PERBANDINGAN REGRESI *ROBUST* PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL

SKRIPSI

Oleh:
REZA ADITYA
145090501111050

PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018

PERBANDINGAN REGRESI *ROBUST* PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika dalam bidang Statistika

oleh:
REZA ADITYA
145090501111050

PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI
PERBANDINGAN REGRESI *ROBUST* PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL

oleh:
REZA ADITYA
145090501111050

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 27 Desember 2018
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika dalam bidang Statistika

Dosen Pembimbing

Dr. Adji Achmad Rinaldo F., S.Si., M.Sc
NIP. 198109082005011001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA
Universitas Brawijaya

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D
NIP. 197603281999032001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**: REZA ADITYA**
NIM	**: 145090501111050**
Jurusan	**: STATISTIKA**
Skripsi Berjudul	**:**

PERBANDINGAN REGRESI *ROBUST* PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung risiko.**

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, Desember 2018
yang menyatakan,

REZA ADITYA
NIM. 145090501111050

PERBANDINGAN REGRESI *ROBUST* PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL

ABSTRAK

Metode regresi *robust* dibutuhkan untuk mendapatkan model yang cocok atau penduga parameter yang tepat ketika data mengandung pencilan dan memiliki distribusi yang tidak normal. Salah satu metode regresi *robust* yang dapat digunakan adalah penduga-M dan penduga-S. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode *robust* penduga-M dan penduga-S pada data gizi buruk di Kabupaten/Kota Jawa Timur tahun 2012 – 2017. Variabel bebas yang digunakan pada penelitian ini adalah penduduk miskin (%), kepadatan penduduk ($/km^2$), dan sarana kesehatan (unit). Dari hasil nilai efisien relatif, metode regresi *robust* penduga-M merupakan metode yang paling efektif digunakan untuk menduga Gizi Buruk di Kabupaten/Kota Jawa Timur tahun 2012 – 2017 dibandingkan metode regresi *robust* penduga-S. Hal tersebut didukung oleh nilai efisiensi relatif metode regresi *robust* penduga-M dengan penduga-S yang menghasilkan nilai kurang dari satu yaitu sebesar 0.1545622.

Kata Kunci: Gizi Buruk, Penduga-M, Penduga-S

COMPARISON OF ROBUST REGRESSION M-ESTIMATOR AND S-ESTIMATOR WITH LONGITUDINAL DATA

ABSTRACT

Robust regression methods are needed to get the right model or the right parameter estimator when the data contains outliers and has an abnormal distribution. One robust regression method that can be used is M-estimator and S-estimator. This study aims to compare the robust estimator-M method and estimators-S on malnutrition data in the East Java Regency/City in 2012 - 2017. The independent variables used in this study were the poor (%), population density ($/km^2$), and health facilities (units). From the results of the relative efficient value, the robust estimator-M regression method is the most effective method used to predict the Poor Nutrition in East Java Regency/City in 2012-2017 compared to the robust estimator-S regression method. This is supported by the relative efficiency value of the M-estimator robust regression method with an S-estimator which produces a value of less than one that is equal to 0.1545622.

Keyword: Malnutrition, M-Estimator, S-Estimator

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi dengan berjudul “**PERBANDINGAN REGRESI ROBUST PENDUGA-M DAN PENDUGA-S DENGAN DATA LONGITUDINAL**” ini dapat terselesaikan.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari berbagai bantuan, dukungan dan do’a berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada:

1. Bapak, Ibu, Kakak dan seluruh keluarga atas cinta, kasih, doa dan dukungan yang diberikan kepada penulis.
2. Bapak Dr. Adji Achmad Rinaldo F., S.Si., M.Sc selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan, saran, dan nasihat selama proses penyusunan skripsi.
3. Ibu Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., MS selaku dosen penguji yang telah memberikan bimbingan dan saran.
4. Bapak Samingun Handoyo, S. Si., M. Cs selaku dosen penguji yang telah memberikan bimbingan dan saran.
5. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.d selaku Ketua Jurusan Statistika Universitas Brawijaya.
6. Bapak Achmad Efendi, S.Si.,M.Sc.,Ph.D selaku Ketua Program Studi Statistika Universitas Brawijaya.
7. Bapak Dr. Ir. Solimun, MS., Ibu Luthfatul A. S.Si., M.Si., dan Ibu Nurjannah, S.Si., M.Phil., Ph.D., sebagai ketua, sekretaris, dan bendahara KKU-PSBM yang telah memberikan fasilitas dan bantuan selama proses pengerjaan skripsi.
8. Ullil, Dheya, Argun, Afif, Ganang, Dhilali, dan Dewo yang telah memberikan semangat dan dukungan selama pengerjaaan skripsi.
9. Javas, Yesa, Revani, Irene, Suharsiwi, Lisa, dan Annisa yang telah memberikan semangat, dukungan, dan menemani selama pengerjaaan skripsi.
10. Teman-teman Statistika 2014, 2015, dan KKU-PSBM yang saling mendukung, mengingatkan dan bertukar informasi.

Penulis menyadari bahwa skripsi yang penulis susun masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran demi perbaikan dan penyempurnaan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis serta pembaca pada umumnya.

Malang, Desember 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Ada tiga jenis data yang dapat digunakan dalam analisis regresi antara lain: *cross-section*, *time-series*, dan longitudinal. Data longitudinal adalah data yang diperoleh dari pengamatan N subjek yang saling bebas dengan setiap subjek diamati secara berulang dalam T kurun waktu dan antar pengamatan dalam subjek yang sama saling berkorelasi (Diggle, *et al.*, 2002). Bobot (*weighted*) pada WLS digunakan untuk mengakomodir korelasi antar pengamatan untuk data longitudinal.

Analisis regresi adalah sebuah metode statistika yang berguna di semua bidang ilmu. Analisis regresi dapat diterapkan ke berbagai macam bidang, seperti dalam bidang teknik, bidang ekonomi, manajemen, serta dalam ilmu kehidupan dan sosial (Montgomery, 2009). Tujuan dari analisis regresi adalah untuk mempelajari bagaimana variabel terikat berhubungan secara linier dengan variabel bebas. Analisis regresi linier adalah metode yang digunakan untuk mengukur pengaruh satu atau lebih variabel bebas terhadap variabel terikat. Metode analisis regresi digunakan untuk mendapatkan kesimpulan dari data yang memiliki variabel bebas dan variabel terikat yang memiliki hubungan (Drapper dan Smith, 1992). Jika memiliki lebih dari satu variabel bebas maka disebut dengan analisis regresi berganda.

Menduga parameter yang terdapat pada persamaan regresi data longitudinal dapat dilakukan dengan berbagai metode. Penduga *ordinary least squares* (OLS) adalah penduga tidak bias linier terbaik dalam model linier. Metode OLS tersebut belum mampu mengakomodir adanya korelasi antar residual pada persamaan. Untuk mengatasi korelasi antar persamaan maka dilakukan optimasi *Weighted Least Square* (WLS) yang mampu mengakomodir korelasi antar persamaan menggunakan *weighted* (pembobot) berupa *invers* dari matriks varian kovarian residual. Namun, penduga OLS dan WLS akan mendapat efek jika data mengandung pencilan. Pencilan adalah data yang menyimpang dari garis regresi. Pencilan adalah data yang memiliki perbedaan karakteristik yang jauh dari karakteristik data yang lain (Drapper dan Smith, 1992). Keberadaaan data pencilan ini dapat mempengaruhi proses analisis data dan menimbulkan kesalahan dalam mengambil kesimpulan. Metode regresi *robust* dapat mengatasi data yang memiliki pencilan (Kutner, *et al.*, 2004).

Metode regresi *robust* dibutuhkan untuk mendapatkan model yang tepat atau penduga parameter yang tepat ketika data mengandung pencilan dan memiliki distribusi yang tidak normal. Metode regresi *robust* digunakan untuk mengatasi pencilan pada data dan memberikan hasil yang kuat pengaruh adanya pencilan (Rousseeuw, 1987). Metode regresi *robust* memiliki beberapa macam penduga, salah satunya yaitu menggunakan penduga-M dan penduga-S. Penduga-M memiliki efisien yang hampir sama dengan OLS yang diperkenalkan oleh Huber pada tahun 1973. Penduga-M termasuk jenis *maximum likelihood type* (Drapper dan Smith, 1992). Penduga-S adalah penduga yang memiliki *high breakdown point* untuk menduga skala residual yang diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai pada tahun 1984.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Mubarok (2018), telah dikaji model *Geographically Weighted Regression* (GWR) yang *robust* terhadap pencilan menggunakan metode regresi *robust* dengan penduga-M dengan pembobot *Ramsay* yang diaplikasikan pada data tingkat kemiskinan di Provinsi Jawa Timur tahun 2016. Model dengan penduga parameter yang didapatkan dari metode penduga-M telah sesuai digunakan dan efektif dalam menduga tingkat kemiskinan di Provinsi Jawa Timur. Hal tersebut didukung dengan nilai koefisien determinasi yang tinggi yaitu lebih dari 75% di setiap lokasi pengamatan. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Wanti (2018) yang membandingkan metode regresi *ridge robust* penduga-M dengan pembobot *Ramsay* dan metode regresi *ridge robust* penduga-M dengan pembobot *Tukey Bisquare* berdasarkan data tentang PDRB. Hasilnya model terbaik adalah metode regresi *ridge robust* penduga-M dengan pembobot *Tukey Bisquare* berdasarkan data tentang PDRB.

Penduga-M *Tukey* disarankan untuk data simulasi karena memberikan nilai *total absolute bias* (TAB) dan *total mean square* *error* (TMSE) terkecil dibandingkan penduga yang lainnya pada metode regresi *robust*, sedangkan untuk data rill disarankan menggunakan penduga-M *Hampel* (Gad dan Qura, 2016). Penelitian Susanti, *et al.* (2014) membuktikan penduga-S adalah model terbaik untuk data produksi jagung di Indonesia tahun 2011 dibandingkan dengan penduga-M dan penduga-MM.

Perbandingan metode yang digunakan pada penelitian ini menggunakan efisiensi relatif. Dua buah penduga yaitu penduga-M dan penduga-S dapat dibandingkan efisiensinya menggunakan efisiensi relatif.

Pada penelitian ini ingin diketahui perbandingan antara penduga-M dan penduga-S dengan data longitudinal yang mengandung pencilan yaitu data tentang pengaruh Gizi buruk terhadap 3 variabel yaitu, persentase penduduk miskin (%), kepadatan penduduk ($/km^2$), dan banyaknya sarana kesehatan (unit) pada kota/kabupaten yang berada di provinsi Jawa Timur dalam selang waktu 2012 sampai dengan 2017.

1.2 Rumusan Masalah Penelitan

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah manakah antara penduga-M dan penduga-S yang lebih efisien pada regresi linier berganda pada data longitudinal yang mengandung pencilan?

1.3 Batasan Masalah Penelitian

Batasan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Penerapan hanya pada data longitudinal seimbang yang mengandung pencilan.
2. Penelitian ini dibatasi dengan uji asumsi normalitas yang tidak terpenuhi.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah mengetahui metode manakah yang lebih efisien antara penduga-M dan penduga-S pada regresi linier berganda pada data longitudinal yang mengandung pencilan.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah mengetahui metode manakah yang lebih efisien antara penduga-M dan penduga-S untuk memperoleh persaman pada regresi linier berganda terhadap data longitudinal yang mengandung pencilan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Longitudinal

Data adalah hasil pengukuran atau pengamatan yang dikumpulkan dapat berupa angka-angka atau pernyataan-pernyataan yang menggambarkan perbedaaan atau persamaan suatu objek dengan yang lain pada karakteristik yang sama (Suntoyo, 1990). Data longitudinal adalah hasil pengamatan yang dilakukan terhadap beberapa subjek yang saling bebas dengan setiap subjek diamati secara berulang dalam kurun waktu yang berbeda (Wu dan Zhang, 2006).

Pada penelitian dengan data longitudinal memiliki ciri yang berbeda dibandingkan dengan *cross section* ataupun *time series*. Susunan data longitudinal pada waktu pengamatan untuk setiap subjeknya terdiri atas sejumlah *time series* yang relatif pendek. Namun, pengamatan data *time series* pada satu subjek memiliki urutan waktu yang relatif panjang. Data longitudinal pada tiap subjek yang diamati diasumsikan saling bebas satu sama lainnya dan pengamatan dalam subjek yang sama diasumsikan tidak saling bebas. Namun pada data *cross section* antar pengamatan diasumsikan independen (Wu dan Zhang, 2006).

Dibandingkan dengan data *cross section* data longitudinal memiliki beberapa keunggulan. Pertama, data longitudinal menghasilkan hasil yang sama walaupun dengan beberapa subjek. Kedua, dengan beberapa subjek yang sama menghasilkan penafsiran efek lebih efisien dalam hasil pengukuran residual. Ketiga, data longitudinal memberikan informasi tentang perubahan subjek yang diamati. Kelemahan data longitudinal, yang pertama respon antar unit waktu berkorelasi, sehingga memerlukan metode yang lebih rumit untuk menganalisa data. Kedua, keberadaan data hilang yang sering disebabkan oleh jumlah subjek yang semakin bertambah berkurang seiring bertambahnya waktu pengamatan (Hedeker dan Gibbons, 2006).

