x+t}^{(T)}}{l_x^{(T)}} \quad (2.3) $$

Banyaknya karyawan yang meninggalkan pekerjaan aktifnya sepanjang tahun disebabkan semua faktor penyebab, dinotasikan dengan $d_x^{(T)}$ adalah

$$ d_x^{(T)} = l_x^{(T)} q_x^{(T)} $$

$$ d_x^{(T)} = l_x^{(T)} (q_x^{(m)} + q_x^{(w)} + q_x^{(d)} + q_x^{(r)}) $$

$$ = d_x^{(m)} + d_x^{(w)} + d_x^{(d)} + d_x^{(r)} $$

dengan

$d_x^{(m)}$: banyaknya karyawan yang meninggal pada usia *x*

$d_x^{(w)}$: banyaknya karyawan yang berhenti bekerja pada usia *x*

$d_x^{(d)}$: banyaknya karyawan yang cacat pada usia *x*

$d_x^{(r)}$: banyaknya karyawan yang pensiun pada usia *x*.

2.2.2 Fungsi Bunga

Fungsi bunga digunakan untuk memotong (*discount*) pembayaran yang akan datang terhadap masa kini. Jika i_t adalah tingkat bunga untuk tahun ke *t*, maka nilai sekarang (*present value*) dari 1 satuan uang yang harus dibayar setelah *n* tahun adalah

$$ \frac{1}{(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_n)} $$

Jika $i_1 = i_2 = \cdots = i_n = i$ maka menjadi

$$ \frac{1}{(1+i)^n} = v^n $$

dengan v^n menyatakan faktor diskonto selama *n* tahun.

2.2.3 Fungsi Gaji

Jika program pensiun dikaitkan dengan gaji peserta, maka diperlukan pengembangan notasi untuk gaji dan prosedur untuk menaksir gaji yang akan datang. Besar gaji karyawan berusia x tahun dinotasikan dengan s_x, dan kumulatif gaji peserta dari usia masuk y tahun sampai dengan x tahun, dinotasikan S_x dan diformulasikan dengan

$$S_x = \sum_{n=y}^{x} s_n$$

2.2.4 Fungsi Manfaat

Fungsi manfaat digunakan untuk menentukan jumlah manfaat yang akan dibayarkan pada saat pensiun. Manfaat tahunan selama usia x tahun sampai $x+1$ tahun dinotasikan dengan b_x. Beberapa jenis rumus untuk menentukan manfaat pada program pensiun manfaat pasti antara lain :

A. *Flat Benefit*

Besarnya manfaat pensiun untuk setiap tahun masa kerja adalah konstan. Formula manfaat untuk peserta yang pensiun pada usia r dan masuk kerja pada usia y tahun adalah

$$B_r = (r - y)b_r$$

B. *Career Average*

Besarnya manfaat pensiun yang dibayarkan setiap tahunnya berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun. Formula manfaat *career average* mempunyai definisi untuk manfaat yang dibayarkan pada usia x tahun adalah

$$b_x = ks_x \tag{2.4}$$

sedangkan kumulatif manfaat pada usia x tahun adalah

$$B_x = kS_x \tag{2.5}$$

dengan k merupakan persentase gaji setiap tahun yang dibayarkan sebagai manfaat tahunan.

C. *Final Average*

Final average adalah penentuan kumulatif manfaat pensiun berdasarkan rata-rata gaji beberapa tahun terakhir

$$B_r = k(r - y)\frac{1}{n}\sum_{t=r-n}^{r-1} s_t$$

di mana (r-y) adalah masa kerja dari usia masuk y tahun sampai usia pensiun r tahun, dan n adalah jumlah tahun untuk penghitungan rata-rata gaji terakhir.

D. Gaji terakhir

Penentuan kumulatif manfaat pensiun berdasarkan gaji terakhir adalah

$$B_r = k(r - y)s_{r-1} \tag{2.6}$$

2.3 Asumsi Aktuaria

2.3.1 Asumsi *Decrement*

Tingkat *decrement* mengacu pada proporsi peserta meninggalkan status tertentu dengan penyebab tertentu, dengan asumsi bahwa tidak ada *decrement* lain yang berlaku atau disebut *single decrement.* Tingkat *decrement* untuk *single decrement* sama dengan peluang *decrement*. Misalnya, pensiunan karyawan yang ada di suatu program pensiun dengan *single decrement* yaitu penyebabnya hanya kematian, tingkat *decrement* yang terjadi karena kematian pada usia tertentu sama dengan peluang kematian pada usia itu.

Tingkat *decrement* pada *multiple decrement* tidak sama dengan peluang *decrement*, karena karyawan yang berada dalam *multiple decrement* meninggalkan program pensiun disebabkan oleh kematian, berhenti, cacat, dan pensiun. Oleh sebab itu, tingkat *decrement* tidak sama dengan peluang *decrement* karena *decrement* lain dapat terjadi pada peserta program pensiun.

Jika $q'^{(c)}$ dinotasikan sebagai tingkat *decrement* untuk penyebab c dan $q^{(c)}$ dinotasikan sebagai peluang *decrement*, maka formulasi untuk *multiple decrement* dapat dituliskan sebagai berikut

$$q^{(T)} = 1 - \prod_{c=1}^{4} (1 - q'^{(c)})$$

dengan $q'^{(c)} = q^{(c)}$, $c = 1,2,3,4$

$q^{(T)}$: peluang *multiple decrement*

$q'^{(1)}$: tingkat *decrement* untuk penyebab kematian ($q'^{(m)}$)

$q'^{(2)}$: tingkat *decrement* untuk penyebab berhenti bekerja ($q'^{(w)}$)

$q'^{(3)}$: tingkat *decrement* untuk penyebab cacat ($q'^{(d)}$)

$q'^{(4)}$: tingkat *decrement* untuk penyebab pensiun ($q'^{(r)}$)

(Bowers dkk, 1997)

Penyebab karyawan aktif berada dalam *multiple decrement* meninggalkan program pensiun adalah

A. *Mortality Decrement*

Kematian di antara karyawan aktif akan menghilangkan kewajiban manfaat pensiun, sementara kematian di antara pensiunan mengakhiri kewajiban yang sedang berlangsung. Kematian sebelum pensiun dapat memicu pembayaran tahunan untuk ahli waris, baik untuk jangka waktu tertentu atau seumur hidup. Demikian pula kematian pada masa pensiun dapat menyebabkan kelanjutan dari seluruh atau sebagian dari pensiun almarhum, baik untuk perkebunan, untuk pasangan hidup, atau beberapa penerima lain (Winklevoss, 1993).

Usia adalah faktor yang paling jelas berhubungan dengan kematian. Tingkat kematian semakin tinggi dengan meningkatnya usia, umumnya masa akhir hidup manusia diasumsikan usia 100 tahun. Faktor lain yang cenderung berhubungan dengan kematian adalah pekerjaan tetapi biasanya tidak diperhitungkan.

Peluang seorang yang bertahan hidup *n* tahun merupakan perhitungan penting dalam program pensiun. Jika tingkat kematian di usia *x* dinotasikan dengan $q_x^{\prime(m)}$, maka peluang seorang pada usia *x* akan hidup pada usia (*x*+*1*) dipengaruhi kematian dinotasikan dengan $p_x^{(m)}$. Untuk kasus umum, peluang hidup seseorang usia *x* tahun akan hidup pada usia *n* tahun dipengaruhi kematian dinotasikan dengan ${}_np_x^{(m)}$ dan disajikan dalam bentuk sebagai berikut

$$ {}_np_x^{(m)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{\prime(m)}) $$

karena $q_{x+t}^{\prime(m)} = q_{x+t}^{(m)}$, maka

$$ {}_np_x^{(m)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{(m)}) $$

$$ {}_np_x^{(m)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(m)} $$

dengan $q_{x+t}^{\prime(m)}$ dinotasikan sebagai tingkat kematian seseorang berusia (*x*+*t*) tahun, $q_{x+t}^{(m)}$ dinotasikan sebagai peluang *decrement* seseorang berusia (*x*+*t*) tahun dikarenakan kematian dan $p_{x+t}^{(m)}$ adalah peluang karyawan berusia (*x*+*t*) tahun akan hidup selama satu tahun yang dipengaruhi kematian.

B. *Withdrawl Decrement*

Withdrawl decrement atau berhenti bekerja, mencegah beberapa karyawan mencapai usia pensiun normal seperti *mortality decrement*. Banyak faktor yang mempengaruhi penentuan tingkat *withdrawl*, tetapi dua faktor penting adalah usia dan masa kerja. Semakin tua karyawan dan/atau semakin lama periode masa kerja, semakin kecil kemungkinan *withdrawl* akan terjadi. Akibatnya tingkat pemutusan sering terkait usia dan masa kerja (Winklevoss, 1993).

Tingkat *withdrawl* di usia *x* tahun dinotasikan dengan $q_x'^{(w)}$. Peluang bahwa karyawan akan tetap bekerja selama satu tahun, tanpa mempertimbangkan *decrement* lainnya, sama dengan komplemen dari tingkat *decrement* ini, yaitu $p_x^{(w)} = 1 - q_x'^{(w)}$. Peluang hidup *n* tahun dari usia *x* tahun sampai usia (*x*+*n*-*1*) yang dipengaruhi *withdrawl*, dinotasikan dengan ${}_np_x^{(w)}$ dan disajikan dalam bentuk sebagai berikut

$$ {}_np_x^{(w)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}'^{(w)}) = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{(w)}) $$

$$ {}_np_x^{(w)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(w)} $$

dengan $q_{x+t}'^{(w)}$ adalah tingkat *withdrawl* di usia (*x*+*t*) tahun, $q_{x+t}^{(w)}$ adalah peluang *decrement* seseorang berusia (*x*+*t*) tahun dikarenakan berhenti bekerja, dan $p_{x+t}^{(w)}$ adalah peluang karyawan berusia (*x*+*t*) tahun akan hidup selama satu tahun yang dipengaruhi berhenti bekerja.

