

**REGRESI *RIDGE* PADA VARIABEL TERBOBOTI UNTUK
MENANGANI MASALAH MULTIKOLINERITAS DAN
HETEROSKEDASTISITAS**

**(Studi Kasus Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka
Harapan Hidup Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2016)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

oleh:

**FRISA OCTI NANDAWATI
145090501111009**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**REGRESI *RIDGE* PADA VARIABEL TERBOBOTI UNTUK
MENANGANI MASALAH MULTIKOLINERITAS DAN
HETEROSKEDASTISITAS**

**(Studi Kasus Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka
Harapan Hidup Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2016)**

oleh:
FRISA OCTI NANDAWATI
145090501111009

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 29 Juni 2018
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

Mengetahui,
Dosen Pembimbing

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Frisa Octi Nandawati
NIM : 145090501111009
Program Studi : Statistika
Penulis Skripsi Berjudul :

**REGRESI *RIDGE* PADA VARIABEL TERBOBOTI UNTUK
MENANGANI MASALAH MULTIKOLINERITAS DAN
HETEROSKEDASTISITAS**

**(Studi Kasus Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka
Harapan Hidup Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2016)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 29 Juni 2018
Yang menyatakan

Frisa Octi Nandawati
NIM. 145090501111009

repository.ub.ac.id

**REGRESI *RIDGE* PADA VARIABEL TERBOBOTI
UNTUK MENANGANI MASALAH MULTIKOLINIERITAS
DAN HETEROSKEDASTISITAS**
**(Studi Kasus Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka
Harapan Hidup Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2016)**

ABSTRAK

Analisis regresi adalah metode yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon sebagai fungsi dari variabel prediktor. Terdapat asumsi yang melandasi analisis regresi antara lain asumsi normalitas, non autokorelasi, homoskedastisitas dan non multikolinieritas. Asumsi-asumsi tersebut harus dipenuhi agar penduga parameter regresi bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Pada studi kasus faktor-faktor yang mempengaruhi angka harapan hidup kabupaten/kota di Jawa Timur tahun 2016 terdapat pelanggaran asumsi yaitu pada asumsi homoskedastisitas dan non multikolinieritas. Heteroskedastisitas adalah keadaan dimana ragam bersifat tidak konstan sedangkan multikolinieritas terjadi ketika terdapat hubungan linier antar variabel prediktor yang menyebabkan matriks $X'X$ hampir singular. Heteroskedastisitas dapat diatasi menggunakan metode *Weighted Least Square* dengan memberi bobot pada semua variabel yang digunakan. Penanganan multikolinieritas dapat dilakukan menggunakan regresi *ridge* dengan menambahkan konstanta bias (λ). Pada penelitian ini dilakukan pendugaan parameter menggunakan regresi *ridge* dengan variabel yang telah terboboti. Hasil analisis yang didapat yaitu pelanggaran asumsi non heteroskedastisitas dan non multikolinieritas telah teratasi. Dari model yang terbentuk, diketahui bahwa variabel indeks pembangunan manusia, penduduk miskin, rata-rata lama sekolah, angka buta huruf, dan rumah tangga dengan sanitasi layak berpengaruh signifikan terhadap perubahan angka harapan hidup.

Kata kunci : Regresi Linier Berganda, *Weighted Least Square*, Regresi *Ridge*, Angka Harapan Hidup

repository.ub.ac.id

**RIDGE REGRESSION ON WEIGHTED VARIABLE TO
HANDLE MULTICOLLINEARITY AND
HETEROSCEDASTICITY**
(Case Study of Factors Affecting the Life Expectancy of City in
East Java 2016)

ABSTRACT

Regression analysis is a method used to determine the relationship between response variables as a function of predictor variables. There are assumptions underlying regression analysis, such as normality, non autocorrelation, homoscedasticity and non multicollinearity. These assumptions must be met in order for the regression parameter estimator to be BLUE (Best Linear Unbiased Estimator). In the case study of factors affecting the life expectancy of city in East Java 2016 there are assumptions that not fulfilled that is on the assumption of non-heteroscedasticity and non-multicollinearity. Heteroscedasticity is a state where variation is not constant while multicollinearity occurs when there is a linear relationship between predictor variables that causes $X'X$ matrices to be almost singular. Heteroscedasticity can be overcome using the Weighted Least Square method by weighting all the variables that used. Multicollinearity handling can be done using ridge regression by adding bias constants (λ) to all predictor variables. In this research, parameter estimation using ridge regression with weighted variable with the result of analysis obtained that violation assumption non heteroscedasticity and non multicollinearity have been overcome. From the model, it is known that the variables human development index, the poor, the average length of schooling, the illiteracy rate, and the households with proper sanitation significant effect on the change of numbers life expectancy.

Keywords: Multiple Linear Regression, Weighted Least Square, Ridge Regression, Life Expectancy

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan atas kehadiran Allah Yang Maha Esa karena berkat rahmat, taufiq, serta hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis telah menerima bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing skripsi dan ketua jurusan statistika atas motivasi, kritik, saran, waktu dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji I atas waktu, ilmu, dan saran yang telah diberikan.
3. Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji II atas waktu, ilmu, dan saran yang telah diberikan.
4. Keluarga tercinta yaitu Ayah, Ibu dan Adik yang senantiasa memberikan doa, semangat, motivasi, dan kasih sayang dalam setiap langkah dalam menuntut ilmu.
5. Sahabat dan teman-teman Statistika 2014 terutama Saffira, Meilina dan Wina yang telah menemani selama ini.
6. Teman-teman seperjuangan skripsi yaitu Laila dan Silvitia atas bantuan yang diberikan.

Skripsi ini masih memiliki banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari pembaca sangat berguna sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, 29 Juni 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	4
1.3. Tujuan Penelitian	4
1.4. Manfaat Penelitian	4
1.5. Batasan Masalah	4
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1. Statistika Deskriptif	5
2.2. Analisis Regresi	5
2.3. Asumsi Non Multikolinieritas	6
2.4. Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda	7
2.5. Asumsi Normalitas	8
2.6. Asumsi Non Autokorelasi	9
2.7. Asumsi Homoskedastisitas	10
2.8. Metode <i>Weighted Least Square</i>	11
2.9. Regresi <i>Ridge</i>	13
2.10. Uji Signifikansi Parameter	16
2.10.1. Uji Simultan	16
2.10.2. Uji Parsial	16
2.11. Koefisien Determinasi	17
2.12. Angka Harapan Hidup	17
BAB III. METODE PENELITIAN	21
3.1. Sumber Data	21
3.2. Metode Analisis	21
3.2.1. Menentukan Pembobot <i>Weighted Least Square</i>	22
3.2.2. Metode Regresi <i>Ridge</i>	22
BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	25
4.1. Data Angka Harapan Hidup	25

4.2. Analisis Deskriptif.....	25
4.3. Pendeteksian Multikolinieritas	28
4.4. Pendugaan Parameter MKT.....	29
4.5. Uji Asumsi Normalitas	29
4.6. Uji Asumsi Non Autokorelasi	30
4.7. Uji Asumsi Homoskedastisitas	30
4.8. Penanganan Heteroskedastisitas	31
4.9. Regresi <i>Ridge</i> pada Variabel Terboboti.....	33
4.10. Uji Signifikansi Parameter Regresi <i>Ridge</i>	34
4.11. Koefisien Determinasi.....	35
4.12. Indikator Perbaikan Pelanggaran Asumsi	36
4.13. Interpretasi Model	37
BAB V. PENUTUP	43
5.1. Kesimpulan	43
5.2. Saran	43
DAFTAR PUSTAKA	45
LAMPIRAN	47



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Analisis Ragam 16
 Tabel 4.1. Statistika Deskriptif 26
 Tabel 4.2. Pengujian Multikolinieritas menggunakan VIF 28
 Tabel 4.3. Pendugaan Parameter *Auxiliary Regression* 31
 Tabel 4.4. Nilai VIF pada Regresi *Ridge* 34
 Tabel 4.5. Hasil Uji Simultan Regresi *Ridge* 34
 Tabel 4.6. Hasil Uji Parsial Regresi *Ridge* 35
 Tabel 4.7. Koefisien Determinasi 36
 Tabel 4.8. Nilai Kuadrat Tengah Galat Model 36
 Tabel 4.9. Pengujian Homoskedastisitas dengan *Breusch Pagan* 37
 Tabel 4.10. Pengujian Multikolinieritas dengan Nilai VIF 37



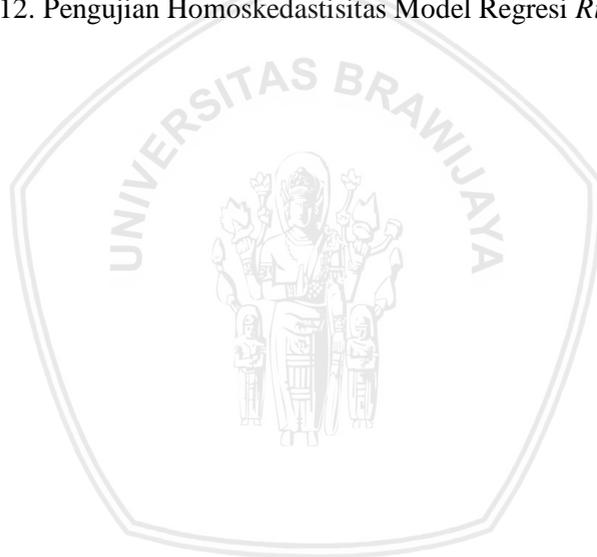
DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis	23
Gambar 4.1. <i>Scatter Plot</i> variabel gangguan terhadap kuadrat galat	32



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Angka Harapan Hidup	47
Lampiran 2. Coding pada Software <i>R</i>	49
Lampiran 3. Analisis Deskriptif	53
Lampiran 4. Penduga Parameter Metode Kuadrat Terkecil	54
Lampiran 5. Uji Asumsi Non Multikolinieritas	55
Lampiran 6. Uji Asumsi Normalitas.....	56
Lampiran 7. Uji Asumsi Non Autokorelasi	57
Lampiran 8. Uji Asumsi Homoskedastisitas.....	58
Lampiran 9. Penduga Parameter <i>Weighted Least Square</i>	59
Lampiran 10. Pengujian Homoskedastisitas Model <i>WLS</i>	60
Lampiran 11. Penduga Parameter Regresi <i>Ridge</i>	61
Lampiran 12. Pengujian Homoskedastisitas Model Regresi <i>Ridge</i>	61



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Kesehatan merupakan kebutuhan mutlak untuk manusia. Pada dasarnya, derajat kesehatan masyarakat dapat dijelaskan oleh banyak faktor, salah satunya adalah angka harapan hidup. Selain derajat kesehatan masyarakat, angka harapan hidup juga dapat menjelaskan tingkat keberhasilan pembangunan pemerintah di bidang pendidikan, sosial dan ekonomi. Keterkaitan angka harapan hidup di berbagai bidang tersebut membuat angka harapan hidup menjadi tolak ukur keberhasilan program pemerintah dalam meningkatkan kesejahteraan masyarakat.

Menurut Badan Pusat Statistik (2017), angka harapan hidup merupakan perkiraan banyak tahun yang dapat ditempuh oleh seseorang selama hidup. Angka harapan hidup penduduk Jawa Timur berdasarkan Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) terus mengalami peningkatan sejak tahun 2007 sebesar 68,9 tahun hingga tahun 2016 mencapai 71,04 tahun. Walaupun angka harapan hidup pada Provinsi Jawa Timur cukup tinggi, namun di beberapa daerah masih menunjukkan angka harapan hidup yang jauh di bawah rata-rata angka harapan hidup nasional (BPS, 2017).

