

**PENERAPAN MODEL LOMOLINO DAN BRIDGES PADA
PERTUMBUHAN DUA VARIETAS CABAI RAWIT
(*Capsicum frutescens* L.)**

SKRIPSI

oleh:
ROBI'AH ABDIYAH
125090501111016



PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG
2016

**PENERAPAN MODEL *LOMOLINO* DAN *BRIDGES* PADA
PERTUMBUHAN DUA VARIETAS CABAI RAWIT
(*Capsicum frutescens* L.)**

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

oleh:

ROBI'AH ABDIYAH

125090501111016



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG**

2016

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PENERAPAN MODEL *LOMOLINO* DAN *BRIDGES* PADA
PERTUMBUHAN DUA VARIETAS CABAI RAWIT
(*Capsicum frutescens* L.)**

oleh:

ROBI'AH ABDIYAH
125090501111016

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 20 Juli 2016
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

Dosen Pembimbing

Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS
NIP. 195511021981032001

Mengetahui,

**Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA
Universitas Brawijaya**

Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D
NIP. 197509082000031003

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Robi'ah Abdiyah

NIM : 125090501111016

Jurusan : Matematika

Penulisan Skripsi berjudul :

**PENERAPAN MODEL LOMOLINO DAN BRIDGES PADA
PERTUMBUHAN DUA VARIETAS CABAI-RAWIT
(*Capsicum frutescens* L.)**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 20 Juli 2016

Yang menyatakan,

(Robi'ah Abdiyah)

NIM. 125090501111016

PENERAPAN MODEL *LOMOLINO* DAN *BRIDGES* PADA PERTUMBUHAN DUA VARIETAS CABAI RAWIT (*Capsicum frutescens* L.)

ABSTRAK

Model pertumbuhan digunakan untuk mempelajari pola pertumbuhan makhluk hidup. Pada penelitian ini model *Lomolino* dan *Bridges* diterapkan untuk menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman, menentukan model pertumbuhan yang sesuai untuk menjelaskan pola pertumbuhan dua varietas cabai rawit serta menghitung laju pertumbuhan maksimum cabai rawit. Data yang digunakan adalah tinggi tanaman cabai rawit varietas Bhaskara (Unggul) dan Ngantang (Lokal) dengan perlakuan dosis pupuk urea sebanyak 100 kg/ha yang diamati selama empat belas minggu. Pendugaan parameter menggunakan Metode Kuadrat Terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt*. Berdasarkan nilai AIC_c , model *Lomolino* dan *Bridges* dapat menjelaskan pertumbuhan cabai rawit varietas Bhaskara lebih baik dibandingkan pada varietas Ngantang. Dua varietas cabai rawit mencapai laju pertumbuhan maksimum pada minggu ke-6 sampai minggu ke-7 setelah tanam.

Kata kunci: Model *Lomolino*, *Bridges*, *Levenberg-Marquardt*, Cabai rawit

APPLIED LOMOLINO AND BRIDGES MODELS IN DESCRIBING GROWTH OF TWO VARIETIES CAYENNE PEPPER (*Capiscum frutescens* L.)

ABSTRACT

Growth model is used to study the growth patterns of living things. In this study Lomolino and Bridges models are used to describe the patterns of plant growth, determine the appropriate growth models to explain the pattern of growth of two varieties of cayenne pepper (small hot chilli) as well as calculate its maximum growth rate. The data used is the plant height of varieties of Bhaskara cayenne pepper (Superior) and Ngantang (Local) with the dose treatment of urea fertilizer as much as 100 kg/ha which are observed for fourteen weeks. Ordinary Least Square (OLS) method is used to estimate the parameters of the model with Levenberg-Marquardt iteration. Based on the value of the AICc, Lomolino and Bridges model can explain the growth of varieties of Bhaskara cayenne pepper better than that of Ngantang varieties. Two varieties of cayenne pepper reached the maximum growth rate in week 6 to 7 after planting.

Keywords: *Model Lomolino, Bridges, Levenberg-Marquardt, Cayenne Pepper*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan berbagai nikmat dan karunia-NYA sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi tentang penerapan model *Lomolino* dan *Bridges* pada pertumbuhan cabai rawit (*Capsicum frutescens* L.). Penulis ingin mengucapkan banyak terima kasih dan rasa hormat kepada :

1. Prof. Dr. Ir. Ni Wayan Surya W, MS, selaku dosen pembimbing atas waktu dan bimbingannya yang telah diberikan.
2. Prof. Dr. Ir. Lockito AS, M.Agr, selaku dosen penguji I dan Dr. Adji Achmad RF, S.Si., M.Sc, selaku dosen penguji II atas arahan yang telah diberikan.
3. Ratno Bagus Edy Wibowo, S.Si., M.Si., Ph.D, selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
4. Bapak Bambang Mudjtahid, Ibu Nafiri Istiqlali, Kakak-kakak, dan Adik Khumairo Khumasi atas kasih sayang, motivasi dan doanya selama ini.
5. Seluruh jajaran dosen, staff, dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
6. Sahabat Jinan Halwa, Yopy Erlina Sari, Nuarita Anggi, Sinta Ayu, Denisia Gani, Nunis Nur Abidah, Arista Hajar, Dainty Kharismawati, Anggi Seftia dan Ziadatun Nikmah atas semangat, dukungan dan kebersamaan yang diberikan.
7. Rekan Moch. Haechal, Ainur Rohmah dan Septiani Widya yang telah memberikan saran, dukungan dan bantuan dalam penyusunan skripsi.
8. Teman-teman Statistika Universitas Brawijaya angkatan 2012 dan semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu dalam menyelesaikan Skripsi.

Penulis menyadari dalam penulisan Skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu kritik dan saran dari pembaca sangat diharapkan demi tersusunnya penulisan yang lebih baik.

Malang, Juli 2016

Penulis



DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan.....	3
1.5 Manfaat.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Analisis Regresi Nonlinier.....	5
2.2 Model Pertumbuhan.....	6
2.3 Model <i>Lomolino</i>	7
2.4 Model <i>Bridges</i>	10
2.5 Pendugaan Parameter Model Nonlinier.....	11
2.6 Metode Iterasi <i>Levenberg-Marquardt</i>	12
2.7 Penentuan Penduga Awal Parameter.....	13
2.8 Asumsi Regresi Nonlinier.....	13
2.8.1 Asumsi Kenormalan Galat.....	14
2.8.2 Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	14
2.9 Pemeriksaan Keباikan Model.....	15
2.9.1 Koefisien Determinasi (R^2).....	15
2.9.2 <i>Akaike Information Criterion Corrected</i> (AIC_c).....	15
2.10 Pertumbuhan Cabai Rawit.....	16

**BAB III METODE PENELITIAN**

3.1 Sumber Data.....	19
3.2 Metode Analisis.....	19
3.3 Diagram Alir.....	21

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagram Pencar.....	23
4.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier.....	23
4.3 Pengujian Asumsi.....	27
4.3.1 Kenormalan Galat.....	27
4.3.2 Kehomogenan Ragam Galat.....	28
4.4 Pemeriksaan Kebaikan Model.....	28
4.5 Laju Pertumbuhan.....	29
4.5.1 Laju Pertumbuhan Absolut.....	29
4.5.2 Laju Pertumbuhan Relatif.....	30
4.5.3 Laju Pertumbuhan Maksimum.....	31

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan.....	33
5.2 Saran.....	33

DAFTAR PUSTAKA

.....	35
-------	----

LAMPIRAN

39



DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1 Kurva Pertumbuhan Sigmoid	7
Gambar 2.2 Kurva <i>Lomolino</i> 3 Parameter	9
Gambar 2.3 Kurva <i>Lomolino</i> 4 Parameter	9
Gambar 2.4 Kurva <i>Bridges</i>	10
Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Analisis	21
Gambar 3.2 Diagram Alir Iterasi <i>Levenberg-Marquardt</i>	22
Gambar 4.1 Diagram Pencar Tinggi Tanaman	23
Gambar 4.2 Diagram Pencar Amatan dan Prediksi Model	27
Gambar 4.3 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut	29
Gambar 4.3 Kurva Laju Pertumbuhan Relatif	30



DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 4.1 Penduga Awal Parameter	24
Tabel 4.2 Penduga Parameter	24
Tabel 4.3 Persamaan Model <i>Lomolino</i> dan <i>Bridges</i>	25
Tabel 4.4 Tinggi Cabai Rawit Amatan dan Prediksi Model	26
Tabel 4.5 Hasil Pengujian Kenormalan Galat	27
Tabel 4.6 Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Galat	28
Tabel 4.7 Nilai R^2 dan AIC_c	28
Tabel 4.8 Laju Pertumbuhan Maksimum	31



DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1.	Tinggi tanaman Cabai Rawit	39
Lampiran 2.	Turunan Pertama dan Kedua Model Lomolino dan Bridges	40
Lampiran 3.	Penduga Awal Parameter Model	47
Lampiran 4.	Hasil Pendugaan Parameter dengan SPSS	50
Lampiran 5.	Hasil Pendugaan Parameter tanpa Penduga Awal dengan SPSS	55
Lampiran 6.	Hasil Uji Asumsi Kenormalan Galat	59
Lampiran 7.	Hasil Uji Asumsi Kehomogenan Ragam Galat	60
Lampiran 8.	Hasil Perhitungan R^2 dan AIC	64
Lampiran 9.	Hasil Perhitungan Laju Pertumbuhan Absolut	65
Lampiran 10.	Hasil Perhitungan Laju Pertumbuhan Relatif	66
Lampiran 11.	Penjabaran iterasi <i>Levenberg-Marquardt</i>	67



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan teknik untuk membangun persamaan yang dapat menggambarkan hubungan antara respon dengan satu atau lebih prediktor (Algifari, 2009). Pola hubungan antara dua atau lebih peubah dapat bersifat linier maupun tidak linier. Analisis regresi nonlinier digunakan untuk menggambarkan pola hubungan antara respon dengan prediktor yang tidak linier pada parameter regresinya. Kejadian dalam kehidupan sehari-hari sering merupakan pola model regresi nonlinier seperti pola pertumbuhan.

Pertumbuhan adalah proses penambahan ukuran atau *volume* serta jumlah sel tubuh secara *irreversible*, yaitu tidak dapat kembali ke bentuk semula. Setiap pertumbuhan tanaman pada selang waktu tertentu akan menunjukkan suatu perubahan dan dapat dinyatakan dalam bentuk kurva. Menurut Liu *et al.* (2011) pemodelan kurva pertumbuhan sangat berguna untuk melihat pola pertumbuhan sepanjang waktu. Pola pertumbuhan yang membentuk seperti huruf S atau sigmoid memiliki titik belok yang menunjukkan laju pertumbuhan maksimum (Seber dan Wild, 2003).

Beberapa model pertumbuhan memiliki pola pertumbuhan sigmoid di antaranya model pertumbuhan *Lomolino* dan *Bridges*, model *Lomolino* diusulkan oleh M.V. Lomolino pada tahun 2000 untuk menyelidiki pertumbuhan spesies kupu-kupu terhadap area (km^2), model ini dikembangkan oleh Faridi *et al.* pada tahun 2014 untuk diterapkan pada pertumbuhan bobot badan dan bobot karkas hewan bebek yang dibandingkan dengan model pertumbuhan *Exponential*, *Richard*, *Generalized Michaelis-Menten* (GMM) dan *Extreme Value Function* (EVF).

Model *Bridges* merupakan model yang dikembangkan untuk menggambarkan pola pertumbuhan hewan (Bridges *et al.*, 2000). Model ini memiliki pola pertumbuhan sigmoid dengan empat parameter. Pada penelitian yang dilakukan oleh Liu *et al.* (2011), model *Bridges* mampu menjelaskan pola pertumbuhan musang dengan baik. Model pertumbuhan ini pernah diterapkan oleh Muslikhah (2014) untuk menjelaskan pertumbuhan kacang hijau yang dibandingkan dengan model *Richards*. Berdasarkan nilai R^2_{adj} , model

Bridges dan *Richards* memberikan hasil baik untuk menggambarkan pola pertumbuhan kacang hijau.

Cabai rawit (*Capsicum frutescens* L.) merupakan tanaman dalam suku terong-terongan (*Solanaceae*) yang berasal dari Amerika dan telah dibudidayakan di Indonesia. Cabai rawit adalah salah satu jenis tanaman hortikultura penting yang dibudidayakan secara komersial. Manfaat cabai rawit cukup banyak selain digunakan sebagai bumbu perasa pedas, cabai rawit juga bermanfaat bagi kesehatan.

Mubarokah (2015) menyebutkan bahwa perlakuan faktor varietas cabai rawit yaitu cabai rawit varietas Bhaskara (unggul) dan varietas Ngantang (lokal) berpengaruh sangat nyata pada tinggi tanaman. Semakin tinggi tanaman cabai rawit maka jumlah daun yang terbentuk juga semakin banyak, jumlah daun yang banyak akan menyediakan tempat fotosintesis lebih banyak, sehingga akan diperoleh karbohidrat dan oksigen yang lebih banyak. Karbohidrat akan disimpan tanaman misalnya di batang, di biji, dan di buah sebagai sumber makanannya. Kekurangan pemeliharaan pada fase pertumbuhan tanaman cabai rawit akan menyebabkan batang tumbuh kerdil dan dapat menurunkan hasil buah. Untuk itu, melakukan pengamatan pada tinggi tanaman cabai rawit perlu untuk dilakukan.

Penelitian ini menerapkan model *Lomolino* untuk menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman cabai rawit varietas Bhaskara (unggul) dan varietas Ngantang (lokal) dari umur 1 sampai 14 minggu setelah tanam (mst) yang akan dibandingkan dengan model *Bridges*. Kedua model tersebut dibandingkan karena memiliki jumlah parameter yang sama dan memiliki pola laju pertumbuhan absolut yang hampir sama.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah model pertumbuhan *Lomolino* dan *Bridges* dapat menggambarkan pertumbuhan tanaman cabai rawit dengan baik?
2. Model pertumbuhan manakah yang lebih baik untuk menjelaskan pertumbuhan tanaman cabai rawit?
3. Bagaimana fungsi kurva laju pertumbuhan absolut dan relatif?

4. Pada umur berapakah tanaman cabai rawit mencapai laju pertumbuhan maksimum?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Variabel yang diukur adalah umur dan tinggi tanaman cabai rawit varietas Bhaskara dan varietas Ngantang.
2. Metode pendugaan parameter model pertumbuhan *Lomolino* dan *Bridges* menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt*.
3. Indikator kebaikan model yang digunakan adalah Koefisien Determinasi (R^2) dan *AIC* terkoreksi (AIC_c).

1.4 Tujuan

Tujuan dalam penelitian ini adalah:

1. Menjelaskan pola pertumbuhan tanaman cabai rawit menggunakan model pertumbuhan *Lomolino* dan *Bridges*.
2. Memperoleh model pertumbuhan yang dapat menggambarkan pertumbuhan tanaman cabai rawit dengan baik.
3. Mengetahui fungsi kurva laju pertumbuhan absolut dan relatif.
4. Mengetahui waktu laju pertumbuhan maksimum tanaman cabai rawit.