C. *Disability Decrement*

Beberapa faktor paling menonjol yang berhubungan dengan cacat di antara karyawan aktif adalah usia, jenis kelamin, dan pekerjaan. Oleh karena tunjangan cacat umumnya merupakan porsi yang relatif kecil dari total kewajiban keuangan program pensiun, asumsi cacat yang digunakan untuk menggambarkan biaya yang terkait dengan usia saja dinotasikan dengan $q_x'^{(d)}$, maka peluang hidup karyawan berusia *x* tahun akan sampai usia (*x*+*n*-*1*) tahun dipengaruhi *disability* dinotasikan dengan ${}_np_x^{(d)}$ dan disajikan dalam bentuk sebagai berikut

$$ {}_np_x^{(d)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}'^{(d)}) = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{(d)}) $$

$$ {}_{n}p_{x}^{(d)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(d)} $$

dengan $q_{x+t}^{\prime(d)}$ adalah tingkat *disability* di usia (x+t) tahun, $q_{x+t}^{(d)}$ adalah peluang *decrement* seseorang berusia (x+t) tahun dikarenakan cacat, dan $p_{x+t}^{(d)}$ adalah peluang karyawan berusia (x+t) tahun akan hidup selama satu tahun yang dipengaruhi faktor cacat (Winklevoss, 1993).

D. *Retirement Decrement*

Pensiun yang terjadi pada usia pensiun normal disebut pensiun usia normal. Namun ada kalanya seseorang lebih memilih pensiun sebelum mencapai usia pensiun normal, disebut pensiun dipercepat atau pensiun dini. Terjadinya pensiun dini dipengaruhi oleh banyak faktor seperti lama masa kerja, status kesehatan, pekerjaan, usia, dan jenis kelamin. Tingkat pensiun pada usia x tahun dinotasikan dengan $q_{x}^{\prime(r)}$ dan disajikan dalam bentuk sebagai berikut

$$ {}_{n}p_{x}^{(r)} = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{\prime(r)}) = \prod_{t=0}^{n-1} (1 - q_{x+t}^{(r)}) $$

$$ {}_{n}p_{x}^{(r)} = \prod_{t=0}^{n-1} p_{x+t}^{(r)} $$

dengan $q_{x+t}^{\prime(r)}$ adalah tingkat pensiun di usia (x+t) tahun, $q_{x+t}^{(r)}$ adalah peluang *decrement* seseorang berusia (x+t) tahun dikarenakan pensiun, dan $p_{x+t}^{(r)}$ adalah peluang karyawan berusia (x+t) tahun akan hidup selama satu tahun dipengaruhi faktor pensiun.

2.3.2 Asumsi Tingkat Kenaikan Gaji

Asumsi gaji merupakan perkiraan terhadap gaji saat ini atau yang akan datang berdasarkan pengalaman masa lalu. Jika manfaat program pensiun adalah fungsi dari gaji, maka diperlukan perkiraan terhadap gaji yang akan datang. Perkiraan ini melibatkan pertimbangan dari tiga faktor, antara lain:

A. Kenaikan gaji karena jasa

Kenaikan gaji karena jasa dapat dicapai oleh karyawan karena pertumbuhan karirnya, yang menunjukkan peningkatan kontribusinya terhadap perusahaan. Peningkatan ini akan berkurang dengan bertambahnya usia karyawan. Skala kenaikan gaji dapat diestimasi dengan membandingkan perbedaan gaji para karyawan dari segala usia dan dalam beberapa periode.

B. Kenaikan gaji karena produktivitas keuntungan perusahaan

Faktor kedua yang mempengaruhi gaji karyawan adalah keuntungan produktivitas. Faktor ini sulit untuk diperkirakan, mungkin dapat berkurang pada periode tertentu dan bergantung pada perusahaan.

C. Kenaikan gaji karena inflasi

Faktor ini yang paling signifikan mempengaruhi gaji karyawan di masa depan. Setiap program pensiun dapat mengasumsikan tingkat inflasi yang berbeda.

2.3.3 Asumsi Tingkat Bunga

Asumsi bunga memiliki pengaruh yang besar terhadap biaya pensiun, karena digunakan untuk menentukan nilai tunai sepanjang program pensiun berjalan. Terdapat tiga komponen yang berkaitan dengan tingkat bunga, antara lain:

A. *Risk Free Rate*

Risk free rate adalah tingkat bunga yang tidak dipengaruhi inflasi atau tidak terjadi inflasi, dan tidak ada risiko dengan investasi.

B. Komponen yang berkaitan dengan risiko investasi

Tingkat pendapatan investasi berpengaruh terhadap penafsiran besar iuran dalam tiap metode pendanaan pensiun, tetapi tidak berpengaruh terhadap pembayaran manfaat. Asumsi tingkat pendapatan investasi akan berpengaruh besar jika dana yang ada dalam dana pensiun besar.

C. Komponen inflasi

Komponen ini digunakan untuk menutupi kerugian karena inflasi.

2.4 Konsep Dasar dalam Pendanaan Program Pensiun Manfaat Pasti

2.4.1 *Present Value of Future Benefits*

Present Value of Future Benefits (PVFB) adalah kewajiban yang berkaitan dengan manfaat pensiun di masa yang akan datang dari seluruh peserta program pensiun yang ada. *Present Value of Future Benefits* dari pembayaran manfaat pensiun secara berkala yang dibayarkan setiap awal periode untuk seorang peserta program pensiun pada waktu *t* dinotasikan dengan $(PVFB)_t$. (Winklevoss, 1993). Nilai sekarang dari manfaat pensiun bagi seseorang berusia x tahun adalah

$$(PVFB)_x = B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x^{(T)} \tag{2.7}$$

dengan

$(PVFB)_x$: nilai sekarang manfaat pensiun saat usia x tahun
r : usia pensiun normal
$\ddot{a}_r$: nilai sekarang dari anuitas seumur hidup awal pada usia r tahun
B_r : manfaat pensiun pada usia r tahun
v^{r-x} : faktor diskonto selama (r-x) tahun
${}_{r-x}p_x^{(T)}$: peluang karyawan pada usia x tahun akan *survive* sampai (r-x) tahun yang dipengaruhi oleh seluruh tingkat *decrement* yang mungkin dialami karyawan.

2.4.2 *Normal Cost* (NC)

Iuran normal adalah iuran yang diperlukan untuk mendanai bagian dari nilai sekarang kewajiban manfaat yang akan datang, yang dialokasikan pada tahun yang bersesuaian dengan metode *actuarial cost* yang digunakan. Secara teori, akumulasi iuran masuk dari usia masuk karyawan hingga pensiun akan sama dengan kewajiban untuk manfaat pensiun karyawan saat pensiun.

Iuran normal untuk karyawan berusia x tahun dapat dinyatakan dalam bentuk umum sebagai berikut

$$(NC)_x = b_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x^{(T)} \tag{2.8}$$

Pada umumnya iuran normal dibuat untuk mendanai $(PVFB)_y$. *Present value of future normal cost* di usia *y* sama dengan *present value of future benefits* di usia *y*. Hubungan ini dapat dinyatakan dengan asumsi bahwa iuran normal dibuat pada masing-masing usia, dari usia masuk kerja *y* sampai satu tahun sebelum usia pensiun normal *r,* dan dapat ditulis sebagai berikut

$$(PVFB)_y = (PFVNC)_y = \sum_{t=y}^{r-1} (NC)_{t\,t-y}p_y v^{t-y} \quad (2.9)$$

2.4.3 *Actuarial Liability* (AL)

Kewajiban aktuaria adalah nilai sekarang kewajiban manfaat yang akan datang yang dialokasikan menurut metode pembebanan aktuaria yang digunakan. Secara umum kewajiban aktuaria adalah nilai sekarang dari manfaat yang dialokasikan pada usia *x*, yang dapat dinyatakan sebagai berikut

$$(AL)_x = B_x \ddot{a}_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x^{(T)} \quad (2.10)$$

dengan B_x menyatakan manfaat yang dialokasikan berdasarkan metode pembebanan aktuaria yang digunakan.

Kewajiban aktuaria pada usia *x* tahun merupakan nilai dari *present value of future benefits* pada usia *x* dikurangi dengan *present value of future normal cost* pada usia *x* tahun, dan dapat dituliskan sebagai berikut

$$(AL)_x = (PVFB)_x - (PVFNC)_x \quad (2.11)$$

(Winklevoss, 1993).

2.5 Metode *Accrued Benefit*

Metode ini digunakan untuk menghitung besarnya dana pensiun pada masa pensiun dengan waktu yang telah ditentukan. Pada perhitungan kewajiban aktuaria, nilai yang didapat berasal dari nilai sekarang manfaat yang akan dibayarkan yang dipengaruhi oleh perbandingan kumulatif manfaat pada usia *x* tahun dengan kumulatif manfaat pada usia *r* tahun, dan dapat dinyatakan dalam bentuk rumus sebagai berikut

$$(AL)_x = \frac{B_x}{B_r}(PVFB)_x \quad (2.12)$$

di mana B_x adalah kumulatif manfaat pada usia *x*, dan B_r adalah kumulatif manfaat pada usia *r*.