Banyak faktor yang mempengaruhi angka harapan hidup di suatu daerah. Faktor yang mempengaruhi angka harapan hidup kemudian digolongkan ke dalam suatu bidang, antara lain berupa bidang kesehatan, pendidikan, sosial, dan ekonomi. Kesehatan merupakan faktor utama yang mempengaruhi angka harapan hidup. Keberhasilan program kesehatan masyarakat dapat dilihat dari sedikitnya balita gizi buruk pada daerah tersebut, sedikitnya penduduk yang mempunyai masalah kesehatan, dan ketersediaan fasilitas kesehatan.

Tidak hanya kesehatan yang menunjang angka harapan hidup pada suatu daerah, perilaku masyarakat juga mempunyai pengaruh besar terhadap angka harapan hidup. Perilaku masyarakat tersebut dapat dilihat dari tingkat pendidikan dan sosial-ekonomi masyarakat tersebut. Pada bidang pendidikan, faktor yang mungkin berpengaruh terhadap angka harapan hidup adalah sedikitnya masyarakat yang melek huruf dan rata-rata lama sekolah yang telah ditempuh. Bidang

sosial-ekonomi juga memiliki pengaruh penting pada angka harapan hidup melalui status sosial-ekonomi masyarakat. Status sosial-ekonomi tersebut dapat dilihat dari indeks pembangunan manusia, kepadatan penduduk suatu daerah, banyaknya penduduk miskin, rumah tangga yang memiliki sanitasi layak dan rumah tangga dengan sumber air minum layak. Metode yang dapat digunakan untuk menjelaskan bentuk hubungan antara variabel balita gizi buruk, penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan, jumlah sarana kesehatan, indeks pembangunan manusia, kepadatan penduduk, penduduk miskin, rata-rata lama sekolah, angka buta huruf, rumah dengan sanitasi layak dan sumber air minum layak terhadap angka harapan hidup adalah analisis regresi linier berganda.

Faktor-faktor yang digunakan tersebut merupakan faktor umum yang mempengaruhi angka harapan hidup. Dikatakan faktor umum karena telah banyak penelitian sebelumnya yang juga menggunakan faktor-faktor tersebut dalam menentukan angka harapan hidup. Akan tetapi, pada hubungan pengaruh faktor-faktor angka harapan hidup terdapat masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas. Kasus multikolinieritas muncul akibat adanya hubungan linier di antara variabel prediktor. Pada masalah angka harapan hidup, multikolinieritas muncul akibat adanya hubungan antara variabel indeks pembangunan manusia, rata-rata lama sekolah, dan angka buta huruf. Variabel-variabel tersebut saling berhubungan dan mempengaruhi satu sama lain. Seperti halnya indeks pembangunan manusia dalam praktiknya memiliki hubungan dengan tingkat pendidikan seseorang.

Kasus multikolinieritas harus diatasi dalam melakukan analisis regresi karena akan berdampak memiliki ragam peragam pada penduga parameter MKT menjadi relatif besar. Regresi yang dapat digunakan ketika terdapat kasus multikolinieritas yang memungkinkan menggunakan semua variabel sebagai prediktor adalah regresi *ridge*.

Kemudian kasus heteroskedastisitas muncul karena ragam sisaan model tidak konstan. Pada angka harapan hidup, kasus heteroskedastisitas tersebut muncul ketika kabupaten/kota dengan sanitasi layak cenderung tinggi memiliki keragaman angka harapan hidup yang besar, yaitu angka yang didapat untuk harapan hidup daerah tersebut sangat bervariasi. Sedangkan pada kabupaten/kota

yang memiliki rata-rata rumah tangga dengan sanitasi layak yang rendah akan memiliki keragaman rendah, dengan kata lain angka-angka yang didapat untuk harapan hidup akan berkisar pada angka rendah saja. Untuk mendeteksi adanya kasus heteroskedastisitas dapat digunakan Uji *Breusch Pagan* untuk nantinya diperbaiki dengan metode *weighted least square* (WLS).

Penelitian sebelumnya yang berhubungan dengan regresi *ridge* pernah dilakukan oleh Pramudita (2015) tentang kajian metode regresi *ridge* untuk mengatasi berbagai tingkatan multikolinieritas pada analisis regresi linier berganda menunjukkan bahwa regresi *ridge* lebih sesuai digunakan untuk mengatasi multikolinieritas kuat. Penelitian yang dilakukan Raudhah (2017) dengan judul analisis regresi linier berganda untuk data dengan berbagai tingkat multikolinieritas menggunakan regresi *ridge* didapatkan bahwa regresi *ridge* lebih efisien daripada penduga MKT. Sedangkan pada penelitian yang berhubungan dengan angka harapan hidup pernah dilakukan oleh Aljaza (2015) yang berjudul pemodelan *geographically weighted regression* dengan pembobot *tricube kernel*. Pada penelitian tersebut menggunakan variabel presentase lama bayi yang mendapat asi eksklusif, presentase balita menurut penolongan terakhir kelahiran secara medis, presentasi bayi yang mendapat imunisasi, presentase perempuan usia 10 tahun ke atas yang menikah di bawah umur, dan presentase balita gizi buruk di Provinsi Jawa Timur tahun 2012 sebagai variabel prediktor. Sedangkan metode yang digunakan adalah *weighted least square* (WLS).

Akan tetapi pada penelitian tersebut belum ada kajian tentang penanganan asumsi heteroskedastisitas dan multikolinieritas menggunakan regresi *ridge* pada variabel terboboti. Maka tujuan pada penelitian ini yaitu membentuk model regresi *ridge* setelah diboboti untuk mengatasi heteroskedastisitas dan multikolinieritas bagi angka harapan hidup berdasarkan faktor-faktor prediktornya dan untuk mengetahui perbaikan model regresi *ridge* dengan variabel terboboti terhadap model MKT sehubungan dengan adanya masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas. Penelitian ini diharapkan dapat mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi angka harapan hidup sehingga dapat menjadi tolak ukur untuk pemerintah dalam meningkatkan kesejahteraan masyarakat Provinsi Jawa Timur.

1.2. Rumusan Masalah

1. Bagaimana persamaan model regresi *ridge* dengan variabel yang diboboti bagi angka harapan hidup yang mengandung masalah heteroskedastisitas dan multikolinieritas?
2. Bagaimana perbaikan model regresi *ridge* dengan variabel terboboti terhadap model MKT sehubungan dengan adanya masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas?

1.3. Tujuan Penelitian

1. Membentuk model regresi *ridge* dengan variabel yang diboboti bagi angka harapan hidup yang mengandung masalah heteroskedastisitas dan multikolinieritas.
2. Mengetahui perbaikan model regresi *ridge* dengan variabel terboboti terhadap model MKT sehubungan dengan adanya masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas.

1.4. Batasan Masalah

Pada penelitian ini masalah dibatasi pada penanganan kasus multikolinieritas dan heteroskedastisitas menggunakan pembobotan variabel dan melakukan pendugaan parameter menggunakan regresi *ridge* pada studi kasus angka harapan hidup Provinsi Jawa Timur tahun 2016.

1.5. Manfaat Penelitian

1. Manfaat dari penelitian ini adalah diharapkan dapat mengetahui pengembangan dari regresi *ridge* dalam mengatasi dua pelanggaran asumsi regresi homoskedastisitas dan non multikolinieritas menggunakan regresi *ridge* dengan variabel yang telah diboboti.
2. Mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh nyata terhadap angka harapan hidup berdasarkan penduga koefisien regresi *ridge* hasil pembobotan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif merupakan metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian data sehingga memberikan informasi yang berguna. Metode ini bertujuan untuk menguraikan tentang sifat-sifat atau karakteristik dari suatu keadaan dan membuat gambaran yang sistematis dan akurat mengenai fakta-fakta dan sifat-sifat dari fenomena yang diselidiki. Penyajian data dapat dilakukan dalam bentuk tabel, grafik dan gambar. Ukuran pemusatan memberikan ukuran mengenai nilai maksimum, nilai minimum, rata-rata, median, modus. Ukuran penyebaran meliputi simpangan rata-rata, standar deviasi, jangkauan kuartil dan jangkauan persentil (Walpole, 1995).

2.2. Analisis Regresi

Analisis regresi adalah suatu metode sederhana untuk melakukan investigasi tentang hubungan fungsional di antara dua variabel atau lebih (Sugiarto, 1992). Hubungan antara beberapa variabel tersebut diwujudkan dalam suatu model matematis. Pada model regresi terdapat variabel prediktor dan variabel respon. Variabel prediktor adalah variabel yang digunakan untuk meramalkan, sedangkan variabel respon adalah variabel yang diramalkan oleh variabel prediktor. Antara variabel prediktor dan respon terdapat korelasi yang dinyatakan dalam bentuk garis regresi.

Dalam analisis regresi terdapat model dengan hanya terdapat satu variabel prediktor disebut model regresi linier sederhana sedangkan jika variabel prediktor yang digunakan lebih dari satu maka model yang diperoleh disebut model regresi linier berganda (Nachrowi dan Hardius, 2008). Secara umum bentuk persamaan regresi linier berganda dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} \dots + \beta_j x_{ij} + u_i \quad (2.1)$$

di mana:

i : 1,2, ..., n

j : 1,2, ..., k

n : banyak pengamatan

- k : banyak variabel prediktor dalam model
- y_i : variabel respon pengamatan ke- i
- x_{ij} : variabel prediktor pengamatan ke- i variabel ke- j
- β_j : parameter model regresi variabel ke- j
- u_i : sisaan ke- i

Model regresi linier berganda pada persamaan (2.1) dapat dituliskan dalam notasi matriks:

$$Y = X\hat{\beta} + u \tag{2.2}$$

di mana:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

2.3. Asumsi Non Multikolinieritas

Asumsi non multikolinieritas menguji ada tidaknya hubungan linier antar variabel prediktor dalam regresi linier. Multikolinieritas pertama kali dikenalkan oleh Ragnar Frisch pada tahun 1934 yang berarti adanya hubungan linier antar variabel prediktor. Kasus multikolinieritas umumnya disebabkan oleh kesalahan teoritis dalam pembentukan model regresi yang digunakan. Selain itu jumlah pengamatan yang terlampau kecil juga akan menyebabkan munculnya kasus multikolinieritas. Beberapa akibat terdapat multikolinieritas pada analisis regresi antara lain (Gujarati dan Porter, 2004):

1. Penduga parameter OLS memiliki ragam dan peragam yang relatif besar.
2. Selang kepercayaan menjadi besar yang dapat menyebabkan sulit untuk menolak hipotesis nol.
3. Statistik uji t untuk satu atau lebih koefisien regresi menjadi tidak signifikan.
4. Nilai R^2 tinggi namun banyak variabel yang tidak signifikan dalam perhitungan uji t .
5. Terkadang taksiran koefisien yang didapat akan mempunyai tanda bagi penduga parameter tidak sesuai sehingga dapat menyebabkan kesalahan interpretasi.

Pendeteksian multikolinieritas dapat dilakukan dengan melihat nilai VIF dari setiap variabel prediktor. VIF merupakan ukuran besarnya keragaman total salah satu variabel yang dapat dijelaskan oleh keragaman variabel prediktor yang lain. Nilai VIF untuk koefisien regresi adalah sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{(1-R_j^2)} \quad (2.3)$$

R_j^2 merupakan nilai koefisien determinasi dari X_j yang diregresikan dengan variabel prediktor lainnya. Nilai VIF jika bernilai lebih dari 10 maka dapat dinyatakan terdapat multikolinieritas (Montgomery dan Peck, 1992).

