

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN *MULTI SERVER SINGLE*
PHASE DENGAN SIMULASI MONTE CARLO
(Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)**

SKRIPSI

oleh:
WULaida ZUHRIANA ALWI
145090501111012



**PROGRAM STUDI S1 STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

repository.ub.ac.id

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN *MULTI SERVER SINGLE*
PHASE DENGAN SIMULASI MONTE CARLO
(Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

oleh:
WULaida ZUHRIANA ALWI
145090501111012



**PROGRAM STUDI S1 STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2018**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN *MULTI SERVER SINGLE*
PHASE DENGAN SIMULASI MONTE CARLO
(Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)**

oleh:

**WULAIDA ZUHRIANA ALWI
145090501111012**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 2 Juli 2018
dan dinyatakan telah memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika**

Dosen Pembimbing Skripsi

Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si.
NIP. 197407221999032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP. 197603281999032001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Wulaida Zuhriana Alwi
NIM : 145090501111012
Judul Skripsi :

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN *MULTI SERVER SINGLE*
PHASE DENGAN SIMULASI MONTE CARLO
(Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang tertulis di daftar pustaka.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis adalah terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 2 Juli 2018
Yang menyatakan,

Wulaida Zuhriana Alwi
NIM. 145090501111012

repository.ub.ac.id

**ANALISIS SISTEM ANTRIAN *MULTI SERVER SINGLE*
PHASE DENGAN SIMULASI MONTE CARLO
(Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)**

ABSTRAK

Antrian merupakan kejadian yang disebabkan oleh kebutuhan layanan yang melebihi kapasitas fasilitas pelayanan sehingga pengguna fasilitas yang datang tidak dapat segera mendapatkan pelayanan. Analisis sistem antrian perlu dilakukan untuk mengetahui efektifitas pelayanan agar pelanggan tidak menunggu terlalu lama. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah waktu kedatangan nasabah dan waktu pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda pada tanggal 1 Agustus hingga 4 Agustus 2017 pukul 08.00 – 11.00. Metode yang digunakan adalah metode simulasi Monte Carlo karena waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial dan waktu pelayanan berdistribusi *general*. Berdasarkan hasil analisis, pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda terdiri dari satu tahap dengan empat *server* dengan rata-rata tingkat kedatangan adalah sebanyak 0,5833 nasabah permenit atau paling banyak satu nasabah yang datang permenit dan rata-rata tingkat pelayanan adalah 0,5528 nasabah per menit atau paling banyak melayani satu nasabah permenit. Model yang diperoleh adalah $(M/G/4):(FCFS/\infty/\infty)$. Sistem antrian pada pelayanan *teller* Bankaltim dianggap tidak efektif karena rendahnya tingkat kesibukan *server*. Tingkat kesibukan masing-masing *server* secara berurutan 62%, 45%, 32% dan 17%. Tidak ada nasabah yang menunggu di dalam antrian dan rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian paling lama hanya satu menit.

Kata Kunci: Antrian, Bankaltim, Monte Carlo, Simulasi

repository.ub.ac.id

ANALYSIS OF *MULTI SERVER SINGLE PHASE QUEUEING* SYSTEM WITH MONTE CARLO SIMULATION (Case Study at Bankaltim Main Branch Office of Samarinda)

ABSTRACT

Queues are incidents caused by service needs that exceed the capacity of the service facility so that the incoming facility users can not immediately get the service. Analysis of the queue system needs to be done for determine the effectiveness of the service, so that customers do not wait too long. In this research, data used the inter arrival time of customer and the service time of teller Bankaltim Main Branch Office of Samarinda on August 1 to August 4, 2017 at 08.00 - 11.00. The method used Monte Carlo simulation because inter arrival time is exponential distribution and service time is general distribution. Based on the analysis, the teller service of Bankaltim Main Branch in Samarinda consists of one stage with four servers with average arrival rate is 0.5833 customer per minute or at most one customer coming per minute and average service level is 0.5528 customer per minute or at most one customer per minute. The model obtained is $(M/G/4): (FCFS/\infty/\infty)$. The queuing system at Bankaltim teller service is considered ineffective due to the low level of the occupied server. The busyness of each server is 62%, 45%, 32% and 17% respectively. No customers are waiting in the queue and the average waiting time for the customer in the queue is at least one minute.

Keywords: *Queue, Bankaltim, Monte Carlo, Simulation*

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Analisis Sistem Antrian *Multi Server Single Phase* dengan Simulasi Monte Carlo”. Penelitian ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya, Malang.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari dukungan, motivasi, kerjasama maupun bimbingan dari berbagai pihak yang membantu. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan waktu, saran, dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
2. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc. Ph.D., selaku Penguji I yang telah memberikan saran dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Bapak Darmanto, S.Si., M.Si., selaku Penguji II yang telah memberikan saran dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu Dosen Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya atas ilmu yang diberikan selama ini.
5. Bapak Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Program Studi Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
6. Ibu Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc. Ph.D., selaku Ketua Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
7. Bapak Bahrudin Alwi, Ibu Eni Rofiq Hidayah, adik Rifqi Tsania Rachmawati dan seluruh keluarga besar atas kasih sayang, doa dan dukungannya.
8. Pihak Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda yang telah mengizinkan untuk melaksanakan penelitian ini.
9. Sebrinda Gina Tandi Datu yang telah membantu pada saat penelitian berlangsung.
10. Hasanah, Dilla, Shinta, Riana, Tiara, Sita, Dipta, Firman dan seluruh teman-teman statistika 2014 atas bantuan, dukungan dan doa dalam penyelesaian skripsi ini.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu.

repository.ub.ac.id

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca dan bagi pihak Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

Malang, 2 Juli 2017

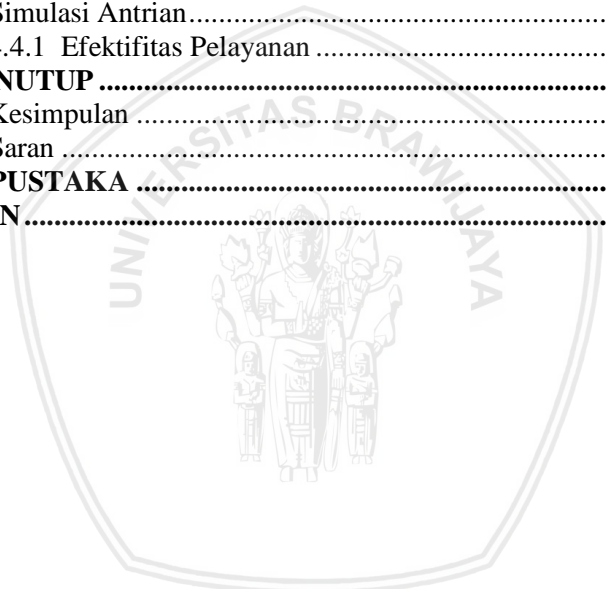
Penulis



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Teori Antrian	5
2.2 Komponen Sistem Antrian	5
2.3 Disiplin Antrian.....	6
2.4 Struktur Antrian.....	7
2.5 Model Antrian	9
2.5.1 Model Antrian (M/M/c): (GD/∞/∞).....	10
2.5.2 Model Antrian (M/G/c): (GD/∞/∞).....	13
2.5.3 Model Antrian (G/G/c): (GD/∞/∞)	13
2.6 <i>Steady State</i>	13
2.7 Fungsi Distribusi	14
2.7.1 Distribusi Poisson	14
2.7.2 Distribusi Eksponensial	14
2.7.2.1 Hubungan Eksponensial dengan Proses Poisson.....	15
2.7.3 Distribusi Uniform.....	15
2.7.4 Distribusi Gamma.....	16
2.8 Pengujian Distribusi	16
2.9 Metode Simulasi.....	17
2.9.1 Simulasi Monte Carlo.....	17

2.9.2 Efektifitas Pelayanan	19
BAB III METODE PENELITIAN	21
3.1 Sumber Data	21
3.2 Langkah-Langkah Pengamatan Data	21
3.3 Langkah-Langkah Penelitian	22
3.4 Langkah-Langkah Simulasi	25
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	29
4.1 Gambaran Sistem Antrian	29
4.2 Pengujian Distribusi	32
4.2.1 Waktu Antar Kedatangan.....	32
4.2.2 Waktu Pelayanan	33
4.3 Model Antrian	36
4.4 Simulasi Antrian.....	36
4.4.1 Efektifitas Pelayanan	37
BAB V PENUTUP	41
5.1 Kesimpulan	41
5.2 Saran	41
DAFTAR PUSTAKA	43
LAMPIRAN.....	45



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Komponen Proses Antrian	5
Gambar 2.2 <i>Single Server Single Phase</i>	7
Gambar 2.3 <i>Single Server Multi Phase</i>	8
Gambar 2.4 <i>Multi Server Single Phase</i>	8
Gambar 2.5 <i>Multi Server Multi Phase</i>	8
Gambar 2.6 Diagram Alir <i>Arrival</i> dan <i>Departure</i>	19
Gambar 3.1 Diagram Alir Pengamatan Data	22
Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian	24
Gambar 3.3 Diagram Alir Simulasi	25
Gambar 3.4 Algoritma Simulasi Sistem Empat <i>Server</i>	27
Gambar 4.1 Histogram Waktu Antar Kedatangan	32
Gambar 4.2 Histogram Waktu Pelayanan <i>teller 1</i>	33
Gambar 4.3 Histogram Waktu Pelayanan <i>teller 2</i>	34
Gambar 4.4 Histogram Waktu Pelayanan <i>teller 3</i>	35
Gambar 4.5 Histogram Waktu Pelayanan <i>teller 4</i>	35



DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Tabel Banyaknya Kedatangan	30
Tabel 4.2 Tabel Banyaknya Nasabah yang Dilayani.....	31
Tabel 4.3 Tabel Nilai Karakteristik Sistem Antrian.....	40



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Kedatangan dan Pelayanan Nasabah	45
Lampiran 2	Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i> Waktu Antar Kedatangan.....	49
Lampiran 3	Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i> Waktu Pelayanan	51
Lampiran 4	Distribusi Peluang Waktu Pelayanan.....	55
Lampiran 5	Hasil Bangkitan Waktu Antar Kedatangan (IT) dan Waktu Pelayanan (ST)	57
Lampiran 6	Simulasi Antrian.....	59
Lampiran 7	Tingkat Kesibukan <i>Server</i>	61
Lampiran 8	Rata-Rata Banyaknya Nasabah di dalam Antrian dan Rata-Rata Banyaknya Nasabah di dalam Sistem.....	63
Lampiran 9	Rata-Rata Waktu Tunggu Nasabah di dalam Antrian dan Rata-Rata Waktu Nasabah di dalam Sistem	65
Lampiran 10	Tabel <i>Kolmogorov Smirnov</i>	67



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era modern seperti sekarang ini, keberadaan bank sangatlah penting karena berperan sebagai kunci utama penggerak ekonomi. Menurut Undang-Undang Nomor 10 tahun 1998 bank adalah sebuah badan usaha yang menghimpun dana dari masyarakat dalam bentuk simpanan dan menyalurkannya kepada masyarakat dalam bentuk kredit dan atau bentuk-bentuk lain dengan tujuan untuk meningkatkan taraf hidup orang banyak.