Selanjutnya, pada perhitungan iuran normal, nilai yang didapat berasal dari nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan pada usia *x* tahun yang dihasilkan dari mengaplikasikan formula manfaat program dengan masa kerja karyawan, dan dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut

$$(NC)_x = \frac{b_x}{B_r}(PVFB)_x \qquad (2.13)$$

di mana b_x adalah manfaat yang dibayarkan pada usia *x* tahun.

2.6 Model Suku Bunga Vasicek

Suku bunga adalah bunga yang diberikan kepada para peminjam atau nasabah atas harga yang harus dibayar kepada pihak bank. Faktor yang mempengaruhi penetapan tingkat suku bunga antara lain kebutuhan dana, jangka waktu, target laba yang diinginkan, kualitas jaminan, kebijaksanaan pemerintah, reputasi perusahaan, hubungan baik, dan produk yang kompetitif. Suku bunga dibedakan menjadi dua macam yaitu suku bunga nominal adalah tingkat bunga yang dapat dilihat dan diamati dalam pasar, dan suku bunga riil adalah konsep mengukur tingkat bunga setelah suku bunga nominal dikurangi dengan laju inflasi yang diharapkan (Kasmir, 2010).

Model tingkat suku bunga Vasicek adalah model yang memprediksi pergerakan tingkat bunga untuk waktu berikutnya dengan melihat pergerakan tingkat bunga sebelumnya. Model ini mengikuti fenomena *mean reverting*, yaitu ketika tingkat suku bunga pada saat *t* lebih besar daripada tingkat suku bunga jangka panjang $(r(t) > \theta)$, maka koefisien *k* akan membuat arah pergerakan menjadi negatif, sehingga $r(t)$ akan menurun ke arah θ. Sebaliknya, jika tingkat suku bunga pada saat *t* lebih kecil daripada tingkat suku bunga jangka panjang $(r(t) < \theta)$, maka koefisien k akan membuat arah pergerakan menjadi positif, sehingga $r(t)$ akan meningkat ke arah θ. Model Vasicek dinyatakan dalam bentuk persamaan sebagai berikut

$$dr(t) = k\big(\theta - r(t)\big)dt + \sigma dW(t) \qquad (2.14)$$

dengan

$r(t)$ = tingkat suku bunga pada saat *t*
k = laju penyesuaian tingkat suku bunga menuju tingkat suku bunga jangka panjang
θ = tingkat suku bunga jangka panjang
σ = volatilitas
$W(t)$ = gerak Brown/proses Wiener pada saat *t*.

Menurut (Bayazit, 2006) ekspektasi dan variansi dari model Vasicek adalah

$$E[r(t)] = e^{-kt}r(0) + \theta(1 - e^{-kt}) \quad (2.15)$$

$$Var[r(t)] = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2kt}) \quad (2.16)$$

Ekspektasi nilai tunai pembayaran sebesar satu unit pada saat t dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek dinotasikan dengan $P(t)$ dan diformulasikan sebagai berikut

$$P(t) = \exp\left[\left(\theta - \frac{\hat{\sigma}^2}{2k^2}\right)(F(t) - t) - \frac{\hat{\sigma}^2}{4k}F(t)^2 - r(0)F(t)\right] \quad (2.17)$$

dengan $F(t) = \frac{1-e^{-kt}}{k}$

(Hull, 2011).

2.7 Gerak Brown/Proses Wiener

Suatu proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ disebut gerak Brown dengan parameter *drift* μ dan parameter variansi $\hat{\sigma}^2$ jika proses tersebut memenuhi beberapa kriteria berikut

1. $X(0) = 0$
2. $\forall t > 0, X(t)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $\hat{\sigma}^2 t$
3. $\{X(t), t \geq 0\}$ memiliki kenaikan stasioner dan independen.

(Ross, 2010).

2.8 Lemma Ito

Misalkan X_t merupakan proses stokastik yang didefinisikan sebagai

$$dX(t) = \mu_t dt + \sigma_t dW(t)$$

di mana $W(t)$ adalah proses Wiener, maka $f(X(t), t)$ juga merupakan proses stokastik yang mempunyai bentuk persamaan diferensial sebagai berikut (Hull, 2011)

$$df(t, X(t)) = \frac{\partial f}{\partial X} dX(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} dt + \frac{\partial f}{\partial t} dt \tag{2.18}$$

dan persamaan di atas dapat ditulis sebagai bentuk integral berikut ini:

$$f(T, X(T)) - f(X(0), 0) = \int_0^T \frac{\partial f}{\partial X} dX(t) + \int_0^T \left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} + \frac{\partial f}{dt}\right) dt$$

2.9 Integral Ito

Integral Ito dari suatu proses stokastik didefinisikan sebagai berikut

$$\int_0^T r(t) dW(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r(t_i)[W(t_{i+1}) - W(t_i)].$$

Sifat-sifat dari integral Ito untuk proses stokastik adalah

1. Linier. Jika $r(t)$ dan $Y(t)$ merupakan proses stokastik dan a, b adalah konstanta maka

$$\int_0^T (ar(t) + bY(t)) dW(t)$$
$$= a\int_0^T r(t) dW(t) + b\int_0^T Y(t) dW(t).$$

2. Ekspektasi dari integral stokastik Ito adalah nol, yaitu

$$E\left[\int_0^T r(t) dW(t)\right] = 0. \tag{2.19}$$

3. Isometris, yaitu

$$E\left[\left(\int_0^T r(t) dW(t)\right)^2\right] = \int_0^T E[r(t)^2] dt.$$

(Brigo, dkk., 2006)

2.10 *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*

Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah variabel acak dengan fungsi kepadatan peluang $f(x, \theta)$, di mana $\hat{\theta}$ adalah *maximum likelihood estimator* yang memaksimumkan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* dari variabel acak tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$$
$$= f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta)$$

Nilai $\hat{\theta}$ didapatkan saat turunan parsial dari fungsi *log likelihood* terhadap θ sama dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta)}{\partial \theta} = 0.$$

(Walpole, dkk., 2012)

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Deskripsi Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian dilakukan di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Brawijaya pada bulan Juni 2019. Fakultas MIPA Universitas Brawijaya berdiri pada tahun 1987, merupakan Perguruan Tinggi Negeri yang menaungi 207 PNS, meliputi 17 guru besar, 129 dosen, dan 61 karyawan. Objek penelitian dalam skripsi ini merupakan program pendanaan pensiun dosen (kecuali guru besar) Fakultas MIPA Universitas Brawijaya, dengan pembatasan dosen yang akan pensiun pada tahun 2028 dengan usia pensiun normal 65 tahun. Adapun jumlah dosen dengan batasan tersebut adalah 11 orang.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan pada skripsi ini berupa data sekunder yang diperoleh melalui wawancara serta pengambilan data historis FMIPA Universitas Brawijaya dan Bank Indonesia. Data yang digunakan antara lain:

1. Gaji pokok dosen FMIPA UB (kecuali guru besar) per Februari 2019.
2. Usia dosen per Februari 2019.
3. Tahun masuk kerja dosen.
4. Rata-rata tingkat suku bunga bulanan Bank Indonesia Juni 2016-Oktober 2019.

3.3 Langkah-langkah Penelitian

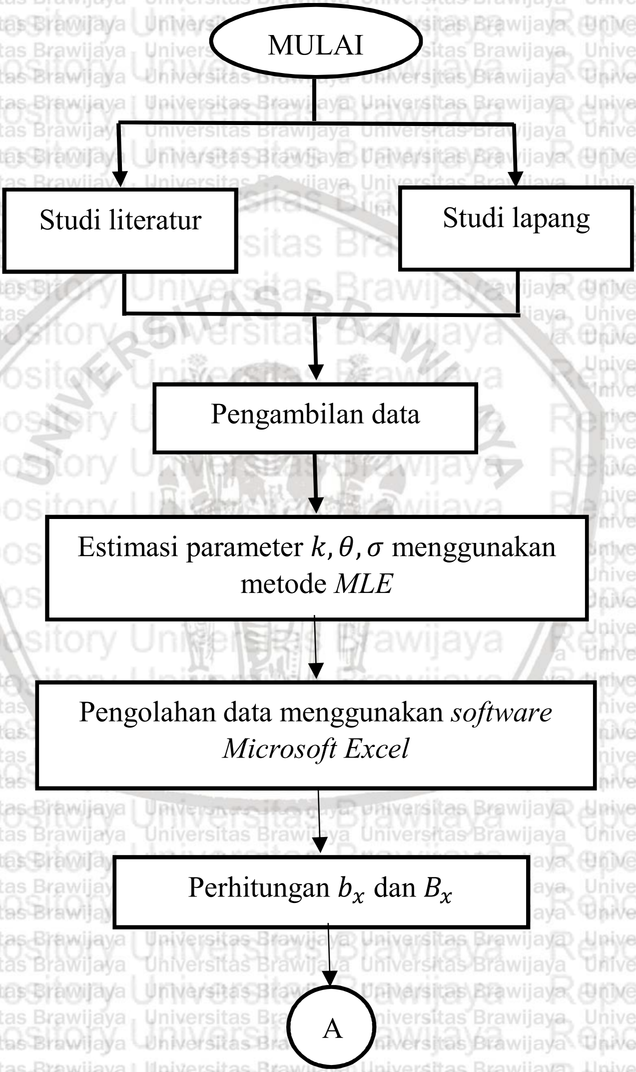
Langkah-langkah yang digunakan untuk mencapai tujuan dari penelitian ini sebagai berikut