1.5 Manfaat

Berdasarkan penelitian ini diharapkan dapat diketahui model pertumbuhan yang lebih baik dalam menggambarkan pola pertumbuhan tanaman cabai rawit dan menentukan waktu efektif pertumbuhan tanaman cabai rawit sehingga dapat menjadi informasi tambahan bagi petani agar dapat melakukan tindakan seperti pemupukan dan pemberian air dengan tepat waktu untuk menghasilkan produksi cabai rawit lebih optimum.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Nonlinier

Analisis regresi merupakan teknik untuk membangun persamaan yang dapat menggambarkan hubungan antara respon (Y) dengan satu atau lebih prediktor (X) (Algifari, 2009), pola hubungan antara dua atau lebih peubah dapat bersifat linier maupun nonlinier. Analisis regresi nonlinier digunakan untuk menggambarkan pola hubungan antara respon dengan prediktor yang tidak linier pada parameter regresinya. Model regresi nonlinier secara umum dapat dinyatakan dengan Y_i sebagai respon sebanyak n dan setiap nilai x_i merupakan prediktor. Secara umum model regresi nonlinier menurut Venables dan Ripley (2002) adalah :

$$Y_i = f(x_i, \theta) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

di mana f adalah fungsi regresi nonlinier yang memuat parameter $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_r)^T$ yang akan diduga dan ε_i merupakan galat dengan sifat $N(0, \sigma^2)$ mengikuti sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2 .

Menurut Panik (2014), ada dua contoh model nonlinier yaitu nonlinier dalam peubah pada persamaan (2.2) dan model nonlinier dalam parameter pada persamaan (2.3).

$$Y_i = \theta_0 + \theta_1 X_1^2 + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

$$Y_i = \theta_0 + \sqrt{\theta_1} X_1 + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

Model regresi nonlinier dalam parameter dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu model intrinsik linier (*Intrinsically linear*) dan model intrinsik nonlinier (*Intrinsically nonlinear*) (Panik, 2014).

1. Model intrinsik linier

Model ini dapat diubah menjadi bentuk linier baku melalui transformasi yang tepat, seperti dalam persamaan (2.4).

$$Y_i = \theta_0 W_1^{\theta_1} + \varepsilon_i \quad (2.4)$$

persamaan (2.4) dapat ditransformasi melalui fungsi \log (logaritma), sehingga menjadi bentuk log-linier seperti pada persamaan (2.5).

$$\log Y_i = \log \theta_0 + \theta_1 \log W_1 + \log \varepsilon_i \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) belum linier terhadap parameter karena $\log \theta_0$ tidak linier, namun persamaan tersebut dapat menjadi bentuk

yang bersifat linier dalam parameter, seperti pada persamaan (2.6).

$$g(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + u_i \quad (2.6)$$

di mana

$$g(Y) = \log Y_i, \quad \beta_0 = \gamma^1(\theta_0) = \log \theta_0, \quad u_i = \log \varepsilon_i$$

$$X_1 = \log W_{1i}, \quad \beta_1 = \gamma^2(\theta_1) = \theta_1$$

2. Model nonlinier intrinsik

Model ini tidak dapat diubah menjadi bentuk linier baku, seperti dalam persamaan (2.7).

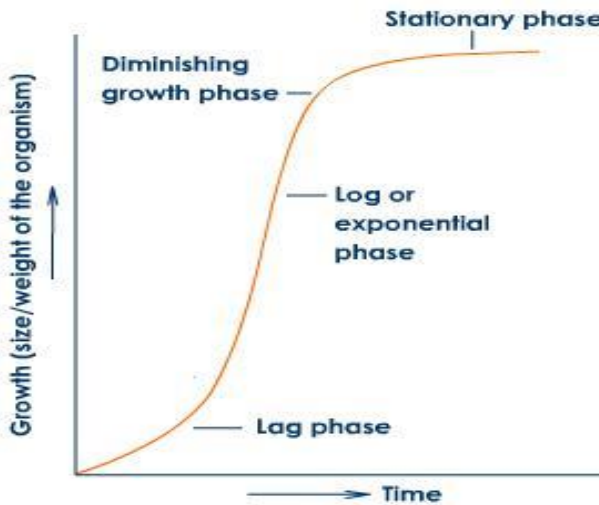
$$Y_i = \theta_0 + (\theta_1 + X_1)^{-1} + \varepsilon_i \quad (2.7)$$

Model pada persamaan (2.7) tidak mungkin dapat diubah ke dalam suatu bentuk linier dalam parameter.

2.2 Model Pertumbuhan

Pertumbuhan merupakan kemampuan yang dimiliki oleh setiap makhluk hidup baik manusia, hewan maupun tumbuhan. Pertumbuhan tanaman adalah proses yang mengakibatkan perubahan ukuran tanaman menjadi semakin besar. Menurut Hunt (2013), pertumbuhan pada tanaman bersifat *irreversible* seiring waktu atau tidak dapat kembali ke ukuran semula.

Model sigmoid merupakan model pertumbuhan tanaman yang memiliki bentuk seperti huruf S dan memiliki titik belok yang menunjukkan saat laju pertumbuhan maksimum. Pada model sigmoid terjadi empat fase pertumbuhan tanaman yaitu pada fase pertama terjadi pertumbuhan awal yang lambat (*lag phase*), pada fase kedua terjadi masa pertumbuhan yang cepat (*exponential phase*), pada fase ketiga pertumbuhan tanaman mulai melambat (*the diminishing phase*) dan pada fase terakhir pertumbuhan tanaman akan berhenti (*stationary phase*).



Gambar 2.1. Kurva Pertumbuhan Sigmoid (Tutorvista, 2015)

2.3 Model *Lomolino*

Model *Lomolino* dikembangkan untuk menyelidiki pertumbuhan spesies kupu-kupu terhadap area (km^2) (Lomolino, 2000). Model nonlinier *Lomolino* diterapkan oleh Faridi *et al.* (2014) pada pertumbuhan hewan bebek yang dibandingkan dengan model pertumbuhan *Exponential*, *Richard*, *Generalized Michaelis-Menten* (GMM) dan *Extreme Value Function* (EVF). Model ini juga pernah diterapkan oleh Myhrvold (2013) untuk menduga laju pertumbuhan tulang dinosaurus.

Faridi *et al.* (2014), menyatakan model *Lomolino* dengan tiga parameter sebagai:

$$Wt = \frac{W_m}{1 + b \ln^2\left(\frac{t}{c}\right)} \quad (2.8)$$

Model tersebut hanya dapat mendeskripsikan kurva pertumbuhan dengan nilai awal bernilai nol (d_0), sehingga model tersebut kurang mampu menggambarkan pola pertumbuhan tanaman yang memiliki nilai tinggi awal tanaman (d).

Myhrvold (2013), menyatakan model *Lomolino* dengan empat parameter sebagai:

$$g(t) = \frac{a-d}{1 + b \ln^2\left(\frac{t}{c}\right)} + d, \quad a > 0, a > d, b > 1, c > 0 \quad (2.9)$$

di mana

$g(t)$: tinggi tanaman pada umur ke- t (cm)

a : tinggi maksimum tanaman (cm)

d : tinggi awal tanaman (cm)

b : parameter titik belok

c : parameter laju pertumbuhan

t : umur tanaman

Terdapat dua cara untuk menjelaskan pertumbuhan tanaman secara kuantitatif, yaitu laju pertumbuhan absolut dan laju pertumbuhan relatif. Laju pertumbuhan absolut (*absolute growth rate*) merupakan pertambahan tinggi tanaman pada setiap satuan waktu (Hunt, 2003) yang diperoleh dari turunan pertama terhadap waktu dari fungsi *Lomolino*, yaitu :

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{(a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b) \right)}{\left(1+b^{\ln(\frac{c}{t})} \right)^2} \quad (2.10)$$

laju pertumbuhan relatif (*relative growth rate*) merupakan perubahan laju pertumbuhan setiap satuan waktu (Hunt, 2003) yang diperoleh dari laju pertumbuhan absolut dikalikan dengan seperfungsi *Lomolino*, yaitu :

$$\frac{dg(t)}{dt} \times \frac{1}{g(t)} = \frac{(a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b) \right)}{t \left(1+b^{\ln(\frac{c}{t})} \right)^2} \times \frac{1}{\frac{a-d}{1+b^{\ln(\frac{c}{t})}} + d} \quad (2.11)$$

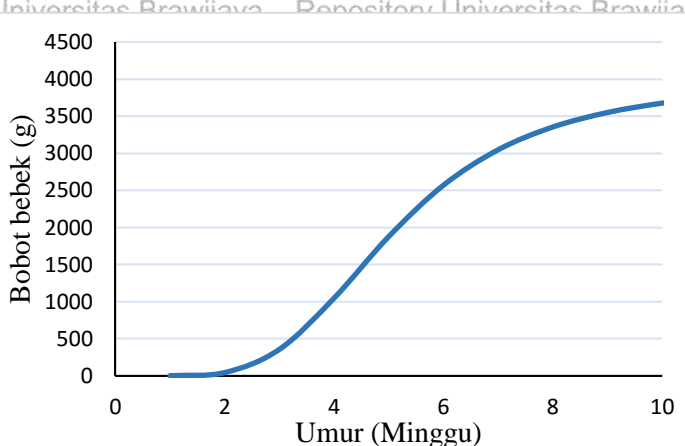
Titik belok atau waktu pertumbuhan maksimum terjadi ketika turunan kedua terhadap waktu sama dengan nol ($\frac{d^2g(t)}{d^2t} = 0$). Waktu pertumbuhan maksimum terjadi pada saat :

$$t^* = \left(\frac{b^{\ln(c)} (\ln(b)-1)}{\ln(b)+1} \right)^{\frac{1}{\ln(b)}}, \quad b > 1 \quad (2.12)$$

Substitusi persamaan waktu pertumbuhan maksimum (2.12) ke persamaan awal (2.9) akan menghasilkan laju pertumbuhan maksimum tanaman sebagai berikut :

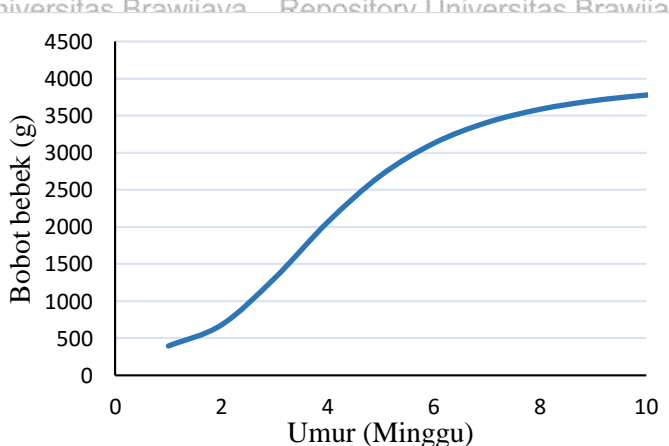
$$g(t^*) = d + \frac{a-d}{1+b \left((\ln(b)-1)^{-\frac{1}{\ln(b)}} \right) (\ln(b)+1)} \quad (2.13)$$

Berikut ini adalah kurva model pertumbuhan *Lomolino* dengan tiga parameter, nilai parameter $a = 3987, b = 24.16, c = 4.15$ di mana nilai pertumbuhan awal adalah 0 pada waktu $t = 0$.



Gambar 2.2. Kurva *Lomolino* 3 Parameter (Faridi *et al.*, 2014)

Pada pertumbuhan tanaman dan hewan, nilai pertumbuhan awal sangat penting. Berikut ini adalah kurva model pertumbuhan *Lomolino* dengan empat parameter, nilai parameter $d = 355, a = 3987, b = 24.16, c = 4.15$.



Gambar 2.3. Kurva *Lomolino* 4 Parameter (Myhrvold, 2013)

2.4 Model Bridges

Model *Bridges* merupakan model yang dikembangkan untuk menggambarkan pola pertumbuhan hewan (Bridges *et al.*, 2000). France dan Kebreab (2008) menyatakan model *Bridges* untuk memodelkan proses pertumbuhan sebagai :

$$Y_t = Y_0 + A(1 - e^{-vt^a}) \quad (2.14)$$

di mana

Y_t : tinggi tanaman pada umur ke- t (cm)

A : tinggi maksimum tanaman (cm)

Y_0 : tinggi awal tanaman (cm)

v : parameter konstanta alometri

a : parameter laju pertumbuhan

t : umur tanaman

Laju pertumbuhan absolut dari model *Bridges* adalah :

$$\frac{dY_t}{dt} = Avat^{a-1}(e^{-vt^a}) \quad (2.15)$$

sedangkan Laju pertumbuhan relatif dinyatakan sebagai :

$$\frac{dY_t}{dt} \times \frac{1}{Y(t)} = \frac{Avat^{a-1}(e^{-vt^a})}{Y_0 + A(1 - e^{-vt^a})} \quad (2.16)$$

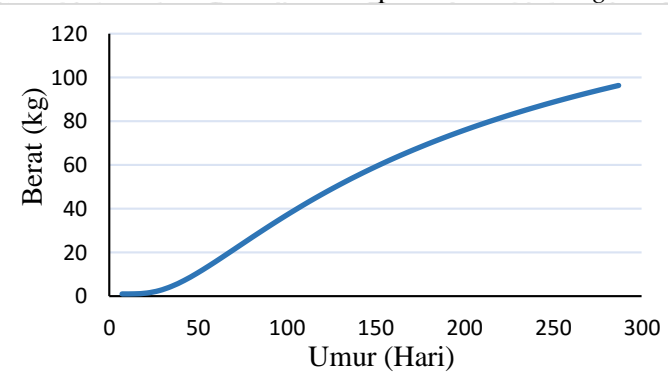
Model *Bridges* memiliki titik belok Sebagai berikut :

$$t^* = \left(\frac{(a-1)}{va} \right)^{1/a} \quad (2.17)$$

Laju pertumbuhan maksimum dari model *Bridges* adalah :

$$Yt^* = Y_0 + A(1 - e^{-\frac{(a-1)}{va}}) \quad (2.18)$$

Berikut ini adalah kurva model pertumbuhan *Bridges*



Gambar 2.4: Kurva *Bridges* (Carstens *et al.*, 2014)

2.5 Pendugaan Parameter Model Nonlinier

Pendugaan dilakukan untuk menentukan penduga parameter regresi. Salah satu metode yang digunakan untuk menduga parameter model regresi nonlinier adalah metode kuadrat terkecil nonlinier (MKT nonlinier), pendugaan parameter dalam model nonlinier ditentukan dengan melakukan suatu prosedur yang dapat menjamin penduga tersebut mampu meminimumkan jumlah kuadrat galat (Panik, 2014). Jumlah kuadrat galat untuk persamaan nonlinier yaitu :

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(t_i, \theta)]^2 \quad (2.19)$$

Nilai pendugaan adalah nilai untuk meminimumkan $S(\theta)$. Penduga parameter θ diperoleh dari turunan parsial persamaan (2.19) terhadap θ yang akan menghasilkan p persamaan normal. Persamaan normal tersebut adalah :

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f(t_i, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_j} \right] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.20)$$

di mana $\frac{\partial f(t_i, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}_j}$ adalah turunan fungsi terhadap parameter $\hat{\theta}_j$, $j = 1, 2, \dots, p$. Penurunan fungsi terhadap masing-masing parameter disajikan pada lampiran 2. Persamaan normal pada model *Lomolino* 4 parameter adalah :

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \hat{a}} = \sum_{i=1}^n \left[1 - \frac{1}{1+b \ln(\frac{c}{t_i})} \right] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \hat{a}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{1+b \ln(\frac{c}{t_i})} \right] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \hat{b}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{(a-d) \left(\ln(\frac{c}{t_i}) b \ln(\frac{c}{t_i}) - 1 \right)}{\left(1+b \ln(\frac{c}{t_i}) \right)^2} \right] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \hat{c}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{(a-d) \left(b \ln(\frac{c}{t_i}) \ln(b) \right)}{e \left(1+b \ln(\frac{c}{t_i}) \right)^2} \right] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.24)$$

Persamaan normal pada model *Bridges* sebagai berikut :

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial \gamma_0} = \sum_{i=1}^n [1] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial A} = \sum_{i=1}^n [1 - e^{-vt^A}] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial S(\hat{\theta})}{\partial v} = \sum_{i=1}^n [At^A (e^{-vt^A})] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial s(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = \sum_{i=1}^n [Avt^a \ln(t)e^{-vt^a}] [y_i - f(t_i, \hat{\theta})] = 0 \quad (2.28)$$

Pada regresi nonlinier, Penentuan nilai penduga parameter θ melalui penyelesaian persamaan normal tidaklah mudah. Penyelesaian persamaan-persamaan normal akan sangat sulit apabila parameter model lebih banyak dan model lebih rumit, sehingga dalam pemecahannya harus menggunakan metode iterasi. Salah satu metode iterasi yang dapat digunakan untuk regresi nonlinier adalah metode iterasi *Levenberg-Marquardt*.