Tabel 2.1. Struktur Data Longitudinal Seimbang

Subyek (i)	Waktu Pengamatan (t)	Prediktor (X)				Respon (y_{it})
		x_{1it}	x_{2it}	$\cdots$	x_{pit}	
1	1	x_{111}	x_{211}	$\vdots$	x_{p11}	y_{11}
	2	x_{112}	x_{212}	$\vdots$	x_{p12}	y_{12}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	T	x_{11T}	x_{21T}	$\vdots$	x_{p1T}	y_{1T}
2	1	x_{121}	x_{221}	$\vdots$	x_{p21}	y_{21}
	2	x_{122}	x_{222}	$\vdots$	x_{p22}	y_{22}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	T	x_{12T}	x_{22T}	$\vdots$	x_{p2T}	y_{2T}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	1	x_{1N1}	x_{2N1}	$\vdots$	x_{pN1}	y_{N1}
	2	x_{1N2}	x_{2N2}	$\vdots$	x_{pN2}	y_{N2}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	T	x_{1NT}	x_{2NT}	$\vdots$	x_{pNT}	y_{NT}

Pada data longitudinal, notasi yang menunjukkan subjek adalah $i = 1, 2, ..., N$, dimana i merupakan subjek ke-i dan N merupakan banyaknya subjek yang diteliti. Waktu pengamatan data longitudinal dinotasikan dengan $t = 1, 2, ..., T$, dimana t menunjukkan waktu pengamatan ke-t dan T menunjukkan banyaknya waktu pengamatan.

2.2 Analisis Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier berganda adalah suatu analisis statistika yang digunakan jika terdapat lebih dari satu variabel bebas (*X*) yang dapat mempengaruhi variabel terikat (*Y*). Analisis ini bertujuan untuk menarik kesimpulan dan memodelkan hubungan antara beberapa variabel bebas terhadap variabel terikat. Model untuk regresi linier berganda menurut Kurniawan (2016) adalah sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \ldots + \beta_p x_{p1} + \varepsilon_1 \\
y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \ldots + \beta_p x_{p2} + \varepsilon_2 \\
&\vdots \\
y_n &= \beta_0 + \beta_1 x_{1n} + \beta_n x_{2n} + \ldots + \beta_p x_{pn} + \varepsilon_n
\end{aligned}
\qquad (2.1)
$$

dimana :

β_0 : *intercept* dari model

x_{pn} : variabel bebas ke-*p* pada pengamatan ke-*n* ($\ell = 1,2,\ldots,p$)

β_p : *slope* dari variabel bebas ke-*p*

ε_i : residual untuk pengamatan ke-*i*

p : banyak variabel bebas

i : 1, 2, . . . , *n*

Jika disusun dalam bentuk matriks pada persamaan (2.1) menurut Drapper dan Smith (1992) sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Atau

$$\underset{\sim}{y} = \mathbf{x}\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad (2.2)$$

dimana :

$\underset{\sim}{y}$: vektor variabel terikat berukuran $n \times 1$

$\mathbf{X}$: matriks variabel bebas berukuran $n \times (p + 1)$

$\underset{\sim}{\beta}$: vektor koefisien regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$: vektor variabel acak residual berukuran $n \times 1$

Asumsi yang digunakan untuk melandasi residual, sebagai berikut.

$$\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N_n\left(\underset{\sim}{0}, \mathbf{\Sigma}\right) \qquad (2.3)$$

2.2.1 Analisis Regresi Linier Berganda Data Longitudinal

Hubungan antara tiga variabel bebas dengan variabel terikat untuk data *cross section* yang melibatkan N pengamatan dituliskan dalam model regresi sebagai berikut.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i ; \ell = 1, \ldots, p; i = 1, 2, \ldots, N \qquad (2.4)$$

Hubungan antara tiga variabel bebas dengan variabel terikat untuk data longitudinal yang melibatkan *N* subjek pada *T* pengamatan setiap subjek dituliskan dalam model regresi sebagai berikut.

$$y_{it} = (\beta_0 + b_{0i}) + (\beta_1 + b_{1i}) x_{1it} + (\beta_2 + b_{2i}) x_{2it} + (\beta_3 + b_{3i}) x_{3it} + \varepsilon_{it} \qquad (2.5)$$

$$dengan,\ \ell = 1, \ldots, p; i = 1, 2, \ldots, N; t = 1, 2, \ldots, T$$

dimana:

y_{it} : variabel terikat pada subjek ke-*i* dan pengamatan waktu ke-*t*,

x_{pit} : variabel bebas ke-*p* pada subjek ke-*i* dan pengamatan waktu ke-*t*,

β_0 : *intercept* dari model

b_{0i} : *intercept* untuk subjek ke-*i*

β_p : *slope* dari variabel bebas ke-*p*

b_{pi} : *slope* dari variabel bebas ke-*p* untuk subjek ke-*i*

N : banyaknya subjek,

T : banyaknya pengamatan setiap subjek,

p : banyaknya variabel bebas,

ε_{it} : residual pada subjek ke-*i* dan pengamatan waktu ke-*t*,

Berdasarkan persamaan (2.5) matriks model regresi untuk data longitudinal dengan N = 8 dan T = 6 sebagai berikut.

$$
\left[\begin{array}{c} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{16} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{26} \\ y_{31} \\ y_{32} \\ \vdots \\ y_{36} \\ y_{41} \\ y_{42} \\ \vdots \\ y_{46} \\ y_{51} \\ y_{52} \\ \vdots \\ y_{56} \\ y_{61} \\ y_{62} \\ \vdots \\ y_{66} \\ y_{71} \\ y_{72} \\ \vdots \\ y_{76} \\ y_{81} \\ y_{82} \\ \vdots \\ y_{86} \end{array}\right]
=
\left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccc}
1 & x_{111} & x_{211} & x_{311} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & x_{112} & x_{212} & x_{312} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & x_{116} & x_{216} & x_{316} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{121} & x_{221} & x_{321} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{122} & x_{222} & x_{322} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{126} & x_{226} & x_{326} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{131} & x_{231} & x_{331} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{132} & x_{232} & x_{332} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{136} & x_{236} & x_{336} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{141} & x_{241} & x_{341} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{142} & x_{242} & x_{342} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{146} & x_{246} & x_{346} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{151} & x_{251} & x_{351} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{152} & x_{252} & x_{352} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{156} & x_{256} & x_{356} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{161} & x_{261} & x_{361} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{162} & x_{262} & x_{362} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{166} & x_{266} & x_{366} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{171} & x_{271} & x_{371} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{172} & x_{272} & x_{372} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{176} & x_{276} & x_{376} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{181} & x_{281} & x_{381} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{182} & x_{282} & x_{382} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_{186} & x_{286} & x_{386}
\end{array}\right]
\left[\begin{array}{c} \beta_0+b_{01} \\ \beta_1+b_{11} \\ \beta_2+b_{21} \\ \beta_3+b_{31} \\ \beta_0+b_{02} \\ \beta_1+b_{12} \\ \beta_2+b_{22} \\ \beta_3+b_{32} \\ \beta_0+b_{03} \\ \beta_1+b_{13} \\ \beta_2+b_{23} \\ \beta_3+b_{33} \\ \beta_0+b_{04} \\ \beta_1+b_{14} \\ \beta_2+b_{24} \\ \beta_3+b_{34} \\ \beta_0+b_{05} \\ \beta_1+b_{15} \\ \beta_2+b_{25} \\ \beta_3+b_{35} \\ \beta_0+b_{06} \\ \beta_1+b_{16} \\ \beta_2+b_{26} \\ \beta_3+b_{36} \\ \beta_0+b_{07} \\ \beta_1+b_{17} \\ \beta_2+b_{27} \\ \beta_3+b_{37} \\ \beta_0+b_{08} \\ \beta_1+b_{18} \\ \beta_2+b_{28} \\ \beta_3+b_{38} \end{array}\right]
+
\left[\begin{array}{c} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{26} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{32} \\ \vdots \\ \varepsilon_{36} \\ \varepsilon_{41} \\ \varepsilon_{42} \\ \vdots \\ \varepsilon_{46} \\ \varepsilon_{51} \\ \varepsilon_{52} \\ \vdots \\ \varepsilon_{56} \\ \varepsilon_{61} \\ \varepsilon_{62} \\ \vdots \\ \varepsilon_{66} \\ \varepsilon_{71} \\ \varepsilon_{72} \\ \vdots \\ \varepsilon_{76} \\ \varepsilon_{81} \\ \varepsilon_{82} \\ \vdots \\ \varepsilon_{86} \end{array}\right]
\tag{2.6}
$$

Matriks di atas dapat dimodifikasi sebagai berikut.

$$
\underset{\sim}{y}_{it} = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}
\qquad
\left[x_{it}\right] = \begin{bmatrix} 1 & x_{1i1} & x_{2i1} & x_{3i1} \\ 1 & x_{1i2} & x_{2i2} & x_{3i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{piT} & x_{piT} & x_{piT} \end{bmatrix}
\qquad
\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{b}_i = \begin{bmatrix} \beta_0 + b_{0i} \\ \beta_1 + b_{1i} \\ \vdots \\ \beta_p + b_{pi} \end{bmatrix}
\qquad
\underset{\sim}{\varepsilon}_{it} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}
$$

Dari empat persamaan maka didapat matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{y}_{1t} \\ \underset{\sim}{y}_{2t} \\ \underset{\sim}{y}_{3t} \\ \underset{\sim}{y}_{4t} \\ \underset{\sim}{y}_{5t} \\ \underset{\sim}{y}_{6t} \\ \underset{\sim}{y}_{7t} \\ \underset{\sim}{y}_{8t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x_{p1t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{x_{p2t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p3t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p4t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p5t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p6t}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p7t}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{x_{p8t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p1} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p2} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p3} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p4} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p5} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p6} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p7} \\ \underset{\sim}{\beta}_p + \underset{\sim}{b}_{p8} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\varepsilon}_{1t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{2t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{3t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{4t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{5t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{6t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{7t} \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_{8t} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Pada model regresi untuk data longitudinal, residual $\left(\underset{\sim}{\varepsilon}\right)$ diasumsikan berdistribusi normal *NT-variat* dengan *mean* $\boldsymbol{E}(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \underset{\sim}{0}$ (vektor berukuran *NT*) dan matriks varians-kovarians Var $(\underset{\sim}{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Sigma}$ (matriks berukuran *NT*×*NT*) , sebagai berikut.

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\mathbf{11}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\mathbf{22}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{\mathbf{NT}} \end{bmatrix}_{NT\times NT} \tag{2.8}$$

Bentuk matriks $\boldsymbol{\Sigma}$ dapat disederhanakan menjadi sub-matriks, sehingga dapat disajikan sebagai berikut.

$$\rho^{T-T}\sigma_i^2 = \sigma_i^2$$

$$\rho_i = \frac{\gamma_i}{\sqrt{\sigma_i^2\sigma_i^2}} = \frac{\gamma_i}{\sigma_i^2} \tag{2.9}$$

$$\rho^0 = 1$$

dimana: $i = 1, 2, \ldots, N$

$$\mathbf{\Sigma_i} = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & \rho\sigma_i^2 & \rho^2\sigma_i^2 & \cdots \rho^{T-1}\sigma_i^2 \\ \rho\sigma_i^2 & \sigma_i^2 & \rho\sigma_i^2 & \cdots \rho^{T-2}\sigma_i^2 \\ \rho^2\sigma_i^2 & \rho\sigma_i^2 & \sigma_i^2 & \cdots \rho^{T-3}\sigma_i^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho^{T-1}\sigma_i^2 & \rho^{T-2}\sigma_i^2 & \rho^{T-3}\sigma_i^2 & \cdots \quad \sigma_i^2 \end{bmatrix}_{T\times T} \tag{2.10}$$

dimana: $i = 1, 2, \ldots, N$

Asumsi homogen pada $\sigma_i^2 = \sigma_i^2 = \sigma_i^2 = \ldots = \sigma_i^2 = \sigma^2$, struktur matriks kovarians dinotasikan dengan struktur *Autoregressive* (AR) yang memiliki dua parameter untuk mendefinisikan semua varians dan kovarians yaitu parameter varians σ^2 dan parameter korelasi ρ .

$$\sigma_i^2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \cdots \rho^{T-1} \\ \rho & 1 & \rho & \cdots \rho^{T-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \cdots \rho^{T-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho^{T-1} & \rho^{T-2} & \rho^{T-3} & \cdots \quad 1 \end{bmatrix}_{T\times T} \tag{2.11}$$

2.3 Asumsi Pada Analisis Regresi Berganda

2.3.1 Uji Normalitas

Metode yang digunakan untuk uji normalitas adalah *Kolmogrov-Smirnov* yang merupakan salah satu bagian dari *goodness of fit* (Sheskin, 2000).

Prosedur uji *Kolmogrov-Smirnov* sebagai berikut.

a) Hipotesis:
   $H_0: F_N(X) = F_0(X)$ (residual berdistribusi normal), vs
   $H_1: F_N(X) \neq F_0(X)$ (residual tidak berdistribusi normal)

b) Statistik *Kolmogrov-Smirnov*

$$D_N = \sup\left[\left|F_N(X) - F_0(X)\right|\right] \tag{2.12}$$

dimana:

D_N : selisih mutlak maksimum antara fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_N(X)$: fungsi peluang kumulatif pengamatan

$F_0(X)$: fungsi peluang kumulatif distribusi normal

c) Terima H_0 jika statistik uji $D_N \leq D_{tabel}$ maka residual berdistribusi normal.