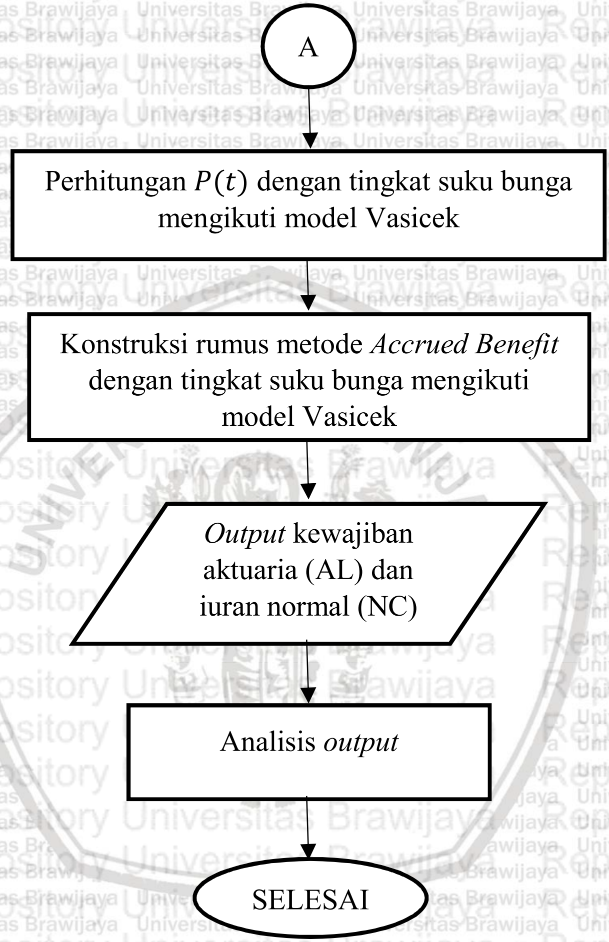
1. Studi literatur tentang perhitungan dana pensiun menggunakan metode *accrued benefit* dan asumsi suku bunga mengikuti model Vasicek.
2. Studi lapang pada program pensiun dosen di Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.

3. Pengambilan data historis dari Fakultas MIPA UB berupa data gaji pokok, usia, dan tahun masuk kerja dosen.
4. Pengambilan data historis dari Bank Indonesia berupa rata-rata tingkat suku bunga bulanan periode Juni 2016-Oktober 2019.
5. Estimasi parameter suku bunga model Vasicek berdasarkan data rata-rata tingkat suku bunga bulanan Bank Indonesia menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*.
6. Mengolah data menggunakan *software Microsoft Excel*.
7. Menghitung besarnya manfaat pensiun yang dibayarkan setiap tahunnya dan kumulatif manfaat yang dibayarkan sampai dengan usia saat ini, dengan asumsi proporsi dari gaji yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun sebesar 2.5% dari gaji.
8. Menghitung ekspektasi nilai tunai pembayaran sebesar satu unit pada saat t dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek.
9. Mengkontruksi rumus metode *accrued benefit* dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek.
10. *Output* iuran normal (NC) dan kewajiban aktuaria (AL).
11. Analisis *output* yang didapatkan.

3.4 Diagram Alir Penelitian

Langkah-langkah penelitian pada subbab sebelumya akan disajikan dalam bentuk diagram alir pada Gambar 3.1.





Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Metode *Accrued Benefit*

Iuran normal pada metode ini adalah nilai sekarang dari manfaat yang akan dibayarkan yang dipengaruhi oleh perbandingan manfaat yang dibayarkan pada usia x tahun dengan kumulatif manfaat pada usia r tahun. Bentuk umum iuran normal seperti pada persamaan (2.8) sebagai berikut

$$(NC)_x = b_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x$$

Iuran normal bagi karyawan berusia x tahun pada metode *Accrued Benefit* adalah

$$\begin{aligned}(NC)_x &= b_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \,,\\ &= \frac{B_r}{B_r} b_x \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \,,\\ &= \frac{b_x}{B_r} B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \,,\\ (NC)_x &= \frac{b_x}{B_r}(PVFB)_x. \end{aligned} \tag{4.1}$$

dengan b_x adalah manfaat yang dibayarkan pada usia x tahun, B_r adalah kumulatif manfaat pada usia r tahun, dan $(PVFB)_x$ adalah nilai sekarang dari manfaat yang dibayarkan secara berkala bagi peserta program pensiun berusia x tahun.

Menurut persamaan (2.11), kewajiban aktuaria pada usia x tahun merupakan nilai dari *present value of future benefits* pada usia x dikurangi dengan *present value of future normal cost* pada usia x tahun, dan dapat dituliskan sebagai berikut

$$(AL)_x = (PVFB)_x - (PVFNC)_x$$

Jika persamaan (2.7) dan (2.9) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.11), maka

$$(AL)_x = B_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} (NC)_t v^{t-x} {}_{t-x}p_x.$$

Diketahui $(NC)_t = b_t \ddot{a}_r v^{r-t} {}_{r-t}p_t$, maka

$$(AL)_x = B_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} b_t \ddot{a}_r v^{r-t}\,{}_{r-t}p_t\; v^{t-x}\,{}_{t-x}p_x,$$

$$= B_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} b_t \ddot{a}_r (v^{r-t} v^{t-x})({}_{r-t}p_t\;{}_{t-x}p_x),$$

$$= B_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r - \sum_{t=x}^{r-1} b_t \ddot{a}_r (v^{r-x})({}_{r-x}p_x\,),$$

$$= \left(B_r - \sum_{t=x}^{r-1} b_t\right) v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r,$$

$$= \left(\sum_{t=y}^{x-1} b_t\right) v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r.$$

Diketahui $B_x = \sum_{t=y}^{x-1} b_t$, maka

$$(AL)_x = B_x v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x \ddot{a}_r$$

Kewajiban aktuaria pada metode ini merupakan nilai sekarang dari manfaat yang akan dibayarkan yang dipengaruhi oleh perbandingan dari kumulatif manfaat pada usia *x* tahun dengan kumulatif manfaat pada usia *r* tahun, sehingga kewajiban aktuaria bagi karyawan berusia *x* tahun untuk metode *Accrued Benefit* adalah

$$(AL)_x = B_x \ddot{a}_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x\,,$$

$$= \frac{B_r}{B_r} B_x \ddot{a}_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x\,,$$

$$= \frac{B_x}{B_r} B_r \ddot{a}_r v^{r-x}\,{}_{r-x}p_x\,,$$

$$(AL)_x = \frac{B_x}{B_r} (PVFB)_x. \qquad (4.3)$$

dengan B_x adalah kumulatif manfaat pada usia *x* tahun, B_r adalah kumulatif manfaat pada usia *r* tahun.

4.2 Estimasi Parameter pada Model Vasicek

Pada subbab ini akan dilakukan estimasi parameter untuk model Vasicek, dengan terlebih dulu menyelesaikan persamaan diferensial stokastik dari model Vasicek. Model Vasicek dinyatakan seperti pada persamaan (2.14) sebagai berikut

$$dr(t) = k\big(\theta - r(t)\big)dt + \sigma dW(t)$$

Model Vasicek merupakan suatu persamaan diferensial stokastik, maka untuk menyelesaikannya akan digunakan formula Ito.

Misalkan suatu proses stokastik $f\big(t, r(t)\big) = e^{kt}r(t)$, maka

$$\frac{\partial f(t, r(t))}{\partial t} = ke^{kt}r(t),$$

$$\frac{\partial f(t, r(t))}{\partial r(t)} = e^{kt},$$

$$\frac{\partial^2 f(t, r(t))}{\partial r(t)^2} = 0,$$

$$\begin{aligned}
df\big(t, r(t)\big) &= \frac{\partial f\big(t, r(t)\big)}{\partial t}dt + \frac{\partial f\big(t, r(t)\big)}{\partial r(t)}dr(t) + \frac{\partial^2 f\big(t, r(t)\big)}{\partial r(t)^2}dt,\\
&= ke^{kt}r(t)dt + e^{kt}dr(t) + 0,\\
&= ke^{kt}r(t)dt + e^{kt}\big[k\big(\theta - r(t)\big)dt + \sigma dW(t)\big],\\
&= e^{kt}[kr(t)dt + k\theta dt - kr(t)dt + \sigma dW(t)],\\
&= e^{kt}[k\theta dt + \sigma dW(t)],\\
&= k\theta e^{kt}dt + e^{kt}\sigma dW(t),
\end{aligned}$$

Kedua ruas diintegralkan maka persamaan akan menjadi

$$\int_0^t df\big(t, r(t)\big) = \int_0^t k\theta e^{ku}du + \int_0^t e^{ku}\sigma dW(u),$$

$$f\big(t, r(t)\big) - f\big(0, r(0)\big) = \theta e^{kt} - \theta + \int_0^t e^{ku}\sigma dW(u),$$

$$e^{kt}r(t) - r(0) = \theta\big(e^{kt} - 1\big) + \int_0^t e^{ku}\sigma dW(u),$$

$$e^{kt}r(t) = r(0) + \theta\left(e^{kt} - 1\right) + \int_0^t e^{ku}\sigma dW(u),$$

$$r(t) = e^{-kt}r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right) + \int_0^t e^{-k(t-u)}\sigma dW(u). \qquad (4.4)$$

Dari persamaan (4.4) akan dicari ekspektasi dari $r(t)$, berikut uraiannya

$$E[r(t)] = E\left[e^{-kt}r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right) + \int_0^t e^{-k(t-u)}\sigma dW(u)\right],$$

$$= e^{-k}\ r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right) + E\left[\int_0^t e^{-k(t-u)}\sigma dW(u)\right].$$

Menurut persamaan (2.19), ekspektasi dari integral stokastik Ito adalah nol, sehingga ekspektasi dari $r(t)$ adalah

$$E[r(t)] = e^{-kt}r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right). \qquad (4.5)$$

Persamaan (4.5) merupakan rata-rata dari model Vasicek. Dengan mengambil nilai $t \to \infty$, maka

$$\lim_{t\to\infty} E[r(t)] = \lim_{t\to\infty}\left[e^{-k}\ r(0) + \theta\left(1 - e^{-kt}\right)\right],$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left[\frac{1}{e^{kt}}r(0) + \theta\left(1 - \frac{1}{e^{kt}}\right)\right],$$

$$= 0.r(0) + \theta(1 + 0),$$

$$= \theta.$$

Dari uraian di atas terbukti bahwa model Vasicek memiliki sifat *mean reversion* karena rata-rata jangka panjangnya adalah θ yang merupakan *mean reversion level*.