2.6 Metode Iterasi *Levenberg-Marquardt*

Metode *Levenberg-Marquardt* adalah teknik iterasi yang digunakan untuk memecahkan permasalahan pendugaan dengan metode kuadrat terkecil nonlinier, metode *Levenberg-Marquardt* merupakan kombinasi dari dua metode iterasi yaitu metode *Gradient Descent* dan metode *Gauss-Newton* (Gavin, 2015). Metode *Levenberg-Marquardt* mengaplikasikan metode iterasi seperti pada metode *Gauss-Newton* yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat, perbedaannya hanya terletak pada penambahan perkalian skalar (λ) dan matriks identitas (I).

Menurut Sanjoyo (2006) Secara umum metode *Levenberg-Marquardt* dinyatakan sebagai berikut :

$$\theta_{m+1} = \theta_m - (Z_{\theta(m)}^T Z_{\theta(m)} + \lambda_m I)^{-1} Z_{\theta(m)}^T (y - f(t_i, \theta_m)) \quad (2.29)$$

di mana

$$Z_{\theta(m)}^{n \times p} = \frac{\partial f(t_i, \theta_m)}{\partial \theta_m} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}_{n \times p}$$

di mana

θ_{m+1} : penduga parameter tiap iterasi

θ_m : penduga awal parameter

$Z_{\theta(m)}$: matriks turunan fungsi terhadap parameter berukuran $i \times j$

λ_m : akar ciri matriks $[Z_{\theta(m)}^T Z_{\theta(m)}]$

I : matriks identitas

m : banyaknya iterasi

Proses iterasi berhenti saat selisih dari penduga parameter pada iterasi ke- $(m + 1)$ dan ke- m kurang dari 10^{-9} . Kriteria konvergen menurut Sanjoyo (2006) sebagai berikut :

$$Norm(\theta_{m+1} - \theta_m) = \|\theta_{m+1} - \theta_m\| < \varepsilon \quad (2.30)$$

Proses iterasi bisa konvergen (menuju nilai sejatinya) atau sebaliknya, apabila proses iterasi tidak bisa konvergen maka penduga parameter diperoleh dari hasil iterasi maksimum (N) yang telah ditentukan.

2.7 Penentuan Penduga Awal Parameter

Cara umum untuk memperoleh penduga awal parameter dalam model nonlinier memang tidak ada, namun dapat memanfaatkan informasi yang ada. Urutan yang paling efisien untuk menentukan nilai penduga awal parameter adalah α , k , m dan β (Fekedulegn *et al.*, 1999). Penduga awal parameter α diduga dari tinggi tanaman cabai rawit saat pengamatan mencapai tinggi maksimum.

$$\alpha = \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) \quad (2.31)$$

Parameter k menjelaskan laju pertumbuhan ketika tinggi tanaman cabai rawit mencapai tinggi maksimum. Pendugaan awal parameter k dinyatakan pada persamaan berikut :

$$k = \frac{y_l - y_i}{(t_l - t_i)\alpha} \quad (2.32)$$

$$k = \frac{1}{t_j + t_l} \ln \left(\frac{\exp(\alpha - y_i) - 1}{\exp(\alpha - y_j) - 1} \right), l > i \quad (2.33)$$

di mana y_l dan y_i merupakan tinggi tanaman cabai rawit dengan selisih terbesar pada selang waktu t_l dan t_i . Parameter m adalah konstanta alometri sebagai penentu titik belok dengan $m > 1$ sedangkan β diperoleh dari substitusi persamaan. Setelah menentukan nilai duga awal parameter, maka hasil pendugaan tersebut digunakan dalam proses iterasi.

2.8 Pengujian Asumsi Regresi Nonlinier

Pengujian asumsi digunakan untuk mengetahui apakah metode kuadrat terkecil nonlinier (MKT nonlinier) dapat menduga parameter dengan baik. Model pertumbuhan merupakan model regresi nonlinier yang melibatkan data deret waktu yang cenderung berkorelasi satu sama lain dan sebaran data membentuk kurva sigmoid sehingga

asumsi kelinieran dan nonautokorelasi dilanggar. Asumsi yang harus terpenuhi pada regresi nonlinier adalah asumsi kenormalan galat dan asumsi kehomogenan ragam galat.

2.8.1 Asumsi Kenormalan Galat

Uji kenormalan galat digunakan untuk membuktikan nilai galat yang dihasilkan menyebar secara normal. Apabila asumsi kenormalan galat tidak terpenuhi maka pendugaan parameter dari MKT nonlinier tidak dapat digunakan. Menurut Biswas *et al.* (2008) Uji *Kolmogorov-Smirnov* merupakan salah satu cara untuk menguji asumsi kenormalan galat. Hipotesis yang digunakan pada uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah:

$$H_0 : F_n(x) = F_0(x) \quad (\text{Galat menyebar normal})$$

$$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x) \quad (\text{Galat tidak menyebar normal})$$

Statistik yang digunakan adalah :

$$D_{maks} = \text{Maks}[|F_n(x) - F_0(x)|] \quad (2.34)$$

di mana

D_{maks} : nilai deviasi maksimum antara $F_n(x)$ dan $F_0(x)$

$F_n(x)$: Fungsi sebaran kumulatif yang diamati

$F_0(x)$: Fungsi sebaran kumulatif teoritis, $P(Z \leq Z_{(\alpha)})$

H_0 diterima jika $D_{maks} < D_\alpha$ atau dapat dilihat dari p -value.

H_0 diterima jika nilai $p > (\alpha = 0.05)$. Apabila galat tidak menyebar normal maka dapat diatasi dengan melakukan transformasi logaritma.

2.8.2 Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Uji kehomogenan ragam galat digunakan untuk membuktikan ragam galat konstan dari satu pengamatan ke pengamatan lain. Menurut Gujarati dan Porter (2012) apabila asumsi kehomogenan ragam galat tidak terpenuhi maka penduga parameter tidak efisien untuk digunakan. Uji *J. Szroeter* merupakan salah satu cara untuk menguji asumsi kehomogenan ragam galat yang mengasumsikan bahwa meningkatnya nilai peubah penjelas akan meningkatkan ragam. Oleh karena itu, data diurutkan berdasarkan nilai peubah penjelas dari pengamatan yang memiliki ragam kecil hingga ragam besar, asumsi ini sesuai dengan data pertumbuhan karena semakin meningkat umur maka pertumbuhan akan semakin meningkat sampai batas tertentu.

Secara analisis, pengujian asumsi kehomogenan ragam galat dapat menggunakan uji *J. Szroeter* (Dufour *et al.*, 2001).

Hipotesis yang digunakan pada uji *J. Szroeter* adalah :

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2 \text{ (ragam galat homogen)}$$

$$H_1 : \text{terdapat } \sigma_i^2 \neq \sigma^2 \text{ (ragam galat tidak homogen)}$$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$Q = \left[\frac{6n}{[n^2 - 1]} \right]^{0.5} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right] \sim Z, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

di mana

n : banyaknya pengamatan

e_i : galat ke- i

H_0 diterima jika $Q < Z_{\alpha/2}$ yang menunjukkan ragam galat konstan. Apabila ragam galat tidak homogen maka dapat diatasi dengan transformasi *weighted least square* (WLS).

2.9 Pemeriksaan Kebaikan Model

2.9.1 Koefisien Determinasi (R^2)

Pemeriksaan kebaikan model dilakukan untuk mengetahui kesesuaian data dengan model menggunakan koefisien determinasi (R^2). Menurut Gujarati dan Porter (2012) R^2 mengukur proporsi keragaman yang dapat dijelaskan oleh model yang memiliki besaran non negatif yang terletak antara nilai 0 sampai 1 ($0 \leq R^2 \leq 1$). Jika R^2 mendekati 1 maka model yang terbentuk mampu menjelaskan keadaan yang sebenarnya dengan baik. Model matematis koefisien determinasi adalah :

$$R^2 = 1 - \frac{JKG}{JKT} = \frac{JKR}{JKT} \quad (2.36)$$

di mana

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

JKT : Jumlah Kuadrat Total

JKR : Jumlah Kuadrat Regresi

2.9.2 Akaike Information Criterion Corrected (AIC_c)

Menurut Gujarati dan Porter (2012) *Akaike Information Criterion* (AIC) merupakan indikator pemilihan model terbaik yang memiliki nilai paling rendah.

$$AIC = 2p + n \ln JKG - n \ln n \quad (2.37)$$

Apabila ukuran contoh kecil ($\frac{n}{p} < 40$) maka digunakan Akaike

Information Criterion Corrected (AIC_c) atau AIC terkoreksi yaitu:

$$AIC_c = AIC + \frac{2p(p+1)}{n-p-1} \quad (2.38)$$

di mana

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

n : banyaknya pengamatan

p : banyaknya parameter dalam model

2.10 Pertumbuhan Cabai Rawit (*Capsicum frutescens L.*)

Cabai rawit (*Capsicum frutescens L.*) merupakan tanaman dalam suku terong-terongan (*Solanaceae*) yang berasal dari Amerika dan telah dibudidayakan di Indonesia. Tanaman ini cocok dikembangkan di daerah tropis, terutama di sekitar khatulistiwa. Tanaman cabai rawit mudah ditanam di dataran rendah maupun di dataran tinggi. Meskipun begitu, untuk tempat yang terlalu tinggi, produktivitas tanaman cabai rawit akan berkurang.

Cabai rawit merupakan salah satu jenis tanaman hortikultura penting yang dibudidayakan secara komersial. Cabai rawit adalah tanaman yang berumur pendek atau tanaman semusim (*annual*) yang mudah beradaptasi dengan lingkungan tempat tumbuhnya dan mudah untuk dibudidayakan. Selain varietas lokal, varietas cabai rawit cukup beragam yaitu *sky hot*, cakra putih, cakra hijau, bara dan Bhaskara.

Posisi buah cabai rawit menggantung pada cabang tanaman. Menurut Rukmana (2002) buah cabai rawit mempunyai bentuk yang beragam mulai pendek dan bulat sampai panjang dan langsing. Warna buah muda umumnya hijau sampai kuning keputih-putihan, namun setelah masak berwarna merah. Cabai rawit mengandung zat-zat gizi yang cukup lengkap yakni kalori, protein, lemak, karbohidrat, mineral dan vitamin. Maka dari itu buah cabai rawit memiliki manfaat yang cukup banyak yaitu sebagai bumbu dalam masak memasak, sayuran dan ramuan tradisional yang bermanfaat bagi kesehatan. Dibandingkan dengan jenis cabai besar kandungan *capsaicin* dan *hidrocapsaicin* pada cabai rawit cukup tinggi sehingga cabai rawit memiliki rasa lebih pedas dibandingkan jenis cabai lainnya.

Batang cabai rawit tumbuh tegak dan berkayu pada pangkalnya. Batang ini berfungsi sebagai tempat keluarnya cabang, tunas, daun,

bunga dan buah (Rukmana, 2002). Semakin tinggi batang tanaman cabai rawit maka jumlah daun yang terbentuk juga semakin banyak, jumlah daun yang banyak akan menyediakan tempat fotosintesis lebih banyak, sehingga akan diperoleh fotosintat (hasil fotosintesis) yaitu karbohidrat dan oksigen yang lebih banyak. Karbohidrat akan disimpan tanaman misalnya di batang, di biji, dan di buah sebagai sumber makanannya. Kekurangan pemeliharaan pada fase pertumbuhan tanaman cabai rawit akan menyebabkan batang tumbuh kerdil dan dapat menurunkan hasil buah. Untuk itu, melakukan pengamatan pada tinggi tanaman cabai rawit dengan pemeliharaan yang tepat perlu untuk dilakukan agar tanaman cabai rawit mampu menghasilkan buah secara optimal.

Pertumbuhan cabai rawit terdiri dari fase vegetatif dan generatif. Fase vegetatif adalah fase yang dimulai sejak perkecambahan biji, tumbuh menjadi bibit yang dicirikan oleh pembentukan daun-daun yang pertama dan berlangsung terus sampai masa berbunga. Pada tanaman cabai rawit fase ini dimulai dari perkecambahan benih sampai tanaman membentuk primordia bunga. Fase generatif adalah fase yang ditandai dengan lebih pendeknya pertumbuhan ranting dan ruas, lebih pendeknya jarak antar daun pada pucuk tanaman dan pertumbuhan pucuk terhenti. Pada fase ini terjadi pembentukan dan perkembangan kuncup bunga dan buah.

Model matematis tanaman cabai rawit varietas Bhaskara dan Ngantang dapat digunakan untuk mencari laju pertumbuhan maksimum vegetatif cabai rawit. Sebelum laju pertumbuhan maksimum tercapai dapat dilakukan perawatan intensif seperti pemupukan dan pemberian hormon atau zat perangsang tumbuh yang tepat agar memaksimalkan pertumbuhan tanaman cabai rawit.



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari hasil penelitian Mubarakah (2015), mahasiswa Fakultas Pertanian Universitas Jember, berjudul “Kadar Capsaicin Dua Varietas Cabai Rawit (*Capsicum frutescens* L.) sebagai Respon Pengaruh Dosis Pupuk Nitrogen”. Salah satu peubah yang diamati adalah tinggi tanaman dua varietas cabai rawit (cm) selama 14 minggu menggunakan metode Rancangan Acak Kelompok (RAK) faktorial dengan dua faktor dan empat ulangan.