2.3.2 Uji Linieritas

Uji linieritas digunakan untuk mengetahui bentuk kurva regresi dengan tepat. Jika asumsi linieritas tidak terpenuhi maka bentuk hubungan variabel bebas dan variabel terikat adalah tidak linier. Salah satu metode untuk menguji linieritas hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas adalah *regression specification error test* (RESET) adalah sebagai berikut (Gujarati, 2004).

a) Persamaan regresi pertama sebagai berikut.

$$Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 X_{it} + \varepsilon_{it}$$

Pendugaan parameter dengan pendekatan OLS sebagai berikut.

$$Y_{it} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{it}$$

Kemudian melakukan perhitungan R_1^2.

$$R_1^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{it} - \hat{Y}_{it}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{it} - \bar{Y}_{it}\right)^2}$$

b) Diperoleh persamaan regresi kedua sebagai berikut.

$$Y_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1it} + \alpha_2 \hat{Y}_{it}^{\,2} + \alpha_3 \hat{Y}_{it}^{\,3} + \varepsilon_{it}$$

Kemudian melakukan perhitungan R_2^2.

$$R_2^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{it} - \hat{Y}_{it}^{*}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{it} - \bar{Y}_{it}\right)^2}$$

c) Pengujian bentuk hubungan variabel bebas dan variabel terikat linier atau nonlinier sebagai berikut.

- Hipotesis:
  $H_0: \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, vs
  H_1: minimal ada satu $\alpha_j \neq 0, j = 2{,}3$
- Statistik uji mengikuti sebaran F sebagai berikut.

$$F = \frac{\left(R_2^2 - R_1^2\right)/2}{\left(1 - R_2^2\right)/\left(n - (k+2)\right)} \sim F_{\alpha(k-1, n-k-2)} \qquad (2.13)$$

- Keputusan untuk terima H_0 jika statistik uji F<titik kritis $F_{\alpha(k-1,n-k-2)}$ maka hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat adalah nonlinier.

2.3.3 Uji Multikolinieritas

Multikolinieritas terjadi karena adanya korelasi linier di antara dua atau lebih variabel bebas yang jika diantara variabel-variabel bebas yang digunakan sama sekali tidak terjadi korelasi satu dengan yang lain, maka bisa diartikan bahwa tidak terjadi multikolinieritas. Jika asumsi multikolinieritas tidak terpenuhi akan menyebabkan sangat sulitnya untuk memisahkan pengaruh masing– masing variabel bebas terhadap variabel terikat (Djarwanto, 2011).

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendetekasi multikolinieritas atau tidak yaitu dengan melihat nilai dari VIF *(Variance Inflaction Factor)* dari masing – masing variabel bebas. VIF adalah besarnya ukuran keragaman total yang peubahnya dapat dijelaskan oleh keragaman variabel bebas yang lain. Nilai VIF dapat didefinisikan sebagai berikut (Gujarati, 1999).

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \qquad (2.14)$$

$$R_j^2 = \frac{JK_{reg}}{JK_{total}} \quad (2.15)$$

dimana:

j = 1, 2, 3, ..., p

p = banyaknya variabel bebas

R_j^2 = koefisien determinasi antar variabel bebas X_j dengan variabel bebas lain

JK_{reg} = jumlah kuadrat regresi = $\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{Y}_{it} - \bar{Y}_{it}\right)^2$

JK_{total} = jumlah kuadrat total = $\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{it} - \bar{Y}_{it}\right)^2$

Koefisien determinasi atau R_j^2 dapat ditentukan dengan cara meregresikan variabel bebas X_j dengan semua variabel bebas lain. Jika nilai dari VIF yang didapat semakin besar, maka diantara variabel bebas yang ada terdapat korelasi yang semakin besar. Jika terdapat VIF $\geq$ 10 maka korelasi diantara variabel bebas sangat tinggi dan juga berlaku sebaliknya (Bowerman dan O'Connel, 1990).

2.3.4 Uji Heteroskedastisitas

Menurut Algifari (2009), akibat dari adanya heteroskedastisitas dalam regresi adalah pendugaan yang didapat tidak efisien, baik dalam sampel kecil maupun sampel besar. Meskipun pendugaan yang didapatkan menghasilkan populasi yang tidak bias dan bertambahnya sampel yang digunakan akan mendekati nilai sebenarnya (konsisten). Karena varian yang didapat tidak minimum (tidak efisien). Salah satu cara yang dapat untuk mengatasi adanya heteroskedastisitas pada regresi yaitu dengan melakukan pengujian korelasi ranking *spearman*. Korelasi ranking *Spearman* (r_s) dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$r_s = 1 - 6\left(\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} d_{it}^2}{NT((NT)^2 - 1)}\right) \quad (2.16)$$

dimana:

d_{it} : selisish ranking standar deviasi (S) dan ranking nilai mutlak residual (e). Nilai $e_{it} = Y_{it} - \bar{Y}$

N : banyaknya sampel

Dalam uji ini, menggunakan distribusi t dengan cara yaitu membandingkan nilai dari t_{hitung} dengan t_{tabel}. Jika nilai t_{hitung} lebih besar dari nilai t_{tabel}, maka kesimpulan yang didapat menolak hipotesis nol (H_0) yang menyatakan tidak terdapat heteroskedastisitas pada model regresi. Dengan kata lain, model tersebut mengandung heteroskedastisitas.

Nilai dari t_{hitung} dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut.

$$t = \frac{r_s\sqrt{T(N-2)}}{\sqrt{1-r_s^2}} \quad (2.17)$$

Nilai t_{hitung} ini dibandingkan dengan nilai dari t_{tabel} yang dapat ditentukan melalui tabel distribusi t pada α yang digunakan dan derajat bebas (*degree of freedom*) = *T(N – 2)*, dimana T adalah banyaknya kurun waktu dan N adalah banyaknya subjek.

2.4 Pencilan

Pencilan adalah sebuah pengamatan yang letaknya tidak mengikuti pola secara umum yang mungkin dapat berpengaruh besar terhadap *slope* regresi (Sembiring, 1995).

Jika terdapat sebuah masalah yang berkaitan dengan pencilan, maka harus terlebih dahulu diidentifikasi masalah pencilan yang terjadi. Salah satunya yaitu menghilangkan atau menyisihkan pencilan dari kelompok data, lalu dilakukan analisis kembali tanpa pencilan. Adanya pencilan disebabkan karena terdapat kesalahan amatan atau terdapat pengamatan yang ekstrim yang tidak bisa dihindarkan keberadaanya. Hal- hal yang seperti itu adalah sebagian kecil dari timbulnya masalah pencilan. Jika sebuah pencilan memiliki nilai residual yang besar, maka dapat menyebabkan ragam residual dan *Standard error* bernilai semakin tinggi. Dapat mempengaruhi selang kepercayaan menjadi bernilai lebih besar dan pendugaan menjadi tidak efisien dan tidak konsisten (Barnet dan lewis, 1994).

2.5 Pendektesian Pencilan

Terdapat beberapa cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi dan mengidentifikasi adanya sebuah pencilan menurut Bowerman dan O'Connel (1990), antara lain:

2.5.1 Nilai Pengaruh (*Leverage value)*

Menurut Kutner, *et al.* (2004), untuk mendeteksi pencilan, dapat dideteksi menggunakan nilai pengaruh atau *leverage* dengan cara melakukan identifikasi pada variabel bebas sebagai berikut.

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}\left(\mathbf{X}'\mathbf{X}\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{X}' \tag{2.18}$$

H adalah sebuah matrik yang berukuran *NT x NT* dan **X** adalah matriks *NT x (Np+1)* dimana *NT* merupakan banyaknya data periode ke-T dan *p* adalah jumlah slope variabel bebas ditambah 1 sebagai nilai konstanta. Diagonal dari nilai H berisi nilai-nilai *leverage*, jadi untuk subyek *leverage* ke i = 1, 2, . . . , N dan periode ke $t = 1, 2, ..., T$ dapat didefinisikan bahwa h_{it} merupakan nilai dari baris ke-i dan dan kolom ke-*t* dari **H** dan $\mathbf{X_{it}}$ adalah nilai vektor yang berisi nilai–nilai dari variabel bebas dalam pengamatan ke-*i* periode ke-*t*.

$$\mathbf{h}_{it} = \mathbf{X}_{it}\left(\mathbf{X}'_{it}\mathbf{X}_{it}\right)^{\mathbf{-1}}\mathbf{X}'_{it} \tag{2.19}$$

Menurut Cohen (2003), setiap kasus dapat menggambarkan suatu subyek yang tertelak pada *scatterplot x* atau variabel bebas dalam suatu regresi. Jika hanya terdapat satu variabel bebas, maka nilai *Leverage* sebagai berikut.

$$Leverage = h_{it} = \frac{1}{NT} + \frac{\left(X_{it} - \bar{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(X_{it} - \bar{X}\right)^2} \tag{2.20}$$

dimana:

h_{it} : *leverage* subyek ke-*i* periode ke-*t*

NT : banyaknya data

X_{it} : nilai untuk kasus ke-*i* periode ke-*t*

$\bar{X}$: rata-rata dari X

Jika subyek ke-*i* memiliki nilai $\bar{X}$, pada persamaan (2.28) akan menghasilkan nilai 0 dan h_{it} akan memiliki kemungkinan nilai minimum $\frac{1}{NT}$ dan jika skor ke-*i* pada X menjadi jauh dari $\bar{X}$, maka akan menaikan h_{it}. Nilai maksimum dari h_{ii} adalah 1 dan mean dari *leverage* untuk NT subyek dalam suatu sampel adalah $\bar{X}_{h_{it}} = (Np + 1)/NT$, dengan p merupakan jumlah dari variabel bebas dan NT adalah banyaknya data.

Nilai *Leverage* yang termasuk dalam kategori pencilan, didasarkan pada sebuah nilai *cutoff* dengan cara membandingkan nilai h_{ii} dengan nilai *cutoff* yang telah ditentukan. Adapun hipotesis untuk menentukan hasil dari nilai *Leverage* adalah:

H_0 : $h_{it} \leq cutoff$, maka data bukan merupakan *outlier* vs
H_1 : $h_{it} > cutoff$, maka data merupakan *outlier*

$$Cutoff = \frac{2N(p+1)}{NT}$$

$$Cutoff = \frac{2(p+1)}{T} \tag{2.21}$$

2.5.2 *Studenttized Deleted Residual* (TRES)

TRES adalah sebuah statistik uji yang digunakan untuk memeriksa adanya pencilan pada variabel terikat *Y*. Adapun Hipotesis yang melandasi pada pengujian ini adalah (Kutner, *et al*., 2004).

H_o : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* bukan merupakan pencilan
H_1 : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* merupakan pencilan

$$TRES_{it} = e_{it}\left[\frac{NT - Np - 2}{JKS\left(1 - h_{it}\right) - e_{it}^{2}}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.22}$$

dimana:

e_{it} = $y_{it} - \hat{y}_{it}$
h_{it} = Nilai *Leverage*
JKR = Jumlah kuadrat residual
N = Banyak Subjek
p = Banyak variabel bebas
NT = Banyak pengamatan (*i* = 1, 2, . . . , *NT*)

Dengan kriteria pengujian yang melandasi keputusan sebagai berikut.

$$|TRES_{it}| \begin{cases} \leq \; t_{\frac{\alpha}{2}N(T-p-2)} & , H_0 diterima \\ > t_{\frac{\alpha}{2}N(T-p-2)} & , H_1 diterima \end{cases} \tag{2.23}$$

Semua nilai yang mungkin dari $|TRES_{it}|$ mengikuti sebaran *t* dengan derajat bebas *N(T-p-2)*.

2.6 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh

Menurut Cohen, *et al.* (2003) salah satu metode untuk mendeteksi adanya pencilan pada data adalah dengan melihat nilai pengaruhnya. Pengamatan berpengaruh adalah pengamatan yang memiliki pengaruh besar terhadap pendugaan *slope* regresi yang memberi informasi mengenai bagaimana perubahan dari persamaan regresi jika kasus ke-*i* dihilangkan dari himpunan data. Metode untuk mendeteksi pengamatan berpengaruh ada 2, yaitu dengan cara *Cook's Distance* dan DFITS (*The Difference in Fits Statistics*).

2.6.1 *The Difference in Fits Statistics* (DFITS)

Metode DFITS merupakan suatu ukuran untuk mengetahui seberapa besar penyimpangan nilai duga *Y* pada sebuah data tanpa pengamatan ke-i, dan digunakan untuk mendeteksi apakah nilai tertentu memiliki pengaruh terhadap nilai duga *Y*. Secara teori, metode DFITS dapat didefinisikan menurut Cohen (2003) sebagai berikut.

$$DFITS_{it} = \frac{\hat{Y}_{it} - \hat{Y}_{it(i)}}{\sqrt{MS_{residual\,(it)} h_{it}}} \tag{2.24}$$

dimana:

$\hat{Y}_{it}$: nilai prediksi ketika subyek ke-*i* periode ke-*t* tidak dihapuskan

$\hat{Y}_{it(i)}$: nilai prediksi ketika subyek ke-*i* periode ke-*t* dihapuskan

$MS_{residual\,(it)}$: nilai variansi dari residual ketika subyek ke-*i* periode ke-*t* dihapuskan

h_{it} : nilai *Leverage* subyek ke-*i* periode ke-*t*

Kriteria pengujian untuk mengambil keputusan yaitu (Kutner, *et al.*, 2004).

$$|(DFITS)_i| \begin{cases} \leq 2\sqrt{\frac{Np+1}{NT}} & , H_0 \; diterima \\ \geq 2\sqrt{\frac{Np+1}{NT}} & , H_1 \; diterima \end{cases} \tag{2.25}$$

Hipotesis yang melandasi pengujian sebagai berikut.