Tahap estimasi parameter model Vasicek pada skripsi ini akan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator (MLE)*. Distribusi dari $r(t)$ adalah distribusi normal, dengan ekspektasi dan variansi seperti pada persamaan (2.15) dan (2.16) maka akan didapatkan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut

$$f(r(t_i);k,\theta,\hat{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}}\exp\left[-\frac{\left(r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}-\theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right)^2}{2\hat{\sigma}^2}\right],$$

dengan $\hat{\sigma} = \frac{\sigma^2}{2k}\left(1-e^{-2kt}\right)$

Fungsi *likelihood* dari $r(t)$ adalah

$$L(r(t_i);k,\theta,\hat{\sigma}) = (2\pi\hat{\sigma}^2)^{-\frac{n}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right)^2\right],$$

dan fungsi *log likelihood* dari $r(t)$ adalah

$$\ln L(r(t_i);k,\theta,\hat{\sigma}) = \ln(2\pi)^{-\frac{n}{2}} + \ln(\hat{\sigma}^2)^{-\frac{n}{2}} - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}-\theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right)^2$$

$$= -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - n\ln(\hat{\sigma}) - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left(r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}-\theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right)^2.$$

Estimasi dari parameter k didapatkan saat turunan parsial dari fungsi *log likelihood* $r(t)$ terhadap k sama dengan nol, berikut uraiannya

$$\frac{\partial \ln L}{\partial k} = 0,$$

$$0 = -\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}-\theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right]\left[\Delta t r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \Delta t\theta e^{-k\Delta t}\right],$$

$$0 = -\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i)-r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \theta\left(1-e^{-k\Delta t}\right)\right]\Delta t e^{-k\Delta t}\left[r(t_{i-1})-\theta\right],$$

$$0 = -\frac{\Delta t e^{-k\Delta t}}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)\right]\left[r(t_{i-1}) - \theta\right],$$

$$0 = -\frac{\Delta t e^{-k\Delta t}}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \theta + \theta e^{-k\Delta t}\right]\left[r(t_{i-1}) - \theta\right],$$

$$0 = -\frac{\Delta t e^{-k\Delta t}}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}\left[(r(t_i) - \theta) - e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)\right]\left[r(t_{i-1}) - \theta\right],$$

$$0 = -\frac{\Delta t e^{-k\Delta t}}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta) - e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)^2.$$

Oleh karena $\frac{\Delta t e^{-k\Delta t}}{\hat{\sigma}^2} > 0$, maka

$$0 = -\sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta) - e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)^2,$$

$$e^{-k\Delta t}\sum_{i=1}^{n}(r(t_{i-1}) - \theta)^2 = \sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta),$$

$$e^{-k\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta)}{\sum_{i=1}^{n}(r(t_{i-1}) - \theta)^2}.$$

Kedua ruas dilogaritma naturalkan sehingga persamaan menjadi

$$-k\Delta t = \ln\frac{\sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta)}{\sum_{i=1}^{n}(r(t_{i-1}) - \theta)^2},$$

$$k = -\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{\sum_{i=1}^{n}(r(t_i) - \theta)(r(t_{i-1}) - \theta)}{\sum_{i=1}^{n}(r(t_{i-1}) - \theta)^2},$$

$$k = -\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{\sum_{i=1}^{n}[r(t_i)r(t_{i-1}) - \theta r(t_i) - \theta r(t_{i-1}) + \theta^2]}{\sum_{i=1}^{n}[r(t_{i-1})^2 - 2\theta\, r(t_{i-1}) + \theta^2]},$$

$$\hat{k} = -\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{\sum_{i=1}^{n} r(t_i)r(t_{i-1}) - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{n} r(t_i) - \hat{\theta}\sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1}) + n\hat{\theta}^2]}{\sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1})^2 - 2\hat{\theta}\sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1}) + n\hat{\theta}^2}. \qquad (4.6)$$

Estimasi dari parameter θ didapatkan saat turunan parsial dari fungsi *log likelihood* $r(t)$ terhadap θ sama dengan nol, berikut uraiannya

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0,$$

$$0 = -\frac{1}{\hat{\sigma}^2}\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t} - \theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)\right],$$

$$0 = -\frac{\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)}{\hat{\sigma}^2}\left[\left(\sum_{i=1}^{n} r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}\right) - \left(n\theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)\right)\right],$$

$$-\frac{\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)}{\hat{\sigma}^2}\left(n\theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)\right) = -\frac{\left(1 - e^{-k\Delta t}\right)}{\hat{\sigma}^2}\sum_{i=1}^{n} r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t}.$$

Kedua ruas dibagi dengan $\left(-\frac{(1-e^{-k\Delta t})}{\hat{\sigma}^2}\right)$ sehingga persamaan menjadi

$$n\theta\left(1 - e^{-k\Delta t}\right) = \sum_{i=1}^{n} r(t_i) - r(t_{i-1})e^{-k\Delta t},$$

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r(t_i) - e^{-\hat{k}\Delta t}\sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1})}{n\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)}. \qquad (4.7)$$

Estimasi dari parameter $\hat{\sigma}$ didapatkan saat turunan parsial dari fungsi *log likelihood* $r(t)$ terhadap $\hat{\sigma}$ sama dengan nol, berikut uraiannya

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{\sigma}} = 0,$$

$$0 = \frac{n}{\hat{\sigma}} - \frac{1}{\hat{\sigma}^3}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i) - \theta - e^{-k\Delta t}\left(r(t_{i-1}) - \theta\right)\right]^2,$$

$$\frac{n}{\hat{\sigma}} = \frac{1}{\hat{\sigma}^3}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i) - \theta - e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)\right]^2.$$

Kedua ruas dikalikan dengan ($\hat{\sigma}^3$) sehingga persamaan menjadi

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[r(t_i) - \theta - e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)\right]^2,$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Big[&r(t_i)^2 + \theta^2 - 2\theta r(t_i) - 2r(t_i)e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)\\ &+ 2\theta e^{-k\Delta t}(r(t_{i-1}) - \theta)\\ &+ e^{-2k\Delta t}(r(t_{i-1})^2 - 2\theta r(t_{i-1}) + \theta^2)\Big],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Big[&r(t_i)^2 + \theta^2 - 2\theta r(t_i) - 2e^{-k\Delta t}r(t_i)r(t_{i-1})\\ &+ 2\theta e^{-k\Delta t}r(t_i) + 2\theta e^{-k\Delta t}r(t_{i-1}) - 2\theta^2 e^{-k\Delta t}\\ &+ e^{-2k\Delta t}r(t_{i-1})^2 - 2\theta e^{-2k\Delta t}r(t_{i-1}) + \theta^2 e^{-2k\Delta t}\Big],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Big[&r(t_i)^2 - 2e^{-k\Delta t}r(t_i)r(t_{i-1}) + e^{-2k\Delta t}r(t_{i-1})^2\\ &- 2\theta\Big(r(t_i) - e^{-k\Delta t}r(t_i) - e^{-k\Delta t}r(t_{i-1})\\ &+ e^{-2k\Delta t}r(t_{i-1})\Big) + \theta^2(1 - 2e^{-k\Delta t} + e^{-2k\Delta t})\Big],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Big[&r(t_i)^2 - 2e^{-\hat{k}\Delta t}r(t_i)r(t_{i-1}) + e^{-2\hat{k}\Delta t}r(t_{i-1})^2\\ &- 2\hat{\theta}\big(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\big)(r(t_i) - e^{-\hat{k}\Delta t}r(t_{i-1}))\\ &+ \hat{\theta}^2(1 - e^{-\hat{k}\Delta t})^2\Big].\end{aligned} \tag{4.8}$$

Selanjutnya, akan dilakukan penyederhanaan dengan memberikan beberapa notasi berikut

$$U_1 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i),$$

$$U_2 = \sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1}),$$

$$U_3 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i)^2,$$
$$U_4 = \sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1})^2,$$
$$U_5 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i)r(t_{i-1}).$$

Setelah penyederhanaan persamaan (4.6),(4.7), dan (4.8) menjadi

$$\hat{k} = -\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}{U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}, \tag{4.9}$$

$$\hat{\theta} = \frac{U_1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\, U_2}{n\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)}, \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\Big[U_3 - 2e^{-\hat{k}\Delta t}U_5 + e^{-2\hat{k}\Delta t}U_4 \\ - 2\hat{\theta}\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)\left(U_1 - e^{-\hat{k}\Delta t}U_2\right) \\ + n\hat{\theta}^2\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)^2\Big].\end{aligned} \tag{4.11}$$