Setiap bank pasti mempunyai petugas yang bertanggung jawab untuk melayani dan berinteraksi secara langsung dengan nasabah yaitu *teller*. Tugas seorang *teller* secara umum yaitu membantu dan memberikan solusi bagi nasabah yang ingin melakukan transaksi perbankan. Kinerja *teller* merupakan hal penting yang harus diperhatikan demi menjaga kualitas pelayanan bank terhadap nasabah.

Bankaltim merupakan bank pembangunan daerah yang memiliki jumlah nasabah yang tidak sedikit. Setiap hari selalu ada nasabah yang datang untuk melakukan transaksi. Banyaknya nasabah harus diimbangi dengan fasilitas pelayanan yang memadai. Jika fasilitas pelayanan tidak mampu mengatasi banyaknya nasabah yang datang, maka akan terjadi antrian.

Antrian merupakan kejadian yang disebabkan oleh kebutuhan layanan yang melebihi kapasitas fasilitas pelayanan, sehingga pengguna fasilitas yang datang tidak dapat segera mendapatkan pelayanan. Menunggu dalam suatu antrian adalah hal yang paling sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pengunjung yang mengantri untuk membeli tiket masuk wisata, pasien yang mengantri untuk diperiksa, motor dan mobil yang mengantri untuk isi bensin di SPBU, dan masih banyak kejadian antrian lainnya. Pada kejadian yang sama, beberapa nasabah menunggu untuk dilayani oleh *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

Setiap bank termasuk Bankaltim Cabang Utama Samarinda pasti ingin memenuhi kepuasan nasabahnya untuk menjaga nama baik bank demi mempertahankan kepuasan nasabah. Fasilitas pelayanan bank selalu berusaha untuk memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut di antaranya adalah memberikan pelayanan yang

cepat namun tetap memperhatikan kualitas sehingga pelanggan tidak dibiarkan mengantri terlalu lama.

Rata-rata lama waktu menunggu nasabah sangat tergantung kepada rata-rata tingkat kecepatan pelayanan yang dilakukan oleh *teller*. Jika terlalu banyak *teller* yang sibuk, maka akan menyebabkan antrian panjang. Sebaliknya, jika banyak *teller* yang menganggur maka akan menyebabkan kerugian tersendiri bagi pihak Bankaltim.

Efektifitas pelayanan dapat ditentukan setelah membentuk model antrian yang tepat. Model antrian yang dibentuk mampu menggambarkan sistem antrian berdasarkan distribusi waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan. Menurut Taylor & Karlin (1998), pada umumnya waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan akan mengikuti distribusi eksponensial. Akan tetapi di dalam kehidupan nyata, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan tidak selalu mengikuti distribusi eksponensial. Beberapa bentuk model antrian jika tidak berdistribusi eksponensial adalah $M/G/c$ dan $G/G/c$ dimana c adalah *server*. Jika hanya waktu antar kedatangan yang berdistribusi eksponensial maka model yang terbentuk adalah $M/G/c$ dan model dengan distribusi *general* $G/G/c$ akan terbentuk jika waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan tidak mengikuti distribusi eksponensial. Sistem antrian dengan model $M/G/c$ dan $G/G/c$ menghasilkan perhitungan analisis yang sangat kompleks. Ada beberapa pendekatan untuk model $M/G/c$ dan $G/G/c$, salah satunya adalah dengan menggunakan metode simulasi.

Mussafi (2015) pernah melakukan penelitian yang berkaitan dengan analisis sistem antrian. Hasil analisis tersebut menunjukkan model antrian untuk layanan jasa *teller* adalah $(M/M/3): (GD/\infty/\infty)$ berbasis *First Come First Service* (FCFS). Ukuran kinerja yang diperoleh yaitu probabilitas petugas menganggur sekitar 0,3 dan waktu menunggu dalam sistem tidak lebih dari 8,22 menit, maka dapat dikatakan pelayanan dalam kondisi yang efektif. Ratnakusuma, Hoyyi dan Sugito (2015) juga pernah melakukan penelitian tentang analisis sistem antrian pesawat terbang di Bandara Internasional Ahmad Yani Semarang. Hasil analisis tersebut menunjukkan bahwa jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan berdistribusi poisson dengan jumlah *server* yang beroperasi sebanyak 6 *apron* sehingga dapat dibentuk model antrian $(M/M/6): (GD/\infty/\infty)$. Berdasarkan nilai ukuran kinerja

yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa sistem pelayanan pesawat terbang di Bandara Ahmad Yani Semarang sudah cukup baik.

Penelitian ini dilakukan pada fasilitas pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Pelayanan *teller* terdiri dari satu tahap dengan empat *server*. Berdasarkan struktur antrian tersebut, beberapa nasabah bisa dilayani dalam waktu bersamaan. Pada penelitian ini akan dibahas penerapan teori antrian dengan judul “Analisis Sistem Antrian *Multi Server Single Phase* dengan Simulasi Monte Carlo (Studi Kasus di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda)”.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana model sistem antrian pada pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda?
2. Bagaimana simulasi dari sistem antrian pada pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda?
3. Bagaimana efektifitas pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini dimulai pada hari Selasa, 1 Agustus 2017 hingga Jumat 4 Agustus 2017 di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Penelitian dilakukan selama empat hari yang dipilih pada periode sibuk yaitu pukul 08.00 - 11.00 WITA.
2. Tidak terjadi penolakan dan pembatalan terhadap kedatangan nasabah atau penolakan diabaikan.
3. Waktu kedatangan nasabah dimulai ketika nasabah mengambil nomor antrian dan sistem antrian dimulai dari masuknya nasabah ke dalam antrian hingga nasabah selesai dilayani dan meninggalkan *teller*.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

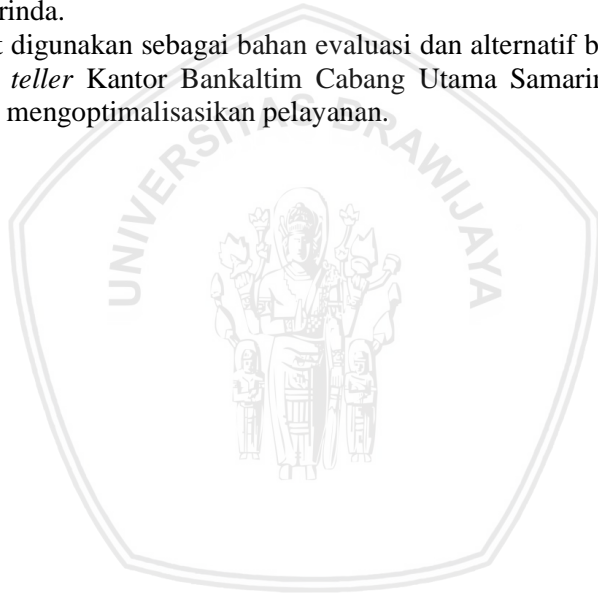
1. Membentuk model dari sistem antrian *Multi Server Single Phase* pada pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

2. Mensimulasikan sistem antrian pada pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda.
3. Mengetahui efektifitas pelayanan *teller* di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah referensi bagi Program Studi Statistika FMIPA Universitas Brawijaya mengenai penerapan teori antrian.
2. Model antrian yang diperoleh dari analisis dapat digunakan untuk melihat bagaimana permasalahan antrian yang terjadi di pelayanan *teller* Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda.
3. Dapat digunakan sebagai bahan evaluasi dan alternatif bagi pihak *teller* Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda untuk mengoptimalkan pelayanan.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Teori Antrian

Menurut Hillier dan Lieberman (2001), teori antrian (*queuing theory*) adalah suatu teori yang mempelajari tentang proses menunggu dengan semua kemungkinan yang terjadi di kehidupan sehari-hari. Teori antrian pertama kali diperkenalkan oleh A.K. Erlang seorang Insinyur dari Denmark, yang bekerja pada perusahaan telepon di Kopenhagen pada tahun 1910. A.K. Erlang mempelajari fluktuasi permintaan fasilitas telepon dan yang berhubungan dengan *automatic dialing equipment*, yaitu peralatan penyambungan telepon secara otomatis (Supranto, 1987).

Tujuan dari teori antrian adalah meneliti kegiatan dari fasilitas pelayanan dalam rangkaian kondisi random dari suatu sistem antrian (Kakiay, 2004). Sistem antrian dapat dibentuk menjadi model antrian yang kemudian digunakan untuk menentukan karakteristik dari sistem antrian tersebut. Karakteristik dari sistem antrian dapat dimanfaatkan untuk merancang fasilitas pelayanan yang optimal.

2.2 Komponen Sistem Antrian

Komponen dasar proses antrian adalah kedatangan, pelayanan dan antri. Komponen-komponen ini disajikan pada Gambar 2.1 (Mulyono, 2004).



Gambar 2.1 Komponen Proses Antrian

1. Kedatangan

Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, atau panggilan telepon untuk dilayani. Unsur ini sering dinamakan proses *input*. Proses *input* meliputi sumber kedatangan atau biasa dinamakan *calling population*. Cara terjadinya kedatangan pada umumnya merupakan proses acak. Pola kedatangan yang bersifat acak

repository.ub.ac.id

dapat digambarkan dengan distribusi statistik dan dapat ditentukan dengan dua cara yaitu jumlah kedatangan per satuan waktu dan waktu antar kedatangan.

2. Pelayanan

Pelayan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih fasilitas pelayanan. Contohnya, sebuah bank dapat mempekerjakan satu atau banyak *teller*. Ada dua pengaturan fasilitas pelayanan yaitu secara paralel dan seri. Fasilitas pelayanan secara paralel jika semua pelayan menyediakan jenis layanan yang sama dan kebutuhan pelanggan hanya melewati satu fasilitas pelayanan untuk menyelesaikan layanan. Misalnya, *teller* di sebuah bank biasanya disusun secara paralel. Setiap pelanggan hanya perlu dilayani oleh satu *teller* dan setiap *teller* bisa melakukan pelayanan yang diinginkan. Akan tetapi jika fasilitas pelayanan dalam seri, pelanggan harus melewati beberapa fasilitas pelayanan sebelum menyelesaikan layanan. Sebuah jalur perakitan adalah sebuah contoh dari sistem antrian seri.

3. Antri

Inti dari analisis antrian adalah proses antri. Proses antrian dimulai saat pelanggan-pelanggan yang memerlukan pelayanan mulai datang. Menurut Kakiay (2004), proses antrian merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam baris antrian jika belum dapat dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas pelayanan setelah dilayani. Dalam proses antrian, banyaknya populasi dibedakan menjadi dua, yaitu populasi terbatas (*finite*) dan populasi tidak terbatas (*infinite*). Populasi yang terbatas dapat ditemukan pada suatu perusahaan yang mempunyai sejumlah mesin yang memerlukan perawatan atau perbaikan pada periode tertentu. Sedangkan populasi tidak terbatas merupakan pelanggan tidak terhingga seperti halnya dapat dilihat pada suatu *supermarket* yang setiap hari melayani pelanggan datang secara *random* dan tidak dapat ditentukan berapa jumlah pelanggan yang akan datang.