H_0 : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* tidak berpengaruh

H_1 : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* berpengaruh

2.6.2 *Cook's Distance*

Cook's Distance (D_{it}) digunakan untuk mendeteksi pencilan yang berpengaruh terhadap semua koefisien regresi. Secara teori, dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$D_{it} = \frac{r_{it}^2}{p}\left[\frac{h_{it}}{(1-h_{it})}\right] \tag{2.26}$$

Dimana rumua r_{it}^2 sebagai berikut.

$$r_{it}^2 = \frac{e_{it}^2}{MS_{\text{Re}\,sdidual}(1-h_{it})} \tag{2.27}$$

Dengan mengetahui rumus dari r_{it}^2, maka persamaan (2.27) dapat disubstitusikan pada persamaan (2.26) sehingga.

$$D_{it} = \frac{(e_{it})^2}{Np.MS_{\text{Re}\,sidual}}\left[\frac{h_{it}}{(1-h_{it})^2}\right] \tag{2.28}$$

dimana:

e_{it}	: Residual ke-i
r_{it}	: *Studenttized residual*
N	: Banyaknya Subjek
p	: Banyaknya parameter termasuk β_0
h_{it}	: Nilai *Leverage* subyek ke-*i* periode ke-*t*
$MS_{Residual}$	: $\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it}-\hat{y}_{it})^2}{NT-(k+1)}$

Hipotesis yang digunakan untuk menguji adanya pengamatan berpengaruh adalah:

H_0 : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* tidak berpengaruh
H_1 : Pengamatan ke-*i* periode ke-*t* berpengaruh

Kriteria yang digunakan untuk menguji hipotesis tersebut adalah sebagai berikut.

$$D_{it}\begin{cases}\leq F_{\alpha,Np,NT-Np} & ,H_0\ diterima\\ > F_{\alpha,Np,NT-Np} & ,H_1\ diterima\end{cases} \tag{2.29}$$

2.7 Regresi *Robust*

Menurut Rousseeuw dan Leroy (1987) menjelaskan pendugaan parameter dengan menggunakan OLS memiliki kelemahan, salah satunya jika terdapat pencilan yang berpengaruh. Tidak hanya pada variabel terikat, namun dapat mempengaruhi pada variabel bebas. Jika terdapat pencilan, maka akan mengakibatkan terjadinya penyimpangan terhadap salah satu asumsi yang telah ditentukan, sehingga pendugaan yang telah dihasilkan menjadi tidak valid dan tidak dapat memenuhi asumsi yang telah ditentukan.

Salah satu penyimpangan yang dapat terjadi jika terdapat pencilan, yaitu dapat menyebabkan data berdistribusi tidak normal, sehingga asumsi tidak terpenuhi (Drapper dan Smith, 1992). Metode yang tepat untuk mengatasi adanya penyimpangan dari asumsi kenormalan yaitu dengan menggunakan regresi *robust.* Menurut Kutner, *et al.* (2004) menjelaskan bahwa untuk mengatasi adanya pencilan, regresi *robust* dapat digunakan untuk mengurangi pengaruh pencilan jika dibandingkan dengan menggunakan OLS sehingga dihasilkan penduga yang kuat dan tidak terpengaruh dengan adanya pencilan. Analisis *robust* dapat menganalisa dan mencocokan model regresi dan mengatasi titik–titik pencilan yang memiliki nilai residual besar namun tidak menghilangkan data tetapi menemukan model yang cocok dengan sebagian besar data sebagai solusi *robust*.

2.7.1 Regresi *Robust* Penduga-M

Regresi penduga-*M* pertama kali dikenalkan oleh Hubber pada tahun 1973. Penduga-*M* adalah salah satu metode yang paling sering dipakai dan dianggap baik untuk mengestimasi parameter yang disebabkan oleh pencilan. Regresi penduga-*M* adalah penduga jenis kemungkinan maksimum (*Maximum likelihood type)* (Drapper dan Smith, 1992).

Pada persamaan OLS menurut Susanti *et al.*, 2014, tujuan dari metode ini adalah meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Berikut persaaman hasil dari metode OLS.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it}-\hat{y}_{it}\right)^2=\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}e_{it}^2; i=1,2,3....,N; t=1,2,3,...,T \qquad (2.30)$$

Pada penduga *robust-M*, mengganti e_{it}^2 dengan $\rho(u_{it})$ pada persamaan (2.30), dimana nilai $u_{it}=\frac{e_{it}}{s}$. Sehingga penduga *robust-M* meminimumkan fungsi obyektif sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(u_{it}\right)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(\frac{e_{it}}{\sigma}\right)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(\frac{y_{it}-\hat{y}_{it}}{\sigma}\right); i=1,2,3,...,N; t=1,2,3,...,T \qquad (2.31)$$

Fungsi ρ memberikan kontribusi pada setiap residual dengan syarat harus memenuhi sifat sebagai berikut.

1. $\rho(u_{it}) \geq 0$
2. $\rho(0) = 0$
3. $\rho(u_{it}) = \rho(-u_i)$
4. $\rho(u_{it}) \geq \rho(u_{it})$ untuk $|e_{it}| \geq |u_{it}|$

Persamaan untuk penduga *robust-M* adalah sebagai berikut (Montgomery dan Peck, 1992).

$$\min\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(u_{it}\right)=\min\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(\frac{e_{it}}{\sigma}\right)=\min\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\rho\left(\frac{y_{it}-\hat{y}_{it}}{\sigma}\right); i=1,2,3,...,N; t=1,2,3,...,T \qquad (2.32)$$

Penduga *M* sebagai solusi pada persamaan (2.31), perlu menetapkan skala sehingga menghasilkan persamaan (2.32). Skala penduga *robust* adalah s, dengan rumus sebagai berikut.

$$s=\frac{median\left|e_{it}-median\left(e_{it}\right)\right|}{0,6745}=\frac{MAD}{0,6745} \qquad (2.33)$$

Untuk fungsi ρ, dapat menggunakan fungsi pembobot *Tukey's Bisquare* sebagai berikut.

$$\rho(u_{it}) = \begin{cases} \frac{u_{it}^2}{2} - \frac{u_{it}^4}{2c^2} + \frac{u_{it}^6}{6c^4} & |u_{it}| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & |u_{it}| > c \end{cases} \tag{2.34}$$

Pada persamaan (2.33) median bersifat tahan terhadap pencilan, oleh karena itu median digunakan dalam perhitungan penduga *robust* bagi σ. Nilai konstanta 0.6745 membuat nilai *s* sebagai penduga yang mendekati tak bias dari σ, jika *NT* berukuran besar.

Selanjutnya, dibutuhkan solusi untuk persamaan (2.30) dengan menggunakan turunan parsial pertama dari ρ terhadap β_{jt} ($j = 0, 1, \dots, p; t = 1,2, \dots, T$) dan disamadengankan nol. Jika diketahui $\psi = \rho'$ dan X_{ijt} adalah subyek ke-i pada variabel bebas ke-j pada periode ke-t, persamaan yang dilihat sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=0}^{p}\sum_{t=1}^{T} X_{ijt}\psi\left(\frac{y_{it} - \hat{y}_{it}}{s}\right) = 0 \tag{2.35}$$

Untuk memberikan solusi pada persamaan (2.35), didefinisikan terlebih dahulu suatu fungsi pembobot sebagai berikut.

$$\omega(e_{it}) = \frac{\psi\left(\frac{y_{it} - \hat{y}_{it}}{s}\right)}{\left(\frac{y_{it} - \hat{y}_{it}}{s}\right)} \tag{2.36}$$

Diketahui bahwa $u_{it} = \frac{e_{it}}{s}$, maka persamaan (2.37) dapat ditulis sebagai berikut.

$$\omega_{it} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_{it}}{c}\right)^2\right]^2, & |u_{it}| \le c \\ 0 & |u_{it}| > c \end{cases} \tag{2.37}$$

Nilai c = 4.685 untuk fungsi pembobot *Tukey's Bisquare.* Jadi persamaan (2.38) sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=0}^{p}\sum_{t=1}^{T} x_{ijt}\,\omega_{it}\left(y_{it} - \hat{y}_{it}\right) = 0 \tag{2.38}$$

Persamaan (2.38) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{Robust} = \left(\mathbf{X}'\mathbf{W}_0\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}_0\underset{\sim}{y} \tag{2.39}$$

Dimana $\mathbf{W}_0$ adalah matriks diagonal utama dari pembobot dengan elemen diagonal ke-i adalah w_{i0}. Persamaan (2.39) dikenal sebagai persamaan Kuadrat Terkecil Terboboti (WLS). (Susanti *et al.*, 2014).

Untuk menghitung penduga-*M*, dapat menggunakan iterasi dari OLS yang berbobot atau IRLS (*Iteratively Reweighted Least Square*). Langkah untuk melakukan perhitungan adalah sebagai berikut.

1. Menghitung nilai dari penduga $\hat{\beta}_{(0)}$ dari model regresi dengan OLS. Kemudian menghitung residual (e_{it}).
2. Menghitung nilai s awal (s_0) dan pembobot awal W_{i0} dari residual awal.
3. Mendapatkan nilai duga baru yang pertama ($\hat{\beta}_1$) bersifat *robust* dengan IRLS sebagai berikut:

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_1 = \left(\mathbf{X}'\mathbf{W}_0\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}_0\underset{\sim}{y}$$

4. Mengubah penduga parameter yang ada pada langkah ke-3 sebagai $\hat{\beta}_0$ pada langkah 1 dan mendapatkan residual baru, nilai s baru, dan pembobot baru.
5. Kemudian melakukan lagi langkah ke-3 dengan berulang sampai mendapat kekonvergenan. Pada akhir iterasi, selisih jumlah mutlak residual dengan jumlah mutlak pada residual iterasi sebelumnya kurang dari 1×10^{-6}, atau $\|\hat{\beta}_{(k)} - \hat{\beta}_{(k-1)}\| < 1 \times 10^{-6}$, dengan $\|\hat{\beta}_{(k)} - \hat{\beta}_{(k-1)}\| = \sqrt{\sum_{j=0}^{p-1}(\hat{\beta}_{i(k)} - \hat{\beta}_{i(k-1)})}$, dimana k merupakan indeks iterasi dan iterasi maksimal yang ditetapkan adalah 1000.

Pembobot *Tukey's Bisquare* memiliki nilai konstanta atau *tuning constant* (c) sebesar 4.685 yang dimiliki setiap pembobot (Kutner *et al*., 2004).

2.7.2 Regresi *Robust* Penduga-S

Penduga regresi yang terkait dengan skala-M adalah penduga-S yang diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai (1984). Penduga-S didasarkan oleh skala residual dari penduga-M. Metode ini menggunakan residual standar deviasi untuk mengatasi kelemahan median. Menurut Salibian dan Yohai (2006) penduga-S memiliki persamaan $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = min_{\beta}\hat{\sigma}_s(e_{11}, e_{22}, \dots, e_{NT})$ dengan meminumkan skala *robust* penduga $\hat{\sigma}_s$ dan sebagai berikut.

$$\min \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} \rho\left(\frac{y_{it} - \hat{y}_{it}}{\hat{\sigma}_s}\right); i = 1, 2, \dots, N;\ j = 0, 1, \dots, p; t = 1, 2, \dots, T \tag{2.40}$$

dimana:

$$\hat{\sigma}_{st} = \sqrt{\frac{1}{NTK}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} w_{it} e_{it}^2} \tag{2.41}$$

$K = 0.199, w_{it} = w_{\sigma}(u_{it}) = \frac{\rho(u_{it})}{{u_{it}}^2}$, dan penduganya sebagai berikut.

$$\hat{\sigma}_{st} = \frac{median\left|e_{it} - median\left(e_{it}\right)\right|}{0,6745} \tag{2.42}$$

Dan solusi untuk $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=0}^{p}\sum_{t=1}^{T} X_{ijt}\psi\left(\frac{y_{it} - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=0}^{p}\sum_{t=1}^{T} x_{ijt}\hat{\beta}_p}{\hat{\sigma}_{st}}\right) = 0; i = 1,2,...,N; j = 0,1,..., p; t = 1,2,...,T \tag{2.43}$$

ψ adalah fungsi dari ρ.

$$\psi(u_{it}) = \rho^{\cdot}(u_{it}) = \begin{cases} u_{it}\left[1 - \left(\frac{u_{it}}{c}\right)^2\right]^2, & |u_{it}| \leq c \\ 0 & |u_{it}| > c \end{cases} \tag{2.44}$$

dimana w_{it} adalah sebuah fungsi IRLS terbobot sebagai berikut.

$$w_{it}(u_{it}) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_{it}}{c}\right)^2\right]^2, & |u_{it}| \leq c \\ 0 & |u_{it}| > c \end{cases} \tag{2.45}$$

$u_{it} = \frac{e_{it}}{\sigma_{st}}$ dan $c = 1,547$.

Untuk menghitung penduga-*S*, dapat menggunakan iterasi dari OLS yang berbobot atau IRLS (*Iteratively Reweighted Least Square*). Langkah untuk melakukan perhitungan adalah sebagai berikut.