Dari persamaan (4.9), (4.10), dan (4.11) dapat dilihat bahwa solusi untuk parameter $\hat{\sigma}$ bergantung pada nilai $\hat{k}$ dan $\hat{\theta}$. Nilai $\hat{k}$ dan $\hat{\theta}$ saling bergantung satu sama lain, namun tidak bergantung pada $\hat{\sigma}$, sehingga untuk menyelesaikan persamaan di atas hanya diperlukan salah satu dari nilai $\hat{k}$ atau $\hat{\theta}$. Dengan mensubstitusikan persamaan (4.9) ke dalam persamaan (4.10) maka akan didapatkan hasil sebagai berikut

$$n\hat{\theta} = \frac{U_1 - \left(\dfrac{U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}{U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}\right)U_2}{1 - \left(\dfrac{U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}{U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}\right)},$$

$$n\hat{\theta} = \frac{U_1(U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2) - \left(U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2\right)U_2}{(U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2) - \left(U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2\right)},$$

$$n\hat{\theta} = \frac{(U_1U_4 - U_2U_5) + \hat{\theta}(U_4 - U_1U_2) + n\hat{\theta}^2(U_1 - U_2)}{(U_4 - U_5 + \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2)},$$

$$n\hat{\theta} = \frac{(U_1U_4 - U_2U_5) + \hat{\theta}(U_4 - U_1U_2) + n\hat{\theta}^2(U_1 - U_2)}{(U_4 - U_5) + \hat{\theta}(U_1 - U_2)},$$

$$n\hat{\theta}(U_4 - U_5) - \hat{\theta}(U_4 - U_1U_2) = (U_1U_4 - U_2U_5),$$
$$\hat{\theta} = \frac{(U_1U_4 - U_2U_5)}{n(U_4 - U_5) - (U_4 - U_1U_2)}. \tag{4.12}$$

Dengan demikian didapatkan persamaan (4.12) yang sudah tidak bergantung pada parameter lain, sehingga nilai $\hat{\theta}$ dapat dihitung. Untuk nilai $\hat{k}$ dapat dihitung setelah nilai $\hat{\theta}$ didapatkan, dan nilai $\hat{\sigma}$ dapat dihitung setelah nilai $\hat{\theta}$ dan $\hat{k}$ didapatkan.

4.3 Konstruksi Rumus Metode *Accrued Benefit* dengan Suku Bunga mengikuti Model Vasicek

Nilai sekarang dari serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal periode sebesar 1 bagi seseorang berusia x tahun sampai meninggal dunia, dengan suku bunga mengikuti model Vasicek dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} P(t)\ {}_tp_x \tag{4.13}$$

Formula iuran normal dari metode *Accrued Benefit* dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
(NC)_x &= \frac{b_x}{B_r}(PVFB)_x, \\
&= \frac{b_x}{B_r} B_r \ddot{a}_r v^{r-x}\ {}_{r-x}p_x\ , \\
&= \frac{b_x}{B_r} B_r P(r-x)\, {}_{r-x}p_x \sum_{t=0}^{\infty} P(t)\ {}_tp_x, \\
&= b_x P(r-x) \frac{l_r}{l_x} \sum_{t=0}^{\infty} P(t) \frac{l_{r+t}}{l_r}, \\
&= \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}.
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Formula kewajiban aktuaria dari metode *Accrued Benefit* dengan model Vasicek sebagai berikut

$$(AL)_x = \frac{B_x}{B_r}(PVFB)_x,$$

$$= \frac{B_x}{B_r} B_r \ddot{a}_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \,,$$

$$= B_x P(r-x) \frac{l_r}{l_x} \sum_{t=0}^{\infty} P(t) \frac{l_{r+t}}{l_r},$$

$$= \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}. \quad (4.15)$$

4.4 Ilustrasi Numerik Perhitungan Iuran Normal dan Kewajiban Aktuaria menggunakan Metode *Accrued Benefit* dengan Suku Bunga mengikuti Model Vasicek

Pada subbab ini akan diterapkan perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuaria dana pensiun manfaat pasti menggunakan metode *Accrued Benefit* dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek pada dana pensiun dosen Fakultas MIPA UB Malang. Data peserta program pensiun yang akan digunakan pada skripsi ini adalah data dosen yang akan pensiun pada tahun 2028 dengan usia pensiun normal 65 tahun. Data peserta program pensiun akan disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Data Peserta Program Pensiun

No.	Jenis kelamin	*x*	*y*	*r*	Gaji pokok per Februari 2019 (Rp.)
1.	Laki-laki	56	25	65	4.616.600
2.	Laki-laki	56	24	65	4.616.600
3.	Laki-laki	56	27	65	4.475.700
4.	Laki-laki	56	28	65	4.339.000
5.	Laki-laki	56	27	65	3.952.600
6.	Perempuan	56	28	65	4.713.800
7.	Perempuan	56	25	65	4.249.500
8.	Perempuan	56	25	65	4.811.900
9.	Perempuan	56	26	65	4.475.700
10.	Perempuan	56	26	65	4.665.000
11.	Perempuan	56	28	65	3.994.000

Estimasi parameter suku bunga model Vasicek didapatkan menggunakan persamaan (4.9) untuk parameter $\hat{k}$, persamaan (4.12) untuk parameter $\hat{\theta}$, dan persamaan (4.11) untuk parameter $\hat{\sigma}$. Dengan bantuan *software Microsoft Excel* dan menggunakan data suku bunga bulanan Bank Indonesia periode Juni 2016 – Oktober 2019, didapatkan hasil estimasi parameter sebagai berikut

$$U_1 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i)$$
$$= (0{,}065 + 0{,}0525 + 0.05 + \cdots + 0.05) = 2{,}045.$$
$$U_2 = \sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1})$$
$$= (0{,}065 + 0{,}065 + 0{,}0525 + \cdots + 0{,}05) = 2{,}06.$$
$$U_3 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i)^2$$
$$= (0{,}004225 + 0{,}002756 + 0{,}0025 + \cdots + 0{,}0025)$$
$$= 0{,}106313.$$
$$U_4 = \sum_{i=1}^{n} r(t_{i-1})^2$$
$$= (0{,}004225 + 0{,}004225 + 0{,}002756 + \cdots + 0{,}0025)$$
$$= 0{,}108038.$$
$$U_5 = \sum_{i=1}^{n} r(t_i) r(t_{i-1})$$
$$= [(0{,}065 \times 0{,}065) + (0{,}0525 \times 0{,}065) + (0{,}05 \times 0{,}0525) + \cdots + (0{,}05 \times 0{,}0525)]$$
$$= [0{,}004225 + 0{,}003413 + 0{,}002625 + \cdots + 0{,}002625]$$
$$= 0{,}107038.$$

$$\hat{\theta} = \frac{(U_1 U_4 - U_2 U_5)}{n(U_4 - U_5) - (U_4 - U_1 U_2)}$$
$$= \frac{(2{,}045 \times 0{,}108038) - (2{,}06 \times 0{,}107038)}{40(0{,}108038 - 0{,}107038) - (0{,}108038 - (2{,}045 \times 2{,}06))}$$
$$= 0{,}000106.$$

$$\hat{k} = -\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{U_5 - \hat{\theta}U_1 - \hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}{U_4 - 2\hat{\theta}U_2 + n\hat{\theta}^2}$$
$$= -\frac{1}{1}\ln\frac{0{,}107038 - 0{,}000106(2{,}045 + 2{,}06) + (40 \times 0{,}000106^2)}{0{,}108038 - (2 \times 0{,}000106 \times 2{,}06) + (40 \times 0{,}000106^2)}$$
$$= 0{,}009322.$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\Big[U_3 - 2e^{-\hat{k}\Delta t}U_5 + e^{-2\hat{k}\Delta t}U_4 - 2\hat{\theta}\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)\left(U_1 - e^{-\hat{k}\Delta t}U_2\right) + n\hat{\theta}^2\left(1 - e^{-\hat{k}\Delta t}\right)^2\Big]$$
$$= \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 0{,}106313 - (2e^{-0{,}009322} \times 0{,}107038) \\ +(e^{-2\times 0{,}009322} \times 0{,}108038) \\ -2 \times 0{,}000106(1 - e^{-0{,}009322})(2{,}045 - e^{-0{,}009322}2{,}06) \\ +40 \times 0{,}000106^2(1 - e^{-0{,}009322})^2 \end{bmatrix}$$
$$\hat{\sigma} = 0{,}002577.$$

Selanjutnya hasil estimasi parameter ini dimanfaatkan untuk menentukan ekspektasi dari nilai tunai pembayarkan sebesar 1 unit yang dilakukan pada saat *t* dengan mengambil suku bunga saat ini yaitu $r(0) = 5\%$. Besar ekspektasi dari nilai tunai pembayarkan sebesar 1 unit yang dilakukan pada saat (*r*-*x*) dihitung menggunakan persamaan (2.15)

$$P(r - x) = P(65 - 56)$$
$$= \exp\left[\left(\theta - \frac{\hat{\sigma}^2}{2k^2}\right)(F(9) - 9) - \frac{\hat{\sigma}^2}{4k}F(9)^2 - r(0)F(9)\right]$$
$$= \exp\begin{bmatrix} \left((0{,}000106) - \dfrac{(0{,}002577)^2}{2(0{,}00932)^2}\right)((8{,}6328) - 9) \\ -\dfrac{(0{,}002577)^2}{4(0{,}00932)}(8{,}6328)^2 - (0{,}05)(8{,}6328) \end{bmatrix}$$
$$= 0{,}64991.$$

