

**PENERAPAN METODE INTERPOLASI SPASIAL
UNIVERSAL KRIGING MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM SPHERICAL DAN PENTASPHERICAL
(Studi Pada Data Curah Hujan Bulan Maret 2017 di Malang Raya)**

SKRIPSI

oleh:

BILLY FATHURRACHMAN

145090501111016



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Billy Fathurrachman
NIM : 145090501111016
Program Studi : Statistika
Penulis Skripsi Berjudul :

**PENERAPAN METODE INTERPOLASI SPASIAL
UNIVERSAL KRIGING MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM SPHERICAL DAN *PENTASPHERICAL*
(Studi Pada Data Curah Hujan Bulan Maret 2017 di Malang Raya)**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 25 Juli 2018
Yang menyatakan

Billy Fathurrachman
NIM. 145090501111016

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PENERAPAN METODE INTERPOLASI SPASIAL
UNIVERSAL KRIGING MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM SPHERICAL DAN PENTASPHERICAL
(Studi Pada Data Curah Hujan Bulan Maret 2017 di Malang Raya)**

oleh:
Billy Fathurrachman
145090501111016

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 13 Juli 2018
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Statistika

**Mengetahui,
Dosen Pembimbing**

Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si.
NIP. 197407221999032001

**Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas berkat, rahmat, dan hidayahnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan baik. Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Suci Astutik, S.Si. M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan, masukan serta motivasi sehingga terselesaikannya skripsi ini.
2. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan pengarahan dan masukan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
3. Darmanto, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan pengarahan dan masukan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Achmad Effendi, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Program Studi Statistika, Jurusan Statistika, Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
5. Ayah, Ibu, Adik-Adik dan seluruh keluarga yang telah memberikan dukungan dan menjadi motivasi penulis.
6. Keluarga Direksi dan BO Studio Statistika 2017 yang telah memberi dukungan dan doa.
7. Keluarga Cientifico Choir yang telah memberikan banyak pembelajaran, semangat dan doa.
8. Teman-teman GGS dan DGoW yang selalu menjadi tim penyemangat di tengah kehidupan perkuliahan yang sangat dinamis dan penuh dengan cerita.
9. Rekan kerja IDP dan Azet Language Center yang telah memberi pengalaman kerja yang sangat berharga.
10. Semua pihak yang telah membantu penulisan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Dalam penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu kritik dan saran dari pembaca sangat diharapkan demi penyusunan yang lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Malang, 25 Juli 2018

Penulis

**PENERAPAN METODE INTERPOLASI SPASIAL
UNIVERSAL KRIGING MENGGUNAKAN
SEMIVARIOGRAM SPHERICAL DAN PENTASPHERICAL
(Studi Pada Data Curah Hujan Bulan Maret 2017 di Malang Raya)**

ABSTRAK

Hujan merupakan proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi butir air yang akhirnya jatuh ke permukaan bumi. Pengukuran tingkat curah hujan dilakukan dengan melakukan pengamatan pada masing-masing pos stasiun hujan di Malang Raya. Namun, dalam proses pengumpulan data terdapat keterbatasan alat dan topografi menjadi kendala yang membuat data yang terkumpul tidak mencakup semua daerah. Metode yang dapat digunakan untuk memprediksi curah hujan pada lokasi yang tidak tersampel adalah metode interpolasi *Kriging*. *Universal Kriging* merupakan metode *Kriging* yang dapat digunakan apabila data tidak bersifat stasioner. Metode *Universal Kriging* memperhitungkan hubungan antar lokasi dengan *semivariogram*. Model *semivariogram* teoritis yang digunakan dalam penelitian ini adalah *spherical* dan *pentaspherical*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memprediksi tingkat curah hujan yang terjadi pada lokasi yang tidak tersampel di daerah Malang Raya dengan menggunakan metode *Universal Kriging* dan mendapatkan peta prediksi hasil interpolasi *Universal Kriging* dengan *semivariogram* terbaik. Data yang digunakan adalah data curah hujan di daerah Malang Raya pada bulan Maret tahun 2017. Hasil yang didapatkan dari penelitian ini menunjukkan bahwa model *semivariogram pentaspherical* merupakan model yang lebih baik untuk digunakan pada metode interpolasi spasial *Universal Kriging* dengan data curah hujan di Malang Raya karena memiliki nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan model *spherical*. Pada peta prediksi hasil interpolasi *Universal Kriging* menunjukkan bahwa daerah yang memiliki curah hujan tinggi ada di sekitar pos hujan Ngantang dan Jombok, sedangkan untuk daerah yang memiliki curah hujan rendah ada di sekitar pos hujan Tangkilsari, Blambangan, Karangsono, Gondanglegi, Dampit dan Sitarjo.

THE APPLICATION OF UNIVERSAL KRIGING SPATIAL INTERPOLATION METHOD USING SPHERICAL AND PENTASPHERICAL SEMIVARIOGRAM

(Case Study of Malang Raya Rainfall on March 2017)

ABSTRACT

Rain is a vapor condensation process in the atmosphere to make water drop that will fall down to the earth surface. The measurement of the rainfall is done by doing observation on each rain station in Malang Raya. But, in the data collecting process the equipment is limited and the topography make the data that has been collected can't cover all of the area. So the method that can be used to predict rainfall in the unsampled area is Kriging interpolation method. Universal Kriging is a Kriging method that can be used if the data is not stationary. Universal Kriging method calculate the correlation between locations using semivariogram. Semivariogram model that be used in this research is spherical and pentaspherical. The purpose of this research is to predict the rainfall in the unsampled location in Malang Raya using Universal Kriging method and obtain the Universal Kriging interpolation prediction map result using the best semivariogram. The data that used is the rainfall data in Malang Raya on March 2017. The results that obtained from this research show that pentaspherical semivariogram model is better for Universal Kriging interpolation method on Malang Raya rainfall data because it yield the lowest RMSE than spherical model. In the Universal Kriging prediction map result show that the areas with the high rainfall level are around Ngantang and Jombok rainfall station. While the areas with the low rainfall level are around Tangkilsari, Blambangan, Karangsono, Gondanglegi, Dampit and Sitiarjo rainfall station.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Data Spasial.....	7
2.1.1 Model Data Raster	7
2.1.2 Model Data Vektor	8
2.2 Metode Interpolasi Spasial	8
2.3 Metode <i>Kriging</i>	9
2.4 <i>Universal Kriging</i>	10
2.4.1 <i>Unbiased</i>	11
2.4.2 Linier	12
2.4.3 <i>Best</i>	12
2.5 Stasioneritas.....	16
2.6.1 <i>Strictly Stationary</i>	16
2.6.2 <i>Second-Order Stationary</i>	17
2.6 <i>Variogram</i>	17
2.7 <i>Semivariogram</i> Eksperimental	19
2.8 <i>Semivariogram</i> Teoritis.....	20
2.9 <i>Cross Validation</i>	24
2.10 Curah Hujan	25

BAB III METODE PENELITIAN.....	27
3.1 Sumber Data	27
3.2 Metode Penelitian	27
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	31
4.1 Peta Stasiun Curah Hujan	31
4.2 Uji Asumsi Stasioneritas Data Curah Hujan	32
4.3 Pemodelan <i>Semivariogram</i>	33
4.4 Peta Hasil Interpolasi <i>Universal Kriging</i> Menggunakan <i>Semivariogram Spherical</i> dan <i>Pentaspheical</i>	35
4.5 <i>Cross Validation</i>	38
BAB V PENUTUP	39
5.1 Kesimpulan.....	39
5.2 Saran.....	39
DAFTAR PUSTAKA	41
LAMPIRAN	43



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geostatistika merupakan cabang ilmu statistika yang paling banyak diterapkan pada bidang pertambangan. Menurut Olea (1999), geostatistika dapat diartikan sebagai sekumpulan teknik numerik yang berhubungan dengan data yang menggunakan atribut lokasi. Geostatistika pertama kali muncul pada tahun 1980-an yang pada saat itu geostatistika merupakan perpaduan antara ilmu pertambangan geologi, matematika dan statistika. Geostatistika merupakan metodologi yang sangat penting bagi lingkungan, klimatologi dan studi ekologi (Wackernagel, 2003). Geostatistika mengenal variasi spasial pada skala besar maupun skala kecil yang dengan kata lain geostatistika mampu memodelkan baik kecenderungan spasial (*spatial trends*) maupun korelasi spasial (*spatial correlation*). Terdapat berbagai macam metode dalam geostatistika yang dapat digunakan untuk membantu menyelesaikan masalah dalam bidang pertambangan dan salah satunya adalah metode interpolasi spasial. Salah satu metode interpolasi spasial dalam geostatistika yang sering digunakan adalah Metode *Kriging*.

Metode *Kriging* merupakan salah satu teknik atau metode analisis data yang sering digunakan dalam pertambangan. Secara umum, *Kriging* merupakan analisis data geostatistika untuk menginterpolasikan suatu nilai kandungan mineral berdasarkan nilai-nilai yang diketahui. Menurut Montero *et al* (2015), *Kriging* bertujuan untuk memprediksi nilai pada suatu titik atau blok dari koleksi data yang sudah terobservasi pada sejumlah titik tertentu. Bila ditinjau dari cara estimasi dan proses perhitungannya terdapat beberapa macam metode interpolasi *Kriging* yang telah dikembangkan seperti *Ordinary Kriging*, *Point Kriging*, *Block Kriging*, *Co-Kriging*, dan *Universal Kriging*. Beberapa contoh permasalahan yang dapat diselesaikan dengan metode *kriging* adalah topografi permukaan tanah, porositas, permeabilitas, pertambangan dan sebagainya (Kis, 2016).

Universal Kriging merupakan *Kriging* untuk data yang memiliki kecenderungan *trend* tertentu (Laksana, 2010). Metode ini tepat jika digunakan pada nilai-nilai di titik sampel yang mempunyai kecenderungan tertentu seperti tebal lapisan bertambah dengan berubahnya arah atau nilai

permeabilitas yang berkurang dengan menjauhnya lokasi dari *channel sand*. *Channel sand* merupakan lokasi yang telah ditandai atau dijadikan target penambangan. *Universal Kriging* sering disebut dengan “*Kriging with a trend*”. *Universal Kriging* merupakan bentuk pengembangan dari *Ordinary Kriging*, namun *Universal Kriging* berbeda dari *Ordinary Kriging*. Perbedaan dari kedua metode *Kriging* ini adalah pada jenis data yang diteliti. Pada *Ordinary Kriging*, data diasumsikan harus bersifat stasioner (Kis, 2016). Karena dalam penerapannya tidak semua data yang akan digunakan untuk penelitian bersifat stasioner, maka salah satu metode penyelesaian yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan metode *Universal Kriging*. *Universal Kriging* membutuhkan bantuan *semivariogram*. *Semivariogram* merupakan alat yang digunakan untuk membantu interpolasi dalam spasial. Terdapat 2 jenis *semivariogram*, yaitu *semivariogram* eksperimental dan *semivariogram* teoritis. *Semivariogram* eksperimental adalah suatu nilai yang didapatkan dari data hasil pengamatan yang divisualisasikan pada grafik. Adapun *semivariogram* teoritis merupakan bentuk plot yang mendekati bentuk dari *semivariogram* eksperimental. Terdapat berbagai macam model *semivariogram* teoritis yang sering digunakan seperti model *semivariogram spherical*, *exponential*, *gaussian*, *rational quadratic*, *hole effect*, *linier*, *J-Bessel*, *K-Bessel*, *pentaspherical*, dan *stable*.