1. Menghitung nilai dari penduga $\hat{\beta}_{(0)}$ dari model regresi dengan OLS. Kemudian menghitung residual (e_{it}).
2. Menghitung nilai sebagai berikut.

$$\hat{\sigma}_{it} = \begin{cases} \frac{median|e_{it} - median(e_{it})|}{0,6745}, & iterasi = 1 \\ \sqrt{\frac{1}{NTK}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} w_{it} e_{it}^2}, & iterasi > 1 \end{cases} \quad (2.46)$$

3. Menghitung nilai $u_{it} = \frac{e_{it}}{\hat{\sigma}_{it}}$
4. Menghitung nilai bobot sebagai berikut.

$$w_{it} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_{it}}{c}\right)^2\right]^2, & iterasi = 1 \\ \frac{\rho(u)}{u^2}, & iterasi > 1 \end{cases} \quad (2.47)$$

5. Menghitung $\hat{\beta}_s$ dengan WLS dengan bobot w_{it}.
6. Kemudian melakukan lagi langkah 1-4 dengan berulang sampai mendapat kekonvergenan.

2.8 Pengujian Parameter

Untuk mengetahui adanya pengaruh atau tidak adanya pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat. Pengujian terhadap parameter dapat dilakukan dengan menggunakan Uji Parsial dan Uji Simultan (Montgomery dan Peck, 1992) sebagai berikut.

2.8.1 Uji Simultan

Uji simultan mempunyai kegunaan yang sama dengan uji parsial, tetapi pada uji ini menggunakan uji F untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat. Dengan hipotesis yang diketahui sebagai berikut (Kutner, *et al.*, 1996).

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_i = 0$ (Tidak ada pengaruh antara variabel bebas ke-i dengan variabel terikat)
H_1: minimal terdapat satu pasang $\beta_i \neq 0$
Statistik Uji F dapat dihitung dengan rumus:

$$F = \frac{Kuadrat\ tengah\ Regresi\ (KTR)}{Kuadrat\ Tengah\ Galat(KTG)} \quad (2.48)$$

dimana:

i = 1, 2, ..., N

t = 1, 2, ..., T

$$KTR = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(\hat{y}_{it} - \bar{y})^2}{k}$$

$$KTG = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it} - \hat{y}_{it})^2}{NT - (k+1)}$$

Dengan kriteria pengambilan keputusan untuk pengujian dengan uji t adalah sebagai berikut.

$$Statistik\ Uji\ F = \begin{cases} \le F^{\alpha}_{k,NT-(k+1)} & ,terima\ H_0 \\ > F^{\alpha}_{k,NT-(k+1)} & ,tolak\ H_0 \end{cases} \tag{2.49}$$

2.8.2 Uji Parsial

Uji parsial dapat digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat. Menggunakan perhitungan uji t (*t-student*), hipotesis yang melandasi pada uji t adalah sebagai berikut (Kutner, *et al*., 1996).

$H_0: \beta_i = 0$ (Tidak ada pengaruh antara variabel bebas ke-i dengan variabel terikat)

$H_1: \beta_i \neq 0$ (Terdapat pengaruh antara variabel bebas ke-i dengan variabel terikat)

Statistik uji t dapat dituliskan dengan rumus persamaan sebagai berikut.

$$t = \frac{\hat{\beta}_{it}}{Se\left(\hat{\beta}_{it}\right)} \tag{2.50}$$

dimana:

i : 1, 2, ..., n

$Se(\hat{\beta}_{it})$: $\hat{\sigma}\sqrt{c_{it}}$

$\hat{\sigma}$: penduga ragam dengan rumus = $\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}(y_{it}-\hat{y}_{it})^2}{NT-(k+1)}$

c_{it} : diagonal matriks dari $(\boldsymbol{X'W_0X})^{-1}$

Dengan kriteria pengambilan keputusan untuk pengujian dengan uji t adalah sebagai berikut.

$$Statistik\ Uji\ t = \begin{cases} \leq t_{NT-(k+1)}^{\alpha/2}, terima\ H_0 \\ > t_{NT-(k+1)}^{\alpha/2}, tolak\ H_0 \end{cases} \tag{2.51}$$

2.9 Efisiensi Relatif

Untuk mengetahui perbandingan metode yang digunakan pada penelitian ini maka dibutuhkan suatu ukuran untuk mengukurnya. Dua buah penduga dapat dibandingkan efisiensinya menggunakan efisiensi relatif. Efisiensi dari dua buah penduga $\hat{\beta}$ relatif terhadap $\tilde{\beta}$ dapat didefinisikan sebagai berikut (Wackerly, *et al.*, 2008).

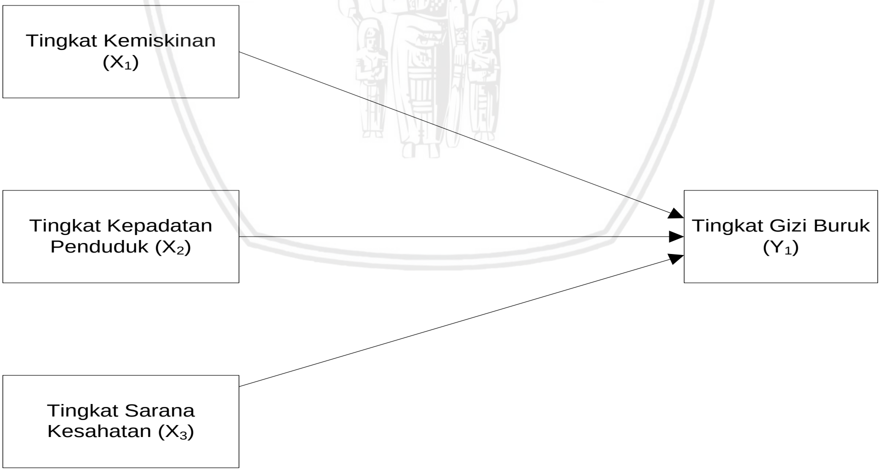
$$eff(\beta_{m1}, \beta_{m2}) = \frac{V(\beta_{m1})}{V(\beta_{m2})} X100\% \tag{2.52}$$

Jika nilai efisiensi relatif kurang dari satu maka dapat dinyatakan bahwa penduga β_{m1} merupakan penduga tak bias yang lebih baik karena mempunyai ragam lebih kecil daripada β_{m2}. Pada metode ini kita akan membandingkan metode regresi *robust* penduga-M dan penduga-S, dimana jika nilai efisiensi relatif kurang dari satu maka metode regresi *robust* penduga-M lebih efektif dibandingkan dengan metode regresi *robust* penduga-S dan sebaliknya.

2.10 Tinjauan Non Statistika

Menurut UU kesehatan No. 23 tahun 1992, sehat adalah suatu keadaan sejahtera dari badan, jiwa, dan sosial yang memungkinkan setiap orang untuk hidup produktif secara ekonomi dan sosial. Upaya yang telah dilakukan menurut Badan Pusat Statistik (2018) untuk menjaga tingkat atau derajat kesehatan suatu masyarakat meliputi upaya preventif dan kuratif. Upaya preventif adalah dengan melakukan pendekatan terhadap masyarakat melalui sosialisasi tentang pola dan perilaku hidup sehat untuk mencegah datangnya berbagai penyakit. Upaya kuratif yaitu dengan cara merencanakan program pada suatu daerah yang bertujuan untuk meningkatkan layanan kesehatan masyarakat terutama pada penanganan gizi buruk. Ada beberapa faktor yang dapat menyebabkan terjadinya penyakit gizi buruk, baik dalam segi sosial maupun infrastrukutr yang ada. Salah satunya faktornya yaitu, (1) Persentase penduduk miskin, (2) Kepadatan penduduk, dan (3) Jumlah sarana kesehatan.

Model konseptual yang digunakan penelitian ini adalah sebagai berikut.



Gambar 2.1. Diagram Alir Konseptual Penelitian

2.10.1 Tingkat Gizi Buruk

Tingkat gizi buruk disebabkan karena ketidakseimbangan zat gizi yang diperlukan oleh tubuh untuk pertumbuhan, aktivitas berfikir dan semua hal yang berhubungan dengan kehidupan. Penyebab yang lebih utama adalah tingkat asupan nutrisi dari makanan sehat yang sangat kurang untuk dapat mencukupi kebutuhan tubuh manusia. Masalah gizi buruk dapat disebabkan dari berbagai faktor, namun yang paling penting adalah tanggung jawab negara terhadap rakyatnya karena masalah yang timbul tidak akan terjadi bila kesejahteraan rakyat dapat terpenuhi dan mengetahui apa penyebab yang paling utama dari masalah gizi buruk.

2.10.2 Tingkat Kemiskinan Penduduk

Kemiskinan penduduk adalah sebuah masalah sosial dimana terjadi ketidakmampuan untuk dapat memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, tempat tinggal, dan lain sebagainya yang terjadi pada suatu daerah tertentu. Kelangkaan alat pemenuh kebutuhan dasar, seperti pekerjaan dan pendidikan merupakan penyebab utama dari kemiskinan. Dampak yang dapat terjadi karena masalah ini bermacam–macam, seperti halnya kesehatan pada setiap manusia juga dapat mempengaruhi manusia.

2.10.3 Tingkat Kepadatan Penduduk

Penduduk adalah seluruh orang yang telah menetap atau berdomisili di wilayah Indonesia selama enam bulan atau lebih dan seluruh orang yang kurang dari enam bulan tetapi bertujuan untuk tinggal dan menetap di Indonesia (BPS Jatim, 2018). Kepadatan penduduk adalah suatu keadaan yang semakin padat, karena jumlah manusia yang tinggal dan menetap pada suatu batas ruang tertentu semakin banyak dan melebihi luas daerah yang dimiliki (Sarwono, 1992). Karena kurangnya tindakan untuk mengontrol sebuah kelahiran, menyebabkan pertumbuhan penduduk semakin padat. Oleh karena itu dapat menyebabkan sebuah masalah baru dari permasalahan yang terjadi sebelumnya.

2.10.4 Tingkat Sarana Kesehatan

Prasarana yang baik dapat mempengaruhi tingkat kemakmuran suatu penduduk. Kualitas pelayanan khususnya pada kesehatan yang baik dapat mencakup tingkat kesehatan penduduk suatu wilayah. Pentingnya sebuah sarana kesehatan yang dapat mencukupi kebutuhan seluruh penduduk yang ada akan dapat dijadikan sebagai suatu solusi yang baik dalam penanganan kasus kesehatan (BPS Jatim, 2018)

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang didapat dari Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur dan Departemen Kesehatan Provinsi Jawa Timur tentang penyakit gizi buruk tahun 2012 – 2017. Data tersebut adalah data pada Kota Malang, Kota Batu, Kabupaten Blitar, Kota Pasuruan, Kabupaten Pasuruan, dan Kabupaten Lumajang. Dimana Kota/Kabupaten tersebut mewakili Provinsi Jawa Timur berdasarkan kepadatan penduduk kecil, sedang, dan tinggi. Kota/Kabupaten dengan kepadatan penduduk kecil antara lain: Kabupaten Lumajang dan Kota Batu, sedangkan Kota/Kabupaten dengan kepadatan penduduk sedang antara lain: Kabupaten Blitar dan Kota Pasuruan, dan Kota/Kabupaten dengan kepadatan penduduk tinggi antara lain: Kabupaten Pasuruan dan Kota Malang.

3.2 Variabel Penelitian

Tabel 3.1. Variabel Penelitian

No	Variabel	Deskripsi
1.	Tingkat Gizi Buruk (Y_{it})	Banyaknya Penderita Gizi Buruk pada kabupaten/kota ke-*i* periode ke-*t*, dimana (*i* = *1, 2* , ..., *N*) dan (*t* = *1, 2, ..., T*) di Provinsi Jawa Timur (per orang).
2.	Tingkat Kemiskinan Penduduk (X_{1it})	Penduduk Miskin pada kabupaten/kota ke-*i* periode ke-*t*, dimana (*i* = *1, 2* , ..., *N*) dan (*t* = *1, 2, ..., T*) di Provinsi Jawa Timur (persentase).
3.	Tingkat Kepadatan Penduduk (X_{2it})	Kepadatan Penduduk pada kabupaten/kota ke-*i* periode ke-

		t, dimana (*i = 1, 2 , ..., N*) dan (*t = 1, 2, ..., T*) di Provinsi Jawa Timur (per Km^2).
4.	Tingkat Sarana Kesehatan (X_{3it})	Banyaknya Sarana Kesehatan pada kabupaten/kota ke-*i* periode ke-*t*, dimana (*i = 1, 2 , ..., N*) dan (*t = 1, 2, ..., T*) di Provinsi Jawa Timur (unit).