Selanjutnya akan ditunjukkan langkah perhitungan kewajiban aktuaria dan iuran normal pada seorang dosen laki-laki dan seorang dosen perempuan, dengan asumsi tingkat kenaikan gaji per tahun sebesar 5% dan persentase tetap dari gaji yang disiapkan untuk dana pensiun sebesar 2,5%.

a. Dosen laki-laki berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=25 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.616.600$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.616.600) = Rp. 115.415.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(73.003.080) = Rp. 1.825.077.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normal akan dihitung menggunakan persamaan (4.15) dan (4.16), berikut uraiannya

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.825.077)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$
$$= Rp. 11.101.504.$$

$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(115.415)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$
$$= Rp. 702.042.$$

b. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=28 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.713.800$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.713.800) = Rp. 117.845.$$

$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(71.429.253) = Rp.\,1.785.731.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normal akan dihitung menggunakan persamaan (4.15) dan (4.16), berikut uraiannya

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.785.731)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,13.024.716.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(117.845)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,859.534.$$

Hasil perhitungan kewajiban aktuaria dan iuran normal dari seluruh sampel akan disajikan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Hasil Perhitungan Kewajiban Aktuaria dan Iuran Normal

	JK	(y) tahun	Gaji pokok (Rp.)	$(AL)_x$	$(NC)_x$
a.	L	25	4.616.600	11.101.504	702.042
b.	L	24	4.616.600	11.241.472	702.042
c.	L	27	4.475.700	10.470.596	680.615
d.	L	28	4.339.000	9.998.509	659.827
e.	L	27	3.952.600	9.246.840	601.068
f.	P	28	4.713.800	13.024.716	859.534
g.	P	25	4.249.500	12.253.184	774.872
h.	P	25	4.811.900	13.874.831	877.423
i.	P	26	4.475.700	12.734.571	816.118
j.	P	26	4.665.000	13.273.180	850.636
k.	P	28	3.994.000	11.035.835	728.283

Pada Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa dosen perempuan mendapatkan kewajiban aktuaria dan iuran normal lebih besar dari pada dosen laki-laki. Hal ini disebabkan karena menurut Tabel

Mortalita Indonesia tahun 2011, pada usia yang sama jumlah perempuan yang *survive* lebih besar dari pada laki-laki. Selain itu usia masuk kerja juga mempengaruhi besar kewajiban aktuaria dan iuran normal yang didapatkan. Semakin muda usia masuk kerja maka semakin lama masa kerja dosen tersebut sehingga kewajiban aktuaria dan iuran normal yang didapatkan akan semakin besar. Selanjutnya, besar gaji pokok juga berpengaruh pada besar kewajiban aktuaria dan iuran normal. Semakin besar gaji pokok yang diterima dosen, maka semakin besar pula kewajiban aktuaria dan iuran normalnya.

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil konstruksi formula perhitungan dana pensiun menggunakan metode *Accrued Benefit* dengan suku bunga model Vasicek yang diperoleh pada skripsi ini dapat digunakan untuk menghitung kewajiban aktuaria dan iuran normal.
2. Hasil penerapan perhitungan dana pensiun dosen FMIPA UB menunjukkan bahwa jenis kelamin, masa kerja, dan gaji pokok dosen memiliki pengaruh yang signifikan pada besar iuran yang harus dibayarkan dan besar manfaat pensiun yang akan diterima.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya, dapat diteliti pendanaan pensiun manfaat pasti dengan metode dan model suku bunga yang berbeda. Misalkan metode *Benefit Prorate* dan model suku bunga Cox Ingersoll Ross (CIR).

DAFTAR PUSTAKA

Anonymous. Undang-Undang Nomor 11 Tahun 1992 tentang dana pensiun. www.ojk.go.id. Diakses pada tanggal 8 April 2019.

Anonymous. Suku Bunga Bulanan Bank Indonesia. www.bi.go.id. Diakses pada tanggal 4 Juli 2019.

Anonymous. Tabel Mortalita Indonesia tahun 2011. www.scribd.com. Diakses pada tanggal 4 Juli 2019.

Bayazit, D. 2004. *Yield Curve Estimation and Prediction with Vasicek Model.* Ankara: The Middle East Technical University.

Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., dan Nesbitt, C.J. 1997. *Actuarial Mathematics, Second Edition.* United States of America: The Society of Actuaries.

Brigo, D., Mercurio, F. 2006. *Interest Rate Models, Theory and Practice, Second Edition.* Germany: Springer.

Hull, J.C. 2011. *Options, Futures, and Other Derivatives, Eight Edition.* United States of America: Prentice Hall.

Kasmir. 2010. Manajemen Perbankan, Edisi Ketiga, Cetakan Keenam. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Lestari, D.D. 2016. Perhitungan Dana Pensiun Manfaat Pasti Menggunakan Metode *Accrued Benefit*, Metode *Benefit Prorate*, dan Metode *Cost Prorate*. Skripsi. FMIPA, Universitas Brawijaya.

Ross, S.M. 2010. *Intoduction to Probability Models, Tenth Edition.*California: Elsevier Inc.

Walpole, R.E., Myers, R.H., Myers, S.L., Ye, K. 2012. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists, Ninth Edition.* USA: Pretice Hall.

Widana, I.N., dan Asih, N.M. 2017. Perhitungan Iuran Normal Program Pensiun dengan Asumsi Suku Bunga Mengikuti Model Vasicek. Jurnal Matematika Vol.7, No.2. FMIPA, Universitas Udayana.

Wiguna, I.M.W., Jayanegara, K., Widana, I.N. 2019. Perhitungan Premi Asuransi *Joint Life* dengan Model Vasicek dan CIR. Jurnal Matematika Vol.8, No.3. FMIPA, Universitas Udayana.

Winklevoss, H.E. 1993. *Pension Mathematics with Numerical Illustrations, Pension Research Council.* Philadelphia: The University of Pennsylvania.

Lampiran 1

Tabel Mortalita Indonesia tahun 2011

Laki - laki			
x	q_x	p_x	l_x
65	0.021	0.979	78941.95583
66	0.02288	0.97712	77284.17476
67	0.02486	0.97514	75515.91284
68	0.02702	0.97298	73638.58724
69	0.02921	0.97079	71648.87262
70	0.03182	0.96818	69556.00905
71	0.03473	0.96527	67342.73684
72	0.03861	0.96139	65003.92359
73	0.04264	0.95736	62494.1221
74	0.04687	0.95313	59829.37273
75	0.05155	0.94845	57025.17003
76	0.05664	0.94336	54085.52252
77	0.06254	0.93746	51022.11852
78	0.06942	0.93058	47831.19523
79	0.07734	0.92266	44510.75366
80	0.08597	0.91403	41068.29197
81	0.09577	0.90423	37537.65091
82	0.10593	0.89407	33942.67008
83	0.11683	0.88317	30347.12304
84	0.12888	0.87112	26801.66865

Laki - laki			
x	q_x	p_x	l_x
85	0.14241	0.85759	23347.4696
86	0.15738	0.84262	20022.55645
87	0.17363	0.82637	16871.40652
88	0.1911	0.8089	13942.0242
89	0.20945	0.79055	11277.70338
90	0.22853	0.77147	8915.588406
91	0.24638	0.75362	6878.108988
92	0.26496	0.73504	5183.480495
93	0.2845	0.7155	3810.065503
94	0.30511	0.69489	2726.101868
95	0.32682	0.67318	1894.340927
96	0.34662	0.65338	1275.232425
97	0.3677	0.6323	833.2113619
98	0.39016	0.60984	526.8395441
99	0.41413	0.58587	321.2878276
100	0.43974	0.56026	188.2328996

Perempuan			
x	q_x	p_x	l_x
65	0.01334	0.98666	86149.11
66	0.01466	0.98534	84999.88
67	0.01612	0.98388	83753.79
68	0.01771	0.98229	82403.68
69	0.01947	0.98053	80944.31
70	0.02121	0.97879	79368.32
71	0.02319	0.97681	77684.92
72	0.02539	0.97461	75883.41
73	0.02778	0.97222	73956.73
74	0.03042	0.96958	71902.21
75	0.0333	0.9667	69714.94
76	0.03646	0.96354	67393.44
77	0.03991	0.96009	64936.27
78	0.04372	0.95628	62344.66
79	0.04789	0.95211	59618.96
80	0.05247	0.94753	56763.8
81	0.05877	0.94123	53785.41
82	0.06579	0.93421	50624.44
83	0.07284	0.92716	47293.86
84	0.08061	0.91939	43848.97
85	0.08925	0.91075	40314.31
86	0.09713	0.90287	36716.25

Perempuan			
x	q_x	p_x	l_x
87	0.10893	0.89107	33150
88	0.12131	0.87869	29538.97
89	0.1345	0.8655	25955.6
90	0.14645	0.85355	22464.57
91	0.15243	0.84757	19174.64
92	0.16454	0.83546	16251.85
93	0.18235	0.81765	13577.77
94	0.20488	0.79512	11101.86
95	0.23305	0.76695	8827.312
96	0.25962	0.74038	6770.107
97	0.2872	0.7128	5012.452
98	0.29173	0.70827	3572.876
99	0.30759	0.69241	2530.561
100	0.33241	0.66759	1752.186

(Sumber: www.scribd.com)

