PERAMALAN HARGA SAHAM HARIAN *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) MENGGUNAKAN MODEL *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR – ARCH)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
sarjana sains dalam bidang statistika

oleh :
FADLILAH PRAPTA WIDDA
105090507111011

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014

PERAMALAN HARGA SAHAM HARIAN *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) MENGGUNAKAN MODEL *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR – ARCH)

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
sarjana sains dalam bidang statistika

oleh :
FADLILAH PRAPTA WIDDA
105090507111011

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PERAMALAN HARGA SAHAM HARIAN *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) MENGGUNAKAN MODEL *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR-ARCH)

oleh :
FADLILAH PRAPTA WIDDA
105090507111011

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 27 Januari 2014
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Dosen Pembimbing,

Ir. Heni Kusdarwati, M.Si
NIP. 196112081987012001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Fadlilah Prapta Widda

NIM : 105090507111011

Jurusan : Matematika

Penulisan Skripsi berjudul : PERAMALAN HARGA SAHAM HARIAN *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) MENGGUNAKAN MODEL *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR-ARCH)

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya saya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka skripsi.**
2. **Apabila kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplak, maka saya akan bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 27 Januari 2014
Yang menyatakan

(Fadlilah Prapta Widda)
NIM. 105090507111011

PERAMALAN HARGA SAHAM HARIAN *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) MENGGUNAKAN MODEL *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR-ARCH)

ABSTRAK

Model ARIMA merupakan salah satu model deret waktu linier yang menghendaki terpenuhinya asumsi kehomogenan ragam sisaan, di mana asumsi ini sulit terpenuhi pada data ekonomi karena sering terjadi pengelompokan volatilitas sehingga mengakibatkan terjadinya masalah heteroskedastisitas pada sisaan. Selain heteroskedastisitas, data ekonomi seringkali memiliki karakteristik multimodal. Permasalahan tersebut tidak dapat diatasi menggunakan pemodelan ARIMA ataupun ARCH. Oleh karena itu, dikembangkan suatu model yaitu model MAR – ARCH. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan dan meramalkan data harga saham harian JCI periode 5 Januari 2011 hingga 24 Oktober 2013 menggunakan model MAR-ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$. Model MAR - ARCH yang terbentuk adalah MAR – ARCH $(2;\ 4,4;\ 2,2)$ dan MAR – ARCH $(2;\ 4,4;\ 3,3)$. Namun, pada model MAR – ARCH $(2;\ 4,4;\ 3,3)$ terdapat beberapa parameter yang tidak signifikan sehingga model yang digunakan hanya model MAR – ARCH $(2;\ 4,4;\ 2,2)$. Model MAR – ARCH dengan dua komponen AR dan ARCH tersebut sudah sesuai digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data JCI karena sudah tidak terdapat unsur heteroskedastisitas pada sisaan.

Kata kunci : heteroskedastisitas, multimodal, model MAR, model MAR – ARCH, *Jakarta Composite Index* (JCI)

FORECASTING *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI) DAILY STOCK PRICE WITH *MIXTURE AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY* (MAR-ARCH) MODEL

ABSTRACT

ARIMA model is one of the linier time series model which requires the fulfillment of homogenity assumption, that is the homogenity of residual variance. This assumption is difficult fulfilled in economic data because volatility clustering often occurs, which causes problems in the residual heteroscedasticity. In addition to heteroscedasticity, economic data often have multimodal characteristic. These problems can not be solved using ARIMA modeling or ARCH. Therefore, developed a model that is MAR – ARCH model. This research aims to model and forecast JCI daily stock price data from period January 5th 2011 until October 24th, 2013 using the MAR - ARCH model $(2;\, p_1, p_2;\, q_1, q_2)$. MAR - ARCH model was formed is MAR - ARCH $(2;\ 4,4;\ 2,2)$ and MAR - ARCH $(2;\ 4,4;\ 3,3)$. However, there are some parameters that are not significant in MAR - ARCH (2; 4.4; 3.3) so that used only the MAR - ARCH (2; 4.4; 2.2) model. MAR - ARCH models with two components of the AR and ARCH is appropriate to model and forecast JCI data because there is no heteroscedasticity in the residual.

Key words : heteroscedasticity, multimodal, MAR model, MAR - ARCH model, *JAKARTA COMPOSITE INDEX* (JCI)

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kehadirat Allah SWT atas berkat, rahmat dan hidayah-Nya sehingga Skripsi dengan judul Peramalan Harga Saham Harian *Jakarta Composite Index* (JCI) Menggunakan Model *Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (MAR-ARCH) dapat terselesaikan dengan baik. Dalam penyusunan Skripsi ini, penulis telah banyak dibantu oleh berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Ibu Ir. Heni Kusdarwati, M.Si selaku dosen pembimbing atas waktu dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Ibu Eni Sumarminingsih, S.Si., M.Si selaku dosen penguji I atas saran dan masukan yang telah diberikan.
3. Ibu Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si selaku dosen penguji II atas saran dan masukan yang telah diberikan.
4. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika.
5. Ibu, Ayah, Enya dan seluruh keluarga atas kasih sayang, doa dan dukungannya.
6. Teman-teman statistika 2010, terutama Retno, Imam, Anggun dan Dian K.W, atas kebersamaan, dukungan dan bantuannya.
7. Seluruh staf pengajar Jurusan Matematika atas bantuan dan kerjasamanya
8. Semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian penyusunan skripsi.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, saran ataupun kritik yang membangun akan sangat berguna bagi penulis dalam penulisan ilmiah selanjutnya.

Malang, 27 Januari 2014

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III. METODOLOGI

BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Model deret waktu linier merupakan model deret waktu yang sering digunakan dalam memodelkan data deret waktu. Salah satu model deret waktu linier tersebut yaitu model ARIMA di mana kadang tidak sesuai digunakan pada data ekonomi. Hal ini disebabkan karena model ARIMA menghendaki terpenuhinya asumsi kehomogenan ragam sisaan, tetapi asumsi tersebut sulit terpenuhi pada data ekonomi. Pada data ekonomi sering terjadi pengelompokan volatilitas yaitu perubahan besar (kecil) pada nilai y_t akan diikuti pula dengan perubahan besar (kecil) oleh y_t pada periode berikutnya atau dapat dikatakan bahwa volatilitas yang tinggi (rendah) akan cenderung diikuti oleh volatilitas yang tinggi (rendah).

Untuk itu, diperlukan model yang bisa memodelkan keheterogenan ragam sisaan yaitu model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH). Model ARCH bisa menduga ragam bersyarat melalui sisaan yang dihasilkan dari model *mean*. Ghosh dan Prajneshu (2003) telah menunjukkan bahwa model ARCH memberikan penjelasan yang baik terhadap jenis data yang mempunyai autokorelasi pada sisaan kuadrat. Tetapi model ARCH kurang sesuai digunakan untuk memodelkan data yang memiliki karakteristik multimodal, yaitu data tersebut memiliki distribusi lebih dari satu puncak.

Model *Mixture Autoregressie* (MAR) merupakan salah satu model deret waktu nonlinier *mixture* yang dapat memodelkan data yang memiliki karakteristik multimodal. Namun, model MAR mempunyai struktur autokorelasi kuadrat yang sangat sederhana sehingga model MAR menjadi kurang sesuai jika diaplikasikan pada data ekonomi atau data keuangan. Hal ini disebabkan karena autokorelasi kuadrat yang dihasilkan oleh model MAR sering bernilai nol.

Oleh karena itu, diperlukan model deret waktu nonlinier lain yaitu model *Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (MAR-ARCH). Model MAR-ARCH merupakan perkembangan dari model MAR di mana model MAR-ARCH terdiri dari gabungan K komponen AR dengan adanya efek ARCH. Model MAR-ARCH mempunyai struktur autokorelasi kuadrat yang lebih fleksibel daripada model MAR.

Chan, Wong dan Chun (2008) menggunakan model MAR-ARCH untuk memodelkan *Australian interest rate swap spread* di mana model MAR-ARCH dapat menggambarkan *volatility persistence* dan ketergantungan volatilitas tersebut pada data di waktu tertentu. Model MAR-ARCH yang sesuai yaitu MAR-ARCH $(2;\ 3,0\ ;1,0)$. Selain itu, Wong dan Chan (2006) juga menggunakan model MAR-ARCH untuk memodelkan data pengembalian indeks TSE 300 Januari 1956 hingga Desember 1999 dan data pengembalian total S & P 500 Januari 1956 hingga Desember 1999 di mana dikatakan bahwa model MAR-ARCH lebih sesuai daripada model MAR. Hal ini disebabkan model MAR-ARCH dapat memodelkan pengelompokan volatilitas lebih baik dan lebih fleksibel daripada model MAR.

Berdasarkan beberapa penelitian terdahulu dan beberapa alasan yang telah dijelaskan, maka penelitian ini akan melakukan suatu pemodelan peramalan deret waktu nonlinier menggunakan model MAR-ARCH. Banyaknya komponen model AR dan model ARCH yang digunakan pada penelitian ini adalah sebanyak 2 komponen. Pemodelan dan peramalan menggunakan model MAR-ARCH akan diterapkan pada data *Jakarta Index Composite* (JCI) yang tercatat di *Jakarta Stock Exchange*. JCI merupakan indeks harga saham gabungan dari perusahaan yang bergerak di berbagai bidang, seperti bidang pertanian, pertambangan perdagangan dan lain-lain. Bagi investor ataupun pemegang saham, pemodelan terhadap saham akan menjadi hal yang sangat penting yaitu membantu pengambilan keputusan dalam transaksi saham, apakah harus membeli, menjual atau mempertahankan saham tersebut, sehingga diperoleh keuntungan yang maksimum dan resiko seminimal mungkin.

Fitriyah (2009) telah melakukan pemodelan dan peramalan model MAR pada data JCI yang terdeteksi tidak terdapat efek ARCH. Berdasarkan penelitian Fitriyah (2009), dapat diketahui bahwa data JCI memiliki karakteristik multimodal. Model MAR terbaik yang dihasilkan yaitu model MAR $(2;\ 0,1)$. Kemudian, pada penelitian ini akan dilakukan pengembangan lebih lanjut mengenai penerapan model MAR-ARCH pada data JCI jika terdeteksi adanya efek ARCH pada sisaan model MAR.

1.2. Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana membuat model MAR-ARCH (2; p_1, p_2; q_1, q_2) pada data deret waktu harga saham JCI?
2. Bagaimana meramalkan data deret waktu tersebut menggunakan model MAR-ARCH (2; p_1, p_2; q_1, q_2) selama lima periode ke depan?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Pemodelan MAR-ARCH pada data deret waktu, yaitu data harga saham harian, *Jakarta Composite Index* (JCI) mulai 5 Januari 2009 sampai dengan 24 Oktober 2013.
2. Model ARIMA yang digunakan adalah model ARIMA dengan orde $q = 0$ dan $0 \leq p \leq 5$
3. Banyaknya komponen yang digunakan adalah 2 komponen AR dan ARCH.

1.4. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Memodelkan data deret waktu harga saham harian *Jakarta Composite Index* (JCI) menggunakan model MAR-ARCH (2; p_1, p_2; q_1, q_2).
2. Meramalkan data deret waktu tersebut menggunakan model MAR-ARCH (2; p_1, p_2; q_1, q_2) selama lima periode ke depan.

1.5. Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi ilmiah tentang model *Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (MAR-ARCH) yang merupakan pengembangan dari model *Mixture Autoregressive* (MAR) dan peranannya dalam bidang ekonomi dan keuangan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

2.1.1 Data Deret Waktu

Data deret waktu (*Time Series*) merupakan data dari suatu peubah tertentu yang disusun menurut waktu di mana selang antar waktu tersebut harus sama (Cryer, 2008). Data deret waktu juga merupakan sekumpulan pengamatan yang diamati pada satu/beberapa peubah pada waktu yang berbeda (Y_t) dan bergantung satu sama lain. Jadi model deret waktu adalah suatu model runtun waktu di mana pengamatan yang satu dengan yang lain saling berkorelasi (Box dan Jenkins, 1976).

2.1.2 Kestasioneran Data Deret Waktu

Asumsi penting dalam mengambil keputusan secara statistika terhadap struktur dari proses deret waktu (proses stokastik) yaitu stasioneritas. Menurut Cryer (2008), stasioneritas pada dasarnya adalah jika peluang yang berlaku pada suatu proses tidak berubah berdasarkan waktu. Hal ini juga disebut sebagai *statistical equilibrium*. Dengan kata lain, data yang stasioner memiliki rata-rata dan ragam yang konstan sepanjang waktu.

Stasioner dibagi menjadi 2 macam, yaitu *strictly stationary* (stasioner kuat) dan *weakly stationary* (stasioner lemah). Proses stokastik Y_t dikatakan stasioner kuat apabila distribusi bersama dari $Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n}$ sama dengan distribusi bersama dari $Y_{t_1-k}, Y_{t_2-k}, \dots, Y_{t_n-k}$ untuk semua titik waktu $t_1, t_2, \dots, t_n$ dan semua pilihan *time lag* k. Sedangkan proses stokastik Y_t dikatakan stasioner lemah jika fungsi rata-rata konstan pada setiap waktu dan $\gamma_{t,t-k} = \gamma_{0,k}$ untuk semua waktu t dan *time lag* k, di mana $\gamma_{t,t-k}$ adalah autokovarians antara Y_t dengan Y_{t-k} (Cryer, 2008).

1. Stasioner Terhadap Ragam

Data dikatakan stasioner terhadap ragam, apabila ragam dari data tidak berfluktuasi dari waktu ke waktu. Apabila data tidak stasioner terhadap ragam, maka data tersebut harus ditransformasi dengan menggunakan transformasi Box Cox dengan bentuk transformasi sebagai berikut (Cryer, 2008) :

$$T(Y_t) = Y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Y_t^{(\lambda)}-1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \log(Y_t), & \lambda = 0 \end{cases} \qquad (2.1)$$

λ merupakan parameter transformasi yang diduga dari data pengamatan dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum.

$T(Y_t)$ ditransformasikan menjadi $W = X\beta + \varepsilon$, di mana $W = T(Y_t)$ sehingga :

$$L(\beta, \lambda, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(w_i - \beta_0 - \beta_1 X_i^2\right)\right\}$$

$$\ln L = -\left(\frac{n}{2}\right) 2\pi - \left(\frac{n}{2}\right) \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\left(w_i - \beta_0 - \beta_1 X_i^2\right)$$

$$L\, maks(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2 + \ln J(\lambda, Z_t) \qquad (2.2)$$

di mana n adalah banyaknya amatan, $\hat{\sigma}^2(\hat{\lambda})$ adalah jumlah kuadrat residual (SSR)/n setelah menduga model regresi dengan λ yang ditentukan dan $J(\lambda, Z_t) = \prod_1^n \frac{\partial w_i}{\partial Z_t} = \prod_1^n Z_{ti}^{\lambda-1}$, untuk semua nilai λ sehingga :

$$L\, maks(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2\,(\lambda) + (\lambda\text{ -1}) \sum \ln Z_{ti}$$

Jika mereduksi konstanta :

$$L\, maks(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \hat{\sigma}^2\,(\lambda) \qquad (2.3)$$

Memaksimalkan fungsi *likelihood* dengan nilai λ yang telah ditentukan adalah identik dengan meminimumkan SSR yang diperoleh dengan pengepasan model regresi.

Cara mendapatkan nilai λ adalah dengan menentukan terlebih dahulu kisaran nilai λ yaitu berkisar antara $\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/3, \pm 1/4$ dan 0. Kemudian untuk masing-masing λ , dibuat model $W = X\beta + \varepsilon$ di mana W= $T(Y_t)$ seperti pada persamaan (2.1), sehingga diperoleh SSR. Proses tersebut dilakukan terus-menerus pada setiap λ yang ditetapkan sehingga diperoleh beberapa nilai SSR. Selanjutnya membuat plot antara SSR dengan λ dan nilai λ yang dapat meminimumkan SSR adalah nilai penduga λ yang dapat digunakan.

Cryer (2008) menyatakan bahwa dengan mengurangi 1 dan membagi dengan λ membuat Y_t berubah secara perlahan selama nilai λ mendekati 0. Pada persamaan (2.1), jika nilai $\lambda =$

1, maka tidak diperlukan transformasi. Oleh karena itu, data dianggap telah stasioner terhadap ragam apabila nilai $\lambda \rightarrow 1$ (Wei, 2006).

2. Stasioner Terhadap Rata-rata

Data dikatakan stasioner terhadap rata-rata yakni data memiliki rata-rata yang tidak terpengaruh oleh waktu pengamatan. Data stasioner terhadap rata-rata dapat diketahui dari plot autokorelasi, yaitu sebagian besar dari data ($\alpha = 0{,}05$) masuk ke dalam selang $\pm\ 2/\sqrt{n}$. Makridakis dkk. (1999) mengatakan bahwa pada data yang stasioner, nilai-nilai autokorelasi akan turun sampai nol sesudah *time lag* kedua atau ketiga.

Menurut Hanke dkk. (2003), apabila suatu data tidak stasioner terhadap rata-rata, maka dilakukan *differencing* (pembedaan) terhadap data sehingga data menjadi stasioner. Banyaknya *differencing* yang dilakukan dinotasikan dengan d. Bentuk *differencing* pertama ($d = 1$) adalah :

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.4}$$

sedangkan bentuk *differencing* kedua ($d = 2$) adalah :

$$Y_t = \nabla Y_t - \nabla Y_{t-1} \tag{2.5}$$

dan secara umum dapat dituliskan sebagai berikut :

$$(1 - B)^d Y_t \tag{2.6}$$

di mana :

Y_t = pengamatan pada periode waktu ke - t
Y_{t-1} = pengamatan pada periode waktu ke - (t-1)
∇Y_t = hasil *differencing* pertama pengamatan Y_t
∇Y_{t-1} = hasil *differencing* pertama pengamatan Y_{t-1}
$\nabla^2 Y_t$ = hasil *differencing* kedua pengamatan Y_t
B = *backshift*

Proses *differencing* dilakukan sampai data hasil *differencing* menunjukkan kondisi stasioner terhadap rata-rata pada plot autokorelasi.

2.1.3 Fungsi Autokorelasi Sampel (SACF)

Fungsi autokorelasi mengukur korelasi antar pengamatan dengan pengamatan itu sendiri pada *time lag* k. Koefisien autokorelasi untuk selang waktu yang berbeda dari suatu peubah dapat digunakan untuk mengidentifikasi pola deret waktu (Hanke dkk, 2003). Koefisien fungsi autokorelasi tersebut dilambangkan dengan ρ_k. Menurut Cryer (2008), ρ_k dapat diduga dengan :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t-\bar{Y})\,(Y_{t+k}-\bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\bar{Y})^2} \qquad (2.7)$$

di mana :

r_k = koefisien autokorelasi duga pada *lag* k

Y_t = pengamatan pada periode waktu ke - t

Y_{t+k} = pengamatan pada periode waktu ke - (t+k)

$\bar{Y}$ = rata-rata data pengamatan Y_t

2.1.4 Fungsi Autokorelasi Parsial Sampel (SPACF)

Koefisien autokorelasi parsial mengukur tingkat keeratan hubungan antara Y_t dan Y_{t-k} sedangkan pengaruh dari *time lag* $1, 2, \dots, k$ dianggap konstan. PACF dapat ditulis sebagai berikut (Cryer, 2008) :

$$\phi_{kk} = Corr(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}) \qquad (2.8)$$

dengan ϕ_{kk} merupakan korelasi pada distribusi bivariat dari Y_t dan Y_{t-k} bersyarat $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}$ diketahui.

Menurut Cryer (2008), metode umum menentukan fungsi PACF untuk proses yang stasioner dengan menggunakan fungsi autokorelasi ρ_k adalah berdasarkan persamaan *Yule-Walker* untuk k *time lag*, yaitu :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1} + \phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \phi_{kk} \end{aligned} \qquad (2.9)$$

Dari persamaan (2.9) didapatkan pendugaan nilai PACF atau disebut juga SPACF (*sample PACF)* sebagai berikut :

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1}\hat{\phi}_{k-1,j}r_{k-j}}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\hat{\phi}_{k-1,j}r_j} \qquad (2.10)$$

dengan $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk}\hat{\phi}_{k-1,j-k}$, untuk $j = 1, 2, \dots, k-1$

di mana :

$\hat{\phi}_{kk}$ = koefisien autokorelasi parsial pada *lag* k

r_k = koefisien autokorelasi pada *lag* k

r_j = koefisien autokorelasi pada *lag* j

r_{k-j} = koefisien autokorelasi pada *lag* k-j

2.1.5 *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

Menurut Box Jenkins (1976), model deret waktu yang tidak stasioner dapat dikatakan sebagai proses *Autoregressive Integrated Moving Average* ordo (p,d,q) atau disingkat ARIMA (p,d,q), di mana p adalah ordo dari parameter *autoregressive* (AR), d adalah besaran yang menyatakan berapa kali dilakukan *differencing* sehingga proses menjadi stasioner dan q adalah ordo dari parameter *moving average* (MA).