3.3 Metode Analisis

Langkah–langkah untuk melakukan analisis data dengan regresi *robust* penduga-*M* dan penduga-S, untuk menangani adanya adalah sebagai berikut:

1. Mendeteksi pencilan berpengaruh pada data dengan prosedur sebagai berikut:
   a. Menghitung nilai h_{it} (nilai *Leverage*) sesuai dengan persamaan (2.20). kemudian hasil dari h_{it} dibandingkan dengan kriteria pengujian sesuai dengan persamaan (2.21).
   b. Menghitung nilai *TRES* sesuai dengan persamaan (2.22), dan membandingkan dengan kriteria pengujian yang sesuai dengan persamaan (2.23).
2. Menduga parameter regresi dengan metode OLS.
3. Menghitung penduga-*M* dilakukan menggunakan cara regresi *robust* pendugaan-*M* dengan pembobot *Tukey's Bisquare:*
   - Menghitung penduga awal dari $\hat{\beta}_0$ dengan OLS.
   - Menghitung nilai residual (e_{it})
   - Menghitung nilai $s_{it} = \frac{MAD}{0.6745}$
   - Menghitung nilai $u_{it} = \frac{e_{it}}{s}$
   - Menghitung nilai pembobot :

$$\omega_{it} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_{it}}{4.685}\right)^2\right]^2, & |u_{it}| \leq 4.685 \\ 0 & |u_{it}| > 4.685 \end{cases}$$

- Menghitung β_i menggunakan Kuadrat Terkecil Terboboti (WLS)
- Ulangi langkah 2-5 sampai mendapatkan nilai konvergen β_i

4. Menghitung penduga-*S* dilakukan menggunakan cara regresi *robust* pendugaan-*S*:
   - Menghitung penduga awal dari $\hat{\beta}_0$ dengan MKT.
   - Menghitung nilai:

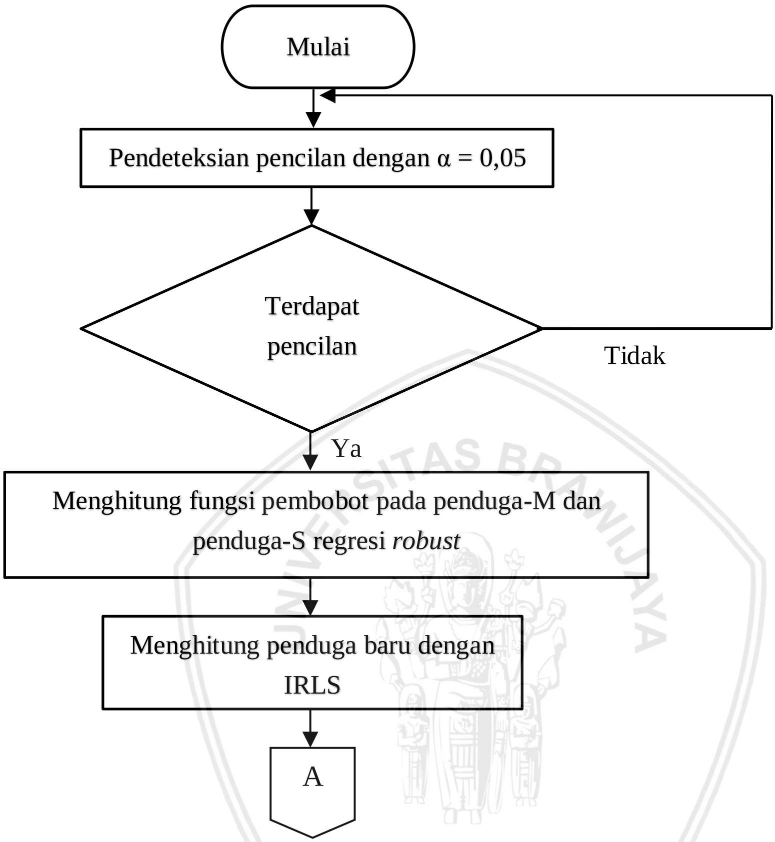
$$\hat{\sigma}_{it} = \begin{cases} \dfrac{median|e_{it} - median(e_{it})|}{0{,}6745}, & iterasi = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{NTK}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} w_{it} e_{it}^2}, & iterasi > 1 \end{cases}$$

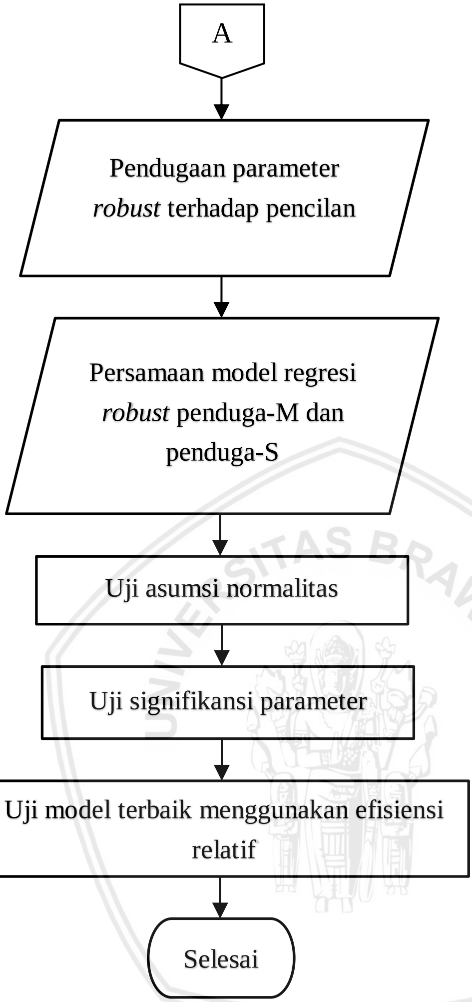
   - Menghitung nilai $u_{it} = \frac{e_{it}}{\hat{\sigma}_{it}}$
   - Menghitung nilai bobot:

$$w_{it} = \begin{cases} \left[1 - \left(\dfrac{u_{it}}{c}\right)^2\right]^2, & iterasi = 1 \\ \dfrac{\rho(u)}{u^2}, & iterasi > 1 \end{cases}$$

   - Menghitung $\hat{\beta}_s$ dengan WLS dengan bobot w_{it}.
   - Kemudian melakukan lagi langkah 1-4 dengan berulang sampai mendapat kekonvergenan.
5. Menghitung efisiensi relatif sesuai dengan persamaan (2.52).
6. Pengujian asumsi normalitas serta uji parameter secara parsial dan simultan dengan statistik uji pada persamaan (2.48) dan (2.50).

3.4 Diagram Alir





Gambar 3.1. Diagram Alir Pendugaan Parameter Regresi *Robust*

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendeteksian Pencilan

Pendeteksian Pencilan dilakukan dengan menggunakan deteksi TRES. Kemudian hasil dari TRES dibandingkan dengan $t_{\frac{\alpha}{2}n-p-2}$. Adapun hipotesis sebagai berikut.

H_o : Pengamatan ke-*i* bukan merupakan pencilan vs
H_1 : Pengamatan ke-*i* merupakan pencilan

Hasil pendeteksian pencilan menggunakan TRES dengan *software* R, diketahui bahwa terdapat pencilan pada data gizi buruk tahun 2012 – 2017 yaitu terdapat di nomor pengamatan 10,20, dan 28, dimana pencilan tersebut dimiliki oleh Kota Pasuruan tahun 2013, Kota Batu tahun 2015, dan Kota Pasuruan tahun 2016.

4.2 Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-M

Langkah awal untuk melakukan analisis regresi *robust* dengan pendugan-M adalah menggunakan prosedur IRLS. IRLS menggunakan penduga parameter OLS yang selanjutnya dilakukan iterasi pada seluruh *slope* regresi setiap data gizi buruk sampai didapatkan pendugaan parameter yang *Robust.* Pembobot yang digunakan pada IRLS adalah pembobot *Tukey's Bisquare* yang selalu diperbarui di setiap iterasinya.

Dengan menggunakan *software* R, hasil pendugaan untuk data gizi buruk pada Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2012 – 2017 sebagai berikut.

Tabel 4.1 Iterasi Maksimal Regresi *Robust* Penduga-M

Iterasi Maksimal	$\beta_0 + b_{0i}$	$\beta_1 + b_{1i}$	$\beta_2 + b_{2i}$	$\beta_3 + b_{3i}$
6	-0,00026	-0,00063	0,03201	-0,18544
7	-0,00026	-0,00063	0,03201	-0,18546

Iterasi Maksimal	$\left\|\hat{\beta}_k - \hat{\beta}_{k_{k-1}}\right\|$
6	0,0000288
7	0,00000646

Tabel 4.2 Hasil Pendugaan Regresi *Robust* Penduga-M

Kabupaten/ Kota (i)	$\beta_0 + b_{0i}$	$\beta_1 + b_{1i}$	$\beta_2 + b_{2i}$	$\beta_3 + b_{3i}$	R^2	F_{hit}
Kota Malang	-0,00064+0,00038	-0,09299+0,092359	0,48596-0,45395*	-0,02271-0,16274	0,80	25,3*
Kota Batu	-0,00064+0,001206	-0,09299+0,096391	0,48596-0,49882	-0,02271+0,138996		
Kabupaten Blitar	-0,00064+0,000631	-0,09299+0,092479	0,48596-0,32871	-0,02271-0,00114		
Kota Pasuruan	-0,00064+0,003705	-0,09299+0,114528	0,48596-0,51502	-0,02271+0,689079		
Kabupaten Pasuruan	-0,00064+0,00054	-0,09299+0,094285	0,48596-0,73074	-0,02271+0,178275		
Kabupaten Lumajang	-0,00064-0,00646*	-0,09299-0,49004*	0,48596+2,527239*	-0,02271-0,84246*		

Catatan: Tanda * menyatakan signifikan pada taraf 5%

Berdasarkan Tabel 4.1, telah didapatkan pendugaan parameter yang *robust* dengan selisih nilai $\hat{\beta}_k$ dengan $\hat{\beta}_{k_{k-1}}$ kurang dari 1×10^{-6} pada akhir iterasi. Sehingga dapat disimpulkan, model pada Tabel 4.2 adalah model baru untuk menjelaskan banyaknya gizi buruk di Kota Malang di Jawa Timur tahun 2012 – 2017 dengan koefisien determinasi total sebesar 80%. Hal ini menunjukan bahwa tingkat gizi buruk dipengaruhi oleh tingkat kemiskinan penduduk, tingkat kepadatan penduduk, dan tingkat sarana kesehatan sebesar 80%. Sedangkan 20% sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak terdapat di dalam model.

4.3 Uji Normalitas Regresi *Robust* Penduga-M

Uji asumsi Normalitas dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil untuk pengujian menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan *software R* didapatkan nilai statistik uji (D_N) 0,38611 dan *P-value* sebesar 0,0000243.

Dengan menggunakan $\alpha = 0{,}05$, nilai *P-value* yang dihasilkan lebih kecil dari nilai α, maka dari itu H_0 ditolak. Dapat disimpulkan bahwa residual pada model regresi pengaruh tingkat kemiskinan penduduk, tingkat kepadatan penduduk, dan tingkat sarana kesehatan terhadap tingkat gizi buruk di Jawa Timur tidak berdistribusi normal.

4.4 Pengujian Hipotesis Regresi *Robust* Penduga-M

Setelah didapatkan data yang *robust*, maka dilakukan ulang pengujian parameter yaitu uji simultan dan uji parsial terhadap data yang *robust*. Berdasarkan Tabel 4.2, menggunakan *software R*, dapat disimpulkan sebagai berikut.

- Pada Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2012 – 2017, dimana F_{Tabel} = 2.874, F_{hit} dinyatakan signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan ada pengaruh antara variabel bebas dan variabel terikat.
- Dilihat dengan uji parsial, terdapat *slope* regresi di Kota Malang yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat, yaitu $\beta_2 + b_{21}$ atau variabel tingkat kepadatan penduduk.
- Selanjutnya untuk Kota Batu, Kabupaten Blitar, Kota Pasuruan, dan Kabupaten Pasuruan tahun 2012 – 2017, dilihat dengan uji parsial, seluruh variabel bebas tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat.
- Hasil uji parsial pada variabel bebas di Kabupaten Lumajang tahun 2012 – 2017, seluruh variabel bebas berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat.

4.5 Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-S

Penduga-S didasarkan oleh skala residual dari penduga-M. Analisis regresi *robust* dengan pendugan-S dapat menggunakan iterasi dari OLS yang berbobot atau IRLS. IRLS menggunakan penduga parameter OLS yang selanjutnya dilakukan iterasi pada seluruh *slope* regresi setiap data gizi buruk sampai didapatkan pendugaan parameter yang *Robust*.

Dengan menggunakan *software* R, hasil pendugaan untuk data gizi buruk pada Kota Malang di Jawa Timur tahun 2012 – 2017 sebagai berikut.

Tabel 4.3 Hasil Pendugaan Regresi *Robust* Penduga-S

Kabupaten/ Kota	$\beta_0 + b_{01}$	$\beta_1 + b_{11}$	$\beta_2 + b_{21}$	$\beta_3 + b_{31}$	R^2	F_{hit}
Kota Malang	0,00031-0,00057	0,00262-0,00325	-0,01133+0,043316	0,12670-0,30884	0,29	1,44
Kota Batu	0,00031+0,000234	0,00262+0,000773	-0,01133-0,00101	0,12670-0,01401		
Kabupaten Blitar	0,00031-0,00032	0,00262-0,00301	-0,01133+0,13465	0,12670-0,13276		
Kota Pasuruan	0,00031+0,00122	0,00262+0,006296	-0,01133-0,00143	0,12670+0,232931		
Kabupaten Pasuruan	0,00031-0,00046	0,00262-0,00064	-0,01133-0,30099	0,12670+0,063246		
Kabupaten Lumajang	0,00031-0,00011*	0,00262+0,00016*	-0,01133+0,125464*	0,12670+0,159438*		

Catatan: Tanda * menyatakan signifikan pada taraf 5%

Berdasarkan Tabel 4.3, telah didapatkan pendugaan parameter yang *robust*. Model pada Tabel 4.3 adalah model baru untuk menjelaskan banyaknya gizi buruk di Kota Malang di Jawa Timur tahun 2012 – 2017 dengan koefisien determinasi total sebesar 29%, sehingga dapat disimpulkan bahwa tingkat gizi buruk dipengaruhi oleh tingkat kemiskinan penduduk, tingkat kepadatan penduduk, dan tingkat sarana kesehatan sebesar 29%. Sedangkan 71% sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak terdapat di dalam model.