Lampiran 2

Hasil perhitungan $P(t).\, l_{r+t}$ untuk peserta laki-laki

t	$F(t)$	$P(t)$	$r+t$	$lr+t$	$P(t).lr+t$
0	0	1	65	78941.956	78941.956
1	0.995353	0.951451	66	77284.175	73532.107
2	1.981471	0.9056822	67	75515.913	68393.419
3	2.958439	0.8625199	68	73638.587	63514.744
4	3.926342	0.8218018	69	71648.873	58881.172
5	4.885265	0.7833766	70	69556.009	54488.548
6	5.835289	0.7471027	71	67342.737	50311.941
7	6.776499	0.712848	72	65003.924	46337.919
8	7.708975	0.6804891	73	62494.122	42526.566
9	8.6328	0.6499103	74	59829.373	38883.728
10	9.548052	0.621004	75	57025.17	35412.857
11	10.45481	0.593669	76	54085.523	32108.9
12	11.35316	0.5678112	77	51022.119	28970.93
13	12.24317	0.5433421	78	47831.195	25988.704
14	13.12492	0.5201793	79	44510.754	23153.572
15	13.99849	0.4982453	80	41068.292	20462.083
16	14.86396	0.4774678	81	37537.651	17923.02
17	15.7214	0.4577791	82	33942.67	15538.244
18	16.57087	0.4391156	83	30347.123	13325.895
19	17.41247	0.4214179	84	26801.669	11294.703
20	18.24626	0.4046303	85	23347.47	9447.0926
21	19.07231	0.3887005	86	20022.556	7782.7768
22	19.8907	0.3735795	87	16871.407	6302.8118
23	20.70149	0.3592215	88	13942.024	5008.2748
24	21.50477	0.3455833	89	11277.703	3897.3863
25	22.30058	0.3326246	90	8915.5884	2965.5438
26	23.08902	0.3203073	91	6878.109	2203.1085
27	23.87013	0.3085959	92	5183.4805	1599.6007

t	$F(t)$	$P(t)$	$r+t$	$lr+t$	$P(t).lr+t$
28	24.644	0.2974568	93	3810.0655	1133.33
29	25.41069	0.2868588	94	2726.1019	782.00624
30	26.17027	0.2767722	95	1894.3409	524.30082
31	26.9228	0.2671692	96	1275.2324	340.70286
32	27.66834	0.2580239	97	833.21136	214.98844
33	28.40697	0.2493116	98	526.83954	131.34722
34	29.13874	0.2410093	99	321.28783	77.433365
35	29.86373	0.2330953	100	188.2329	43.876206

Lampiran 3

Hasil perhitungan $P(t).\,l_{r+t}$ untuk peserta perempuan

t	$F(t)$	$P(t)$	$r+t$	$lr+t$	$P(t).lr+t$
0	0	1	65	86149.11	86149.11
1	0.995354	0.951451	66	84999.88	80873.219
2	1.981475	0.905682	67	83753.79	75854.302
3	2.958448	0.862519	68	82403.68	71074.779
4	3.926358	0.821801	69	80944.31	66520.128
5	4.885289	0.783376	70	79368.32	62175.207
6	5.835324	0.747101	71	77684.92	58038.513
7	6.776546	0.712846	72	75883.41	54093.213
8	7.709036	0.680487	73	73956.73	50326.593
9	8.632876	0.649908	74	71902.21	46729.811
10	9.548146	0.621001	75	69714.94	43293.052
11	10.45493	0.593666	76	67393.44	40009.174
12	11.35329	0.567807	77	64936.27	36871.296
13	12.24333	0.543338	78	62344.66	33874.219
14	13.1251	0.520175	79	59618.96	31012.271
15	13.9987	0.49824	80	56763.8	28282.009
16	14.86419	0.477462	81	53785.41	25680.508
17	15.72166	0.457773	82	50624.44	23174.511
18	16.57116	0.439109	83	47293.86	20767.174
19	17.41279	0.421411	84	43848.97	18478.448
20	18.24661	0.404623	85	40314.31	16312.105
21	19.0727	0.388693	86	36716.25	14271.351
22	19.89112	0.373572	87	33150	12383.904
23	20.70195	0.359213	88	29538.97	10610.794
24	21.50526	0.345575	89	25955.6	8969.6043
25	22.30112	0.332616	90	22464.57	7472.0722
26	23.08959	0.320298	91	19174.64	6141.6044
27	23.87075	0.308587	92	16251.85	5015.1028

t	$F(t)$	$P(t)$	$r+t$	$lr+t$	$P(t).lr+t$
28	24.64466	0.297447	93	13577.77	4038.6708
29	25.4114	0.286849	94	11101.86	3184.5571
30	26.17102	0.276762	95	8827.312	2443.0655
31	26.92359	0.267159	96	6770.107	1808.6947
32	27.66918	0.258013	97	5012.452	1293.2798
33	28.40786	0.249301	98	3572.876	890.7213
34	29.13968	0.240998	99	2530.561	609.86127
35	29.86472	0.233084	100	1752.186	408.40695

Lampiran 4

Suku Bunga Bulanan Bank Indonesia periode Juni 2016-Oktober 2019

i	$r(t_i)$	i	$r(t_i)$
0	0.065	21	0.0425
1	0.065	22	0.0425
2	0.0525	23	0.0475
3	0.05	24	0.0525
4	0.0475	25	0.0525
5	0.0475	26	0.055
6	0.0475	27	0.0575
7	0.0475	28	0.0575
8	0.0475	29	0.06
9	0.0475	30	0.06
10	0.0475	31	0.06
11	0.0475	32	0.06
12	0.0475	33	0.06
13	0.0475	34	0.06
14	0.045	35	0.06
15	0.0425	36	0.06
16	0.0425	37	0.0575
17	0.0425	38	0.055
18	0.0425	39	0.0525
19	0.0425	40	0.05
20	0.0425		

(Sumber: www.bi.go.id)

Lampiran 5

Langkah Perhitungan Kewajiban Aktuaria dan Iuran Normal

a. Dosen laki-laki berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=24 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.616.600$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.616.600) = Rp. 115.415.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(73.923.505) = Rp. 1.848.088.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.848.088)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$
$$= Rp. 11.241.472.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(115.415)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$
$$= Rp. 702.042.$$

b. Dosen laki-laki berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=27 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.475.700$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.475.700) = Rp. 111.893.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(68.854.258) = Rp. 1.721.356.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(1.721.356)(0,64991)(842.445,6)}{90.010,81}$$
$$= Rp. 10.470.596.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(111.893)(0,64991)(842.445,6)}{90.010,81}$$
$$= Rp. 680.615.$$

c. Dosen laki-laki berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=28 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.339.000$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0,025(4.339.000) = Rp. 108.475.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0,025(65.749.825) = Rp. 1.643.746.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.643.746)(0,64991)(842.445,6)}{90.010,81}$$
$$= Rp. 9.998.509.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(108.475)(0,64991)(842.445,6)}{90.010,81}$$
$$= Rp. 659.827.$$

d. Dosen laki-laki berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=27 tahun, dan gaji pokok $s_x = 3.952.600$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$b_x = ks_x$

$= 0{,}025(3.952.600) = Rp.\,98.815.$

$B_x = kS_x$

$= 0{,}025(60.806.877) = Rp.\,1.520.172.$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(1.520.172)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$

$$= Rp.\,9.246.840.$$

$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(98.815)(0{,}64991)(842.445{,}6)}{90.010{,}81}$$

$$= Rp.\,601.068.$$

e. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=25 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.249.500$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$b_x = ks_x$

$= 0{,}025(4.249.500) = Rp.\,106.238.$

$B_x = kS_x$

$= 0{,}025(67.198.066) = Rp.\,1.679.952.$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(1.679.952)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$

$$= Rp.\,12.253.184.$$

$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(106.238)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$

$= Rp. 774.872.$

f. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=25 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.811.900$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.811.900) = Rp. 120.298.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(76.091.393) = Rp. 1.902.285.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.902.285)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp. 13.874.831.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(120.298)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp. 877.423.$$

g. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=26 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.475.700$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.475.700) = Rp. 111.893.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(69.838.055) = Rp. 1.745.951.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(1.745.951)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,12.734.571.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(111.893)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,816.118.$$

h. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=26 tahun, dan gaji pokok $s_x = 4.665.000$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$$b_x = ks_x$$
$$= 0{,}025(4.665.000) = Rp.\,116.625.$$
$$B_x = kS_x$$
$$= 0{,}025(72.791.860) = Rp.\,1.819.796.$$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(1.819.796)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,13.273.180.$$
$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x)\sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$
$$= \frac{(116.625)(0{,}64991)(1.049.131)}{93.482{,}32}$$
$$= Rp.\,850.636.$$

i. Dosen perempuan berusia x=56 tahun, dengan usia masuk kerja y=28 tahun, dan gaji pokok $s_x = 3.994.000$. Besar manfaat pensiun berdasarkan persentase tetap dari rata-rata gaji karyawan dalam setahun dapat dihitung menggunakan persamaan (2.4) dan (2.5) sebagai berikut

$b_x = ks_x$

$= 0,025(3.994.000) = Rp. 99.850.$

$B_x = kS_x$

$= 0,025(60.521.964) = Rp. 1.513.049.$

Kewajiban aktuaria dan iuran normalnya adalah

$$(AL)_x = \frac{B_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(1.513.049)(0,64991)(1.049.131)}{93.482,32}$$

$$= Rp. 11.035.835.$$

$$(NC)_x = \frac{b_x P(r-x) \sum_{t=0}^{\infty} P(t) l_{r+t}}{l_x}$$

$$= \frac{(99.850)(0,64991)(1.049.131)}{93.482,32}$$

$$= Rp. 728.283.$$