Menurut Cryer (2008), model ARIMA (p,d,q) merupakan model deret waktu dengan *differencing* sebanyak d pada proses stasioner ARMA (p,q).

Cryer (2008) merumuskan beberapa model umum ARIMA sebagai berikut:

1. Model AR (p)

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} \quad (2.11)$$

2. Model MA (q)

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.12)$$

3. Model ARMA (p,q) (2.13)

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

4. Model ARIMA (p,d,q)

$$W_t = \nabla^d Y_t \quad (2.14)$$

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \cdots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q}$$

di mana :

W_t = $Y_t - Y_{t-1}$
Y_t = data pengamatan pada waktu ke-t
ϕ = parameter *autoregressive* (AR)
θ = parameter *moving average* (MA)
p = orde/derajat *autoregressive*
q = orde/derajat *moving average*
a_t = sisaan acak (*white noise*)

Salah satu metode yang bisa digunakan untuk menduga model ARIMA adalah metode Box-Jenkins di mana metode ini dapat digunakan hanya pada data deret waktu yang stasioner. Pendekatan Box Jenkins menggunakan prosedur pembentukan iteratif. Model sementara yang telah dipilih diuji lagi untuk melihat apakah model sementara tersebut sudah sesuai atau belum. Model telah sesuai apabila sisaan yang dihasilkan memberikan indikasi bahwa tidak ada lagi proses iteratif yang diperlukan (Hanke dkk, 2003).

Metode Box-Jenkins terdiri dari tiga langkah yaitu identifikasi model, pendugaan parameter dan diagnostik model.

1. Identifikasi Model

Ada dua hal yang dilakukan untuk mengidentifikasi model ARIMA, yaitu melihat plot data dan melakukan pemeriksaan kestasioneran data. Menurut Makridakis dkk (1999), langkah pertama yang penting dalam memilih suatu model deret waktu adalah dengan memperhatikan jenis pola data sehingga model yang paling tepat dengan pola tersebut dapat diuji. Kemudian memeriksa kestasioneran data deret waktu tersebut.

Identifikasi model ARIMA (p, d, q) dapat ditentukan melalui grafik fungsi autokorelasi (ACF) dan grafik fungsi parsial autokorelasi (PACF) dari data deret waktu yang stasioner. Menurut Wei (2006), terdapat beberapa macam proses yang terjadi pada data deret waktu seperti ditunjukkan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Pola ACF dan PACF untuk Model ARMA

Model	ACF	PACF
AR (p)	Menurun eksponensial/mengikuti gelombang sinus teredam	Berbeda nyata pada lag p
MA (q)	Berbeda nyata pada lag q	Menurun eksponensial/mengikuti gelombang sinus teredam
ARMA (p, q)	Menurun eksponensial/mengikuti gelombang sinus teredam	Menurun eksponensial/mengikuti gelombang sinus teredam

Salah satu model umum ARIMA yaitu model AR (p). Model AR (p) menunjukkan nilai peubah Y_t merupakan fungsi linier dari sejumlah peubah Y_t sebelumnya, yaitu $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots, Y_{t-p}$ ditambah dengan sebuah a_t. Model AR (p) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_{\mathrm{p}} Y_{t-p} + a_t \qquad (2.15)$$

atau dengan persamaan $\phi_p(B)Y_t = a_t$ di mana $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p$ dan a_t merupakan *white noise* dengan rata-rata nol dan ragam σ_a^2.

Model AR (p) tersebut harus memenuhi syarat stasioner yaitu nilai parameter penduga model AR terletak pada batas-batas tertentu. Kondisi stasioner untuk model AR (1) adalah $\phi^2 < 1$ atau $|\phi| < 1$. Sedangkan kondisi stasioner untuk model AR (2) adalah $|\phi_2| < 1$, $\phi_1 + \phi_2 < 1$ dan $\phi_2 - \phi_1 < 1$ (Cryer, 2008).

2. Pendugaan Parameter

Langkah selanjutnya adalah melakukan proses pendugaan parameter untuk mendapatkan nilai parameter dari model ARIMA (p, d, q) sementara yang telah didapatkan.

Salah satu metode pendugaan parameter yang biasa digunakan untuk menduga parameter model ARIMA (p, d, q) adalah metode *maximum likelihood*. Menurut Wei (2006), metode *maximum likelihood* lebih banyak digunakan dalam pendugaan parameter karena mempunyai banyak kelebihan, yakni semua informasi yang tersedia dalam data digunakan dan hal ini lebih baik dari sekedar momen pertama dan kedua.

Pendugaan parameter model ARIMA $(p, 0, q)$ berdasarkan persamaan (2.13) menggunakan metode *maximum likelihood* dengan fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L\left(\phi, \mu, \theta, \sigma_a^2\right) = (2\pi\sigma_a^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{t=1}^{n} a_t^2\right) \quad (2.16)$$

dan fungsi *log likelihood* dari persamaan (2.16) yaitu :

$$Ln\, L\left(\phi, \mu, \theta, \sigma_a^2\right) = l = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2}\sum_{t=1}^{n} a_t^2$$

Kemudian misalkan $\boldsymbol{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)'$ dan asumsikan bahwa $\boldsymbol{Z}_* = (Z_{1-p}, \dots, Z_{-1,} Z_0)'$ dan $\boldsymbol{a}_* = (a_{1-p}, \dots, a_{-1,} a_0)'$ diketahui. Fungsi *log likelihood* bersyarat yang digunakan yaitu :

$$Ln\, L_*\left(\phi, \mu, \theta, \sigma_a^2\right) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma_a^2) - \frac{S_*(\phi, \mu, \theta)}{2\sigma_a^2} \quad (2.17)$$

di mana $S_*\left(\phi, \mu, \theta\right) = \sum_{t=1}^{n} a_t^2\,(\phi, \mu, \theta | \boldsymbol{Z}_*, \boldsymbol{a}_*, \boldsymbol{Z})$ merupakan fungsi kuadrat bersyarat (*conditional sum of square function*).

Fungsi kemungkinan bersyarat $Ln\, L_*\left(\phi, \mu, \theta, \sigma_a^2\right)$ dengan ragam tertentu merupakan fungsi linier dari $S_*\left(\phi, \mu, \theta\right)$ sehingga penduga parameter melalui metode kemungkinan maksimum dapat dilakukan melalui analisis yang meminimumkan $S_*\left(\phi, \mu, \theta\right)$.

Metode ini disebut sebagai penduga jumlah kuadrat terkecil bersyarat dan pendugaan σ_a^2 dihitung setelah diperoleh nilai duga parameter menggunakan metode penduga kuadrat terkecil bersyarat (Wei, 2006).

Pendugaan parameter juga bertujuan untuk mengetahui apakah parameter tersebut layak digunakan dalam model. Pada model ARIMA $(p, d, 0)$ atau disebut sebagai model ARI (p, d), pengujian signifikansi parameter menggunakan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : $\phi_1 = \cdots = \phi_p = 0$ (parameter model ARI (p, d) tidak signifikan)

H_1 : Paling tidak terdapat satu i di mana $\phi_i \neq 0$ (parameter model ARI (p, d) signifikan)

Statistik uji yang digunakan untuk pengujian signifikansi parameter model ARI yaitu statistik uji t yang dapat dihitung berdasarkan persamaan (2.18).

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}_i}{SE_{\hat{\phi}_i}} \qquad (2.18)$$

Apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(n-p)}^{\alpha/2}$ atau $p - value < \alpha = 0{,}05$ maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak.

3. Diagnostik Model

Langkah selanjutnya yaitu melakukan uji kesesuaian terhadap model tersebut untuk membuktikan bahwa model sesuai digunakan untuk memodelkan dan melakukan peramalan. Diagnostik model dapat diuji menggunakan uji kelayakan Model Ljung Box (Q), dengan hipotesis :

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_K = 0$ (tidak terdapat autokorelasi dalam sisaan)

H_1 : paling tidak terdapat satu k di mana $\rho_k \neq 0$ (terdapat autokorelasi dalam sisaan)

Rumus untuk statistik uji Q adalah :

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K} \frac{r_k^2}{n-k} \qquad (2.19)$$

di mana :

n = banyak pengamatan

r_k = koefisien autokorelasi sisaan pada lag ke-k

k = *lag* maksimum

Keputusan untuk menerima hipotesis nol didasarkan pada apabila Q bernilai lebih kecil daripada X^2_{k-p-q}pada taraf nyata α di mana p dan q adalah orde dari ARIMA atau apabila p-*value* dari statistik uji Q bernilai lebih besar daripada taraf nyata α (Cryer, 2008).

Selain memeriksa apakah terdapat autokorelasi dalam sisaan, dilakukan pemeriksaan asumsi apakah sisaan model ARIMA berdistribusi normal dan memiliki ragam yang homogen (homoskedastisitas).

a. Sisaan berdistribusi normal

Pemeriksaan apakah sisaan berditribusi normal atau tidak dengan menggunakan uji Kolmogorov Smirnov di mana hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

$H_0: F(x) = F_0(x)$ (sisaan berdistribusi normal)

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ (sisaan tidak berdistribusi normal)

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$D_{max} = sup\left| S(x) - F_0(x) \right| \quad (2.20)$$

di mana :

$F(x)$ = fungsi distribusi yang belum diketahui

$F_0(x)$ = fungsi distribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

$S(x)$ = fungsi distribusi kumulatif dari data

Apabila nilai $D_{max} > D_{(n;a)}$, maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak dan dapat dikatakan bahwa sisaan tidak berdistribusi normal (Wei, 1994).

b. Sisaan mempunyai ragam yang homogen (homoskedastisitas)

Pemeriksaan homoskedastisitas yaitu memeriksa apakah sisaan model ARIMA mempunyai ragam yang homogen yaitu dengan menggunakan uji *White's Heteroscedasticty.* Hipotesis yang digunakan yaitu :

H_0: Tidak terdapat unsur heteroskedastisitas pada sisaan

H_1: Terdapat unsur heteroskedastisitas pada sisaan

Statistik uji yang digunakan pada uji *White's Heteroscedasticty* dihitung melalui regresi pembantu (*auxiliary regression)*, yakni meregresikan sisaan kuadrat dengan semua hasil kali peubah penjelas yang mungkin terbentuk. Sebagai contoh model regresi berikut :

$$y_t = b_0 + b_1 x_t + b_2 z_t + e_t$$

di mana b_0, b_1, dan b_2 merupakan parameter yang diduga dan e_t merupakan sisaan model. Statistik uji diperoleh berdasarkan regresi pembantu sebagai berikut :

$$e_t{}^2 = a_0 + a_1 x_t + a_2 z_t + a_3 x_t{}^2 + a_4 z_t{}^2 + a_5 x_t z_t \quad (2.21)$$

sehingga statistik uji *White's* dihitung menggunakan rumus :

$$S = nR^2 \quad (2.22)$$

di mana n adalah banyaknya pengamatan dan R^2 adalah koefisien determinasi dari persamaan (2.21). H_0 ditolak apabila S bernilai lebih besar daripada X_r^2 dengan r adalah banyaknya peubah penjelas yang digunakan dalam model (Markovic, 2002).

2.1.6 Pemilihan model ARIMA terbaik

Pemilihan model terbaik dapat dilakukan dengan menggunakan metode AIC (*Akaike Information Criteria*), dengan rumus sebaga berikut :

$$AIC = -\frac{2l}{n} + \frac{2m}{n} \quad (2.23)$$

atau menurut Cryer (2008), dapat dituliskan sebagai berikut :

$$AIC = -2\log(l) + 2k \quad (2.24)$$

di mana :

n = banyaknya pengamatan yang diikutkan dalam proses pendugaan parameter

l = fungsi *log likelihood* yang diperoleh melalui rumus :

$$l = -\frac{n}{2}\left(1 + \log(2\pi) + log\left(\frac{\hat{e}'\hat{e}}{n}\right)\right)$$

m = banyaknya parameter yang diduga dalam model

k = $p + q + 1$ jika model mengandung intersep atau konstanta dan $p + q$ jika model tidak mengandung intersep atau konstanta

Menurut Wei (2006), model terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil.

2.2 *Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*

2.2.1 Model *Mixture Autoregressive* (MAR)

Model *Mixture* merupakan suatu model khusus yang mampu memodelkan sifat multimodal. Data yang memiliki karakteristik multimodal yakni data terdiri dari susunan beberapa komponen yang mempunyai proporsi yang bervariasi (McLachlan dan Peel, 2000).

Model Mixture Autoregressive (MAR) merupakan gabungan dari K Gaussian komponen AR di mana model ini dapat memodelkan data yang bersifat heteroskedastik dengan fungsi kumulatif bersyarat (Wong dan Li, 2000).

Secara umum, model MAR dengan K Gaussian komponen AR dapat ditulis sebagai fungsi kumulatif bersyarat berikut :

$$
\begin{aligned}
F\left(y_t \middle| y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right) &= P(Y_t \le y_t \mid y_{t-1}, \dots, y_{t-p_k}) \\
&= \sum_{k=1}^{K} a_k \, \Phi\left[\frac{y_t - \left(\phi_{k0} + \sum_{i=1}^{p_k} \phi_{ki} y_{t-i}\right)}{\sigma_k}\right] \qquad (2.25) \\
&= \sum_{k=1}^{K} a_k \, \Phi\left[\frac{y_t - \phi_{k0} - \sum_{i=1}^{p_k} \phi_{ki} y_{t-i}}{\sigma_k}\right]
\end{aligned}
$$

Persamaan (2.25) merupakan model MAR $(K;\, p_1, p_2, \dots, p_K)$ di mana :

$F\left(y_t \middle| y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right)$ = fungsi distribusi kumulatif bersyarat dari Y_t yang diketahui informasi sebelumnya

Φ [.] = fungsi distribusi kumulatif dari ditribusi normal baku

α_k = proporsi *mixture* dengan syarat $\alpha_1 + \dots + \alpha_K = 1, \alpha_k > 0$

p_k = orde model AR (p) ke - k

p = maksimum $(p_1, p_2, \dots, p_K)$

Secara alternatif, y_t dapat disusun menurut persamaan berikut (Boshnakov, 2006) :

$$
y_t = \begin{cases}
\phi_{1,0} + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{1,i} y_{t-i} + \sigma_1 e_{1,t} & \text{dengan peluang } \alpha_1 \\
\phi_{2,0} + \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{2,i} y_{t-i} + \sigma_2 e_{2,t} & \text{dengan peluang } \alpha_2 \\
\vdots & \\
\vdots & \\
\phi_{K,0} + \sum_{i=1}^{p_K} \phi_{K,i} y_{t-i} + \sigma_K e_{K,t} & \text{dengan peluang } \alpha_K
\end{cases} \qquad (2.26)
$$

dengan $e_{k,t}$ merupakan sisaan komponen ke - k.

Pada persamaan (2.25) dan (2.26) fungsi distribusi kumulatif bersyarat dari Y_t merupakan gabungan K komponen normal model

AR (p) yang mempunyai rata-rata $\phi_{k,0} + \sum_{i=1}^{p_k} \phi_{k,i} y_{t-i}$ dan ragam sebesar ${\sigma_k}^2$.

Selain itu, model MAR ($K; p_1, p_2, \dots, p_k$) juga dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi peluang bersyarat sebagai berikut (Lanne dan Saikkonen, 2003) : (2.27)

$$f(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{\sigma_k} \Phi(\frac{y_t - \phi_{k0} - \phi_{k1} y_{t-1} - \dots - \phi_{kp_k} y_{t-p_k}}{\sigma_k}) a_k$$

Model MAR memodelkan data dengan distribusi bersyarat yang multimodal. Untuk mengetahui hal tersebut, dapat dilakukan pemeriksaan melalui histogram data di mana jika berdistribusi multimodal maka terlihat bahwa data memiliki distribusi lebih dari satu puncak (Wong dan Li, 2000). Karena bersifat multimodal, maka model MAR mempunyai k rata-rata ($\mu_{k,t}$) pada setiap komponen. Persamaan $\mu_{k,t}$ yaitu :

$$\mu_{k,t} = \phi_{k0} + \sum_{i=1}^{p_k} \phi_{ki} y_{t-i} \qquad (2.28)$$

sehingga fungsi harapan bersyarat dari Y_t dapat ditulis sebagai berikut :

$$E(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \left(\phi_{k0} + \sum_{i=1}^{p_k} \phi_{ki} y_{t-i} \right)$$
$$= \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \mu_{k,t} \qquad (2.29)$$

Sedangkan fungsi ragam bersyarat dari Y_t yang bergantung pada $\mu_{k,t}$ dapat ditulis sebagai berikut : (2.30)

$$var(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \sigma_k^2 + \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, {\mu_{k,t}}^2 - \left(\sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \mu_{k,t} \right)^2$$

Persamaan $\sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, {\mu_{k,t}}^2 - \left(\sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \mu_{k,t} \right)^2$ akan bernilai positif dan nol jika $\mu_{1,t} = \mu_{2,t} = \dots = \mu_{K,t}$. Ragam bersyarat akan bernilai besar ketika selisih $\mu_{k,t}$ untuk setiap komponen besar dan akan bernilai kecil ketika selisih $\mu_{k,t}$ untuk setiap komponen kecil (Wong dan Li, 2000).

2.2.1.1 Pendugaan Parameter Model MAR

Menurut Wong dan Li (2000), pendugaan parameter model MAR menggunakan metode kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*/MLE) dan diselesaikan menggunakan algoritma *Expectation Maximization* (EM). Menurut Dempster dkk (1977), algoritma EM digunakan untuk menduga parameter model

MAR dengan memaksimumkan fungsi *log likelihood*. Pada model MAR (K; $p_1, p_2, \dots, p_k$), parameter yang akan diduga yaitu α_k, ϕ_{ki} dan σ_k di mana $k = 1, \dots, K$ dan $i = 1, \dots, p_k$

a. Metode *Maximum Likelihood* (MLE)

Menurut Wong dan Li (2000), misalkan $\boldsymbol{Y} = (y_1, \dots, y_n)$ merupakan data bangkitan dari model MAR. Kemudian $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{X}_1, \dots, \boldsymbol{X}_n)$ merupakan peubah acak yang tidak teramati di mana X_t adalah vektor berdimensi K dengan komponen k akan bernilai 1 jika y_t berasal dari komponen ke – k dari fungsi distribusi bersyarat dan bernilai 0 untuk selainnya. Kemudian $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{K-1})'$, $\boldsymbol{\phi_k} = \left(\phi_{k0}, \phi_{k1}, \dots, \phi_{kp_k}, \sigma_k\right)'$, $k = 1, 2, \dots, K$ dan $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}', \boldsymbol{\phi_1}', \dots, \boldsymbol{\phi_K}')'$.