2.3 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah urutan pelanggan yang akan dipilih untuk dilayani. Menurut Winston (2004), disiplin antrian dapat melengkapi gambaran dari sistem antrian. Beberapa jenis disiplin pelayanan adalah sebagai berikut:

1. *First Come First Serve* (FCFS) artinya pelanggan dilayani sesuai urutan kedatangan. Contohnya antrian di suatu kasir sebuah swalayan.
2. *Last Come First Serve* (LCFS) merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling awal. Contohnya pembongkaran barang dari dalam truk.
3. *Service In Random Order* (SIRO) atau pelayanan dalam urutan acak artinya pelayanan atau panggilan didasarkan pada peluang secara acak. Contohnya *quality control* untuk suatu produk tertentu.
4. *Priority Service* (PS) artinya prioritas pelayanan diberikan kepada mereka yang mempunyai prioritas paling tinggi dibandingkan dengan yang lain. Misalnya, dalam suatu acara tamu-tamu yang dikategorikan VIP akan dilayani lebih dahulu.

2.4 Struktur Antrian

Menurut Mulyono (2004), proses antrian pada umumnya dikelompokkan ke dalam empat struktur dasar menurut sifat-sifat fasilitas pelayanan, yaitu:

1. *Single Server Single Phase*

Struktur ini merupakan antrian dengan satu tahap dan hanya memiliki satu pelayan seperti pada Gambar 2.2. Sebagai contoh adalah seorang pelayan toko atau seorang tukang cukur yang bekerja sendiri.



Gambar 2.2 *Single Server Single Phase*

2. *Single Server Multi Phase*

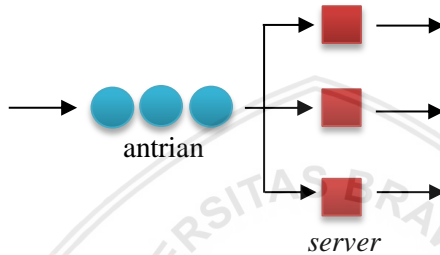
Pada struktur ini antrian hanya memiliki satu pelayan namun banyak tahap yang harus dilakukan secara berurutan. Struktur ini dapat dilihat pada Gambar 2.3. Sebagai contoh pelayanan pada Poliklinik Universitas Brawijaya yang harus melewati tahap pendaftaran, pemeriksaan dokter, dan pengambilan obat.



Gambar 2.3 *Single Server Multi Phase*

3. *Multi Server Single Phase*

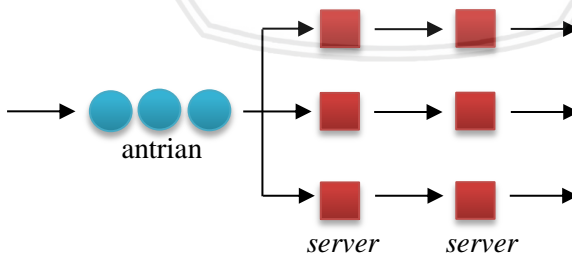
Struktur antrian dengan dua atau lebih fasilitas pelayanan dan hanya ada satu tahap seperti yang tersajikan pada Gambar 2.4. Misalnya pelayanan di suatu bank yang memiliki beberapa *teller*.



Gambar 2.4 *Multi Server Single Phase*

4. *Multi Server Multi Phase*

Struktur antrian yang memiliki dua atau lebih fasilitas pelayanan maupun tahapan yang harus dilakukan secara berurutan. Struktur ini disajikan pada Gambar 2.5. Sebagai contoh pelayanan pada kantor imigrasi dimana pemohon pertama-tama harus ke loket pendaftaran, kemudian foto, dan wawancara. Masing-masing tahapan memiliki dua atau lebih pelayan yang bertugas.



Gambar 2.5 *Multi Server Multi Phase*

2.5 Model Antrian

Menurut Taha (1997), untuk mendeskripsikan suatu model antrian maka dibutuhkan suatu notasi yang merangkum semua karakteristik yang berpengaruh. Notasi tersebut adalah notasi Kendall. Notasi tersebut memiliki susunan:

$$(a / b / c) : (d / e / f)$$

keterangan:

a : distribusi waktu kedatangan

b : distribusi waktu pelayanan

c : jumlah *server* ($c = 1, 2, \dots, \infty$)

d : disiplin antrian

e : jumlah maksimal (terbatas atau tidak terbatas) pelanggan yang diijinkan dalam sistem (pada antrian dan saat pelayanan)

f : jumlah populasi (terbatas atau tidak terbatas)

Notasi standar untuk mewakili distribusi kedatangan dan waktu pelayanan (simbol *a* dan *b*) adalah:

M : distribusi Markovian (atau Poisson) pada kedatangan atau keberangkatan (atau setara dengan distribusi antar kedatangan atau waktu pelayanan yang eksponensial).

D : distribusi deterministik yaitu waktu kedatangan atau keberangkatan pelanggan telah ditentukan atau terjadwal.

Ek : distribusi Erlang atau gamma dari distribusi antar kedatangan atau waktu pelayanan dengan parameter *k*.

GI : distribusi umum waktu antar kedatangan.

G : distribusi umum waktu pelayanan.

GD : *general discipline* (disiplin umum) dalam antrian.

Untuk menggambarkan penggunaan dari notasi, misalkan model $(M/D/10) : (GD/20/\infty)$ menggunakan distribusi kedatangan Poisson (atau waktu antar kedatangan eksponensial), distribusi pelayanan yang telah terjadwal, terdapat 10 *server* paralel, disiplin antrian secara umum (GD), kapasitas sistem yaitu 20 pelanggan, dan kapasitas dari sumber pemanggilan pelanggan tidak terbatas.

2.5.1 Model Antrian ($M/M/c$): ($GD/\infty/\infty$)

Pada model ini, para pelanggan tiba dengan rata-rata tingkat kedatangan konstan (λ) dan maksimum c pelanggan dapat dilayani secara bersama-sama. Rata-rata tingkat pelayanan juga konstan (μ). Pengaruh terakhir dari penggunaan c pelayan yang paralel adalah “mempercepat” laju pelayanan dengan memungkinkan dilakukannya beberapa pelayanan secara bersamaan (Taha, 1997).

Tingkat kedatangan pelanggan rata-rata (pelanggan per jam) dengan parameter λ dapat dihitung dengan:

$$\lambda = \frac{\text{total kedatangan pelanggan}}{\text{total waktu pengamatan}} \quad (2.1)$$

Rata-rata tingkat pelayanan (pelanggan per jam) dengan parameter μ dapat dihitung dengan:

$$\mu = \frac{\text{total pelanggan yang dilayani}}{\text{total waktu pengamatan}} \quad (2.2)$$

Jika jumlah pelanggan lebih besar sama dengan jumlah fasilitas pelayanan maka laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut adalah $c\mu$. Jika jumlah pelanggan lebih kecil dari jumlah fasilitas pelayanan maka laju pelayanan adalah $n\mu$. Jadi dalam bentuk model yang digeneralisasi adalah sebagai berikut:

$$\lambda_n = \lambda \quad n \geq 0 \quad (2.3)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & n < c \\ c\mu & n \geq c \end{cases} \quad (2.4)$$

Probabilitas n pelanggan di dalam sistem (p_n)

- untuk $n < c$ sebagai berikut:

$$p_n = \rho \cdot p_0$$

$$p_n = \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu)\dots(n\mu)} p_0$$

$$p_n = \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} p_0 \quad (2.5)$$

- untuk $n \geq c$ adalah

$$p_n = \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)\dots(c-1)\mu(c\mu)^{n-c}} p_0$$

$$p_n = \frac{\lambda^n}{c!c^{n-c}\mu^n} p_0 \quad (2.6)$$

di mana:

ρ : tingkat kesibukan fasilitas pelayanan

p_0 : probabilitas tidak ada pelanggan di dalam sistem

Jika $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ maka nilai p_0 ditentukan dari $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$, sehingga persamaan (2.6) dapat ditulis menjadi:

$$p_0 \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^{n-c}}{c^{n-c}} \right\} = 1$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^{n-c}}{c^{n-c}} \right\}^{-1}$$

dimisalkan $j = n - c$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c} \right)^j \right\}^{-1}$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1} \quad (2.7)$$

Jadi,

$$p_n = \begin{cases} \left(\frac{\rho^n}{n!} \right) p_0 & n < c \\ \left(\frac{\rho^n}{c!c^{n-c}} \right) p_0 & n \geq c \end{cases} \quad (2.8)$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right\}^{-1} \quad (2.9)$$

- Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian (L_q) dari definisi p_n dapat diperoleh:

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} np_n \quad (2.10)$$

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n - c) p_n \quad (2.11)$$

dengan $k = n - c$

$$\begin{aligned} L_q &= \sum_{n=c}^{\infty} kp_{k+c} \\ &= \sum_{n=c}^{\infty} \frac{k\rho^{k+c}}{c^k c!} p_0 \\ &= p_0 \frac{\rho^c}{c!} \frac{\rho}{c} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{c}\right)^{k-1} \\ &= p_0 \frac{\rho^c}{c!} \frac{\rho}{c} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{c}\right)^2} \right] \\ L_q &= \left[\frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} \right] p_0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

- Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam sistem (L_s)

$$L_s = L_q + \rho \quad (2.13)$$

- Rata-rata waktu menunggu di dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.14)$$

- Rata-rata waktu menunggu di dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.15)$$

di mana $\frac{1}{\mu}$ untuk seluruh *server*

2.5.2 Model Antrian $(M/G/c): (GD/\infty/\infty)$

Pada sistem antrian, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan merupakan salah satu hal yang menjadi pertimbangan dalam membentuk model antrian. Jika waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial sedangkan waktu pelayanan tidak berdistribusi eksponensial, maka model yang terbentuk adalah $M/G/c$.

Menurut Winston (2004), jika *server* pada sistem antrian hanya ada satu, maka kinerja antrian dengan model $M/G/1$ dapat diselesaikan menggunakan hasil dari Pollaczek and Khinchin. Namun jika situasi antrian digambarkan dengan model $(M/G/c): (GD/\infty/\infty)$ di mana fasilitas pelayanan lebih dari satu, maka diperlukan pendekatan dengan cara lain untuk menghitung kinerja antrian.

Model antrian $(M/G/c): (GD/\infty/\infty)$ adalah model antrian dengan waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial dan waktu pelayanan berdistribusi *general*, disiplin antrian secara umum (GD), kapasitas sistem dan kapasitas dari jumlah populasi pelanggan tidak terbatas.

2.5.3 Model Antrian $(G/G/c): (GD/\infty/\infty)$

Model antrian $(G/G/c): (GD/\infty/\infty)$ adalah model antrian dengan waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi general, disiplin antrian secara umum (GD), kapasitas sistem dan kapasitas dari jumlah populasi pelanggan tidak terbatas.

Pada umumnya teori antrian bersifat acak, sehingga waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan bersifat eksponensial. Namun, waktu pelayanan sering menyimpang dari distribusi yang telah ditentukan. Oleh karena itu, diperlukan model antrian lain yang menggunakan distribusi alternatif (Hillier & Lieberman, 2001).

Sedangkan menurut Taha (1997), model-model antrian yang proses kedatangannya tidak mengikuti asumsi Poisson mengarah pada hasil analisis yang sangat kompleks, sehingga sangat disarankan untuk menggunakan metode simulasi sebagai alat analisis dalam kasus-kasus seperti ini.

2.6 *Steady-State*

Salah satu hal penting di dalam sistem antrian adalah sistem mencapai keadaan keseimbangan (*steady-state*). Kondisi *steady state* tercapai jika panjang antrian dan rata-rata waktu menunggu akan

memiliki nilai konstan setelah sistem berjalan selama suatu periode waktu (Mulyono, 2017). Jika kondisi sistem antrian tidak dapat berjalan cukup lama dalam keadaan *steady state*, maka kondisi tersebut dinamakan *transient*. Kondisi *transient* berlaku jika sistem terus bergantung pada waktu.

