

APLIKASI METODE ESTIMASI BAYESIAN PADA REGRESI KUANTIL

**(Studi Kasus Pada Data Kadar Glukosa Darah, Usia dan Paritas
Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang)**

SKRIPSI

oleh:

RIDHA AINULLAH

115090500111035



**PROGRAM SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**APLIKASI METODE ESTIMASI BAYESIAN PADA REGRESI
KUANTIL****(Studi Kasus Pada Data Kadar Glukosa Darah, Usia dan Paritas
Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang)****oleh :****RIDHA AINULLAH
115090500111035****Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 10
Juli 2018****dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika****Mengetahui,
Dosen Pembimbing****Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si
NIP. 197407221999032001****Ketua Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Brawijaya****Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001**

IDENTITAS TIM PENGUJI

NAMA	NIP	GOLONGAN/ JABATAN	KEDUDUKAN
Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si	19740722199903 2001	IV/a/ Lektor Kepala	Ketua
Dr. Ir. Maria Bernadetha T. M.	19520521198103 2001	III/c/ Lektor	Anggota I
Nurjannah, S.Si., M.Phil., Ph.D	19800921200501 2001	III/a/ Asisten Ahli	Anggota II



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : RIDHA AINULLAH

NIM : 115090500111035

Program Studi : STATISTIKA

Judul Skripsi :

**APLIKASI METODE ESTIMASI BAYESIAN PADA REGRESI
KUANTIL**

**(Studi Kasus Pada Data Kadar Glukosa Darah, Usia dan Paritas
Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang)**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung resiko.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 10 Juli 2018

**Ridha Ainullah
NIM. 115090500111035**

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

1. Nama Lengkap : Ridha Ainullah
2. Tempat/ Tanggal Lahir : Malang/ 04-11-1992
3. Jenis Kelamin : Perempuan
4. Agama : Islam
5. Kebangsaan / Suku : Indonesia/ Jawa
6. Status : Belum Kawin
7. Pekerjaan : Mahasiswa
8. Golongan Darah : B
9. Alamat Sekarang : Jl. Jembawan III / 4N-01

10. Nama Orang Tua
 - a. Ayah : Nurullah
 - b. Ibu : Fauziyah Aris Agustina
 - c. Pekerjaan Ayah : Wiraswasta
 - d. Pekerjaan Ibu : Wiraswasta
 - e. Alamat Orang Tua : Jl. Jembawan III / 4N-01

11. Pendidikan
 - a. Lulus SD/ Tahun/ Asal : SDN Madyopuro IV/ 2005/ Malang
 - b. Lulus SMP/ Tahun/Asal : MTs Negeri 1 / 2008 / Malang
 - c. Lulus SMA/ Tahun/Asal : SMA Negeri 1 / 2011 / Malang

Demikian daftar riwayat hidup ini saya perbuat dengan sebenarnya untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Malang, 10 Juli 2018

Penulis
Ridha Ainullah

UCAPAN TERIMA KASIH

Selama pelaksanaan dan penyusunan tugas akhir ini penulis telah dibantu berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Allah SWT atas berkat, rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis bisa menyelesaikan tugas akhir ini.
2. Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing atas waktu, bimbingan dan masukan selama proses penyusunan tugas akhir dengan penuh kesabaran.
3. Dr. Ir. Maria Bernadetha T. M. selaku dosen penguji I atas saran dan kritik yang membangun.
4. Nurjannah, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji II atas saran dan kritik yang membangun.
5. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
6. Ayah, Mama, Mbak Rully, Mbak Riza, Mas Wahyu dan Mas Tio yang tak pernah putus mendoakan dan memberikan semangat.
7. Nabila dan Adiba keponakan pengganggu yang dapat membuat tersenyum dengan segala tingkah lucunya.
8. Damar Restu S. S. atas segala waktu, tenaga, kesabaran, kepercayaan dan semangat yang selalu diberikan tanpa kenal lelah.
9. Teman-teman sesemutan (Konde, Lipu, Galuh, Nargis, Panci, Afik, Intan, Cita) atas persahabatan yang telah teruji waktu dan jarak.
10. Teman-teman Statistika UB atas kebersamaan dan dukungannya selama ini.

APLIKASI METODE ESTIMASI BAYESIAN PADA REGRESI KUANTIL

(Studi Kasus Pada Data Kadar Glukosa Darah, Usia dan Paritas Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang)

ABSTRAK

Analisis regresi merupakan salah satu metode analisis yang dipakai di berbagai bidang. Metode pendugaan parameter regresi yang paling sering digunakan adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Penggunaan MKT mensyaratkan terpenuhinya beberapa asumsi. Apabila salah satu asumsi tidak terpenuhi, maka MKT tidak lagi baik digunakan. Berkembanglah suatu metode yaitu regresi kuantil yang lebih tahan terhadap pelanggaran asumsi. Khususnya apabila terdapat pencilan yang menyebabkan asumsi normalitas dan homokedastisitas tidak terpenuhi. Dalam penarikan sampel, biasanya diperoleh informasi awal mengenai parameter yang akan diduga. Jika informasi tersebut ingin dimasukkan dalam analisis data, maka metode pendugaan yang cocok diterapkan untuk kasus seperti ini adalah metode bayesian. Penelitian ini bertujuan untuk mengaplikasikan regresi kuantil bayesian pada data yang mengandung pencilan. Data yang digunakan yaitu data kadar glukosa darah, usia dan paritas ibu hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang. Kadar glukosa darah sebagai peubah respon (Y), usia dan paritas sebagai peubah prediktor (X1 dan X2). Analisis regresi ini menggunakan nilai kuantil 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, dan 0.9. Dari pendugaan parameter regresi kuantil didapatkan hasil yang berbeda-beda di setiap kuantil. Dengan regresi kuantil diperoleh lebih banyak informasi pada kuantil yang berbeda dan pendugaan parameter dapat dilakukan pada keseluruhan sebaran data. Selain itu regresi kuantil bayesian memberikan pengaruh yang tidak terlalu signifikan dibandingkan dengan regresi kuantil biasa namun nilai MSE yang dihasilkan masih lebih kecil.

Kata Kunci : kuantil, regresi kuantil, bayesian, pencilan

KATA PENGANTAR

Segala puji, syukur, hormat dan kemuliaan bagi Allah SWT yang telah melimpahkan kasih dan anugerah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “Aplikasi Metode Estimasi Bayesian pada Regresi Kuantil”.

Banyak pihak yang telah memberikan dukungan fisik, moral dan spiritual secara langsung dan tidak langsung dalam penyelesaian tugas akhir ini. Penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing atas waktu, bimbingan dan masukan selama proses penyusunan tugas akhir dengan penuh kesabaran.
2. Dr. Ir. Maria Bernadetha T. M. selaku dosen penguji I atas saran dan kritik yang membangun.
3. Nurjannah, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji II atas saran dan kritik yang membangun.
4. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
5. Ayah, Mama, Mbak Rully, Mbak Riza, Mas Wahyu dan Mas Tio yang tak pernah putus mendoakan dan memberikan semangat.
6. Nabila dan Adiba keponakan pengganggu yang dapat membuat tersenyum dengan segala tingkah lucunya.
7. Damar Restu S. S. atas segala waktu, tenaga, kesabaran, kepercayaan dan semangat yang selalu diberikan tanpa kenal lelah.
8. Teman-teman sesemutan (Konde, Lipu, Galuh, Nargis, Panci, Afik, Intan, Cita) atas persahabatan yang telah teruji waktu dan jarak.
9. Teman-teman Statistika UB atas kebersamaan dan dukungannya selama ini.

Penulis menyadari bahwa tidak ada yang sempurna. Demikian pula dengan tugas akhir ini sehingga masih memerlukan masukan dan kritik untuk menyempurnakannya. Semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi para pembaca sekalian.

Malang, 10 Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR PERNYATAAN.....	iv
ABSTRAK	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
 BAB I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
 BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Analisis Regresi Berganda	5
2.2 Regresi Kuantil.....	5
2.3 Pendugaan Parameter Regresi Kuantil	7
2.4 Metode Bayesien	8
2.5 <i>Asymmetric Laplace Distribution</i>	9
2.6 Regresi Kuantil Bayesien	9
2.7 <i>Markov Chain Monte Carlo (MCMC)</i>	12
2.8 <i>Gibbs Sampling</i>	12
2.9 Pemeriksaan Konvergensi Parameter	13
2.10 Pemilihan Model Terbaik	14
2.11 Tinjauan Non Statistika	14
2.11.1 Kadar Glukosa Darah	14
2.11.2 Usia	15
2.11.3 Paritas.....	15

BAB III. METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data.....	17
3.2 Peubah Penelitian	17
3.3 Metode Analisis	18

BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendeteksian <i>Outlier</i> dan Pengecekan Linieritas	21
4.2 Pengujian Asumsi Klasik.....	22
4.3 Pembentukan Model Regresi Kuantil	24
4.4 Pembentukan Model Regresi Kuantil Bayesian	26
4.5 Pemeriksaan Konvergensi	28
4.6 Probabilitas Ketepatan Model	30
4.7 Pemilihan Model Terbaik.....	32
4.8 Pengujian Kesamaan Ragam	33

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan	35
5.2 Saran	35

DAFTAR PUSTAKA

37

LAMPIRAN.....

39

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Kategori Peubah yang Diamati.....	17
Tabel 4.1 Pengujian <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	22
Tabel 4.2 Nilai VIF Peubah Prediktor.....	23
Tabel 4.3 Hasil Pengujian <i>Breusch-Pagan</i>	23
Tabel 4.4 Hasil Pengujian <i>Durbin-Watson</i>	23
Tabel 4.5 Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil	24
Tabel 4.6 Perbandingan Model Regresi Kuantil.....	25
Tabel 4.7 Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil Bayesian	26
Tabel 4.8 Hasil <i>MC Error</i>	28
Tabel 4.9 Hasil Probabilitas untuk Ketepatan Model ...	30
Tabel 4.10 Perbandingan Model Regresi Kuantil Bayesian.....	32
Tabel 4.11 Hasil Pengujian Kesamaan Ragam.....	33



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Analisis.....	20
Gambar 4.1 Histogram dan Box Plot Data Kadar Glukosa Darah.....	21
Gambar 4.2 <i>Scatter Plot</i> Peubah Respon dengan Peubah Prediktor	22
Gambar 4.3 Penduga Kadar Glukosa Darah	27
Gambar 4.4 Penduga Parameter dari Koefisien Usia	27
Gambar 4.5 Penduga Parameter dari Koefisien Paritas	28
Gambar 4.6 Penduga Kadar Glukosa Darah	37
Gambar 4.7 Penduga Parameter dari Koefisien Usia	38
Gambar 4.8 Penduga Parameter dari Koefisien Paritas	38



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Data Kadar Glukosa Darah, Usia, dan Paritas Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang	39
Lampiran 2. <i>Script</i> Pemrograman Regresi Kuantil Bayesian.....	44
Lampiran 3. <i>Output</i> Estimasi Model Regresi Kuantil	51
Lampiran 4. <i>Output</i> Estimasi Model Regresi Kuantil Bayesian.....	57
Lampiran 5. <i>Output</i> Ketepatan Model Regresi Kuantil Bayesian.....	64
Lampiran 6. <i>Trace Plot</i>	71



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Hampir semua penelitian membutuhkan analisis statistik untuk menarik kesimpulan dari hasil pengamatan yang diperoleh. Analisis regresi merupakan salah satu metode analisis yang dipakai di berbagai bidang. Analisis regresi adalah metode untuk menentukan hubungan sebab-akibat antara satu peubah dengan peubah-peubah yang lain. Pendugaan parameter pada analisis regresi umumnya menggunakan metode kuadrat terkecil.

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) bertujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Apabila pendugaan parameter regresi menggunakan metode ini, maka beberapa asumsi harus dipenuhi. Menurut Myers (1990) asumsi tersebut antara lain asumsi kenormalan sisaan, asumsi homoskedastisitas, asumsi non multikolinieritas, dan asumsi non autokorelasi. Semua asumsi tersebut harus terpenuhi untuk mendapatkan penduga parameter yang bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Apabila ada salah satu asumsi tidak terpenuhi, metode kuadrat terkecil menyebabkan sifat penduga parameter menjadi bias dan tidak konsisten.