2.4. Pendugaan Parameter Regresi Linier Berganda

Pendugaan parameter dapat dilakukan menggunakan metode kuadrat terkecil (MKT). Persamaan penduga parameter dengan metode MKT dituliskan seperti berikut:

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} \dots + \beta_j x_{ij} + \hat{u}_i \quad (2.4)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.4) ke persamaan (2.1) didapatkan,

$$\begin{aligned} y_i &= \hat{y}_i + \hat{u}_i \\ \hat{u}_i &= y_i - \hat{y}_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Jumlah kuadrat sisaan dalam bentuk matriks adalah

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}' \hat{\mathbf{u}} &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})' (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\mathbf{Y}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan diperoleh dari hasil turunan pertama JK_{galat} terhadap $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yang disama-dengankan nol. $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ yang meminimumkan dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\mathbf{u}'\mathbf{u})}{\partial\hat{\boldsymbol{\beta}}} &= \mathbf{0} \\
 -2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{0} \\
 (\mathbf{X}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{X}'\mathbf{Y} \\
 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \\
 \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{2.7}
 \end{aligned}$$

Pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil dilakukan untuk mendapatkan nilai sisaan yang kemudian akan digunakan untuk menguji asumsi yang melandasi variabel acak sisaan pada regresi linier berganda. Asumsi yang melandasi variabel acak sisaan adalah $E(u_i) = 0$, $V(u_i) = \sigma^2$ dan $cov(u_i, u_i') = 0$ atau dapat diasumsikan $\mathbf{u} \sim NIID(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$.

2.5. Asumsi Normalitas

Menurut Greene (2003), regresi klasik mengasumsikan setiap sisaan u_i didistribusikan secara normal dengan rata-rata nol dan ragam konstan. Asumsi tersebut secara ringkas dinyatakan sebagai

$$u_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui apakah sisaan memiliki distribusi normal. Jika asumsi normalitas tidak terpenuhi maka penduga parameter akan bias dikarenakan pencilan akan berpengaruh besar pada penduga parameternya. Uji normalitas yang digunakan adalah uji *Jarque Bera*. Uji *Jarque Bera* adalah salah satu uji normalitas dimana mengukur apakah skewness dan kurtosis sampel sesuai dengan distribusi normal. Dalam aplikasinya nilai *Jarque Bera* dibandingkan dengan nilai Khi kuadrat berderajat bebas dua untuk sampel besar dan hipotesis uji normalitas dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 H_0 &: E(u_i) = 0 \text{ vs} \\
 H_1 &: E(u_i) \neq 0
 \end{aligned}$$

Statistik uji *Jarque Bera*:

$$JB = n \left[\frac{Skewness^2}{6} + \frac{(kurtosis-3)^2}{24} \right] \tag{2.8}$$

di mana:

$$\text{Skewness} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$
$$\text{Kurtosis} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \right)^2}$$

Kriteria pengujian jika statistik uji $JB < \chi_{(0.05,2)}$ atau nilai- $p > \alpha$, maka terima H_0 , sehingga asumsi kenormalan terpenuhi (Gujarati dan Porter, 2004).

2.6. Asumsi Non Autokorelasi

Autokorelasi adalah kasus dimana terjadi korelasi antara suatu nilai sisaan pengamatan tertentu dengan nilai sisaan pengamatan lain. Masalah autokorelasi sering muncul pada data deret waktu, karena urutan pengamatan memiliki makna sehingga nilai sisaan satu periode dapat mempengaruhi nilai sisaan periode lain. Dampak dari terdapat autokorelasi pada model regresi yaitu penduga OLS memiliki ragam besar sehingga penduga tidak bersifat BLUE. Banyak cara untuk mendeteksi autokorelasi, salah satunya menggunakan *Durbin Watson* dan *Run Test*. Menurut Supranto (2009) cara mendeteksi adanya autokorelasi melalui uji *Durbin Watson* sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat autokorelasi antar sisaan) vs

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat autokorelasi antar sisaan)

Statistik uji :

$$DW = \frac{\sum_i^n (\hat{u}_i - \hat{u}_{i-1})^2}{\sum_i^n \hat{u}_i^2} \quad (2.9)$$

Aturan untuk mengambil keputusan uji *Durbin Watson* adalah dengan membandingkan nilai *Durbin Watson* dengan batas atas (DU) dan batas bawah (DL). Aturan tersebut diatur sebagai berikut:

1. Jika $DW \leq DL$ maka ada korelasi yang positif
2. Jika $DL \leq DW \leq DU$ maka tidak dapat diambil keputusan
3. Jika $DU < DW < 4-DU$ maka tidak ada korelasi antar sisaan
4. Jika $4-DU \leq DW \leq 4-DL$ maka tidak dapat diambil keputusan
5. Jika $DW > 4-DL$ maka ada korelasi negatif.

Dalam pengambilan keputusan yang menghasilkan kesimpulan yang ragu-ragu, maka perlu dilakukan *Run Test* untuk mengetahui apakah sisaan dari model bersifat acak atau tidak. Penarikan kesimpulan pada *Run Test* dilihat dari nilai- p pada sisaan model. Jika nilai- p yang dihasilkan lebih dari α maka tidak terdapat autokorelasi pada model (Gujarati dan Porter, 2004).

2.7. Asumsi Homoskedastisitas

Asumsi homoskedastisitas menggambarkan bahwa ragam di sekitar garis regresi adalah konstan. Asumsi homoskedastisitas dituliskan sebagai berikut:

$$E(u_i^2) = \sigma^2, i=1,2,\dots,n \quad (2.10)$$

Heterokedastisitas merupakan kasus dimana ragam model tidak konstan yang mengakibatkan penduga yang diperoleh tidak efisien baik dalam sampel kecil maupun besar, meskipun penduga yang diperoleh tidak bias. Hal ini disebabkan oleh ragam yang tidak minimum. (Chatterjee dan Hadi, 2006). Pendeteksian asumsi homoskedastisitas biasa dilakukan menggunakan uji *Breusch Pagan*. Uji *Breusch Pagan* meregresikan nilai sisaan penduga MKT yang dikuadratkan untuk dijadikan variabel respon dengan variabel prediktor yang diasumsikan. Regresi dengan sisaan yang dikuadratkan pada penduga variabel prediktor dibantu dengan menggunakan *auxiliary regression*. Persamaan *auxiliary regression* adalah sebagai berikut:

$$\hat{u}_i^2 = a_0 + a_1x_{1i} + \dots + a_jx_{ij} + v_i \quad (2.11)$$

di mana:

- \hat{u}_i^2 : variabel respon pada *auxiliary regression* yaitu sisaan model MKT yang dikuadratkan
- X_{ki} : variabel prediktor ke- k dengan pengamatan ke- i
- a_0, a_1, \dots, a_k : parameter model *auxiliary regression*
- v_i : sisaan ke- i pada *auxiliary regression*

Hipotesis yang digunakan untuk pengujian *Breusch Pagan* adalah sebagai berikut:

$H_0 : a_0 = a_1 = \dots = a_k = 0$ (ragam bersifat homogen) vs
 $H_1 : \text{paling sedikit ada satu } a_i \neq 0$ (ragam bersifat tidak homogen)
 Statistik uji yang digunakan berdasarkan koefisien determinasi R^2 dituliskan sebagai berikut:

$$LM = nR^2 \sim \chi_k^2 \quad (2.12)$$

Kriteria pengujian *Breusch Pagan* adalah H_0 diterima apabila statistik uji $LM < \text{titik kritis } (\chi_k^2)$ sehingga tidak ada heteroskedastisitas dalam model regresi (Gujarati dan Porter, 2004).

2.8. Metode *Weighted Least Square*

Menurut Montgomery dan Peck (1992) untuk mengatasi model regresi dengan ragam tidak konstan dapat dilakukan dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (*Weighted Least Square Method*). Metode *WLS* digunakan pada saat variabel yang menjadi penyebab heteroskedastisitas diketahui.

Metode *WLS* pada prinsipnya bekerja seperti metode kuadrat terkecil, bedanya metode *WLS* terdapat penambahan variabel baru yaitu w yang menunjukkan bobot (Masrokhah, 2016). Bobot yang digunakan adalah bobot yang proporsional terhadap ragam sisaan. Penentuan pembobot dilakukan dengan melihat pola yang ditunjukkan sisaan terhadap variabel gangguan. Apabila pola ragam sisaan proporsional terhadap X_{ij} yaitu pola menunjukkan hubungan linier maka:

$$E(u_i^2) = \sigma^2 X_i \quad (2.13)$$

Kemudian didapatkan bobot dari ragam sisaan yang proporsional terhadap variabel gangguan yaitu $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$. Untuk menghilangkan masalah heteroskedastisitas, langkah selanjutnya yaitu melakukan transformasi dengan mengalikan pembobot terhadap semua variabel prediktor dan respon. Melalui transformasi tersebut maka diperoleh sisaan baru yaitu $u_i^* = \frac{u_i}{\sqrt{X_i}}$, yang telah memiliki ragam konstan:

$$\text{var}(u_i^*) = \text{var}\left(\frac{u_i}{\sqrt{X_i}}\right) = \frac{1}{X_i} \text{var}(u_i) = \frac{1}{X_i} \sigma^2 X_i = \sigma^2 \quad (2.14)$$

Sehingga diperoleh regresi baru sebagai berikut:

$$\frac{y_i}{\sqrt{X_i}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{X_i}} + \frac{\beta_1 x_{1i}}{\sqrt{X_i}} + \dots + \frac{\beta_j x_{ij}}{\sqrt{X_i}} + \frac{u_i}{\sqrt{X_i}} \quad (2.15)$$

Persamaan regresi terboboti yang didapat dari penduga *Weighted Least Square* dituliskan sebagai berikut:

$$y_i^* = \hat{\beta}_0 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + \hat{\beta}_1 x_{1i}^* + \dots + \hat{\beta}_j x_{ij}^* + u_i^* \quad (2.16)$$

di mana:

- y_i^* : variabel respon yang terboboti pada pengamatan ke- i
- x_{ij}^* : variabel prediktor yang terboboti pada pengamatan ke- i
variabel ke- j
- u_i^* : sisaan pengamatan ke- i yang terboboti
- $\hat{\beta}_k$: penduga parameter *WLS* ke- j

Model regresi linier berganda pada persamaan (2.16) dapat dituliskan dalam notasi matriks

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{u}$$

Kemudian dilakukan transformasi berdasarkan nilai \mathbf{W} sehingga didapatkan :

$$\mathbf{W}^{1/2}\mathbf{Y} = \mathbf{W}^{1/2}\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{W}^{1/2}\mathbf{u} \quad (2.17)$$

Sehingga dapat dituliskan:

$$\mathbf{Y}_w = \mathbf{X}_w\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{u}_w \quad (2.18)$$

di mana :

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Pendugaan parameter menggunakan metode *Weighted Least Square* dalam bentuk matriks dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_w = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y} \quad (2.19)$$

di mana:

- $\hat{\boldsymbol{\beta}}_w$: penduga parameter *WLS*
- \mathbf{W} : matriks berukuran $n \times n$ dengan elemen diagonal adalah pembobot *WLS*
- \mathbf{X} : matriks variabel prediktor
- \mathbf{Y} : matriks variabel respon

2.9. Regresi Ridge

Regresi *ridge* diartikan sebagai suatu teknik praktis yang menghasilkan kuadrat tengah sisaan yang lebih kecil. Regresi *ridge* digunakan untuk menyelesaikan masalah multikolinieritas yang diakibatkan oleh korelasi yang tinggi antara beberapa variabel prediktor dalam model. Korelasi antar variabel tersebut mengakibatkan matriks $X'X$ hampir singular dan akan menyebabkan nilai duga parameter model yang tidak stabil. Regresi *ridge* pertama kali diperkenalkan oleh Hoerl pada tahun 1962 dan dikaji kembali oleh Hoerl dan Kennard pada tahun 1970 (Draper dan Smith, 1992).