Menurut Taylor & Karlin (1998), keseimbangan sistem atau *steady state* dapat ditinjau dari jumlah rata-rata pelanggan yang datang tidak melebihi jumlah rata-rata pelanggan yang telah dilayani, dengan kata lain $\lambda < \mu$ atau tingkat kesibukan < 1 yang dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \quad (2.16)$$

Untuk sistem antrian dengan *server* lebih dari satu maka ukuran *steady state* yang digunakan adalah:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1 \quad (2.17)$$

2.7 Fungsi Distribusi

2.7.1 Distribusi Poisson dan Proses Poisson

Percobaan yang menghasilkan peubah acak X , yaitu banyaknya hasil selama selang waktu tertentu disebut percobaan Poisson dan distribusi peluangnya disebut distribusi Poisson (Walpole & Myers, 1995). Peubah acak X berdistribusi Poisson dengan parameter λ_t yang dapat ditulis $X \sim \text{Poisson}(\lambda_t)$. Jika $\lambda_t > 0$, maka:

$$P(X(t) = x) = P(x; \lambda_t) = \frac{e^{-\lambda_t} \lambda_t^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots; \lambda_t > 0 \quad (2.18)$$

keterangan:

x : banyaknya pelanggan yang datang atau dilayani

λ_t : rata-rata banyaknya pelanggan per satuan waktu (menit)

e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828

2.7.2 Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial memiliki kaitan erat dengan distribusi poisson (dari proses poisson) jika persoalan didekati dari interval antar

kedatangan (Harini, 2010). Peubah acak X yang menyebar menurut distribusi eksponensial mempunyai fungsi kepekatan:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda_t e^{-\lambda_t x} & , x > 0 ; \lambda_t > 0 \\ 0 & , \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.19)$$

keterangan:

x : lama waktu antar kedatangan dan pelayanan

λ_t : rata-rata banyaknya pelanggan per satuan waktu (menit)

e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828

2.7.2.1 Hubungan Eksponensial dengan Proses Poisson

Menurut Walpole & Myers (1995), hubungan antara distribusi eksponensial (sering disebut eksponensial negatif) dan proses Poisson cukup sederhana. Distribusi Poisson adalah distribusi yang memiliki parameter tunggal yaitu λ . Dengan menggunakan distribusi Poisson, peluang tidak ada kejadian yang muncul dalam jangka waktu t adalah:

$$P(0; \lambda_t) = \frac{e^{-\lambda_t} (\lambda_t)^0}{0!} = e^{-\lambda_t} \quad (2.20)$$

Berdasarkan hasil di atas, dimisalkan X adalah waktu sampai kejadian Poisson yang pertama. Peluang bahwa jangka waktu sampai kejadian pertama melampaui x sama dengan peluang bahwa tidak ada kejadian Poisson yang muncul dalam waktu x . Dengan demikian:

$$P(X \geq x) = e^{-\lambda_t}$$

Jadi, fungsi distribusi kumulatif untuk X adalah:

$$P(0 \leq X \leq x) = 1 - e^{-\lambda_t} \quad (2.21)$$

2.7.3 Distribusi Uniform

Menurut Walpole, Myers & Myers (2003) salah satu dari sebaran kontinu yang paling sederhana di dalam semua statistik adalah sebaran seragam atau *uniform*. Sebaran *uniform* ditandai oleh sebuah fungsi kepekatan yang datar dan probabilitasnya seragam di dalam suatu

interval tertutup. Fungsi kepekatannya dari peubah acak *uniform* kontinu X pada dengan parameter a dan b adalah:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , \quad a \leq x \leq b \\ 0 & , \quad \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.22)$$

2.7.4 Distribusi Gamma

Distribusi eskonponensial adalah sebuah kasus khusus dari sebaran gamma. Sebaran gamma dengan $\alpha = 1$ disebut dengan distribusi eskonponensial. Sebaran gamma dan eksponensial memainkan peranan penting di dalam teori antrian (Walpole, Myers & Myers, 2003). Fungsi gamma didefinisikan oleh:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad \text{untuk } \alpha > 0 \quad (2.23)$$

Peubah acak kontinu X mempunyai sebaran gamma dengan parameter α dan β dengan fungsi kepekatannya adalah:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.24)$$

di mana $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$

2.8 Pengujian Distribusi

Kolmogorov Smirnov merupakan suatu uji kecocokan sampai di mana sebaran data yang diamati sesuai dengan sebaran data yang berdasarkan pada suatu hipotesis (Pramoedyo, 2013). Pada pengujian distribusi data pada kasus ini menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.

- Hipotesis

$$H_0 : S_n(x) = F_0(x) \text{ vs}$$

$$H_1 : S_n(x) \neq F_0(x)$$

- Taraf Signifikansi

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$

- Statistik Uji

$$D = \text{maksimum } |F_0(x) - S_n(x)| \quad (2.25)$$

Keterangan:

D : deviasi

$F_0(x)$: distribusi frekuensi kumulatif yang ditentukan menggunakan distribusi kumulatif teoritis yang dinyatakan dalam H_0

$S_n(x)$: distribusi frekuensi kumulatif yang dihitung menggunakan distribusi empiris

- **Kriteria Uji**

Kriteria untuk penerimaan H_0 jika nilai deviasi maksimum lebih kecil dari nilai kritis yang diperoleh dari tabel *Kolmogorov-Smirnov* ($D < D_{\alpha,n}$). Kriteria penerimaan H_0 juga dapat dilihat dari nilai signifikansi (*p-value*) dengan syarat harus lebih besar dari $\alpha = 0,05$.

2.9 Metode Simulasi

Metode simulasi digunakan ketika waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan tidak mengikuti distribusi eksponensial. Menurut Taylor (2005), simulasi merupakan bentuk analisis alternatif yang dapat diterapkan pada sejumlah masalah yang terlalu sulit untuk dibuatkan model dan diselesaikan secara analitis.

Berdasarkan jenisnya, simulasi dapat dibedakan menjadi dua yaitu statis dan dinamis. Model simulasi statis adalah representasi sistem pada titik waktu tertentu. Pada simulasi statis biasanya disebut sebagai simulasi Monte Carlo. Sedangkan simulasi dinamis adalah representasi dari sebuah sistem yang berkembang seiring berjalannya waktu (Winston, 2004).

2.9.1 Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo dikenal juga dengan istilah *Sampling Simulation* atau *Monte Carlo Sampling Technique*. *Sampling simulation* ini menggambarkan kemungkinan penggunaan data sampel dalam metode Monte Carlo dan dapat diketahui atau diperkirakan distribusinya (Kakiay, 2004). Simulasi Monte Carlo adalah simulasi yang mengikutsertakan *random number* atau bilangan acak dengan distribusi probabilitas yang ditentukan.

Random variate merupakan suatu fungsi distribusi kumulatif, termasuk di dalamnya bilangan acak yang dibangkitkan pada interval 0 dan 1. Ada tiga jenis *random variate*, yaitu *random variate* dari distribusi fungsi kontinu, fungsi diskrit, dan umum (tidak termasuk

fungsi distribusi kontinu dan diskrit). Pada simulasi sistem antrian, *random variate* digunakan untuk membangkitkan waktu antar kedatangan (IT) dan waktu pelayanan (ST).

Menurut Kakiay (2004), beberapa *random variate* dari distribusi fungsi kontinu adalah sebagai berikut:

- Distribusi Eksponensial

$$x = -\frac{1}{\lambda} \ln R_i \quad (2.26)$$

- Distribusi *Uniform*

$$x = R(b - a) + a \quad (2.27)$$

- Distribusi Gamma

$$x = -\beta \ln \prod_{i=1}^{\alpha} R_i \quad (2.28)$$

- Distribusi Weibull

$$x = \beta (-\ln R_i)^{1/\alpha} \quad (2.29)$$

- Distribusi Normal

$$Z_1 = \sqrt{-2 \ln R_1} \cos(2\pi R_2)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2 \ln R_1} \sin(2\pi R_2)$$

$$Z_1, Z_2 \sim N(0,1)$$

$$x_2 = \mu + \sigma Z_1 \text{ dan } x_2 = \mu + \sigma Z_2 \quad (2.30)$$

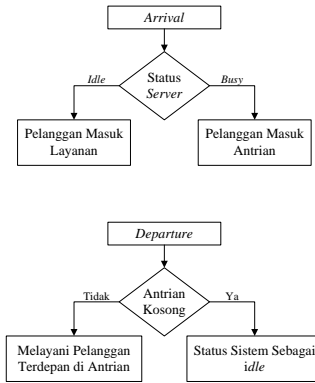
- Distribusi Lognormal

$$\text{Dibangkitkan } Y \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$x = e^Y \quad (2.31)$$

di mana R adalah bilangan acak 0 sampai 1

Simulasi dimulai dengan sistem yang kosong dan diasumsikan bahwa kedatangan pertama berlangsung pada waktu 0. Apabila pelanggan datang pada saat *server* menganggur, maka pelanggan dapat dilayani dengan segera. Namun jika pelanggan datang ketika *server* sedang sibuk, pelanggan bergabung dengan garis tunggu. Kejadian ini dapat diringkas seperti pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Diagram Alir Arrival dan Departure

2.9.2 Efektifitas Pelayanan

Hasil dari simulasi digunakan untuk menghitung karakteristik antrian, yang kemudian dapat digunakan untuk menentukan efektifitas pelayanan suatu sistem antrian. Perhitungan karakteristik antrian dibutuhkan waktu antar terjadinya *event* (*time between event*) yang dapat dijabarkan dengan rumus berikut:

$$BE = TM(i) - TM(i - 1) \quad i = 1, \dots, \infty \quad (2.32)$$

Keterangan:

i : *event*

BE : *time between event*

TM : waktu terjadinya *event*

1. Tingkat Kesibukan Server (ρ)

Untuk tingkat kesibukan *server*, jika *server* lebih dari satu, maka masing-masing *server* dapat dihitung.

$$\rho_j = \frac{\sum BE \times SS_j}{MX} \quad j = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.33)$$

keterangan:

j : *server*

SS_j : status *server* (*busy/idle*) pada *server* ke - j

MX : jangka waktu simulasi

2. Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{\sum BE \times WL}{MX} \quad (2.34)$$

di mana WL adalah panjang antrian.

3. Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam sistem (L_s)

$$L_s = \frac{\sum BE \times \#sys}{MX} \quad (2.35)$$

di mana $\#sys$ adalah jumlah pelanggan di dalam sistem.

4. Rata-rata waktu menunggu di dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{\text{waktu tunggu dalam antrian}}{\text{jumlah pelanggan}} \quad (2.36)$$

5. Rata-rata waktu pelanggan di dalam sistem (W_s)

$$W_s = \frac{\text{waktu pelanggan di dalam sistem}}{\text{jumlah pelanggan}} \quad (2.37)$$

Efektifitas pelayanan dapat dilihat dari besarnya tingkat kesibukan *server*. Jika banyak *server* yang menganggur maka sistem antrian dapat dikatakan tidak efektif. Efektifitas pelayanan juga bisa dilihat dari panjang antrian atau rata-rata lama waktu menunggu nasabah di dalam antrian. Semakin sedikit waktu menunggu nasabah, maka akan semakin baik, namun harus diimbangi dengan tingkat kesibukan *server* yang cukup tinggi.