Faktor pertama adalah varietas cabai rawit (V) yang terdiri atas dua taraf yaitu :

V₁ : Cabai rawit varietas Bhaskara (unggul)

V₂ : Cabai rawit Ngantang (lokal)

Faktor kedua adalah dosis pupuk Urea (U) yang terdiri atas empat taraf yaitu :

U₀ : Kontrol (tanpa pupuk urea)

U₁ : 100 kg/ha setara dengan 22 g/pot

U₂ : 200 kg/ha setara dengan 44 g/pot

U₃ : 300 kg/ha setara dengan 66 g/pot

Penelitian ini menerapkan model *Lomolino* dan *Bridges* pada pertumbuhan tinggi tanaman cabai rawit varietas Bhaskara (V₁) dan varietas Ngantang (V₂) dengan dosis pupuk urea 22 g/pot (U₁) karena perlakuan faktor varietas cabai rawit yaitu cabai rawit varietas Bhaskara (unggul) dan varietas Ngantang (lokal) berpengaruh sangat nyata pada tinggi tanaman dan dosis pupuk urea berpengaruh nyata terhadap kadar capsaicin pada perlakuan 22 g/pot.

Data secara lengkap terdapat pada Lampiran 1.

3.2 Metode Analisis

Tahapan analisis data adalah sebagai berikut :

1. Membuat diagram pencar tinggi tanaman dua varietas cabai rawit terhadap umur tanaman.

2. Menghitung penduga awal parameter setiap model pertumbuhan.

a. Model *Lomolino*

- Menentukan tinggi awal tanaman (d).
- Menentukan tinggi maksimum tanaman (a).
- Menghitung penduga awal parameter laju pertumbuhan (c) sesuai persamaan (2.33).
- Menghitung penduga awal parameter titik belok (b).

b. Model *Bridges*

- Menentukan tinggi awal tanaman (Y_0).
- Menentukan tinggi maksimum tanaman (A).
- Menghitung penduga awal parameter laju pertumbuhan (a).
- Menghitung penduga awal konstanta alometri (v).

3. Menduga parameter menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg-Marquardt* berdasarkan persamaan (2.29).

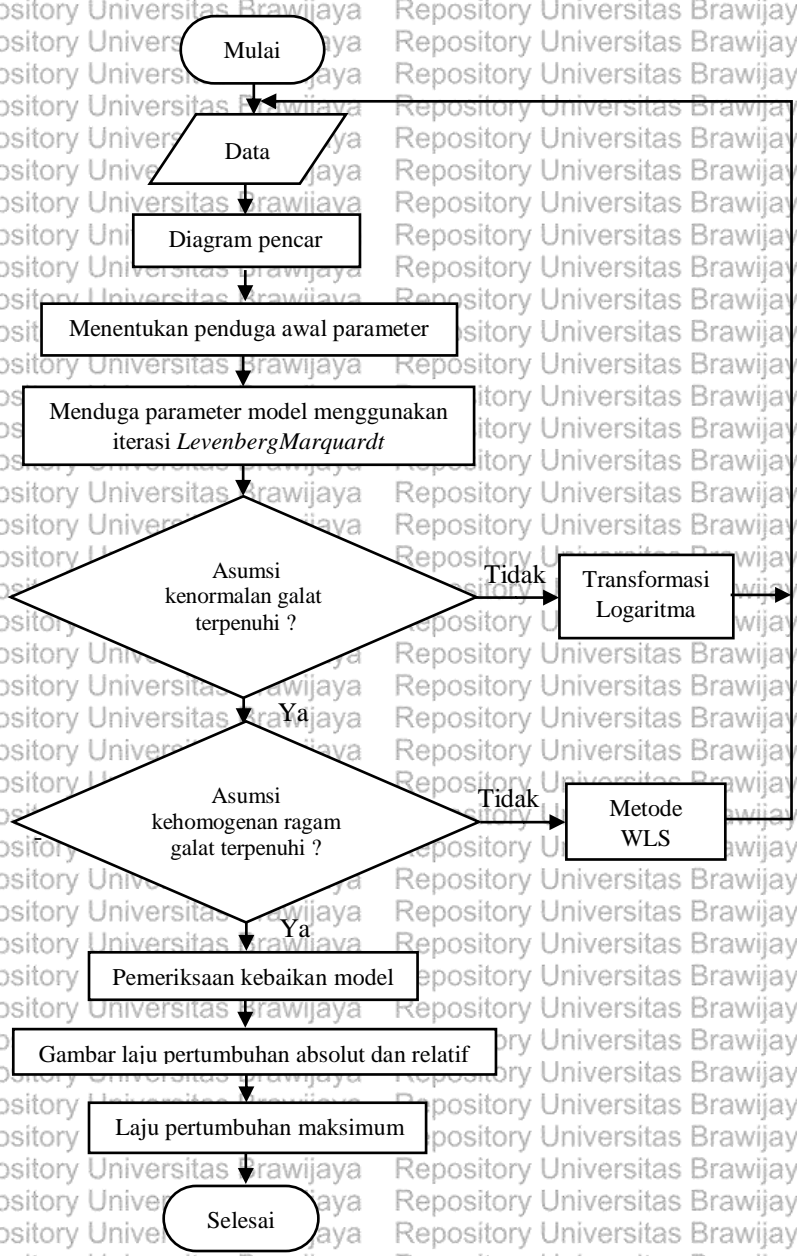
4. Melakukan pengujian asumsi kenormalan galat atau sisaan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* berdasarkan persamaan (2.34) dan asumsi kehomogenan ragam galat atau sisaan menggunakan uji *Szroeter* berdasarkan persamaan (2.35). Apabila asumsi tidak terpenuhi maka perlu dilakukan transformasi.

5. Memeriksa kebaikan model menggunakan R^2 berdasarkan persamaan (2.36) dan memilih model terbaik menggunakan AIC_c berdasarkan persamaan (2.38).

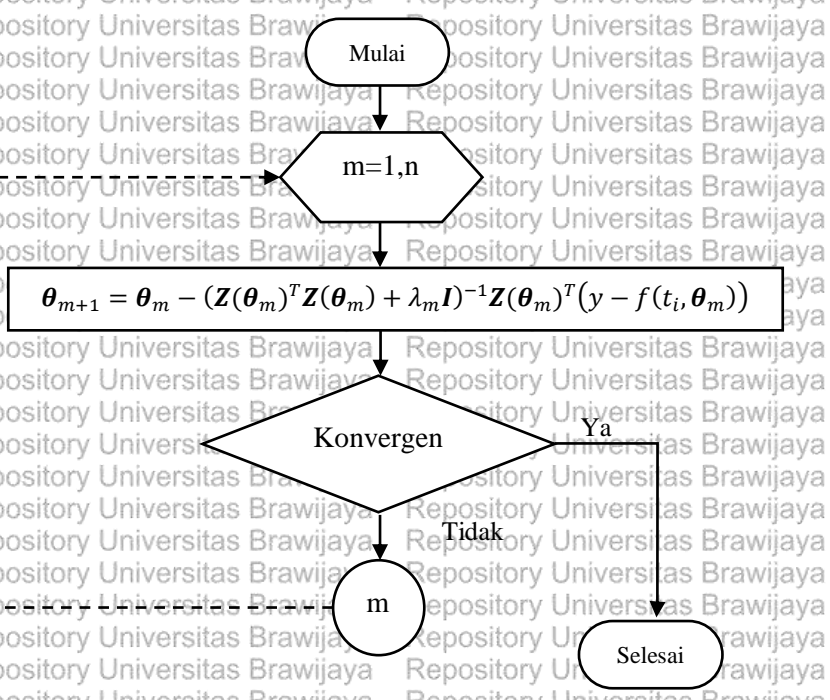
6. Menghitung laju pertumbuhan absolut dan relatif tanaman cabai rawit sesuai persamaan (2.10) dan (2.11) untuk model *Lomolino*, persamaan (2.15) dan (2.16) untuk model *Bridges*.

7. Menentukan waktu terjadinya laju pertumbuhan maksimum masing-masing model pertumbuhan sesuai persamaan (2.12) dan (2.13) untuk model *Lomolino*, persamaan (2.17) dan (2.18) untuk model *Bridges*.

Diagram alir metode analisis dan iterasi *Levenberg-Marquardt* disajikan pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2. Analisis data dilakukan dengan menggunakan *Microsoft Excel 2013* dan *SPSS 20*.



Gambar 3.1. Diagram alir metode analisis



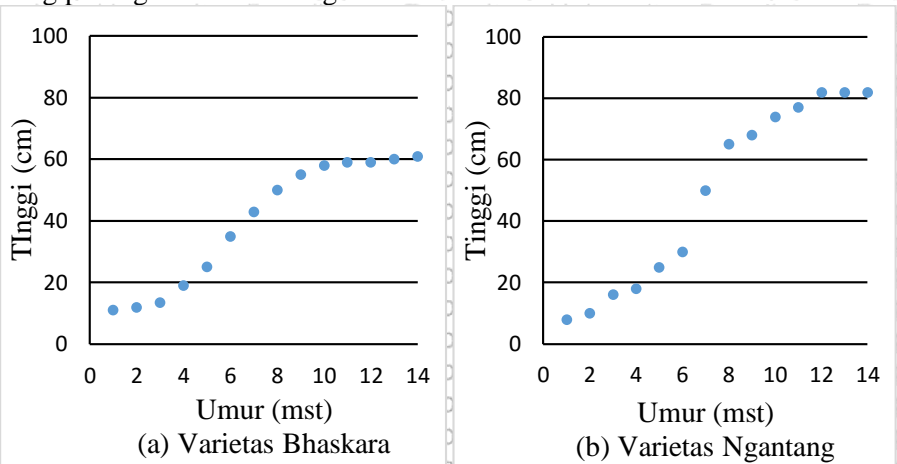
Gambar 3.2. Diagram alir iterasi *Levenberg-Marquardt*



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagram Pencar

Diagram pencar tinggi tanaman cabai rawit varietas Bhaskara dan Ngantang (cm) terhadap umur (mst) dengan dosis pupuk urea 22 g/pot digambarkan sebagai berikut.



Gambar 4.1. Diagram pencar tinggi tanaman cabai rawit (cm) terhadap umur (mst): (a) Varietas Bhaskara (b) Varietas Ngantang

Pertumbuhan cabai rawit varietas Bhaskara dan Ngantang cenderung lambat pada umur 1-4 mst dan 11-14 mst namun pada umur 5-10 mst pertumbuhan relatif cepat. Berdasarkan Gambar 4.1 pertumbuhan tinggi tanaman dua varietas cabai rawit membentuk pola sigmoid sehingga diharapkan model pertumbuhan *Lomolino* dan *Bridges* dapat menggambarkan pola pertumbuhan tanaman cabai rawit dengan baik.

4.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier

Pendugaan parameter model regresi nonlinier menggunakan iterasi *Levenberg-Marquardt*. Pada proses iterasi tersebut diperlukan penduga awal. Langkah-langkah perhitungan penduga awal parameter disajikan pada Lampiran 3.

Kedua model memiliki empat parameter, untuk model *Lomolino* yaitu d (tinggi awal), a (tinggi maksimum), c (parameter laju pertumbuhan) dan b (parameter titik belok) sedangkan Y_0 (tinggi awal), A (tinggi maksimum), a (parameter laju pertumbuhan) dan v (parameter konstanta alometri) untuk model *Bridges*. Penduga awal parameter yang akan digunakan untuk iterasi *Levenberg-Marquardt* disajikan secara ringkas pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Penduga Awal Parameter

Model	Parameter	Varietas	
		Bhaskara	Ngantang
<i>Lomolino</i>	a	61	82
	d	11	8
	c	5.7564	8
	b	39.7013	13.2627
<i>Bridges</i>	A	61	82
	Y_0	11	8
	a	2.7892	2.6049
	v	0.0024	0.0041

Iterasi *Levenberg-Marquardt* dilakukan sampai menghasilkan penduga parameter yang konvergen. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada Lampiran 4 dan disajikan secara ringkas pada Tabel 4.2. Penduga hasil iterasi digunakan untuk membentuk model pertumbuhan yang disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.2. Penduga Parameter

Model	Parameter	Varietas	
		Bhaskara	Ngantang
<i>Lomolino</i>	a	62.294	84.504
	d	11.624	11.455
	c	6.205	6.915
	b	89.669	167.509
<i>Bridges</i>	A	49.235	71.456
	Y_0	10.682	9.747
	a	3.164	3.460
	v	0.002	0.001

Tabel 4.3. Model *Lomolino* dan *Bridges*

Model	Varietas	Model
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	$g(t) = \frac{62.294 - 11.624}{1 + 89.669 \ln\left(\frac{6.205}{t}\right)} + 11.624$
	Ngantang	$g(t) = \frac{84.504 - 11.455}{1 + 167.509 \ln\left(\frac{6.915}{t}\right)} + 11.455$
<i>Bridges</i>	Bhaskara	$Y_t = 10.682 + 49.235(1 - e^{(-0.002t^{3.164}}))$
	Ngantang	$Y_t = 9.747 + 71.456(1 - e^{(-0.001t^{3460}}))$

Pada tanaman cabai rawit varietas Bhaskara, model *Lomolino* menduga tinggi awal tanaman tersebut adalah 11.624 cm, tinggi maksimum mencapai 62.294 cm, parameter laju pertumbuhan sebesar 6.205 dan parameter yang menentukan bentuk sigmoid sebesar 89.669. Pada model *Bridges*, tinggi awal tanaman tersebut adalah 10.682 cm, tinggi maksimum mencapai 49.235 cm, parameter laju pertumbuhan sebesar 3.164 dan parameter yang menentukan bentuk sigmoid sebesar 0.002.

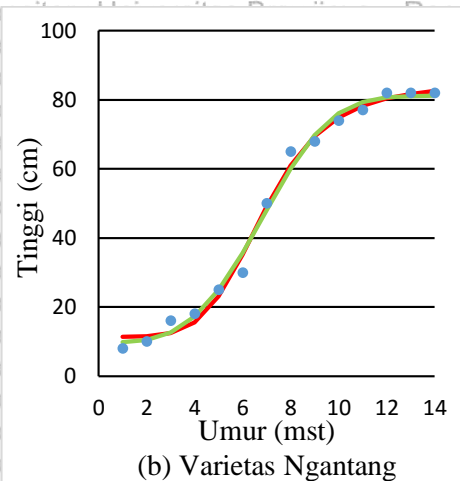
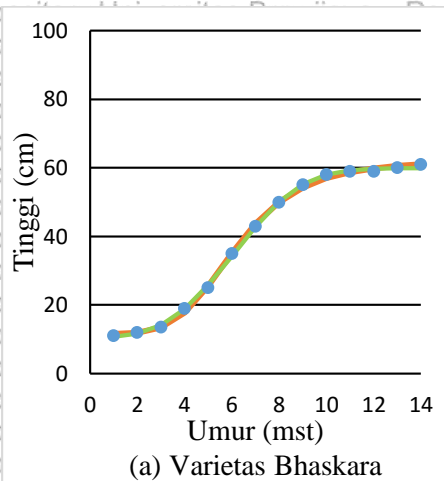
Tanaman cabai rawit varietas Ngantang lebih tinggi dibandingkan dengan cabai rawit varietas Bhaskara karena dua varietas tersebut memiliki karakteristik genetik yang berbeda. Setiap varietas tanaman selalu terdapat perbedaan respon genotip pada berbagai kondisi lingkungan tempat tumbuhnya. Hal ini memberikan pengaruh pada penampilan genotip dari setiap varietas terhadap lingkungan sehingga menyebabkan pertumbuhan dari masing-masing varietas berbeda.