4.6 Uji Normalitas Regresi *Robust* Penduga-S

Uji asumsi Normalitas dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil untuk pengujian menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan *software R* menunjukan nilai statistik uji (D_N) 0,38095 dan *P-value* sebesar 0,0000331.

Dengan menggunakan $\alpha = 0{,}05$, nilai *P-value* yang dihasilkan lebih kecil dari nilai α, maka dari itu H_0 ditolak. Dapat disimpulkan bahwa residual pada model regresi pengaruh tingkat kemiskinan penduduk, tingkat kepadatan penduduk, dan tingkat sarana kesehatan terhadap tingkat gizi buruk di Jawa Timur tidak berdistribusi normal.

4.7 Pengujian Hipotesis Regresi *Robust* Penduga-S

Setelah didapatkan data yang *robust*, maka dilakukan ulang pengujian parameter yaitu uji simultan dan uji parsial terhadap data yang *robust*. Berdasarkan Tabel 4.3, menggunakan *software R*, dapat disimpulkan sebagai berikut.

- Hasil uji simultan pada variabel bebas di Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2012 – 2017, dimana F_{Tabel} = 2.874 sehingga F_{hit} dinyatakan tidak signifikan atau dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan tidak terdapat pengaruh antara variabel bebas dan variabel terikat.
- Pada Kota Malang, Kota Batu, Kabupaten Blitar, Kota Pasuruan, dan Kabupaten Pasuruan tahun 2012 – 2017, dilihat dengan uji parsial, seluruh variabel bebas tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat.
- Dilihat dengan uji parsial pada variabel bebas di Kabupaten Lumajang tahun 2012 – 2017, seluruh variabel bebas berpengaruh secara signifikan terhadap variabel terikat.

4.8 Efisiensi Relatif

Dengan menggunakan *Software R*, didapatkan hasil nilai dari efisiensi relatif model regresi dengan WLS, *robust* penduga-M, dan *robust* penduga-S pada data Gizi buruk di Kabupaten/Kota Jawa Timur tahun 2012 – 2017.

Nilai efisiensi relatif antara penduga-M dan penduga-S sebesar 0,1545622. Karena nilai efisiensi relatif kurang dari 1, maka dapat disimpulkan penduga-M lebih efektif dibandingkan dengan penduga-S.

4.9 Uji Multikolinieritas Model Terbaik

Uji multikoliniertitas dapat dilakukan dengan melihat nilai dari VIF *(Variance Inflaction Factor)* dari masing – masing variabel bebas. Hasil untuk pengujian menggunakan nilai dari VIF dengan *software* SPSS dapat dilihat pada Tabel 4.4 sebagai berikut.

Tabel 4.4 Hasil Uji Mutikolinieritas

Variabel Bebas	VIF
Tingkat Kemiskinan Penduduk	3,449
Tingkat Kepadatan Penduduk	1,623
Tingkat Sarana Kesehatan	2,975

Berdasarkan Tabel 4.4, didapatkan informasi bahwa nilai VIF < 10 untuk seluruh variabel bebas, sehingga dengan taraf nyata $\alpha = 0{,}05$ dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat variabel bebas yang mengalami multikolinearitas sehingga asumsi non multikolinieritas terpenuhi.

4.10 Interpretasi Model Terbaik

Berdasarkan Tabel 4.2, *slope* untuk Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2012 – 2017 dapat diinterpretasikan sebagai berikut.

- Nilai $\beta_1 = -0{,}09299$ menunjukkan jika tingkat penduduk miskin meningkat sebanyak 100% di Kabupaten/Kota Jawa Timur maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 9,3 atau 9 orang.
- Angka 0,48596 pada *slope* β_2 memiliki makna, jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 10 orang/Km^2 di

Kabupaten/Kota Jawa Timur maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 4,9 atau 5 orang.

- Koefisien *slope* β_3 sebesar -0,02271 menunjukkan jika terjadi peningkatan sarana kesehatan sebanyak 100 unit di Kabupaten/Kota Jawa Timur maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 2,3 atau 2 orang.

Sedangkan untuk seluruh persamaan model pada setiap Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2012 – 2017, berdasarkan Tabel 4.2 dapat ditulis sebagai berikut.

$$y_{1t} = -0,00026 - 0,00063x_{11t} + 0,03201x_{21t} - 0,18546x_{31t} \tag{4.1}$$

Pada Kota Malang, didapatkan model sesuai dengan model pada (4.1) dengan interpretasi sebagai berikut.

- Nilai -0,00063 pada *slope* $\beta_1 + b_{11}$ mengindikasikan apabila penduduk miskin meningkat sebanyak 10.000% di Kota Malang maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 6,3 atau 6 orang.
- Angka 0,03201 pada *slope* $\beta_2 + b_{21}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 100 orang/Km^2 di Kota Malang maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 3,201 atau 3 orang.
- Koefisien *slope* $\beta_3 + b_{31}$ sebesar -0,18546 menunjukkan jika terjadi peningkatan sarana kesehatan sebanyak 10 unit di Kota Malang maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,8 atau 2 orang.

$$y_{1t} = 0,00056 + 0,003412x_{12t} - 0,01286x_{22t} + 0,11628x_{32t} \qquad (4.2)$$

Didapatkan model sesuai dengan model pada (4.2) untuk Kota Batu dengan interpretasi sebagai berikut.

- Koefisien *slope* $\beta_1 + b_{12}$ sebesar 0,003412 menunjukkan jika terjadi peningkatan penduduk miskin sebanyak 1.000% di Kota Batu maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 3,4 atau 3 orang.
- Nilai -0,01286 pada *slope* $\beta_2 + b_{22}$ mengindikasikan jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 100 orang/Km^2 di Kota Batu maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,3 atau 1 orang.
- Angka 0,11628 pada *slope* $\beta_3 + b_{32}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan sarana kesehatan sebanyak 10 unit di Kabupaten Malang maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,2 atau 1 orang.

$$y_{1t} = -0,00001 - 0,00051x_{13t} + 0,15726x_{23t} - 0,02386x_{33t} \qquad (4.3)$$

Sedangkan untuk Kabupaten Blitar, didapatkan model sesuai dengan model pada (4.3) dengan interpretasi sebagai berikut.

- Angka -0,00051 pada *slope* $\beta_1 + b_{13}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan penduduk miskin sebanyak 10.000% di Kabupaten Blitar maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 5,1 atau 5 orang.
- Koefisien *slope* $\beta_2 + b_{23}$ sebesar 0,15726 menunjukkan jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 10 orang/Km^2 di Kabupaten Blitar maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,6 atau 2 orang.

- Nilai -0,02386 pada *slope* $\beta_3 + b_{33}$ mengindikasikan apabila sarana kesehatan meningkat sebanyak 100 unit di Kabupaten Blitar maka banyaknya penderita gizi buruk akan turun sebanyak 2,4 atau 2 orang.

$$y_{1t} = 0,00306 + 0,02154x_{14t} - 0,02905x_{24t} + 0,66637x_{34t} \quad (4.4)$$

Di Kota Pasuruan didapatkan model sesuai dengan model pada (4.4) dengan interpretasi sebagai berikut.

- Koefisien *slope* $\beta_1 + b_{14}$ sebesar 0,02154 menunjukkan jika terjadi peningkatan penduduk miskin sebanyak 100% di Kota Pasuruan maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 2,2 atau 2 orang.
- Angka -0,02905 pada *slope* $\beta_2 + b_{24}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 100 orang/Km^2 di Kota Pasuruan maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 2,9 atau 3 orang.
- Nilai 0,66637 pada *slope* $\beta_3 + b_{34}$ mengindikasikan jika terjadi peningkatan sarana kesehatan sebanyak 10 unit di Kota Pasuruan maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 6,7 atau 7 orang.

$$y_{1t} = -0,00010 + 0,00130x_{15t} - 0,24478x_{25t} + 0,15556x_{35t} \quad (4.5)$$

Didapatkan model sesuai dengan model pada (4.5) untuk Kabupaten Pasuruan dengan interpretasi sebagai berikut.

- Nilai 0,00130 pada *slope* $\beta_1 + b_{15}$ mengindikasikan jika terjadi peningkatan penduduk miskin sebanyak 1.000% di Kabupaten Pasuruan maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,3 atau 1 orang.

- Koefisien *slope* $\beta_2 + b_{25}$ sebesar -0,24478 menunjukkan jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 10 orang/Km^2 di Kabupaten Pasuruan maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 2,5 atau 3 orang.
- Angka 0,15556 pada *slope* $\beta_3 + b_{35}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan sarana kesehatan sebanyak 10 unit di Kabupaten Pasuruan maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 1,6 atau 2 orang.

$$y_{1t} = -0,00710 - 0,58303 x_{16t} + 3,01320 x_{26t} - 0,86518 x_{36t} \quad (4.6)$$

Di Kabupaten Lumajang, didapatkan model sesuai dengan model pada (4.6) dengan interpretasi sebagai berikut.

- Angka -0,58303 pada *slope* $\beta_1 + b_{16}$ memiliki makna, jika terjadi peningkatan penduduk miskin sebanyak 10% di Kabupaten Lumajang maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 5,8 atau 6 orang.
- Nilai 3,01320 pada *slope* $\beta_2 + b_{26}$ mengindikasikan jika terjadi peningkatan kepadatan penduduk sebanyak 1 orang/Km^2 di Kabupaten Lumajang maka akan meningkatkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 3 orang.
- Koefisien *slope* $\beta_3 + b_{36}$ sebesar -0,86518 menunjukkan apabila sarana kesehatan menigkat sebanyak 10 unit di Kabupaten Lumajang maka akan menurunkan banyaknya penderita gizi buruk sebanyak 8,7 atau 9 orang.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa, Model dengan penduga parameter yang didapatkan dari metode regresi *robust* penduga-M lebih efektif digunakan untuk menduga gizi buruk di Kabupaten/Kota Jawa Timur tahun 2012 – 2017 dibandingkan metode regresi *robust* penduga-S. Hal tersebut didukung dengan nilai efisiensi relatif antara penduga-M dan penduga-S yang kurang dari satu.

5.2 Saran

Untuk menduga pada data gizi buruk di Kabupaten/Kota Jawa Timur tahun 2012 – 2017 sebaiknya menggunakan metode regresi *robust* penduga-M yang lebih baik dibandingkan metode regresi *robust* penduga-S. Untuk penelitian selanjutnya agar dilakukan perbandingan pendugaan parameter menggunakan data simulasi untuk metode *robust* penduga-M dan metode *robust* penduga-S karena *time event* (tahun pengamatan) sangat pendek, sehingga mendapatkan hasil perbandingan yang lebih tepat.

DAFTAR PUSTAKA

Algifari. 2009. *Analisis Regresi Teori, Kasus, dan Solusi*. Edisi Kedua. BPFE: Yogyakarta.

Barnett, V. and Lewis, T. 1994. *Outliers in Statistical Data*. John Wiley. New York.

BPS Jatim. 2018. Badan Pusat Statistik Jawa Timur. Diakses di http://www. bpsjatim. com/ (diakses 1 Oktober 2018).

Bowerman, B. L. and O'Connel, R. T. 1990. *Linear statistical models, an applied approach.* PWS-KentPublishing Company. Boston.

Cohen, J. 2003. *Applied Multiple Regression/Correlation Analysis For The Behavioral Sciences.* Lawrence Erlbaum Associate. New Jersey.

Diggle, P., Diggle, P. J., Heagerty, P., Heagerty, P. J., Liang, K. Y., and Zeger, S. 2002. *Analysis of longitudinal data*. Oxford University Press. Inggris.

Djarwanto. 2011. *Statistika Nonparametrik Edisi Keempat*. BPFE. Yogyakarta.

Draper, N. and H, Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan Edisi Kedua Terjemahan oleh Bambang Sumantri*. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Fernandes, A. A. R., Budiantara, I. N., Otok, B. W., and Suhartono. 2014. *Reproducing Kernel Hilbert Space and Penalized Weighted Least Square in Nonparametric Regression*. Applied Mathematical Science, Vol 8, No 146.

Gad, Ahmed M. and Qura, Maha E. 2016. *Regression Estimation In The Presence of Outliers: A Comparative Study*. Cairo University. Egypt.

Gujarati, N. Damodar. 1999. *Dasar – dasar Ekonometrika*. Erlangga. Jakarta.

Gujarati, D. 2004. *Ekonometrika Dasar*. Terjemahan: Zain, S. Erlangga. Jakarta.

Hedeker, D. and Gibbons, R. D. 2006. *Longitudinal Data Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Kurniawan, Robert. 2016. *Analisis Regresi*. Prenada meida. Jakarta.

Kutner, M. H., Neter, J., Nachtsheim, C. J., and Wasserman, W. 1996. *Applied linear statistical models (Vol. 4, p. 318)*. Irwin. Chicago.

Kutner, Nachtsheim, C., and Neter, J. 2004. *Applied Liniear Statistical Model*. MCGraw-Hill. New York.