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Pengamatan data dilakukan pukul 08.00 – 11.00 WITA selama empat hari kerja dimulai dari hari Selasa, 1 Agustus 2017 hingga Jumat, 4 Agustus 2017. Data penelitian merupakan data primer yang diperoleh melalui pengamatan secara langsung di Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda yang bertempat di Jalan Jendral Sudirman No. 33, Samarinda, Kalimantan Timur.

Pengamatan dilakukan dengan cara mencatat waktu dengan bantuan *stopwatch*. Data yang diambil adalah:

1. Waktu Kedatangan (detik)

Waktu kedatangan terhitung pada saat nasabah mengambil nomor antrian pada mesin nomor antrian yang tersedia dalam satuan detik.

2. Waktu Mulai Pelayanan (detik)

Waktu mulai pelayanan dicatat dalam satuan detik ketika pelayanan dimulai pada saat nasabah sudah tiba di loket *teller* dan terdapat petugas yang melayani.

3. Waktu Selesai Pelayanan (detik)

Waktu selesai pelayanan akan dicatat dalam satuan detik pada saat nasabah sudah selesai dilayani dan meninggalkan loket *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

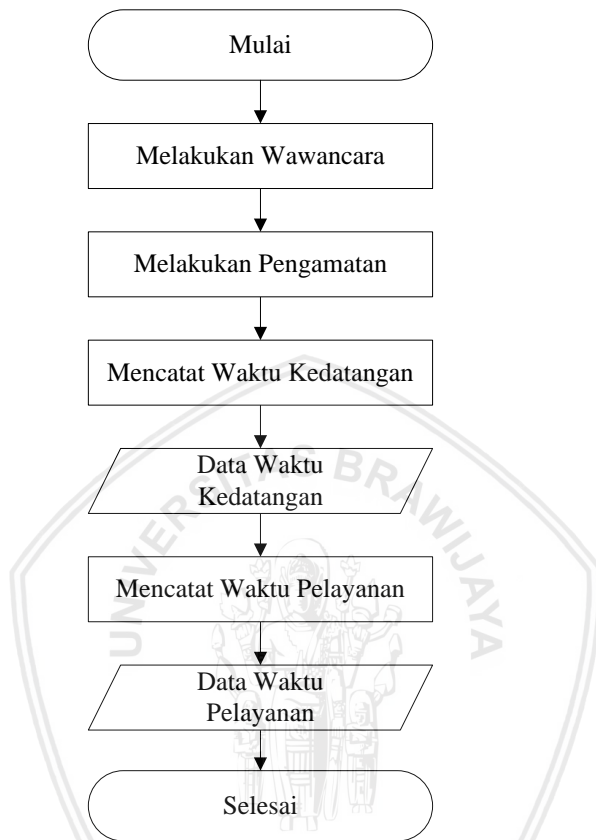
Data pengamatan terlampir pada lampiran 1.

3.2 Langkah-Langkah Pengamatan Data

Langkah-langkah pengamatan data pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan wawancara pada petugas untuk mengetahui informasi pelayanan pada loket *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda.
2. Mencatat waktu kedatangan setiap nasabah.
3. Mencatat waktu mulai hingga waktu selesai pelayanan setiap nasabah.

Langkah-langkah pengamatan data dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir Pengamatan Data

3.3 Langkah-Langkah Penelitian

Berikut merupakan langkah-langkah penelitian yang dilakukan pada penelitian ini:

1. Identifikasi Masalah

Antrian merupakan kondisi yang tidak nyaman bagi semua orang. Antrian dapat terjadi ketika kebutuhan akan layanan melebihi kapasitas fasilitas pelayanan, sehingga pengguna fasilitas yang datang tidak dapat segera mendapatkan pelayanan.

2. Studi Literatur

Studi literatur bertujuan untuk memahami teori antrian dan penerapannya dari beberapa referensi seperti buku, jurnal, penelitian terdahulu, dan lain sebagainya.

3. Pengamatan Data

Data yang digunakan adalah data primer, yaitu dilakukan pengamatan secara langsung di Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Data yang diambil adalah data waktu kedatangan, waktu mulai pelayanan, dan waktu selesai pelayanan.

4. Pengujian Distribusi

Data yang sudah dikelompokkan kemudian dilakukan uji distribusi untuk waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* seperti pada persamaan (2.25). Jika waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan tidak berdistribusi ekponensial maka perlu dilakukan simulasi. Langkah-langkah simulasi akan dijelaskan pada sub bab 3.5.

5. Membentuk Model Antrian

Membentuk model yang sesuai dengan struktur antrian *Multi Server Single Phase* berdasarkan distribusi waktu antar kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah *server*, disiplin antrian yang digunakan, jumlah maksimal pelanggan di dalam sistem dan jumlah populasi.

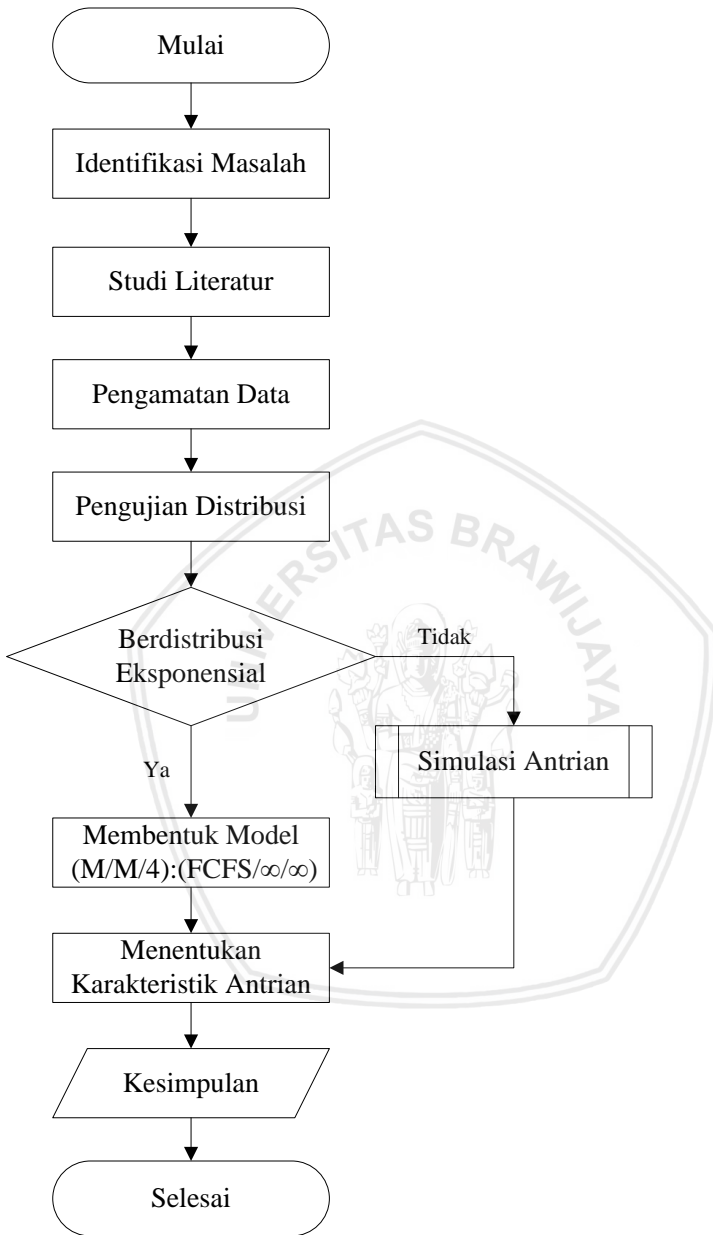
6. Menentukan Karakteristik Antrian.

Karakteristik antrian berupa rata-rata tingkat kedatangan (λ) dengan persamaan (2.1), rata-rata tingkat pelayanan (μ) dengan persamaan (2.2), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian (L_q) dengan persamaan (2.12), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem (L_s) dengan persamaan (2.13), waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian (W_q) dengan persamaan (2.14), waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem (W_s) dengan persamaan 2.11 dan *utilitas* fasilitas pelayanan atau tingkat kesibukan *server* (ρ) dengan persamaan (2.15).

7. Kesimpulan

Melakukan interpretasi model antrian dari karakteristik antrian pada struktur antrian *Multi Server Single Phase*.

Langkah-langkah penelitian dapat dilihat pada Gambar 3.2.



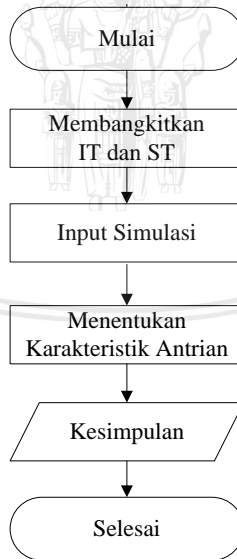
Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian

3.4 Langkah-Langkah Simulasi

Jika waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan tidak mengikuti distribusi eksponensial, maka perlu dilakukan simulasi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membangkitkan waktu antar kedatangan (IT) dan waktu pelayanan (ST) sesuai dengan distribusi yang telah ditentukan.
2. Membuat simulasi antrian dengan waktu simulasi yang telah ditentukan yaitu 240 menit menggunakan waktu antar kedatangan (IT) dan waktu pelayanan (ST) yang telah dibangkitkan.
3. Menghitung karakteristik antrian dari hasil simulasi berupa tingkat kesibukan *server* (ρ) dengan persamaan (2.33), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian (L_q) dengan persamaan (2.34), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem (L_s) dengan persamaan (2.35), waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian (W_q) dengan persamaan (2.36) dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem (W_s) pada persamaan (2.37).
4. Menarik kesimpulan karakteristik antrian pada struktur *Multi Server Single Phase* dengan metode simulasi.

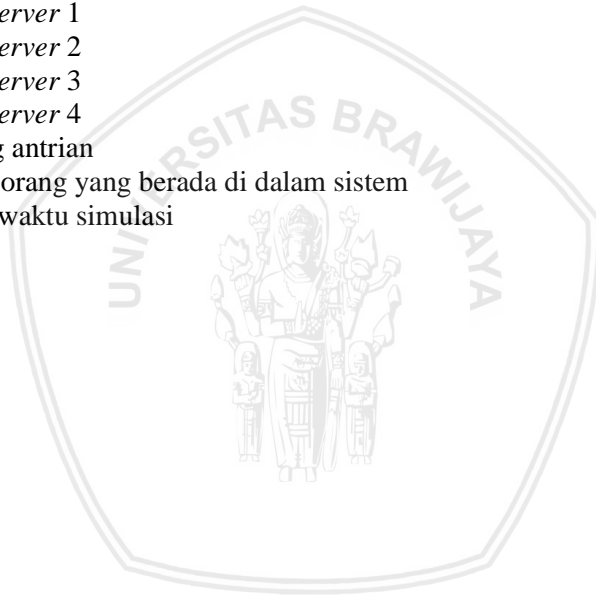
Langkah-langkah simulasi dapat dilihat pada Gambar 3.3.