Dari beberapa *semivariogram* yang telah disebutkan, model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* memiliki beberapa persamaan, yaitu model persamaan dari model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* memiliki bentuk yang hampir sama dan bentuk kurva dari kedua model tersebut sama-sama berbentuk setengah parabolik. Namun, perbedaan dari kedua model *semivariogram* tersebut adalah model *pentaspherical* mencapai keadaan asimtotik atau keadaan yang stabil lebih cepat yang secara analitik hal tersebut diindikasikan karena pangkat dari model *pentaspherical* sampai pangkat ke-5, sedangkan model *spherical* hanya sampai pangkat ke-3. Oleh karena itu, secara analitik dapat diketahui bahwa model *semivariogram pentaspherical* merupakan bentuk pengembangan dari model *spherical*. Namun, pada beberapa penelitian model *semivariogram spherical* masih memberikan hasil interpolasi yang lebih baik dibandingkan model *semivariogram pentaspherical*.

Hujan adalah proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi butir air yang cukup berat untuk jatuh dan biasanya tiba di daratan (Bahtiyar *et al*,

2014). Hujan merupakan peristiwa alam yang sangat berpengaruh terhadap kelangsungan hidup seluruh makhluk yang ada di bumi (Kartasapoetra, 2004). Hujan dapat dibagi menjadi beberapa kategori berdasarkan intensitas curah hujannya, antara lain hujan ringan (0-100mm), kategori hujan sedang (101–300mm), kategori hujan tinggi (301–400mm), dan kategori hujan sangat tinggi (di atas 401mm).

Malang Raya merupakan suatu daerah di Provinsi Jawa Timur yang terdiri dari 3 daerah administratif yaitu Kabupaten Malang, Kota Malang dan Kota Batu. Titik tertinggi dari ketiga daerah tersebut terletak di kota Batu dengan ketinggian 1700 meter di atas permukaan laut (dpl). Karena perbedaan tinggi yang berbeda jauh dari bagian Malang Raya yang paling rendah dan yang paling tinggi maka intensitas hujan pada daerah di ketinggian yang cukup tinggi ke rendah akan berbeda. Pada setiap kota, kabupaten maupun provinsi terdapat pos-pos hujan yang dikelola oleh instansi pemerintah yang disebut dengan Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) dan bekerja sama dengan Dinas Pengairan dari masing-masing daerah untuk mengamati intensitas hujan yang terjadi pada wilayah tersebut. Pada wilayah Malang Raya terdapat 44 pos pemantau hujan yang terbagi menjadi 3 pos di Kota Malang, 7 pos di Kota Batu dan 34 pos di Kabupaten Malang. Namun, berdasarkan pembagian pos pemantau hujan di wilayah Malang Raya dapat diketahui bahwa masih terdapat wilayah yang curah hujannya belum teramati.

Oleh karena itu, dibutuhkan suatu alat atau metode yang dapat membantu BMKG ataupun Dinas Pengairan dalam memantau intensitas curah hujan yang tidak terpantau oleh pos hujan. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah metode *Universal Kriging*. *Universal Kriging* dapat membantu menentukan nilai curah hujan di daerah yang belum terpantau sesuai dengan karakteristik hujan di Malang Raya yang memiliki perbedaan yang jauh dalam hal ketinggian daerah yang berpengaruh pada curah hujan yang terjadi pada masing-masing daerah.

Beberapa penelitian sebelumnya yang membahas tentang *Kriging* yaitu pada penelitian Gundogdu dan Doney (2006) tentang *Universal Kriging* pada data persediaan air tanah menggunakan model *semivariogram* isotropik *spherical*, *pentaspherical*, *tetraspherical*, *exponential*, *gaussian*, *rational quadratic*, *hole effect*, *J-Bessel*, *K-Bessel*, dan *Stable*. Pada penelitian tersebut berdasarkan nilai RMSE didapatkan model *semivariogram spherical* lebih baik dibandingkan dengan model

pentaspherical. Pada penelitian Ly *et al* (2011) tentang perbandingan metode interpolasi spasial *Thiessen Polygon*, *Inverse Distance Weighting*, *Ordinary Kriging*, *Ordinary Cokriging*, *Universal Kriging* dan *Kriging with External Drift* pada data tingkat curah hujan di Orthe dan Ambleve Belgia dengan model *semivariogram* isotropik *spherical*, *pentaspherical*, *gaussian*, *exponential*, *power*, *logarithmic* dan *rational quadratic*. Pada penelitian tersebut berdasarkan nilai RMSE didapatkan model *semivariogram spherical* lebih baik dibandingkan model *pentaspherical*. Kemudian pada penelitian Nastiti (2012) yang meneliti tentang penerapan metode *Universal Kriging* dan *Trend Surface Analysis* dengan menggunakan *semivariogram* teoritis isotropik *spherical*, *eksponensial* dan *gaussian* pada tingkat erosi DAS Ngasinan menghasilkan nilai prediksi yang didapatkan dari metode *Universal Kriging* lebih baik dibandingkan metode *Trend Surface Analysis* karena memiliki nilai RMSE yang lebih kecil dengan model *semivariogram* terbaik adalah model *gaussian*.

Secara analitik dapat dilihat bahwa persamaan dari model *semivariogram pentaspherical* merupakan bentuk pengembangan dari model *semivariogram spherical*. Berdasarkan analisa tersebut dapat diasumsikan bahwa hasil yang didapatkan dari persamaan model *pentaspherical* dapat lebih baik daripada hasil dari model *spherical*. Namun, berdasarkan pada penelitian Ly *et al* (2011) pada data curah hujan serta Gundogdu dan Duney (2006) pada data persediaan air tanah yang menggunakan metode *Universal Kriging* didapatkan model *spherical* lebih baik daripada model *pentaspherical*. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilihat perbandingan hasil dari penerapan metode *Universal Kriging* pada data curah hujan di Malang Raya dengan menggunakan *semivariogram* teoritis *spherical* dan *pentaspherical*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model *semivariogram* isotropik manakah yang paling baik antara model *spherical* dan *pentaspherical* untuk menginterpolasi data curah hujan di Malang Raya menggunakan metode *Universal Kriging*?
2. Bagaimana peta hasil interpolasi metode *Universal Kriging* pada data curah hujan di Malang Raya berdasarkan *semivariogram* teoritis terbaik?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan model *semivariogram* isotropik terbaik antara *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* dengan menggunakan metode *Universal Kriging* pada data curah hujan di Malang Raya.
2. Memetakan hasil interpolasi curah hujan di Malang Raya menggunakan *Universal Kriging* dengan *semivariogram* teoritis isotropik terbaik.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah mengetahui bagaimana penerapan metode *Kriging* khususnya metode interpolasi *Universal Kriging* untuk menduga data curah hujan pada lokasi yang tidak tersampel di wilayah Malang Raya.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data curah hujan di wilayah Malang Raya pada bulan Maret tahun 2017 yang meliputi Kabupaten Malang, Kota Malang dan Kota Batu.
2. *Semivariogram* yang digunakan tidak mempertimbangkan arah angin (isotropik).



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Spasial

Spasial berasal dari kata *space* yang artinya ruang dan spasial artinya bersifat keruangan. Data spasial adalah data yang diperoleh dari hasil pengukuran yang memuat informasi mengenai lokasi dan pengukuran. Menurut Cressie (1993), data spasial merupakan salah satu jenis data dependen karena data spasial dikumpulkan dari lokasi spasial berbeda yang mengindikasikan adanya ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Data spasial juga memiliki pengertian sebagai suatu data yang mengacu pada posisi, objek, dan hubungan di antaranya dalam ruang bumi, di bawah permukaan bumi dan kelautan. Data spasial disajikan dalam posisi geografis dari objek, lokasi, bentuk dan hubungan dengan objek-objek lainnya yang memiliki sistem koordinat. Data spasial dapat dibagi menjadi tiga, yaitu: data geostatistik (*geostatistical data*), data area (*lattice area*), dan pola titik (*point pattern*). Menurut Puntodewo, Dewi dan Taringan (2003) terdapat dua bagian penting yang membedakan data spasial dengan data lainnya, yaitu informasi lokal (spasial) dan informasi deksriptif (atribut).

Data spasial mengandung informasi lokal yang berhubungan dengan suatu koordinat baik koordinat geografi (lintang dan bujur) dan koordinat XYZ, termasuk diantaranya informasi proyeksi dan datum. Kemudian data spasial juga mengandung informasi deskriptif (atribut) atau informasi non spasial berbentuk keterangan yang saling berkaitan seperti populasi, jenis vegetasi dan sebagainya. Data spasial secara aplikasi diolah dengan menggunakan SIG (Sistem Informasi Geografis) dan menggunakan model pendekatan. Terdapat dua model pendekatan dalam data spasial yaitu model data raster dan model data vektor.

2.1.1 Model Data Raster

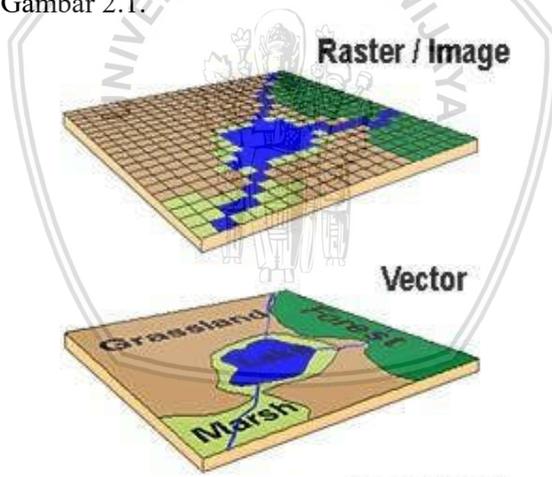
Menurut Gultom (2005), model data raster menampilkan, menempatkan dan menyimpan data spasial dengan menggunakan struktur matriks atau piksel-piksel yang membentuk *grid*. Setiap piksel memiliki atribut tersendiri termasuk koordinatnya yang unik (di pokok, pusat atau di tempat lain dalam *grid*). Akurasi model ini sangat bergantung pada resolusi

atau ukuran pikselnya di permukaan bumi. Model data raster memberikan informasi spasial apa saja yang terjadi di mana saja dalam bentuk gambaran yang digeneralisir. Model data raster menyajikan dunia nyata dalam elemen matriks atau sel-sel *grid* yang homogen.

2.1.2 Model Data Vektor

Model data vektor menampilkan, menempatkan dan menyimpan data spasial dengan menggunakan titik, garis, kurva atau poligon beserta atributnya. Bentuk dasar representasi data spasial dalam model data vektor didefinisikan oleh sistem koordinat kartesian dua dimensi (x,y) (Gultom, 2005). Garis atau kurva merupakan sekumpulan titik terurut yang dihubungkan. Kemudian luasan atau poligon disimpan sebagai sekumpulan daftar titik-titik dengan titik awal dan titik akhir poligon memiliki nilai koordinat yang sama.

Format data spasial dalam bentuk model raster dan model vektor dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2. 1 Model Data Raster dan Model Data Vektor

2.2 Metode Interpolasi Spasial

Interpolasi spasial merupakan suatu metode untuk memprediksi nilai pada lokasi-lokasi yang tidak memiliki titik sampel. Menurut Prasasti *et al* (2005), interpolasi spasial mengasumsikan bahwa atribut data bersifat kontinu di dalam ruang (*space*) dan atribut ini harus berhubungan (*dependence*) secara spasial. Berdasarkan kedua asumsi tersebut mengindikasikan bahwa lokasi-lokasi yang berdekatan akan lebih mirip

daripada nilai pada lokasi – lokasi yang terpisah dengan jarak yang lebih jauh yang mana hal itu sesuai dengan *First Law of Geography* yang dikenalkan oleh Waldo Tobler yang berbunyi “*Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*”. Metode interpolasi spasial dapat dibedakan menjadi dua, yaitu metode interpolasi diskrit dan kontinu. Metode interpolasi spasial diskrit terbagi menjadi 4 metode, yaitu *Zero-order Interpolation*, *Thiessen Polygons*, *Voronoi polygons*, dan *Dirichlet Cells*. Kemudian, metode interpolasi spasial kontinu umumnya dikenal menjadi 2 metode, yaitu metode *Inverse Distance Weighting* (IDW) dan Metode *Kriging*.