Kebutuhan akan pentingnya analisis regresi dalam berbagai bidang, membuat para statistikawan melakukan pengembangan pada analisis ini. Metode kuadrat terkecil yang sangat peka terhadap pelanggaran asumsi, tidak dapat diterapkan pada berbagai jenis data. Pada data yang mengandung pencilan, asumsi kenormalan sisaan dan homoskedastisitas sering tidak terpenuhi. Hal ini dikarenakan data tidak lagi simetris dan titik pusat sebaran data tidak berada di tengah. Berkembanglah sebuah metode yaitu regresi kuantil yang dapat diterapkan jika menemui kasus seperti ini.

Regresi kuantil yang pertama kali diperkenalkan oleh Koenker dan Basset pada tahun 1978, merupakan perluasan model regresi yang menduga berbagai fungsi kuantil dari suatu sebaran Y sebagai fungsi dari X . Regresi kuantil merupakan metode yang tidak membutuhkan asumsi parametrik sehingga lebih tahan terhadap data yang mengandung pencilan. Penggunaan metode regresi ini dengan pembagian atau pemisahan data menjadi dua atau lebih kelompok yang dicurigai memiliki perbedaan penduga pada kuantil tertentu.

Metode regresi kuantil menggunakan jumlah dari harga mutlak sisaan yang diminimumkan untuk menentukan penduga parameter.

Dalam penarikan sampel, biasanya diperoleh informasi awal mengenai parameter yang akan diduga. Jika informasi tersebut ingin dimasukkan dalam analisis data, maka metode pendugaan klasik tidak memungkinkan untuk memasukkan informasi awal tersebut. Oleh karena itu diperlukan metode pendugaan lain yang dapat menggabungkan informasi yang terkandung dalam sampel dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya. Metode pendugaan parameter yang cocok diterapkan untuk kasus seperti ini adalah metode bayesian.

Penggabungan informasi pada metode Bayesian membuat metode ini lebih fleksibel dan tidak hanya terpatok pada analisis parametrik yang mensyaratkan terpenuhinya asumsi-asumsi. Informasi awal kemudian digabung dengan informasi dari sampel yang digunakan dalam pendugaan parameter. Pada metode Bayesian, peneliti harus menentukan distribusi awal (prior) dari parameter yang diduga. Distribusi awal (prior) ini dapat berasal dari data penelitian sebelumnya atau berdasarkan keyakinan seorang peneliti. Hal ini menyebabkan penentuan distribusi parameter bersifat subyektif. Setelah informasi dari data yang didapat dari pengambilan sampel digabungkan dengan informasi prior dari parameter, akan didapat distribusi posterior dari parameter. Rataan dari distribusi posterior ini yang akan menjadi parameter regresi dengan metode Bayesian (Ntzoufras, 2009).

Penggunaan metode Bayesian sebagai metode pendugaan parameter pada regresi kuantil dipopulerkan oleh Keming Yu dan Rana A. Moyeed pada tahun 2001. Yu dan Moyeed memperkenalkan gagasan regresi kuantil menggunakan fungsi likelihood yang didasarkan pada *asymmetric laplace distribution*. Penggunaan distribusi ini merupakan cara yang efektif untuk pemodelan regresi kuantil dengan metode pendugaan bayesian.

Dalam menghitung fungsi distribusi posterior dari parameter merupakan hal yang sulit untuk diselesaikan secara analitik. Simulasi *Markov Chain Monte Carlo* dapat diterapkan pada metode Bayesian dalam melakukan perhitungan. Simulasi ini merupakan suatu algoritma komputasi yang dilakukan untuk menirukan berbagai perilaku sistem matematika (Ntzoufras, 2009). *Markov Chain Monte*

Carlo seringkali digunakan untuk menemukan solusi problem matematis yang sulit dipecahkan secara teori.

Penelitian yang dilakukan di bidang kesehatan mengungkapkan bahwa kadar glukosa darah dipengaruhi oleh beberapa faktor. Pada penelitian ini akan dimodelkan data kadar glukosa darah khususnya pada ibu hamil yang dipengaruhi oleh usia dan paritas yang mengandung pencilan (*outlier*). Terdapatnya pencilan pada suatu kasus dapat mengakibatkan pelanggaran asumsi kenormalan sisaan. Pada kasus tersebut permasalahan dapat diatasi dengan menerapkan regresi kuantil yang lebih tahan terhadap pelanggaran asumsi kenormalan sisaan. Informasi awal mengenai parameter yang akan diduga dapat membantu suatu analisis data. Apabila informasi tersebut ingin dimasukkan maka metode pendugaan parameter yang lebih tepat digunakan adalah metode Bayesian dibanding metode pendugaan klasik.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang terkait dalam penelitian ini adalah bagaimana penerapan regresi kuantil dengan metode estimasi bayesian pada data yang mengandung pencilan (*outlier*)?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Penggunaan metode bayesian untuk estimasi parameter pada regresi kuantil.
2. Metode yang dipakai untuk melakukan perhitungan pada metode bayesian adalah simulasi *Markov Chain Monte Carlo*.
3. Penerapan metode ini hanya dibatasi pada data yang mengandung pencilan (*outlier*).

1.4 Tujuan

Tujuan yang terkait dalam penelitian ini adalah menerapkan metode estimasi bayesian untuk regresi kuantil pada data yang mengandung pencilan (*outlier*).

1.5 Manfaat

Manfaat dari hasil penelitian ini adalah memberikan wawasan baru tentang penerapan metode bayesian dalam menduga parameter pada regresi kuantil, serta dapat dijadikan alternatif untuk menduga parameter selain metode estimasi yang sudah sering diterapkan.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Berganda

Analisis regresi merupakan metode untuk menentukan hubungan sebab-akibat antara satu peubah dengan peubah-peubah yang lain. Analisis regresi juga dapat digunakan untuk meramalkan nilai peubah respon apabila terjadi peningkatan maupun penurunan nilai peubah prediktor.

Regresi linier berganda menghubungkan antara satu peubah respon dengan beberapa peubah prediktor. Model regresi linier berganda untuk n pasangan pengamatan, dinyatakan dalam bentuk umum:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i$$

di mana:

- Y_i = nilai peubah respon ke- i
- β_0 = intersep
- β_j = koefisien regresi ke- j
- X_{ij} = nilai ke- i peubah prediktor ke- j
- ε_i = sisaan ke- i
- p = banyaknya peubah prediktor
- n = banyaknya pengamatan
- i = $1, \dots, n$
- j = $1, \dots, p$

2.2 Regresi Kuantil

Regresi kuantil merupakan suatu pendekatan dalam analisis regresi yang diperkenalkan oleh Koenker dan Basset (1978). Model regresi ini merupakan salah satu metode regresi yang diperoleh dari metode regresi median yang diperumum. Metode ini digunakan untuk menduga hubungan antara peubah respon dengan peubah prediktor pada fungsi kuantil bersyarat tertentu. Penggunaan metode regresi ini dilakukan dengan pembagian atau pemisahan data yang

mana dicurigai mempunyai perbedaan nilai dugaan pada kuantil-kuantil tertentu. Regresi kuantil dapat digunakan untuk mengatasi keterbatasan regresi linier dalam menganalisis peubah respon yang berbentuk tidak simetris, terdapat pencilan, serta tersebar kurang merata.

Model regresi kuantil dapat dituliskan sebagai:

$$Y_{i(\tau)} = \beta_{0(\tau)} + \beta_{1(\tau)}X_{i1} + \beta_{2(\tau)}X_{i2} + \dots + \beta_{k(\tau)}X_{ik} + \varepsilon_{i(\tau)} \quad (2.2)$$

di mana:

$Y_{i(\tau)}$ = peubah respon ke- i pada kuantil ke- τ

$\beta_{0(\tau)}$ = intersep pada kuantil ke- τ

$\beta_{k(\tau)}$ = koefisien regresi pada kuantil ke- τ

X_{ik} = peubah prediktor

$\varepsilon_{i(\tau)}$ = sisaan dari model ke- i pada kuantil ke- τ

τ = nilai kuantil yang ditentukan

Tujuan regresi kuantil adalah menduga β untuk satu atau beberapa kuantil. Metode ini dapat menggambarkan distribusi bersyarat peubah respon secara rinci dengan menduga parameter regresi kuantil untuk kuantil yang lebih banyak. Misalkan diduga garis regresi kuantil untuk median di mana $\tau = 0,5$ dan hasilnya berbeda dengan garis regresi MKT, maka dapat diindikasikan bahwa peubah respon cenderung berbentuk tidak simetris. Jika garis regresi median terletak di atas garis regresi MKT atau bentuk densitas dari peubah respon miring ke kiri (nilai *skewness* positif), maka distribusi bersyarat dari y adalah *skewed to left*. Sebaliknya jika garis regresi median terletak di bawah garis regresi MKT atau bentuk densitas dari peubah respon miring ke kanan (nilai *skewness* negatif), maka distribusi bersyarat dari y adalah *skewed to right*.

2.3 Pendugaan Parameter Regresi Kuantil

Jika metode kuadrat terkecil memanfaatkan nilai rata-rata sebagai solusi untuk meminimumkan jumlah kuadrat, metode regresi kuantil dalam menduga parameter yaitu dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak sisaan. Pada umumnya model kuantil bersyarat memiliki bentuk linier. Misalkan Y adalah peubah acak dari fungsi distribusi dinyatakan sebagai berikut:

$$F(y) = Prob(Y \leq y) \quad (2.3)$$

dan fungsi distribusi probabilitas pada kuantil ke- τ dari Y dapat ditulis sebagai berikut:

$$F^{-1}(\tau) = \inf (y: F(y) \geq \tau) \quad (2.4)$$

di mana $0 < \tau < 1$.

Fungsi kuantil memberikan karakteristik pada Y . Kuantil dapat dijadikan sebagai solusi untuk menyelesaikan masalah untuk $\tau \in (0,1)$, didefinisikan sebagai *loss function*,

$$\rho_{\tau}(e) = e(\tau - I(e < 0)) \quad (2.5)$$

diperoleh,

$$\rho_{\tau}(e) = \begin{cases} \tau e, & e \geq 0 \\ (\tau - 1)e, & e < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

di mana $I(\cdot)$ merupakan fungsi indikator yang didefinisikan

$$I(e \geq 0) = \begin{cases} 1, & e \geq 0 \\ 0, & e < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Kemudian menemukan τ dari F dengan meminimumkan

$$E\rho_{\tau}(Y - \hat{y}) = (\tau - 1) \int_{-\infty}^{\hat{y}} (y - \hat{y}) dF(y) + \tau \int_{\hat{y}}^{\infty} (y - \hat{y}) dF(y) \quad (2.8)$$

Diminimumkan terhadap $\hat{y}$, didapatkan

$$0 = (1 - \tau) \int_{-\infty}^{\hat{y}} dF(y) + \tau \int_{\hat{y}}^{\infty} dF(y) = (1 - \tau)F(\hat{y}) - \tau[1 - F(\hat{y})] = F(\hat{y}) - \tau \quad (2.9)$$

Sehingga kuantil ke- τ merupakan solusi dari F .

Solusi dari regresi kuantil didasarkan dengan meminimumkan jumlah mutlak sisaan terboboti yang tidak simetri. Solusi tersebut memberikan perbedaan bobot untuk sisaan positif dan sisaan negatif yang akan menghasilkan kuantil. Bobot τ untuk sisaan positif dan bobot $(\tau - 1)$ untuk sisaan negatif (Koenker dan Hallock, 2001).