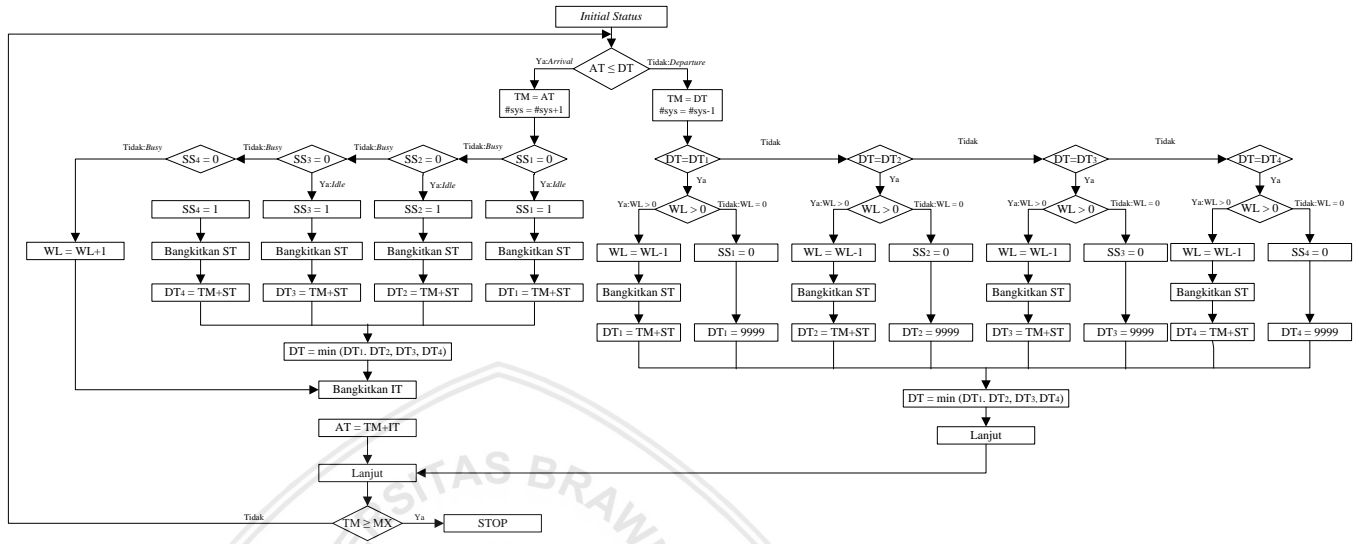


Gambar 3.3 Diagram Alir Simulasi

Algoritma simulasi pada penelitian ini merupakan modifikasi dari Khumairoh (2017) yang menggunakan tiga *server* dengan dua tahapan yang dijabarkan pada Gambar 3.4 dengan keterangan sebagai berikut:

- TM : *clock time*
- AT : waktu kedatangan berikutnya
- DT₁ : waktu selesai pelayanan berikutnya pada *server 1*
- DT₂ : waktu selesai pelayanan berikutnya pada *server 2*
- DT₃ : waktu selesai pelayanan berikutnya pada *server 3*
- DT₄ : waktu selesai pelayanan berikutnya pada *server 4*
- IT : waktu antar kedatangan
- ST : waktu pelayanan berikutnya
- SS₁ : status *server 1*
- SS₂ : status *server 2*
- SS₃ : status *server 3*
- SS₄ : status *server 4*
- WL : panjang antrian
- #sys : jumlah orang yang berada di dalam sistem
- MX : jangka waktu simulasi





Gambar 3.4 Algoritma Simulasi Sistem Antrian Empat Server



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Sistem Antrian

Penelitian ini dilakukan dengan cara mengamati antrian nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda, Kalimantan Timur. Pengamatan dimulai dari tanggal 1 sampai 4 Agustus 2017 pukul 08.00 hingga pukul 11.00. Sebelum melakukan pengamatan, dilakukan sedikit wawancara dengan karyawan Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Wawancara dilakukan untuk mengetahui periode sibuk pelayanan dan fungsi setiap *teller*. Informasi yang didapat dari hasil wawancara dengan karyawan digunakan untuk mempermudah dan menentukan waktu yang tepat untuk melakukan pengamatan antrian pada unit pelayanan.

Unit pelayanan pada kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda dibagi menjadi dua yaitu *teller* dan *customer service*. Petugas *teller* dibagi menjadi *teller* umum dan *teller* khusus. *Teller* umum bertugas melayani nasabah yang ingin bertransaksi tunai maupun nontunai sedangkan *teller* khusus bertugas melayani nasabah yang ingin membayar pajak bumi dan bangunan (PBB) atau melayani transaksi asuransi dan dana pensiunan. Pada penelitian ini hanya diamati pelayanan pada *teller* umum. Terdapat lima orang yang bertugas menjadi *teller* umum, namun pada saat penelitian berlangsung, yang beroperasi hanya empat *teller*.

Sistem antrian nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda dimulai ketika nasabah mengambil nomor antrian di mesin yang telah disediakan. Setelah itu, nasabah harus mengisi slip sesuai kebutuhan masing-masing untuk mempermudah pihak *teller* melayani nasabah. Slip yang dimaksud adalah slip setoran, slip tarik tunai, slip transfer dan lain sebagainya. Setelah selesai menuliskan slip, nasabah dipersilahkan menunggu giliran untuk dilayani. Ketika *teller* kosong dan telah siap melayani nasabah selanjutnya, maka sistem akan memanggil nomor antrian nasabah secara berurutan.

Teller di sebuah bank dapat disusun secara parallel termasuk *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Setiap nasabah hanya perlu dilayani oleh satu *teller* dan beberapa nasabah dapat dilayani dalam waktu bersamaan dengan maksimal jumlah *teller* yang bertugas. Petugas *teller* akan melayani sesuai dengan kebutuhan nasabah, maka

dari itu waktu lama pelayanan setiap nasabah sering kali berbeda-beda. Ketika transaksi sudah selesai, nasabah dapat meninggalkan *teller*.

Total waktu pengamatan pada penelitian ini adalah 720 menit atau 12 jam. Setiap hari dilakukan pengamatan selama 180 menit atau 3 jam dalam waktu empat hari berturut-turut. Berdasarkan hasil pengamatan, didapatkan banyaknya kedatangan nasabah dan banyaknya nasabah yang dapat dilayani oleh petugas *teller*.

Tabel 4.1 Tabel Banyaknya Kedatangan

Hari/Tanggal	Waktu	Jumlah Kedatangan Nasabah
	08.00 - 09.00	34
Selasa, 1 Agustus 2017	09.00 - 10.00	38
	10.00 - 11.00	37
Rabu, 2 Agustus 2017	08.00 - 09.00	36
	09.00 - 10.00	41
	10.00 - 11.00	41
Kamis, 3 Agustus 2017	08.00 - 09.00	27
	09.00 - 10.00	32
	10.00 - 11.00	35
Jumat, 4 Agustus 2017	08.00 - 09.00	30
	09.00 - 10.00	36
	10.00 - 11.00	33
	Total	420

Berdasarkan Tabel 4.1, dapat diperoleh rata-rata jumlah kedatangan nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda menggunakan persamaan (2.1). Rata-rata banyaknya kedatangan (λ) nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda adalah sebanyak 0,5833 nasabah permenit atau paling banyak 1 nasabah yang datang per menit. Sedangkan rata-rata waktu antar kedatangan nasabah ($1/\lambda$) adalah sebesar 1,7143 menit.

Tabel 4.2 Tabel Banyaknya Nasabah yang Dilayani

Hari/Tanggal	Waktu	Jumlah Nasabah yang Dilayani
Selasa, 1 Agustus 2017	08.00 - 09.00	34
	09.00 - 10.00	32
	10.00 - 11.00	34
Rabu, 2 Agustus 2017	08.00 - 09.00	33
	09.00 - 10.00	38
	10.00 - 11.00	40
Kamis, 3 Agustus 2017	08.00 - 09.00	25
	09.00 - 10.00	25
	10.00 - 11.00	42
Jumat, 4 Agustus 2017	08.00 - 09.00	26
	09.00 - 10.00	33
	10.00 - 11.00	36
Total		398

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diperoleh nilai rata-rata *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda dengan menggunakan persamaan (2.2). *Teller* dapat melayani paling banyak 1 nasabah per menit atau $\mu = 0,5528$. Sedangkan rata-rata waktu pelayanan ($1/\mu$) adalah sebesar 1,8090 menit. Hasil dari rata-rata tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan dapat digunakan untuk menghitung ukuran *steady state*. Ukuran *steady state* dapat ditentukan dengan persamaan 2.15 karena jumlah fasilitas pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda lebih dari satu. *Steady state* pada sistem antrian ini adalah sebesar 0,2638, yang artinya $\rho < 1$ ($0,2638 < 1$) maka dapat dikatakan bahwa kondisi *steady state* telah tercapai

Disiplin antrian yang digunakan pada Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda adalah *First Come First Serve* (FCFS). Disiplin antrian FCFS artinya nasabah yang datang lebih awal akan dilayani lebih dulu atau nasabah akan dilayani sesuai dengan urutan nomor antrian. Sedangkan struktur antrian yang diterapkan pada sistem antrian Kantor Bankaltim Cabang Utama Samarinda adalah *Multi Server Single*

Phase di mana struktur antrian tersebut memiliki empat fasilitas pelayanan atau *server* namun hanya melewati satu tahapan antrian.

4.2 Pengujian Distribusi

4.2.1 Waktu Antar Kedatangan

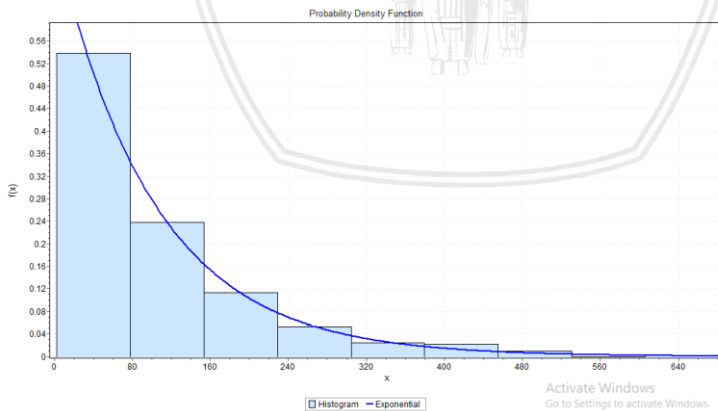
Waktu antar kedatangan merupakan selisih waktu kedatangan nasabah sekarang dengan waktu kedatangan nasabah sebelumnya. Pengujian distribusi waktu antar kedatangan bertujuan untuk membentuk model antrian. Untuk mendeteksi waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial atau tidak menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*. Uji *Kolmogorov Smirnov* memiliki hipotesis:

H_0 : waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial vs

H_1 : waktu antar kedatangan tidak berdistribusi eksponensial

Berdasarkan persamaan (2.25) didapatkan hasil statistik uji D sebesar 0,0409 yang terlampir pada lampiran 2. Nilai D pada tabel *Kolmogorov Smirnov* dengan $\alpha = 0,05$ dan $n = 416$ adalah sebesar 0,0662. Nilai statistik uji D lebih kecil daripada nilai kritis $D_{0,05,416}$ ($0,0409 < 0,0662$), maka H_0 diterima. Dengan tingkat kepercayaan 95%, dapat disimpulkan bahwa waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial.

Plot waktu antar kedatangan dapat dilihat pada Gambar 4.1. Berdasarkan histogram, waktu antar kedatangan berkisar antara 2 sampai 682 detik atau 0 sampai 11 menit.