Fungsi *log likelihood* dari persamaan (2.25) adalah :

$$log\ L(f(X|\theta)) = l = log\left[\prod_{t=p+1}^{n}\prod_{k=1}^{K}\left\{\alpha_k\Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sigma_k}\right)\right\}^{X_{k,t}}\right]$$

$$= \sum_{t=p+1}^{n}\sum_{k=1}^{K} X_{k,t}\, log\left\{\alpha_k\Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sigma_k}\right)\right\} \qquad (2.31)$$

di mana :

$e_{k,t} = y_t - \phi_{k0} - \phi_{k1}y_{t-1} - \cdots - \phi_{kp_k}y_{t-p_k}$

b. Algoritma *Expectation Maximization* (EM)

Prosedur algoritma EM menduga parameter dengan memaksimumkan fungsi *log likelihood* yang terdiri dari *E-Step* dan *M-Step*.

a). *E - Step*

Misalkan θ diketahui, kemudian menghitung nilai harapan bersyarat dari data pengamatan yang tidak teramati $\boldsymbol{X}_{k,t}$ yaitu $\tau_{k,t}$ dan menghitung nilai harapan fungsi *log likelihood* $\left(Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)\right)$ sebagai berikut :

$$Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right) = E(l) \qquad (2.32)$$

$$= \sum_{t=p+1}^{n}\sum_{k=1}^{K} \tau_{k,t}{}^{(i)} log\left(\alpha_k{}^{(i)}\right)\Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sigma_k{}^{(i)}}\right)$$

$$Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right) = \sum_{t=p+1}^{n}\sum_{k=1}^{K}\left\{\tau_{k,t}{}^{(i)} log\alpha_k{}^{(i)} + \tau_{k,t}{}^{(i)} \log\left(\Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sigma_k{}^{(i)}}\right)\right)\right\}$$

dengan $\tau_{k,t}{}^{(i)} = \dfrac{\alpha_k{}^{(i)}\left({}^{1}\!/_{\sigma_k{}^{(i)}}\right)\Phi\left({}^{e_{k,t}}\!/_{\sigma_k{}^{(i)}}\right)}{\sum_{k=1}^{K}\alpha_k{}^{(i)}\left({}^{1}\!/_{\sigma_k{}^{(i)}}\right)\Phi\left({}^{e_{k,t}}\!/_{\sigma_k{}^{(i)}}\right)}, k = 1, \dots, K$ (2.33)

Indeks (i) menunjukkan langkah iterasi algoritma, $\theta^{(i)}$ menunjukkan vektor parameter pada iterasi ke – i. Persamaan (2.32) dan (2.33) merupakan *Expectation Step* (Zeevi dkk, 1998).

b) *M - Step*

Misalkan data yang tidak teramati diketahui, pendugaan parameter θ dapat diperoleh dengan memaksimumkan nilai $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$, yaitu menyamakan turunan pertama persamaan (2.32) terhadap setiap parameter dengan 0, sehingga persamaan *M-step* merupakan persamaan setiap penduga parameter model MAR untuk iterasi ke – $(i+1)$. Persamaan penduga parameter model MAR adalah sebagai berikut :

$$\hat{\alpha}_k{}^{(i+1)} = \frac{\sum_{t=p+1}^{n}\tau_{k,t}{}^{(i)}}{n-p},\ k = 1, \dots, K \quad (2.34)$$

$$\left[\hat{\Phi}_{ki}{}^{(i+1)}, \hat{\Phi}_{k0}{}^{(i+1)}\right]' = \left(\sum_{t=p+1}^{n}\tau_{k,t}{}^{(i)}\boldsymbol{X}_{t-1}\,\boldsymbol{X}_{t-1}{}'\right)\left(\sum_{t=p+1}^{n}\tau_{k,t}{}^{(i)}y_t\boldsymbol{X}_{t-1}\right) \quad (2.35)$$

$$\hat{\sigma}_k{}^{(i+1)} = \left\{\frac{\sum_{t=p+1}^{n}\tau_{t,k}(y_t - \hat{\Phi}_{k0} - \hat{\Phi}_{k1}y_{t-1} - \cdots - \hat{\Phi}_{kp_k}y_{t-p_k}}{\sum_{t=p+1}^{n}\tau_{k,t}}\right\}^{1/2} \quad (2.36)$$

di mana $\boldsymbol{X}_{t-1}$ merupakan vektor berukuran $(1x(p+1))$, sehingga $(\boldsymbol{X}_{t-1})' = \left[\left(y_{t-p}^{t-1}\right)', 1\right]$.

Proses pendugaan parameter diperoleh dengan melakukan iterasi persamaan (2.34), (2.35) dan (2.36) sampai mendapatkan nilai yang konvergen, dengan batas kekonvergenan (Zeevi dkk, 1998) :

$$\left|Q\left(\theta|\theta^{(i+1)}\right) - Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)\right| < 10^{-6}$$

2.2.1.2 Uji Signifikansi Parameter Model MAR

Pengujian signifikansi parameter dilakukan setelah parameter model MAR diketahui melalui proses pendugaan parameter. Adapun hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model MAR antara lain :

H_0 : $\boldsymbol{\theta} = 0$ (parameter model MAR tidak signifikan)

H_1 : $\boldsymbol{\theta} \neq 0$ (parameter model MAR signifikan)

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE_{\hat{\theta}}} \tag{2.37}$$

Apabila nilai $|t_{hitung}| > t^{a/2}_{(n-p)}$ atau $p - value < \alpha$ maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak (Wong dan Li, 2001).

Untuk menghitung *standard error* dari penduga parameter dapat dihitung menggunakan *Missing Information Matrix* (I) (Louis, 1982). Matrix informasi yang diamati (I) dapat dihitung dari Matriks informasi lengkap (I_c) dan matriks informasi tidak lengkap (I_m) dengan hubungan sebagai berikut (Wong, 1998) :

$$I = I_c - I_m \tag{2.38}$$

$$= E\left[-N\frac{\partial^2 l}{\partial \theta^2}\middle|\, \boldsymbol{\theta}, Y\right]_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} - var\left[N\middle|\frac{\partial l}{\partial \theta}\;\; \boldsymbol{\theta}, Y\right]_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$$

Matriks ragam untuk menduga $\hat{\theta}$ dapat diperoleh dari invers matriks informasi I.

2.2.1.3 Diagnostik Model MAR

Pemeriksaan diagnostik model MAR dapat dilakukan setelah diperoleh parameter model MAR yang signifikan. Untuk mengetahui apakah model MAR yang dihasilkan layak atau tidak, maka digunakan uji kelayakan Ljung Box (Q) dengan statistik uji seperti pada persamaan (2.19).

Selain itu, dilakukan pemeriksaan asumsi apakah terdapat efek/unsur ARCH pada sisaan model MAR dengan menggunakan Uji LM (*Lagrange Multiplier*).

Menurut Lanne dan Saikonnen (2003), sisaan model MAR dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$e_t = \frac{y_t - E(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})}{Var(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})} \tag{2.39}$$

2.2.1.4 Pemilihan Model MAR Terbaik

Terdapat dua aspek dalam memilih model MAR terbaik yaitu, banyaknya komponen AR yang digunakan dan ordo untuk setiap komponen AR. Dari penelitian sebelumnya, Wong dan Li

(2000) telah menunjukkan bahwa model MAR dengan 2 komponen AR merupakan model yang *sufficient*/cukup untuk digunakan dalam berbagai permasalahan.

Setelah banyaknya K komponen diputuskan, BIC (*Bayesian Information Criterion*) dapat digunakan untuk memilih ordo p_k untuk setiap komponen AR. Wong dan Li (2000) telah menunjukkan bahwa prosedur minimum BIC memiliki hasil yang baik dan lebih sesuai. Selain itu, dapat diketahui juga mengenai prosedur minimum AIC (*Akaike Information Criterion*) yang tidak sesuai untuk memilih model MAR terbaik (Wong dan Chan, 2006).

Nilai BIC dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut (Wong, 1998) :

$$BIC = -2\mathrm{l}^* + \log\,(\mathrm{n} - \mathrm{p}_{\max})\left(3K - 1 + \textstyle\sum_{k=1}^{K} p_k\right) \qquad (2.40)$$

dengan fungsi *log likelihood* :

$$l^* = \frac{1}{N}\sum_{t=p+1}^{n} \log f\left(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right)$$

di mana $f\left(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right)$ merupakan fungsi peluang bersyarat model MAR pada persamaan (2.26) dan p_{max} merupakan orde p maksimum.

Nilai l^* tersebut dihitung setelah melakukan pendugaan parameter menggunakan algoritma EM.

2.2.2 Model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH)

Model ARCH diperkenalkan oleh Engle pada tahun 1982. Model ARCH merupakan model yang dapat memodelkan heteroskedastisitas ragam dan meramalkan ragam pada waktu t berdasarkan informasi yang lalu di mana ragam dari data acak tersebut dipengaruhi oleh kuadrat sisaan data acak sebelumnya dan tersusun dalam urutan waktu (Engle, 1982).

Pada model ARCH (m), m disebut sebagai ordo. m juga menunjukkan banyaknya kuadrat sisaan data sebelumnya yang mempengaruhi ketidakkonstanan ragam. Secara umum, model ARCH (m) dapat ditulis sebagai berikut (Enders, 1995):

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$
$$\varepsilon_t = \sigma_t a_t, a_t \sim N(0,1)$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2 \qquad (2.41)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \varepsilon_{t-i}{}^2$$

di mana :

μ = rata-rata model

ε_t = ragam bersyarat ke-t

σ_t^2 = ragam/volatilitas model pada waktu ke-t

α_i = koefisien kuadrat sisaan ragam bersyarat ke $t-i$, $i = 1, 2, \ldots, m$

a_t = *white noise* dan bebas dari ε_{t-1}

Model ARCH (m) tersebut dengan syarat $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ dan $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \leq 1$.

2.2.2.1 Pengujian Efek ARCH

Salah satu prosedur untuk menguji ada atau tidaknya efek ARCH yaitu dengan menggunakan Uji *Langrange Multiplier* (LM). Uji LM menguji apakah terdapat hubungan antar kuadrat sisaan $(\varepsilon_t{}^2)$. Prosedur uji LM menurut Enders (2004) adalah sebagai berikut :

1. Menghitung sisaan dari *mean model* kemudian masing-masing sisaan dikuadratkan $(\varepsilon_t{}^2)$.
2. Meregresikan kuadrat sisaan ke - t terhadap konstanta dan k lag nilai $\varepsilon_{t-1}{}^2, \varepsilon_{t-2}{}^2, \ldots, \varepsilon_{t-k}{}^2$ sehingga $\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}{}^2 + \cdots + \alpha_K \varepsilon_{t-K}{}^2$. Nilai K menunjukkan lag maksimum.
3. Menghitung nilai nR^2 di mana n menunjukkan jumlah pengamatan dan R^2 menunjukkan koefisien determinasi pada langkah ke-2.

Hipotesis yang digunakan dalam uji LM adalah :

$H_0 : \alpha_1 = \cdots = \alpha_m = 0$ (Tidak terdapat efek ARCH)

H_1 : Minimal ada salah satu $\alpha_i \neq 0$ (Terdapat efek ARCH)

Untuk menguji hipotesis tersebut, digunakan statistik uji LM sebagai berikut :

$$LM = nR^2$$

Apabila $nR^2 > X^2(\alpha/_2, k)$, maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak dan dapat dikatakan bahwa terdapat efek ARCH pada sisaan model sehingga pemodelan ARCH dapat dilakukan. Sebaliknya, apabila $nR^2 < X^2(\alpha/_2, k)$, maka H_0 diterima yang menunjukkan bahwa dalam sisaan tersebut tidak terdapat efek ARCH (Enders, 2004).

2.2.2.2 Pendugaan Parameter ARCH

Pendugaan parameter ARCH menggunakan metode kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*). Jika diketahui :

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

dan n merupakan banyaknya pengamatan maka fungsi *likelihood* untuk sisaan yaitu :

$$L = \prod_{t=1}^{T} \left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right\} exp\left\{\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right\} \quad (2.42)$$

Kemudian fungsi *log likelihood* untuk L dapat ditulis sebagai berikut (Enders, 2004) :

$$\ln(L) = l = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n} ln\sigma_t^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}$$

Untuk model ARCH (m) yang memiliki persamaan

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2$$

maka fungsi *log likelihood* untuk sisaannya adalah : (2.43)

$$l = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n} \ln\left(\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2\right) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{\varepsilon_t^2}{\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2}$$

Untuk mendapatkan penduga parameter, fungsi *log likelihood* diturunkan terhadap setiap parameter dan disamakan dengan nol yaitu :

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_0} = -\frac{1}{2}\left\{\sum_{t=1}^{n}[\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2]^{-1}\right\} + \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{\varepsilon_t^2}{(\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2)^2} = 0$$

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_i} = -\frac{1}{2}\left\{\sum_{t=1}^{n}{\varepsilon_{t-i}}^2[\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2]^{-1}\right\} + \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\frac{{\varepsilon_{t-i}}^2\varepsilon_t^2}{(\alpha_0 + \alpha_1 {\varepsilon_{t-1}}^2 + \cdots + \alpha_m {\varepsilon_{t-m}}^2)^2} = 0$$

Pendugaan parameter dilakukan dengan optimasi numerik yaitu menggunakan algoritma Marquardt.

2.2.2.3 Pengujian Signifikansi Parameter Model ARCH

Setelah parameter model ARCH diduga, kemudian dilakukan pengujian signifikansi parameter model ARCH untuk mengetahui apakah parameter yang dihasilkan signifikan atau tidak. Adapun hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model ARCH yaitu :

H_0 : $\alpha_i = 0$ (parameter model ARCH tidak signifikan)

H_1 : Paling tidak terdapat satu i di mana $\alpha_i \neq 0$ (parameter model ARCH signifikan)

Statistik uji yang digunakan untuk pengujian signifikansi parameter model ARCH yaitu statistik uji t yang dapat dihitung berdasarkan persamaan (2.44).

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\alpha}_i}{SE_{\hat{\alpha}_i}} \qquad (2.44)$$

Apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(n-m)}^{\alpha/2}$ atau $p-value < \alpha$ maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak.

2.2.2.4 Diagnostik Model ARCH

Diagnostik model ARCH dilakukan dengan menggunakan sisaan yang dibakukan sebagai berikut :

$$s_t' = \frac{\hat{\varepsilon}_t}{\sqrt{h_t'}}$$

dengan h_t' adalah nilai duga volatilitas (σ_t^2) dari model.

Diagnostik model ARCH menggunakan uji kelayakan Ljung Box (Q) yang menyatakan bahwa model ARCH layak jika sudah tidak terdapat efek ARCH.

Hipotesis yang digunakan dalam uji Q yaitu :

$H_0 : \rho_1 = \cdots = \rho_K = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\rho_k \neq 0$

Statistik uji yang digunakan yaitu statistik uji Q seperti pada persamaan (2.19). Apabila statistik uji Q $< X^2(a/2, k)$, maka dapat diputuskan bahwa H_0 diterima yang menyatakan bahwa tidak terdapat efek ARCH sehingga model ARCH tersebut layak.

2.2.3 Model *Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedasticty* (MAR-ARCH)

Menurut Wong dan Li (2001), model MAR-ARCH terdiri dari K Gaussian komponen AR dengan adanya efek ARCH, yaitu rata-rata bersyarat dari y_t mengikuti proses AR. Sedangkan ragam bersyarat dari y_t mengikuti proses ARCH (Engle, 1982).

Berdasarkan model MAR pada persamaan (2.25), dapat diperoleh $e_{k,t}$ untuk model MAR sebagai berikut :

$$e_{k,t} = y_t - \phi_{k0} - \phi_{k1} y_{t-1} - \cdots - \phi_{kp_k} y_{t-p_k}$$

Kemudian, berdasarkan model ARCH pada persamaan (2.41), dapat diketahui bahwa ragam model *mean* dengan adanya efek ARCH adalah sebagai berikut :

$$\hat{\sigma}_t^2 = h_{k,t} = \beta_{k0} + \beta_{k1} {e_{k,t-1}}^2 + \cdots + \beta_{kq_k} {e_{k,t-q_k}}^2$$

sehingga model MAR-ARCH $(K;\, p_1, p_2, \dots, p_K;\, q_1, q_2, \dots, q_K)$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$F\left(y_t \middle| y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right) = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sqrt{h_{k,t}}}\right) \qquad (2.45)$$

$$= \sum_{k=1}^{K} \alpha_k \, \Phi\left(\frac{y_t - \phi_{k0} - \phi_{k1} y_{t-1} - \cdots - \phi_{kp_k} y_{t-p_k}}{\sqrt{\beta_{k0} + \beta_{k1} {e_{k,t-1}}^2 + \cdots + \beta_{kq_k} {e_{k,t-q_k}}^2}}\right)$$

di mana :

$F\left(y_t \middle| y_{t-1}, \dots, y_{t-p}\right)$ = fungsi distribusi kumulatif bersyarat dari Y_t yang diketahui informasi sebelumnya,

$\Phi(.)$ = fungsi distribusi kumulatif dari ditribusi normal baku

α_k = proporsi *mixture* dengan syarat $\alpha_1 + \cdots + \alpha_k = 1, \alpha_k > 0$ untuk $k = 1, 2, \dots, K$

p = maks $(p_1, p_2, \dots, p_K)$

q = maks $(q_1, q_2, \dots, q_K)$

$h_{k,t}$ = nilai duga volatilitas/ragam model

Untuk menghindari kemungkinan ragam bersyarat bernilai nol atau negatif, maka $\beta_{k0} > 0$ $(k = 1, 2, \dots, K), \beta_{kj} \geq 0$ $(i =$ *1, 2,..., qk;k=1, 2, ..., K.* Dari persamaan (2.45) dapat diketahui bahwa model MAR-ARCH merupakan model MAR ketika $q_1 = q_2 = \cdots = q_K = 0$ (Wong and Chan, 2006).

Kemudian untuk model MAR-ARCH dengan dua komponen AR dan ARCH yaitu model MAR-ARCH $(2;\ p_1, p_2\ ;\ q_1, q_2)$ dapat ditulis sebagai berikut : (2.46)

$$F(y_t|y_{t-1},\dots,y_{t-p}) = \alpha_1\,\Phi\left(\frac{y_t-\phi_{10}-\phi_{11}y_{t-1}-\cdots-\phi_{1p_1}y_{t-p_1}}{\sqrt{\beta_{10}+\beta_{11}{e_{1,t-1}}^2+\cdots+\beta_{1q_1}{e_{1,t-q_1}}^2}}\right)$$

$$+\,\alpha_2\,\Phi\left(\frac{y_t-\phi_{20}-\phi_{21}y_{t-1}-\cdots-\phi_{2p_2}y_{t-p_2}}{\sqrt{\beta_{20}+\beta_{21}{e_{2,t-1}}^2+\cdots+\beta_{2q_2}{e_{2,t-q_2}}^2}}\right)$$

Salah satu karakteristik model MAR-ARCH yaitu dapat memodelkan data dengan bentuk dari distribusi bersyarat yang multimodal. Bentuk distribusi bersyarat data deret waktu berubah sepanjang waktu karena rata-rata bersyarat dan ragam bersyarat yang bergantung pada nilai sebelumnya juga berubah-ubah.

Rata-rata bersyarat dari y_t untuk model MAR-ARCH sama seperti rata-rata bersyarat dari y_t untuk model MAR yaitu :

$$E(y_t|y_{t-1},\dots,y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K}\alpha_k\left(\phi_{k0}+\sum_{i=1}^{p_k}\phi_{ki}\,y_{t-i}\right) \tag{2.47}$$

Ragam bersyarat dari y_t adalah sebagai berikut :

$$var(y_t|y_{t-1},\dots,y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K}\alpha_k h_{k,t} + \sum_{k=1}^{K}\alpha_k{\mu_{k,t}}^2 - \left(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k\mu_{k,t}\right)^2 \tag{2.48}$$

di mana $\sum_{k=1}^{K}\alpha_k h_{k,t}$ memodelkan ketergantungan ragam bersyarat pada kesalahan/*error* di masa lampau. $\sum_{k=1}^{K}\alpha_k{\mu_{k,t}}^2$ dan $\left(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k\mu_{k,t}\right)^2$ memodelkan perubahan ragam bersyarat yang berdasarkan pada selisih rata-rata bersyarat dari setiap komponen (Chan dkk, 2008).

2.2.3.1 Pendugaan Parameter Model MAR-ARCH

Metode pendugaan parameter yang digunakan pada model MAR-ARCH tidak berbeda dengan metode pendugaan parameter model MAR yakni menggunakan metode kemungkinan maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*/MLE) dan diselesaikan menggunakan algoritma *Expectation Maximization* (EM).

Pada model MAR-ARCH, parameter yang akan diduga yaitu a_k, ϕ_{ki} dan β_{kj} di mana $k = 1,\dots,K$, $i = 1,\dots,p_K$ dan j= $1,\dots,q_K$.

a. Metode *Maximum Likelihood* (MLE)

Menurut Wong (1998), misalkan $\boldsymbol{Y} = (y_1, \ldots, y_n)'$ merupakan data bangkitan dari model MAR - ARCH. Kemudian $\mathbf{X} = (\boldsymbol{X}_1, \ldots, \boldsymbol{X}_n)'$ merupakan peubah acak yang tidak teramati di mana $\boldsymbol{X}_t$ adalah vektor berdimensi K dengan komponen k akan bernilai 1 jika y_t berasal dari komponen ke – k dari fungsi distribusi bersyarat dan bernilai 0 untuk selainnya.