Tabel 4.4. memperlihatkan tinggi tanaman cabai rawit hasil pengamatan dan hasil prediksi model. Prediksi model *Lomolino* dan *Bridges* pada varietas Bhaskara memiliki selisih awal tanam dengan tinggi maksimum yang dicapai sekitar 49 cm. Begitu pula pada varietas Ngantang, prediksi dua model tersebut menghasilkan selisih yang sama yaitu sekitar 71 cm. Secara keseluruhan hasil pendugaan dari kedua model mendekati hasil pengamatan tinggi tanaman cabai rawit.

Tabel 4.4. Tinggi Cabai Rawit Amatan dan Prediksi Model (cm)

t (mst)	Varietas Bhaskara			Varietas Ngantang		
	Y(t)	Prediksi Model		Y(t)	Prediksi Model	
		<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>		<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>
1	11.0	11.64	10.79	8.0	11.46	9.81
2	12.0	11.93	11.66	10.0	11.58	10.46
3	13.5	13.48	14.13	16.0	12.46	12.61
4	19.0	17.8	18.81	18.0	15.63	17.23
5	25.0	25.55	25.75	25.0	23.12	24.97
6	35.0	35.05	34.22	30.0	35.26	35.64
7	43.0	43.66	42.85	50.0	49.12	48.03
8	50.0	50.04	50.13	65.0	61.01	60.06
9	55.0	54.28	55.2	68.0	69.46	69.75
10	58.0	56.99	58.05	74.0	74.91	76.08
11	59.0	58.71	59.33	77.0	78.3	79.37
12	59.0	59.81	59.77	82.0	80.4	80.7
13	60.0	60.54	59.89	82.0	81.73	81.1
14	61.0	61.02	59.91	82.0	82.58	81.19

Gambar 4.2. menggambarkan pola tinggi tanaman cabai rawit amatan dan prediksi dari model *Lomolino* dan *Bridges*. Dari gambar dapat dilihat hasil pengamatan dan penduga model berhimpit yang menunjukkan bahwa model dapat menduga tinggi tanaman cabai rawit dengan baik.



Keterangan: ● Hasil Pengamatan
 — Prediksi Model *Lomolino*
 — Prediksi Model *Bridges*

Gambar 4.2. Diagram Pencar Tinggi Cabai Rawit Hasil Pengamatan dan Prediksi Model terhadap Umur.

4.3 Pengujian Asumsi

4.3.1 Asumsi Kenormalan Galat

Pengujian kenormalan galat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil pengujian kenormalan galat disajikan pada Lampiran 6 dan secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5. Hasil Pengujian Kenormalan Galat

Model	Varietas	Nilai p	Keputusan	Kesimpulan
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	0.799	Terima H_0 pada $\alpha = 0.05$	Galat menyebarkan Normal
	Ngantang	0.974		
<i>Bridges</i>	Bhaskara	0.961		
	Ngantang	0.993		

Karena nilai $p > \alpha (0.05)$ maka H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa galat untuk semua model menyebar normal.



4.3.2 Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Pengujian kehomogenan ragam galat dilakukan dengan uji *Szroeter*. Perhitungan uji *Szroeter* disajikan pada Lampiran 7 dan secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6. Hasil Pengujian Kehomogenan Ragam Galat

Model	Varietas	Nilai Q	$Z\alpha/2$	Keputusan	Kesimpulan
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	-0.06	1.96	Terima H_0	Ragam Galat Homogen
	Ngantang	-1.38			
<i>Bridges</i>	Bhaskara	1.02			
	Ngantang	-0.44			

Karena semua nilai $-1.96 \leq Q \leq 1.96$ maka H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa ragam galat untuk semua model homogen.

4.4 Pemeriksaan Kebaikan Model

Indikator kebaikan model adalah R^2 dan AIC_c . Model dengan nilai R^2 paling tinggi dan nilai AIC_c paling rendah merupakan model terbaik. Perhitungan nilai R^2 dan AIC_c disajikan pada Lampiran 8 dan secara ringkas dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7. Nilai R^2 dan AIC_c

Model	Varietas	R^2	AIC_c
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	0.999	-1.53
	Ngantang	0.992	38.20
<i>Bridges</i>	Bhaskara	0.999	-6.07
	Ngantang	0.992	38.79

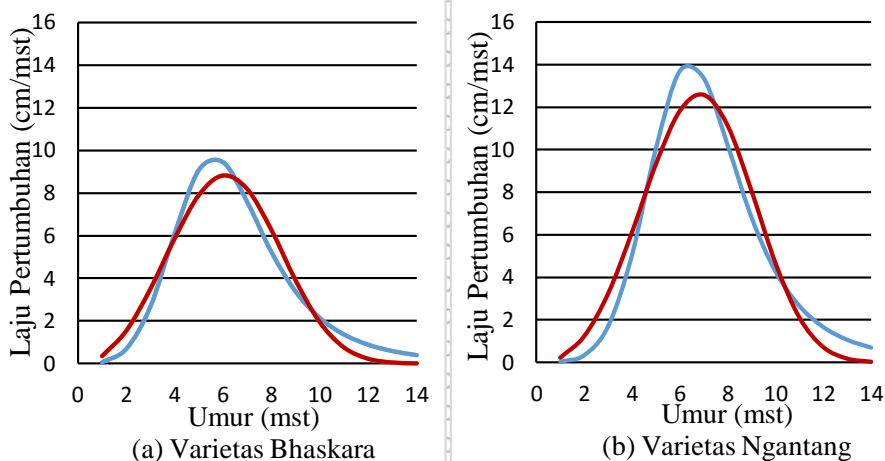
Nilai R^2 kedua model pada varietas Bhaskara dan Ngantang sama yaitu 99%, maka model *Lomolino* dan *Bridges* hampir sempurna menjelaskan pertumbuhan cabai rawit. Untuk menentukan model yang lebih baik dapat menggunakan indikator AIC_c minimum. Pada varietas Bhaskara, kedua model pertumbuhan menghasilkan nilai AIC_c lebih kecil dibandingkan varietas Ngantang. Hal ini menunjukkan bahwa

model *Lomolino* dan *Bridges* lebih baik menjelaskan pola pertumbuhan tanaman cabai rawit varietas Bhaskara.

4.5 Laju Pertumbuhan

4.5.1 Laju Pertumbuhan Absolut

Laju pertumbuhan absolut berdasarkan turunan pertama model menurut persamaan (2.10) dan (2.15), menghasilkan kurva berikut.



Keterangan: — Model *Lomolino*
— Model *Bridges*

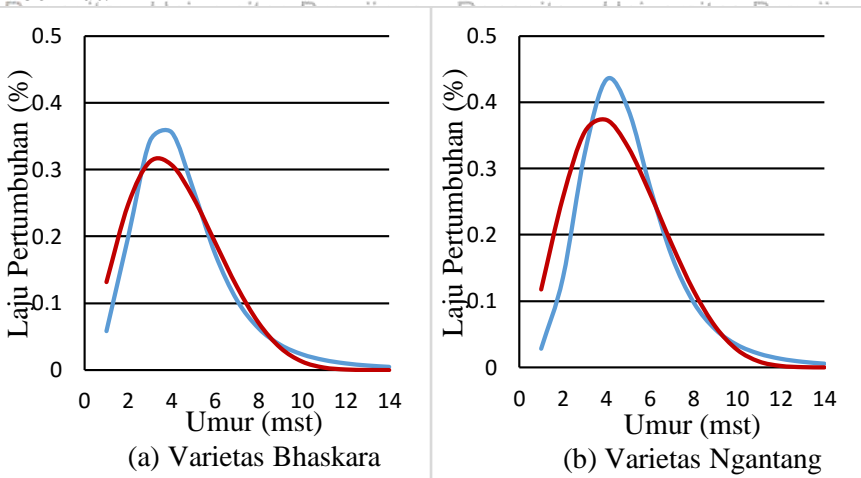
Gambar 4.3. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut (a) Varietas Bhaskara (b) Varietas Ngantang

Gambar 4.3. menunjukkan perubahan kenaikan tinggi tanaman cabai rawit setiap minggu. Pada kedua model perubahan kenaikan tinggi tanaman meningkat pada minggu pertama hingga mencapai titik maksimum kemudian semakin menurun seiring bertambahnya umur tanaman sampai mendekati titik nol yang menunjukkan tanaman cabai rawit tidak mengalami penambahan tinggi. Pada model *Lomolino* dan *Bridges*, varietas Bhaskara mengalami pertumbuhan maksimum lebih cepat dibandingkan varietas Ngantang yaitu terjadi pada minggu ke-5 sampai 6 setelah tanam dengan laju pertumbuhan sebesar 9.4 cm/mst dan 8.8 cm/mst sedangkan pertumbuhan maksimum untuk varietas

Ngantang terjadi pada minggu ke-6 sampai 7 setelah tanam dengan laju pertumbuhan sebesar 13.7 cm/mst dan 12.6 cm/mst. Laju pertumbuhan absolut pada cabai rawit varietas Bhaskara lebih cepat mencapai titik maksimum dari pada varietas Ngantang.

4.5.2 Laju Pertumbuhan Relatif

Laju pertumbuhan relatif merupakan perubahan laju pertumbuhan setiap satuan waktu (Hunt, 2003). Laju pertumbuhan relatif menurut persamaan (2.11) dan (2.16) menghasilkan kurva berikut.



Keterangan: — Model *Lomolino*
— Model *Bridges*

Gambar 4.4. Kurva Laju Pertumbuhan Relatif (a) Varietas Bhaskara (b) Varietas Ngantang

Gambar 4.4. menunjukkan persen perubahan laju pertumbuhan tanaman cabai rawit setiap minggu. Pada kedua model untuk varietas Bhaskara dan Ngantang laju pertumbuhan meningkat pada awal pertumbuhan sampai minggu ke-4 setelah tanam, kemudian terus menurun hingga minggu ke-14 setelah tanam sampai mendekati titik nol yang menunjukkan pertumbuhan berhenti atau tanaman cabai rawit tidak mengalami penambahan tinggi. Hasil penelitian ini seperti

hasil penelitian Olayinka *et al.* (2009) yang menunjukkan bahwa laju pertumbuhan tanaman tomat meningkat pada awal pertumbuhan, kemudian mengalami penurunan dari minggu ke 6 sampai 10 setelah tanam.

4.5.3 Laju Pertumbuhan Maksimum

Laju pertumbuhan maksimum pada model *Lomolino* dan *Bridges* terjadi saat titik belok (t^*). Perhitungan laju pertumbuhan maksimum berdasarkan persamaan (2.12) dan (2.13) untuk model *Lomolino* sedangkan untuk model *Bridges* berdasarkan persamaan (2.17) dan (2.18). Laju pertumbuhan maksimum cabai rawit disajikan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8. Laju Pertumbuhan Maksimum

Model	Varietas	Umur (mst)	Tinggi (cm)
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	5.6	31.3
	Ngantang	6.4	40.8
<i>Bridges</i>	Bhaskara	6.3	35.1
	Ngantang	6.7	46.1

Tabel 4.8. menunjukkan pertumbuhan maksimum tanaman cabai rawit pada model *Lomolino* dan *Bridges* terjadi pada minggu ke-6 sampai 7 setelah tanam dengan tinggi 31-46 cm. Semakin cepat tanaman mencapai pertumbuhan maksimum maka tanaman tersebut akan lebih cepat panen. Cabai rawit varietas Bhaskara mencapai pertumbuhan maksimum lebih awal dibandingkan varietas Ngantang karena cabai rawit varietas Bhaskara merupakan cabai hibrida yang dihasilkan melalui proses persilangan dua induk tanaman yang terpilih sehingga turunannya mempunyai sifat lebih unggul (Rukmana, 1996). Waktu efektif pertumbuhan terjadi saat laju pertumbuhan maksimum, sehingga sebelum laju pertumbuhan maksimum tercapai dapat dilakukan perawatan intensif seperti pemupukan dan pemberian hormon atau zat perangsang tumbuh yang tepat agar memaksimalkan pertumbuhan tanaman cabai rawit.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. Model *Lomolino* dan *Bridges* dapat menjelaskan pola pertumbuhan cabai rawit ditinjau dari nilai R^2 .
2. Berdasarkan nilai AIC_c , model *Lomolino* dan *Bridges* dapat menjelaskan pertumbuhan cabai rawit varietas Bhaskara lebih baik dibandingkan pada varietas Ngantang.
3. Kurva laju pertumbuhan absolut cabai rawit varietas Bhaskara pada model *Lomolino* dan *Bridges* lebih cepat mencapai maksimum yaitu terjadi pada minggu ke-5 sampai minggu ke-6 setelah tanam dan berdasarkan kurva laju pertumbuhan relatif, laju pertumbuhan cabai rawit pada kedua model meningkat pada awal pertumbuhan sampai minggu ke-4 setelah tanam.
4. Laju pertumbuhan maksimum cabai rawit varietas Bhaskara dan Ngantang terjadi pada minggu ke-6 sampai minggu ke-7 setelah tanam.

5.2 Saran

1. Sebaiknya menggunakan model *Bridges* untuk menjelaskan pertumbuhan cabai rawit karena model *Bridges* lebih sederhana.
2. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan informasi untuk menambah *database* tentang cabai rawit varietas Bhaskara dan varietas Ngantang.
3. Penulis menyadari bahwa masih terdapat kekurangan pada hasil penelitian ini yaitu pada kurva laju pertumbuhan relatif tidak mengalami penurunan dari awal pertumbuhan (1 mst). Oleh karena itu, untuk peneliti lain disarankan menerapkan model *Lomolino* dan *Bridges* pada data pertumbuhan lain untuk mengkaji kembali bentuk kurva laju pertumbuhan relatif.

DAFTAR PUSTAKA

- Algifari. 2009. *Analisis Regresi (Edisi 2)*. BPFE: Yogyakarta.
- Biswas, S., S. Ahmad, M. K. J. Molla, K. Hirose, dan M. Nasser. 2008. Kolmogorov-Smirnov Test in Text-Dependent Automatic Speaker Identification. *Engineering Letter*, 16:4.
- Bridges, T. C., L. W. Turner, R. S. Gates, dan E. M. Smith. 2000. Relativity of Growth in Laboratory and Farm Animals: Representation of Physiological Age and The Growth Rate Time Constant. *American Society of Agricultural Engineers*. 43(6): 1803-1810.
- Carstens, P. D., A. R. Sharifi, T. S. Brand, dan L. C. Hoffman. 2014. The Growth Response of Ostrich (*Struthio camelus var. Domesticus*) Chicks Fed on Diets With Three Different Dietary Protein and Amino Acid Concentrations. *British Poultry Science*. 55(4): 1-8.
- Dufour, J. M., L. Khalaf, J. T. Bernand, dan L. Genest. 2001. Simulation-based Finite-sample Tests for Heterokedasticity and ARCH Effects. *Journal of Econometrics*. 01: 1-48.
- Faridi, A., D. Murawska, A. Golian, M. Mottaghtalab, A. Gitoee, S. Lopez, dan J. France. 2014. Alternative growth functions for predicting body, carcass, and breast weight in ducks: lomolino equation and extreme value functions. *Journal Poultry science*. 93:1031-1042.
- Fekedulegn, D., M. Siurtain, dan J.J. Colbert. 1999. Parameter estimation of nonlinear growth model in forestry. *Silva Fennica*. 33(4): 327-336.
- France, J., dan E. Kebreab. 2008. *Mathematical Modeling in Animal Nutrition*. CAB International, Amerika Serikat.