Jika terdapat contoh acak $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, pada MKT mendapatkan solusi pada sampel dengan menyelesaikan masalah

$$\min_{\mu \in R} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 \quad (2.10)$$

Kemudian, jika nilai μ digantikan oleh fungsi $x_i' \beta$, nilai β dapat diduga dengan menyelesaikan

$$\min_{\beta \in R} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i' \beta)^2 \quad (2.11)$$

Dengan cara yang sama kuantil contoh ke- τ , $\hat{\alpha}(\tau)$ didapat dengan menyelesaikan

$$\min_{\alpha \in R} \sum_{i=1}^n \rho_{\tau}(y_i - \alpha) \quad (2.12)$$

Akan didapatkan kuantil ke- τ didefinisikan sebagai $Q_\tau(\tau|x) = x'_i\beta(\tau)$, maka nilai $\hat{\beta}(\tau)$ didapatkan dengan menyelesaikan

$$\min_{\beta \in R^p} \sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - x'_i\beta) \quad (2.13)$$

Masalah regresi kuantil (2.13) dapat dirumuskan sebagai program linier berikut :

$$\hat{\beta} = \min_{\beta} \left\{ \tau \sum_{i: y_i \geq x'_i\beta} |y_i - x'_i\beta| + (1 - \tau) \sum_{i: y_i < x'_i\beta} |y_i - x'_i\beta| \right\} \quad (2.14)$$

Optimalisasi untuk mendapatkan penduga parameter pada regresi kuantil dapat diselesaikan melalui proses pemrograman linier. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk optimalisasi adalah metode simpleks. Algoritma simpleks tidak dapat dilakukan secara analitik melainkan dengan iterasi.

2.4 Metode Bayesian

Dalam metode bayes, parameter suatu sebaran dianggap sebagai peubah acak dengan sebaran peluang $f(\theta)$ yang biasa disebut sebagai sebaran prior. Peluang yang berkaitan dengan sebaran prior mengukur tingkat keyakinan peneliti tentang parameter yang akan diduga berdasarkan pengetahuan dan pengalamannya. Metode bayes menggunakan sebaran prior $f(\theta)$ bersama dengan sebaran bersyarat dari contoh $f(x|\theta)$ untuk menghitung sebaran posterior $f(\theta|x)$. Sebaran posterior menyatakan tingkat keyakinan peneliti mengenai parameter setelah pengambilan contoh (Walpole dan Myers, 1995).

Kerangka umum dalam statistika bayes adalah:

- 1) Keyakinan awal yang diambil dari bermacam-macam kemungkinan mengikuti asumsi sebuah sebaran prior untuk parameter yang diinginkan.
- 2) Sebaran prior dan fungsi likelihood yang diperoleh dari data digunakan untuk mendapatkan sebaran posterior, yaitu:

$$f(\theta|x) = \begin{cases} \frac{f(x|\theta)f(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\theta)f(\theta)d\theta}, & \text{kontinu} \\ \frac{f(x|\theta)f(\theta)}{\sum_{\theta=-\infty}^{\infty} f(x|\theta)f(\theta)}, & \text{diskrit} \end{cases} \quad (2.15)$$

untuk penyebut yaitu $\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\theta)f(\theta)d\theta$ atau $\sum_{\theta=-\infty}^{\infty} f(x|\theta)f(\theta)$ merupakan suatu konstanta yang menyebabkan $f(\theta|x)$ menjadi suatu

fungsi densitas yang layak, sehingga persamaan (2.8) dapat dinyatakan dengan:

$$f(\theta|x) \propto f(x|\theta)f(\theta) \quad (2.16)$$

Dalam Berger (1985) serta Bernardo dan Smith (1994) disebutkan bahwa sebaran prior dapat dibedakan menjadi dua berdasarkan bentuk sebaran dan berdasarkan penentuan parameter dalam sebaran prior tersebut. Berdasarkan bentuk sebaran, terdapat dua macam sebaran prior yaitu:

- 1) Sebaran prior konjugat, yaitu pemberian bentuk sebaran prior yang sepola dengan sebaran data. Misalnya sebaran beta untuk parameter p merupakan prior konjugat bagi data yang menyebar binomial dan sebaran normal untuk parameter μ merupakan prior konjugat bagi data yang menyebar normal.
- 2) Sebaran prior non konjugat, yaitu pemberian bentuk sebaran prior yang tidak sepola dengan sebaran data.

Berdasarkan penentuan parameter, terdapat dua macam sebaran prior yaitu:

- 1) Sebaran prior informatif, yaitu penentuan parameter sebaran prior berdasarkan informasi yang diperoleh dari data.
- 2) Sebaran prior non informatif, yaitu penentuan parameter sebaran prior tidak berdasarkan pada informasi dari data.

2.5 *Asymmetric Laplace Distribution*

Distribusi *Asymmetric Laplace* digunakan pada regresi kuantil karena biasanya cocok dan memiliki bentuk ekor yang lebih besar (*fat tail*). Distribusi *Asymmetric Laplace* merupakan distribusi kontinu yang kadang-kadang juga disebut sebagai distribusi eksponensial ganda. Jika peubah acak ε mengikuti distribusi *Asymmetric Laplace* dengan fungsi densitas:

$$f_{\tau}(\varepsilon) = \tau(1 - \tau) \exp[-\rho_{\tau}(\varepsilon)] \quad (2.17)$$

dengan $0 < \tau < 1$ dan $\rho_{\tau}(\varepsilon) = \begin{cases} \tau\varepsilon, & \text{jika } \varepsilon \geq 0 \\ -(1 - \tau)\varepsilon, & \text{jika } \varepsilon < 0 \end{cases}$

2.6 *Regresi Kuantil Bayesian*

Parameter regresi kuantil dapat diduga dengan metode bayesian. Melalui metode tersebut diperlukan informasi *prior*, *likelihood*, dan distribusi *posterior*. Diberikan model regresi kuantil $y_i = x_i' \beta_{(\tau)} +$

ε_i , $i = 1, 2, \dots, n$ dengan ε_i independent identically distribution (iid) dan diasumsikan bahwa ε_i mempunyai distribusi *Asymmetric Laplace*. Kemudian distribusi bersama dari $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ diberikan $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah:

$$f(\mathbf{y}|\mathbf{X}, \beta, \tau) = \tau^n (1 - \tau)^n \exp\{-\sum_{i=1}^n \rho_\tau(\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i' \beta)\} \quad (2.18)$$

z adalah peubah acak berdistribusi eksponensial standar ($z \sim \text{Exp}(1)$) dan u peubah acak berdistribusi normal standar ($u \sim N(0,1)$). Untuk $\tau \in (0,1)$ dinotasikan

$$p = \frac{1-2\tau}{\tau(1-\tau)} \text{ dan } \tau^2 = \sqrt{2/\tau(1-\tau)}$$

sehingga peubah acak ε yang direpresentasikan sebagai *location-scale mixture* dari distribusi normal yakni $\varepsilon = pz + \tau\sqrt{z}u$ yang berdistribusi *Asymmetric Laplace* dengan fungsi densitas (2.8).

Dari hasil tersebut, peubah respon y_i dapat ditulis dengan

$$y_i = \mathbf{x}_i' \beta_\tau + pz_i + \tau\sqrt{z_i}u_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

dengan $z_i \sim \text{Exp}(1)$ dan $u_i \sim N(0,1)$. Fungsi distribusi kumulatif dari u_i adalah :

$$F(u_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u_i^2}{2}\right) du_i \quad (2.20)$$

dengan $-\infty < u_i < \infty, i = 1, 2, \dots, n$.

Selanjutnya akan dicari distribusi dari y_i bersyarat z_i . Jika $u_i = y_i - \mathbf{x}_i' \beta_\tau \pm pz_i / \tau\sqrt{z_i}$ dan $du_i = 1/\tau\sqrt{z_i} dy_i$, maka diperoleh,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \beta_\tau - pz_i)^2}{2\tau^2 z_i}\right) \frac{1}{\tau\sqrt{z_i}} dy_i$$

sehingga,

$$f(y_i|z_i) = \frac{1}{\tau\sqrt{2\pi}\sqrt{z_i}} \exp\left(-\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \beta_\tau - pz_i)^2}{2\tau^2 z_i}\right) \quad (2.21)$$

Dari persamaan (2.21) diperoleh bahwa distribusi y_i bersyarat z_i mengikuti distribusi normal dengan mean $\mathbf{x}_i' \beta_\tau - pz_i$ dan variansi $\tau^2 z_i$.

Sebelum mencari distribusi prior dan distribusi posterior, terlebih dahulu akan dicari fungsi likelihoodnya. Fungsi densitas gabungan dari $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ adalah :

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}_\tau, \mathbf{z}) &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}\sqrt{z_i}} \exp \left(-\frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau - pz_i)^2}{2\tau^2 z_i} \right) \right) \\
 &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{\tau\sqrt{2\pi}\sqrt{z_i}} \right) \left(\exp \left(-\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau - pz_i)^2}{2\tau^2 z_i} \right) \right) \\
 &\propto \left(\prod_{i=1}^n z_i^{-\frac{1}{2}} \right) \left(\exp \left(-\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau - pz_i)^2}{2\tau^2 z_i} \right) \right) \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

di mana $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$

jika terdapat parameter skala $\sigma > 0$, maka persamaan (2.19) ditulis dengan:

$$y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau + p\sigma z_i + \tau\sigma\sqrt{z_i}u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.23)$$

Namun persamaan (2.23) tidak sesuai untuk menghasilkan *Gibbs sampling* sebagai parameter skala yang muncul pada *conditional mean* dari y_i , maka persamaan (2.23) menjadi:

$$y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau + pv_i + \tau\sqrt{\sigma v_i}u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.24)$$

di mana $v_i = \sigma z_i$, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ dan $v_i \sim \exp(\sigma)$. Sehingga *analog* dengan persamaan (2.22) diperoleh fungsi *likelihood* barunya adalah:

$$f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}_\tau, \mathbf{v}, \sigma) \propto \left(\prod_{i=1}^n (\sigma v_i)^{-\frac{1}{2}} \right) \left(\exp \left(-\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_\tau - pv_i)^2}{2\tau^2 \sigma v_i} \right) \right) \quad (2.25)$$

Prior yang digunakan dalam regresi kuantil bayesian adalah:

- Prior untuk $\boldsymbol{\beta}_\tau$

$$\begin{aligned}
 &\boldsymbol{\beta}_\tau \sim N(b_0, \mathbf{B}_0) \\
 \pi(\boldsymbol{\beta}_\tau) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} |\mathbf{B}_0|^{\frac{1}{2}}} \text{Exp} \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_\tau - b_0)' \mathbf{B}_0^{-1} (\boldsymbol{\beta}_\tau - b_0) \right\} \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

Dengan b_0 adalah mean prior dan $\mathbf{B}_0$ adalah matriks kovarian dari $\boldsymbol{\beta}_\tau$. Semua momen posterior dari $\boldsymbol{\beta}_\tau$ nilainya ada jika digunakan normal prior seperti pada persamaan (2.22). (Yu dan Moyeed, 2001)

- Prior untuk σ

$$\begin{aligned}
 &\sigma \sim IG(a, b) \\
 \pi(\sigma) &= \frac{1}{b^{-a} \Gamma(a)} \sigma^{-a-1} \exp \left(-\frac{b}{\sigma} \right), \quad \sigma > 0, a > 0, b > 0 \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

σ memiliki distribusi Inverse Gamma dengan parameter a dan b .

- Prior untuk v_i

$$v_i \sim \exp(\sigma)$$

$$\pi(v_i) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{v_i}{\sigma}\right), v_i > 0, \sigma > 0 \quad (2.28)$$

Selanjutnya akan dicari distribusi posterior $\pi(\beta_\tau, v, \sigma | y)$. Dengan metode yang diperkenalkan oleh Box dan Tiao (1973), distribusi posterior tersebut dapat dicari dengan:

$$\begin{aligned} \pi(\beta_\tau, v, \sigma | y) &\propto \pi(\beta_\tau, v, \sigma) \pi(y | \beta_\tau, v, \sigma) \\ &= \pi(\beta_\tau, v, \sigma) \pi(v | \beta_\tau, \sigma) f(y | \beta_\tau, v, \sigma) \\ &= \pi(\beta_\tau) \pi(\sigma) \pi(v | \sigma) f(y | \beta_\tau, v, \sigma) \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.7 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Metode Bayesian memberikan nilai estimasi berdasar dari distribusi posterior yang diperoleh, yang standarnya adalah berupa nilai meannya. Untuk menaksir akurasi estimasi digunakan variansi posterior yang merupakan nilai ekspektasi. Pada kebanyakan kasus yang terjadi sekarang sangat sulit untuk memperoleh prior sehingga posterior yang dihasilkan tidak berupa distribusi standar yang dikenal dan akhirnya seringkali perhitungan nilai estimasi tidak dapat diselesaikan secara analitik. Cara untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah dengan cara integrasi numerik, tetapi penggunaannya terlalu rumit mengingat besarnya dimensi integral yang dihitung. Maka teknik khusus untuk menyelesaikan masalah ini adalah melalui simulasi *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC).