Kemudian $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_{K-1})'$, $\boldsymbol{\phi_k} = \left(\phi_{k0}, \phi_{k1}, \ldots, \phi_{kp_k}\right)'$, $\boldsymbol{\beta_k} = \left(\beta_{k0}, \beta_{k1}, \ldots, \beta_{kq_k}\right)'$, $k = 1, 2, \ldots, K$. Parameter-parameter model MAR - ARCH tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}', \phi_{\boldsymbol{1}}', \boldsymbol{\beta_1}', \ldots, \phi_{\boldsymbol{K}}' \boldsymbol{\beta_K}')' \qquad (2.49)$$

Fungsi *log likelihood* model MAR-ARCH adalah : (2.50)

$$log\, L = l = \frac{1}{N} \sum_{t=p+q+1}^{n} \sum_{k=1}^{K} X_{k,t} ln\alpha_k - \sum_{k=1}^{K} \frac{X_{k,t}}{2} ln h_{k,t} - \sum_{k=1}^{K} \frac{X_{k,t} e_{k,t}^2}{2h_{k,t}}$$

di mana $N = n - p - q$ dengan $p = \max(p_1, \ldots, p_K)$ dan $q = max(q_1, \ldots, q_K)$ dan $e_{k,t} = y_t - \phi_{k0} - \phi_{k1} y_{t-1} - \cdots - \phi_{kp_k} y_{t-p_k}$.

Turunan pertama fungsi log *likelihood* terhadap parameter θ adalah sebagai berikut :

untuk $k = 1, \ldots, K$,

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_k} = \frac{1}{N} \sum_{t=p+q+1}^{n} \left(\frac{X_{k,t}}{\alpha_k} - \frac{X_{K,t}}{\alpha_K} \right) \qquad (2.51)$$

untuk $k = 1, \ldots, K$, $i = 0, \ldots, p_k$, (2.52)

$$\frac{\partial l}{\partial \phi_{ki}} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{t=p+q=1}^{n} \frac{X_{k,t}}{2h_{k,t}} \frac{\partial h_{k,t}}{\partial \phi_{ki}} \left(\frac{e_{k,t}^2}{h_{k,t}} - 1 \right) - \sum_{t=p+q=1}^{n} \frac{X_{k,t} e_{k,t}}{h_{k,t}} \frac{\partial e_{k,t}}{\partial \phi_{ki}} \right\}$$

untuk $k = 1, \ldots, K$, $j = 0, \ldots, q_k$,

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_{kj}} = \frac{1}{N} \sum_{t=p+q=1}^{n} \frac{X_{k,t}}{2h_{k,t}} \frac{\partial h_{k,t}}{\partial \beta_{kj}} \left(\frac{e_{k,t}^2}{h_{k,t}} - 1 \right) \qquad (2.53)$$

di mana :

$$\frac{\partial e_{k,t}}{\partial \phi_{ki}} = \begin{cases} -1, & jika\ i = 0 \\ -y_{t-1}, & jika\ i > 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial h_{k,t}}{\partial \Phi_{ki}} = 2\sum_{j=1}^{q_k} \beta_{k,j} e_{k,t-j} \frac{e_{k,t-j}}{\partial \Phi_{ki}}$$

$$\frac{\partial h_{k,t}}{\partial \beta_{kj}} = \begin{cases} 1, & jika\ j = 0 \\ e_{k,t-j}^2, & jika\ j > 0 \end{cases}$$

b. Algoritma *Expectation Maximization* (EM)

Prosedur algoritma EM terdiri dari 2 tahapan yaitu *E-Step* dan *M-Step*.

a). *E - Step*

Tahap ini merupakan tahap pendugaan yaitu menduga nilai awal θ (dimisalkan parameter θ diketahui). Kemudian dilanjutkan dengan menghitung nilai harapan bersyarat dari data pengamatan yang tidak teramati $\boldsymbol{X}_{t,k}$ yaitu $\tau_{k,t}$ dan menghitung nilai harapan fungsi *log likelihood* $\left(Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)\right)$ model MAR-ARCH sebagai berikut :

$$Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right) = E(l) \tag{2.54}$$

$$= E\left(\frac{1}{N}\sum_{t=p+q+1}^{n} l_t\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{N}\sum_{t=p+q+1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{K} X_{k,t} ln\alpha_k - \sum_{k=1}^{K}\frac{X_{k,t}}{2} lnh_{k,t} - \sum_{k=1}^{K}\frac{X_{k,t}e_{k,t}^2}{2h_{k,t}}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{t=p+q+1}^{n}\sum_{k=1}^{K}\tau_{k,t}\left[E(ln\alpha_k) - \frac{1}{2}E\left(lnh_{k,t}\right) - \frac{1}{2}E\left(\frac{{e_{k,t}}^2}{h_{k,t}}\right)\right]$$

dengan
$$\tau_{k,t} = \frac{\alpha_k/\sqrt{h_{k,t}}\ \Phi\left(e_{k,t}/\sqrt{h_{k,t}}\right)}{\sum_{k=1}^{K}\alpha_k/\sqrt{h_{k,t}}\ \Phi\left(e_{k,t}/\sqrt{h_{k,t}}\right)}, k = 1, \dots, K \tag{2.55}$$

b) *M - Step*

Misalkan data yang tidak teramati diketahui, pendugaan parameter θ dapat diperoleh dengan memaksimumkan nilai $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$, yaitu menyamakan turunan pertama persamaan (2.51), (2.52) dan (2.53) terhadap setiap parameter dengan nol, sehingga persamaan *M-step* merupakan persamaan setiap penduga parameter model MAR untuk iterasi ke – (i+1).

Penduga parameter α_k untuk model MAR-ARCH adalah sebagai berikut :

$$\hat{a}_k = \frac{1}{n-p-q}\sum_{t=p+q+1}^{n} \tau_{k,t}\,,\ k = 1, \dots, K \qquad (2.56)$$

Metode Newton Rhapson digunakan untuk menduga parameter $\phi_{\mathbf{k}}$ dan $\boldsymbol{\beta_k}$. Pendugaan parameter ini diawali dengan menginisialisasi nilai ${\phi_k}^{(0)}$ dan ${\beta_k}^{(0)}$ sehingga diperoleh penduga parameter sebagai berikut :

$$\phi_k^{(i+1)} = \phi_k^{(i)} + \left\{\frac{\partial^2 l}{\partial\phi_k\,\partial\phi_k}\bigg|\,\phi^{(i)}\beta^{(i)}\right\}^{-1}\frac{\partial l}{\partial\phi_k}\bigg|\,\phi^{(i)}\beta^{(i)} \qquad (2.57)$$

$$\beta_k^{(i+1)} = \beta_k^{(i)} + \left\{\frac{\partial^2 l}{\partial\beta_k\,\partial\beta_k}\bigg|\,\phi^{(i+1)}\beta^{(i)}\right\}^{-1}\frac{\partial l}{\partial\beta_k}\bigg|\,\phi^{(i+1)}\beta^{(i)} \qquad (2.58)$$

di mana :

untuk $i, j = 0, 1, \dots, p_k$

$$-\frac{\partial^2 l}{\partial\phi_{ki}\,\partial\phi_{kj}} \approx \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{1}{2h_{k,t}^2}\frac{\partial h_{k,t}}{\partial\phi_{ki}}\frac{\partial h_{k,t}}{\partial\phi_{kj}} + \frac{1}{h_{k,t}}\frac{\partial e_{k,t}}{\partial\phi_{ki}}\frac{\partial e_{k,t}}{\partial\phi_{kj}}\right)$$

untuk $i, j = 0, 1, \dots, q_k$

$$-\frac{\partial^2 l}{\partial\beta_{ki}\,\partial\beta_{kj}} \approx \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{X_{k,t}}{2h_{k,t}^2}\frac{\partial h_{k,t}}{\partial\beta_{ki}}\frac{\partial h_{k,t}}{\partial\beta_{kj}}\right)$$

Proses pendugaan parameter diperoleh dengan melakukan iterasi persamaan (2.56), (2.57) dan (2.58) sampai mendapatkan nilai yang konvergen dengan batas kekonvergenan (Zeevi dkk, 1998) :

$$\left|Q\left(\theta|\theta^{(i+1)}\right) - Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)\right| < 10^{-6}$$

2.2.3.2 Uji Signifikansi Parameter Model MAR-ARCH

Pengujian signifikan parameter model MAR-ARCH juga menggunakan hipotesis seperti pada pengujian signifikansi parameter model MAR-ARCH yaitu :

H_0 : $\boldsymbol{\theta} = 0$ (parameter model MAR-ARCH tidak signifikan)

H_1 : $\boldsymbol{\theta} \neq 0$ (parameter model MAR-ARCH signifikan)

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE_{\hat{\theta}}} \qquad (2.59)$$

di mana apabila nilai $|t_{hitung}| > t_{(n-p)}^{a/2}$ atau $p - value < \alpha$ maka dapat diputuskan bahwa H_0 ditolak (Wong dan Li, 2001).

Untuk menghitung *standard error* dari penduga parameter model MAR-ARCH, juga dapat dihitung menggunakan *Missing Information Matrix* (I) (Louis, 1982) dengan prosedur yang serupa dengan menghitung *standard error* dari penduga parameter model MAR pada persamaan (2.38).

2.2.5.3 Diagnostik Model MAR-ARCH

Diagnostik model MAR-ARCH dilakukan untuk mengetahui apakah model MAR-ARCH dengan parameter yang signifikan sesuai atau layak digunakan. Diagnostik model MAR-ARCH juga menggunakan uji kelayakan Ljung Box (Q) dengan statistik uji seperti pada persamaan (2.19).

2.2.3.4 Pemilihan Model MAR-ARCH Terbaik

Aspek-aspek yang diperhatikan dalam memilih model MAR-ARCH terbaik tidak berbeda dengan pemilihan model MAR terbaik yaitu, banyaknya komponen AR - ARCH yang digunakan dan ordo untuk setiap komponen AR - ARCH. Wong dan Li (2001) telah menunjukkan bahwa model MAR – ARCH dengan 2 komponen AR-ARCH merupakan model yang *sufficient*/cukup untuk digunakan dalam berbagai permasalahan.

Setelah banyaknya K komponen diputuskan, BIC (*Bayesian Information Criterion*) dapat digunakan untuk memilih orde p_k dan q_k untuk setiap komponen AR – ARCH. Wong dan Li (2001) telah menunjukkan bahwa prosedur minimum BIC memiliki hasil yang baik dan lebih sesuai daripada menggunakan AIC (*Akaike Information Criterion)*.

Nilai BIC model MAR-ARCH dapat dihitung menggunakan persamaan berikut : (2.60)

$$BIC = -2\mathrm{N}l^* + \log(\mathrm{n} - \mathrm{p}_{\max} - \mathrm{q}_{\max})(3K - 1 + \sum_{k=1}^{K} p_k + \sum_{k=1}^{K} q_k)$$

di mana p_{max} merupakan orde p maksimum, q_{max} merupakan orde q maksimum dan fungsi *log likelihood* yang digunakan adalah :

$$l^* = \frac{1}{N} \sum_{t=p+1}^{n} \log f(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$$

di mana $f(y_t|y_{t-1}, \ldots, y_{t-p})$ merupakan fungsi peluang bersyarat dari model MAR-ARCH dengan rumus sebagai berikut :

$$f(y_t|y_{t-1}, \ldots, y_{t-p}) = \sum_{k=1}^{K} \frac{\alpha_k}{\sqrt{h_{k,t}}} \Phi\left(\frac{e_{k,t}}{\sqrt{h_{k,t}}}\right)$$

2.4 Peramalan

Peramalan (*forecasting)* merupakan kegiatan untuk memperkirakan apa yang akan terjadi di masa yang akan datang, meramalkan mengenai sesuatu yang belum terjadi menggunakan dan mempertimbangkan data dari masa lampau (Assauri, 1984).

Peramalan pada model MAR-ARCH $(K;\ p_1, \ldots, p_K;\ q_1, \ldots, q_K)$ menggunakan persamaan berikut : (2.61)

$$y_t = \begin{cases} \phi_{10} + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{1p_1} y_{t-p_1} + e_{1,t}\sqrt{\beta_{10} + \sum_{i=1}^{q_1} \beta_{1q_1}\, e_{1,t-q_1}^2} & \text{dengan peluang } \alpha_1 \\ \phi_{20} + \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{2p_2} y_{t-p_2} + e_{2,t}\sqrt{\beta_{20} + \sum_{i=1}^{q_2} \beta_{2q_2}\, e_{2,t-q_2}^2} & \text{dengan peluang } \alpha_2 \\ \vdots & \\ \phi_{K0} + \sum_{i=1}^{p_K} \phi_{Kp_2} y_{t-p_K} + e_{K,t}\sqrt{\beta_{K0} + \sum_{i=1}^{q_K} \beta_{Kq_K}\, e_{2,t-q_K}^2} & \text{dengan peluang } \alpha_K \end{cases}$$

BAB III
METODOLOGI

3.1 Sumber Data

Data deret waktu yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder di bidang ekonomi yaitu data saham harian *Jakarta Composite Index* (JCI), yang tercatat di *Jakarta Stock Exchange* pada tanggal 5 Januari 2009 hingga 24 Oktober 2013. JCI merupakan indeks harga saham gabungan dari perusahaan-perusahaan yang bergerak di bidang pertanian, pertambangan, industri, perbankan, jasa, keuangan, perdagangan dan lain-lain. Data JCI tanggal 5 Januari 2009 hingga 24 Oktober 2013 disajikan pada Lampiran 1.

3.2 Metode Analisis

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membuat plot deret waktu
2. Pembentukan model ARIMA sebagai langkah awal untuk mengetahui ada atau tidaknya unsur heteroskedastisitas.
   a. Memeriksa kestasioneran terhadap ragam
   b. Melakukan transformasi Box Cox menggunakan persamaan (2.1) jika data tidak stasioner terhadap ragam
   c. Memeriksa kestasioneran terhadap rata – rata menggunakan plot autokorelasi
   d. Melakukan *differencing* menggunakan persamaan (2.4), persamaan (2.5) dan persamaan (2.6) jika data tidak stasioner terhadap rata-rata
   e. Melakukan identifikasi model ARIMA $(p, d, 0)$ atau model ARI (p, d)
   dengan melihat plot PACF dan plot ACF
   f. Menduga parameter model ARI (p, d) dan menguji signifkansi parameter
   g. Menentukan model tentatif ARI (p, d)
   h. Menguji kelayakan model ARI (p, d) menggunakan uji kelayakan Ljung Box (Q) berdasarkan persamaan (2.19)

i. Pemilihan model terbaik ARI (p, d) berdasarkan nilai AIC terkecil dengan menggunakan persamaan (2.22) atau persamaan (2.23)

3. Pengujian asumsi sisaan model ARIMA $(p, d, 0)$, yaitu sisaan berdistribusi normal menggunakan uji Kolmogorov Smirnov berdasarkan persaman (2.19), sisaan memiliki ragam yang homogen menggunakan uji *White Heteroscedasticity* berdasarkan persamaan (2.21) dan memeriksa apakah data berdistribusi multimodal menggunakan plot histogram dari data.
4. Jika asumsi sisaan model ARI (p, d), yaitu sisaan berdistribusi normal dan sisaan memiliki ragam yang homogen tidak terpenuhi serta data memiliki distribusi yang multimodal, maka dapat dilakukan pemodelan *Mixture Autoregressive* (MAR).
5. Pembentukan model MAR $(2;\, p_1, p_2)$:
   a. Identifikasi model MAR $(K;\, p_1, p_2)$, yaitu menentukan orde $p_1$dan p_2 dari model ARI (p, d) di mana diasumsikan bahwa ordo p_1 dan p_2 sama dengan ordo p model ARI terbaik, serta mengidentifikasi banyaknya komponen berdasarkan plot histogram data di mana dalam penelitian ini hanya menggunakan dua komponen.
   b. Pendugaan parameter model MAR $(2;\, p_1, p_2)$ menggunakan metode kemungkinan maksimum dengan penyelesaian algoritma EM. Adapun langkah-langkah algoritma EM yaitu :
      i). E-Step : menentukan nilai awal setiap parameter model MAR $(2;\, p_1, p_2)$ dan mencari nilai harapan bersyarat fungsi *log likelihood* $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$ berdasarkan persamaan (2.32) dan menghitung nilai $\tau_{k,t}$ berdasarkan persamaan (2.33). Nilai awal parameter dihitung berdasarkan persamaan (2.34), persamaan (2.35) dan persamaan (2.36) sebelum nilai peubah tidak teramati $(X_{k,t})$ diduga dengan $\tau_{k,t}$ di mana nilai $X_{k,t}$ ditentukan dari plot histogram data.
      ii). M-Step : memaksimumkan $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$ untuk menduga parameter θ dengan mengiterasikan persmaan (2.34), persamaan (2.35) dan persamaan (2.36).

c. Pengujian signifikansi model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ untuk melihat apakah parameter yang dihasilkan signifikan atau tidak dengan menggunakan persamaan (2.37) dan menentukan model tentatif MAR $(2;\ p_1, p_2)$.
d. Pengujian kelayakan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ untuk melihat apakah model yang dihasilkan layak digunakan atau tidak dengan menggunakan uji Ljung Box (Q) berdasarkan persamaan (2.19).
e. Pemilihan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ terbaik menggunakan nilai BIC terkecil berdasarkan persamaan (2.40).

6. Pengujian asumsi sisaan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$, yaitu memeriksa adanya efek ARCH pada sisaan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ tersebut dengan menggunakan uji LM (*Lagrange Multiplier)* dan memeriksa apakah sisaan model MAR berdistribusi bimodal menggunakan plot histogram data JCI.
Apabila terdapat efek ARCH pada sisaan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ dan data berdistribusi bimodal, maka dapat dilakukan pemodelan MAR-ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$.
7. Pembentukan model MAR-ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$:
a. Identifikasi model MAR - ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$, di mana ordo p_1 dan p_2 telah ditentukan berdasarkan model MAR $(2;\ p_1, p_2)$ terbaik. Sedangkan nilai awal ordo q_1 dan q_2 berdasarkan pada ordo m pada lag PACF kuadrat sisaan dari model MAR terbaik, serta mengidentifikasi banyaknya komponen ARCH berdasarkan plot histogram data di mana dalam penelitian ini hanya menggunakan dua komponen.
b. Pendugaan parameter model MAR - ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$ menggunakan metode kemungkinan maksimum dengan penyelesaian algoritma EM. Adapun langkah-langkah algoritma EM yaitu :
i). E-Step : menentukan nilai awal setiap parameter model MAR-ARCH $(2;\ p_1, p_2;\ q_1, q_2)$, mencari nilai harapan bersyarat fungsi *log likelihood* $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$ berdasarkan persamaan (2.54) dan menghitung nilai $\tau_{k,t}$ berdasarkan persamaan (2.55).

Nilai awal parameter dihitung berdasarkan persamaan (2.56), persamaan (2.57) dan persamaan (2.58) sebelum nilai peubah tidak teramati $(X_{k,t})$ diduga dengan $\tau_{k,t}$ di mana nilai $X_{k,t}$ ditentukan dari plot histogram data.

ii). M-Step : memaksimumkan $Q\left(\theta|\theta^{(i)}\right)$ untuk menduga parameter θ dengan mengiterasikan persamaan (2.56), persamaan (2.57) dan persamaan (2.58).