Ketergantungan spasial dapat dibuktikan secara visual dari bentuk *semivariogram*. Apabila titik *semivariogram* membentuk suatu *cluster* (gerombolan) maka dapat dikatakan bahwa data spasial memiliki suatu ketergantungan spasial. Keakuratan hasil prediksi dapat menentukan kualitas dari suatu interpolasi. Menurut Tatalovich (2005), metode interpolasi yang berbeda dapat menghasilkan nilai prediksi yang berbeda pada lokasi yang sama. Oleh karena itu, terdapat berbagai macam jenis metode interpolasi sesuai permasalahan yang ada di sekitar.

2.3 Metode *Kriging*

Metode *Kriging* merupakan suatu metode stokastik yang mirip dengan metode interpolasi spasial *Inverse Distance Weighting* (IDW). Metode *Kriging* menggunakan kombinasi linier dari pembobot (*weights*) untuk memperkirakan nilai di antara sampel data (Hadi, 2013). *Kriging* dikembangkan oleh D.L. Krige untuk memperkirakan nilai distribusi biji tambang berdasarkan data dari beberapa lokasi sampel yang kemudian dikembangkan lebih jauh oleh G. Matheron pada tahun 1963 (Fischer dan Getis, 2010). *Kriging* termasuk pada metode interpolasi stokastik karena proses perhitungannya dilakukan secara statistika guna menghasilkan nilai interpolasi (Hadi, 2013). *Kriging* merupakan metode yang meminimumkan *mean squared error* pada pendugaan spasial.

Menurut Tatalovich (2005), metode kriging merupakan metode geostatistika (ilmu yang mempelajari distribusi dalam ruang) yang menggunakan nilai yang telah diketahui dan *semivariogram* untuk memprediksi nilai pada lokasi yang belum tersampel. *Kriging* merupakan metode estimasi yang memberikan hasil estimasi yang bersifat BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*). Metode estimasi ini

mempertimbangkan faktor-faktor yang mempengaruhi akurasi estimasi, yaitu: banyaknya sampel, posisi sampel, jarak antar sampel dengan titik yang akan diestimasi dan lain-lain. Dengan kata lain, metode ini digunakan untuk mengestimasi besaran nilai pada titik tidak tersampel berdasarkan informasi dari titik-titik tersampel yang berada di sekitarnya.

2.4 Universal Kriging

Universal kriging adalah bentuk umum dari *simple kriging* sebagai salah satu cara perluasan dari metode *Ordinary Kriging* (Webster dan Oliver, 2007). *Universal kriging* merupakan *kriging* untuk data yang tidak stasioner atau mempunyai kecenderungan *trend* tertentu. Metode ini tepat jika digunakan pada nilai-nilai di titik sampel yang memang mempunyai kecenderungan tertentu. *Universal Kriging* biasa disebut dengan “*Kriging With A Trend*” karena metode ini merupakan *kriging* yang rata-ratanya tidak stasioner (Webster dan Oliver, 2007).

Bentuk umum dari persamaan metode *kriging* untuk menduga data di lokasi yang tidak tersampel adalah sebagai berikut:

$$Z(\mathbf{s}) = \mu(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s}) \tag{2.1}$$

$\mu(\mathbf{s})$ adalah nilai rata-rata yang konstan dan $\varepsilon(\mathbf{s})$ merupakan variabel acak yang memiliki rata-rata nol dan variogram $\gamma(\mathbf{h})$. Apabila proses mengikuti *second-order stationary* maka $\varepsilon(\mathbf{s})$ juga memiliki fungsi kovarian $C(\mathbf{h})$. Apabila dalam suatu proses diindikasikan terdapat *trend* atau kecenderungan tertentu, maka dapat dinyatakan bahwa proses tersebut tidak stasioner terhadap rata-rata. Bentuk model persamaan dari *Universal Kriging* untuk data yang tidak stasioner dapat dinyatakan pada persamaan (2.2) sebagai berikut:

$$Z(\mathbf{s}) = m(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s}) \tag{2.2}$$

$$E[Z(\mathbf{s})] = m(\mathbf{s}) \tag{2.3}$$

$m(\mathbf{s})$ adalah persamaan *trend* yang menggantikan $\mu(\mathbf{s})$ dari kombinasi linier pada persamaan (2.2) dan nilai ekspektasi dari $Z(\mathbf{s})$ akan sama dengan $m(\mathbf{s})$ seperti pada persamaan (2.3). Koefisien *trend* dari $m(\mathbf{s})$ dapat dijelaskan pada persamaan (2.4) dan (2.5).

$$m(\mathbf{s}) = \sum_{i=0}^n a_i f_i(\mathbf{s}) \tag{2.4}$$

$$m(\mathbf{s}) = a_0 + a_1 x + a_2 y \tag{2.5}$$

$$Z(\mathbf{s}) = \sum_{i=0}^n a_i f_i(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s}) \tag{2.6}$$

a_i merupakan koefisien *trend* dari persamaan trend monomial $m(s)$ dengan koordinat geografi $f_i(x)$ (Olea, 1999). Kemudian apabila persamaan $m(s)$ (2.5) dikombinasikan dengan persamaan (2.4) hasilnya dapat dilihat pada persamaan (2.6) yang menjadi bentuk lengkap dari model *Universal Kriging*. Untuk mengestimasi nilai pada lokasi atau titik yang tidak tersampel dengan data yang memiliki *trend* dapat menggunakan estimator *Universal Kriging* pada persamaan (2.7) sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \tag{2.7}$$

$\hat{Z}(s_0)$ adalah nilai estimasi dan λ_i adalah bobot estimator *kriging*. *Universal Kriging* adalah metode estimator yang dapat menghasilkan pendugaan yang bersifat BLUE (*Best, Linier, Unbiased Estimator*) atau estimator yang tidak bias, linier dan meminimumkan variansi estimatornya (Nastiti, 2012).

2.4.1 Unbiased

Estimator dari metode *Universal Kriging* merupakan estimator yang menghasilkan hasil pendugaan yang tak bias. Menurut Olea (1999), estimator *Universal Kriging* $\hat{Z}(x_0)$ adalah estimator yang tak bias adalah yang dijelaskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(s_i) = f_i(s_0) \tag{2.8}$$

$$\sum_{i=0}^n a_i \sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(s_i) = \sum_{i=0}^n a_i f_i(s_0) \tag{2.9}$$

$$E[\hat{Z}(s)] = m(s) \tag{2.10}$$

Menurut Olea (1999), persamaan (2.8) disebut dengan *universality condition* dimana $i = 1, 2, \dots, n$. Kemudian persamaan (2.9) adalah hasil perkalian persamaan (2.8) dengan a_i yang hasil penjumlahan gandanya akan bernilai sama dengan nilai ekspektasi $\hat{Z}(s)$ dan persamaan di sebelah kanannya akan sama dengan persamaan *trend* $m(s)$ yang sebelumnya sudah dijelaskan pada persamaan (2.4). Pada persamaan (2.3) telah dijelaskan sebelumnya bahwa $m(s) = E[Z(s)]$ sehingga dapat disimpulkan bahwa estimator *Universal Kriging* dapat dikatakan sebagai estimator tak bias dari persamaan (2.11) berikut:

$$\begin{aligned} E[\hat{Z}(s)] &= E[Z(s)] \\ E[\hat{Z}(s) - Z(s)] &= 0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

2.4.2 Linier

Estimator *Universal Kriging* merupakan estimator yang linier. Hal ini dapat dilihat berdasarkan pada persamaan (2.7) dimana $\hat{Z}(s_0)$ bersifat linier karena merupakan fungsi linier dari $Z(s_i)$. Apabila terdapat n pos hujan pada suatu lokasi $1, 2, \dots, n$ maka dapat dinyatakan $Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_n)$. Kemudian akan dilakukan estimasi $\hat{Z}(s_0)$ pada lokasi yang tidak tersampel berdasarkan pada data dari lokasi yang sudah tersampel. Sehingga akan dihasilkan persamaan estimasi yang bersifat linier sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad (2.12)$$

2.4.3 Best

Estimator *Universal Kriging* merupakan estimator yang terbaik. Hal itu dapat dilihat dengan menggunakan *Lagrange Multiplier* yang meminimalkan variansi dari estimatornya sebagai berikut:

$$\text{Var}(\hat{Z}(s_0)) = \text{var} \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i Z(s_i) \right] = \sigma^2 \sum_{i=1}^k \lambda_i^2 \quad (2.13)$$

Untuk membuktikan bahwa $\hat{Z}(s_0)$ adalah estimator yang terbaik, maka pembuktian dapat dilakukan dengan meminimumkan persamaan (2.12) menggunakan *Lagrange Multiplier* dengan kendala yang digunakan adalah $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ (Ly et al, 2011).

$$L(\lambda, m) = \sigma^2 \sum_{i=1}^k \lambda_i^2 - m \left[\sum_{i=1}^k \lambda_i - 1 \right] \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial L(\lambda, m)}{\partial \lambda_i} = 0, \quad 2\sigma^2 \lambda_i - m = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial L(\lambda, m)}{\partial m} = 0, \quad -\sum_{i=1}^k \lambda_i + 1 = 0 \quad (2.16)$$

Dari persamaan (2.15) didapatkan:

$$\lambda_i = \frac{m}{2\sigma^2} \quad \text{sehingga} \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_k$$

Kemudian dari persamaan (2.16) diperoleh:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \quad \text{sehingga} \quad \lambda_i = \frac{1}{n} \quad \text{untuk} \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Apabila hasil dari persamaan (2.14) dikombinasikan dengan persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} Z(s_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z(s_i) = \hat{Z}(s) \quad (2.17)$$

Syarat minimum untuk turunan kedua pada persamaan (2.15) adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial L(\lambda, m)}{\partial m} > 0$$

Sehingga didapatkan hasil turunan kedua dari persamaan (2.15) adalah $2\sigma^2 > 0$ sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi estimatornya memiliki nilai yang minimum.