Algoritma-algoritma MCMC adalah metode komputasi yang digunakan untuk memperoleh sampel dari distribusi posterior. Algoritma-algoritma ini mudah diimplementasikan serta dapat digunakan untuk simulasi dari distribusi posterior berdimensi sangat tinggi (Hamada *et.al*, 2008). Tujuan dasar algoritma MCMC adalah mensimulasi nilai-nilai (sampel-sampel) dari distribusi posterior untuk suatu vektor parameter. Inferensi tentang nilai parameter yang mungkin berbasis pada nilai-nilai yang disimulasikan. Secara umum sampel yang dibangkitkan dari distribusi posterior berkorelasi, namun korelasi ini cenderung menghilang seiring meningkatnya interval pengambilan sampel. Dengan demikian, jika update sampel yang besar dilakukan, grup terakhir dari barisan sampel, sebut saja $\theta^{(m)}, \theta^{(m+1)}, \dots, \theta^{(m+K)}$ mewakili sampel dari distribusi posterior. Iterasi $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(m-1)}$ dikenal dengan *burn-in* dan tidak mewakili sampel dari distribusi posterior (Hamada *et.al*, 2008).

Dilihat dari perspektif yang lebih umum, algoritma MCMC menghasilkan *random-walk* dari distribusi peluang. Dengan mengambil sejumlah langkah yang cukup pada *random-walk*, algoritma simulasi MCMC menuju ke ruang sampel yang sebanding dengan peluang posteriornya. Untuk tujuan inferensi, dapat meringkas iterasi pada *random-walk* sehingga dapat diringkas sampel independen dari distribusi posterior.

2.8 Gibbs Sampling

Algoritma *Gibbs sampling* merupakan salah satu algoritma pada metode MCMC. Dalam algoritma ini dibutuhkan distribusi posterior lengkap untuk semua parameter. Estimasi parameter melalui simulasi *Gibbs sampling* dilakukan dengan membangkitkan sampel distribusi posterior bersyarat. Setelah didapatkan distribusi bersyarat lengkap untuk setiap parameter, proses *Gibbs sampling* untuk mencari distribusi posterior bersama dapat dituliskan pada algoritma berikut ini:

1. Ambil sebuah nilai inisialisasi untuk β_τ , v_i , σ . Misalkan nilai inisialisasi untuk β_τ , v_i , σ adalah $\beta_\tau^{(0)}$, $v_i^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$.
2. Bangkitkan sampel $\beta_\tau^{(1)}, \beta_\tau^{(1)} \sim \pi(\beta_\tau | v_i^{(0)}, \sigma^{(0)}, y)$.
3. Bangkitkan sampel $v_i^{(1)}, v_i^{(1)} \sim \pi(v_i | \beta_\tau^{(1)}, \sigma^{(0)}, y)$.
4. Bangkitkan sampel $\sigma^{(1)}, \sigma^{(1)} \sim \pi(\sigma | \beta_\tau^{(1)}, v_i^{(1)}, y)$.
5. Ulangi langkah 2 sampai dengan 4 sebanyak jumlah iterasi.
6. Didapatkan sampel yang memiliki distribusi posterior bersama $\pi(\beta_\tau, v_i, \sigma | y)$.

Estimasi parameter β_τ , v_i , σ pada regresi kuantil adalah mean dari distribusi posterior bersama $\pi(\beta_\tau, v_i, \sigma | y)$ yang didapatkan dari proses *Gibbs sampling*.

2.9 Pemeriksaan Konvergensi Parameter

Pemeriksaan konvergensi MCMC digunakan untuk mengetahui apakah sampel yang dibangkitkan sesuai dengan distribusi target yaitu distribusi posterior. Pemeriksaan konvergensi MCMC dapat menggunakan *trace plot*, *MC Error*, dan autokorelasi.

Trace plot adalah plot antara iterasi dengan nilai yang dibangkitkan. Jika *trace plot* tidak menunjukkan pola tertentu atau

periodisitas yang kuat maka dapat disimpulkan bahwa konvergensi MCMC terpenuhi. Jika tidak konvergen, maka banyaknya iterasi perlu ditingkatkan.

Pada perhitungan *MC Error*, sampel yang dibangkitkan dibagi menjadi K *batch*. Perhitungan rata-rata sampel setiap *batch* dan rata-rata sampel umum disajikan pada persamaan (2.21) dan (2.22). Jika *MC Error* kurang dari 1% simpangan baku, maka konvergensi MCMC terpenuhi.

$$\overline{G(\theta)}_b = \frac{1}{v} \sum_{t=(b-1)v+1}^{bv} G(\theta^{(t)}) \quad (2.30)$$

$$G(\theta) = \frac{1}{R'} \sum_{r=1}^{R'} G(\theta^{(r)}) \quad (2.31)$$

Formula untuk menghitung *MC Error* adalah (Ntzoufraz, 2009):

$$MCE[G(\theta)] = \sqrt{\frac{1}{K(K-1)} \sum_{b=1}^K (\overline{G(\theta)}_b - G(\theta))^2} \quad (2.32)$$

Keterangan:

K : Banyaknya *batch*

v : Banyaknya sampel setiap *batch*

b : Indeks untuk banyaknya *batch*

$\overline{G(\theta)}_b$: Rata-rata sampel setiap *batch*

$G(\theta)$: Rata-rata sampel umum

R' : Banyaknya sampel yang dibangkitkan

2.10 Pengukuran Keباikan Model

Kriteria dalam pengukuran kebaikan model ada beberapa macam, di antaranya dengan menggunakan nilai MSE (*Mean Square Error*) dan nilai R^2 . Model terbaik adalah model yang memiliki nilai MSE terkecil dan nilai R^2 terbesar (Sembiring, 1995). Berikut adalah perhitungan untuk mencari nilai MSE dan R^2 :

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.33)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.34)$$

di mana:

y_i = peubah respon

$\hat{y}_i$ = dugaan peubah respon

$\bar{y}$ = rata-rata peubah respon

n = banyaknya pengamatan

(Makridakis, 1999)

2.11 Tinjauan Non Statistika

2.11.1 Kadar Glukosa Darah

Glukosa darah atau kadar gula darah adalah istilah yang mengacu kepada tingkat glukosa di dalam darah. Konsentrasi gula darah atau tingkat glukosa serum, diatur dengan ketat di dalam tubuh. Glukosa yang dialirkan melalui darah adalah sumber utama energi untuk sel-sel tubuh. Glukosa (kadar gula darah), suatu gula monosakarida, karbohidrat terpenting yang digunakan sebagai sumber tenaga utama dalam tubuh. Glukosa merupakan prekursor untuk sintesis semua karbohidrat lain di dalam tubuh seperti glikogen, ribose dan deoxiribose dalam asam nukleat, galaktosa dalam laktosa susu, dalam glikolipid, dan dalam glikoprotein dan proteoglikan.

Kadar glukosa darah merupakan indikator kondisi diabetes melitus pada seseorang. Umumnya tingkat gula darah bertahan pada batas-batas yang sempit sepanjang hari (70-150 mg/dl). Tingkat ini meningkat setelah makan dan biasanya berada pada level terendah pada pagi hari sebelum orang makan (Henrikson dan Brech, 2009).

2.11.2 Usia

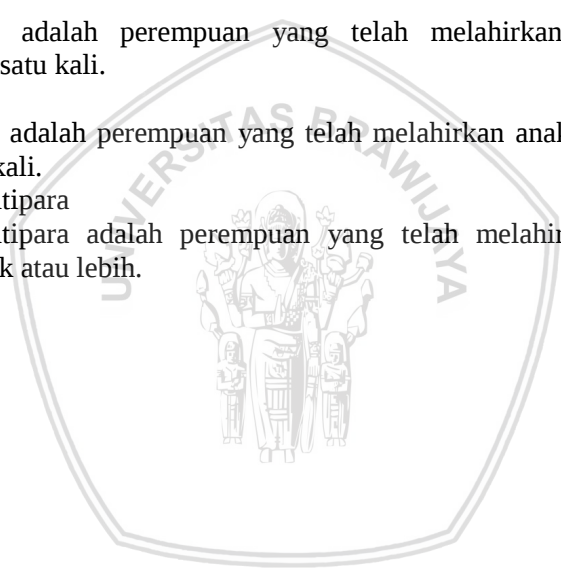
Usia atau umur adalah satuan waktu yang digunakan untuk mengukur waktu keberadaan suatu benda atau makhluk. Usia ibu hamil adalah lamanya ibu hamil hidup sejak dilahirkan sampai hari ulang tahun terakhir yang dinyatakan dalam tahun kalender. Usia akan bertambah sejalan dengan perkembangan biologis maupun psikologis (Derek, 2001).

Faktor usia mempunyai pengaruh yang erat terhadap perkembangan alat reproduksi wanita. Usia reproduksi sehat adalah usia yang aman untuk ibu dalam menghadapi kehamilan dan persalinan, dimana masa reproduksi sehat dianjurkan agar usia ibu hamil dan melahirkan adalah pada usia 20-35 tahun. Hal ini dikaitkan dengan usia produktif wanita, dimana pada masa ini merupakan waktu yang ideal bagi wanita untuk menghadapi proses hamil dan melahirkan. Kondisi anatomis dan fisiologis organ reproduksi wanita yang masih baik pada usia 20-35 tahun mendukung proses kehamilan dan melahirkan yang sehat.

2.11.3 Paritas

Paritas didefinisikan sebagai keadaan melahirkan anak baik hidup ataupun mati, tetapi bukan aborsi tanpa melihat jumlah anaknya. Dengan demikian, kelahiran kembar hanya dihitung sebagai satu kali paritas (Stedman, 2003). Berdasarkan jumlahnya, maka paritas seorang perempuan dapat dibedakan menjadi (Manuaba, 2010):

- a. Nullipara
Nullipara adalah perempuan yang belum pernah melahirkan anak sama sekali.
- b. Primipara
Primipara adalah perempuan yang telah melahirkan anak sebanyak satu kali.
- c. Multipara
Multipara adalah perempuan yang telah melahirkan anak lebih dari satu kali.
- d. Grandmultipara
Grandmultipara adalah perempuan yang telah melahirkan 5 orang anak atau lebih.



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder mengenai usia, paritas, dan kadar glukosa darah ibu hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang (Agtrisyah, 2014). Data kadar glukosa darah pada ibu hamil sebagai peubah respon sedangkan data usia dan paritas ibu hamil sebagai peubah prediktor.