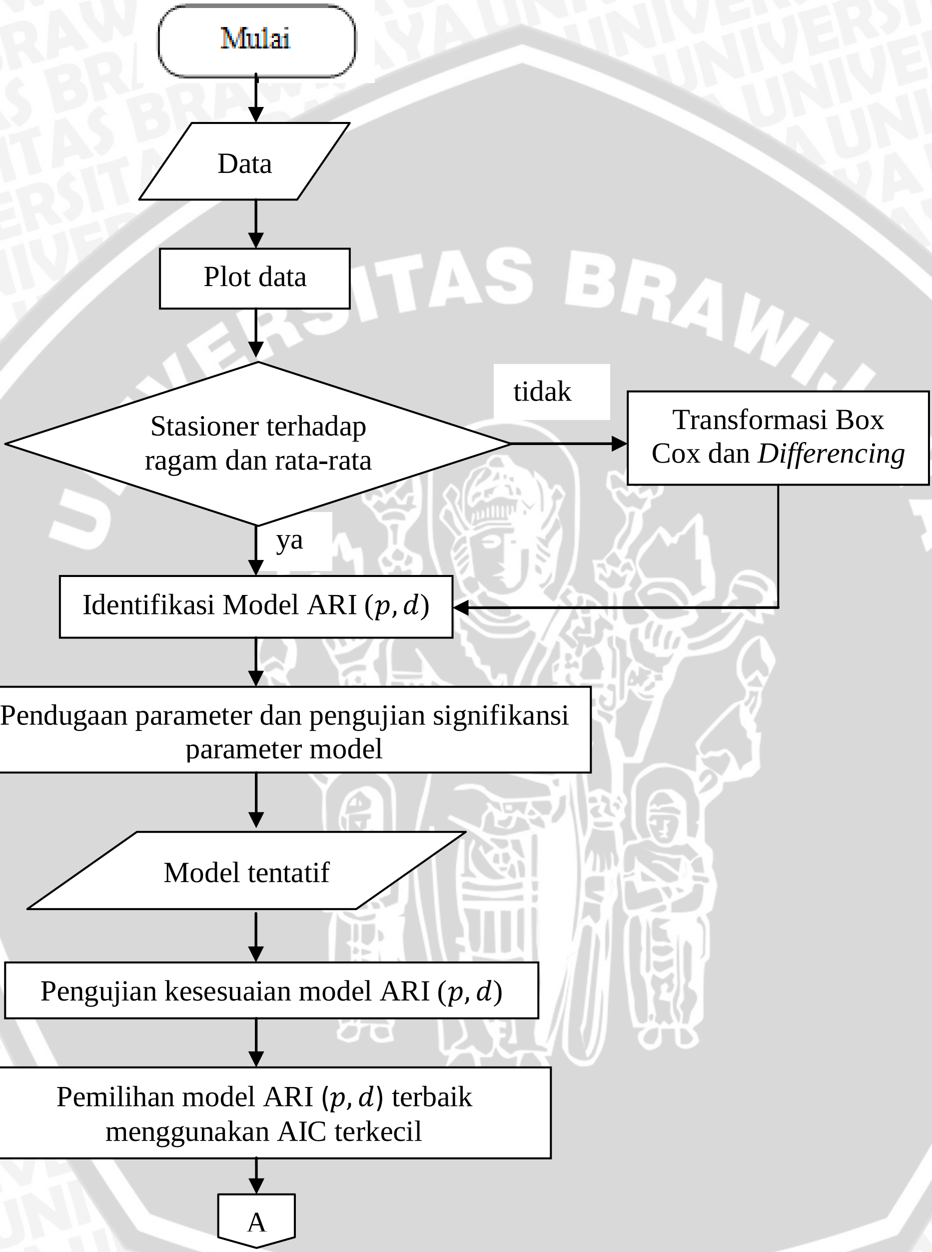
c. Pengujian signifikansi model MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ untuk melihat apakah parameter yang dihasilkan signifikan atau tidak dengan menggunakan persamaan (2.59) dan menentukan model tentatif MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$.

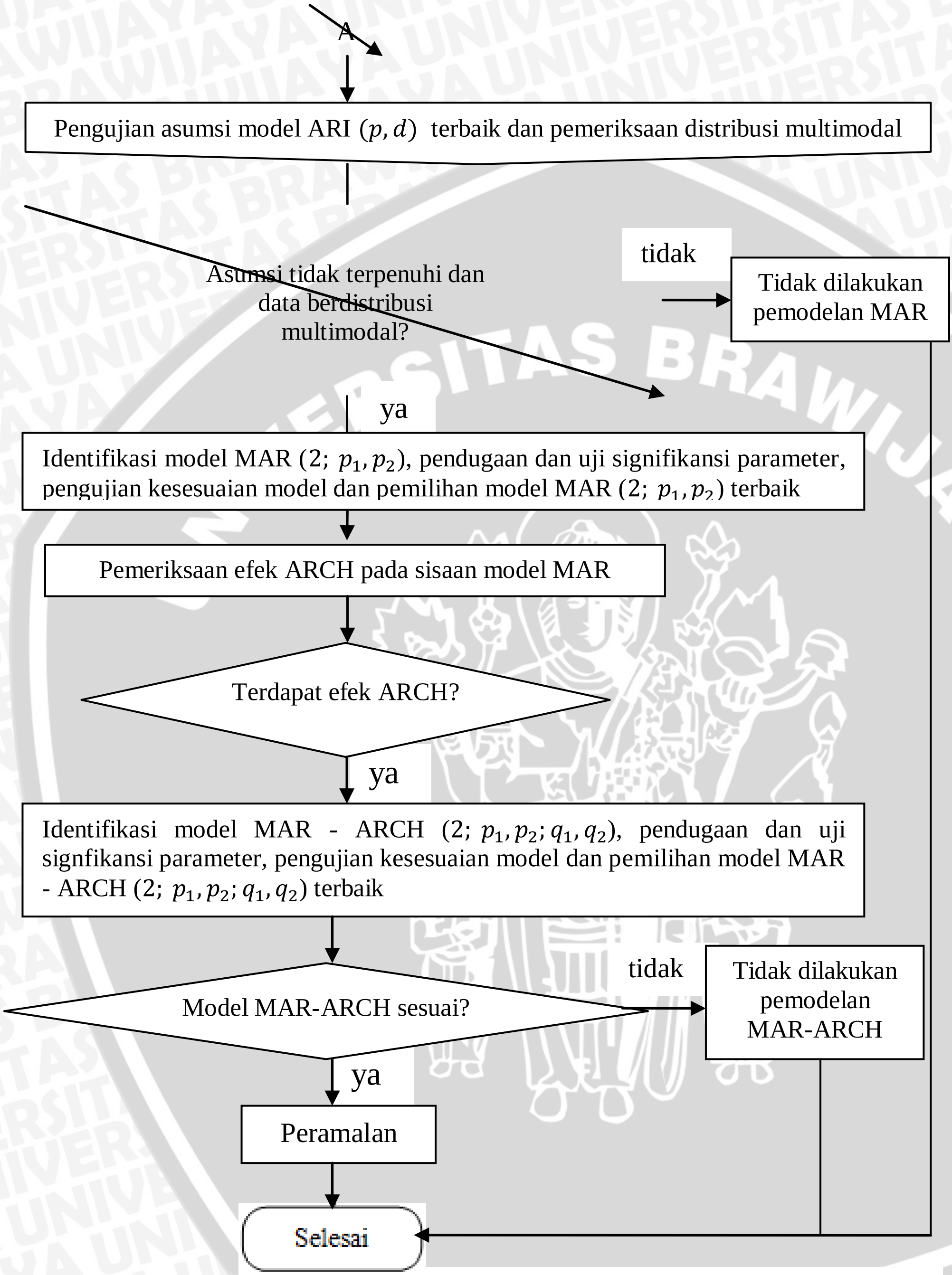
d. Pengujian kelayakan model MAR - ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ untuk melihat apakah model yang dihasilkan layak digunakan atau tidak dengan menggunakan uji Ljung Box (Q) berdasarkan persamaan (2.19). Jika model MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ yang dihasilkan tidak layak, maka pemodelan MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ pada penelitian ini langsung berakhir yang berarti bahwa model MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ belum layak untuk menggambarkan karakteristik data.

8. Peramalan data deret waktu periode lima tahun ke depan menggunakan model MAR-ARCH $(2;\, p_1, p_2\, ;\, q_1, q_2)$ yang sesuai menggunakan persamaan (2.61).

Untuk mengetahui plot data dan pembentukan model ARIMA, digunakan paket program dari *software* Minitab versi 14 dan Eviews 4.0. Sedangkan untuk menampilkan histogram data digunakan paket program dari *software* SPSS 21. Pembentukan model MAR menggunakan program /*source code* yang dibuat oleh peneliti dengan *software* R 3.02. Sedangkan pembentukan model MAR-ARCH menggunakan program /*source code* yang dibuat oleh peneliti dengan *software* Matlab 7.7.

Langkah-langkah metode analisis tersebut dapat dijelaskan dalam diagram alir yang ditunjukkan pada Gambar 3.1.


Mulai
Data
Plot data
Stasioner terhadap ragam dan rata-rata
tidak
Transformasi Box Cox dan *Differencing*
ya
Identifikasi Model ARI (p, d)
Pendugaan parameter dan pengujian signifikansi parameter model
Model tentatif
Pengujian kesesuaian model ARI (p, d)
Pemilihan model ARI (p, d) terbaik menggunakan AIC terkecil
A



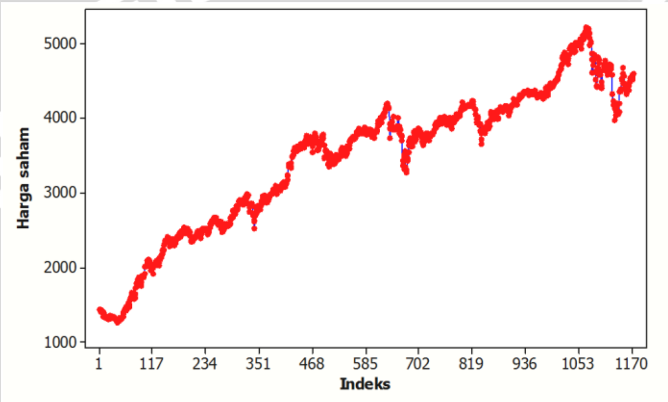
Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah-langkah Analisis

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pemodelan ARIMA

4.1.1. Plot Data

Plot data deret waktu merupakan langkah awal pada pemodelan ARIMA yang bertujuan untuk mengetahui karakteristik data secara deskriptif. Karakteristik data JCI dapat diketahui melalui plot data pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1. Plot Data Harga Saham JCI

Gambar 4.1 menunjukkan pergerakan indeks harga saham harian JCI periode 5 Januari 2009 hingga 24 Oktober 2013. Secara umum, indeks harga saham harian JCI mengalami peningkatan yang terjadi pada periode 5 Januari 2009 hingga 17 Mei 2013 dengan harga saham terendah pada periode 27 Februari 2009, yaitu sebesar 1285,48. Kemudian harga saham harian JCI mengalami peningkatan sampai mencapai nilai maksimum pada periode 17 Mei 2013 yaitu sebesar 5214,98. Hal ini dapat disebabkan pemulihan ekonomi global yang berangsur terjadi sejak paruh pertama 2009 sampai tahun-tahun berikutnya, juga ditopang oleh membaiknya kinerja laporan keuangan emiten, tingginya pertumbuhan ekspor Indonesia dan struktur pasar di Indonesia yang semakin kondusif. Perkembangan kondisi makroekonomi yang membaik ini membawa perkembangan positif bagi pasar modal Indonesia di mana harga saham meningkat cukup tinggi.

Indeks harga saham harian JCI kemudian mengalami penurunan secara perlahan sampai periode 24 Oktober 2013. Penurunan tersebut dapat disebabkan karena banyak gejolak melanda Indonesia baik dari luar maupun dalam negeri yang berdampak terhadap kinerja pasar modal Indonesia, yakni perekonomian Amerika Serikat yang pertumbuhannya masih di bawah ekspektasi pasar, perlambatan pertumbuhan ekonomi Cina, menurunnya kinerja ekspor akibat melemahnya kondisi perekonomian global dan nilai tukar rupiah mengalami tekanan terhadap dolar Amerika Serikat (Harahap dkk, 2013).

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat diketahui bahwa data indeks harga saham harian JCI mengalami pola tren naik pada periode 5 Januari 2009 sampai dengan 17 Mei 2013. Kemudian harga saham JCI mengalami penurunan. Pola tren pada data tersebut menunjukkan bahwa data belum stasioner, sehingga dilakukan pemeriksaan kestasioneran data deret waktu terhadap ragam dan rata-rata.

4.1.2. Pemeriksaan Kestasioneran Ragam dan Rata-Rata

Pemeriksaan kestasioneran data terhadap ragam dengan menggunakan transformasi Box Cox. Hasil pemeriksaan kestasioneran terhadap ragam secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 2 dan diringkas pada Tabel 4.1 berikut, di mana nilai $\hat{\lambda}$ yang dihasilkan adalah sebesar 0,39. Karena nilai $\hat{\lambda}$ data harga saham JCI belum mendekati nilai 1, maka dikatakan bahwa data tersebut belum stasioner terhadap ragam, sehingga perlu dilakukan transformasi Box Cox agar diperoleh nilai $\hat{\lambda}$ yang mendekati nilai 1.

Tabel 4.1. Hasil Transformasi Box Cox Data Harga Saham Harian JCI

Data JCI	Nilai $\hat{\lambda}$	Batas Bawah	Batas Atas	Kesimpulan
Sebelum Transformasi	0,39	0,24	0,55	Belum Stasioner
Transformasi 1	0,79	0,49	1,12	Sudah Stasioner

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa nilai $\hat{\lambda}$ yang dihasilkan setelah transformasi Box Cox pertama adalah sebesar 0,79 di mana nilai $\hat{\lambda}$ tersebut telah mendekati nilai 1, sehingga dapat dikatakan bahwa data harga saham harian JCI sudah stasioner terhadap ragam setelah dilakukan transformasi Box Cox sebanyak satu kali.

Langkah selanjutnya adalah melakukan pemeriksaan kestasioneran data harga saham harian JCI terhadap rata-rata. Pemeriksaan kestasioneran terhadap rata-rata menggunakan plot autokorelasi (ACF) dari data harga saham harian JCI yang sudah stasioner terhadap ragam. Plot ACF harga saham harian JCI dapat dilihat pada Lampiran 2.

Berdasarkan Lampiran 2, dapat diketahui bahwa nilai autokorelasi sesudah lag ke - 3 masih berada di luar batas ACF $\pm\frac{2}{\sqrt{n}}$, yaitu sebesar $\pm$0,0583. Hal ini menunjukkan bahwa data harga saham harian JCI belum stasioner terhadap rata-rata sehingga perlu dilakukan *differencing* untuk menghasilkan data saham JCI yang stasioner terhadap rata-rata. Plot ACF untuk data harga saham harian JCI hasil *differencing* dapat dilihat pada Lampiran 2.

Berdasarkan Lampiran 2, dapat diketahui bahwa tidak terdapat nilai autukorelasi secara berurutan berada di luar batas ACF sehingga dapat dikatakan bahwa data JCI sudah stasioner terhadap rata-rata pada *differencing* pertama.

4.1.3. Identifikasi Model ARIMA

Identifikasi model ARIMA menggunakan plot ACF dan PACF dari data yang sudah stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Karena pada penelitian ini ordo q pada model ARIMA diasumsikan nol, maka tidak perlu menggunakan plot ACF.

Plot PACF untuk data harga saham JCI yang sudah stasioner dapat dilihat pada Lampiran 2 yang menunjukkan bahwa terdapat nilai-nilai PACF pada lag tertentu yang berada di luar batas PACF, yakni nilai PACF yang terletak pada lag 3, 4, 6, 13, 24, 33, 39 dan 66. Berdasarkan batasan masalah, identifikasi model ARIMA tidak memperhatikan lag yang jauh atau lebih besar dari 5 sehingga model tentatif ARIMA yang digunakan adalah ARIMA $(1, 1, 0)$, ARIMA $(2,1,0)$, ARIMA $(3,1,0)$ dan ARIMA$(4,1,0)$ atau dapat ditulis sebagai ARI $(1,1)$, ARI $(2,1)$, ARI$(3,1)$ dan ARI$(4,1)$.

4.1.4. Pendugaan Parameter Model ARIMA

Langkah selanjutnya yaitu melakukan pendugaan parameter model tentatif ARIMA yang telah diperoleh pada pembahasan sebelumnya. Hasil pendugaan parameter model tentatif ARIMA menggunakan *software* Minitab14.0 dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut dan secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 4.

Tabel 4.3 Hasil Pendugaan Parameter Model Tentatif ARIMA

Model	Koefisien			
	$\hat{\Phi}_1$	$\hat{\Phi}_2$	$\hat{\Phi}_3$	$\hat{\Phi}_4$
ARI (1,1)	0,0496	-	-	-
ARI (2,1)	0,0482	0,0280	-	-
ARI (3,1)	0,0519	0,0340	-0,1255	-
ARI (4,1)	0,0429	0,0365	-0,1217	-0.0718

4.1.5. Pemeriksaan Kesesuaian Model ARIMA

Pemeriksaan kesesuaian model ARIMA dilakukan untuk mengetahui apakah model ARIMA yang dihasilkan sesuai digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data harga saham harian JCI. Pemeriksaaan kesesuaian model ARIMA menggunakan uji Ljung Box dapat dilihat pada Tabel 4.4 dan secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 4.

Tabel 4.4 Hasil Uji Ljung Box Untuk Sisaan Model Tentatif ARIMA

Model	Nilai p				Kesimpulan
	Lag 12	Lag 24	Lag 36	Lag 48	
ARI (1,1)	0,000	0,000	0,000	0,000	Tidak Sesuai
ARI (2,1)	0,000	0,000	0,000	0,000	Tidak Sesuai
ARI (3,1)	0,000	0,000	0,000	0,000	Tidak Sesuai
ARI (4,1)	0,002	0,001	0,000	0,002	Tidak Sesuai

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa nilai p yang dihasilkan untuk setiap model tentatif ARIMA adalah bernilai lebih kecil dari taraf nyata 0,05. Hal ini menunjukkan bahwa model tentatif ARIMA tidak sesuai digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data harga saham harian JCI.

4.1.6. Pemilihan Model ARIMA Terbaik

Selanjutnya melakukan pemilihan model ARIMA terbaik menggunakan nilai AIC terkecil. Orde AR pada model ARIMA akan digunakan untuk menentukan orde AR pada setiap komponen, yaitu p_1 dan p_2 pada pemodelan MAR $(2; p_1, p_2)$.

Nilai AIC untuk setiap model tentaif ARIMA dapat dilihat pada Tabel 4.5 dan secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 5.

Tabel 4.5 Nilai AIC Model Tentatif ARIMA

Model	AIC
ARI (1,1)	10,4716
ARI (2,1)	10,4733
ARI (3,1)	10,4600
ARI (4,1)	10,4573

Pada Tabel 4.5 dapat diketahui bahwa model ARI (4,1) menghasilkan nilai AIC terkecil dibandingkan dengan model ARIMA yang lain sehingga dapat dikatakan bahwa model ARIMA terbaik untuk data harga saham harian JCI adalah model ARIMA (4,1,0) atau ARI (4,1).

4.1.7. Pengujian Asumsi Sisaan Model ARIMA

Sebelum melakukan pemodelan MAR, perlu dilakukan pengujian asumsi sisaan model ARIMA yaitu asumsi normalitas dan homoskedastisitas.

Pengujian asumsi normalitas dan homoskedastisitas model ARI (4,1) secara rinci dapat dilihat pada Lampiran 6. Berdasarkan Lampiran 6, statistik uji Kolmogorov Smirnov (KS) yang digunakan untuk menguji asumsi normalitas sisaan model ARI (4,1) menghasilkan nilai-p sebesar 0.000, di mana nilai-p bernilai lebih kecil dari taraf nyata 0,05 yang menunjukkan bahwa sisaan model ARI (4,1) tidak berdistribusi normal. Hal ini dapat disebabkan oleh data JCI yang berdistribusi bimodal. Untuk mengetahui hal tersebut, dilakukan pemeriksaan bimodal menggunakan histogram di mana data dikatakan berdistribusi bimodal jika histogram menunjukkan bahwa data memiliki 2 puncak. Histogram yang menunjukkan adanya karakteristik bimodal pada data JCI akan dijelaskan pada subbab selanjutnya.

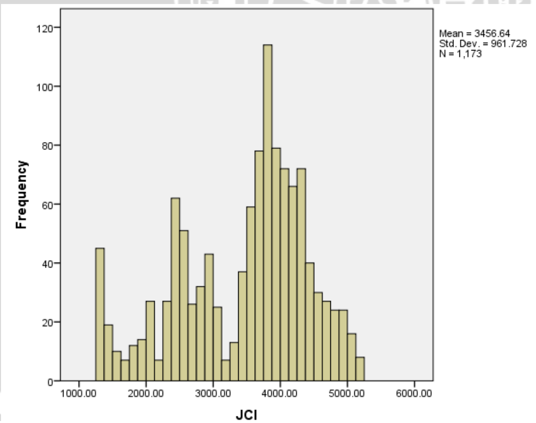
Sedangkan untuk pengujian asumsi homoskedastisitas, digunakan uji *white heteroscedasticity*. Berdasarkan Lampiran 6, dapat diketahui bahwa sisaan model ARI (4,1) mempunyai ragam yang tidak homogen karena nilai statistik uji S yang dihasilkan bernilai lebih besar dari nilai X_8^2 yaitu sebesar 62.169.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa sisaan model ARI (4,1) tidak menyebar mengikuti sebaran normal dan mengandung unsur heteroskedastisitas sehingga digunakan suatu model *mixture* yang sesuai untuk memodelkan karakteristik data tersebut.