Kemudian, diketahui bahwa dalam menduga nilai pada lokasi yang tidak tersampel menggunakan persamaan (2.7) dibutuhkan bobot λ_i . Nilai bobot λ_i didapatkan dari meminimalkan estimasi variansi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var(e(Z(s_0))) &= E[Z(s_0) - \hat{Z}(s_0)]^2 \\ &= E[Z(s) - \sum_{i=1}^k \lambda_i Z(s_i)]^2 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Diasumsikan bahwa:

$$2\gamma(h) = Var(Z(s+h) - Z(s)) \tag{2.19}$$

Sehingga diperoleh:

$$Var(e(s_0)) = -\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j (s_i - s_j) + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \tag{2.20}$$

Kemudian digunakan *Lagrange Multiplier* untuk meminimalkan estimasi variansi galat dengan parameter $m_0, m_1, m_2, \dots, m_p$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(\lambda, m) &= -\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j (s_i - s_j) + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \\ &\quad - 2 \sum_{t=1}^{p+1} m_{t-1} [\sum_{i=1}^k \lambda_i f_{t-1}(s_i) - f_{t-1}(s_0)] \end{aligned} \tag{2.21}$$

Untuk meminimalkan estimasi variansi galat, maka persamaan (2.21) diturunkan terhadap $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ yang dijelaskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial \lambda_1} &= 0, \quad -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_1 - s_j) + 2\gamma(s_0 - s_1) - 2 \sum_{t=0}^p m_t f_t = 0 \\ \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial \lambda_2} &= 0, \quad -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_2 - s_j) + 2\gamma(s_0 - s_2) - 2 \sum_{t=0}^p m_t f_t = 0 \\ \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial \lambda_3} &= 0, \quad -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_3 - s_j) + 2\gamma(s_0 - s_3) - 2 \sum_{t=0}^p m_t f_t = 0 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial \lambda_n} &= 0, \quad -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_n - s) + 2\gamma(s_0 - s_1) - 2 \sum_{t=0}^p m_t f_t = 0 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Generalisasi dari persamaan (2.22) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \gamma(s_0 - s_i) - \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_i) &= 0 \\ \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_i) &= \gamma(s_0 - s_i) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Langkah berikutnya adalah menurunkan persamaan (2.21) terhadap $m_0, m_1, m_2, \dots, m_p$ sebagai berikut:



$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial m_0} &= 0, & -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_0(s_j) + 2f_0(s_0) &= 0 \\
 \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial m_1} &= 0, & -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_1(s_j) + 2f_1(s_0) &= 0 \\
 \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial m_2} &= 0, & -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_2(s_j) + 2f_2(s_0) &= 0 \\
 &\vdots & & \\
 &\vdots & & \\
 \frac{\partial F(\lambda, m)}{\partial m_p} &= 0, & -2 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_p(s_j) + 2f_p(s_0) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Generalisasi dari persamaan (2.24) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_t(s_j) + f_t(s_0) &= 0 \\
 \sum_{j=1}^k \lambda_j f_t(s_j) &= f_t(s_0)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Untuk $t = 0$ pada persamaan (2.25) dan $f_0(s) = 1$ maka didapatkan:

$$\sum_{j=1}^k \lambda_j = 1 \tag{2.26}$$

Sehingga, persamaan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases}
 \left(\sum_{j=1}^k \lambda_i \gamma(s_i - s_j) + \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_i) = \gamma(s_0 - s_j) \right. \\
 \left. \begin{aligned}
 \sum_{i=1}^N \lambda_i f_t(s_i) &= f_t(s_0) \\
 \sum_{j=1}^k \lambda_j &= 1
 \end{aligned} \right.
 \end{cases} \tag{2.27}$$

Dengan melakukan substitusi dari persamaan (2.27) ke dalam persamaan (2.21), maka variansi galat dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Var(e(s_0)) &= - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \lambda_i \lambda_j (s_i - s_j) + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \\
 &= - \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_i - s_j) + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \\
 &= - \sum_{j=1}^k \lambda_i \left[\gamma(s_0 - s_j) - \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_0) \right] + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \\
 &= - \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) + 2 \sum_{i=1}^k \lambda_i \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_0) + 2 \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) \\
 &= \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) + \sum_{i=1}^k \lambda_i \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_0) \\
 Var(e(s_0)) &= \sum_{j=1}^k \lambda_j \gamma(s_0 - s_j) + \sum_{i=1}^k \lambda_i \sum_{t=0}^p m_t f_t(s_0)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Sehingga, nilai bobot λ_i yang digunakan pada persamaan estimator *Universal Kriging* dapat dinyatakan dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$A \lambda = b \tag{2.29}$$

$$\lambda = A^{-1}b \tag{2.30}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_i \\ m_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(s_i, s_j) & f_t(s_i) \\ f_t(s_j) & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \gamma(s_0, s_j) \\ f_t(s_0) \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$A = \begin{bmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \gamma(s_1, s_2) & \cdots & \gamma(s_1, s_n) & 1 & f_1(s_1) & f_2(s_1) \\ \gamma(s_2, s_1) & \gamma(s_2, s_2) & \cdots & \gamma(s_2, s_n) & 1 & f_1(s_2) & f_2(s_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \gamma(s_n, s_2) & \cdots & \gamma(s_n, s_n) & 1 & f_1(s_n) & f_2(s_n) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ f_1(s_1) & f_1(s_2) & \cdots & f_1(s_n) & 0 & 0 & 0 \\ f_2(s_1) & f_2(s_2) & \cdots & f_2(s_n) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_i \\ m_0 \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$b = \begin{bmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \gamma(s_2, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \\ f_1(s_0) \\ f_2(s_0) \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

dimana:

- $\gamma(s_i, s_j)$: *semivariogram* antar titik tersampel
- $\gamma(s_0, s_j)$: *semivariogram* antar titik tersampel dengan titik estimasi
- $f_t(s_i), f_t(s_j)$: koordinat lokasi dari data tersampel
- λ_i : nilai dari bobot yang akan dicari
- m_t : nilai dari parameter *Lagrange*
- (s_i, s_j) : lokasi dari data tersampel
- s_0 : lokasi dari data yang ingin diestimasi



2.5 Stasioneritas

Menurut Cressie (1993), dalam analisis data geostatistika stasioneritas dibagi menjadi tiga, yaitu *strictly stationary*, *second-order stationary* dan *intrinsic stationary*. Nilai rata-rata, ragam dan kovarian akan bergantung pada jarak yang memisahkan antar kedua titik (Webster dan Oliver, 2007). Stasioneritas dalam metode *kriging* menjadi asumsi yang wajib dipenuhi. Namun, apabila asumsi stasioneritas tidak dapat terpenuhi terutama tidak memenuhi sifat *second-order stationarity* maka peneliti dapat menggunakan salah satu metode dari *kriging* yaitu metode *Universal Kriging*.

Universal Kriging digunakan pada data yang memiliki kecenderungan tertentu yaitu terdapat pola perubahan rata-rata seiring dengan berbedanya lokasi yang menyebabkan sifat *second-order stationarity* atau stasioner orde dua tidak berlaku. Sifat non stasioner dari *Universal kriging* dapat ditunjukkan pada persamaan (2.35) yang menunjukkan bahwa $E[z(s)]$ tergantung pada lokasi (s) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E[z(s)] &= E[m(s) + \varepsilon(s)] = E[m(s)] + E[\varepsilon(s)] = E[m(s)] \\
 &= E[\sum_{i=0}^n a_i f_i(s)] \qquad (2.35)
 \end{aligned}$$

Dalam proses pengujiannya, kestasioneritasan dapat diidentifikasi dengan memplotkan data secara 2D terhadap koordinatnya masing-masing, yaitu memplotkan data terhadap koordinat *latitude* dan terhadap koordinat *longitude*. Menurut Laksana (2010), kestasioneritasan dapat diidentifikasi dari memplotkan data kedalam grafik 3D yang kemudian dilanjutkan dengan melihat gradasi warna dari data untuk melihat apakah terdapat kecenderungan atau *trend* dari data.

2.5.1 Strictly Stationary

Suatu fungsi acak dikatakan stasioner secara kuat (*strictly stationary*) apabila anggota dari $Z_1(s_1), Z_2(s_2), \dots, Z_k(s_n)$ dan $Z_1(s_{1+h}), Z_2(s_{2+h}), \dots, Z_k(s_{n+h})$ memiliki fungsi distribusi kumulatif yang sama pada semua h (Montero *et al*, 2015). Dimana h adalah suatu konstanta dan s_i adalah lokasi pengamatan. Hal tersebut dapat dijelaskan oleh persamaan (2.36) sebagai berikut:

$$F(Z_1(s_1), Z_2(s_2), \dots, Z_k(s_n)) = F(Z_1(s_{1+h}), Z_2(s_{2+h}), \dots, Z_k(s_{n+h})) \quad (2.36)$$

2.5.2 Second-Order Stationary

Second-order stationary atau stasioneritas lemah (*weakly stationary*) dikenal sebagai *covariance stationarity* (LeMay, 1995). *Second-order stationarity* mengasumsikan bahwa untuk memenuhi keadaan stasioner maka suatu data harus memiliki nilai ekspektasi, serta nilai ekspektasi tersebut tetap konstan yang tidak bergantung pada lokasi. Hal ini dapat dijelaskan pada persamaan (2.37):

$$E[Z(s)] = \mu(s) = \mu \tag{2.37}$$

$$E[Z(s_i) - Z(s_j)] = 0 \tag{2.38}$$

Menurut Fischer dan Getis (2010), nilai rata-rata μ konstan pada setiap lokasi s sehingga nilai rata-rata dari $\mu(s_1)$ dan $\mu(s_2)$ dapat digantikan dengan μ . Selain itu, *second order stationary* juga mengasumsikan misalnya terdapat dua titik pengamatan s_i dan s_j , maka nilai kovarian kedua titik tersebut bergantung pada jarak yang bukan bergantung pada lokasi, sehingga hal ini berlaku untuk masing-masing titik (s_i, s_j) yang terpisah pada lag $h = s_i - s_j$, hal tersebut dapat dijelaskan pada persamaan (2.39) berikut:

$$\begin{aligned} C(Z(s), Z(s+h)) &= E[\{Z(s) - \mu\}\{Z(s+h) - \mu\}] \\ &= E[Z(s)Z(s+h)] - \mu^2 \\ &= C(h) \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.5.3 Intrinsic Stationary

Menurut LeMay (1995), *intrinsic stationary* merupakan bentuk stasioner yang paling lemah. Suatu variabel dapat dikatakan *intrinsic stationary* jika memenuhi persamaan sebagai berikut:

$$E[Z(s+h) - Z(s)] = 0 \tag{2.40}$$

$$Var[Z(s+h) - Z(s)] = 2\gamma(h) \tag{2.41}$$

Persamaan (2.40) menjelaskan bahwa untuk sembarang jarak h mempunyai nilai harapan (ekspektasi) antar lokasi $s+h$ dan s mendekati nol. Pada persamaan (2.41), kuantitas $2\gamma(h)$ merupakan *variogram* yang didefinisikan sebagai variansi antar amatan pada lokasi $s+h$ dan s .

2.6 Variogram

Variogram merupakan grafik variansi terhadap jarak (*lag*). Menurut Wackernagel (1995), *variogram* adalah metode analisis keragaman data spasial yang didasarkan pada pengukuran jarak. *Variogram* menjadi salah satu metode dasar pada geostatistika untuk menentukan

keterikatan spasial. Hipotesis yang digunakan untuk menentukan *variogram* adalah berdasarkan pada sifat *intrinsic stationarity* pada persamaan (2.41). Menurut Fischer dan Getis (2010), nilai rata-rata akan berubah seiring dengan perbedaan wilayah, kemudian nilai variansi juga akan berubah seiring semakin luasnya daerah pengamatan. Oleh karena itu, nilai kovarian tidak bisa di dapatkan karena nilai rata-rata μ tidak diketahui. Walau nilai rata-rata tidak konstan, namun akan tetap ada perbedaan pada setiap perubahan lag jarak sehingga nilai ekspektasinya akan bernilai 0. Persamaan dari kovarian telah dijelaskan pada persamaan (2.39). Persamaan untuk kovarian pada titik yang sama atau biasa disebut dengan varians dapat dilihat pada persamaan (2.42) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 C(h) &= E[\{Z(s) - \mu\}\{Z(s+h) - \mu\}] \\
 C(0) &= E[\{Z(s) - \mu\}\{Z(s+0) - \mu\}] \\
 &= E[Z(s)Z(s+0)] - \mu^2 \\
 &= E[(Z(s))^2] - E[Z(s)]^2 \\
 &= \text{var}[Z(s)] \\
 C(0) &= \sigma^2
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

Hubungan antara *variogram* dengan kovarian dapat dilihat pada persamaan (2.43) sebagai berikut:

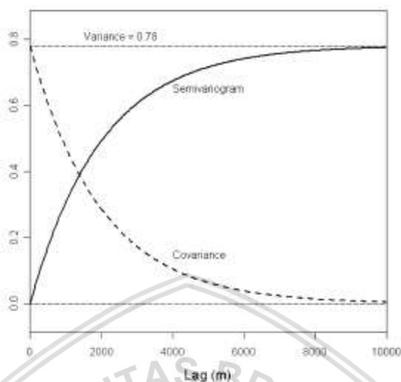
$$\begin{aligned}
 2\gamma(h) &= \text{var}[Z(s+h) - Z(s)] \\
 &= E[Z(s+h) - Z(s)]^2 \\
 &= E[\{Z(s+h)\}^2 - 2Z(s)Z(s+h) + \{Z(s)\}^2] \\
 &= E[Z(s+h)]^2 - E[Z(s)Z(s+h)]^2 + E[Z(s)]^2 \\
 &= \text{var}[Z(s+h)] + [E[Z(s+h)]]^2 - 2E[Z(s)Z(s+h)] \\
 &\quad + \text{var}[Z(s)] + [E[Z(s)]]^2 \\
 &= 2\text{var}[Z(s)] - 2E[\{Z(s) - E[Z(s)]\}\{Z(s+h) - E[Z(s+h)]\}] \\
 2\gamma(h) &= 2\sigma^2 - 2C(h) \\
 \gamma(h) &= C(0) - C(h)
 \end{aligned}
 \tag{2.43}$$

Menurut Bohling (2005), nilai korelasi pada data dalam kondisi *second-order stationary* dapat dihitung dengan persamaan (2.44) sebagai berikut:

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)}
 \tag{2.44}$$

Berdasarkan persamaan (2.43), $\gamma(h)$ merupakan nilai *semivariogram* pada lag ke- h . Menurut Bohling (2005), hubungan dari korelasi, kovarian

dan *semivariogram* yaitu bentuk dari kurva korelasi akan mirip dengan bentuk kurva dari fungsi kovarian dan bentuk kurva *semivariogram* akan terlihat seperti bentuk kurva kovarian yang di balik seperti pada Gambar 2.2 sebagai berikut:



Gambar 2.2 Hubungan antara *Semivariogram* dan Kovarian

2.7 *Semivariogram* Eksperimental

Menurut Gaetan dan Guyon (2010), *semivariogram* merupakan salah satu fungsi yang menggambarkan, memodelkan dan menghitung autokorelasi spasial antar data dari suatu variabel dan berfungsi sebagai suatu ukuran varians. *Semivariogram* eksperimental didapatkan dari hasil pengamatan yang kemudian diplot sebagai fungsi dari jarak. *Semivariogram* eksperimental juga disebut sebagai *semivariogram* empirik. Terdapat dua macam jenis *semivariogram* yang dapat digunakan pada penelitian, yaitu *semivariogram* isotropik dan *semivariogram* anisotropik. *Semivariogram* isotropik merupakan *semivariogram* eksperimental yang hanya bergantung pada panjang dari vektor jarak h dan tidak bergantung pada arah. Adapun *semivariogram* anisotropik merupakan *semivariogram* eksperimental yang memperhitungkan arah dan vektor jarak h . Misalkan $Z(s_i)$ merupakan nilai hasil dari pengamatan pada lokasi ke- i yang memiliki nilai koordinat spasial x dan y . Rumus *semivariogram* eksperimental adalah sebagai berikut:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2 \quad (2.45)$$

Untuk semua pasangan jarak yang mungkin (s_i, s_j) untuk $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ kemudian diplotkan sebagai fungsi jarak $h = s_i - s_j$ yang dirumuskan sebagai berikut :

$$|h| = |s_i - s_j| = |(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2|^{\frac{1}{2}} \quad (2.46)$$

di mana:

s_i : lokasi ke-i

s_j : lokasi ke-j

x_i : longitude lokasi ke-i

x_j : longitude lokasi ke-j

y_i : latitude lokasi ke-i

y_j : latitude lokasi ke-j

Kesulitan dalam *semivariogram* empirik yaitu melihat pola apabila perhitungan melibatkan titik hingga ribuan. Untuk memudahkan pengelompokan *semivariogram* berdasarkan kesamaan jarak (h) dan arah atau proses tersebut biasa disebut dengan proses *binning*. Untuk menghitung *semivariogram* empirik dapat dirumuskan sebagai berikut (Webster dan Oliver, 2007):

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2 \quad (2.47)$$

di mana:

$\gamma(h)$: *Semivariogram*

$Z(s_i + h)$: Nilai pengamatan di titik $s_i + h$

$Z(s_i)$: Nilai pengamatan di titik s_i

$N(h)$: banyaknya pasangan titik yang mempunyai jarak h

2.8 *Semivariogram* Teoritis

Setelah pembentukan model *semivariogram* eksperimental telah dilakukan, selanjutnya *variogram* atau *semivariogram* eksperimental harus dicocokkan dengan *semivariogram* teoritis yang mempunyai bentuk kurva paling mendekati dengan *semivariogram* eksperimental. Proses pencocokan antara *semivariogram* eksperimental dengan *semivariogram* teoritis disebut dengan analisis struktural (*structural analysis*). Analisis struktural diperlukan karena *semivariogram* eksperimental memiliki bentuk yang kurang teratur, sehingga sulit untuk digunakan sebagai acuan dalam penafsiran data. Analisis struktural dilakukan dengan membandingkan model *semivariogram* teoritis dengan melihat beberapa komponen sebagai berikut:

1. **Nugget Effect**

Nugget effect adalah keadaan pada suatu nilai *variogram* di sekitar titik awal yang mencerminkan kontinuitas lokal dan variabilitas dari data random yang ada. Bila nilai *variogram* pada $h = 0$ tidak bernilai 0. *Nugget* mencerminkan adanya data skala kecil yang tidak dikorelasikan. *Nugget effect* pada umumnya disimbolkan dengan c_0 .

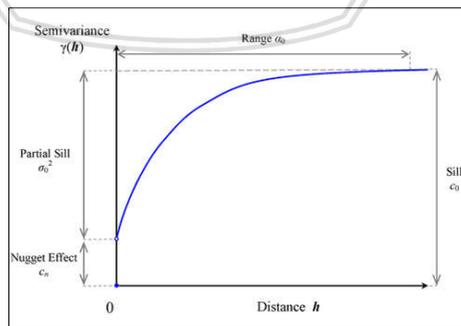
2. **Sill**

Sill adalah nilai *semivariogram* pada saat tidak terjadi peningkatan yang signifikan atau nilai pada saat *semivariogram* cenderung mencapai nilai yang stabil, sehingga *sill* merupakan nilai tertinggi dari *semivariogram*. *Sill* terdiri dari dua bagian, yaitu *nugget effect* (jarak antara titik nol hingga titik awal *semivariogram*) dan *partial sill* (nilai *sill* yang telah dikurangi dengan *nugget effect*).
 $Sill = nugget\ effect + partial\ sill$

$$Sill = c_0 + c \tag{2.48}$$

3. **Range**

Range merupakan jarak pada saat *variogram* adalah sebuah dataran tinggi atau sebuah masa stabil. *Range* adalah jarak titik awal *semivariogram* hingga mencapai nilai *sill*. Pada kurva *semivariogram*, *range* dinyatakan dengan lambang a yaitu jarak terjauh *semivariogram* hingga mencapai *sill*.



Gambar 2.3 *Semivariogram*

Terdapat beberapa model *semivariogram* yang sering digunakan dalam pemodelan, namun penelitian ini hanya akan menggunakan dua model *semivariogram* teoritis yang akan menggantikan *semivariogram*



eksperimental dalam pemodelan *semivariogram*. *Semivariogram* yang akan digunakan adalah model *semivariogram* teoritis *spherical* dan *pentaspherical*.

1. Model Spherical

Rumus *semivariogram* untuk model *spherical* adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[\frac{3h}{2a} - \left(\frac{h}{2a} \right)^3 \right], & h \leq a \\ 0, & h > a \end{cases} \quad (2.49)$$

dimana:

h = jarak lokasi antar sampel

$c_0 + c$ = *sill*, yaitu nilai *semivariogram* pada saat tidak terjadi peningkatan

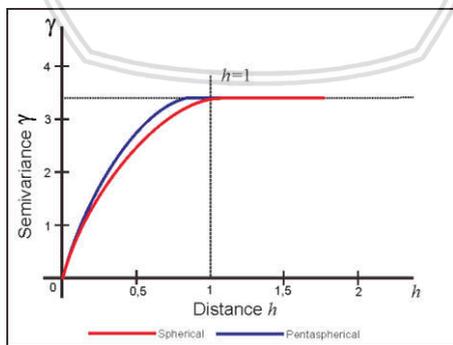
a = *range*, yaitu jarak pada saat nilai *variogram* mencapai *sill*

2. Model Pentaspherical

Rumus *semivariogram* untuk model *pentaspherical* adalah sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[\frac{15h}{8a} - \frac{5}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{h}{a} \right)^5 \right], & h \leq a \\ 0, & h > a \end{cases} \quad (2.50)$$

Ilustrasi dari *semivariogram* teoritis model *spherical* dan *pentaspherical* dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 *Semivariogram* Teoritis Model *Spherical* dan *Pentaspherical*

Secara matematis, model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* memiliki bentuk persamaan yang hampir sama. Persamaan dari kedua model *semivariogram* ini adalah dari persamaan model



semivariogram spherical dan *pentaspherical* menggunakan parameter yang sama yaitu menggunakan nilai dari *nugget effect*, *sill*, *range* dan jarak antar lokasi sampel (h). Secara matematis, terdapat perbedaan dari kedua model persamaan ini, yaitu pada model *spherical*, pangkat pada persamaan *semivariogramnya* sampai pangkat ke-3. Kemudian, pada persamaan model *pentaspherical*, pangkat pada persamaan *semivariogramnya* sampai pangkat ke-5. Pada Gambar 2.4 dapat dilihat bahwa grafik dari model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* sama-sama memiliki bentuk grafik yang menyerupai setengah parabolik. Namun perbedaan dari grafik *semivariogram* dari kedua model ini adalah *semivariogram pentaspherical* dapat mencapai *sill* yang konstan atau mencapai kondisi asimtotik yang lebih cepat dibandingkan model *semivariogram spherical*. Dari kedua persamaan dan perbedaan dari model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* dapat diketahui bahwa model *semivariogram pentaspherical* merupakan bentuk pengembangan lebih lanjut dari model *semivariogram spherical*. Sehingga secara analitik dapat diasumsikan bahwa model *semivariogram pentaspherical* dapat memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan hasil interpolasi menggunakan model *semivariogram spherical*. Pada penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Gundogdu dan Duney (2006) dan Ly *et al* (2001) pada data yang menggunakan *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* didapatkan hasil bahwa model *semivariogram spherical* lebih baik dibandingkan model *pentaspherical*. Dengan kata lain, secara analitik model *semivariogram pentaspherical* akan memberikan hasil yang lebih baik. Namun, pada beberapa penerapan metode *Universal Kriging*, model *semivariogram spherical* memberikan hasil interpolasi yang lebih baik dibandingkan model *pentaspherical*.

Terdapat beberapa pendekatan untuk menduga parameter model *semivariogram* terorisitas dari *semivariogram* eksperimental. Beberapa pendekatan tersebut adalah *Maximum Likelihood*, *Restricted Maximum Likelihood* (REML), *Minimum Norm Quadratic* (MINQ) dan metode kuadrat terkecil (*Least Square*) (Cressie, 1993). Metode kuadrat terkecil memiliki kelebihan dibandingkan metode lain karena memperhitungkan kesesuaian antara plot *semivariogram* dengan model yang terbentuk serta dapat meminimalkan perbedaan rata-rata kuadrat antara titik eksperimental dan nilai-nilai *semivariogram* yang diprediksi oleh model (Olea, 1999). Beberapa metode kuadrat terkecil yang digunakan antara lain *Ordinary Least Square* (OLS), *Generalized Least Square* (GLS) dan *Weighted Least Square* (WLS).