Montgomery D. C. and Peck E. A. 1992. *Introduction to Linear regression analysis 2nd edition*. John Wiley. New York.

Montgomery, Douglas C. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons, Inc. USA.

Rousseeuw, P. and Yohai, V. 1984. *Robust regression by means of S-estimators*. In Robust and nonlinear time series analysis (pp. 256-272). Springer. New York, NY.

Rousseeuw, P. J. and Leroy, A. M. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. Wiley Interscience. New York.

Salibian-Barrera, M. and Yohai, V. J. 2006. *A fast algorithm for S-regression estimates*. Journal of computational and Graphical Statistics. 15(2), 414-427.

Sarwono, S. W. 1992. *Psikologi lingkungan*. Grasindo. Jakarta.

Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi*. ITB. Bandung.

Sheskin, D. J. 2000. *Parametric and nonparametric statistical procedures*. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton, FL.

Sunaryanto, Lasmono Tri. 1994. *Regresi Berganda*. ANDI OFFSET. Yogyakarta.

Suntoyo. 1990. *Dasar-dasar Statistika*. Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Supranto, J. 2001. *Statistika Teori dan Aplikasi Edisi Keenam*. Erlangga. Jakarta.

Susanti, Y., Pratiwi, H., Sulistijowati, H., and Liana, T. 2014. *M Estimation, S Estimation, and MM Estimation In Robust Regression*. International Journal of Pure and Applied Mathematics. 91(3), 349-360.

Wackerly, D., *et al*. 2008. *Mathematical Statistics with Applications 7th issue*. Thomson Brooks/Cole. Florida.

Wu, H. and Zhang, J. T. 2006. *Nonparametric regression methods for longitudinal data analysis: mixed-effects modeling approaches (Vol. 515)*. John Wiley & Sons. New York.

Yitnosumarto, S. 1990. *Dasar-Dasar Statistika*. Rajawali. Jakarta.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Aktual Gizi Buruk Kabupaten/Kota Jawa Timur

Wilayah	Y	X1	X2	X3	tahun
Kota Malang	136	5.21	7587	718	2012
Kota Batu	17	4.47	974	209	2012
Kabupaten Blitar	100	10.74	640	1626	2012
Kota Pasuruan	65	7.9	5005	285	2012
Kabupaten Pasuruan	85	11.58	1035	2075	2012
Kabupaten Lumajang	184	12.4	561	1330	2012
Kota Malang	125	4.87	7644	678	2013
Kota Batu	12	6	981	209	2013
Kabupaten Blitar	71	10.57	644	1646	2013
Kota Pasuruan	5	7.6	5060	287	2013
Kabupaten Pasuruan	92	11.26	1043	2197	2013
Kabupaten Lumajang	469	12.14	564	1414	2013
Kota Malang	119	4.8	7691	679	2014
Kota Batu	10	4.59	983	209	2014
Kabupaten Blitar	53	10.22	651	1646	2014
Kota Pasuruan	41	7.34	5088	287	2014
Kabupaten Pasuruan	68	10.86	1056	2197	2014
Kabupaten Lumajang	780	11.75	569	1414	2014
Kota Malang	100	4.6	7739	692	2015
Kota Batu	8	4.71	993	211	2015
Kabupaten Blitar	67	9.97	653	1498	2015
Kota Pasuruan	39	7.47	5127	294	2015
Kabupaten Pasuruan	68	10.72	1064	2115	2015

Lampiran 1. (Lanjutan)

Kabupaten Lumajang	616	11.52	571	1458	2015
Kota Malang	66	4.33	5895	686	2016
Kota Batu	6	4.48	1480	211	2016
Kabupaten Blitar	94	9.88	860	1620	2016
Kota Pasuruan	40	7.62	5560	295	2016
Kabupaten Pasuruan	73	10.57	1081	2121	2016
Kabupaten Lumajang	494	11.22	577	1431	2016
Kota Malang	55	4.17	5929	690	2017
Kota Batu	5	4.31	1492	211	2017
Kabupaten Blitar	100	9.8	863	1613	2017
Kota Pasuruan	31	7.53	5602	299	2017
Kabupaten Pasuruan	44	10.34	1089	2126	2017
Kabupaten Lumajang	224	10.87	579	1477	2017

Lampiran 2. *Input Software* R Pendektesian Pencilan

```
> #Tres
> DeteksiPencilanTres=matrix(c(rep(0,36)),36,1)
> Tres=matrix(c(rep(0,36)),36,1)
> AbsTres=abs(Tres)
> Thit=qt(0.95,36-5) #0.95 untuk alpha 5%
> for (i in 1:36)
+ {
+ h1=Eols[i]
+ h2=Hii[i]
+ JKSh[i]=JKGols*(1-Hii[i])-Eols[i]**2
+ Tres[i]=Eols[i]*sqrt((n-5)/JKSh[i])
+ AbsTres[i]=abs(Tres[i])
+ if (AbsTres[i]>Thit) {DeteksiPencilanTres[i]=1}
+ }
> Tres
```

Lampiran 3. *Output Software* R Pendektesian Pencilan

> DeteksiPencilanTres

	[,1]
[1,]	0
[2,]	0
[3,]	0
[4,]	0
[5,]	0
[6,]	0
[7,]	0
[8,]	0
[9,]	0
[10,]	1
[11,]	0
[12,]	0
[13,]	0
[14,]	0
[15,]	0
[16,]	0
[17,]	0
[18,]	0
[19,]	0
[20,]	1
[21,]	0
[22,]	0
[23,]	0
[24,]	0
[25,]	0

Lampiran 3. (Lanjutan)

[26,]	0
[27,]	0
[28,]	1
[29,]	0
[30,]	0
[31,]	0
[32,]	0
[33,]	0
[34,]	0
[35,]	0
[36,]	0

Lampiran 4. *Input Software* R Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-M

```
> #diulangin lagi dengan Iter_max=7

> Iter_max=7

> Ewls_old=Eols

> W_old=W1

> BM_old=Beta_topi_OLS

> Matriks_Info2=matrix(c(rep(0,Iter_max*10)),Iter_max,10)

> for (j in 1:Iter_max)

+ {

+

+ s=median(abs(Ewls_old-median(Ewls_old)))/0.6745

+ U=Ewls_old/s

+ W_new=matrix(c(rep(0,36*36)),36,36)

+

+ for (i in 1:36)

+ {

+ Abso_u=abs(U[i])

+ if (Abso_u<4.685) {W_new[i,i]=(1-(U[i]/4.685)**2)**2}
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

```
+ }
+
BM_new=ginv(t(XX)%*%W_new%*%XX)%*%(t(XX)%*%W_ne
w%*%Y)
+ BM_new
+ JKTwls_new=sum(Y^2)-n*mean(Y)^2
+ JKRwls_new=t(BM_new)%*%t(XX)%*%Y-n*mean(Y)^2
+ JKGwls_new=JKTwls_new-JKRwls_new
+ R2wls_new=abs(JKRwls_new/JKTwls_new)
+ KTGwls_new=JKGwls_new/(n-16-1)
+ SE=sqrt(diag(ginv(t(XX)%*%XX))*KTGwls_new/n)
+ twls_new=BM_new/SE
+ twls_new
+ R2wls_new
+ Norm_Beta_=sum((BM_old-BM_new)**2)/4
+ Norm_Beta_
+ Ewls_old=Y-XX%*%BM_new
+ BM_old=BM_new
+ Matriks_Info2[j,1]=BM_new[1]
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

```
+ Matriks_Info2[j,2]=BM_new[2]
+ Matriks_Info2[j,3]=BM_new[3]
+ Matriks_Info2[j,4]=BM_new[4]
+ Matriks_Info2[j,5]=twls_new[1]
+ Matriks_Info2[j,6]=twls_new[2]
+ Matriks_Info2[j,7]=twls_new[3]
+ Matriks_Info2[j,8]=twls_new[4]
+ Matriks_Info2[j,9]=R2wls_new
+ Matriks_Info2[j,10]=Norm_Beta_
+ }
```

Lampiran 5. *Output Software* R Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-M

> Matriks_Info2

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]	[,8]	[,9]	[,10]
[1,]	-0.00027	-0.00063	0.032386	-0.18842	-1.97547	-1.9261	3.549387	-2.00058	0.789947	5.10E+00
[2,]	-0.00027	-0.00063	0.032276	-0.1881	-2.01795	-1.97064	3.625622	-2.04701	0.800043	2.52E+00
[3,]	-0.00026	-0.00063	0.032096	-0.1865	-2.00248	-1.96561	3.602961	-2.02816	0.799773	1.05E-03
[4,]	-0.00026	-0.00063	0.032004	-0.18543	-1.9949	-1.96405	3.592921	-2.01673	0.799808	4.71E-04
[5,]	-0.00026	-0.00063	0.032004	-0.1854	-1.99481	-1.96426	3.5932	-2.01655	0.799833	1.20E-04
[6,]	-0.00026	-0.00063	0.032009	-0.18544	-1.99524	-1.96444	3.593841	-2.01698	0.799848	2.88E-05
[7,]	-0.00026	-0.00063	0.032012	-0.18546	-1.99549	-1.96454	3.594204	-2.01725	0.799856	6.46E-06

> # Model Akhir

> BM_new

	[,1]
[1,]	-2.63E-04
[2,]	-6.26E-04
[3,]	3.20E-02
[4,]	-1.85E-01
[5,]	5.63E-04
[6,]	3.41E-03
[7,]	-1.29E-02
[8,]	1.16E-01

Lampiran 5. (Lanjutan)

[9,]	-1.17E-05
[10,]	-5.06E-04
[11,]	1.57E-01
[12,]	-2.39E-02
[13,]	3.06E-03
[14,]	2.15E-02
[15,]	-2.91E-02
[16,]	6.66E-01
[17,]	-1.03E-04
[18,]	1.30E-03
[19,]	-2.45E-01
[20,]	1.56E-01
[21,]	-7.10E-03
[22,]	-5.83E-01
[23,]	3.01E+00
[24,]	-8.65E-01

Lampiran 6. *Output Software* R Uji Normalitas Regresi *Robust* Penduga-M

```
> ks.test(ks, "pnorm")

        One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  ks
D = 0.38611, p-value = 2.431e-05
alternative hypothesis: two-sided
```

Lampiran 7. *Input Software* R Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-S

```
> # S-Estimate
> Beta_topi_OLS=ginv(t(XX)%*%XX)%*%(t(XX)%*%Y)
> Eols=Y-XX%*%Beta_topi_OLS
> s=median(abs(Eols-median(Eols)))/0.6745
> U=Eols/s
> W1=matrix(c(rep(0,36*36)),36,36)
>
> for (i in 1:36)
+ {
+ Abso_u=abs(U[i])
+ if (Abso_u<1.547) {W1[i,i]=(1-(U[i]/1.547)**2)**2}
+ }
> BM1=ginv(t(XX)%*%W1%*%XX)%*%(t(XX)%*%W1%*%Y)
> BM1
> JKTwls1=sum(Y^2)-n*mean(Y)^2
> JKRwls1=t(BM1)%*%t(XX)%*%W1%*%Y-n*mean(Y)^2
> JKGwls1=JKTwls1-JKRwls1
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
> R2wls1=abs(JKRwls1/JKTwls1)

> KTGwls1=JKGwls1/(n-16-1)

> SE=sqrt(diag(ginv(t(XX)%*%W1%*%XX))*KTGwls1/n)

> twls1=BM1/SE
```

Lampiran 8. *Output Software* R Pendugaan Parameter Regresi *Robust* dengan Penduga-S

> BM1

	[,1]
[1,]	-2.55E-04
[2,]	-6.29E-04
[3,]	3.20E-02
[4,]	-1.82E-01
[5,]	5.46E-04
[6,]	3.39E-03
[7,]	-1.23E-02
[8,]	1.13E-01
[9,]	-3.25E-06
[10,]	-3.91E-04
[11,]	1.23E-01
[12,]	-6.06E-03
[13,]	1.53E-03
[14,]	8.92E-03
[15,]	-1.28E-02
[16,]	3.60E-01
[17,]	-1.49E-04
[18,]	1.98E-03
[19,]	-3.12E-01
[20,]	1.90E-01
[21,]	2.02E-04
[22,]	2.46E-03
[23,]	1.14E-01
[24,]	2.86E-01

Lampiran 9. *Output Software* R Uji Normalitas Regresi *Robust* Penduga-S

```
>ks.test(ks, "pnorm")

        One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  ks
D = 0.38095, p-value = 3.309e-05
alternative hypothesis: two-sided
```

Lampiran 10. *Output Software* SPSS Multikolinieritas

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-212.517	128.350		-1.656	.108		
	kemiskinan	49.442	17.084	.804	2.894	.007	.290	3.449
	kepadatan	.005	.013	.077	.405	.688	.616	1.623
	sarana kesehatan	-.080	.063	-.324	-1.255	.219	.336	2.975

a. Dependent Variable: gizi buruk

Lampiran 11. *Output Software* R Efisien Relatif

```
> ## Efisiensi Relatif
> KTG_m_est= KTGwls_new
> KTG_s_est= KTGwls1
> KTG_m_est
        [,1]
[1,] 11666.2
> KTG_s_est
         [,1]
[1,] 75478.98
> ER=KTG_m_est/KTG_s_est
 # Keterangan: Jika ER > 1, maka S-est lebih efisien daripada S-est, jika ER < 1, maka M-est lebih efisien daripada S-est
> ER
          [,1]
[1,] 0.1545622
```