4.2. Pemodelan MAR

4.2.1. Identifikasi Model MAR

Identifikasi model MAR menggunakan plot histogram data untuk melihat karakteristik dari data harga saham harian JCI. Menurut batasan masalah, penelitian ini hanya menggunakan dua komponen yaitu model MAR $(2; p_1, \ p_2)$. Orde p_1 dan p_2 diidentifikasi dari orde p pada model ARI terbaik, di mana diasumsikan sama untuk setiap komponen. Karena hanya menggunakan dua komponen, maka diharapkan data JCI berdistribusi bimodal. Untuk mengetahui hal tersebut, dilakukan pemeriksaan bimodal dengan menggunakan plot histogram data yang dapat dilihat pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Histogram Data Harga Saham Harian JCI

Berdasarkan Gambar 4.5, dapat diketahui bahwa data harga saham JCI berdistribusi bimodal sehingga dilakukan pemodelan *Mixture Autoregressive* (MAR). Penelitian ini menggunakan dua komponen pada pemodelan MAR, yaitu model MAR $(2;\ p_1,\ p_2)$ dan diasumsikan bahwa setiap komponen berdistribusi normal.

Model ARIMA terbaik berdasarkan pembahasan sebelumnya adalah model ARI (4,1) dengan orde AR sebesar empat, sehingga identifikasi awal untuk model MAR pada data harga saham harian JCI adalah model MAR $(2; 4,\ 4)$.

4.2.2. Pendugaan Parameter Model MAR

Langkah selanjutnya adalah melakukan pendugaan parameter model MAR. Pemodelan MAR untuk data harga saham harian JCI adalah model MAR $(2; 4,\ 4)$ dan dapat ditulis sebagai berikut.

$$F(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4})$$
$$= a_1\Phi\left[\frac{y_t - \phi_{10} - \phi_{11}y_{t-1} - \phi_{12}y_{t-2} - \phi_{13}y_{t-3} - \phi_{14}y_{t-4}}{\sigma_1}\right]$$
$$+ a_2\Phi\left[\frac{y_t - \phi_{20} - \phi_{21}y_{t-1} - \phi_{22}y_{t-2} - \phi_{23}y_{t-3} - \phi_{24}y_{t-4}}{\sigma_2}\right]$$

Sebelum melakukan proses pendugaan parameter, terlebih dahulu ditentukan nilai awal untuk setiap parameter model MAR dan menentukan data untuk setiap komponen berdasarkan pada plot histogram data. Pada Gambar 4.4, komponen pertama adalah data dengan harga saham harian JCI antara 1000 sampai dengan 3000. Sedangkan data dengan harga saham harian JCI selain nilai tersebut termasuk dalam komponen kedua.

Hasil inisialisasi awal parameter model MAR $(2; 4, 4)$ dapat dilihat pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Nilai Duga Parameter Awal Model MAR $(2; 4, 4)$

Parameter	Nilai Duga Awal
α_1	0,3216
ϕ_{10}	12,4506
ϕ_{11}	0,9661
ϕ_{12}	0,0432
ϕ_{13}	-0,0903
ϕ_{14}	0,0773

Tabel 4.6 Nilai Duga Parameter Awal Model MAR $(2; 4, 4)$ (Lanjutan)

Parameter	Nilai Duga Awal
ϕ_{20}	34,875
ϕ_{21}	1,0577
ϕ_{22}	-0,0298
ϕ_{23}	-0,1733
ϕ_{24}	0,1372
σ_1	60,741
σ_2	89,430

Berdasarkan Tabel 4.6, nilai simpangan baku untuk komponen pertama adalah sebesar 60,741. Sedangkan untuk komponen kedua adalah sebesar 89,430. Hal ini menunjukkan bahwa keragaman data harga saham harian JCI pada komponen kedua lebih besar daripada komponen pertama.

Setelah nilai duga parameter awal model MAR $(2; 4, 4)$ diketahui, langkah selanjutnya adalah melakukan iterasi dengan menggunakan metode algoritma EM di mana *source code* R metode algoritma EM disajikan pada Lampiran 7. Proses iterasi dilakukan hingga diperoleh nilai penduga parameter model MAR yang konvergen. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada Lampiran 7 dan secara ringkas disajikan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Nilai Duga Parameter Model MAR $(2; 4, 4)$

Parameter	Nilai Duga	Nilai p	Kesimpulan
α_1	0,8371	0,000	Signifikan
ϕ_{10}	0,000068	0,999	Tidak Signifikan
ϕ_{11}	0,2516	0,000	Signifikan
ϕ_{12}	0,2512	0,000	Signifikan
ϕ_{13}	0,2508	0,000	Signifikan
ϕ_{14}	0,2505	0,000	Signifikan
ϕ_{20}	0,000063	0,999	Tidak Signifikan
ϕ_{21}	0,2458	0,000	Signifikan
ϕ_{22}	0,2468	0,000	Signifikan
ϕ_{23}	0,2476	0,000	Signifikan
ϕ_{24}	0,2479	0,000	Signifikan
σ_1	41,2674	0,000	Signifikan
σ_2	115,45	0,000	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.7, dapat diketahui bahwa pada komponen pertama, hanya parameter ϕ_{10} menghasilkan nilai p yang bernilai lebih besar daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$. Untuk parameter selain ϕ_{10} memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$ sehingga dapat dikatakan bahwa parameter-parameter tersebut signifikan. Sedangkan pada komponen kedua, selain parameter ϕ_{20}, setiap parameter memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$ sehingga dapat dikatakan bahwa setiap parameter tersebut signifikan.

Kemudian menentukan model tentatif dari model MAR $(2;4,4)$dengan melakukan *overfitting*, yakni menaikkan satu orde model MAR tersebut menjadi MAR $(2;5,5)$. Hasil pendugaan parameter model MAR $(2;5,5)$ disajikan pada Tabel 4.8 berikut dan secara rinci pada Lampiran 8.

Tabel 4.8 Nilai Duga Parameter MAR $(2;5,5)$

Parameter	Nilai Duga	Nilai p	Kesimpulan
α_1	0,8379	0,000	Signifikan
ϕ_{10}	0,000054	0,999	Tidak Signifikan
ϕ_{11}	0,2015	0,000	Signifikan
ϕ_{12}	0,2012	0,000	Signifikan
ϕ_{13}	0,2008	0,000	Signifikan
ϕ_{14}	0,2006	0,000	Signifikan
ϕ_{15}	0,2005	0,000	Signifikan
ϕ_{20}	0,000057	0,999	Tidak Signifikan
ϕ_{21}	0,1961	0,000	Signifikan
ϕ_{22}	0,1970	0,000	Signifikan
ϕ_{23}	0,1977	0,000	Signifikan
ϕ_{24}	0,1980	0,000	Signifikan
ϕ_{25}	0,1980	0,000	Signifikan
σ_1	43,95	0,000	Signifikan
σ_2	122,05	0,000	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.8, dapat diketahui bahwa pada komponen pertama, setiap parameter memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata sehingga parameter tersebut signifikan, kecuali parameter ϕ_{10}. Sedangkan pada komponen kedua, setiap parameter selain ϕ_{10} memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$ sehingga dapat dikatakan bahwa parameter-parameter tersebut signifikan.

4.2.3. Pemeriksaan Model MAR

Langkah selanjutnya adalah menguji kelayakan model MAR yang telah terbentuk dengan menggunakan uji Ljung Box Q. Hasil pengujian kelayakan model MAR $(2; 4, 4)$ disajikan pada Tabel 4.9 berikut.

Tabel 4.9. Hasil Pengujian Sisaan Model MAR $(2; 4, 4)$

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nilai p	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Sedangkan hasil pengujian kelayakan model MAR $(2; 5, 5)$ disajikan pada Tabel 4.9 berikut.

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nilai p	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Berdasarkan Tabel 4.8 dan Tabel 4.9, dapat diketahui bahwa model MAR $(2; 4, 4)$ dan MAR $(2; 5, 5)$ tidak sesuai digunakan untuk memodelkan data harga saham harian JCI. Hal ini didasarkan pada nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$.

Selain itu, ketidaksesuaian model MAR $(2; 4, 4)$ dan MAR $(2; 5, 5)$ dalam memodelkan data harga saham harian JCI dapat ditunjukkan melalui plot ACF sisaan model MAR $(2; 4, 4)$ dan MAR $(2; 5, 5)$. Plot ACF sisaan dapat dilihat pada Lampiran 9 di mana terlihat bahwa terdapat nilai autokorelasi sisaan yang berbeda nyata. Dari pertimbangan tersebut, model MAR $(2; 4, 4)$ dan MAR $(2; 5{,}5)$ tidak sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI yang mengandung karakteristik multimodal dan terdapat unsur heteroskedastisitas. Hal ini dapat disebabkan karena adanya unsur ARCH pada sisaan harga saham harian JCI.

4.2.4. Pemilihan Model MAR $(2; p_1, p_2)$ Terbaik

Berdasarkan pembahasan sebelumnya, tidak terdapat satu pun model MAR yang sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI. Meskipun demikian, pemilihan model MAR $(2; p_1, p_2)$ terbaik tetap dilakukan karena orde p_1 dan p_2 pada model MAR digunakan untuk menentukan orde p_1 dan p_2 pada pemodelan MAR –ARCH $(2; p_1, p_2; q_1, q_2)$.

Pemilihan model MAR terbaik menggunakan nilai BIC terkecil dan dapat dilihat secara rinci pada Lampiran 8. Tabel 4.10 menunjukkan nilai BIC untuk setiap model MAR.

Tabel 4.10. Nilai BIC Model MAR $(2; p_1, p_2)$

Model	BIC
MAR $(2; 4, 4)$	1931,792
MAR $(2; 5,5)$	1935,051

Berdasarkan Tabel 4.10, dapat diketahui bahwa model MAR $(2; 4, 4)$ memiliki nilai BIC terkecil sehingga model MAR terbaik untuk data harga saham harian JCI adalah model MAR $(2; 4, 4)$.

4.2.5. Pemeriksaan Unsur ARCH

Telah diketahui sebelumnya bahwa model MAR terbaik yaitu MAR $(2; 4, 4)$ tidak sesuai untuk memodelkan data JCI. Hal ini dapat disebabkan karena adanya karakteristik multimodal dan terdapat unsur heteroskedastisitas atau unsur ARCH. Untuk itu, dilakukan pemeriksaan unsur ARCH pada sisaan model MAR $(2; 4, 4)$ dengan menggunakan uji LM. Berdasarkan Lampiran 10, dapat diketahui bahwa statistik uji LM yang dihasilkan adalah sebesar 1160,09 yang bernilai lebih besar dari nilai kritis $\left(X^2_{0,05;2}\right)$ sehingga dapat dikatakan bahwa terdapat unsur ARCH pada sisaan model MAR $(2; 4, 4)$.

4.3. Pemodelan MAR-ARCH $(\mathbf{2}; \boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}; \boldsymbol{q_1}, \boldsymbol{q_2})$

4.3.1. Identifikasi Model MAR-ARCH

Identifikasi model MAR-ARCH juga menggunakan plot histogram data untuk melihat karakteristik dari data harga saham harian JCI. Karena hanya menggunakan dua komponen yaitu model MAR-ARCH $(2; p_1, p_2; q_1, q_2)$. Orde p_1 dan p_2 diidentifikasi dari orde p pada model MAR terbaik, di mana diasumsikan sama untuk setiap komponen. Sedangkan orde q_1 dan q_2 diidentifikasi dari banyaknya nilai parsial autokorelasi sisaan kuadrat model MAR yang berbeda nyata. dan diasumsikan sama untuk setiap komponen. Berdasarkan Lampiran 10, terlihat bahwa terdapat dua nilai parsial autokorelasi yang berbeda nyata sehingga identifikasi awal untuk model MAR-ARCH pada data harga saham harian JCI adalah model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$.

4.3.2. Pendugaan Parameter Model MAR-ARCH

Langkah selanjutnya adalah melakukan pendugaan parameter model MAR-ARCH. Pemodelan MAR-ARCH pada penelitian ini adalah model MAR-ARCH $(2; 4,\ 4\,; 2, 2)$ dan dapat ditulis sebagai berikut :

$$F(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4})$$
$$= a_1\Phi\left(\frac{y_t - \phi_{10} - \phi_{11}y_{t-1} - \phi_{12}y_{t-2} - \phi_{13}y_{t-3} - \phi_{14}y_{t-4}}{\sqrt{\beta_{10} + \beta_{11}e^2_{1,t-1} + \beta_{12}e^2_{1,t-2}}}\right)$$
$$+ a_2\Phi\left(\frac{y_t - \phi_{20} - \phi_{21}y_{t-1} - \phi_{22}y_{t-2} - \phi_{23}y_{t-3} - \phi_{24}y_{t-4}}{\sqrt{\beta_{20} + \beta_{21}e^2_{1,t-1} + \beta_{22}e^2_{1,t-2}}}\right)$$

Kemudian menentukan nilai awal untuk setiap parameter model MAR-ARCH. Hasil inisialisasi awal parameter model MAR $(2; 4, 4)$dapat dilihat pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Nilai Duga Parameter Awal Model MAR-ARCH (2; 4, 4; 2,2)

Parameter	Nilai Duga
α_1	0,3237
ϕ_{10}	0,9992
ϕ_{11}	0,9821
ϕ_{12}	0,0362
ϕ_{13}	-0,0805
ϕ_{14}	0,0729
β_{10}	0,9639
β_{11}	0,0278
β_{12}	0,0593
ϕ_{20}	0,9999

Tabel 4.11 Nilai Duga Parameter Awal Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2,2)$ (Lanjutan)

Parameter	Nilai Duga
ϕ_{21}	1,0258
ϕ_{22}	-0,0373
ϕ_{23}	-0,1926
ϕ_{24}	0,1564
β_{20}	0,9639
β_{21}	0,0137
β_{22}	0,0842

Langkah selanjutnya adalah melakukan iterasi dengan menggunakan metode algoritma EM di mana *source code* Matlab metode algoritma EM disajikan pada Lampiran 11. Proses iterasi dilakukan hingga diperoleh nilai penduga parameter model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ yang konvergen. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada Lampiran 12 dan secara ringkas disajikan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Nilai Duga Parameter Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$

Parameter	Nilai Duga	Nilai p	Kesimpulan
α_1	0,1757	0,0000	Signifikan
ϕ_{10}	0,1084	0,4842	Tidak Signifikan
ϕ_{11}	0,2219	0,0000	Signifikan
ϕ_{12}	0,2984	0,0000	Signifikan
ϕ_{13}	0,2737	0,0000	Signifikan
ϕ_{14}	0,2741	0,0000	Signifikan
β_{10}	0,1842	0,0000	Signifikan
β_{11}	0,1139	0,0008	Signifikan
β_{12}	0,2429	0,0000	Signifikan
ϕ_{20}	0,1829	0,4808	Tidak Signifikan
ϕ_{21}	0,2492	0,0000	Signifikan
ϕ_{22}	0,2155	0,0000	Signifikan
ϕ_{23}	0,2690	0,0000	Signifikan
ϕ_{24}	0.2731	0,0000	Signifikan
β_{20}	0.1684	0,0000	Signifikan
β_{21}	0.0561	0,1306	Tidak Signifikan
β_{22}	0.3449	0,0000	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.12, dapat diketahui bahwa pada komponen pertama, setiap parameter selain parameter ϕ_{10}, memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata sehingga parameter tersebut signifikan. Sedangkan pada komponen kedua, setiap parameter selain ϕ_{10} dan β_{21}, memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata sehingga dapat dikatakan bahwa parameter tersebut signifikan.

Kemudian model tentatif dari model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ yaitu model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 3, 3)$ disajikan pada Tabel 4.13 dan secara rinci pada Lampiran 12.

Tabel 4.13 Nilai Duga Parameter MAR-ARCH $(2; 4, 4; 3,3)$

Parameter	Nilai Duga	Nilai p	Kesimpulan
α_1	0,4880	0,0000	Signifikan
ϕ_{10}	0,3063	0,4719	Tidak Signifikan
ϕ_{11}	0,2454	0,0000	Signifikan
ϕ_{12}	0,2088	0,0000	Signifikan
ϕ_{13}	0,2412	0,0000	Signifikan
ϕ_{14}	0,2138	0,0000	Signifikan
β_{10}	0,0673	0,0432	Signifikan
β_{11}	0,2124	0,0751	Tidak Signifikan
β_{12}	0,2537	0,0312	Signifikan
β_{13}	0,2047	0,0581	Tidak Signifikan
ϕ_{20}	0,2944	0,0000	Signifikan
ϕ_{21}	0,2359	0,0000	Signifikan
ϕ_{22}	0,3110	0,0000	Signifikan
ϕ_{23}	0,2837	0,0000	Signifikan
ϕ_{24}	0,2575	0,0000	Signifikan
β_{20}	0,0473	0,3876	Tidak Signifikan
β_{21}	0,1387	0,2629	Tidak Signifikan
β_{22}	0,2037	0,1820	Tidak Signifikan
β_{23}	0,2246	0,1331	Tidak Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.13, dapat diketahui bahwa pada kedua komponen parameter memiliki nilai p yang bernilai lebih kecil daripada taraf nyata sehingga parameter tersebut signifikan, kecuali parameter ϕ_{10}, β_{11}, β_{13}, β_{20}, β_{21}, β_{22} dan β_{23}. Karena beberapa parameter β_{kq_k} untuk kedua komponen tidak signifikan pada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka tidak terdapat model tentatif dari model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$.

Kemudian, dilakukan pendugaan parameter kembali untuk model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ tanpa mengikutsertakan parameter yang tidak signifikan. Hasil pendugaan parameter disajikan pada Tabel 4.14.

Tabel 4.12 Nilai Duga Parameter Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$

Parameter	Nilai Duga	Nilai p	Kesimpulan
α_1	0,2237	0,0000	Signifikan
ϕ_{10}	0,1121	0,4824	Tidak Signifikan
ϕ_{11}	0,2238	0,0000	Signifikan
ϕ_{12}	0,2997	0,0000	Signifikan
ϕ_{13}	0,2763	0,0000	Signifikan
ϕ_{14}	0,2766	0,0000	Signifikan
β_{10}	0,2015	0,0000	Signifikan
β_{11}	0,1374	0,0008	Signifikan
β_{12}	0,2732	0,0000	Signifikan
ϕ_{20}	0,2069	0,4673	Tidak Signifikan
ϕ_{21}	0,2402	0,0000	Signifikan
ϕ_{22}	0,2261	0,0000	Signifikan
ϕ_{23}	0,2706	0,0000	Signifikan
ϕ_{24}	0.2615	0,0000	Signifikan
β_{20}	0.1972	0,0000	Signifikan
β_{22}	0.3778	0,0000	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.14, dapat diketahui bahwa pada kedua komponen setiap parameter signifikan.

4.3.3. Pemeriksaan Model MAR-ARCH

Langkah selanjutnya adalah menguji kelayakan model MAR-ARCH yang telah terbentuk menggunakan uji Ljung Box Q. Hasil pengujian kelayakan model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ disajikan pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14. Hasil Pengujian Sisaan Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2,2)$

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nilai p	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99

Berdasarkan Tabel 4.14, dapat diketahui bahwa model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ sesuai digunakan untuk memodelkan data harga saham harian JCI. Hal ini didasarkan pada nilai statistik uji Q menghasilkan nilai p yang bernilai lebih besar daripada taraf nyata $\alpha = 0{,}05$.

Selain itu, kesesuaian model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ dalam memodelkan data harga saham harian JCI dapat ditunjukkan melalui plot ACF sisaan model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$. Plot ACF sisaan dapat dilihat pada Lampiran 13 di mana terlihat bahwa tidak terdapat nilai autokorelasi sisaan yang berbeda nyata. Dari pertimbangan tersebut, model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI.

4.3.4. Pemilihan Model MAR-ARCH $(\boldsymbol{2}; \boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}; \boldsymbol{q_1}, \boldsymbol{q_2})$ Terbaik

Berdasarkan pembahasan sebelumnya, hanya terdapat satu model MAR-ARCH yaitu MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$. Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ merupakan model terbaik di mana model tersebut sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI yang mengandung karakteristik multimodal dan unsur ARCH. Berdasarkan Lampiran 12, model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ memiliki nilai BIC sebesar 77,6856.