Gavin, H. P. 2015. *The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems*. Departement of Civil and Enviromental Engineering, Duke University.
<http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/lm.pdf>.
Diakses:16 Desember 2015.

Gujarati, D. N. dan D. C. Porter, 2012. *Dasar-dasar Ekonometrika (Edisi 5)*. Alih Bahasa: Raden Carlos Mangunsong, Salemba Empat, Jakarta.

Hunt, R. 2003. *Growth Analysis, Individual Plants*. University of Sheffield, London.
http://people.exeter.ac.uk/rh203/EAPS_article.pdf. Diakses: 16 Desember 2015.

Liu, Z., F. Ning, Z. Du, C. Yang, J. Fu, X. Wang, dan X. Bai. 2011. Modeling Growth of Five Different Colour Types of Mink. *South African journal of Animal Science*. 41(2):116-125.

Lomolino, M.V. 2000. Ecology's most General, yet protean pattern: the species-area relationship. *Journal biogeography*. 27: 17-26.

Mubarakah N. 2015. *Kadar Capsaicin Dua Varietas Cabai Rawit (Capsicum frutescens L.) Sebagai Respon Pengaruh Dosis Pupuk Nitrogen*. Skripsi, Universitas Jember.

Muslikah. 2014. *Perbandingan model pertumbuhan Bridges dan Richards untuk menjelaskan pola pertumbuhan kacang hijau (Vigna radiata L.)*. Skripsi, Universitas Brawijaya.

Myhrvold, N. P. 2013. Revisiting the estimation of dinosaur growth rates, Supporting Information for Revisiting the estimation of dinosaur growth. *Journal Plos one*. 8(12):1-71.

Olayinka, B. U., K. S. Olorunmaye, dan E. O. Etejere. 2009. Influence of Metolachlor on Physiological-Growth Character of Tomato (*Lycorpesicon esculentum* L.). *Ethnobotanical Leaflets*. 13: 1288-1294.

Panik, M. J. 2014. *Growth Curve Modeling, Theory and Application*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.

Rukmana, R. 1996. *Usaha Tani Cabai Hibrida Sistem Mulsa Plastik*. Kanisius: Yogyakarta.

_____. 2002. *Usaha Tani Cabai Rawit*. Kanisius: Yogyakarta.

Sanjoyo, 2006. *Non-Linier Estimation*.

<http://mhs.blog.ui.ac.id/sanj55/files/2008/11/non-linier.pdf>

Diakses: 20 Desember 2015.

Seber, G. A. F. dan C. J. Wild. 2003. *Nonlinier Regression*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.

Tutorvista. 2015. *Plant Growth and Movements, Growth Curve*.

<http://www.tutorvista.com/content/biology/biology-iv/plant-growth-movements/growth-curve.php>. Diakses: 21 Desember 2015.

Venables, W. N., dan B. D. Ripley. 2002. *Statistics and Computing, Modern Applied Statistics with S (Fourth Edition)*.

Lampiran 1. Tinggi tanaman Cabai Rawit (*Capsicum frutescens* L.)

Umur (mst)	Tinggi Tanaman (cm)	
	T1	T2
1	11,0	8,0
2	12,0	10,0
3	13,5	16,0
4	19,0	18,0
5	25,0	25,0
6	35,0	30,0
7	43,0	50,0
8	50,0	65,0
9	55,0	68,0
10	58,0	74,0
11	59,0	77,0
12	59,0	82,0
13	60,0	82,0
14	61,0	82,0

Keterangan :

mst : Minggu Setelah Tanam.

T1 : Cabai rawit Varietas Bhaskara (V_1) dengan dosis pupuk urea 100 kg/ha (U_1).

T2 : Cabai rawit Varietas Ngantang (V_2) dengan dosis pupuk urea 100 kg/ha (U_1).

Lampiran 2. Turunan Pertama dan Kedua Model *Lomolino* dan *Bridges*

1. Model *Lomolino*

$$g(t) = \frac{a-d}{1+b^{\ln(\frac{c}{t})}} + d$$

a. Turunan pertama terhadap t

$$g(t) = a - d \times \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-1}$$

Misal : $u = a - d$

$$v = \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-1}$$

$$u' = 0$$

$$v' = -1 \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-2} \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right) \left(\frac{t}{c}\right) (-ct^{-2})$$

$$\frac{dg(t)}{dt} = u'v + uv'$$

$$= \left[0 \times \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-1}\right]$$

$$+ \left[(a-d)(-1) \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-2} \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right) \left(\frac{t}{c}\right) (-ct^{-2})\right]$$

$$= (a-d)(-1) \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-2} \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right) \left(\frac{t}{c}\right) (-ct^{-2})$$

$$= (a-d) \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^{-2} \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right) \left(\frac{1}{t}\right)$$

$$\underline{= \frac{(a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right)}{t \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^2}}$$

b. Turunan Kedua terhadap t

Misal : $u = (a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right)$

$$v = t \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}\right)^2$$

$$u' = (a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b)\right)^2 (-t^{-1})$$

Lampiran 2. (Lanjutan).

$$\begin{aligned}
 v' &= \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 - 2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln b\right) \\
 \frac{d^2g(t)}{d^2t} &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\
 &= \frac{\left[\left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(\ln(b)\right)^2\left(-t^{-1}\right) \times t\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 \right] - \left[\left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right) \times \left[\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 - 2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln b\right) \right] \right]}{t^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^4} \\
 &= \frac{-\left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(\ln(b)\right)^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 - \left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 + \left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln b\right)}{t^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^4} \\
 &= \frac{-\left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)\left(\ln(b)\right)^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 - \left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^2 + 2\left(a - d\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)}{t^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^4} \\
 &= \frac{\left[-\ln(b)\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right) - \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right) + 2\left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b)\right)\right]}{t^2\left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)}\right)^4}
 \end{aligned}$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 & (a-d) \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \\
 & = \frac{\left[-\ln(b) \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) - \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) + 2 \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \right]}{t^2 \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right)^3} \\
 & (a-d) \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \\
 & = \frac{\left[-\ln(b) - \ln(b) \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) - 1 - b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} + 2 \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \right]}{t^2 \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right)^3} \\
 & (a-d) \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \\
 & = \frac{\left[-\ln(b) + \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) - 1 - b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right]}{t^2 \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right)^3}
 \end{aligned}$$

c. Waktu laju pertumbuhan maksimum

$$\begin{aligned}
 & (a-d) \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) \\
 & \frac{d^2 g(t)}{d^2 t} = \frac{\left[-\ln(b) + \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) - 1 - b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right]}{t^2 \left(1 + b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right)^3} \\
 & 0 = -\ln(b) + \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) - 1 - b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \\
 & \ln(b) + 1 = \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \ln(b) \right) - b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \\
 & \ln(b) + 1 = \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) (\ln(b) - 1) \\
 & \frac{\ln(b) + 1}{\ln(b) - 1} = \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) \\
 & \left(b^{\ln\left(\frac{c}{t}\right)} \right) = \frac{(\ln(b) + 1)}{(\ln(b) - 1)} \\
 & (\ln(b) \ln t = \ln \left(\frac{(\ln(b) + 1)}{(\ln(b) - 1)} \right)
 \end{aligned}$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

$$\ln t = \frac{\ln\left(\frac{(b^{\ln(c)})\ln(b) - 1}{\ln(b) + 1}\right)}{\ln b}$$

$$t^* = e^{\frac{\ln\left(\frac{(b^{\ln(c)})\ln(b) - 1}{\ln(b) + 1}\right)}{\ln b}}$$

$$t^* = \left(\frac{(b^{\ln(c)})\ln(b) - 1}{(\ln(b) + 1)}\right)^{\frac{1}{\ln(b)}}$$

d. Laju pertumbuhan maksimum

Mensubstitusikan t^* ke persamaan $g(t) = \frac{a+d}{1+b^{\ln(\frac{c}{t})}} + d$

$$g(t^*) = \frac{a-d}{1+b^{\ln(\frac{c}{t^*})}} + d$$

$$g(t^*) = \frac{a-d}{1+b^{\ln\left(\frac{c}{\left(\frac{(b^{\ln(c)})\ln(b) - 1}{(\ln(b) + 1)}\right)^{\frac{1}{\ln(b)}}}\right)}} + d$$

$$g(t^*) = d + \frac{a-d}{1+b^{\ln\left(\frac{(\ln(b)+1)\ln(b)}{(\ln(b)-1)}\right)}}$$

$$g(t^*) = d + \frac{a-d}{1+b^{\ln\left((\ln(b)-1)^{-\frac{1}{\ln(b)}}\right)}} (\ln(b) + 1)$$

- Turunan parsial terhadap d

$$\frac{\partial g(t)}{\partial d} = 1 - \frac{1}{1+b^{\ln(\frac{c}{t})}}$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

- Turunan parsial terhadap a

$$\frac{\partial g(t)}{\partial a} = \frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t})}}$$

- Turunan parsial terhadap b

$$\frac{\partial g(t)}{\partial b} = - \frac{(a - d) \left(\ln\left(\frac{c}{t}\right) b^{\ln(\frac{c}{t}) - 1} \right)}{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})} \right)^2}$$

- Turunan parsial terhadap c

$$\frac{\partial g(t)}{\partial c} = \frac{(a - d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t})} \ln(b) \right)}{c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t})} \right)^2}$$

2. Model Bridges

$$Y_t = Y_0 + A(1 - e^{-vt^a})$$

- a. Turunan pertama terhadap t

Misal : $u = A$

$$v = (1 - e^{-vt^a})$$

$$u' = 0$$

$$v' = vat^{a-1}(e^{-vt^a})$$

$$\frac{dY(t)}{dt} = u'v + uv'$$

$$= [0(1 - e^{-vt^a})] + [A(vat^{a-1}(e^{-vt^a}))]$$

$$= Avat^{a-1}(e^{-vt^a})$$

- b. Turunan kedua terhadap t

Misal : $u = A$

$$v = vat^{a-1}$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

$$\begin{aligned}
 w &= (e^{-vt^a}) \\
 u' &= 0 \\
 v' &= (a-1)vat^{a-2} \\
 w' &= -vat^{a-1}(e^{-vt^a}) \\
 \frac{d^2Y(t)}{d^2t} &= u'vw + uv'w + uvw' \\
 &= 0 + [A(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] + [Avat^{a-1} - vat^{a-1}(e^{-vt^a})] \\
 &= [A(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] + [A(-(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a}))]
 \end{aligned}$$

c. Waktu laju pertumbuhan maksimum

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2Y(t)}{d^2t} &= [A(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] + [A(-(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a}))] \\
 0 &= [A(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] + [A(-(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a}))] \\
 [A(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] &= -[A(-(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a}))] \\
 [(a-1)vat^{a-2}(e^{-vt^a})] &= [(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a})] \\
 (a-1)vat^{a-2} &= \frac{(v^2a^2t^{2a-2}e^{-vt^a})}{(e^{-vt^a})} \\
 (a-1)vat^{a-2} &= v^2a^2t^{2a-2} \\
 (a-1) &= \frac{v^2a^2t^{2a-2}}{vat^{a-2}} \\
 (a-1) &= \frac{va}{(a-1)} \\
 t^a &= \frac{va}{(a-1)} \\
 t^* &= \left(\frac{va}{(a-1)}\right)^{1/a}
 \end{aligned}$$

d. Laju pertumbuhan maksimum

Mensubstitusikan t^* ke persamaan $Y_t = Y_0 + A(1 - e^{(-vt^a)})$

$$Y_{t^*} = Y_0 + A(1 - e^{(-vt^a)})$$

Lampiran 2. (Lanjutan)

$$Y_{t^*} = Y_0 + A \left(1 - e^{-v \left(\left(\frac{a-1}{va} \right)^{\frac{1}{a}} t \right)^a} \right)$$

$$Y_{t^*} = Y_0 + A \left(1 - e^{-\left(\frac{a-1}{a} \right) t} \right)$$

- Turunan parsial terhadap Y_0

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial Y_0} = 1$$

- Turunan parsial terhadap A

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial A} = 1 - e^{-vt^a}$$

- Turunan parsial terhadap v

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial v} = At^a (e^{-vt^a})$$

- Turunan parsial terhadap a

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial a} = Avt^a \ln(t) e^{-vt^a}$$

Lampiran 3. Penduga Awal Parameter Model *Lomolino* dan *Bridges*

a. Model *Lomolino*

1. Varietas Bhaskara

$$\bullet a = 61 \quad ; \quad d = 11$$

- Menghitung nilai c

Menentukan dua pasang pengamatan $(t, y(t))$, $(2, 12)$ dan

$(10, 58)$ lalu hitung nilai c

$$c = \frac{1}{t_j - t_i} \ln \left(\frac{\exp(a - y_i) - 1}{\exp(a - y_j) - 1} \right)$$
$$= \frac{1}{10 - 2} \ln \left(\frac{\exp(61 - 12) - 1}{\exp(61 - 58) - 1} \right)$$

$$= \frac{1}{8} (46.0510)$$

$$= 5.7564$$

- Menghitung nilai b

$$12 = \frac{61 - 11}{1 + b^{\ln \left(\frac{5.7564}{2} \right)}} + 11$$

$$12 = \frac{50}{1 + b^{1.0572}} + 11$$

$$1 = \frac{50}{1 + b^{1.0572}}$$

$$49 = b^{1.0572}$$

$$b = 39.7013$$

2. Varietas Ngantang

$$\bullet a = 82 \quad ; \quad d = 8$$

- Menghitung nilai c

Menentukan dua pasang pengamatan $(t, y(t))$, $(2, 10)$ dan

$(10, 74)$ lalu hitung nilai c

$$c = \frac{1}{t_j - t_i} \ln \left(\frac{\exp(a - y_i) - 1}{\exp(a - y_j) - 1} \right)$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

$$= \frac{1}{10-2} \ln \left(\frac{\exp(82-10) - 1}{\exp(82-74) - 1} \right)$$

$$= \frac{1}{8} (64.0003)$$

$$= 8$$

- Menghitung nilai b

$$10 = \frac{82}{1 + b \frac{8}{2}} + 8$$

$$10 = \frac{82}{1 + b^{1.3863}} + 11$$

$$2 = \frac{74}{1 + b^{1.3863}}$$

$$36 = b^{1.3863}$$

$$b = 13.2627$$

b. Model Bridges

1. Varietas Bhaskara

- $A = 61$; $Y_0 = 11$

- Menentukan dua pasang pengamatan $(t, y(t))$, $(2, 12)$ dan $(10, 58)$ lalu substitusikan ke dalam model

$$t = 2 \quad Y(2) = 12$$

$$t = 10 \quad Y(2) = 58$$

$$12 = 11 + 61(1 - e^{-v2^a})$$

$$58 = 11 + 61(1 - e^{-v10^a})$$

$$1 = 61(1 - e^{-v2^a})$$

$$47 = 61(1 - e^{-v10^a})$$

$$e^{-v2^a} = 1 - \frac{1}{61}$$

$$e^{-v10^a} = 1 - \frac{47}{61}$$

$$e^{-v2^a} = 0.9836$$

$$e^{-v10^a} = 0.2295$$

$$-v2^a = -0.0165$$

$$-v10^a = -1.4718$$

$$v = \frac{0.0165}{2^a}$$

$$v = \frac{1.4718}{10^a}$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

- Eliminasi kedua persamaan untuk memperoleh nilai a kemudian substitusikan ke salah satu persamaan untuk menghasilkan nilai v