Dari ketiga metode kuadrat terkecil tersebut, metode WLS merupakan metode yang paling banyak digunakan karena memberikan perhatian yang lebih pada jarak yang memiliki jumlah pasangan titik pengukuran yang lebih banyak, serta memberi pembobotan yang lebih besar untuk nilai *semivariogram* teoritis yang lebih kecil.

Pendugaan parameter *semivariogram* teoritis dengan metode WLS dilakukan dengan menentukan parameter a dan σ^2 sehingga meminimumkan persamaan (2.51) (Cressie, 1993).

$$\sum_{j=1}^K |N(h(j))| \left\{ \frac{\hat{\gamma}(h(j))}{\gamma(h(j); \theta)} - 1 \right\}^2 \tag{2.51}$$

dimana:

- $|N(h(j))|$: banyaknya pasangan titik pengukuran pada lag ke- j , $j=1,2,3,\dots, K$ dimana K adalah banyaknya lag
- $\hat{\gamma}(h(j))$: nilai *semivariogram* eksperimental pada lag ke- j
- $\gamma(h(j); \theta)$: nilai *semivariogram* baku pada lag ke- j dengan parameter $\theta = \{a, \sigma^2\}$

2.9 Cross Validation

Cross validation digunakan untuk menguji asumsi kesesuaian model seperti tipe *variogram* dan parameternya serta menguji data spasial yang digunakan, misalnya ada tidaknya outlier (Wackernagel, 2003). Menurut Cressie (1993), *cross validation* tidak membuktikan kebenaran dari model *variogram* yang digunakan, namun hanya membuktikan model *variogram* tersebut tidak terlalu salah. *Cross validation* merupakan metode evaluasi model yang lebih baik dibandingkan dengan hanya menguji galat. Prinsip dasar *cross validation* adalah mengestimasi nilai data yang tidak diketahui $\hat{Z}(s_i)$ berdasarkan nilai data yang diketahui $Z(s_1), Z(s_2), \dots, Z(s_{i-1})$, di mana $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dengan n adalah jumlah sampel dari data yang diketahui. Selanjutnya membandingkan nilai titik yang diketahui dengan hasil estimasi yang dihasilkan melalui metode *Universal Kriging*. Terdapat tiga jenis *cross validation*, yaitu : *Holdout Method*, *K-Fold Cross Validation*, dan *Leave-One-Out Cross Validation* (LOOCV). Pada metode LOOCV, salah satu pasangan titik data untuk sementara dihapus dari kumpulan data pengamatan. Misalkan $(Z_1(s_i), Z_2(s_i))$ merupakan pasangan titik data pengamatan ke- n yang sementara dihapus. Pengujian dengan metode *Universal Kriging* dilakukan pada $n - 1$ data pengamatan sisa. Selanjutnya

membandingkan nilai estimasi $Z(s_i)$ dengan $\hat{Z}_{-i}(s_i)$ dari data pengamatan yang dihapus. Galat estimasi dari titik pengamatan yang dihilangkan dapat dihitung dengan rumus (2.52) sebagai berikut:

$$e(s_i) = Z(s_i) - \hat{Z}_{-i}(s_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.52)$$

Dimana $Z(s_i)$ adalah nilai aktual dan $\hat{Z}_{-i}(s_i)$ adalah nilai estimasi pada saat data ke- i dihapus. Galat estimasi yang dihasilkan dapat digunakan untuk membandingkan teknik interpolasi yang berbeda, dalam penelitian ini akan diperiksa perbedaan antara data aktual yang digunakan untuk pemodelan dan data estimasi dengan menggunakan *Root Mean Square Error* (RMSE). Pada penelitian ini RMSE digunakan untuk menentukan model terbaik dari hasil interpolasi *Universal Kriging*. Nilai RMSE yang besar mengindikasikan ketidakakuratan estimasi yang dilakukan. Rumus perhitungan nilai RMSE dapat dilihat pada persamaan (2.53) sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z(s_i) - \hat{Z}_{-i}(s_i)\}^2} \quad (2.53)$$

Berdasarkan hasil dari perhitungan nilai RMSE maka nilai RMSE yang besar akan mengindikasikan tingkat keakuratan estimasi yang rendah. Sedangkan nilai RMSE yang kecil mengindikasikan tingkat keakuratan estimasi yang tinggi.

2.10 Curah Hujan

Hujan adalah proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi butir air yang cukup berat untuk jatuh dan biasanya tiba di daratan (Bahtiyar *et al*, 2014). Menurut Sosrodarsono dan Takeda (1978), presipitasi adalah sebutan umum dari uap yang mengkondensasi dan jatuh ke tanah dalam rangkaian proses hidrologi, biasanya jumlah selalu dinyatakan dengan dalamnya presipitasi (mm). Jika uap air yang jatuh berbentuk cair disebut hujan (*rainfall*), dan jika berbentuk padat disebut salju (*snow*). Dua proses yang mungkin terjadi bersamaan dapat mendorong udara semakin jenuh menjelang hujan, yaitu pendinginan udara atau penambahan uap air ke udara. Curah hujan merupakan ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak mengalir selama periode tertentu yang memiliki satuan milimeter (mm) (Hidayat, 2008). Curah hujan dalam 1 (satu) milimeter memiliki arti dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air setinggi satu milimeter atau tertampung air sebanyak satu liter.

Hujan merupakan jenis presipitasi yang paling mudah untuk diukur. Pengukuran terhadap hujan dapat dilakukan secara langsung dengan menampung air hujan yang jatuh, namun tidak dapat dilakukan di seluruh wilayah tangkapan air, akan tetapi hanya dapat dilakukan pada titik-titik yang ditetapkan dengan menggunakan alat pengukur hujan (Triatmodjo, 2008). Alat pengukur hujan terbagi menjadi 3 jenis, yaitu pengukur curah hujan biasa (ombrometer), pengukur curah hujan otomatis, dan pengukur curah hujan digital. Prinsip kerja alat pengukur curah hujan antara lain:

1. Alat pengukur hujan biasa mengukur hujan yang jatuh diukur setiap hari dalam kurun waktu 24 jam. Alat ini terdiri dari corong dan botol penampung yang berada di dalam suatu tabung silinder dan ditempatkan di daerah terbuka. Prosedur pengukuran kedalaman hujan adalah dengan mengukur volume air yang tertampung dalam tabung silinder dan luas corong.
2. Alat pengukur otomatis dapat melakukan pengukuran curah hujan selama 24 jam dengan merekam jejak hujan menggunakan pias yang terpasang dalam jam alat otomatis dengan penggantian pias setiap harinya pada pukul 00.00 GMT. Pengukuran dengan alat ini dilakukan secara kontinu sehingga intensitas dan lama waktu hujan dapat diketahui.
3. Alat pengukur hujan digital adalah alat yang dimana curah hujan yang direkam langsung terkirim kepada komputer berupa data sinyal yang telah diubah ke dalam bentuk satuan curah hujan.

Contoh dari alat pengukur hujan observatorium atau biasa disebut dengan Ombrometer dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Ombrometer

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

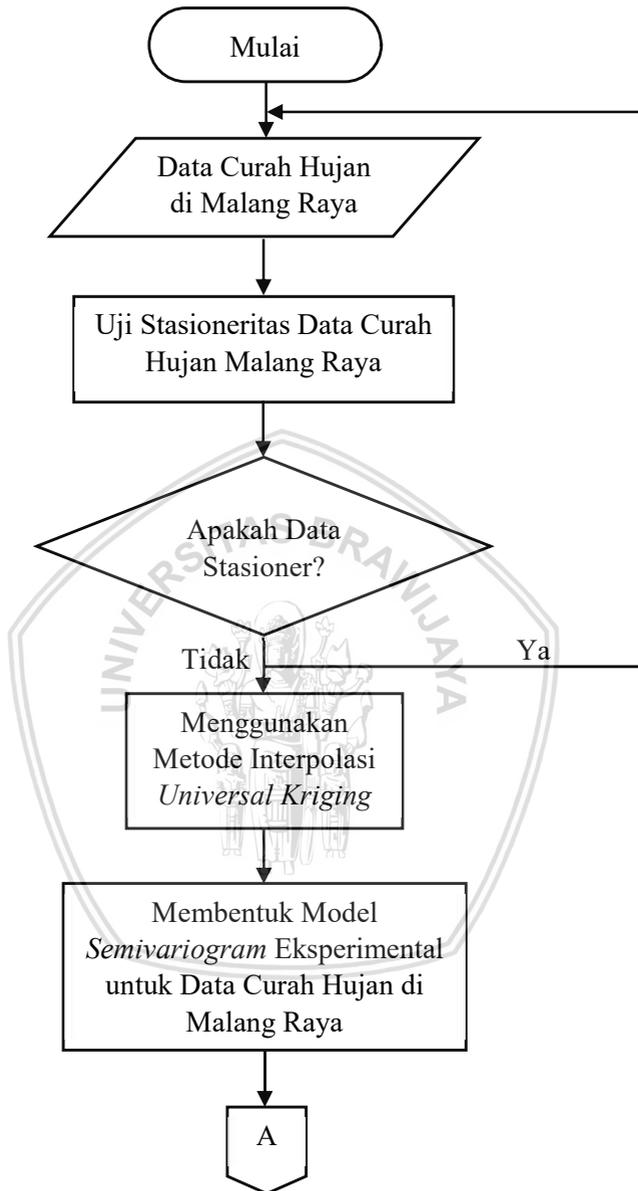
Data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari Dinas Pekerjaan Umum Sumber Daya Air Unit Pelaksana Teknis Malang tentang curah hujan di Malang Raya. Data curah hujan yang digunakan adalah data curah hujan pada bulan Maret tahun 2017 dari 44 titik pos stasiun hujan yang tersebar di Malang Raya.

3.2 Metode Penelitian

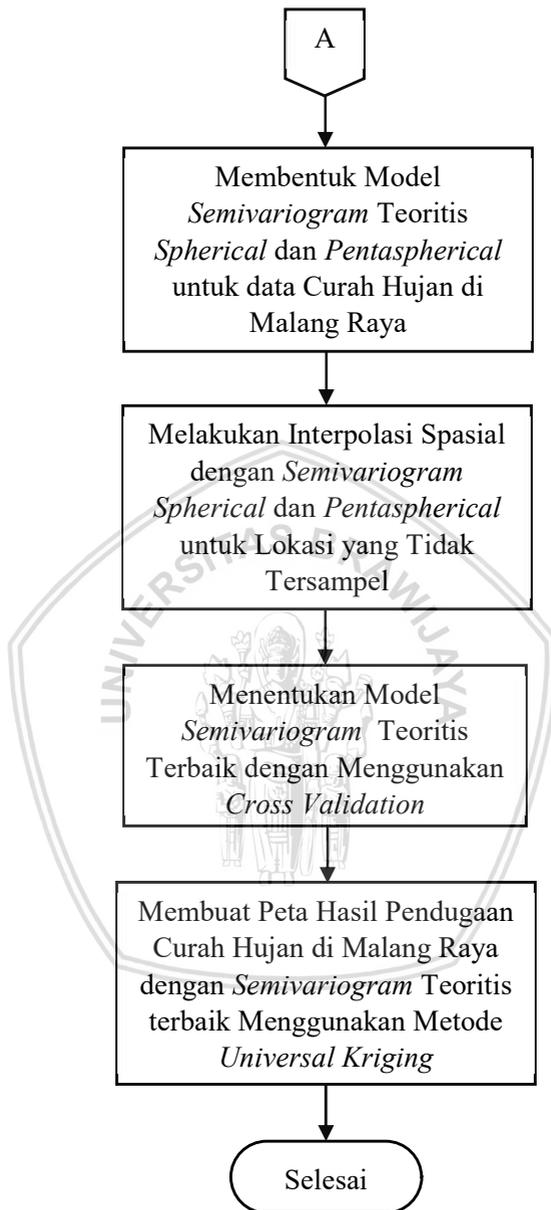
Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah metode interpolasi *Universal Kriging*. Tahapan analisis yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Melakukan persiapan peta lokasi data spasial hasil digitasi.
2. Mengidentifikasi stasioneritas atau memeriksa *trend* dari data curah hujan di Malang Raya dengan memplotkan data pada koordinatnya masing-masing, yaitu terhadap koordinat X dan koordinat Y. Metode *Universal Kriging* dapat dilakukan apabila data tidak stasioner pada sumbu X maupun Y. Apabila data stasioner maka data tersebut tidak dapat di analisis menggunakan metode *Universal Kriging*.
3. Membentuk model *semivariogram* eksperimental untuk data curah hujan di Malang Raya menggunakan persamaan (2.47).
4. Memodelkan *semivariogram* teoritis untuk data curah hujan di Malang Raya. *Semivariogram* teoritis yang digunakan adalah *spherical* dan *pentaspherical* dengan persamaan (2.49) dan (2.50).
5. Melakukan interpolasi *Universal Kriging* dengan menggunakan *semivariogram spherical* dan *pentaspherical*.
6. Menentukan model *semivariogram* teoritis terbaik dengan menggunakan *cross validation* pada hasil interpolasi data curah hujan yang menggunakan *semivariogram spherical* dan *pentaspherical* dengan persamaan (2.53) untuk interpolasi *Universal Kriging*.
7. Membuat peta prediksi hasil interpolasi curah hujan menggunakan *Universal Kriging* dengan *semivariogram* teoritis terbaik yang telah dipilih.