Langkah pertama dalam pendugaan parameter regresi *ridge* yaitu melakukan standarisasi data. Proses standarisasi digunakan untuk mengantisipasi kesalahan pembulatan yang menyebabkan hasil perhitungan tidak sesuai. Standarisasi data pada regresi *ridge* menggunakan metode pemusatan dan penskalaan. Metode pemusatan berfungsi untuk membuat data berpusat di sekitar rata-rata sehingga ragam kecil. Sedangkan metode penskalaan menyebabkan unsur matriks ragam peragam bernilai antara -1 dan 1 (Kutner dan Neter, 2004). Metode pemusatan dan penskalaan dilakukan dengan persamaan sebagai berikut:

$$Y_z = \frac{y_i^* - \bar{y}^*}{S_y^*} \text{ dengan } S_y^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i^* - \bar{y}^*)^2}{n-1}} \quad (2.20)$$

$$X_z = \frac{x_i^* - \bar{x}_j^*}{S_x^*} \text{ dengan } S_x^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^* - \bar{x}_j^*)^2}{n-1}} \quad (2.21)$$

di mana:

i : 1, 2, ..., n

j : 1, 2, ..., k

y_i^* : variabel respon pengamatan ke- i yang terboboti

x_j^* : variabel prediktor ke- j yang terboboti

\bar{y}^* : rata-rata variabel respon yang terboboti

\bar{x}_j^* : rata-rata variabel prediktor ke- j yang terboboti

S_y^* : standar deviasi variabel respon yang terboboti

S_x^* : standar deviasi variabel prediktor yang terboboti

Sehingga transformasi untuk standarisasi data pada variabel terboboti dirumuskan sebagai berikut:

$$Y_z = \frac{y_i^* - \bar{y}^*}{\sqrt{n-1}S_{y^*}} \quad (2.22)$$

$$X_z = \frac{x_i^* - \bar{x}_j^*}{\sqrt{n-1}S_{x^*}} \quad (2.23)$$

Berdasarkan transformasi di atas kemudian didapat model regresi yang baku (*standardized regression model*) sebagai berikut:

$$Y_z = \beta_1^* X_{z_{i1}} + \beta_2^* X_{z_{i2}} + \dots + \beta_j^* X_{z_{ij}} + u_i^* \quad (2.24)$$

di mana:

Y_z : variabel respon hasil standarisasi

$X_{z_{ij}}$: variabel prediktor hasil standarisasi pada pengamatan ke- i dengan variabel ke- j

β_j^* : penduga parameter regresi *ridge* variabel ke- j

Parameter λ merupakan parameter yang membedakan regresi *ridge* dengan metode kuadrat terkecil. Jika tetapan bias λ bernilai nol maka akan menjadi metode kuadrat terkecil. Tetapan bias λ yang relatif kecil ditambahkan pada diagonal utama matriks $X_z'X_z$ sehingga koefisien penduga regresi *ridge* dipengaruhi oleh besarnya tetapan bias λ (Hoerl dan Kennard, 1970).

Hoerl dan Kennard (1970) membuat suatu metode pemilihan nilai λ menggunakan rumus:

$$\lambda = \frac{k \hat{\sigma}_w^2}{\hat{\beta}_w' \hat{\beta}_w} \quad (2.25)$$

di mana:

k : banyak variabel prediktor

$\hat{\sigma}_w^2$: KTG model WLS

$\hat{\beta}_w$: penduga parameter WLS

Dalam pendugaan parameter, regresi *ridge* dapat dibuat ke dalam bentuk matriks dengan tujuan meminimumkan jumlah kuadrat sisaan model melalui metode pengali Lagrange:

$$L = (Y_z - X_z \hat{\beta}_R)' (Y_z - X_z \hat{\beta}_R) + \lambda (\hat{\beta}_R' \hat{\beta}_R - \hat{u}' \hat{u})$$

$$L = (Y_z' - X_z' \hat{\beta}_R') (Y_z - X_z \hat{\beta}_R) + \lambda (\hat{\beta}_R' \hat{\beta}_R - \hat{u}' \hat{u})$$

$$\begin{aligned}
 L &= Y_z'Y_z - Y_z'X_z\hat{\beta}_R - \hat{\beta}_R'X_z'Y_z + \hat{\beta}_R'X_z'X_z\hat{\beta}_R + \lambda(\hat{\beta}_R'\hat{\beta}_R - \hat{u}'\hat{u}) \\
 L &= Y_z'Y_z - \hat{\beta}_R'X_z'Y_z - \hat{\beta}_R'X_z'Y_z + \lambda(\hat{\beta}_R'\hat{\beta}_R - \hat{u}'\hat{u}) \\
 L &= Y_z'Y_z - 2\hat{\beta}_R'X_z'Y_z + \hat{\beta}_R'X_z'X_z\hat{\beta}_R + \lambda(\hat{\beta}_R'\hat{\beta}_R - \hat{u}'\hat{u})
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

Meminimumkan nilai lagrange dengan cara:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}_R} &= -2X_z'Y_z + 2X_z'X_z\hat{\beta}_R + 2\lambda\hat{\beta}_R'\hat{\beta}_R = 0 \\
 0 &= -X_z'Y_z + X_z'X_z\hat{\beta}_R + \lambda\hat{\beta}_R' \\
 0 &= -X_z'Y_z + \hat{\beta}_R'(X_z'X_z + \lambda I) \\
 \hat{\beta}_R'(X_z'X_z + \lambda I) &= X_z'Y_z \\
 \hat{\beta}_R &= (X_z'X_z + \lambda I)^{-1}X_z'Y_z
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

di mana:

$\hat{\beta}_R$: matriks penduga parameter regresi *ridge*

λ : konstanta bias

Hoerl dan Kennard (1970), mendefinisikan ragam dari regresi *ridge* sebagai berikut :

$$var(\hat{\beta}_R) = \hat{\sigma}_R^2(X_z'X_z + \lambda I)^{-1}X_z'X_z[(X_z'X_z + \lambda I)^{-1}]' \tag{2.28}$$

di mana :

$\hat{\sigma}_R^2$: KTG regresi *ridge*

Langkah terakhir dalam menduga parameter regresi *ridge* yaitu mengembalikan penduga regresi *ridge* menjadi bentuk model regresi awal untuk mendapatkan parameter regresi yang telah bebas dari multikolinieritas dengan persamaan sebagai berikut:

$$\beta_j = \left(\frac{s_y}{s_{xj}}\right)\beta_j^* , \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, k \tag{2.29}$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1\bar{x}_{i1} - \beta_2\bar{x}_{i2} - \dots - \beta_j\bar{x}_{ij} \tag{2.30}$$

Untuk membuktikan apakah regresi *ridge* telah menangani masalah multikolinieritas, maka dapat dilihat menggunakan nilai VIF dari regresi *ridge* yang merupakan elemen diagonal dari matriks sebagai berikut (kutner dan Neter, 2004) :

$$VIF(\lambda) = (X_z'X_z + \lambda I)^{-1}X_z'X_z(X_z'X_z + \lambda I)^{-1} \tag{2.31}$$

2.10. Uji Signifikansi Parameter

2.10.1. Uji Simultan

Uji simultan adalah pengujian yang dilakukan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor secara bersama-sama terhadap variabel respon. Uji simultan dilakukan dengan menggunakan uji F berlandaskan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \text{ vs}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } \beta_j \neq 0$$

Uji simultan dapat didasarkan melalui tabel analisis ragam yang dijelaskan sebagai berikut:

Tabel 2.1. Tabel Analisis Ragam

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	Fhitung
Regresi	k	$\hat{\beta}_R' X_Z' Y_Z$	JKR/k	$\frac{KTR}{KTG}$
Sisaan	n-k-1	$Y_Z' Y_Z - \hat{\beta}_R' X_Z' Y_Z$	JKG/n-k-1	
Total	n-1	$Y_Z' Y_Z$		

Kriteria penolakan H_0 pada tingkat signifikansi α adalah jika nilai Fhitung $> F_{(\alpha/2; k; n-k-1)}$ sehingga dapat dinyatakan bahwa variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh nyata terhadap variabel respon (Gujarati dan Porter, 2004).

2.10.2. Uji Parsial

Uji signifikansi parameter model secara terpisah (parsial) dilakukan untuk mengetahui variabel prediktor layak masuk model atau tidak (Hosmer dan Lemeshow, 2000). Pengujian variabel dilakukan satu per satu menggunakan statistik uji t , dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_{Rj} = 0 \text{ vs}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } \beta_{Rj} \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan:

$$t = \frac{\hat{\beta}_R}{se(\hat{\beta}_R)} \quad (2.32)$$

di mana:

$se(\hat{\beta}_R)$: elemen diagonal matriks ragam regresi *ridge*

$\hat{\beta}_R$: penduga parameter *ridge*

Kriteria penolakan H_0 pada tingkat signifikansi α adalah jika nilai $t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-k-1}$ atau nilai $p < \alpha$ sehingga dinyatakan bahwa variabel prediktor secara individu memberikan pengaruh nyata terhadap variabel respon (Gujarati dan Porter, 2004).

2.11. Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi adalah proporsi keragaman atau ragam total nilai variabel respon yang dapat dijelaskan oleh nilai variabel prediktor melalui hubungan linier (Draper dan Smith, 1992). Koefisien determinasi dilambangkan dengan R^2 . Sifat R^2 adalah bahwa nilainya akan naik seiring dengan bertambahnya variabel prediktor sehingga tidak dapat membandingkan dua model jika jumlah variabel prediktor tidak sama banyak. Terdapat koefisien determinasi alternatif yang dinamakan dengan *adjusted R-square* yaitu R^2 yang menyesuaikan jumlah derajat bebas dalam model. Berikut rumus dari *Adjusted R²*:

$$\text{Adjusted } R^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k} \quad (2.33)$$

di mana:

- R^2 : koefisien determinasi
- n : banyak pengamatan
- k : banyak variabel prediktor

2.12. Angka Harapan Hidup

Angka harapan hidup didefinisikan sebagai rata-rata tahun hidup yang akan dijalani oleh orang yang berhasil mencapai umur tertentu (BPS, 2017). Angka harapan hidup dapat juga diartikan sebagai perkiraan tambahan umur seseorang yang diharapkan dapat terus hidup. Angka harapan hidup mencerminkan kesejahteraan dan kemakmuran suatu daerah. Kegunaan angka harapan hidup merupakan alat untuk mengevaluasi kinerja pemerintah dalam meningkatkan kesejahteraan masyarakat pada umumnya.

Angka Harapan Hidup dihitung menggunakan angka kematian menurut umur yang datanya diperoleh dari catatan kematian secara bertahun-tahun sehingga dimungkinkan dibuat tabel kematian. Namun karena system registrasi penduduk Indonesia belum berjalan dengan baik, maka BPS menggunakan program khusus Mortpak

untuk menghitung AHH. Data yang digunakan adalah rata-rata jumlah anak lahir hidup dan rata-rata anak masih hidup, yang bersumber dari data hasil SUSENAS dan dengan memperhatikan trend hasil Sensus Penduduk.