$$\frac{0,0165}{2^a} = \frac{1,4718}{10^a}$$

$$0,2^a = 0,0112$$

$$a = 2,7892$$

$$v = \frac{0,0165}{2^{2,7892}}$$

$$v = 0,0024$$

2. Varietas Ngantang

- $A = 82$; $Y_0 = 8$
- Menentukan dua pasang pengamatan $(t, y(t))$, $(2, 10)$ dan $(10, 74)$ lalu substitusikan ke dalam model

$$t = 2 \quad Y(2) = 10 \qquad t = 10 \quad Y(2) = 74$$

$$10 = 8 + 82(1 - e^{(-v2^a)}) \qquad 74 = 8 + 82(1 - e^{(-v10^a)})$$

$$2 = 82(1 - e^{(-v2^a)}) \qquad 66 = 82(1 - e^{(-v10^a)})$$

$$e^{(-v2^a)} = 1 - \frac{2}{82}$$

$$e^{(-v10^a)} = 1 - \frac{66}{82}$$

$$e^{(-v2^a)} = 0,9756 \qquad e^{(-v10^a)} = 0,1951$$

$$-v2^a = -0,0247 \qquad -v10^a = -1,6341$$

$$v = \frac{0,0247}{2^a} \qquad v = \frac{1,6341}{10^a}$$

- Eliminasi kedua persamaan untuk memperoleh nilai a kemudian substitusikan ke salah satu persamaan untuk menghasilkan nilai v

$$\frac{0,0247}{2^a} = \frac{1,6341}{10^a}$$

$$0,2^a = 0,01511$$

$$a = 2,6049$$

$$v = \frac{0,0247}{2^{2,6049}}$$

$$v = 0,0041$$

Lampiran 4. Hasil Pendugaan Parameter dengan SPSS

a. Model *Lomolino* pada varietas Bhaskara

```
* NonLinear Regression.
MODEL PROGRAM a=61 d=11 c=5.7564 b=39.7013.
COMPUTE PRED = ((a-d) / (1+(b-1)** LN((c/UMUR)))) + d.
NLR.V1
/OUTFILE='C:\Users\Diah\AppData\Local\Temp\spss11072\SPSSFNLR.TMP'
/PRED PRED
/SAVE PRED RESID
/CRITERIA SSSCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
```

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		a	d	c	b
1.0	65,004	61,000	11,000	5,756	39,701
1.1	9,484	62,764	11,719	6,277	62,950
2.0	9,484	62,764	11,719	6,277	62,950
2.1	5,449	62,167	11,616	6,188	84,730
:	:	:	:	:	:
5.0	5,156	62,294	11,623	6,205	89,640
5.1	5,156	62,294	11,624	6,205	89,667
6.0	5,156	62,294	11,624	6,205	89,667
6.1	5,156	62,294	11,624	6,205	89,669

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 12 model evaluations and 6 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSSCON = 1,00E-008.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	27674,094	4	6918,523
Residual	5,156	10	,516
Uncorrected Total	27679,250	14	
Corrected Total	5239,232	13	

Dependent variable: V1

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = ,999.

Lampiran 4. (Lanjutan)

b. Model *Lomolino* pada varietas Ngantang

```
* NonLinear Regression.
MODEL PROGRAM a=82 d=8 c=8 b=13.2627.
COMPUTE PRED_1=((a-d)/(1+(b**LN(c/UMUR))))+d.
NLR V2.
/OUTFILE='C:\Users\Diah\AppData\Local\Temp\spss11072\SPSSFNLR.TMP'
/PRED(PRED_1)
/SAVE PRED RESID
/CRITERIA SCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
```

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		a	d	c	b
1.0	2334,498	82,000	8,000	8,000	13,263
1.1	2039,145	68,218	11,893	4,709	40,954
2.0	2039,145	68,218	11,893	4,709	40,954
2.1	644,406	76,239	8,981	5,983	40,678
3.0	644,406	76,239	8,981	5,983	40,678
:	:	:	:	:	:
11.0	88,143	84,506	11,454	6,915	167,382
11.1	88,143	84,504	11,455	6,915	167,481
12.0	88,143	84,504	11,455	6,915	167,481
12.1	88,143	84,504	11,455	6,915	167,509

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 24 model evaluations and 12 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1,00E-008.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	45106,857	4	11276,714
Residual	88,143	10	8,814
Uncorrected Total	45195,000	14	
Corrected Total	11482,929	13	

Dependent variable: V2

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = ,992.

Lampiran 4. (Lanjutan)

c. Model *Bridges* pada varietas Bhaskara

```
* NonLinear Regression.
MODEL PROGRAM a=61 d=11 c=2,7892 v=0,0024.
COMPUTE PRED_ =d + a*(1 - EXP (-v*(UMUR**c))).
NLR V1
/OUTFILE='C:\Users\Diah\AppData\Local\Temp\spss11072\SPSSFNLR.TMP'
/PRED/PRED_
(SAVE PRED RESID)
/CRITERIA SCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
```

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		a	d	c	v
1.0	376,441	61,000	11,000	2,789	,002
1.1	496,075	48,813	9,592	2,516	,005
1.2	90,051	49,181	10,798	2,859	,003
2.0	90,051	49,181	10,798	2,859	,003
:	:	:	:	:	:
7.0	3,735	49,235	10,682	3,164	,002
7.1	3,735	49,235	10,682	3,164	,002
8.0	3,735	49,235	10,682	3,164	,002
8.1	3,735	49,235	10,682	3,164	,002

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 18 model evaluations and 8 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SCON = 1,00E-008.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	27675,515	4	6918,879
Residual	3,735	10	,373
Uncorrected Total	27679,250	14	
Corrected Total	5239,232	13	

Dependent variable: V1

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = ,999.

Lampiran 4. (Lanjutan).

d. Model *Bridges* pada varietas Ngantang

```
* NonLinear Regression.
MODEL PROGRAM a=82 d=8 c=2.6049 v=0.0041.
COMPUTE PRED =d +( a * (1 - EXP(-v * ( UMUR **c ) ) ) ).
/NLR V2
/OUTFILE='C:\Users\Diah\AppData\Local\Temp\spss11072\SPSSNLR.TMP'
/PRED PRED
/SAVE PRED RESID
/CRITERIA SSCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.
```

Iteration Historyb

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter			
		a	d	c	v
1.0	209,933	82,000	8,000	2,605	,004
1.1	7730,336	69,523	9,374	3,166	,000
1.2	142,301	78,411	7,007	2,638	,004
2.0	142,301	78,411	7,007	2,638	,004
:	:	:	:	:	:
15.0	91,909	71,457	9,747	3,460	,001
15.1	91,909	71,456	9,747	3,460	,001
16.0	91,909	71,456	9,747	3,460	,001
16.1	91,909	71,456	9,747	3,460	,001

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 35 model evaluations and 16 derivative evaluations because the relative reduction between successive residual sums of squares is at most SSCON = 1,00E-008.

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	45103,091	4	11275,773
Residual	91,909	10	9,191
Uncorrected Total	45195,000	14	
Corrected Total	11482,929	13	

Dependent variable: V2

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares) = ,992.

Lampiran 4. (Lanjutan)

selisih dari penduga parameter pada iterasi ke- $(m + 1)$ dan ke- m sebagai berikut :

$$Norm(\theta_{m+1} - \theta_m) = \|\theta_{m+1} - \theta_m\| < \epsilon$$

$$\theta_{m+1} = \begin{bmatrix} a & d \\ c & b \end{bmatrix} \quad \theta_m = \begin{bmatrix} a & d \\ c & b \end{bmatrix}$$

$$\|\theta_{m+1} - \theta_m\| = \sqrt{(a_{m+1} - a_m)^2 + (d_{m+1} - d_m)^2 + (c_{m+1} - c_m)^2 + (b_{m+1} - b_m)^2}$$

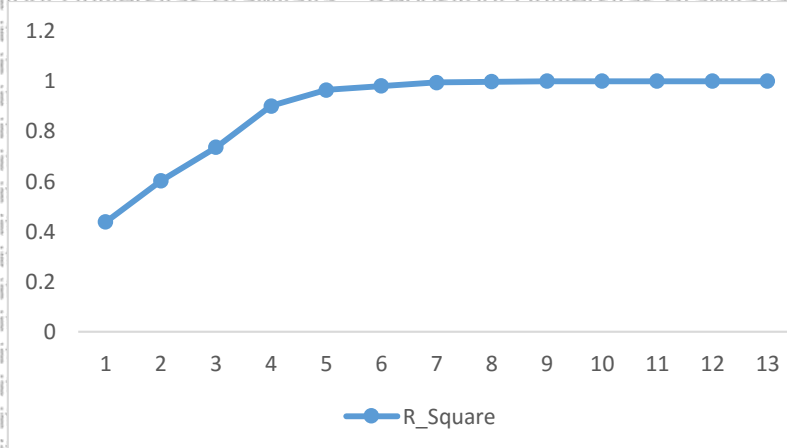
Iterasi	Lomolino Bhaskara	Bridges Bhaskara	Lomolino Ngantang	Bridges Ngantang
$\theta_2 - \theta_1$	23,33252	11,82124	31,34848	3,723741
$\theta_3 - \theta_2$	21,78852	0,438498	8,632574	2,472824
$\theta_4 - \theta_3$	4,369124	0,278158	15,08825	0,202476
$\theta_5 - \theta_4$	0,543182	0,298147	42,25006	0,690597
$\theta_6 - \theta_5$	0,026725	0,009992	34,26098	1,36741
$\theta_7 - \theta_6$		0,005622	26,34714	0,605705
$\theta_8 - \theta_7$		0,000242	11,12523	0,335751
$\theta_9 - \theta_8$			3,896881	0,753823
$\theta_{10} - \theta_9$			1,183698	0,707729
$\theta_{11} - \theta_{10}$			0,345008	0,442902
$\theta_{12} - \theta_{11}$			0,099185	0,109728
$\theta_{13} - \theta_{12}$				0,051812
$\theta_{14} - \theta_{13}$				0,014273
$\theta_{15} - \theta_{14}$				0,00406
$\theta_{16} - \theta_{15}$				0,00107

Lampiran 5. Hasil Pendugaan Parameter tanpa Penduga Awal dengan SPSS

a. Model *Lomolino* pada varietas Bhaskara

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter				R^2	Iterasi $\ \theta_{m+1} - \theta_m\ $
		a	d	c	b		
1.0	2945,773	60,000	11,000	6,000	2,000	0,4377	
2.0	2088,258	67,287	25,895	11,858	5,632	0,6014	17,95742136
3.0	1384,491	71,651	23,690	10,047	5,734	0,7357	5,215040364
4.0	523,945	78,642	16,161	8,239	6,178	0,8999	10,44154787
5.0	188,304	73,543	7,634	6,199	9,327	0,9640	10,62013799
:	:	:	:	:	:	:	:
9.0	8,562	63,153	11,135	6,216	56,128	0,9983	15,64694667
10.0	5,882	62,173	11,622	6,190	80,555	0,9988	24,45151476
11.0	5,160	62,298	11,613	6,203	88,663	0,9990	8,108978912
12.0	5,156	62,295	11,622	6,205	89,608	0,9990	0,945049734
13.0	5,156	62,294	11,624	6,205	89,665	0,9990	0,057043843

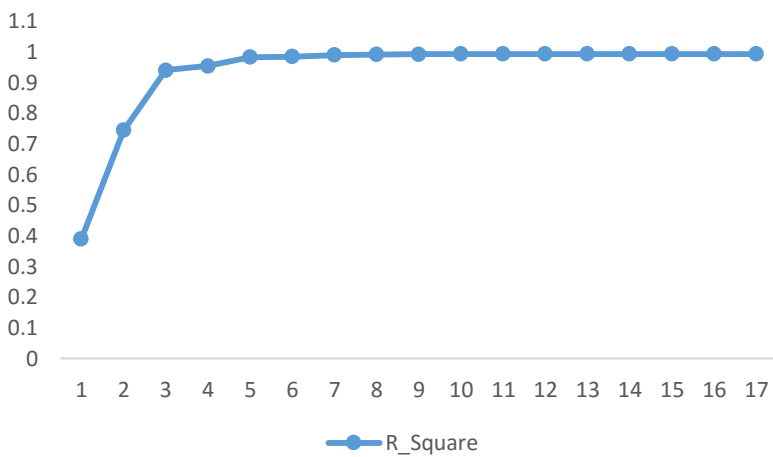


Lampiran 5. (Lanjutan)

b. Model *Lomolino* pada varietas Ngantang

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter				R^2	Iterasi $\ \theta_{m+1} - \theta_m\ $
		a	d	c	b		
1.0	7008,747	82,000	8,000	8,800	2,000	0,3896	
2.0	2941,872	98,225	10,072	5,584	4,242	0,7438	16,8200187
3.0	695,663	106,842	,873	7,759	5,882	0,9394	12,89552306
4.0	538,529	96,639	11,311	7,548	11,611	0,9531	15,68180522
5.0	213,734	98,938	7,161	7,448	17,063	0,9813	7,227876936
:	:	:	:	:	:	:	:
13.0	88,145	84,532	11,439	6,916	165,657	0,9923	4,30450392
14.0	88,143	84,512	11,451	6,915	166,979	0,9923	1,322206111
15.0	88,143	84,506	11,454	6,915	167,365	0,9923	0,386058286
16.0	88,143	84,504	11,455	6,915	167,476	0,9923	0,11102252
17.0	88,143	84,504	11,455	6,915	167,508	0,9923	0,032

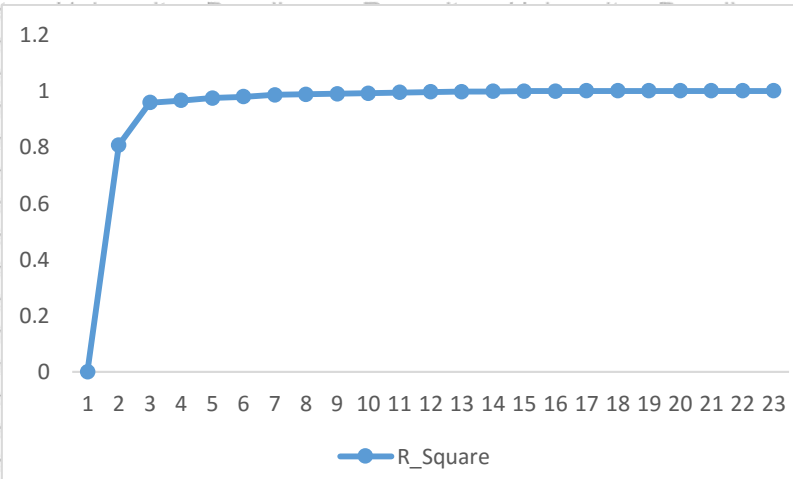


Lampiran 5. (Lanjutan)

c. Model *Bridges* pada varietas Bhaskara

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter				R^2	Iterasi
		a	d	c	v		$\ \theta_{m+1} - \theta_m\ $
1.0	5231,056	60,000	11,000	2,000	,059	0,0015	
2.0	1013,632	51,663	7,924	1,374	,052	0,8065	8,90838201
3.0	222,057	56,674	4,610	1,575	,054	0,9576	6,01108326
4.0	185,078	58,184	4,402	1,580	,050	0,9646	1,52427196
5.0	138,557	60,806	4,022	1,621	,042	0,9735	2,64972244
:	:	:	:	:	:	:	:
19.0	4,699	49,358	10,598	3,123	,002	0,9991	0,63960222
20.0	3,739	49,257	10,670	3,156	,002	0,9992	0,12835108
21.0	3,735	49,237	10,681	3,163	,002	0,9992	0,02387467
22.0	3,735	49,235	10,682	3,164	,002	0,9992	0,00244949
23.0	3,735	49,235	10,682	3,164	,002	0,9992	0