Berdasarkan langkah-langkah penelitian yang telah disusun, maka dapat dilihat diagram alir penelitian seperti pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 Diagram Alir Analisis Data

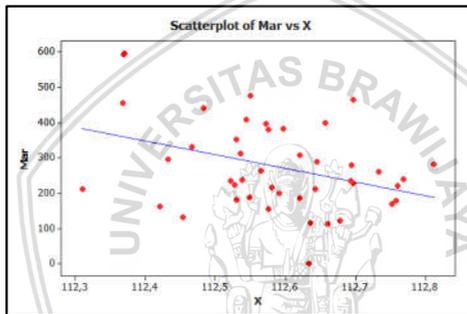




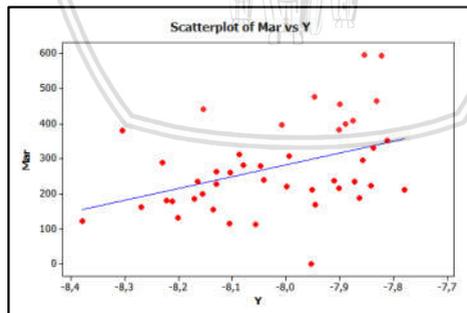
4.2 Uji Asumsi Stasioneritas Data Curah Hujan

Asumsi dasar yang harus dipenuhi dalam metode *Kriging* adalah data yang digunakan harus bersifat stasioner terhadap jarak. Namun untuk metode *Universal Kriging* data yang digunakan diasumsikan tidak stasioner terhadap jarak. Sehingga untuk melihat *trend* atau untuk mengidentifikasi apakah data bersifat stasioner atau tidak dapat dilakukan dengan membentuk plot data curah hujan terhadap koordinat X dan koordinat Y.

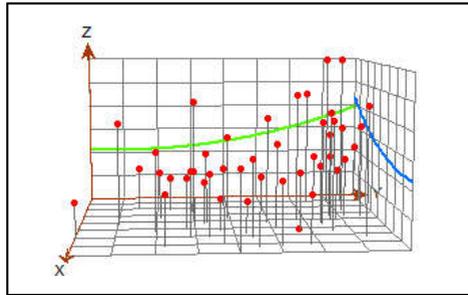
Pembentukan plot data terhadap masing-masing koordinat dapat dilakukan dengan bantuan software Minitab 16 dan ArcGIS 10.1. Plot data terhadap sumbu X dan Y dapat dilihat pada Gambar 4.2 dan 4.3. Plot 3D data curah hujan dapat dilihat pada Gambar 4.4.



Gambar 4.2 Plot Data Curah Hujan di Malang Raya terhadap Sumbu X



Gambar 4.3 Plot Data Curah Hujan di Malang Raya terhadap Sumbu Y

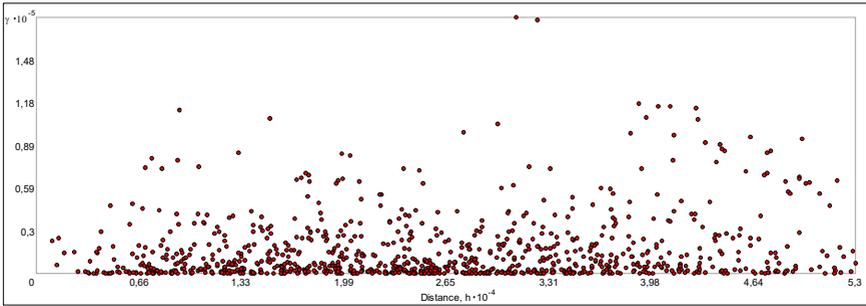


Gambar 4.4 Plot 3D Data Curah Hujan di Malang Raya

Berdasarkan Gambar 4.2 maka dapat diketahui bahwa terdapat kecenderungan menurunnya tingkat curah hujan di Malang Raya pada bulan Maret tahun 2017 pada wilayah Malang Raya bagian Timur yang memiliki tingkat curah hujan lebih rendah dibandingkan dengan bagian Barat. Sedangkan pada Gambar 4.3 dapat diketahui bahwa tingkat curah hujan bulan Maret tahun 2017 di wilayah Malang Raya bagian Utara cenderung lebih tinggi dibandingkan dengan tingkat curah hujan di Malang Raya bagian Selatan. Kemudian pada plot 3D yang dihasilkan dari *software* ArcGIS 10.1 pada Gambar 4.4 dapat dilihat dari garis imajiner yang pada plot 3D bahwa terdapat kecenderungan meningkatnya curah hujan di wilayah Malang Raya bagian Barat Laut atau di sekitar daerah Pujon Kab. Malang dan Kota Batu. Sehingga dapat disimpulkan bahwa curah hujan yang terjadi di Malang Raya bulan Maret tahun 2017 tidak stasioner atau terdapat *trend*.

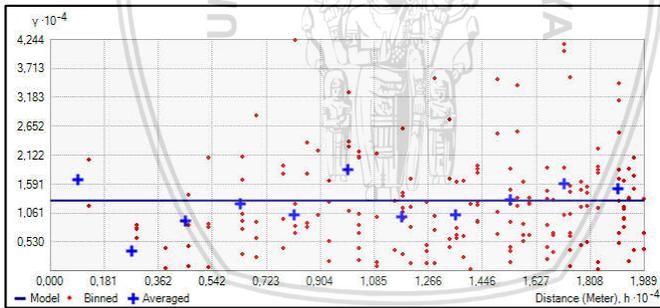
4.3 Pemodelan *Semivariogram*

Langkah awal dalam pemodelan *semivariogram* adalah dengan melakukan perhitungan terhadap *semivariogram* eksperimental terhadap data. Hasil dari perhitungan *semivariogram* eksperimental disajikan dalam bentuk plot yang biasa disebut dengan *semivariogram cloud*. Gambar 4.5 menunjukkan hasil perhitungan dari *semivariogram cloud* dari data tingkat curah hujan di Malang Raya bulan Maret tahun 2017.



Gambar 4.5 *Semivariogram Cloud* untuk Data Curah Hujan Bulan Maret Tahun 2017 di Malang Raya

Dengan melihat *semivariogram cloud* pada Gambar 4.5, maka akan sulit untuk melihat model *semivariogram*. Oleh karena itu, perlu dilakukan proses *binning* untuk mempermudah dalam pemodelan *semivariogram*. *Binning* merupakan suatu proses untuk mengelompokkan nilai *semivariogram* berdasarkan kesamaan jarak. Berdasarkan dari hasil proses *binning* pada penelitian ini didapatkan lag yang digunakan sebanyak 11 lag. Hasil *binning* dari *semivariogram* ditampilkan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 *Semivariogram* Hasil Transformasi *Binning* Data Curah Hujan di Malang Raya Bulan Maret Tahun 2017

Setelah dilakukan proses *binning* pada model *semivariogram* eksperimental, selanjutnya adalah melakukan pemodelan *semivariogram* teoritis. *Semivariogram* teoritis yang digunakan pada penelitian ini adalah model *semivariogram spherical* dan *pentaspherical*. Pemodelan *semivariogram* berfungsi untuk melihat hubungan antar lokasi atau keterikatan antar lokasi. Berikut adalah perhitungan *semivariogram* teoritis untuk tingkat curah hujan di Malang Raya bulan Maret tahun 2017.

a. Model *Spherical*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[\frac{3h}{2a} - \left(\frac{h}{2a} \right)^3 \right] \\ 0 \end{cases}$$

$$\gamma(h) = \begin{cases} 8901,592 + 5137,263 \left[\frac{3h}{2(19887,13)} - \left(\frac{h}{2(19887,13)} \right)^3 \right] \\ 0 \end{cases}$$

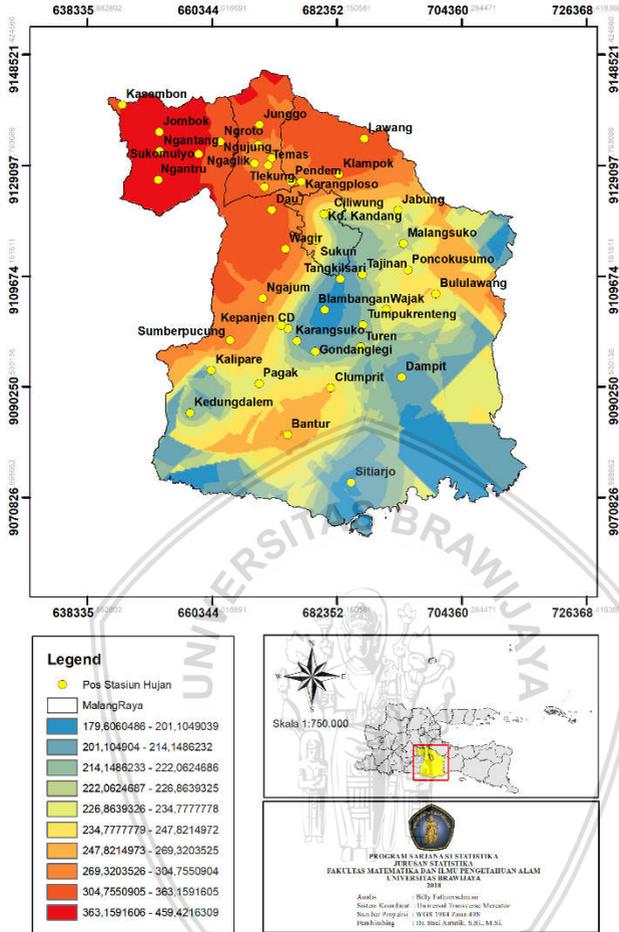
b. Model *Pentaspherical*

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left[\frac{15}{8} \frac{h}{a} - \frac{5}{4} \left(\frac{h}{a} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{h}{a} \right)^5 \right] \\ 0 \end{cases}$$

$$\gamma(h) = \begin{cases} 8489,169 + 5246,598 \left[\frac{15}{8} \frac{h}{19887,13} - \frac{5}{4} \left(\frac{h}{19887,13} \right)^3 + \frac{3}{8} \left(\frac{h}{19887,13} \right)^5 \right] \\ 0 \end{cases}$$