Pada Provinsi Jawa Timur, angka harapan hidup terus meningkat dari tahun ke tahun. Selama tahun 2010 hingga 2016, Jawa Timur telah berhasil meningkatkan angka harapan hidup secara rata-rata sebesar 1,15 persen per tahun. Pada tahun 2010, angka harapan hidup hanya sebesar 69,89 tahun dan pada tahun 2016 telah mencapai 71,04 tahun (BPS, 2017).

Menurut Sugiantari dan Budiantara (2013), faktor yang diduga mempengaruhi angka harapan hidup meliputi faktor sosial, ekonomi, kesehatan dan pendidikan. Berikut faktor-faktor yang diduga mempengaruhi angka harapan hidup:

a. Faktor Kesehatan

Indikator rendahnya kesehatan suatu wilayah dapat dilihat dari banyaknya balita gizi buruk pada daerah tersebut. Selain itu banyaknya keluhan penduduk yang mempunyai masalah penyakit dan kurangnya ketersediaan fasilitas kesehatan adalah salah penyebab rendahnya kesehatan yang berakibat rendahnya angka harapan hidup pada wilayah tersebut. Menurut Tanadjaja dkk (2017) keadaan lingkungan seperti sanitasi yang buruk dan sumber air minum yang tidak layak juga menjadi salah satu penyebab rendahnya angka harapan hidup. Penelitian terdahulu yang dilakukan Tanadjaja, dkk dapat disimpulkan bahwa keadaan kesehatan masyarakat dan lingkungan berpengaruh secara signifikan terhadap angka harapan hidup.

b. Faktor Pendidikan

Tidak hanya kesehatan yang menunjang angka harapan hidup pada suatu daerah, perilaku masyarakat juga mempunyai pengaruh besar terhadap angka harapan hidup. Perilaku masyarakat tersebut dapat dilihat dari tingkat pendidikan (Tanadjaja dkk, 2017). Pada tingkat pendidikan, faktor yang diduga berpengaruh terhadap angka harapan hidup adalah kurangnya masyarakat yang melek huruf dan rata-rata lama sekolah yang ditempuh.

c. Faktor Sosial Ekonomi

Program sosial ekonomi juga memiliki pengaruh penting pada angka harapan hidup melalui status sosial ekonomi masyarakat.

Status sosial ekonomi tersebut dapat dilihat dari indeks pembangunan manusia, kepadatan penduduk suatu daerah, banyaknya penduduk miskin. Oleh karena itu, angka harapan hidup adalah indikator penting untuk mengidentifikasi kualitas hidup suatu wilayah.



BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang didapat dari Badan Pusat Statistik tentang angka harapan hidup penduduk Jawa Timur pada tahun 2016. Unit data berupa 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Variabel yang digunakan, yaitu:

- Y : angka harapan hidup (tahun)
- X_1 : jumlah balita gizi buruk (per balita)
- X_2 : penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan (%)
- X_3 : jumlah sarana kesehatan (per sarana)
- X_4 : indeks pembangunan manusia (%)
- X_5 : kepadatan penduduk (per km²)
- X_6 : penduduk miskin (%)
- X_7 : rata-rata lama sekolah usia 15 tahun ke atas (tahun)
- X_8 : angka buta huruf penduduk usia 10 tahun ke atas (%)
- X_9 : rumah tangga dengan sanitasi layak (%)
- X_{10} : rumah tangga dengan sumber air minum layak (%)

3.2. Metode Analisis

Metode analisis yang digunakan pada penelitian ini adalah metode regresi linier berganda dan regresi *ridge*. Pada penelitian ini digunakan *software R*, SPSS, dan *Gretl* sebagai alat bantu analisis. Alur analisisnya adalah sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif pada variabel angka harapan hidup beserta variabel prediktornya menggunakan *software SPSS*.
2. Membentuk model regresi linier berganda dengan metode kuadrat terkecil yang menyertakan seluruh variabel prediktor yang diasumsikan ke dalam model regresi seperti pada persamaan (2.4).
3. Melakukan pengujian asumsi-asumsi yang melandasi regresi linier berganda. Asumsi-asumsi tersebut antara lain normalitas, homoskedastisitas, non autokorelasi, dan non multikolinieritas.

4. Menentukan variabel pembobot yang digunakan untuk menduga parameter melalui persamaan (2.14).
5. Melakukan pendugaan parameter pada variabel hasil pembobotan dengan menggunakan regresi *ridge* sesuai persamaan (2.25).
6. Melakukan uji asumsi multikolinieritas untuk memastikan model telah bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Pengujian multikolinieritas dilakukan dengan melihat nilai VIF sesuai dengan persamaan (2.29).
7. Melakukan uji signifikansi parameter regresi *ridge*.
8. Menguji kebaikan model pada persamaan (2.31).

3.2.1. Menentukan pembobot untuk mengatasi heteroskedastisitas

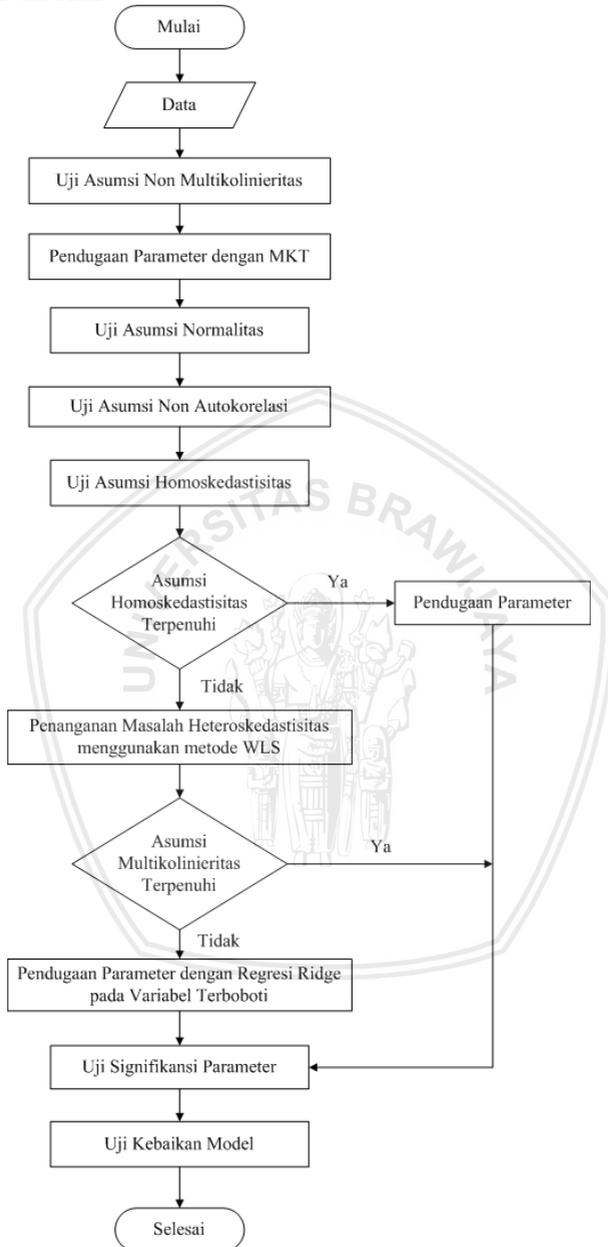
1. Melakukan pendeteksian heteroskedastisitas dengan uji *Breusch Pagan* yaitu sisaan dikuadratkan untuk dijadikan variabel respon regresi *auxiliary* dengan semua variabel prediktor yang digunakan seperti persamaan (2.11).
2. Menentukan pembobot untuk menduga parameter dengan persamaan (2.14). Pembobot disesuaikan dengan koefisien yang signifikan pada uji parameter regresi *auxiliary*.
3. Menduga parameter dengan metode *weighted least square* dan didapatkan model seperti persamaan (2.17)
4. Melakukan pengujian kembali asumsi homoskedastisitas dengan uji *Breusch Pagan*.

3.2.2. Metode Regresi Ridge

1. Melakukan standarisasi data dengan metode pemusatan dan penskalaan seperti persamaan (2.20) dan (2.21)
2. Menentukan nilai λ yang akan digunakan sebagai tetapan bias regresi *ridge* seperti pada persamaan (2.22)
3. Menduga parameter regresi *ridge* seperti pada persamaan (2.24).

Diagram alir analisis disajikan pada Gambar 3.1.

3.3. Diagram Alir



Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Angka Harapan Hidup

Angka harapan hidup kabupaten/kota Provinsi Jawa Timur tidak lepas dipengaruhi oleh beberapa faktor. Faktor-faktor tersebut dapat diklasifikasikan ke dalam bidang-bidang antara lain bidang kesehatan, pendidikan, sosial dan ekonomi. Bidang tersebut diwakili oleh beberapa faktor yang mempengaruhi angka harapan hidup Provinsi Jawa Timur. Faktor-faktor pendukung yang digunakan yaitu banyaknya kasus gizi buruk (X1), persentase penduduk yang memiliki keluhan kesehatan (X2), dan jumlah sarana kesehatan (X3) dapat menjelaskan bidang kesehatan dalam memberi pengaruh terhadap angka harapan hidup. Bidang sosial dapat diwakili oleh indeks pembangunan manusia (X4), kepadatan penduduk (X5), dan penduduk miskin (X6). Kemudian bidang pendidikan dapat dijelaskan melalui rata-rata lama sekolah (X7), angka buta huruf (X8). Sedangkan bidang ekonomi dapat dijelaskan oleh rumah tangga dengan sanitasi layak (X9) dan rumah tangga dengan sumber air minum layak (X10). Faktor-faktor tersebut diharapkan dapat memberi pengaruh yang signifikan terhadap pertumbuhan angka harapan hidup pada kabupaten/kota di Jawa Timur. Dalam menentukan pengaruh masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon, dilakukan pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil yang kemudian didapatkan model yang mempresentasikan hubungan antara masing-masing variabel prediktor dengan variabel respon.

4.2 Analisis Deskriptif

Analisis deskriptif dilakukan untuk menyajikan data yang diperoleh pada studi kasus angka harapan hidup. Analisis deskriptif pada penelitian ini digunakan untuk melihat gambaran umum angka harapan hidup beserta faktor-faktor prediktornya di Provinsi Jawa Timur. Hasil analisis deskriptif untuk angka harapan hidup dan faktor prediktornya dapat dilihat pada Tabel 4.1 dan Lampiran 3.

Tabel 4.1. Statistika Deskriptif

Variabel	Rata-rata	Minimum	Maksimum	Simpangan Baku
Angka Harapan Hidup (tahun)	71.04	65.89	73.87	2.06
Gizi Buruk (kasus)	149.02	0.00	567.00	141.39
Penduduk yang Mempunyai Keluhan Kesehatan (%)	31.09	21.88	41.13	5.36
Jumlah Sarana Kesehatan (unit)	1385.26	173.00	3291.00	791.19
Indeks Pembangunan Manusia (%)	69.79	59.09	80.46	5.37
Kepadatan Penduduk (per km ²)	1888.26	277.00	8166.00	2141.09
Penduduk Miskin (orang)	11.874	4.33	24.11	4.83
Rata-Rata Lama Sekolah (tahun)	7.75	5.10	10.60	1.30
Angka Buta Huruf (%)	7.55	1.08	21.25	5.06
Rumah Tangga dengan Sanitasi Layak (%)	68.55	29.10	97.36	19.54
Rumah Tangga dengan Sumber Air Minum Layak (%)	76.05	55.39	97.88	10.68

Berdasarkan statistik deskriptif pada Tabel 4.1. dapat diketahui bahwa sebagian besar angka harapan hidup pada kabupaten/kota di Jawa Timur adalah sebesar 71.04 tahun dengan angka terendah yaitu 65.89 tahun yang dimiliki oleh Kabupaten Bondowoso. Sedangkan angka harapan hidup tertinggi dipegang oleh Kota Surabaya yaitu sebesar 73.87.