3.2 Peubah Penelitian

Peubah-peubah yang digunakan dalam penelitian ini dikelompokkan menjadi peubah respon dan peubah prediktor yang diuraikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Kategori Peubah yang Diamati

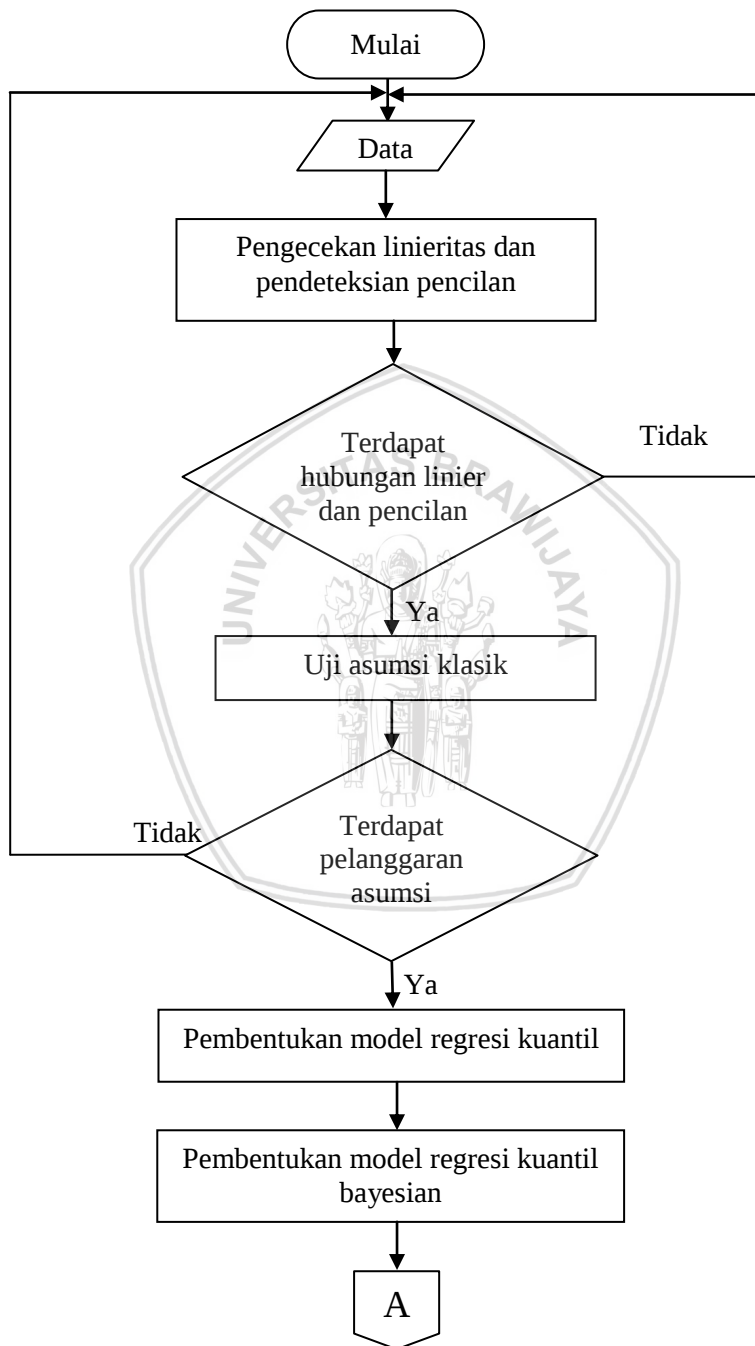
No.	Peubah	Keterangan
1	Respon (Y)	Kadar Glukosa Darah pada Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang. Kadar glukosa darah adalah istilah yang mengacu kepada tingkat glukosa di dalam darah dan merupakan indikator kondisi diabetes melitus pada seseorang. Data kadar glukosa darah dinyatakan dalam satuan mg/dl.
2	Prediktor (X ₁)	Usia Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang. Usia atau umur adalah satuan waktu yang digunakan untuk mengukur waktu keberadaan suatu benda atau makhluk. Data usia ibu hamil dinyatakan dalam satuan tahun.
3	Prediktor (X ₂)	Paritas Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang. Paritas secara umum adalah keadaan melahirkan anak baik hidup ataupun mati, tetapi bukan aborsi tanpa melihat jumlah anaknya. Dengan demikian kelahiran kembar hanya dihitung sebagai satu kali paritas. Data paritas ibu hamil dinyatakan dalam satuan orang.

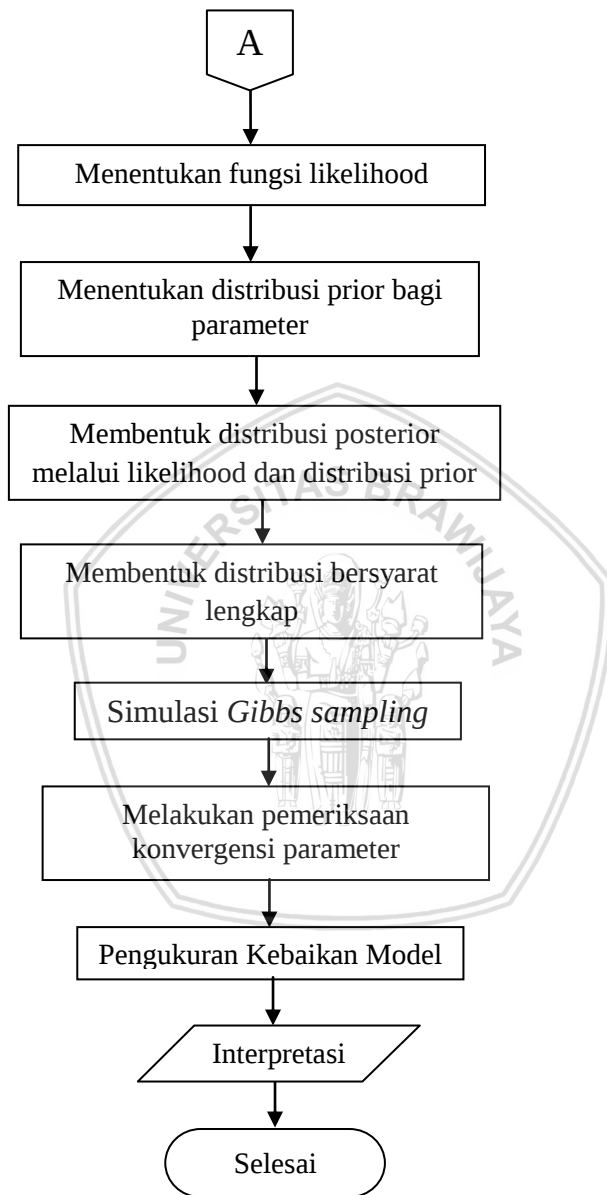
3.3 Metode Analisis

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan data yang dianalisis menggunakan regresi kuantil.
2. Melakukan pengecekan linieritas dan pendeteksian pencilaan (*outlier*) dengan membuat *scatter plot*.
3. Melakukan pengujian asumsi klasik meliputi asumsi kenormalan sisaan, non multikolinieritas, kehomogenan ragam, dan non autokorelasi
4. Melakukan pembentukan model regresi kuantil.
5. Menentukan fungsi likelihood yang sesuai dari model untuk digunakan dalam mencari distribusi posterior.
6. Menentukan distribusi prior bagi parameter regresi kuantil sesuai persamaan (2.26), (2.27), dan (2.28)
7. Menghitung distribusi bersyarat lengkap untuk digunakan dalam mencari distribusi posterior bersama dengan pendekatan *Gibbs sampling*.
8. Melakukan proses simulasi *Gibbs sampling* untuk mencari distribusi posterior bersama dengan algoritma berikut:
 - a. Ambil sebuah nilai inisialisasi untuk β_τ, v_i, σ . Misalkan nilai inisialisasi untuk β_τ, v_i, σ adalah $\beta_\tau^{(0)}, v_i^{(0)}, \sigma^{(0)}$.
 - b. Bangkitkan sampel $\beta_\tau^{(1)}, \beta_\tau^{(1)} \sim \pi(\beta_\tau | v_i^{(0)}, \sigma^{(0)}, y)$.
 - c. Bangkitkan sampel $v_i^{(1)}, v_i^{(1)} \sim \pi(v_i | \beta_\tau^{(1)}, \sigma^{(0)}, y)$.
 - d. Bangkitkan sampel $\sigma^{(1)}, \sigma^{(1)} \sim \pi(\sigma | \beta_\tau^{(1)}, v_i^{(1)}, y)$.
 - e. Ulangi langkah b sampai dengan d sebanyak jumlah iterasi.
 - f. Didapatkan sampel yang memiliki distribusi posterior bersama $\pi(\beta_\tau, v_i, \sigma | y)$.
9. Mendapatkan estimasi parameter β_τ, v_i, σ pada regresi kuantil yaitu *mean* dari distribusi posterior bersama $\pi(\beta_\tau, v_i, \sigma | y)$ yang didapat dari proses *Gibbs sampling*.
10. Melakukan pemeriksaan konvergensi parameter dengan MC *Error* dan *Trace Plot*.
11. Melakukan pengukuran kebaikan model berdasarkan nilai MSE (*Mean Square Error*) dan nilai R^2 .
12. Melakukan interpretasi dari model yang telah didapat dan membuat kesimpulan dari analisis yang telah diterapkan.
13. Pengerjaan skripsi ditunjang oleh perangkat lunak (*software*) R dengan *script* pemrograman yang dibuat oleh Hanif (2013).

Diagram alir prosedur analisis disajikan pada Gambar 3.1.



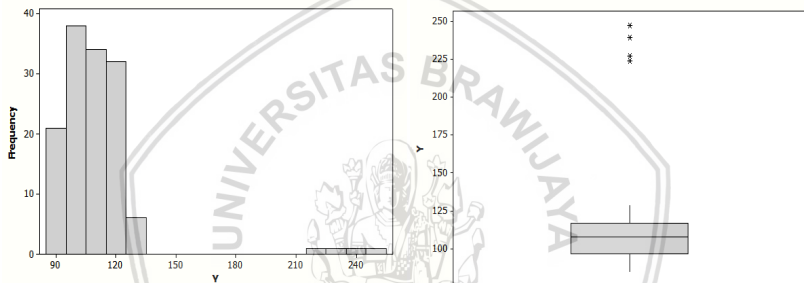


Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendeteksian Pencilan dan Pengecekan Linieritas

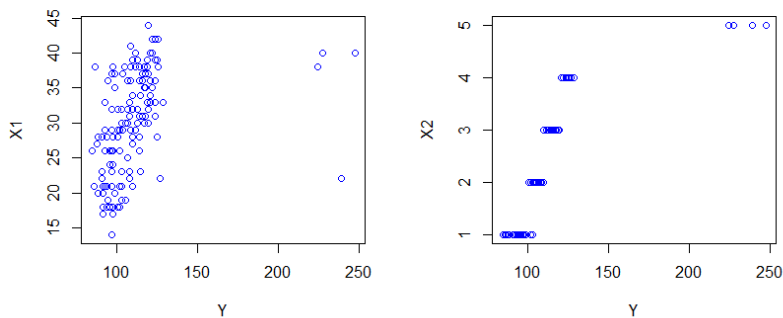
Sebelum melakukan analisis lebih lanjut ada baiknya untuk melihat plot data dan pendeteksian pencilan untuk peubah respon. Tidak ada asumsi distribusi yang diharuskan dalam regresi kuantil seperti asumsi normalitas pada metode kuadrat terkecil. Begitu juga dengan ada tidaknya data pencilan tidak akan membuat estimasi berbeda jauh sehingga tidak perlu penanganan khusus. Histogram dan box plot data kadar glukosa darah disajikan pada Gambar 4.1



Gambar 4.1. Histogram dan Box Plot Data Kadar Glukosa Darah

Gambar 4.1 memperlihatkan bahwa terdapat pencilan pada peubah respon. Jika menggunakan metode kuadrat terkecil sebagai penduga parameter akan menghasilkan penduga yang bias dan kurang tepat.

Karena yang akan dilakukan adalah regresi linier maka yang pertama dilakukan adalah membuat diagram pencar untuk mengetahui pola linier peubah respon terhadap semua peubah prediktor. Diagram pencar antara kadar glukosa darah dengan usia dan paritas pada ibu hamil disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Diagram Pencar Peubah Respon terhadap Peubah Prediktor

Gambar 4.2 memperlihatkan hubungan linier antara peubah respon (kadar glukosa darah) dengan setiap peubah prediktor (usia dan paritas ibu hamil).

4.2 Pembentukan Model Regresi dengan Metode Kuadrat Terkecil

Penduga parameter dengan metode kuadrat terkecil disajikan pada Tabel 4.1:

Tabel 4.1. Penduga Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil

Peubah	Koefisien	Salah Baku	t hitung	Nilai-p
Konstanta	74.5336	8.4975	8.771	<0.00001
Usia	0.9845	0.3261	3.019	0.00305
Paritas	3.3481	2.2181	0.13358	0.13358

Model regresi yang terbentuk adalah:

$$Y = 74.5336 + 0.9845X_1 + 3.3481X_2$$

Berdasarkan model regresi yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil maka dapat disimpulkan bahwa tanpa dipengaruhi usia dan paritas, kadar glukosa darah ibu hamil adalah 74.5336 mg/dl. Setiap kenaikan satu tahun usia, akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 0.9845 mg/dl dengan menganggap peubah paritas konstan. Setiap kenaikan satu satuan peubah paritas, maka akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 3.3481 mg/dl dengan menganggap peubah usia konstan. Usia berpengaruh nyata terhadap kadar glukosa

darah, sedangkan paritas tidak berpengaruh terhadap kadar glukosa darah.