4.3.5. Model MAR-ARCH

Model MAR-ARCH yang terbentuk dan sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI adalah MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$. Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ yang terbentuk yaitu :

$$F(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4}) = 0{,}2237\ \Phi\left(\frac{e_{1,t}}{\sqrt{h_{1,t}}}\right) + 0{,}7763\ \Phi\left(\frac{e_{2,t}}{\sqrt{h_{2,t}}}\right)$$

di mana :

$$e_{1,t} = y_t - 0{,}2238 y_{t-1} - 0{,}2997\, y_{t-2} - 0{,}2763\, y_{t-3} - 0{,}2766\, y_{t-4}$$

$$e_{2,t} = y_t - 0{,}2402\, y_{t-1} - 0{,}2261\, y_{t-2} - 0{,}2706\, y_{t-3} - 0{,}2615 y_{t-4}$$

$$h_{1,t} = 0{,}2015 + 0{,}1374\, e_{1,t-1}^2 + 0{,}2732\, e_{1,t-2}^2$$

$$h_{2,t} = 0{,}1972 + 0{,}3778\, e_{1,t-2}^2$$

sehingga model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ untuk data JCI dengan nilai parameter $\widehat{\phi}_{10}$ dan $\widehat{\phi}_{11}$ sama dengan nol ditulis sebagai berikut:

$$F(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4})$$

$$= 0{,}2237\, \Phi\left(\frac{y_t - 0{,}2238 y_{t-1} - 0{,}2997\, y_{t-2} - 0{,}2763\, y_{t-3} - 0{,}2766\, y_{t-4}}{\sqrt{0{,}2015 + 0{,}1374\, e_{1,t-1}^2 + 0{,}2732\, e_{1,t-2}^2}}\right)$$

$$+ 0{,}7763\, \Phi\left(\frac{y_t - 0{,}2402\, y_{t-1} - 0{,}2261\, y_{t-2} - 0{,}2706\, y_{t-3} - 0{,}2615 y_{t-4}}{\sqrt{0{,}1972 + 0{,}3778\, e_{1,t-2}^2}}\right)$$

Selain dalam bentuk fungsi distribusi kumulatif bersyarat, model MAR-ARCH juga dapat ditulis sebagai berikut :

$$y_t = 0{,}2238 y_{t-1} + 0{,}2997\, y_{t-2} + 0{,}2763\, y_{t-3} + 0{,}2766\, y_{t-4} + e_{1,t}\sqrt{0{,}2015 + 0{,}1374\, e_{1,t-1}^2 + 0{,}2732\, e_{1,t-2}^2}$$

dengan peluang 0,2237. Model tersebut merupakan model untuk komponen pertama. Sedangkan model untuk data pada komponen kedua dapat ditulis sebagai berikut :

$$y_t = 0{,}2502\, y_{t-1} + 0{,}2261\, y_{t-2} + 0{,}2706\, y_{t-3} + 0{,}2755 y_{t-4} + e_{2,t}\sqrt{0{,}1972 + 0{,}3778\, e_{1,t-2}^2}$$

dengan peluang 0,7763.

Model MAR-ARCH $(2;\ 4, 4;\ 2, 2)$ menunjukkan bahwa data komponen pertama dan kedua mengikuti proses AR(4) dengan ragam mengikuti proses ARCH (2). Kemudian, pada model tersebut diperoleh nilai α_1 sebesar 0.2237 yang menunjukkan bahwa model untuk komponen pertama memberikan kontribusi sebesar 22,37% terhadap keseluruhan model. Sedangkan model untuk komponen kedua memberikan kontribusi sebesar 77,63%.

Selain itu, dapat diketahui bahwa harga saham harian JCI pada periode ke-t berhubungan dengan harga saham harian JCI empat periode sebelumnya dan kuadrat sisaan dua periode sebelumnya.

4.3.6. Peramalan Model MAR-ARCH

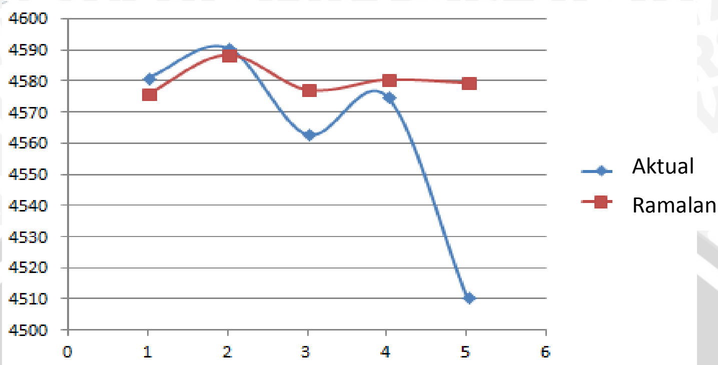
Langkah selanjutnya yaitu melakukan peramalan harga saham harian JCI menggunakan model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ selama beberapa periode ke depan. Berdasarkan batasan masalah pada penelitian ini, harga saham harian JCI akan diramalkan selama 5 periode ke depan. Hasil peramalan harga saham harian JCI menggunakan MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ disajikan pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15 Hasil Peramalan Harga Saham Harian JCI

Periode	Hasil Aktual (y_t)	Hasil Ramalan ($\hat{y}_{t+l}$)
1174	4580.85	4575.899
1175	4590.54	4588.391
1176	4562.77	4577.327
1177	4574.88	4580.534
1178	4510.63	4579.493

Berdasarkan Tabel 4.15, dapat diketahui bahwa harga saham harian JCI mengalami flukuasi untuk 5 periode ke depan. Selain itu, dapat diketahui bahwa harga saham harian JCI hasil ramalan termasuk dalam komponen kedua dari model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$.

Untuk mengetahui kebaikan model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ dalam memodelkan dan meramalkan harga saham harian JCI, dilakukan perbandingan antara harga saham harian JCI aktual dengan harga saham harian JCI hasil ramalan. Hasil perbandingan tersebut disajikan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.4. Perbandingan Harga Saham JCI Aktual dengan Hasil Ramalan

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat diketahui bahwa model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2, 2)$ masih belum sesuai untuk memodelkan data harga saham harian JCI. Meskipun pada Gambar 4.4, harga saham harian JCI aktual dan hasil ramalan memberikan hasil yang sama yakni harga saham mengalami fluktuasi yang tidak bisa diketahui secara pasti. Untuk periode 25 Oktober 2013 hingga periode 30 Oktober 2013, harga saham harian JCI hasil ramalan mendekati harga saham harian JCI aktual. Akan tetapi, pada periode 31 Oktober 2013 harga saham harian JCI aktual menurun tajam sedangkan hasil ramalan mengalami sedikit penurunan. Penurunan harga saham harian JCI yang tajam dapat disebabkan kondisi pertumbuhan ekonomi Indonesia melambat, yang disebabkan oleh perekonomian global yang bergejolak seperti pertumbuhan ekonomi Amerika yang berada di bawah ekspektasi pasar, ekonomi Cina yang mengalami perlambatan, serta faktor dari dalam negeri seperti melemahnya nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini yaitu :

1. Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2,2)$ sesuai digunakan untuk memodelkan dan meramalkan harga saham harian JCI. Model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2,2)$ ditulis dalam bentuk fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut :

$$F(y_t|y_{t-1}, y_{t-2}, y_{t-3}, y_{t-4})$$
$$= 0,2237\ \Phi\left(\frac{y_t - 0,2238y_{t-1} - 0,2997\ y_{t-2} - 0,2763\ y_{t-3} - 0,2766\ y_{t-4}}{\sqrt{0,2015 + 0,1374\ e_{1,t-1}^2 + 0,2732\ e_{1,t-2}^2}}\right)$$
$$+ 0,7763\ \Phi\left(\frac{y_t - 0,2402\ y_{t-1} - 0,2261\ y_{t-2} - 0,2706\ y_{t-3} - 0,2615y_{t-4}}{\sqrt{0,1972 + 0,3778\ e_{1,t-2}^2}}\right)$$

2. Hasil peramalan harga saham harian JCI untuk 5 periode ke depan dengan menggunakan model MAR-ARCH $(2; 4, 4; 2,2)$ menunjukkan perilaku yang sama dengan harga saham harian JCI aktual yakni mengalami fluktuasi.

5.2. Saran

Saran yang diberikan berdasarkan penelitian ini adalah :

1. Pada penelitian ini hanya membahas model MAR dengan pengembangan adanya unsur ARCH pada sisaan model MAR. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan membahas model MAR dengan adanya unsur GARCH atau EGARCH pada sisaan model MAR, dan membahas model MAR di mana data deret waktu yang diteliti mengandung *outlier*.
2. Penelitian hanya menggunakan dua komponen AR dan dua komponen ARCH, disarankan untuk penelitian selanjutnya membahas model MAR-ARCH dengan komponen lebih dari dua sehingga pemahaman mengenai model MAR-ARCH semakin berkembang.

3. Penelitian hanya menggunakan dua komponen dengan asumsi bahwa setiap komponen berdistribusi normal. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk melakukan pemodelan MAR-ARCH dengan menggunakan distribusi lain, misalnya distribusi eksponensial.

DAFTAR PUSTAKA

Assauri, S. 1984. Teknik dan Metode Peramalan : Penerapannya dalam Ekonomi dan Dunia Usaha. Edisi Satu. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Boshnakov, G.N. 2006. *Prediction with Mixture Autoregressive Models.* University of Manchester Institute of Science and Technology. (Online), (http://www.mims.manchester.ac.ukresearchprobability-statisticsresearch-reportspsrr06-2006.pdf), diakses 30 September 2013.

Box and Jenkins. 1976. *Time Series Analysis Forecasting and Control. Revised Edition*. Oakland, California : Holden Day.

Chan, W.S., C.S.Wong and A.H.L.Chung. 2008. *Modelling Australian Interest Rate Swap Spreads By Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedastic Processes*. (Online), 79 (2009) : 2779 – 2786, (http://www.elsevier.com/locate/matcom), diakses 1 Oktober 2013.

Cryer, J. 2008. *Time Series Analysis*. Bostom : PWS Kent Publisher.

Dempster, A.P., N.M.Laird and D.B.Rubin. 1977. *Maximum Likelihood from Incomplete Data via EM Algorithm.* Journal of The Royal Statistical Society. Series B (Methodological). (Online), 39 (1) : 1- 38, (http://links.jstor.org/sici?sici=0035-9246%281977%2939%3A1%3C1%3 AMLFIDV%3E2.0.CO%3B2-Z), diakses 4 Oktober 2013.

Enders, W. 1995. *Applied Econometrics Time Series*. John Wiley & Sons. Inc. Iowa State University.

Enders, W. 2004. *Applied Econometric Time Series 2nd ed*. John Wiley & Sons, Inc.

Engle, R.F. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of The Variance of United Kingdom Inflation.* Econometrica. (Online), 50 (4) : 987 – 1007, (http://link.jstor.org/sici?sici=0012-9682%28198207%2950%3A4%3C987%3AACEO), diakses 4 Oktober 2013.

Engle, R. 2001. GARCH 101 : *The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics*. Journal of Economic Prespective. (Online), 15 (4) : 157 – 168,(http://www.stat.wharton.upenn.edu/~steele/Courses/434/434Context/GARCH/garch101%28ENGLE%29.pdf), diakses 30 September 2013.

Fitriyah N.L. 2009. Peramalan Harga Saham Harian JCI dan Harga Minyak Dunia Menggunakan Mixture Autoregressive Model (MAR). Skripsi tidak diterbitkan. Malang : FMIPA Universitas Brawijaya.

Ghosh, H., G. Sunilkumar and Prajneshu. 2004. *Nonlinear Time-Series Modelling : A Mixture – ARCH Approach*. J. Indian Social Agricultural Statistics, (Online), 59 (3) : 209-216, (http://isas.org.in/jsp/volume/vol59/issue3/himadrighosh.pdf), diakses 15 September 2013.

Hanke, J.E., D.W.Wechern, dan A.G.Reitsch. 2003. Peramalan Bisnis Edisi Ketujuh. Jakarta : PT. Prenhallindo.

Harahap, B.A., I.Vianty, dan K.Agung. 2013. Laporan Perekonomian Indonesia. (Online), (http://bi.go.id), diakses 5 Oktober 2013.

Lanne, M and P, Saikkonen. 2003. *Modelling The U.S. Short Term Interest Rate by Mixture Autoregressive Processes*. (Online), (http:// https://www.econstor.eu/dspace/bitstream/10419/62194/1/723855331.pdf), diakses 4 Oktober 2013.

Louis T.A. 1982. *Finding Observed Information Matrix when Using The EM Algorithm*. Journal of The Royal Statistical

Society. Series B (Methodological), (Online), 44 (2) : 226 – 233, (http://links.jstor.org/sici= 0035-9246%281982%2944%3A2% C226%3AFTOIMW%3E2.0.CO%3B2-%23), diakses 4 Oktober 2013.

Markovic, D. 2002. *A Guide to Eviews*. (Online), (http://web.uvic.ca/-amechlen/teaching/345/assigns/eviewsguide.pdf), diakses 2 Oktober 2013.

Makridakis, Spyros and C.W.Steven. 1999. Metode dan Aplikasi Peramalan. Jakarta : Binarupa Aksara.

McLachlan and Peel. 2000. *Finite Mixture Models*. John Wiley & Sons Inc. (Online), (http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/0471721182.ch2/pdf, diakses 5 Oktober 2013.

Wei, W. 1994. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison Wesley Publishing Company. Inc.

Wei, W. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. New York : Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Wong, C.S. 1998. *Statistical Inference For Some Nonlinear Time Series Models*. Ph.D.thesis University of Hong Kong (Online), (http://sunzil.lib.hku.hk/hkuto/view/B31239444/ft.pdf), diakses 19 Oktober 2013.

Wong, C.S. and W.K.Li. 2000. *On a Mixture Autoregressive Model*. Journal Royal Statistical Society. (Online), 62 (1) : 95 – 115, (http://jstor.com), diakses 26 September 2013.

Wong, C.S. and W.K.Li. 2001. *On a Mixture Autoregressive Conditional Heteroscedastic Model*. Journal of The American Statistical Association. (Online), 96 (455) : 982 – 995, (http://www.jstor.com) diakses 20 Oktober 2013.

Wong, C.S. and W.S.Chan. 2006. *Mixture Gaussian Time Series Modelling Of Long Term Market Returns*. North American Actuarial Journal, (Online), 9 (4) : 83 – 94, (http://www.actuaries.org.hk /upload/File/Paper03_Wong%26Chan.pdf), diakses 22 September 2013.

Zeevi, A., R.Meir, and R.J.Adler. 1998. *Non-Linear Model for Time Series Using Mixtures Of Autoregressive Models*.(Online),(http://www2.gsb.columbia.edu/PAPERS/mixar.pdf), diakses 30 September 2013.

Lampiran 1. Data Harga Saham Harian *Jakarta Composite Index* (JCI) 2009 – 2013

Date	JCI	Date	JCI	Date	JCI
1/5/2009	1437,34	1/4/2010	2575,41	7/1/2011	3927,1
1/6/2009	1435,54	1/5/2010	2605,28	7/4/2011	3953,52
1/7/2009	1421,47	1/6/2010	2603,3	7/5/2011	3924,13
1/8/2009	1402,66	1/7/2010	2586,9	7/6/2011	3908,96
1/9/2009	1416,67	1/8/2010	2614,37	7/7/2011	3939,47
1/12/2009	1406,55	1/11/2010	2632,2	7/8/2011	4003,69
1/13/2009	1399,73	1/12/2010	2659,55	7/11/2011	3995,59
1/14/2009	1386,91	1/13/2010	2632,87	7/12/2011	3938,01
1/15/2009	1343,49	1/14/2010	2645,18	7/13/2011	3980,84
1/16/2009	1363,88	1/15/2010	2647,09	7/14/2011	3997,64
1/19/2009	1350,69	1/18/2010	2642,55	7/15/2011	4023,2
1/20/2009	1344,15	1/19/2010	2666,07	7/18/2011	4032,97
1/21/2009	1321,45	1/20/2010	2667,27	7/19/2011	4023,42
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
12/22/2009	2467,64	12/22/2010	3620,68	9/23/2011	3426,35
12/23/2009	2474,88	12/23/2010	3611,53	9/26/2011	3316,14
12/24/2009	2474,88	12/27/2010	3625,27	9/27/2011	3473,94
12/28/2009	2509,69	12/28/2010	3659,99	9/28/2011	3513,17
12/29/2009	2518,99	12/29/2010	3699,22	9/29/2011	3537,18
12/30/2009	2534,36	12/30/2010	3703,51	9/30/2011	3549,03

Lampiran 1. (Lanjutan)

Date	JCI	Date	JCI	Date	JCI
1/3/2012	3857,88	4/2/2012	4166,07	7/2/2012	3991,54
1/4/2012	3907,42	4/3/2012	4215,44	7/3/2012	4049,89
1/5/2012	3906,26	4/4/2012	4134,04	7/4/2012	4075,92
1/6/2012	3869,42	4/5/2012	4166,37	7/5/2012	4069,84
1/9/2012	3889,07	4/9/2012	4154,07	7/6/2012	4055,2
1/10/2012	3938,84	4/10/2012	4149,8	7/9/2012	3985,04
1/11/2012	3909,64	4/11/2012	4130,01	7/10/2012	4009,68
1/12/2012	3909,5	4/12/2012	4139,54	7/11/2012	4019,13
1/13/2012	3935,33	4/13/2012	4159,28	7/12/2012	3984,12
1/16/2012	3909,69	4/16/2012	4146,58	7/13/2012	4019,67
1/17/2012	3954,75	4/17/2012	4157,37	7/16/2012	4047,47
1/18/2012	3978,13	4/18/2012	4166,24	7/17/2012	4080,67
1/19/2012	4001,07	4/19/2012	4163,72	7/18/2012	4081,64
1/20/2012	3986,51	4/20/2012	4181,37	7/19/2012	4096,2
1/24/2012	3994,58	4/23/2012	4155,49	7/20/2012	4081,2
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
3/22/2012	4041,56	6/22/2012	3889,52	9/21/2012	4244,62
3/26/2012	4031,71	6/25/2012	3857,59	9/24/2012	4200,91
3/27/2012	4079,38	6/26/2012	3881,4	9/25/2012	4226,89
3/28/2012	4090,57	6/27/2012	3934,87	9/26/2012	4180,16
3/29/2012	4105,17	6/28/2012	3887,57	9/27/2012	4225,02
3/30/2012	4121,55	6/29/2012	3955,58	9/28/2012	4262,56

Lampiran 1. (Lanjutan)

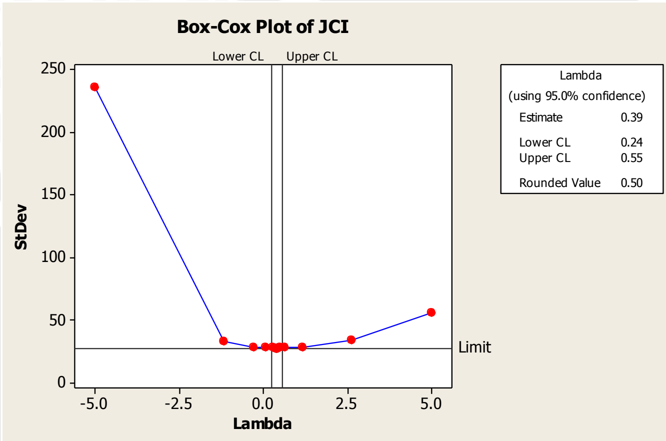
Date	JCI
10/1/2012	4236,29
10/2/2012	4256,84
10/3/2012	4251,51
10/4/2012	4271,46
10/5/2012	4311,31
10/8/2012	4268,23
10/9/2012	4280,25
10/10/2012	4280,01
10/11/2012	4284,97
10/12/2012	4311,39
10/15/2012	4313,52
10/16/2012	4329,08
10/17/2012	4337,53
10/18/2012	4356,97
10/19/2012	4331,25
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
12/19/2012	4275,86
12/20/2012	4254,82
12/21/2012	4250,21
12/26/2012	4275,09
12/27/2012	4281,86
12/28/2012	4316,69