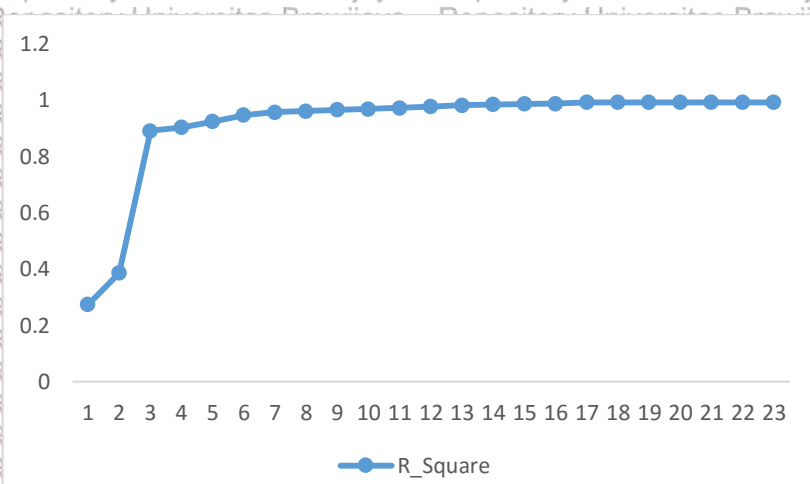


Lampiran 5. (Lanjutan)

d. Model *Bridges* pada varietas Ngantang

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter				R^2	Iterasi $\ \theta_{m+1} - \theta_m\ $
		a	d	c	v		
1.0	8338,375	82,000	8,000	2,000	,050	0,2738	
2.0	7056,135	80,048	1,508	1,003	,071	0,3855	6,852066696
3.0	1256,910	85,758	,441	1,219	,089	0,8905	5,812879579
4.0	1113,026	87,781	-,990	1,239	,085	0,9030	2,478044794
5.0	872,529	92,183	-3,115	1,280	,075	0,9240	4,888252244
:	:	:	:	:	:	:	:
19.0	91,919	71,525	9,715	3,446	,001	0,9919	0,06885492
20.0	91,910	71,474	9,740	3,457	,001	0,9919	0,057853263
21.0	91,909	71,461	9,745	3,459	,001	0,9919	0,014071247
22.0	91,909	71,457	9,746	3,460	,001	0,9919	0,004242641
23.0	91,909	71,456	9,747	3,460	,001	0,9919	0,001414214



Lampiran 6. Hasil Uji Asumsi Kenormalan Galat menggunakan
Kolmogorov-Smirnov

a. Model *Lomolino*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Varietas Bhaskara	Varietas Ngantang
N		14	14
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,0000	,0000
	Std. Deviation	,62980	2,60388
	Absolute	,172	,129
Most Extreme Differences	Positive	,172	,089
	Negative	-,111	-,129
Kolmogorov-Smirnov Z		,645	,482
Asymp. Sig. (2-tailed)		,799	,974

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

b. Model *Bridges*

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Varietas Bhaskara	Varietas Ngantang
N		14	14
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	,0000	,0000
	Std. Deviation	,53599	2,65894
	Absolute	,135	,115
Most Extreme Differences	Positive	,135	,101
	Negative	-,081	-,115
Kolmogorov-Smirnov Z		,505	,429
Asymp. Sig. (2-tailed)		,961	,993

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Lampiran 7. Hasil Uji Asumsi Kehomogenan Ragam Galat dengan J. Szroeter

a. Model *Lomolino* pada varietas Bhaskara

i	Tinggi (cm)	Tinggi Prediksi Model <i>Lomolino</i>	Galat (e_i)	e_i^2	ie_i^2
1	11.0	11.638	-0.638	0.407	0.407
2	12.0	11.934	0.066	0.004	0.009
3	13.5	13.484	0.016	0	0.001
4	19.0	17.804	1.196	1.431	5.724
5	25.0	25.545	-0.545	0.297	1.487
6	35.0	35.051	-0.051	0.003	0.015
7	43.0	43.663	-0.663	0.44	3.079
8	50.0	50.039	-0.039	0.002	0.012
9	55.0	54.281	0.719	0.517	4.654
10	58.0	56.988	1.012	1.025	10.246
11	59.0	58.706	0.294	0.086	0.949
12	59.0	59.811	-0.811	0.658	7.893
13	60.0	60.535	-0.535	0.287	3.728
14	61.0	61.021	-0.021	0	0.006
Total				5.16	38.21

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{6 \times 14}{14^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{38.21}{5.16} - \frac{14+1}{2} \right]$$

$$= -0.062$$

Lampiran 7. (Lanjutan)

b. Model *Lomolino* pada varietas Ngantang

i	Tinggi (cm)	Tinggi Prediksi Model <i>Lomolino</i>	Galat (e)	e^2	ie^2
1	8.0	11.459	-3.459	11.964	11.964
2	10.0	11.582	-1.582	2.504	5.007
3	16.0	12.456	3.544	12.561	37.683
4	18.0	15.629	2.371	5.623	22.492
5	25.0	23.117	1.883	3.544	17.72
6	30.0	35.256	-5.256	27.623	165.74
7	50.0	49.116	0.884	0.781	5.47
8	65.0	61.006	3.994	15.954	127.635
9	68.0	69.456	-1.456	2.121	19.086
10	74.0	74.907	-0.907	0.822	8.22
11	77.0	78.298	-1.298	1.685	18.539
12	82.0	80.404	1.596	2.546	30.556
13	82.0	81.731	0.269	0.073	0.944
14	82.0	82.583	-0.583	0.34	4.765
Total				88.14	475.82

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{6 \times 14}{14^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{475.82}{88.14} - \frac{14+1}{2} \right]$$

$$= -1.379$$

Lampiran 7. (Lanjutan)

c. Model *Bridges* pada varietas Bhaskara

i	Tinggi (cm)	Tinggi Prediksi Model <i>Bridges</i>	Galat (e)	e^2	ie^2
1	11.0	10.792	0.208	0.043	0.043
2	12.0	11.663	0.337	0.114	0.227
3	13.5	14.129	-0.629	0.395	1.186
4	19.0	18.806	0.194	0.038	0.151
5	25.0	25.749	-0.749	0.561	2.803
6	35.0	34.224	0.776	0.602	3.614
7	43.0	42.845	0.155	0.024	0.168
8	50.0	50.134	-0.134	0.018	0.144
9	55.0	55.201	-0.201	0.041	0.365
10	58.0	58.053	-0.053	0.003	0.028
11	59.0	59.328	-0.328	0.108	1.184
12	59.0	59.772	-0.772	0.596	7.156
13	60.0	59.89	0.11	0.012	0.157
14	61.0	59.913	1.087	1.181	16.529
Total				3.73	33.75

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{6 \times 14}{14^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{33.75}{3.73} - \frac{14+1}{2} \right]$$

$$= 1.016$$

Lampiran 7. (Lanjutan)

d. Model *Bridges* pada varietas Ngantang

i	Tinggi (cm)	Tinggi Prediksi Model <i>Bridges</i>	Galat (e)	e^2	ie^2
1	8.0	9.812	-1.812	3.284	3.284
2	10.0	10.462	-0.462	0.213	-0.427
3	16.0	12.611	-3.389	11.489	34.466
4	18.0	17.233	0.767	0.589	2.355
5	25.0	24.966	0.034	0.001	0.006
6	30.0	35.644	-5.644	31.854	191.122
7	50.0	48.026	1.974	3.897	27.282
8	65.0	60.06	4.94	24.399	195.194
9	68.0	69.746	-1.746	3.048	27.434
10	74.0	76.082	-2.082	4.333	43.328
11	77.0	79.374	-2.374	5.636	61.993
12	82.0	80.698	1.302	1.694	20.332
13	82.0	81.099	0.901	0.812	10.55
14	82.0	81.188	0.812	0.66	9.238
Total				91.91	627.01

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{\sum_{i=1}^n ie_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{6 \times 14}{14^2 - 1} \right]^{0.5} \left[\frac{627.01}{91.91} - \frac{14+1}{2} \right]$$

$$= -0.445$$

Lampiran 8. Hasil Perhitungan R^2 dan AIC_c .

a. Perhitungan R^2

$$R^2 = 1 - \frac{JKG}{JKT}$$

Model	Varietas	JKG	JKT	R^2
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	5.16	5239.232	0.9990
	Ngantang	88.14	11482.929	0.9923
<i>Bridges</i>	Bhaskara	3.73	5239.232	0.9992
	Ngantang	91.91	11482.929	0.9919

b. Perhitungan AIC_c

$$AIC = 2p + n \ln JKG - n \ln n$$

$$AIC_c = AIC + \frac{2p(p+1)}{n-p-1}$$

Model	Varietas	JKG	n	p	AIC	AIC_c
<i>Lomolino</i>	Bhaskara	5.16	14	4	-5.97	-1.53
	Ngantang	88.14	14	4	33.76	38.20
<i>Bridges</i>	Bhaskara	3.73	14	4	-10.52	-6.07
	Ngantang	91.91	14	4	34.34	38.79

Lampiran 9. Hasil Perhitungan Laju Pertumbuhan Absolut

Umur (mst)	Laju Pertumbuhan Absolut			
	Varietas Bhaskara		Varietas Ngantang	
	<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>	<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>
1	0.062099	0.348941	0.018721	0.225744
2	0.69252	1.536090	0.324646	1.230778
3	2.684849	3.505058	1.685065	3.235702
4	6.09869	5.864842	5.039217	6.123759
5	9.078579	7.899702	10.03977	9.320927
6	9.438503	8.812756	13.69685	11.82477
7	7.566862	8.172934	13.34717	12.58176
8	5.221996	6.250984	10.20213	11.13561
9	3.370363	3.886787	6.797177	8.062307
10	2.136158	1.929282	4.268111	4.670210
11	1.362805	0.748780	2.642934	2.108585
12	0.884891	0.222171	1.650889	0.720695
13	0.587214	0.049209	1.050708	0.180664
14	0.398558	0.007937	0.683837	0.032114

Lampiran 10. Hasil Perhitungan Laju Pertumbuhan Relatif

Umur (mst)	Laju Pertumbuhan Relatif			
	Varietas Bhaskara		Varietas Ngantang	
	<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>	<i>Lomolino</i>	<i>Bridges</i>
1	0.005336	0.032321	0.001634	0.023006
2	0.058029	0.131666	0.028031	0.117642
3	0.199118	0.248015	0.135285	0.256584
4	0.342559	0.311793	0.322417	0.355349
5	0.355407	0.306749	0.434243	0.373337
6	0.269293	0.257481	0.388447	0.331738
7	0.173306	0.190762	0.271717	0.261973
8	0.104361	0.124712	0.167219	0.185404
9	0.062092	0.070445	0.097858	0.115594
10	0.037485	0.03326	0.056977	0.061384
11	0.023214	0.012636	0.033754	0.026565
12	0.014795	0.003723	0.020532	0.008931
13	0.0097	0.000824	0.012856	0.002228
14	0.006531	0.000133	0.008281	0.000396

Lampiran 1. Penjabaran iterasi *Levenberg-Marquardt*

$$\theta_{m+1} = \theta_m - (Z(\theta_m)^T Z(\theta_m) + \lambda_m I)^{-1} Z(\theta_m)^T (y - f(t_i, \theta_m))$$

a. Model *Lomolino*

$$\begin{bmatrix} d_{m+1} \\ a_{m+1} \\ b_{m+1} \\ c_{m+1} \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})}} & \dots & \frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})}} \\ \frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})}} & \dots & \frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})}} \\ \frac{(a-d) \left(\ln(\frac{c}{t_1}) b^{\ln(\frac{c}{t_1}) - 1} \right)}{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2} & \dots & \frac{(a-d) \left(\ln(\frac{c}{t_n}) b^{\ln(\frac{c}{t_n}) - 1} \right)}{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2} \\ \frac{(a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \ln(b) \right)}{c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2} & \dots & \frac{(a-d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \ln(b) \right)}{c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2} \end{bmatrix}_{(4 \times n)} + \lambda_m I_{(4 \times 4)}$$

Lampiran 1. (Lanjutan)



$\frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})}}$	$\frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})}}$	$\frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})}}$	$\frac{1}{1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})}}$
$(a - d) \left(\ln \left(\frac{c}{t_1} \right) b^{\ln(\frac{c}{t_1}) - 1} \right)$	$(a - d) \left(\ln \left(\frac{c}{t_n} \right) b^{\ln(\frac{c}{t_n}) - 1} \right)$	$(a - d) \left(\ln \left(\frac{c}{t_1} \right) b^{\ln(\frac{c}{t_1}) - 1} \right)$	$(a - d) \left(\ln \left(\frac{c}{t_n} \right) b^{\ln(\frac{c}{t_n}) - 1} \right)$
$\frac{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2}{(a - d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \ln(b) \right)}$	$\frac{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2}{(a - d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \ln(b) \right)}$	$\frac{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2}{(a - d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \ln(b) \right)}$	$\frac{\left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2}{(a - d) \left(b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \ln(b) \right)}$
$c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2$	$c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2$	$c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_1})} \right)^2$	$c \left(1 + b^{\ln(\frac{c}{t_n})} \right)^2$

$\times \begin{bmatrix} y(x_1) - f(x_1, d, a, b, c) \\ \vdots \\ y(x_n) - f(x_n, d, a, b, c) \end{bmatrix}$

$(4 \times n)$

Lampiran 1. (Lanjutan)

b. Model Bridges

$$\begin{bmatrix} Y_{0_{m+1}} \\ A_{m+1} \\ v_{m+1} \\ a_{m+1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_{0_m} \\ A_m \\ v_m \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 - e^{(-vt_1^a)} & \dots & \dots & \dots \\ At^a(e^{-vt_1^a}) & \dots & \dots & \dots \\ Avt^a \ln(t_1)e^{(-vt_1^a)} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 - e^{(-vt_n^a)} & \dots & \dots & \dots \\ At^a(e^{-vt_n^a}) & \dots & \dots & \dots \\ Avt^a \ln(t_n)e^{(-vt_n^a)} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} + \lambda_m I_{(4 \times 4)}$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 - e^{(-vt_1^a)} & \dots & \dots & \dots \\ At^a(e^{-vt_1^a}) & \dots & \dots & \dots \\ Avt^a \ln(t_1)e^{(-vt_1^a)} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y(x_1) - f(x_1, Y_0, A, v, a) \\ \vdots \\ y(x_n) - f(x_n, Y_0, A, v, a) \end{bmatrix}$$