4.3 Pengujian Asumsi Klasik

Meskipun tidak ada asumsi distribusi yang diharuskan dalam regresi kuantil, uji asumsi klasik model regresi menggunakan MKT tetap dilakukan untuk melihat ada tidaknya pelanggaran. Pertama yaitu menguji apakah sisaan menyebar normal. Hasil pengujian kenormalan sisaan secara ringkas disajikan pada Tabel 4.2. Pengujian terhadap kenormalan sisaan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* berlandaskan hipotesis berikut:

H_0 : Sisaan menyebar secara normal

H_1 : Sisaan menyebar tidak normal

Tabel 4.2. Hasil Pengujian *Kolmogorov-Smirnov*

Statistik Uji KS	Nilai p	Keputusan	Keterangan
0.217	0.010	Tolak H_0	Sisaan tidak menyebar normal

Hasil pengujian *Kolmogorov-Smirnov* pada Tabel 4.2 menunjukkan sisaan menyebar tidak normal pada $\alpha = 0.05$.

Selanjutnya melihat ada tidaknya korelasi antar peubah prediktor dalam model regresi. Pendeteksian korelasi menggunakan indikator nilai VIF. Nilai VIF dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Nilai VIF Peubah Prediktor

Peubah	Usia/ Paritas
Nilai VIF	1.5

Dari Tabel 4.3 diketahui bahwa nilai VIF tidak lebih dari 10. Hal ini menunjukkan bahwa tidak terdapat korelasi antar peubah prediktor.

Kehomogenan ragam sisaan juga merupakan salah satu asumsi klasik. Pengujian dilakukan menggunakan uji *Breusch-Pagan*. Hasil pengujian secara ringkas disajikan pada Tabel 4.4 dengan hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

H_0 : Ragam sisaan homogen
 H_1 : Ragam sisaan tidak homogen

Tabel 4.4. Hasil Pengujian *Breusch-Pagan*

Statistik Uji <i>Breusch-Pagan</i>	Nilai p	Keputusan	Keterangan
29.271	0.00004404	Tolak H_0	Ragam sisaan tidak homogen

Karena nilai $p < 0.05$ maka H_0 ditolak, ragam sisaan tidak homogen.

Asumsi yang terakhir yaitu non autokorelasi yang dilakukan untuk mengetahui kebebasan antar sisaan untuk setiap nilai pengamatan. Pendeteksian non autokorelasi menggunakan statistik uji *Durbin-Watson* yang secara ringkas disajikan pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5. Hasil Pengujian *Durbin-Watson*

Statistik Uji DW	d_L	d_U	Keterangan
1.66049	1.68894	1.74902	Terdapat korelasi di antara sisaan

Hasil pengujian *Durbin-Watson* pada Tabel 4.5 menunjukkan bahwa terdapat korelasi positif di antara sisaan karena statistik uji *Durbin-Watson* $< d_L$.

Dari pengujian empat asumsi klasik menunjukkan bahwa terdapat pelanggaran asumsi. Jika pemodelan dipaksa menggunakan MKT maka hasil penduga parameter menjadi bias, tidak konsisten, dan tidak efisien.

4.4 Pembentukan Model Regresi Kuantil

Hasil estimasi parameter secara ringkas disajikan pada Tabel 4.6 dan secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 3.

Tabel 4.6. Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil

Kuantil (τ)	Peubah	Koefisien	<i>Standard Error</i>	Nilai-p
0.05	Konstanta	79.18182	2.36528	0.00000
	Usia	-0.09091	0.09317	0.06122
	Paritas	11.27273	0.57207	0.09264
0.1	Konstanta	80.00000	2.98447	0.00000
	Usia	0.00001	0.11755	0.12165
	Paritas	10.50000	0.72183	0.64763

(Lanjutan) Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil

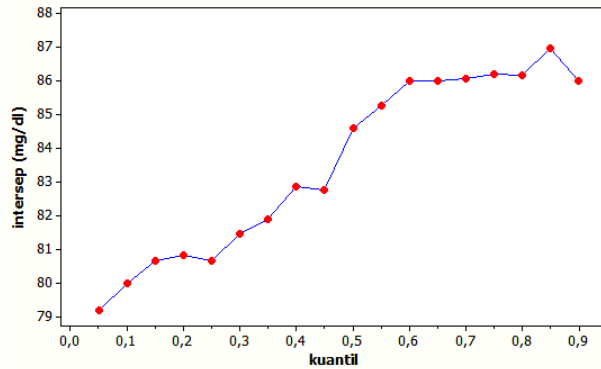
0.15	Konstanta	80.66667	2.96019	0.00000
	Usia	0.00001	0.11660	0.03248
	Paritas	10.33333	0.71596	0.55844
0.2	Konstanta	80.80769	1.95564	0.00000
	Usia	0.07692	0.07703	0.00022
	Paritas	9.65385	0.47299	0.09260
0.25	Konstanta	80.66667	1.29231	0.00000
	Usia	0.06667	0.05090	0.00000
	Paritas	10.13333	0.31256	0.55982
0.3	Konstanta	81.47368	1.47655	0.00000
	Usia	0.05263	0.05816	0.00000
	Paritas	10.15789	0.35712	0.32814
0.35	Konstanta	81.88235	1.74449	0.00000
	Usia	0.05882	0.06871	0.00001
	Paritas	10.00000	0.42192	0.49214
0.4	Konstanta	82.86667	1.85662	0.00000
	Usia	0.06667	0.07313	0.00001
	Paritas	9.73333	0.44904	0.23483
0.45	Konstanta	82.75676	2.22936	0.00000
	Usia	0.13514	0.08781	0.00001
	Paritas	9.24324	0.53920	0.56959
0.5	Konstanta	84.61538	2.59638	0.00000
	Usia	0.07692	0.10227	0.00000
	Paritas	9.53846	0.62796	0.61825
0.55	Konstanta	85.28571	1.88541	0.00000
	Usia	0.07143	0.07426	0.00001
	Paritas	9.42857	0.45601	0.18038
0.6	Konstanta	86.00000	1.81063	0.00000
	Usia	0.07018	0.07132	0.00010
	Paritas	9.33333	0.43792	0.23874
0.65	Konstanta	86.02941	1.82500	0.00000
	Usia	0.05882	0.07188	0.00000
	Paritas	9.73529	0.44140	0.04268
0.7	Konstanta	86.06667	1.89952	0.00000
	Usia	0.06667	0.07482	0.00000
	Paritas	9.86667	0.45942	0.02164

(Lanjutan) Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil

0.75	Konstanta	86.20664	1.33795	0.00000
	Usia	0.05623	0.05270	0.00000
	Paritas	10.21884	0.32360	0.02537
0.8	Konstanta	86.17647	1.27678	0.00000
	Usia	0.05882	0.05029	0.00000
	Paritas	10.29412	0.30880	0.02562
0.85	Konstanta	87.00000	3.94693	0.00000
	Usia	0.00001	0.15546	0.00000
	Paritas	11.00000	0.95461	0.01404
0.9	Konstanta	86.00000	2.13177	0.00000
	Usia	0.00001	0.08397	0.00410
	Paritas	12.00000	0.51559	0.01177

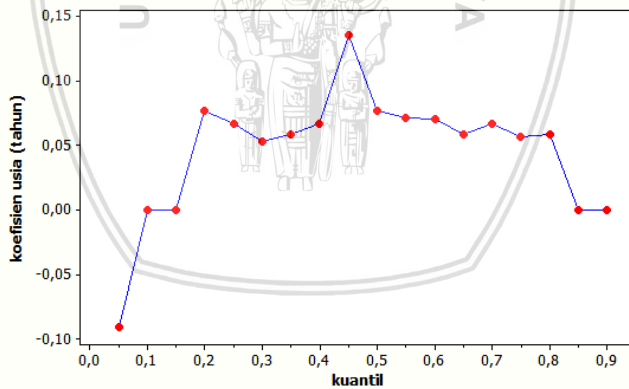
Pembentukan model regresi kuantil menghasilkan koefisien parameter yang berbeda pada masing-masing kuantil. Saat kadar glukosa darah sangat rendah, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menurunkan kadar glukosa darah sebesar 0.09091 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 11.27273 mg/dl. Pada keadaan kadar glukosa darah sedang, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 0.07692 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 9.53846 mg/dl. Saat kadar glukosa darah sangat tinggi, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 0.00001 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 12 mg/dl.

Melalui pendugaan dengan regresi kuantil diperoleh informasi bahwa peubah usia berpengaruh secara nyata terhadap kadar glukosa darah pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah, sedang dan tinggi. Sedangkan pada saat keadaan kadar glukosa darah sangat rendah peubah usia tidak berpengaruh secara nyata terhadap kadar glukosa darah. Peubah paritas berpengaruh secara nyata terhadap kadar glukosa darah pada saat keadaan kadar glukosa darah sedang dan tinggi. Sedangkan pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah dan cukup sedang peubah paritas tidak berpengaruh secara nyata terhadap kadar glukosa darah.



Gambar 4.3. Penduga Kadar Glukosa Darah

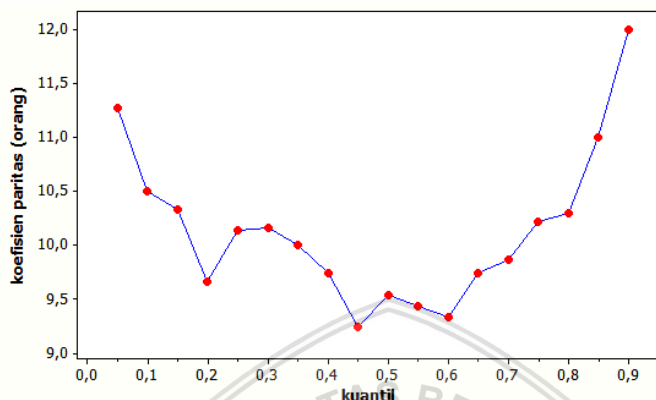
Berdasarkan Gambar 4.3 terlihat bahwa kadar glukosa darah ibu hamil umumnya mengalami kenaikan seiring bertambahnya nilai kuantil yang diduga saat tidak dipengaruhi usia dan paritas. Pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah, sedang dan sangat tinggi kadar glukosa darah menurun tetapi tidak terlalu ekstrim.



Gambar 4.4. Penduga Parameter dari Koefisien Usia

Berdasarkan Gambar 4.4 terlihat bahwa pengaruh usia terhadap kadar glukosa darah berbeda-beda pada tiap kuantil. Pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah terjadi kenaikan pengaruh usia yang cukup signifikan terhadap kadar glukosa darah. Berbeda pada saat keadaan kadar glukosa darah sedang, terjadi kenaikan dan penurunan pengaruh usia terhadap kadar glukosa darah. Pada saat

keadaan kadar glukosa darah tinggi terjadi penurunan pengaruh usia terhadap kadar glukosa darah.



Gambar 4.5. Penduga Parameter dari Koefisien Paritas

Berdasarkan Gambar 4.5 terlihat bahwa pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah berbeda-beda pada tiap kuantil. Pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah terjadi penurunan pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah. Berbeda pada saat keadaan kadar glukosa darah sedang, terjadi kenaikan dan penurunan pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah. Pada saat keadaan kadar glukosa darah tinggi terjadi kenaikan yang signifikan pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah.

Selanjutnya akan dilihat nilai MSE dan R^2 pada tiap-tiap kuantil berdasarkan Tabel 4.7.