Gambar 4.1 Histogram Waktu Antar Kedatangan

4.2.2 Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan merupakan selisih waktu antara nasabah mulai dilayani dan waktu nasabah selesai dilayani. Pengujian distribusi bertujuan untuk mengetahui waktu pelayanan berdistribusi eksponensial atau tidak. Sama seperti waktu antar kedatangan, pengujian waktu pelayanan juga menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* dengan hipotesis:

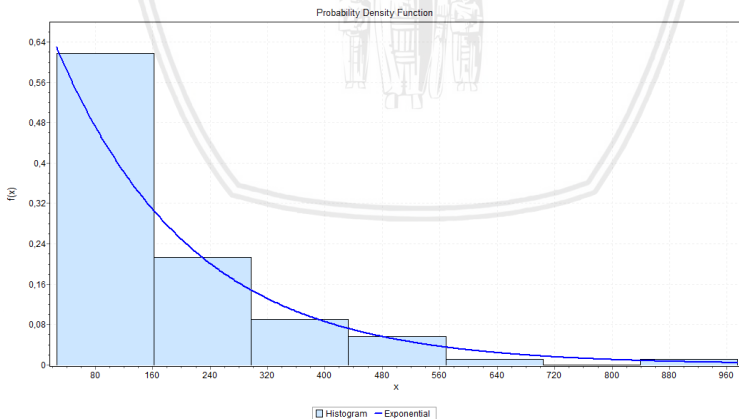
H_0 : waktu pelayanan berdistribusi eksponensial vs

H_1 : waktu pelayanan tidak berdistribusi eksponensial

Pengujian distribusi untuk waktu pelayanan dilakukan pada masing-masing *teller* karena waktu pelayanan setiap *teller* diasumsikan tidak sama. Berikut merupakan hasil pengujian distribusi waktu pelayanan pada masing-masing *teller*:

1. Distribusi waktu pelayanan *teller* 1

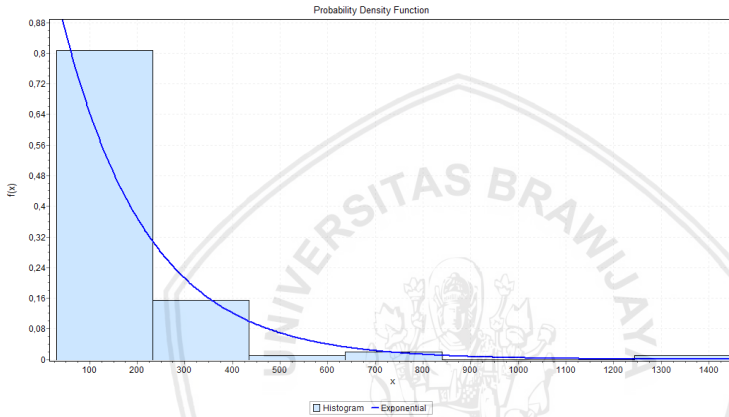
Berdasarkan persamaan (2.25) didapatkan hasil statistik uji D sebesar 0,2000 yang terlampir pada lampiran 3. Nilai D pada tabel *Kolmogorov Smirnov* dengan $\alpha = 0,05$ dan $n = 89$ adalah sebesar 0,1431. Nilai statistik uji D lebih besar daripada nilai kritis $D_{0,05,89}$ ($0,2000 > 0,1431$), maka H_0 ditolak. Dengan taraf nyata 5%, dapat disimpulkan bahwa waktu pelayanan pada *teller* 1 tidak mengikuti distribusi eksponensial. Berdasarkan histogram pada gambar 4.2, waktu pelayanan berkisar antara 26 sampai 975 detik atau 0 sampai 16 menit.



Gambar 4.2 Waktu Pelayanan *teller* 1

2. Distribusi waktu pelayanan *teller 2*

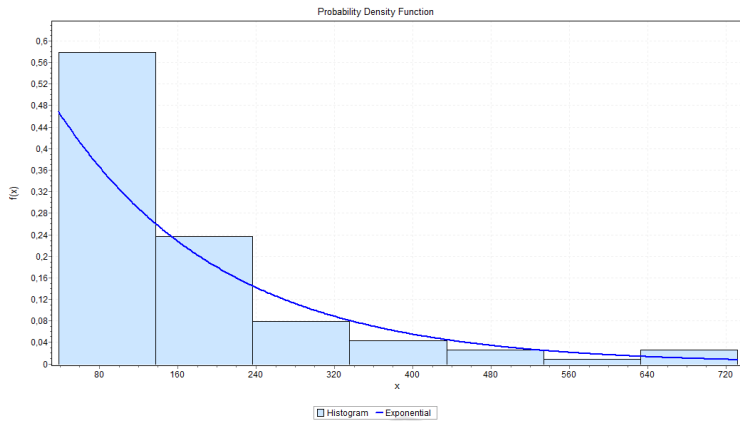
Berdasarkan persamaan (2.25) didapatkan hasil statistik uji D sebesar 0,2461 yang terlampir pada lampiran 3. Nilai D pada tabel *Kolmogorov Smirnov* dengan $\alpha = 0,05$ dan $n = 104$ adalah sebesar 0,1324. Nilai statistik uji D lebih besar daripada nilai kritis $D_{0,05,104}$ ($0,2461 > 0,1324$), maka H_0 ditolak. Dengan taraf nyata 5%, dapat disimpulkan bahwa waktu pelayanan pada *teller 2* tidak mengikuti distribusi eksponensial. Berdasarkan histogram pada gambar 4.3, waktu pelayanan berkisar antara 30 sampai 1447 detik atau 0 sampai 24 menit.



Gambar 4.3 Waktu Pelayanan *teller 2*

3. Distribusi waktu pelayanan *teller 3*

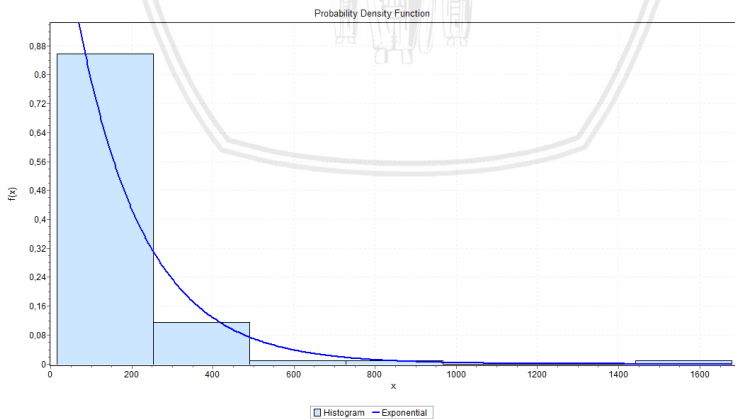
Berdasarkan persamaan (2.25) didapatkan hasil statistik uji D sebesar 0,2430 yang terlampir pada lampiran 3. Nilai D pada tabel *Kolmogorov Smirnov* dengan $\alpha = 0,05$ dan $n = 114$ adalah sebesar 0,1264. Nilai statistik uji D lebih besar daripada nilai kritis $D_{0,05,114}$ ($0,2430 > 0,1264$), maka H_0 ditolak. Dengan taraf nyata 5%, dapat disimpulkan bahwa waktu pelayanan pada *teller 3* tidak mengikuti distribusi eksponensial. Berdasarkan histogram pada gambar 4.4, waktu pelayanan berkisar antara 38 sampai 732 detik atau 0 sampai 12 menit.



Gambar 4.4 Waktu Pelayanan *teller 3*

4. Distribusi waktu pelayanan *teller 5*

Berdasarkan persamaan (2.25) didapatkan hasil statistik uji D sebesar 0,2161 yang terlampir pada lampiran 3. Nilai D pada tabel *Kolmogorov Smirnov* dengan $\alpha = 0,05$ dan $n = 113$ adalah sebesar 0,1270. Nilai statistik uji D lebih besar daripada nilai kritis $D_{0.05,113}$ ($0,2161 > 0,1270$), maka H_0 ditolak. Dengan taraf nyata 5%, dapat disimpulkan bahwa waktu pelayanan pada *teller 5* tidak mengikuti distribusi eksponensial. Berdasarkan histogram pada gambar 4.5, waktu pelayanan berkisar antara 15 sampai 1680 detik atau 0 sampai 28 menit.



Gambar 4.5 Waktu Pelayanan *teller 5*

Hasil dari pengujian distribusi terlampir pada lampiran 3 dan dapat diambil kesimpulan bahwa seluruh *teller* memiliki waktu pelayanan yang tidak berdistribusi eksponensial.

4.3 Model Antrian

Berdasarkan pengujian distribusi yang telah dilakukan pada waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan, didapatkan model yang sesuai dengan sistem antrian pada pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda. Model antrian yang sesuai adalah $(M/G/4): (FCFS/\infty/\infty)$. Notasi M pada model tersebut menunjukkan bahwa waktu antar kedatangan mengikuti distribusi eksponensial. Notasi G menunjukkan bahwa waktu pelayanan mengikuti sebaran umum atau *general* karena tidak berdistribusi eksponensial. Waktu pelayanan mengikuti distribusi peluang seperti yang terlampir pada lampiran 4. Angka 4 pada model artinya sistem memiliki empat fasilitas pelayanan atau *server* dengan disiplin antrian yang diterapkan adalah FCFS atau *First Come First Serve*. Jadi, nasabah yang datang lebih awal akan dilayani lebih dulu tanpa adanya prioritas. Pada sistem antrian pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda tidak ada batasan jumlah nasabah yang diijinkan dalam sistem dan sumber kedatangan juga tidak terhingga.

4.4 Simulasi Antrian

Pada penelitian ini waktu antar kedatangan berdistribusi eksponensial dan waktu pelayanan tidak berdistribusi eksponensial. Model yang terbentuk adalah $(M/G/4): (FCFS/\infty/\infty)$. Model tersebut tidak dapat diselesaikan dengan solusi analitik sehingga perlu dilakukan simulasi. Metode simulasi yang digunakan adalah metode simulasi Monte Carlo. Berdasarkan hasil dari simulasi Monte Carlo didapatkan karakteristik antrian untuk mengetahui efektifitas pelayanan nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

Simulasi dilakukan berdasarkan distribusi waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan. Langkah pertama pada simulasi adalah membangkitkan waktu antar kedatangan yang selanjutnya akan disebut IT dan membangkitkan waktu pelayanan atau ST. IT dibangkitkan berdasarkan distribusi eksponensial dengan persamaan (2.26) sedangkan waktu pelayanan berdistribusi *general*. Oleh karena itu, ST dibangkitkan berdasarkan frekuensi relatif atau peluang waktu

repository.ub.ac.id

pelayanan. Frekuensi relatif adalah rasio antara banyaknya kejadian pada masing-masing waktu dengan banyaknya seluruh kejadian. Dari frekuensi relatif, akan didapatkan hasil frekuensi kumulatif yang kemudian dikembangkan untuk mendapatkan hasil bangkitan ST. Hasil dari pembangkitan IT dan ST terlampir pada lampiran 5.

Hasil bangkitan dari IT dan ST akan di input menjadi simulasi antrian. Algoritma simulasi sistem antrian *Multi Server Single Phase* dapat dilihat pada Gambar 2.6. Simulasi antrian dilakukan pada jangka waktu 240 menit atau empat jam dengan menggunakan *Microsoft Excel*. Proses simulasi dilampirkan pada lampiran 6. Perhitungan karakteristik antrian yang terdiri dari tingkat kesibukan *server*, rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian, rata-rata banyaknya nasabah di dalam sistem, rata-rata waktu menunggu di dalam antrian dan rata-rata waktu menunggu di dalam sistem.