Sebagian besar kasus gizi buruk pada kabupaten/kota di Jawa Timur terdapat 149 kasus dengan tidak ditemukannya kasus gizi

buruk pada kota Mojokerto dan kasus gizi buruk terbanyak berada pada Kabupaten Banyuwangi. Pada bidang kesehatan lain yaitu penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan pada kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki rata-rata sebesar 31.09%. Persentase terbesar untuk penduduk yang memiliki keluhan kesehatan berada pada Kabupaten Pacitan sebesar 41.13%. Sedangkan persentase terkecil adanya penduduk yang memiliki keluhan kesehatan dimiliki oleh Kabupaten Lumajang yaitu sebesar 21.88% sehingga dapat diartikan Kabupaten Lumajang adalah kabupaten dengan penduduk yang sehat dibandingkan kabupaten lain. Rata-rata banyaknya jumlah sarana kesehatan pada kabupaten/kota di Jawa Timur adalah sebesar 1385.26 unit. Namun terdapat kabupaten dengan jumlah sarana kesehatan terendah yaitu hanya 173 unit yang dimiliki oleh Kota Blitar dan juga kabupaten dengan jumlah terbanyak dimiliki oleh Kabupaten Malang dengan jumlah 3291 unit sarana kesehatan.

Indeks pembangunan manusia pada kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki rata-rata sebesar 69.79%. Persentase terendah terdapat pada Kabupaten Sampang yaitu sebesar 59.09% dan persentase tertinggi berada pada Kota Malang yaitu sebesar 80.46%. Selain itu, rata-rata kepadatan penduduk pada kabupaten/kota di Jawa Timur adalah sebesar 1888.26 penduduk per km². Penduduk dengan kepadatan penduduknya paling minimum berada pada Kabupaten Banyuwangi yaitu sebanyak 277 penduduk per km². Sedangkan kabupaten/kota dengan kepadatan penduduk terpadat yaitu berasal dari Kota Surabaya dengan 8166 penduduk per km².

Rata-rata lama sekolah di kabupaten/kota di Jawa Timur sebesar 7.75 tahun dengan rata-rata lama sekolah terendah berasal dari Kabupaten Sampang yaitu sebesar 5.10 tahun sedangkan rata-rata tertinggi berasal dari Kota Surabaya yaitu sebesar 10.6 tahun. Disamping itu, rata-rata angka buta huruf kabupaten/kota di Jawa Timur adalah sebesar 7.55%. angka terendah adalah sebesar 1.08% dimiliki oleh Kota Surabaya dan angka tertinggi adalah sebesar 21.25% dimiliki oleh Kabupaten Sampang. Hal ini berkaitan karena rata-rata lama sekolah Kota Surabaya sangat tinggi sehingga angka buta huruf pada Kota Surabaya rendah. Sedangkan pada Kabupaten Sampang memiliki rata-rata lama sekolah terendah sehingga angka buta huruf pada kabupaten tersebut menjadi tinggi.

Sebagian besar rumah tangga di kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki sanitasi layak sebesar 68.55%. Rumah tangga dengan sanitasi layak terendah berada pada kabupaten Bondowoso yaitu sebesar 29.10%. sedangkan rumah tangga dengan sanitasi layak yang tinggi berada pada Kota Madiun sebesar 97.36%. Disamping itu, rumah tangga dengan sumber air minum layak pada kabupaten/kota di Jawa Timur memiliki rata-rata sebesar 76.05%. persentase terendah yaitu sebesar 55.39% dimiliki oleh kabupaten Trenggalek sedangkan persentase tertinggi dimiliki oleh Kota Surabaya dengan 97.88%.

4.3 Pendeteksian Non Multikolinieritas

Asumsi non multikolinieritas merupakan tidak terdapatnya hubungan linier antar variabel prediktor dalam regresi linier. Pengujian asumsi non multikolinieritas dilakukan dengan cara melihat nilai VIF dari setiap variabel prediktor yang dijelaskan pada persamaan (2.3). Asumsi non multikolinieritas terpenuhi apabila semua variabel prediktor memiliki nilai $VIF < 10$. Hasil pengujian multikolinieritas menggunakan nilai VIF disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Pengujian Multikolinieritas menggunakan VIF

Variabel	VIF
X_1	1.5941
X_2	1.4608
X_3	2.1134
X_4	25.0667
X_5	3.9801
X_6	5.1312
X_7	36.2041
X_8	13.1994
X_9	4.6864
X_{10}	1.9364

Berdasarkan Tabel 4.2. terlihat bahwa variabel X_4 , X_7 dan X_8 memiliki nilai VIF lebih dari 10, sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat multikolinieritas diantara variabel indeks pembangunan manusia (X_4), rata-rata lama sekolah (X_7) dan angka buta huruf (X_8).

Salah satu solusi yang digunakan untuk mengatasi pelanggaran asumsi non multikolinieritas adalah menggunakan regresi *ridge*.

4.4 Pendugaan Parameter menggunakan MKT

Pendugaan parameter dilakukan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan tujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Nilai koefisien dari masing-masing variabel kemudian akan disusun dalam sebuah model persamaan regresi. Hasil pendugaan parameter yang sesuai dengan persamaan (2.4) yang kemudian disusun menjadi model regresi adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 60.15 - 0.0025 X_1 - 0.0169 X_2 + 0.0004 X_3 + 0.1708 X_4 \\ - 0.00006 X_5 + 0.0838 X_6 - 0.3639 X_7 - 0.1959 X_8 \\ + 0.0447 X_9 - 0.0055 X_{10}$$

Model yang didapatkan tersebut belum dapat diinterpretasi karena dalam analisis regresi terdapat asumsi-asumsi yang harus dipenuhi agar model regresi bersifat *Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)*. Sehingga dilakukan pengujian asumsi yang melandasi variabel acak sisaan pada regresi linier berganda yaitu kenormalan sisaan, kehomogenan ragam dan non autokorelasi.

4.5 Uji Asumsi Normalitas

Analisis regresi mengasumsikan setiap sisaan menyebar normal. Nilai sisaan didapatkan dari pemodelan metode kuadrat terkecil yang kemudian digunakan untuk melakukan pengujian asumsi-asumsi yang melandasi regresi linier berganda. Uji yang digunakan adalah uji *Jarque Bera* sesuai dengan persamaan (2.8). Hipotesis yang digunakan:

$$H_0 : E(u_i) = 0 \text{ vs}$$

$$H_1 : E(u_i) \neq 0$$

Berdasarkan hasil uji *Jarque Bera* pada Lampiran 6 menunjukkan bahwa nilai statistik uji JB yang didapat yaitu sebesar 0.4045 yang berarti lebih kecil dari titik kritis $\chi_{(0.05,2)}$ yaitu sebesar 5.991 sehingga dapat dikatakan sisaan berdistribusi normal.

4.6 Uji Asumsi Non Autokorelasi

Asumsi Non Autokorelasi diuji dengan pengujian statistik *Durbin Watson*. Pengujian *Durbin Watson* dilakukan sesuai dengan persamaan (2.9). Hipotesis yang digunakan:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat autokorelasi antar sisaan) vs

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat autokorelasi antar sisaan)

Hasil *Durbin Watson* pada Lampiran 7 didapatkan hasil sebesar 1.9018 dengan batas atas dan batas bawah masing-masing sebesar 2.1803 dan 0.9118 sehingga statistik uji *Durbin Watson* berada diantara batas atas dan batas bawah yang menunjukkan keragu-raguan atau tidak ada keputusan yang pasti.

Oleh karena itu, dilakukan *Run Test* dan didapat hasil nilai- $p = 1$ yang berarti lebih dari $\alpha (0,05)$. Hal tersebut menunjukkan bahwa data tidak terdapat autokorelasi antar nilai pengamatan. Dengan demikian, masalah autokorelasi yang tidak dapat terselesaikan dengan *Durbin Watson* dapat diuji lanjutan melalui *Run Test*.

4.7 Uji Asumsi Homoskedastisitas

Homoskedastisitas mengasumsikan ragam bersifat konstan untuk setiap variabel prediktor. Pengujian asumsi homoskedastisitas dilakukan menggunakan uji *Breusch Pagan*. Uji *Breusch Pagan* bekerja dengan dibantu *auxiliary regression* untuk meregresikan nilai kuadrat sisaan MKT terhadap variabel-variabel prediktor pada model awal yang disajikan dalam persamaan (2.11). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0 : a_0 = a_1 = \dots = a_k = 0$ (ragam bersifat homogen) vs

$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } a_i \neq 0$ (ragam bersifat tidak homogen)

Berdasarkan hasil uji *Breusch Pagan*, dapat dilihat bahwa nilai statistik uji *Breusch Pagan* sebesar $20.609 > \text{titik kritis } \chi_{10}^2 = 18.31$ sehingga disimpulkan bahwa terdapat masalah heteroskedastisitas pada model regresi. Penanganan masalah heteroskedastisitas dapat dilakukan menggunakan metode *Weighted Least Square*.

4.8 Penanganan Heteroskedastisitas

Pada pendugaan parameter regresi linier berganda menggunakan metode MKT mengasumsikan bahwa ragam bersifat konstan. Namun pada studi kasus ini, asumsi homoskedastisitas tidak terpenuhi sehingga perlu dilakukan penanganan untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas. Penanganan heteroskedastisitas dapat dilakukan menggunakan metode *Weighted Least Square* yang merupakan bentuk khusus dari metode MKT dengan penambahan bobot pada setiap variabel. Namun, sebelum melakukan penanganan dengan metode *Weighted Least Square* perlu diketahui variabel gangguan. Variabel gangguan dicari dengan cara meregresikan kuadrat sisaan MKT dan variabel prediktor yang digunakan dengan bantuan *auxiliary regression*. Berikut hasil pendugaan parameter *auxiliary regression* disajikan pada Tabel 4.3.

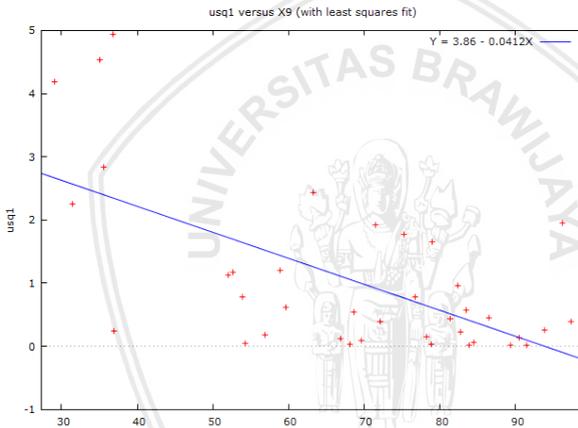
Tabel 4.3. Pendugaan Parameter *Auxiliary Regression*

Variabel	Penduga	Nilai- <i>p</i>
X_1	-0.0017	0.2442
X_2	-0.0640	0.1039
X_3	-0.0001	0.5313
X_4	0.1321	0.4082
X_5	0.0000	0.6043
X_6	0.0088	0.2713
X_7	0.1268	0.8717
X_8	0.0355	0.7713
X_9	-0.0463	0.0195*
X_{10}	-0.0124	0.5768

Tabel 4.3. tersebut menunjukkan bahwa X_9 yaitu rumah tangga dengan sanitasi layak adalah variabel yang menyebabkan masalah heteroskedastisitas pada kasus angka harapan hidup. Pada kasus ini, rumah tangga dengan sanitasi layak yang tinggi memiliki keragaman angka harapan hidup yang besar sehingga angka yang didapat untuk harapan hidup daerah tersebut sangat bervariasi. Sedangkan rumah tangga dengan sanitasi layak rendah memiliki keragaman rendah, dengan kata lain angka yang didapatkan untuk harapan hidup daerah tersebut berkisar pada angka rendah saja.