Tabel 4.7. Perbandingan Model Regresi Kuantil

Kuantil (τ)	MSE	R^2
0.05	363.4798	0.3920744
0.1	342.7406	0.4267610
0.15	341.1605	0.4294037
0.2	337.9932	0.4347011
0.25	323.6425	0.4587029
0.3	319.1507	0.4662156
0.35	319.1719	0.4661800
0.4	317.9045	0.4682998
0.45	318.2690	0.4676902

(Lanjutan) Perbandingan Model Regresi Kuantil

0.5	310.6623	0.4804124
0.55	311.5414	0.4789422
0.6	311.5264	0.4789673
0.65	303.5885	0.4922436
0.7	300.471	0.4974575
0.75	295.1826	0.5063025
0.8	294.1458	0.5080365
0.85	286.5113	0.5208054
0.9	278.8045	0.5336951

Dari Tabel 4.7 diperoleh seberapa besar kebaikan model yang terbentuk dari regresi kuantil. Terlihat bahwa nilai MSE semakin lama semakin menurun seiring dengan meningkatnya nilai kuantil yang diduga. Sedangkan nilai R^2 semakin lama semakin meningkat seiring dengan bertambahnya nilai kuantil. Hal ini menunjukkan bahwa seiring bertambahnya nilai kuantil, model yang terbentuk semakin baik. Pada kuantil 0.05 hingga kuantil 0.7, nilai R^2 berada di bawah 0.5. Artinya kurang dari 50% keragaman data dapat dijelaskan oleh peubah prediktor, sedangkan keragaman lainnya dijelaskan oleh faktor lain di luar model regresi. Pada kuantil 0.75 hingga kuantil 0.9, nilai R^2 berada di atas 0.5. Artinya lebih dari 50% keragaman data dapat dijelaskan oleh peubah prediktor, sedangkan keragaman lainnya dijelaskan oleh faktor lain di luar model regresi.

4.5 Pembentukan Model Regresi Kuantil Bayesian

Pada analisis regresi ini diperlukan informasi prior dalam perhitungannya. Oleh karena itu, jika ingin memasukkan informasi prior dapat menggunakan metode bayesian. Estimasi regresi kuantil bayesian ini menggunakan *package* MCMCpack. Setelah dilakukan komputasi dengan bantuan *software* dengan iterasi = 50000, diberikan nilai default informasi prior berdistribusi inverse gamma $b_0=0$, $a=0.01$, dan $b=0.01$. Hasil estimasi parameter secara ringkas disajikan pada Tabel 4.8 dan secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 4.

Tabel 4.8. Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil Bayesian

Kuantil (τ)	Peubah	Koefisien	Standar Deviasi
0.05	Konstanta	78.17810	2.6385
	Usia	-0.04456	0.1039
	Paritas	11.12171	0.4686
0.1	Konstanta	80.41085	1.86340
	Usia	-0.02488	0.08613
	Paritas	10.54710	0.50805
0.15	Konstanta	80.916671	1.46961
	Usia	0.003672	0.07392
	Paritas	10.271719	0.48295
0.2	Konstanta	81.07024	1.22894
	Usia	0.03531	0.06532
	Paritas	10.08055	0.47035
0.25	Konstanta	81.02790	1.1954
	Usia	0.05968	0.0588
	Paritas	10.03400	0.3918
0.3	Konstanta	81.28078	1.14967
	Usia	0.06967	0.05238
	Paritas	9.98512	0.32433
0.35	Konstanta	81.69486	1.18802
	Usia	0.07746	0.05113
	Paritas	9.89594	0.30499
0.4	Konstanta	82.20248	1.32530
	Usia	0.09269	0.05551
	Paritas	9.69816	0.31192
0.45	Konstanta	82.9924	1.48682
	Usia	0.1161	0.05787
	Paritas	9.3777	0.32210
0.5	Konstanta	83.9010	1.3600
	Usia	0.1109	0.0510
	Paritas	9.3204	0.2706
0.55	Konstanta	84.89791	2.55446
	Usia	0.08688	0.09821
	Paritas	9.40297	0.46364

(Lanjutan) Hasil Estimasi Parameter dengan Model Regresi Kuantil Bayesian

0.6	Konstanta	85.5025	1.20215
	Usia	0.0754	0.04452
	Paritas	9.5041	0.29206
0.65	Konstanta	85.71637	1.19195
	Usia	0.06991	0.04389
	Paritas	9.72128	0.34248
0.7	Konstanta	85.79694	1.19541
	Usia	0.06844	0.04306
	Paritas	9.95421	0.31693
0.75	Konstanta	86.14396	1.07904
	Usia	0.05496	0.03925
	Paritas	10.19047	0.31463
0.8	Konstanta	86.68138	0.99521
	Usia	0.03213	0.03858
	Paritas	10.49693	0.36211
0.85	Konstanta	87.236101	1.08354
	Usia	-0.005599	0.04121
	Paritas	11.069798	0.44007
0.9	Konstanta	86.91190	1.91386
	Usia	-0.07833	0.06952
	Paritas	13.32445	1.22606

Pembentukan model regresi kuantil bayesian menghasilkan koefisien parameter yang berbeda pada setiap kuantil. Perbedaan tersebut menunjukkan bahwa usia dan paritas memberi pengaruh yang berbeda pada keadaan kadar glukosa darah ibu hamil rendah, sedang dan tinggi.

4.6 Pemeriksaan Konvergensi

Pada penelitian ini pemeriksaan konvergensi dilihat dari hasil MC error dan trace plot. Tujuan pemeriksaan konvergensi yaitu untuk mengetahui pencapaian distribusi target dari algoritma yang digunakan pada proses simulasi. Pemeriksaan konvergensi menggunakan MC error dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9. Hasil MC Error

Kuantil (τ)	Parameter	<i>SD</i>	<i>SD</i> *1%	MC Error	Keputusan
0.05	$\hat{\beta}_0$	2.6140	0.026140	0.0116904	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.1011	0.001011	0.0004519	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.4679	0.004679	0.0020926	Konvergen
0.1	$\hat{\beta}_0$	1.87478	0.0187478	0.0083843	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.08797	0.0087970	0.0003934	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.51917	0.0051917	0.0023218	Konvergen
0.15	$\hat{\beta}_0$	1.42679	0.0142679	0.0063808	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.07284	0.0007284	0.0003258	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.48802	0.0048802	0.0021825	Konvergen
0.2	$\hat{\beta}_0$	1.26253	0.0126253	0.0056462	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.06756	0.0006756	0.0003022	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.48757	0.0048757	0.0021805	Konvergen
0.25	$\hat{\beta}_0$	1.17803	0.0117803	0.0052683	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05619	0.0005619	0.0002513	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.37623	0.0037623	0.0016823	Konvergen
0.3	$\hat{\beta}_0$	1.13882	0.0113882	0.0050930	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05111	0.0005111	0.0002286	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.31374	0.0031374	0.0014031	Konvergen
0.35	$\hat{\beta}_0$	1.21138	0.0121138	0.0054174	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05024	0.0005024	0.0002247	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.29055	0.0029055	0.0012994	Konvergen
0.4	$\hat{\beta}_0$	1.35005	0.0135005	0.0060376	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05352	0.0005352	0.0002394	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.30356	0.0030356	0.0013576	Konvergen
0.45	$\hat{\beta}_0$	1.45936	0.0145936	0.0065265	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05691	0.0005691	0.0002545	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.31812	0.0031812	0.0014227	Konvergen
0.5	$\hat{\beta}_0$	1.37326	0.0137326	0.006141	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.05188	0.0005188	0.000232	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.27983	0.0027983	0.001251	Konvergen

(Lanjutan) Hasil MC Error

0.55	$\hat{\beta}_0$	1.25712	0.0125712	0.0056220	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.04523	0.0004523	0.0002023	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.26415	0.0026415	0.0011813	Konvergen
0.6	$\hat{\beta}_0$	1.21224	0.0121224	0.0054213	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.04464	0.0004464	0.0001996	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.29731	0.0029731	0.0013296	Konvergen
0.65	$\hat{\beta}_0$	1.23183	0.0123183	0.0055089	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.04568	0.0004568	0.0002043	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.33543	0.0033543	0.0015001	Konvergen
0.7	$\hat{\beta}_0$	1.18178	0.0118178	0.0052851	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.04225	0.0004225	0.0001889	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.31628	0.0031628	0.0014144	Konvergen
0.75	$\hat{\beta}_0$	1.04286	0.0104286	0.0046638	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.03861	0.0003861	0.0001727	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.31597	0.0031597	0.0014131	Konvergen
0.8	$\hat{\beta}_0$	0.99827	0.0099827	0.0044644	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.03858	0.0003858	0.0001726	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.36066	0.0036066	0.0016129	Konvergen
0.85	$\hat{\beta}_0$	1.11498	0.0111498	0.0049863	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.04218	0.0004218	0.0001886	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	0.42795	0.0042795	0.0019139	Konvergen
0.9	$\hat{\beta}_0$	1.9711	0.019711	0.0088151	Konvergen
	$\hat{\beta}_1$	0.0694	0.000694	0.0003104	Konvergen
	$\hat{\beta}_2$	1.3505	0.013505	0.0060396	Konvergen

Dari Tabel 4.9 dapat dilihat bahwa hasil MC error pada setiap parameter kurang dari 1% simpangan baku. Artinya, konvergensi simulasi MCMC untuk setiap parameter sudah terpenuhi. Kekonvergenan dalam simulasi MCMC dapat pula dilihat dari *trace plot* pada Lampiran 6. yang menunjukkan bahwa hasil iterasi setiap parameter tidak membentuk pola tertentu yang berarti konvergensi terpenuhi.

4.7 Probabilitas Ketepatan Model Regresi Kuantil Bayesian

Selanjutnya akan dilihat apakah model pada tiap kuantil yang didapat adalah model yang tepat dengan hipotesis berikut:

H_0 : Model tepat digunakan

H_0 : Model tidak tepat digunakan

Tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$ dan H_0 ditolak jika probabilitas $< \alpha$.

Tabel 4.10. Hasil Probabilitas untuk Ketepatan Model

Kuantil (τ)	Peubah	Probabilitas
0.05	Konstanta	1.0000
	Usia	0.9549
	Paritas	0.7448
0.1	Konstanta	1.0000
	Usia	0.9994
	Paritas	0.7751
0.15	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.7031
0.2	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.6156
0.25	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.7010
0.3	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.7900
0.35	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.8262
0.4	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.7644
0.45	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.7686

(Lanjutan) Hasil Probabilitas untuk Ketepatan Model

0.5	Konstanta	1.0000
	Usia	1.0000
	Paritas	0.8490
0.55	Konstanta	1.0000
	Usia	0.5130
	Paritas	1.0000
0.6	Konstanta	1.0000
	Usia	0.3970
	Paritas	1.0000
0.65	Konstanta	1.0000
	Usia	0.3575
	Paritas	1.0000
0.7	Konstanta	1.0000
	Usia	0.3506
	Paritas	1.0000
0.75	Konstanta	1.0000
	Usia	0.2856
	Paritas	1.0000
0.8	Konstanta	1.0000
	Usia	0.1854
	Paritas	1.0000
0.85	Konstanta	1.0000
	Usia	0.1360
	Paritas	1.0000
0.9	Konstanta	1.0000
	Usia	0.2766
	Paritas	1.0000

Dari Tabel 4.10 dapat dilihat bahwa sebagian besar probabilitas dari tiap kuantil $> \alpha$, sehingga dapat disimpulkan bahwa model regresi kuantil bayesian ini layak digunakan.

4.8 Pengukuran Kebaikan Model

Pengukuran kebaikan model regresi kuantil bayesian ini didasarkan pada perhitungan nilai MSE dan R^2 . Hasil pengukuran dapat dilihat pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11. Perbandingan Model Regresi Kuantil Bayesian

Kuantil (τ)	MSE	R^2
0.05	363.4171	0.3921792
0.1	346.0782	0.4211789
0.15	339.0113	0.4329983
0.2	332.6216	0.4436852
0.25	326.1008	0.4545914
0.3	322.0675	0.4613371
0.35	319.0827	0.4663292
0.4	317.4921	0.4689895
0.45	316.7017	0.4703115
0.5	314.2807	0.4743607
0.55	311.3803	0.4792117
0.6	308.3277	0.4843171
0.65	303.5325	0.4923372
0.7	299.0654	0.4998085
0.75	295.5946	0.5056135
0.8	291.9659	0.5116825
0.85	286.2484	0.5212451
0.9	277.0374	0.5366506

Dari Tabel 4.11 diperoleh seberapa besar kebaikan model yang terbentuk dari regresi kuantil bayesian. Terlihat bahwa nilai MSE semakin lama semakin menurun seiring dengan meningkatnya nilai kuantil yang diduga. Sedangkan nilai R^2 semakin lama semakin meningkat seiring dengan bertambahnya nilai kuantil. Hal ini menunjukkan bahwa seiring bertambahnya nilai kuantil, model yang terbentuk semakin baik. Pada kuantil 0.05 hingga kuantil 0.7, nilai R^2 berada di bawah 0.5. Artinya kurang dari 50% keragaman data dapat dijelaskan oleh peubah prediktor, sedangkan keragaman lainnya dijelaskan oleh faktor lain di luar model regresi. Pada kuantil 0.75 hingga kuantil 0.9, nilai R^2 berada di atas 0.5. Artinya lebih dari 50% keragaman data dapat dijelaskan oleh peubah prediktor, sedangkan keragaman lainnya dijelaskan oleh faktor lain di luar model regresi.