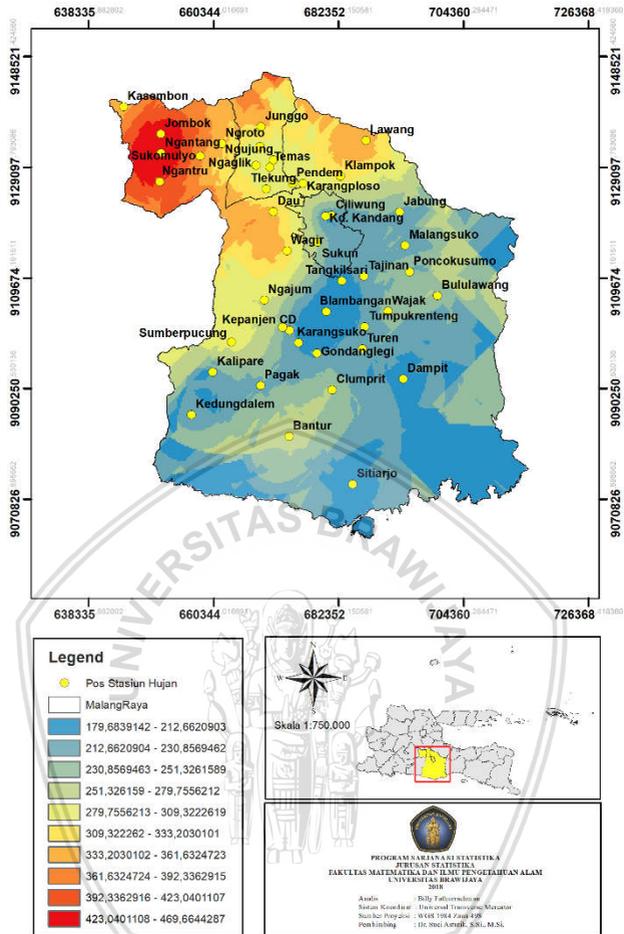
4.4 Peta Hasil Interpolasi *Universal Kriging* Menggunakan *Semivariogram Spherical* dan *Pentaspherical*

Proses analisis selanjutnya yang harus dilakukan setelah memodelkan *semivariogram* isotropik *spherical* dan *pentaspherical* adalah menginterpolasikan data curah hujan wilayah Malang Raya bulan Maret tahun 2017 dengan menggunakan metode *Universal Kriging*. Tabel hasil prediksi curah hujan dengan interpolasi *Universal Kriging* dapat dilihat pada Lampiran 4-5. Peta hasil interpolasi curah hujan dengan menggunakan metode *Universal Kriging* dapat dilihat pada Gambar 4.7 dan 4.8 yang mana hasil interpolasi tersebut dikelompokkan menjadi 10 kelas diurutkan dari daerah yang memiliki nilai prediksi paling kecil dengan warna biru hingga daerah yang memiliki nilai prediksi paling tinggi dengan warna merah. Hasil dari interpolasi *Universal Kriging* dapat dilihat pada Gambar 4.7 dan 4.8 sebagai berikut:



Gambar 4.7 Peta Prediksi Curah Hujan Di Wilayah Malang Raya Bulan Maret Tahun 2017 Dengan *Semivariogram Spherical*

Berdasarkan Gambar 4.7 hasil interpolasi dikelompokkan menjadi 10 kelas dan dari setiap kelas memiliki warna yang berbeda. Semakin tinggi hasil interpolasi curah hujan maka warna pada peta akan memiliki warna merah, dan apabila semakin rendah hasil interpolasi curah hujan maka warna peta akan berwarna biru. Berdasarkan hasil interpolasi menggunakan *semivariogram spherical* pada Gambar 4.7, kelas paling tinggi dari hasil interpolasi curah hujan adalah antara 363,16mm – 459,42mm dan kelas paling rendah adalah antara 179,6mm – 201,1mm.



Gambar 4.8 Peta Prediksi Curah Hujan di Wilayah Malang Raya Bulan Maret Tahun 2017 Dengan *Semivariogram Pentaspherical*

Berdasarkan Gambar 4.8 hasil interpolasi dikelompokkan menjadi 10 kelas dan dari setiap kelas memiliki warna yang berbeda. Semakin tinggi hasil interpolasi curah hujan maka warna pada peta akan menjadi berwarna merah. Kemudian apabila semakin rendah hasil interpolasi curah hujan maka warna peta akan berwarna biru. Berdasarkan hasil interpolasi menggunakan *semivariogram pentaspherical* pada Gambar 4.8, kelas paling tinggi dari hasil interpolasi curah hujan adalah antara 423,04mm – 469,66mm dan kelas paling rendah adalah antara 179,68 mm – 212,66 mm.

4.5 Cross Validation

Untuk mengetahui model *semivariogram* yang menghasilkan hasil interpolasi terbaik maka dilakukan proses *cross validation* pada masing-masing hasil interpolasi dari data tingkat curah hujan di Malang Raya bulan Maret tahun 2017. Hasil *cross validation* yang didapatkan adalah berupa nilai RMSE dari masing-masing *semivariogram* yang kemudian dibandingkan untuk mendapatkan *semivariogram* dengan hasil interpolasi terbaik. Hasil *cross validation* berupa nilai RMSE dari kedua model yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Nilai RMSE *Semivariogram Spherical* dan *Pentaspheical*

<i>Semivariogram</i>	RMSE
<i>Spherical</i>	121,3293
<i>Pentaspheical</i>	120,6066

Berdasarkan hasil perhitungan RMSE yang disajikan pada Tabel 4.1, dapat diketahui bahwa hasil estimasi metode interpolasi spasial *Universal Kriging* pada data curah hujan bulan Maret tahun 2017 di Malang Raya menggunakan model *semivariogram pentaspheical* memiliki nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan hasil estimasi metode interpolasi spasial *Universal Kriging* pada data curah hujan bulan Maret tahun 2017 di Malang Raya menggunakan model *semivariogram spherical*.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan mengenai penerapan metode *Universal Kriging* pada data curah hujan bulan Maret tahun 2017 di Malang Raya, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Model *semivariogram pentaspherical* merupakan model *semivariogram* yang lebih baik digunakan untuk menginterpolasi curah hujan bulan Maret tahun 2017 di wilayah Malang Raya menggunakan metode *Universal Kriging* karena memiliki nilai RMSE terkecil yaitu sebesar 120,6066 dibandingkan dengan model *spherical* yang memiliki nilai RMSE sebesar 121,3293.
2. Hasil interpolasi curah hujan Malang Raya bulan Maret tahun 2017 menggunakan metode *Universal Kriging* dengan model *semivariogram pentaspherical* menghasilkan peta prediksi curah hujan yang menunjukkan daerah dengan tingkat curah hujan yang paling tinggi terletak pada daerah Kabupaten Malang, yaitu di sekitar pos stasiun hujan Jombok dan Ngantang. Sedangkan daerah yang memiliki tingkat curah hujan paling rendah terletak di Kabupaten Malang yaitu di sekitar pos stasiun hujan Tangkilsari, Blambangan, Karangsono, Gondanglegi, Dampit dan Sitarjo.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan terdapat beberapa saran yang dapat diberikan demi penyempurnaan hasil penelitian sebagai berikut:

1. Pada penelitian selanjutnya, disarankan untuk menggunakan *semivariogram* isotropik lain atau menggunakan *semivariogram* anisotropik agar mendapatkan hasil interpolasi yang lebih baik.
2. Perlu ditambahkan beberapa titik pengamatan hujan di daerah Malang Raya bagian Tenggara agar pengamatan curah hujan di wilayah Malang Raya dapat lebih baik.



DAFTAR PUSTAKA

- Bahtiyar, A.D.R., Hoyyi, A., dan Yasin, H. 2014. *Ordinary Kriging Dalam Estimasi Curah Hujan Di Kota Semarang*. Semarang: Jurnal Gaussian Volume 3, Nomer 2.
- Bohling, G. 2005. *Introduction to Geostatistics and Variogram Analysis*. Kansas Geological Survei. Kansas. <http://people.ku.edu/~ghobling/cpe940>.
- Cressie, N.A.C. 1993. *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Fischer, M.M., dan Getis, A. 2010. *Handbook of Applied Spatial Analysis*. Jerman: Springer.
- Gaetan, C. dan Guyon X. 2010. *Spatial Statistics and Modelling*. New York: Springer Heidelberg Dordrecht London.
- Gultom, H.A. 2005. *Bab VII Model Data Dalam Spasial SIG*. Jakarta: harrisanggara.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/48851/gis-bab7.pdf. diakses pada 18 Maret 2018.
- Gundogdu, K.S., Guney.I. 2006. *Spatial Analyses of Groundwater Levels Using Universal Kriging*. India: J.Earth Syst.Sci.
- Hadi, B.S. 2013. *Metode Interpolasi Spasial Dalam Studi Geografi*. Yogyakarta: Geomedia.
- Hidayat, S. 2008. *Pengembangan Sumber Daya Air*. Jakarta: Pusat Pengembangan Bahan Ajar-UMB.
- Kartasapoetra, A.G. 2004. *Klimatologi: Pengaruh Iklim Terhadap Tanah dan Tanaman*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Kis, M. 2016. *Comparison of Ordinary and Universal Kriging Interpolation Techniques on a Depth Variable (A Case of Linier Spatial Trend), Case Study of the Sandrovac Field*. Croatia: The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin.
- Laksana, E.A. 2010. *Analisis Data Geostatistika Dengan Universal Kriging*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.

- LeMay, N.E. 1995. *Variogram Modelling and Estimation*. Denver: Thesis Master of Science Applied Mathematics, University of Colorado.
- Ly, S., Charles, C., dan Degre, S. 2010. *Geostatistical Interpolation of Daily Rainfall at Catchment Scale: The Use of Several Variogram Models in the Ourthe and Ambleve Catchments, Belgium*. Belgia: Copernicus Publications.
- Montero, J.S., Aviles, G. F., dan Mateu, J. 2015. *Spatial and Spatio-Temporal Geostatistical Modeling and Kriging*. United Kingdom: Wiley.
- Nastiti, V. R. S. 2012. *Perbandingan Metode Interpolasi Spasial Universal Kriging Dan Trend Surface Analysis Pada Kasus Daerah Aliran Sungai (DAS) Ngasinan*. Malang: Universitas Brawijaya.
- Olea, R.A. 1999. *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists*. United States of America: Kluwer Academic Publishers.
- Prasasti, I.H., Wijayanto, dan M. Christianto. 2005. *Analisis Penerapan Metode Kriging dan Invers Distance Pada Interpolasi Data Dugaan Suhu, Air Mampu Curah (AMC) dan Indeks Stabilitas Atmosfer (ISA) dari Data Noaa-Tovs*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Puntodewo, A., Dewi, S. dan Taringan, J. 2003. *Sistem Informasi Geografis untuk Pengelolaan Sumber Daya Alam*. Bogor: CIFOR.
- Sosrodarsono, S. dan Takeda, K. 1978. *Hidrologi Untuk Pengairan*. Jakarta: PT. Pradnya Paramita.
- Tatalovich, Z. 2005. *A Comparison of Thiessen Polygon, Kriging and Spline Models of UV Exposure*. Retrieved from www.ucgis.org/summer2005.studentpapers/tatalovich.pdf.
- Triatmodjo, B. 2008. *Hidrologi Terapan*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Wackernagel, H. 2003. *Multivariate Geostatistics : An Introduction with Applications*. New York: Springer- Verlag Berlin Heidelberg.
- Webster, R. dan Oliver, M.A. 2007. *Geostatistics for Environmental Scientists*. United Kingdom: Wiley.