4.4.1 Efektifitas Pelayanan

Dari hasil simulasi, karakteristik sistem antrian pelayanan nasabah Bankaltim Cabang Utama Samarinda dapat dihitung menggunakan persamaan (2.33) sampai dengan (2.37)

1. Tingkat kesibukan *server*

Tingkat kesibukan *server* dihitung pada masing-masing *server* dengan persamaan (2.33). Untuk tingkat kesibukan *server* 1 dapat dihitung berdasarkan rasio antara total penjumlahan dari *time between event* dan status *server* 1 dengan lama waktu simulasi.

$$\rho_1 = \frac{\sum BE \times SS_1}{MX} = \frac{149}{240} = 0,62$$

Untuk *server* 2, tingkat kesibukan dapat dihitung berdasarkan rasio antara total penjumlahan dari *time between event* dan status *server* 2 dengan lama waktu simulasi.

$$\rho_2 = \frac{\sum BE \times SS_2}{MX} = \frac{108}{240} = 0,45$$

Untuk *server* 3, tingkat kesibukan dapat dihitung berdasarkan rasio antara total penjumlahan dari *time between event* dan status *server* 3 dengan lama waktu simulasi.

$$\rho_3 = \frac{\sum BE \times SS_3}{MX} = \frac{77}{240} = 0,32$$

Untuk *server* 4, tingkat kesibukan dapat dihitung berdasarkan rasio antara total penjumlahan dari *time between event* dan status *server* 4 dengan lama waktu simulasi.

$$\rho_4 = \frac{\sum BE \times SS_4}{MX} = \frac{42}{240} = 0,17$$

Jadi, untuk tingkat kesibukan *server* 1 adalah sebesar 62%, untuk *server* 2 adalah 45%, untuk *server* 3 sebesar 32% dan tingkat kesibukan *server* 4 adalah 17%. Perhitungan tingkat kesibukan pada masing-masing *server* terlampir pada lampiran 7.

2. Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian
Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian dapat dihitung berdasarkan rasio total penjumlahan *time between event* dan jumlah nasabah yang ada di dalam antrian dengan lama waktu simulasi. Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian dapat dihitung menggunakan persamaan (2.34) dan terlampir di lampiran 8.

$$L_q = \frac{\sum BE \times WL}{MX} = \frac{9}{240} = 0,04$$

Rata-rata banyaknya nasabah yang berada di dalam antrian sebanyak 0 nasabah atau tidak ada nasabah yang menunggu di dalam antrian.

3. Rata-rata banyaknya nasabah di dalam sistem
Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian dapat dihitung berdasarkan rasio total penjumlahan *time between event* dan jumlah nasabah yang ada di dalam sistem dengan lama waktu simulasi. Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian dapat dihitung menggunakan persamaan (2.35) dan terlampir di lampiran 8.

$$L_s = \frac{\sum BE \times \#sys}{MX} = \frac{385}{240} = 1,60$$

Rata-rata banyaknya nasabah yang berada di dalam sistem adalah sebanyak satu sampai dua orang.

4. Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian

Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian dapat dihitung berdasarkan rasio antara waktu menunggu di dalam antrian dengan banyaknya nasabah. Perhitungan rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian menggunakan persamaan (2.36) dan terlampir pada lampiran 9.

$$W_q = \frac{\text{waktu tunggu dalam antrian}}{\text{jumlah pelanggan}} = \frac{9}{173} = 0,05$$

Rata-rata waktu tunggu nasabah yang berada di dalam antrian adalah 0,05 menit atau paling lama satu menit.

5. Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam sistem

Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam sistem dapat dihitung berdasarkan rasio antara waktu menunggu di dalam sistem dengan banyaknya nasabah. Perhitungan rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam sistem menggunakan persamaan (2.37) dan terlampir pada lampiran 9.

$$W_s = \frac{\text{waktu nasabah di dalam sistem}}{\text{jumlah pelanggan}} = \frac{393}{173} = 2,27$$

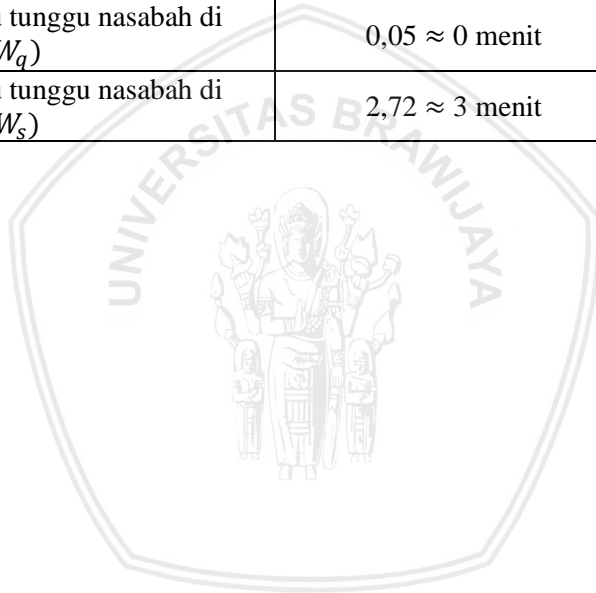
Rata-rata waktu nasabah berada di dalam sistem adalah 2,27 menit atau dua sampai tiga menit.

Berdasarkan hasil dari simulasi 240 menit menunjukkan bahwa tidak ada nasabah yang menunggu di dalam antrian dan rata-rata waktu tunggu nasabah paling lama satu menit. Tingkat kesibukan *server* juga masih sangat rendah terutama *server* 4, yang artinya pada saat penelitian tidak banyak nasabah yang melakukan transaksi. Maka secara umum dapat dikatakan pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda

dalam kondisi yang tidak efektif. Nilai karakteristik sistem antrian yang didapatkan dari hasil simulasi ditunjukkan pada tabel 4.3.

Tabel 4.3 Tabel Nilai Karakteristik Sistem Antrian

Tingkat Kesibukan <i>Server</i> (ρ)	$\rho_1 = 0,62$ $\rho_2 = 0,45$ $\rho_3 = 0,32$ $\rho_4 = 0,17$
Rata-rata banyaknya nasabah di dalam antrian (L_q)	$0,04 \approx 0$ nasabah
Rata-rata banyaknya nasabah di dalam sistem (L_s)	$1,60 \approx 2$ nasabah
Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian (W_q)	$0,05 \approx 0$ menit
Rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam sistem (W_s)	$2,72 \approx 3$ menit



BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian sistem antrian pada pelayanan *teller* Bankaltim Cabang Utama Samarinda yang telah dilakukan, dapat disimpulkan:

1. Model yang didapat dari sistem antrian *Multi Server Single Phase* adalah $(M/G/4): (FCFS/\infty/\infty)$. Karakteristik antrian dari model $(M/G/4): (FCFS/\infty/\infty)$ tidak dapat diselesaikan dengan solusi analitik sehingga perlu dilakukan simulasi.
2. Berdasarkan hasil simulasi didapatkan tingkat kesibukan *server* 1 hingga *server* 4 secara berurutan adalah 62%, 45%, 32% dan 17%. Rata-rata banyaknya nasabah yang berada di dalam antrian paling banyak 0 orang atau tidak ada nasabah yang berada di dalam antrian sedangkan rata-rata banyaknya nasabah di dalam sistem adalah sebanyak satu sampai dua orang. Untuk rata-rata waktu tunggu nasabah di dalam antrian adalah paling banyak satu menit dan rata-rata waktu nasabah berada di dalam sistem adalah dua sampai tiga menit.
3. Berdasarkan nilai dari karakteristik antrian yang diperoleh, maka secara umum dapat dikatakan pelayanan *teller* dalam kondisi yang tidak efektif dikarenakan tingkat kesibukan *server* terutama *server* 4 masih sangat rendah karena tidak banyak nasabah yang melakukan transaksi di Bankaltim Cabang Utama Samarinda.

5.2 Saran

Sebaiknya unit pelayanan melakukan evaluasi dan mempertimbangkan kembali jumlah *teller* yang digunakan. Pada penelitian selanjutnya, disarankan untuk membangkitkan waktu pelayanan (ST) pada masing-masing *teller* sesuai distribusi yang telah ditentukan. Disarankan juga untuk menginput simulasi secara acak sesuai fasilitas pelayanan yang telah siap melayani pelanggan dan dapat dilakukan perbandingan antara hasil simulasi dengan pendekatan lain untuk model antrian yang tidak dapat diselesaikan dengan solusi analitik.

DAFTAR PUSTAKA

- Harini, S. 2010. *Teori Peluang*. UIN Maliki Press. Malang.
- Hillier F.S., dan Lieberman G.J. 2001. *Introduction to Operation Reasearch*. Seventh Edition. McGraw-Hill, Inc. New York.
- Kakiay, T.J. 2004. *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*. Edisi Pertama. Andi Offset. Yogyakarta.
- Kakiay, T.J. 2004. *Pengantar Sistem Simulasi*. Edisi Pertama. Andi Offset. Yogyakarta.
- Khumairoh, N.E. 2017. *Analisis Sistem Antrian Pelayanan Pembuatan Paspor Menggunakan Model Antrian Multi Channel – Multi Phase*. Skripsi. Universitas Brawijaya. Malang.
- Mulyono, S. 2004. *Riset Operasi*. Edisi Revisi. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.
- Mulyono, S. 2017. *Riset Operasi*. Edisi Pertama. Jilid Dua. Mitra Wacana Media. Jakarta.
- Mussafi, N.S.M. 2015. Pemodelan Sistem Antrian *Multi Channel* Jasa *Teller* Pada Bank Syariah Yogyakarta Untuk Meningkatkan Kinerja Perusahaan. *Jurnal AdMathEdu*. vol. 5, no. 2, hlm.141-150.
- Pramoedyo, H. 2013. *Statistika Inferensia Terapan*. Dinar Wijaya. Malang.
- Ratnakusuma, A., Hoyyi, A., dan Sugito. 2015. Analisis Sistem Antrian Pesawat Terbang di Bandara Internasional Ahmad Yani Semarang. *Jurnal Gaussian*. vol. 4, no. 4, hlm. 725–733.
- Supranto, J. 1987. *Riset Operasi : Untuk Pengambilan Keputusan*. Universitas Indonesia Press. Jakarta.

repository.ub.ac.id

Taha, A. H. 1997. *Riset Operasi*. Edisi Kelima. Jilid Dua. Binarupa Aksara. Jakarta.

Taylor III, B.W. 2005. *Introduction to Management Science*. Edisi Kedelapan. Jilid Dua. Salemba Empat. Jakarta.

Taylor, H.M., Karlin, S. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling*. Third Edition. Academic Press. London.

Walpole, R.E., dan Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Edisi Keempat. Institut Teknologi Bandung. Bandung.

Walpole, R.E., Myers, R.H., dan Myers, S.L. 2003. *Probabilitas & Statistika untuk Teknik dan Sains*. Jilid Satu. Edisi Keenam. PT Prenhallindo. Jakarta.

Winston, W.L. 2004. *Operation Research : Applications and Algorithms*. Fourth Edition. Thomson Learning, Inc. Canada.

The image contains a large, faint watermark of the Universitas Brawijaya logo. The logo is a shield-shaped emblem with a central figure holding a staff and a book, surrounded by other figures. The text 'UNIVERSITAS BRAWIJAYA' is written across the top and sides of the shield.