4.9 Interpretasi Model Regresi Kuantil Bayesian

Berdasarkan pendugaan parameter dengan regresi kuantil bayesian didapatkan model pada tiap kuantil sebagai berikut:

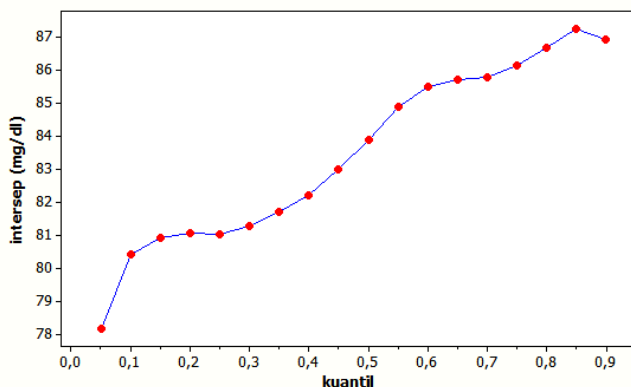
$$Y_{0.05} = 78.1781 - 0.04456 X_1 + 11.12171 X_2$$

$$Y_{0.1} = 80.41085 - 0.02488 X_1 + 10.5471 X_2$$

$$\begin{aligned}
Y_{0.15} &= 80.916671 + 0.003672 X_1 + 10.271719 X_2 \\
Y_{0.2} &= 81.07024 + 0.03531 X_1 + 10.08055 X_2 \\
Y_{0.25} &= 81.0279 + 0.05968 X_1 + 10.034 X_2 \\
Y_{0.3} &= 81.28078 + 0.06967 X_1 + 9.98512 X_2 \\
Y_{0.35} &= 81.69486 + 0.07746 X_1 + 9.89594 X_2 \\
Y_{0.4} &= 82.20248 + 0.09269 X_1 + 9.69816 X_2 \\
Y_{0.45} &= 82.9924 + 0.1161 X_1 + 9.3777 X_2 \\
Y_{0.5} &= 83.901 + 0.1109 X_1 + 9.3204 X_2 \\
Y_{0.55} &= 78.4047 - 0.05294 X_1 + 11.12938 X_2 \\
Y_{0.6} &= 85.5025 + 0.0754 X_1 + 9.5041 X_2 \\
Y_{0.65} &= 85.71637 + 0.06991 X_1 + 9.72128 X_2 \\
Y_{0.7} &= 85.79694 + 0.06844 X_1 + 9.95421 X_2 \\
Y_{0.75} &= 86.14396 + 0.05496 X_1 + 10.19047 X_2 \\
Y_{0.8} &= 86.68138 + 0.03213 X_1 + 10.49693 X_2 \\
Y_{0.85} &= 87.236101 - 0.005599 X_1 + 11.069798 X_2 \\
Y_{0.9} &= 86.9119 - 0.07833 X_1 + 13.32445 X_2
\end{aligned}$$

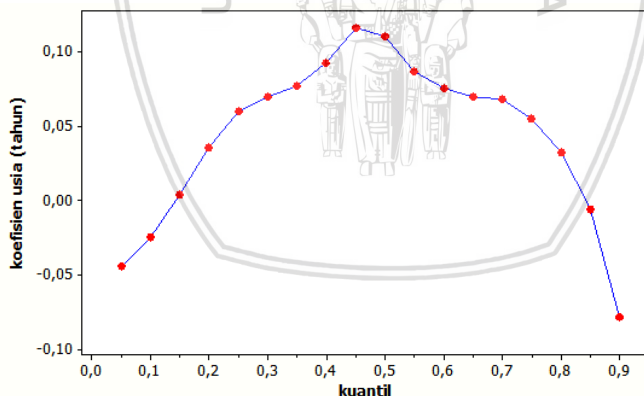
Dari hasil pendugaan diperoleh informasi bahwa usia dan paritas memberikan pengaruh yang berbeda terhadap kadar glukosa darah ibu hamil pada tiap kuantilnya. Saat kadar glukosa darah sangat rendah, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menurunkan kadar glukosa darah sebesar 0.04456 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 11.12171 mg/dl.

Pada keadaan kadar glukosa darah sedang, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 0.1109 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 9.3204 mg/dl. Saat kadar glukosa darah sangat tinggi, setiap bertambahnya 1 tahun usia ibu hamil akan menurunkan kadar glukosa darah sebesar 0.07833 mg/dl, peningkatan 1 kali paritas ibu hamil akan menaikkan kadar glukosa darah sebesar 13.32445 mg/dl.



Gambar 4.6. Penduga Kadar Glukosa Darah

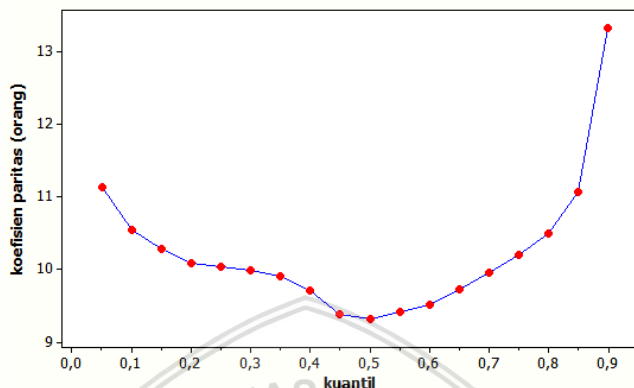
Berdasarkan Gambar 4.6 terlihat bahwa kadar glukosa darah ibu hamil umumnya mengalami kenaikan seiring bertambahnya nilai kuantil yang diduga saat tidak dipengaruhi usia dan paritas. Pada saat keadaan kadar glukosa darah sangat tinggi kadar glukosa darah menurun tetapi tidak terlalu ekstrim.



Gambar 4.7. Penduga Parameter dari Koefisien Usia

Berdasarkan Gambar 4.7 terlihat bahwa pengaruh usia terhadap kadar glukosa darah berbeda-beda pada tiap kuantil. Pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah terjadi kenaikan pengaruh usia yang cukup signifikan terhadap kadar glukosa darah. Berbeda pada saat keadaan kadar glukosa darah sedang, terjadi kenaikan dan penurunan pengaruh usia terhadap kadar glukosa darah. Pada saat

keadaan kadar glukosa darah tinggi terjadi penurunan pengaruh usia secara signifikan terhadap kadar glukosa darah.



Gambar 4.8. Penduga Parameter dari Koefisien Paritas

Berdasarkan Gambar 4.8 terlihat bahwa pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah berbeda-beda pada tiap kuantil. Pada saat keadaan kadar glukosa darah rendah terjadi penurunan pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah. Pada saat keadaan kadar glukosa darah sedang, terjadi penurunan kemudian kenaikan pengaruh paritas terhadap kadar glukosa darah. Pada saat keadaan kadar glukosa darah tinggi terjadi kenaikan pengaruh paritas yang signifikan terhadap kadar glukosa darah.

4.10 Pengujian Kesamaan Ragam

Uji kesamaan ragam dilakukan untuk mengetahui apakah penduga parameter dari model regresi kuantil biasa dan regresi kuantil bayesian memberikan hasil berbeda. Pengujian menggunakan uji *Fisher* dan uji *Levene* yang disajikan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12. Hasil Pengujian Kesamaan Ragam

Jenis Pengujian	Nilai p	Keterangan
Uji <i>Fisher</i>	0.761	Kedua kelompok memiliki ragam homogen
Uji <i>Levene</i>	0.956	Kedua kelompok memiliki ragam homogen

Dari Tabel 4.12 didapatkan hasil bahwa nilai $p > 0.05$, maka dapat disimpulkan ragam sisaan yang dihasilkan dari metode regresi kuantil biasa dan regresi kuantil bayesian hampir sama atau homogen, sehingga penggunaan regresi kuantil bayesian memberikan hasil yang tidak begitu signifikan. Namun nilai MSE yang dihasilkan masih lebih kecil dibandingkan nilai MSE regresi kuantil biasa.



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan analisis yang telah dilakukan, kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Dari pendugaan parameter regresi kuantil didapatkan hasil yang berbeda-beda di setiap kuantil. Dengan regresi kuantil diperoleh lebih banyak informasi pada kuantil yang berbeda dan pendugaan parameter dapat dilakukan pada keseluruhan sebaran data.
2. Regresi kuantil bayesian memberikan pengaruh yang tidak terlalu signifikan dibandingkan dengan regresi kuantil biasa namun nilai MSE yang dihasilkan masih lebih kecil.
3. Nilai *R-square* regresi kuantil bayesian memang tidak terlalu besar. Hal ini dapat disebabkan karena peubah prediktor dalam model tidak terlalu banyak menjelaskan keragaman peubah respon.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, disarankan untuk penelitian selanjutnya nilai kuantil juga dimasukkan sebagai parameter yang diduga menggunakan metode bayesian. Selain itu dapat juga menerapkan metode regresi kuantil bayesian pada data selain di bidang kesehatan.



DAFTAR PUSTAKA

- Agtrisya, R. 2014. *Faktor Resiko Usia, Paritas, dan Kadar Glukosa Darah terhadap Preeklamsia Ibu Hamil di RSUD Kanjuruhan Kabupaten Malang*. Skripsi. Jurusan Keperawatan Fakultas Kedokteran Universitas Brawijaya Malang.
- Berger, J.O. 1985. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer-Verlag. New York.
- Bernardo, J.M. and Smith, A.F.M. 1994. *Bayesian Theory*. John Wiley and Sons. New York.
- Box, G.E.P. and Tiao, G.C. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. California.
- Derek, L. 2001. *Dasar-dasar Obstetrik dan Ginekologi*. EGC. Jakarta.
- Hamada, M.S., Wilson, A.g., Reese, C.S, and Martz, H.F. 2008. *Bayesian Reliability*. Springer Science Bussiness Media, LLC. New York.
- Hanif, A. 2013. *Analisis Bayesian untuk Regresi Kuantil dengan Menggunakan Algoritma Gibbs Sampling*. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.
- Henrikson, J.E. and Brech, N.H. 2009. *Blood Glucose Levels*. <http://www.netdoctor.co.uk>. Diakses tanggal 24 September 2015.
- Koenker, R. and Basset, G. 1978. *Regression Quantile*. *Econometrica*, Vol.46, No. 1.
- Koenker, R. and Hallock, K.F. 2001. *Quantile Regression*. *The Journal of Economics Perspective*. Vol. 15, No.4, pp. 143-156. American Economic Association.

- Makridakis, S. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Binarupa Aksara. Jakarta.
- Manuaba, I.A.C. 2010. *Ilmu Kebidanan Penyakit Kandungan dan KB untuk Pendidikan Bidan*. EGC. Jakarta.
- Myers, H.R. 1990. *Classical and Modern Regression with Application. Second Edition*. Duxbury Press. California.
- Ntzoufras, I. 2009. *Bayesian Modelling Using Win BUGS*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
- Sembiring, R. 1995. *Analisis Regresi*. ITB. Bandung.
- Stedman, G. 2003. *Kamus Ringkas Kedokteran*. EGC. Jakarta.
- Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika*. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Walpole, R.E dan Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan*. ITB. Bandung.
- Yu, K. and Moyeed, R.A. 2001. *Bayesian Quantile Regression*. Statistics and Probability Letters, 54: 437-447.