Langkah selanjutnya untuk menentukan pembobot yaitu dengan mengetahui pola heteroskedastisitas dalam model. Pola ini diketahui melalui hubungan antara kuadrat sisaan terhadap variabel gangguan penyebab heteroskedastisitas. Pola heteroskedastisitas dengan menggunakan *software gretl* yang akan ditampilkan pada Gambar 4.1.

Dapat diketahui bahwa pola ragam kuadrat terhadap variabel gangguan adalah linier sehingga bobot yang digunakan adalah $\frac{1}{\sqrt{X_9}}$. Selanjutnya dilakukan transformasi agar ragam sisaan yang diperoleh konstan. Transformasi dilakukan dengan mengalikan semua variabel prediktor dan variabel respon dengan pembobot yang telah ditetapkan yaitu $\frac{1}{\sqrt{X_9}}$.



Gambar 4.1. *Scatter Plot* variabel gangguan terhadap kuadrat sisaan

Persamaan regresi dari penduga *Weighted Least Square* berdasarkan persamaan 2.19 di mana y^* merupakan variabel prediktor yang telah terboboti dan x_j^* merupakan variabel prediktor yang telah terboboti sesuai dengan persamaan (2.16) adalah sebagai berikut:

$$y^* = 61.25 - 0.0025x_1^* - 0.0316x_2^* + 0.0004x_3^* + 0.1199x_4^* - 0.0008x_5^* + 0.0823x_6^* - 0.0749x_7^* - 0.1524x_8^* + 0.0553x_9^* - 0.0089x_{10}^*$$

Pada model dengan variabel terboboti, kemudian dilakukan pengujian kembali asumsi heteroskedastisitas dengan menggunakan

uji *Breusch Pagan*. Uji *Bresuch Pagan* dilakukan dengan meregresikan kuadrat sisaan dari penduga *WLS* dengan variabel prediktor yang terboboti. Berdasarkan hasil analisis pada Lampiran 10, dapat dilihat bahwa regresi yang dilakukan tersebut menghasilkan nilai-*p* sebesar 0.104 yang berarti lebih besar dari nilai α (0.05) sehingga disimpulkan bahwa tidak terdapat masalah heteroskedastisitas pada model regresi dengan variabel terboboti.

Kemudian langkah selanjutnya adalah penanganan asumsi multikolinieritas menggunakan regresi *ridge* dengan variabel yang telah terboboti.

4.9 Regresi *Ridge* pada Variabel Terboboti

Setelah menangani masalah heteroskedastisitas, pada studi kasus ini juga terdapat masalah multikolinieritas. Multikolinieritas dapat ditangani menggunakan regresi *ridge* dan dalam kasus ini menggunakan variabel yang telah terboboti.

Tahap awal dalam melakukan analisis regresi *ridge* yaitu membakukan variabel respon dan variabel prediktor yang telah terboboti sesuai dengan persamaan (2.20) dan persamaan (2.21) dan kemudian menentukan nilai tetapan bias (λ) sesuai persamaan (2.23). Proses penentuan nilai tetapan bias (λ) pada regresi *ridge* sangat penting karena digunakan untuk menghasilkan ragam minimum. Nilai tetapan bias (λ) didapatkan sebesar $\lambda=0.4876$.

Langkah selanjutnya adalah menduga parameter regresi *ridge* dengan variabel yang telah diboboti sesuai dengan persamaan (2.25). Model regresi *ridge* yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Yz = & 0.0203Xz_1 + 0.0741Xz_2 + 0.0486Xz_3 + 0.2206Xz_4 \\ & - 0.077Xz_5 + 0.1478Xz_6 + 0.1156Xz_7 \\ & + 0.1468Xz_8 - 0.2356Xz_9 + 0.0619Xz_{10} \end{aligned}$$

Regresi *ridge* menghasilkan penduga yang memiliki ragam minimum karena proses pendugaan parameter telah dimodifikasi dengan menambahkan konstanta bias. Kebaikan regresi *ridge* dalam menangani kasus multikolinieritas dapat dibuktikan melalui nilai VIF yang dihasilkan oleh regresi *ridge* sesuai dengan persamaan (2.29). Nilai VIF yang dihasilkan oleh regresi *ridge* menunjukkan nilai

kurang dari 10 sehingga masalah multikolinieritas telah teratasi. Nilai VIF dari regresi *ridge* ditunjukkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4. Nilai VIF pada regresi *ridge*

Variabel	VIF
XZ_1	0.4539
XZ_2	0.4463
XZ_3	0.4431
XZ_4	0.1674
XZ_5	0.4139
XZ_6	0.2884
XZ_7	0.3049
XZ_8	0.2057
XZ_9	0.1771
XZ_{10}	0.4278

4.10 Uji Signifikansi Parameter Regresi *Ridge*

Pengujian signifikansi parameter dilakukan pada model pembakuan regresi *ridge*. Uji signifikansi parameter secara simultan dilakukan dengan menggunakan uji F. hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \text{ vs}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } \beta_j \neq 0$$

Hasil pengujian signifikansi parameter secara simultan disajikan dalam bentuk tabel ANOVA yang disajikan pada Tabel 4.5. sebagai berikut:

Tabel 4.5. Hasil Uji Simultan Regresi *Ridge*

SK	Db	JK	KT	Fhitung
Regresi	9	0.8757	0.0875	19.0223
Sisaan	28	0.1242	0.0046	
Total	37	1		

Pada Tabel 4.5. dapat dilihat bahwa hasil statistik uji F menghasilkan nilai sebesar 19.0223. nilai tersebut lebih besar dari $F_{(0.025,9,28)} = 2.69$ sehingga disimpulkan bahwa variabel prediktor

yang diasumsikan berpengaruh nyata secara bersama-sama terhadap angka harapan hidup Provinsi Jawa Timur.

Kemudian dilakukan uji lanjutan yaitu pengujian secara parsial untuk mengetahui pengaruh yang signifikan dari masing-masing variabel prediktor terhadap angka harapan hidup dengan menggunakan uji t yang berlandaskan hipotesis:

$H_0: \beta_k = 0$ vs

H_1 : paling tidak terdapat satu $\beta_k \neq 0$

Hasil pengujian signifikansi parameter secara parsial disajikan pada Tabel 4.6 sebagai berikut:

Tabel 4.6. Hasil Uji Parsial Regresi *Ridge*

Variabel	Nilai- p	Keterangan
X_1	0.6596	Tidak signifikan
X_2	0.1135	Tidak signifikan
X_3	0.2903	Tidak signifikan
X_4	0.0000	Signifikan
X_5	0.0886	Tidak signifikan
X_6	0.0000	Signifikan
X_7	0.0045	Signifikan
X_8	0.0000	Signifikan
X_9	0.0000	Signifikan
X_{10}	0.1734	Tidak signifikan

Hasil yang disajikan pada Tabel 4.6. menyatakan bahwa variabel prediktor yang signifikan memiliki nilai- p lebih kecil dari taraf nyata 5% yaitu variabel indeks pembangunan manusia (X_4), penduduk miskin (X_6), rata-rata lama sekolah (X_7), angka buta huruf (X_8), dan rumah tangga dengan sanitasi layak (X_9). Variabel tersebut berpengaruh nyata terhadap perubahan nilai angka harapan hidup kabupaten/kota di Jawa Timur.

4.11 Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi dapat mengetahui seberapa besar variabel prediktor mampu menjelaskan model yang didapatkan. Hasil perhitungan koefisien determinasi menggunakan *adjusted R²* dapat dilihat pada Tabel 4.7. Hasil perhitungan koefisien determinasi mendapatkan hasil sebesar 0.8296. Hal tersebut menunjukkan bahwa

variabel prediktor dalam model regresi *ridge* mampu menjelaskan keragaman variabel angka harapan hidup sebesar 82.96% sedangkan 17.04% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak termasuk dalam model regresi *ridge*. Koefisien determinasi pada Tabel 4.7. menunjukkan bahwa regresi *ridge* mampu menjelaskan model paling baik.

Tabel 4.7. Koefisien Determinasi

Model	R^2 adjusted
Regresi MKT	0.6555
Regresi MKT dengan variabel terboboti	0.6564
Regresi <i>ridge</i> dengan variabel terboboti	0.8296

4.12 Indikator Perbaikan Pelanggaran Asumsi

Indikator perbaikan pelanggaran asumsi dapat dilihat dari nilai kuadrat tengah galat model, statistik uji *Breusch Pagan* dan nilai VIF. Nilai tengah kuadrat galat yang dihasilkan oleh regresi dengan metode kuadrat terkecil, regresi dengan variabel terboboti dan regresi *ridge* dengan variabel terboboti disajikan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8. Nilai Kuadrat Tengah Galat Model yang Digunakan

Model	KTG
Regresi MKT	1.4625
Regresi MKT dengan variabel terboboti	0.2082
Regresi <i>ridge</i> dengan variabel terboboti	0.0046

Pada Tabel 4.8. parameter regresi *ridge* menghasilkan penduga yang memiliki ragam minimum karena pendugaan parameter pada regresi *ridge* telah bebas dari masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas. Pembuktian bahwa regresi *ridge* pada variabel terboboti mampu mengatasi masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas dapat dilihat pada Tabel 4.9 dan 4.10.

Pengujian heteroskedastisitas menggunakan uji *breusch pagan* pada regresi MKT, regresi MKT dengan variabel terboboti dan regresi *ridge* disajikan dalam Tabel 4.9. Hasil tersebut menunjukkan bahwa model regresi MKT dengan variabel terboboti dan regresi *ridge* dengan variabel terboboti mampu mengatasi masalah heteroskedastisitas.

Tabel 4.9. Pengujian Homoskedastisitas dengan *Breusch Pagan*

Model	Nilai- <i>p</i>
Regresi MKT	0.007
Regresi MKT dengan variabel terboboti	0.104
Regresi <i>ridge</i> dengan variabel terboboti	0.411

Pengujian multikolinieritas menggunakan VIF disajikan pada Tabel 4.10 sebagai berikut:

Tabel. 4.10. Pengujian Multikolinieritas dengan Nilai VIF

Model	MKT	MKT dengan Variabel Terboboti	Regresi <i>Ridge</i> dengan Variabel Teboboti
X_1	1.59410	1.5492	0.18011
X_2	1.46086	1.4574	0.16904
X_3	2.11349	1.9669	0.17137
X_4	25.06674	23.4068	0.06257
X_5	3.98008	3.8768	0.14925
X_6	5.13126	5.0361	0.08565
X_7	36.20407	36.4138	0.12962
X_8	13.19941	13.4621	0.06729
X_9	4.68649	4.8177	0.05349
X_{10}	1.93644	1.9371	0.14239

Pada pengujian Multikolinieritas menggunakan nilai VIF dapat terlihat bahwa regresi *ridge* mampu mengatasi masalah multikolinieritas dengan sangat baik. Sedangkan regresi MKT dengan variabel terboboti masih memiliki masalah multikolinieritas sehingga dapat disimpulkan bahwa model yang paling baik adalah model regresi *ridge* dengan variabel terboboti.

4.13 Interpretasi Model

Parameter yang didapatkan dari model pembakuan regresi *ridge* tidak dapat diinterpretasi sehingga model pembakuan regresi *ridge* dikembalikan menjadi bentuk model regresi awal yang telah memenuhi semua asumsi analisis regresi. Transformasi kembali

dilakukan sesuai dengan persamaan (2.27) sehingga terbentuk model regresi awal sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 61.2487 + 0.0014 X_1 + 0.1272 X_2 + 0.0006 X_3 + 0.2759 X_4 - 0.0004 X_5 + 0.2334 X_6 + 1.5266 X_7 + 0.2374 X_8 - 0.2568 X_9 + 0.0527 X_{10}$$

di mana:

- Y : Angka Harapan Hidup (tahun)
- X_1 : Gizi Buruk (kasus)
- X_2 : Penduduk yang Mempunyai Keluhan Kesehatan (%)
- X_3 : Jumlah Sarana Kesehatan (unit)
- X_4 : Indeks Pembangunan Manusia (%)
- X_5 : Kepadatan Penduduk (per km²)
- X_6 : Penduduk Miskin (%)
- X_7 : Rata-Rata Lama Sekolah (%)
- X_8 : Angka Buta Huruf (%)
- X_9 : Rumah Tangga dengan Sanitasi Layak (%)
- X_{10} : Rumah Tangga dengan Sumber Air Minum Layak (%)

Model tersebut menjelaskan bahwa:

1. Rata-rata angka harapan hidup di kabupaten/kota jika faktor lain dianggap tetap adalah sebesar 61.24 tahun.
2. Jumlah kasus gizi buruk tidak berpengaruh secara signifikan terhadap angka harapan hidup. Hasil yang didapat tidak logis karena jika jumlah kasus gizi buruk akan bertambah dapat meningkatkan angka harapan hidup. Tingginya kasus gizi buruk seharusnya dapat menurunkan angka harapan hidup. Namun pada hasil yang didapat tidak berpengaruh signifikan sehingga hasil kurang dapat mewakili data.
3. Persentase penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan berpengaruh tidak signifikan terhadap angka harapan hidup. Jika persentase penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan meningkat, maka juga meningkatkan angka harapan hidup. Hasil ini tidak logis karena tidak sesuai dengan teori priori. Namun hasil tersebut tidak signifikan sehingga hasil tersebut memang tidak dapat dipercaya.
4. Jumlah sarana kesehatan tidak berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Apabila jumlah sarana

- kesehatan pada kabupaten/kota bertambah 10000 unit sarana kesehatan maka rata-rata angka harapan hidup pada kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur mengalami peningkatan sebesar 6.5 tahun dengan faktor lain dianggap konstan. Hal tersebut dikarenakan jika jumlah sarana kesehatan bertambah banyak, maka penduduk dapat dengan mudah dibantu masalah kesehatannya sehingga angka harapan hidup juga terus meningkat.
5. Indeks pembangunan manusia berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Apabila indeks pembangunan manusia pada kabupaten/kota bertambah 10% maka rata-rata angka harapan hidup kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur mengalami peningkatan sebesar 2,7 tahun dengan faktor lain dianggap konstan. Semakin meningkatnya indeks pembangunan manusia maka dapat mengidentifikasi semakin tinggi kualitas hidup penduduk suatu daerah tersebut sehingga dapat meningkatkan angka harapan hidup suatu daerah.
 6. Kepadatan penduduk tidak berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Apabila kepadatan penduduk pada kabupaten/kota bertambah 10000 orang per 1 km² maka rata-rata angka harapan hidup kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur berkurang tidak signifikan sebesar 4.7 tahun dengan faktor lain dianggap konstan. Hal ini dikarenakan semakin padat daerah tersebut dapat menurunkan taraf kesehatan lingkungan daerah tersebut sehingga menurunkan derajat kesehatan suatu daerah yang secara tidak signifikan akan menurunkan pula angka harapan hidup daerah tersebut.
 7. Persentase penduduk miskin berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Namun hasil yang didapatkan tidak logis karena jika presentase penduduk miskin meningkat, juga akan dapat meningkatkan angka harapan hidup. Hal tersebut tidak sesuai dengan teori yang seharusnya jika penduduk miskin meningkat akan mengurangi angka harapan hidup.
 8. Persentase rata-rata lama sekolah berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Apabila persentase rata-rata lama sekolah pada kabupaten/kota bertambah 1% maka angka harapan hidup kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur mengalami peningkatan sebesar 1.5 tahun dengan faktor lain

- dianggap konstan. Semakin tinggi tingkat pendidikan penduduk suatu daerah maka semakin mengerti akan pentingnya kesehatan sehingga dapat meningkatkan angka harapan hidup Provinsi Jawa Timur.
9. Persentase angka buta huruf berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Apabila persentase angka buta huruf meningkat maka angka harapan hidup juga meningkat. Hasil ini tidak logis karena seharusnya angka buta huruf terus berkurang sehingga dapat meningkatkan angka harapan hidup.
 10. Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup. Jika persentase rumah tangga dengan sanitasi layak meningkat maka dapat menurunkan angka harapan hidup. Hasil ini tidak logis karena semakin meningkatnya kebersihan sanitasi pada rumah tangga seharusnya juga dapat meningkatkan angka harapan hidup.
 11. Persentase rumah tangga dengan sanitasi layak berpengaruh tidak signifikan terhadap angka harapan hidup. Jika persentase rumah tangga dengan sumber air minum layak pada kabupaten/kota bertambah 10% maka angka harapan hidup Provinsi Jawa Timur mengalami peningkatan sebesar 0.5 tahun dengan faktor lain dianggap konstan. Semakin tinggi tingkat kebersihan air minum maka dapat meningkatkan taraf kesehatan sehingga dapat pula meningkatkan angka harapan hidup pada kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur.

Dari model yang terbentuk, dapat diketahui bahwa perubahan nilai angka harapan hidup di kabupaten/kota dipengaruhi secara signifikan oleh variabel indeks pembangunan manusia, penduduk miskin, rata-rata lama sekolah, angka buta huruf, dan rumah tangga dengan sanitasi layak. Sedangkan variabel jumlah gizi buruk, penduduk yang memiliki keluhan kesehatan, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk dan rumah tangga dengan sumber air minum layak tidak berpengaruh secara signifikan terhadap perubahan nilai angka harapan hidup. Pada variabel jumlah kasus gizi buruk, persentase penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan, persentase penduduk miskin, persentase angka buta huruf, persentase rumah tangga dengan sanitasi layak menunjukkan hasil yang tidak logis. Hal tersebut mungkin disebabkan oleh metode

analisis regresi *ridge* dengan variabel terboboti kurang dapat mengatasi masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas dengan baik sehingga masih terdapat hasil yang tidak logis dan tidak signifikan.



BAB V PENUTUP

5.1. Kesimpulan

1. Regresi *ridge* dengan variabel terboboti bagi angka harapan hidup menunjukkan bahwa variabel indeks pembangunan manusia (X_4), penduduk miskin (X_6), rata-rata lama sekolah (X_7), angka buta huruf (X_8), rumah tangga dengan sanitasi dan layak (X_9) berpengaruh signifikan terhadap perubahan angka harapan hidup kabupaten/kota di Jawa Timur. Sedangkan variabel jumlah gizi buruk (X_1), penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan (X_2), jumlah sarana kesehatan (X_3), kepadatan penduduk (X_5) dan rumah tangga dengan sumber air minum layak (X_{10}) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap perubahan nilai angka harapan hidup di kabupaten/kota di Jawa Timur.
2. Regresi *ridge* dengan variabel terboboti dapat menangani masalah heteroskedastisitas dan multikolinieritas dengan baik dan menghasilkan ragam lebih kecil dari regresi dengan metode kuadrat terkecil.

5.2. Saran

1. Pada penelitian selanjutnya, diharapkan menggunakan variabel prediktor yang secara logis menjelaskan atau berkontribusi terhadap variabel respon.
2. Beberapa variabel yang digunakan pada penelitian ini memberikan hasil yang tidak logis. Hal ini mungkin dapat disebabkan karena metode analisis yang digunakan yaitu Regresi *Ridge* pada variabel yang terboboti kurang dapat menangani masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas. Sehingga pada penelitian selanjutnya dapat mengembangkan metode analisis untuk menangani masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas.

DAFTAR PUSTAKA

- Aljaza, H.R. 2015. *Pemodelan Geographically Weighted Regression dengan Pembobot Tricube Kernel*. Skripsi. Universitas Brawijaya. Malang.
- Antara, M.S. 2017. <https://nasional.tempo.co/read/900280/khofifah-angka-kemiskinan-pedesaan-di-jawa-timur-paling-tinggi>. Diakses pada 2 April 2018.
- Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur. 2017. *Provinsi Jawa Timur dalam Angka 2017*. Badan Pusat Statistik. Jawa Timur.
- Chatterjee, S. dan Hadi, A.S. 2006. *Regression Analysis by Example, Fourth Edition*. John Wiley and Sons. New York.
- Draper, N.R. and Smith, H. 1992. *Applied Regression Analysis, Second Edition*. John Wiley and Sons. New York.
- Greene, W.H. 2003. *Econometric Analysis, Fourth Edition*. Prentice Hall International, Inc. New York.
- Gujarati, D.N. dan Dawn C. Porter. 2004. *Basic Econometrics, Fourth Edition*. The Mc.Graw-Hill Company. New York.
- Hadi, S. 2016. <http://surabaya.tribunnews.com/2016/04/04/jawa-timur-tempati-posisi-kedua-di-indonesia-untuk-kasus-balita-gizi-buruk?page=3>. Diakses 2 April 2018.
- Hoerl, A.E. dan R.W. Kennard. 1970. *Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems*. University of Delaware and E.I. du Pont de Nemours & Co. Wilmington.
- Hosmer, D.W. dan Lemeshow, D. 2000. *Applied Logistic Regression*, second edition. Prentice Hall International, Inc. United Kingdom.

- repository.ub.ac.id
- Kutner, M.H., C.J. Nachtsheim dan J. Neter. 2004. *Applied Linear Regression Models, Fourth Edition*. The McGraw-Hill Company. New York.
- Masrokhah, D. 2016. *Perbandingan Metode Penduga Restricted Maximum Likelihood (REML) dan Weighted Least Square (WLS) pada Regresi Linier Berganda dalam Mengatasi Heteroskedastisitas*. Tesis. Universitas Brawijaya. Malang.
- Montgomery dan Peck. 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis, Second Edition*. John Wiley and Sons. New York.
- Nachrowi, D.N dan Hardius U. 2008. *Penggunaan Teknik Ekonometrika*. Raja Grafindo Persada. Jakarta.
- Sugiarti, A.P. dan I Nyoman Budiantara. 2013. *Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Harapan Hidup di Jawa Timur Menggunakan Regresi Semiparametrik Spline*. Jurnal. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Sugiarto. 1992. *Tahap Awal dan Aplikasi Analisis Regresi*. Andi Offset. Yogyakarta.
- Supranto, J. 2009. *Statistik Teori dan Aplikasi, Edisi ke tujuh*. Erlangga. Jakarta.
- Tanadjaja, A, I. Zain, dan W. Wibowo. 2017. *Pemodelan Angka Harapan Hidup di Papua dengan Pendekatan Geographically Weighted Regression*. Jurnal. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Walpole, R.E. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika*. ITB. Bandung