Date	JCI
1/2/2013	4346,48
1/3/2013	4399,26
1/4/2013	4410,02
1/7/2013	4392,38
1/9/2013	4362,93
1/10/2013	4317,37
1/11/2013	4305,91
1/14/2013	4382,5
1/15/2013	4400,82
1/16/2013	4410,96
1/17/2013	4398,38
1/18/2013	4465,48
1/21/2013	4439,97
1/22/2013	4416,55
1/23/2013	4418,73
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
3/22/2012	4041,56
3/26/2012	4031,71
3/27/2012	4079,38
3/28/2012	4090,57
3/29/2012	4105,17
3/30/2012	4121,55

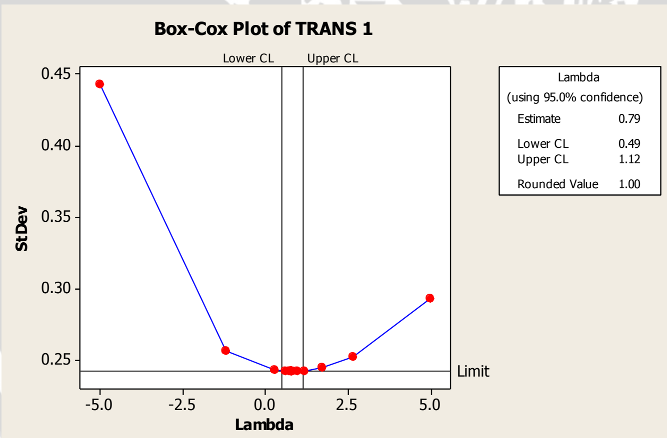
Date	JCI
4/1/2013	4937,58
4/2/2013	4957,25
4/3/2013	4981,47
4/4/2013	4922,61
4/5/2013	4926,07
4/8/2013	4897,52
4/9/2013	4899,59
4/10/2013	4877,48
4/11/2013	4924,26
4/12/2013	4937,21
4/15/2013	4894,59
4/17/2013	4998,65
4/18/2013	5012,64
4/19/2013	4998,46
4/22/2013	4996,92
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
:	:
6/21/2013	4515,37
6/24/2013	4429,46
6/25/2013	4418,87
6/26/2013	4587,73
6/27/2013	4675,75
6/28/2013	4818,9

Lampiran 2. Nilai Lambda dan *Box Cox Plot*

a. Data asli

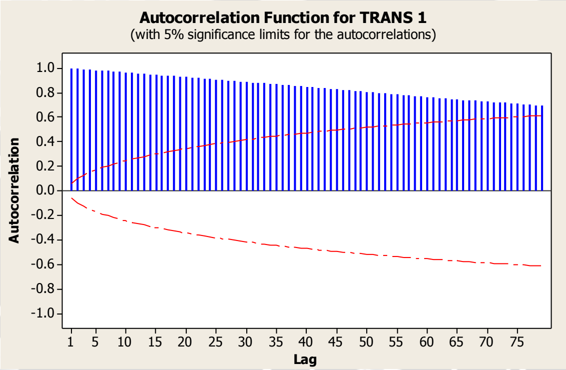


b. Data setelah transformasi satu kali

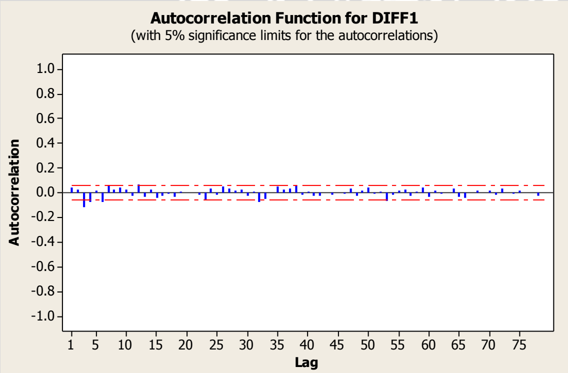


Lampiran 3. Plot ACF dan PACF Harga Saham Harian JCI

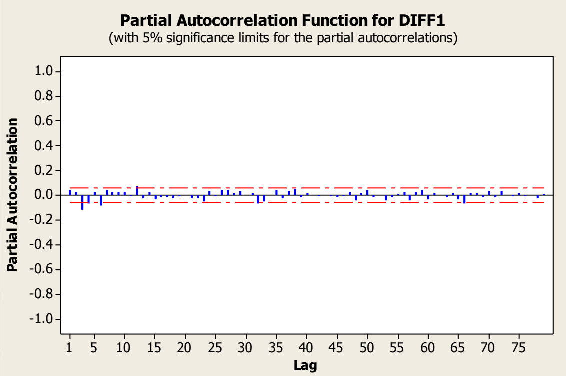
a. Data asli



b. Data setelah *differencing* satu kali



c. Plot PACF setelah *differencing*



Lampiran 4. Pendugaan Parameter Model ARIMA

a. ARIMA $(1,1,0)$ atau ARI $(1,1)$

```
Final Estimates of Parameters

Type       Coef  SE Coef     T      P
AR   1  0.0496   0.0292  1.70  0.090


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 1173, after
differencing 1172
Residuals:    SS =  2416235 (backforecasts excluded)
              MS =  2063  DF = 1171


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag             12     24     36     48
Chi-Square    54.0   72.5  100.5  112.1
DF              11     23     35     47
P-Value      0.000  0.000  0.000  0.000
```

b. ARIMA $(2,1,0)$ atau ARI $(2,1)$

```
Final Estimates of Parameters

Type       Coef  SE Coef     T      P
AR   1  0.0482   0.0292  1.65  0.099
AR   2  0.0280   0.0292  0.96  0.339


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 1173, after
differencing 1172
Residuals:    SS =  2414346 (backforecasts excluded)
              MS =  2064  DF = 1170


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag             12     24     36     48
Chi-Square    52.2   69.9   97.5  108.7
DF              10     22     34     46
P-Value      0.000  0.000  0.000  0.000
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

c. ARIMA (3, 1, 0) atau ARI (3, 1)

```
Final Estimates of Parameters

Type        Coef  SE Coef      T      P
AR   1   0.0519   0.0290   1.79  0.074
AR   2   0.0340   0.0291   1.17  0.242
AR   3  -0.1255   0.0291  -4.32  0.000


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 1173, after
differencing 1172
Residuals:    SS =  2376432 (backforecasts excluded)
              MS =  2033  DF = 1169


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag            12      24      36      48
Chi-Square   34.4    52.0    76.7    89.2
DF              9      21      33      45
P-Value     0.000   0.000   0.000   0.000
```

d. ARIMA (4, 1, 0) atau ARI (4, 1)

```
Final Estimates of Parameters

Type        Coef  SE Coef      T      P
AR   1   0.0429   0.0292   1.47  0.142
AR   2   0.0365   0.0290   1.26  0.208
AR   3  -0.1217   0.0290  -4.19  0.000
AR   4  -0.0718   0.0292  -2.46  0.014


Differencing: 1 regular difference
Number of observations:  Original series 1173, after
differencing 1172
Residuals:    SS =  2364228 (backforecasts excluded)
              MS =  2024  DF = 1168


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag            12      24      36      48
Chi-Square   26.4    43.0    65.2    76.4
DF              8      20      32      44
P-Value     0.001   0.002   0.000   0.002
```

Lampiran 5. Nilai AIC Model ARIMA

a. ARI (1, 1)

Dependent Variable: D(JCI)
Method: Least Squares
Date: 11/28/13 Time: 09:38
Sample(adjusted): 3 1173
Included observations: 1171 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.049603	0.029213	1.697955	0.0898

R-squared	-0.001065	Mean dependent var	2.697959
Adjusted R-squared	-0.001065	S.D. dependent var	45.41981
S.E. of regression	45.44398	Akaike info criterion	10.47169
Sum squared resid	2416232.	Schwarz criterion	10.47602
Log likelihood	-6130.175	Durbin-Watson stat	2.001810

Inverted AR Roots	.05

b. ARI (2, 1)

Dependent Variable: D(JCI)
Method: Least Squares
Date: 11/28/13 Time: 09:41
Sample(adjusted): 4 1173
Included observations: 1170 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.048224	0.029261	1.648064	0.0996
AR(2)	0.027977	0.029268	0.955884	0.3393

R-squared	-0.000318	Mean dependent var	2.712291
Adjusted R-squared	-0.001174	S.D. dependent var	45.43658
S.E. of regression	45.46325	Akaike info criterion	10.47339
Sum squared resid	2414148.	Schwarz criterion	10.48205
Log likelihood	-6124.935	Durbin-Watson stat	1.992098

Inverted AR Roots	.19	-.14

c. ARI (3, 1)

Dependent Variable: D(JCI)
Method: Least Squares
Date: 11/28/13 Time: 09:41
Sample(adjusted): 5 1173
Included observations: 1169 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.051792	0.029067	1.781811	0.0750
AR(2)	0.034046	0.029094	1.170216	0.2422
AR(3)	-0.125498	0.029100	-4.312707	0.0000

R-squared	0.015332	Mean dependent var	2.730701
Adjusted R-squared	0.013643	S.D. dependent var	45.45166
S.E. of regression	45.14054	Akaike info criterion	10.46000
Sum squared resid	2375921.	Schwarz criterion	10.47300
Log likelihood	-6110.871	Durbin-Watson stat	2.016450

Inverted AR Roots	.28 -.41i	.28+.41i	-.51

d. ARI (4, 1)

Dependent Variable: D(JCI)
Method: Least Squares
Date: 12/03/13 Time: 09:48
Sample(adjusted): 6 1173
Included observations: 1168 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.042868	0.029251	1.465510	0.1431
AR(2)	0.036621	0.029062	1.260108	0.2079
AR(3)	-0.121685	0.029090	-4.183081	0.0000
AR(4)	-0.071781	0.029289	-2.450800	0.0144

R-squared	0.020431	Mean dependent var	2.721045
Adjusted R-squared	0.017907	S.D. dependent var	45.46993
S.E. of regression	45.06099	Akaike info criterion	10.45733
Sum squared resid	2363493.	Schwarz criterion	10.47467
Log likelihood	-6103.080	Durbin-Watson stat	1.993481

Inverted AR Roots	.40 -.46i	.40+.46i	-.38+.23i	-.38 -.23i

Lampiran 6. Pengujian Normalitas dan Homoskedastisitas

a. Normalitas

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Noise residual from JCI-Model_1 is normal with mean 3.000 and standard deviation 44.83.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	.000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

b. Homoskedasitisitas

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.231[a]	.053	.048	5278.03385

a. Predictors: (Constant), Res_JCI42, JCI_1, Res_JCI12, Res_JCI22, Res_JCI32, JCI_4

dengan :

$S = nR^2 = 1173(0{,}053) = 62{,}169$

$X_8^2 = 15{,}510$

Lampiran 7. *Source Code* R dan Hasil Pendugaan Model MAR $(2; p_1, p_2)$

```
EM <-
function(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.001,toltyp
e=1)
{if (!is.matrix(y))
y=as.matrix(y)

if (!is.list(phi))
stop(" phi harus dalam format 'list'!")

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) && (length(phi2)==1
&& is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(c(NA,NA),c(NA,NA))
else if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) &&
(length(phi2)>1 && is.na(phi2)==FALSE))
phi <- list(c(NA,NA),phi2)
else if ((length(phi1)>1 && is.na(phi1)==FALSE) &&
(length(phi2)==1 && is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(phi1,c(NA,NA))
else if ((length(phi1)<=1 && is.na(phi1)==FALSE) ||
(length(phi2)<=1 && is.na(phi2)==FALSE))
stop(" Untuk setiap komponen, banyaknya phi harus lebih dari
1.")

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

if (all(is.na(phi1)==TRUE)){
nol.phi1 <- c(0,0)
ada.NA1 <- 1
}
else
ada.NA1 <- 0

if (all(is.na(phi2)==TRUE)){
nol.phi2 <- c(0,0)
ada.NA2 <- 1
}
else
ada.NA2 <- 0

if ((ada.NA1==1) && (ada.NA2==0)){
phi <- list(nol.phi1,phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- length(phi[[2]])-1}

else if ((ada.NA1==0) && (ada.NA2==1)){
```

```
phi <- list(phi1,nol.phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- 0}

else if ((ada.NA1 == 1) && (ada.NA2 == 1)){
phi <- list(nol.phi1,nol.phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- 0}

else
{phi <- list(phi1,phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- length(phi[[2]])-1}

nPhi1 <- length(phi1)
nPhi2 <- length(phi2)
p1 <- nPhi1-1
p2 <- nPhi2-1

orde <- max(p1,p2)
n <- length(y)

alpha1=alpha
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
alpha2=1-alpha1
alpha=c(alpha1,alpha2)
if (!is.matrix(alpha))
alpha <- matrix(alpha)
if (any(alpha<=0))
stop(" Setiap nilai alpha harus > 0.\n")

if (missing(sigma))
sigma=c(sd(y),sd(y))
if (!is.matrix(sigma))
sigma <- matrix(sigma)

vbl <- variabel(y,phi)

E <- E_step(vbl,alpha,phi,sigma)

tau <- E$tau
resi <- E$resi
chi <- Chi(y,n,p1,p2)

q <- Q(tau,resi,alpha,sigma)

for (i in 1:maxiter){
par <- M_step(tau,chi,vbl,alpha,sigma,resi,n,p1,p2,orde)
```

```
alpha <- par$alpha

phi1 <- par$phi1
phi2 <- par$phi2
sigma <- par$sigma

if (ada.NA1==1 && ada.NA2==0)
phi <- list(nol.phi1,phi2)

else if (ada.NA1==0 && ada.NA2==1)
phi <- list(phi1,nol.phi2)

else if (ada.NA1 == 1 && ada.NA2 == 1)
phi <- list(nol.phi1,nol.phi2)

else
phi <- list(phi1,phi2)

E <- E_step(vbl,alpha,phi,sigma)

tau <- E$tau
resi <- E$resi
qi <- Q(tau,resi,alpha,sigma)
bic <- bic(qi,n,orde,p1,p2)

if (ada.NA1==1 && ada.NA2==0)
par_bic <-
list(alpha=alpha,sigma=sigma,K1.phi=NA,K2.phi=phi[[2]],BIC=bic)

else if (ada.NA1==0 && ada.NA2==1)
par_bic <-
list(alpha=alpha,sigma=sigma,K1.phi=phi[[1]],K2.phi=NA,BIC=bic)

else if (ada.NA1 == 1 && ada.NA2 == 1)
par_bic <-
list(alpha=alpha,sigma=sigma,K1.phi=NA,K2.phi=NA,BIC=bic)

else
par_bic <-
list(alpha=alpha,sigma=sigma,K1.phi=phi[[1]],K2.phi=phi[[2]],BI
C=bic)

konvergen <- abs(qi-q)
if (toltype==1)
tolerance <- ctolerance
else if (toltype==2)
tolerance <- abs(q*ctolerance)
else
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
stop(" Tipe toleransi 'toltype=",toltype,"' tidak ada.\n",
"   Type tolerance yang ada adalah 'toltype=1' atau
'toltype=2'.\n",
"   Secara default, tipe toleransi:'toltype=1', konstanta
toleransi: 'ctolerance=0.001'.")

if (konvergen<(tolerance)){
cat("\t      Expectation Maximization\n")
cat(" \tMixture Autoregressive ( 2
;",p1.title,";",p2.title,")\n\n")
cat("Konvergensi dicapai pada iterasi ke:",i,"\n\n")
cat("Parameter dan BIC:\n")
class(par_bic) <- "EM.parameter"
return(par_bic)}
else if (i==maxiter)
{stop(" Konvergensi belum tercapai hingga iterasi ke-
",maxiter,"\n")}
else
q <- qi }}

Tau <- function(alpha,sigma,resi)
{dresi1 <- dnorm(resi[[1]]/sigma[1])
dresi2 <- dnorm(resi[[2]]/sigma[2])

tau1.numer <- alpha[1]*(1/sigma[1])*dresi1
tau2.numer <- alpha[2]*(1/sigma[2])*dresi2

tau.denom <-
(alpha[1]*(1/sigma[1])*dresi1)+(alpha[2]*(1/sigma[2])*dresi2)

tau1 <- matrix(c(tau1.numer/tau.denom))
tau2 <- matrix(c(tau2.numer/tau.denom))
tau <- list(tau1,tau2)
tau}

Resi <- function(vbl,phi)
{phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

yhat1 <- vbl[[2]]%*%phi1
yhat2 <- vbl[[4]]%*%phi2

resi1 <- vbl[[1]]-yhat1
resi2 <- vbl[[3]]-yhat2

nr1 <- length(resi1)
nr2 <- length(resi2)
minnr <- min(nr1,nr2)

resi1 <- resi1[(nr1-(minnr-1)):nr1,]
resi2 <- resi2[(nr2-(minnr-1)):nr2,]
```

```
resi <- list(resi1,resi2)
resi}

Q <- function(tau,resi,alpha,sigma)
{nTau1 <- length(tau[[1]])
nTau2 <- length(tau[[2]])
nResi1 <- length(resi[[1]])
nResi2 <- length(resi[[2]])

q1 <- matrix(0,nTau1,1)
q2 <- matrix(0,nTau2,1)

matq1 <-
matrix(c(tau[[1]]*log10(alpha[1,]*dnorm((resi[[1]]/sigma[1,])))
),ncol=1)
matq2 <-
matrix(c(tau[[2]]*log10(alpha[2,]*dnorm((resi[[2]]/sigma[2,])))
),ncol=1)
q <- sum(matq1)+sum(matq2)
q}

M_step <- function(tau,chi,vbl,alpha,sigma,resi,n,p1,p2,orde)
{alpha1 <- sum(tau[[1]])/(n-orde)
alpha2 <- sum(tau[[2]])/(n-orde)
alpha <- matrix(c(alpha1,alpha2))
rownames(alpha) <- c("K1","K2")

sigma1 <- sqrt(sum(tau[[1]]*resi[[1]]^2)/sum(tau[[1]]))
sigma2 <- sqrt(sum(tau[[2]]*resi[[2]]^2)/sum(tau[[2]]))
sigma <- matrix(c(sigma1,sigma2))
rownames(sigma) <- c("K1","K2")

ymat1 <- matrix(rep(vbl[[1]],(p1+1)),ncol=(p1+1))
ymat2 <- matrix(rep(vbl[[3]],(p2+1)),ncol=(p2+1))

taumat1 <- matrix(rep(tau[[1]],(p1+1)),ncol=(p1+1))
taumat2 <- matrix(rep(tau[[2]],(p2+1)),ncol=(p2+1))

phi1 <-
(taumat1*chi[[1]]*ymat1)/sum(matrix(tau[[1]])*diag(chi[[1]]%*%t
(chi[[1]])))
phi1 <- margin.table(phi1,2)
nPhi1 <- length(phi1)
phi1 <- phi1[nPhi1:1] # reverse

phi2 <-
(taumat2*chi[[2]]*ymat2)/sum(matrix(tau[[2]])*diag(chi[[2]]%*%t
(chi[[2]])))
phi2 <- margin.table(phi2,2)
nPhi2 <- length(phi2)
phi2 <- phi2[nPhi2:1] # reverse
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
hasil <- list(alpha=alpha,sigma=sigma,phi1=phi1,phi2=phi2)
hasil}

E_step <- function(vbl,alpha,phi,sigma)
{resi <- Resi(vbl,phi)
tau <- Tau(alpha,sigma,resi)
E <- list(tau=tau,resi=resi)
E}

variabel <- function(y,phi){

if (!is.matrix(y))
y=as.matrix(y)

ny <- length(y)

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

nPhi1 <- length(phi1)
yt1 <- y[nPhi1:ny]
nyt1 <- length(yt1)

ylag.mat1 <- matrix(NA,nyt1,(nPhi1-1))

ylag1 <- NA

for (lag in 1:nPhi1){
ylag1 <- y[lag:(lag+(ny-nPhi1))]
ylag.mat1 <- cbind(ylag1,ylag.mat1)}


dimen1 <- dim(ylag.mat1)[2]
Kolom1 <- dimen1-nPhi1+1

ylag.mat1 <- ylag.mat1[,2:Kolom1]

satu1 <- rep(1,nyt1)

ylag.mat1 <- cbind(matrix(satu1),matrix(ylag.mat1,ncol=(nPhi1-
1)))

nPhi2 <- length(phi2)
yt2 <- y[nPhi2:ny]
nyt2 <- length(yt2)


ylag.mat2 <- matrix(NA,nyt2,(nPhi2-1))

ylag2 <- NA

for (lag in 1:nPhi2){
```

```
ylag2 <- y[lag:(lag+(ny-nPhi2))]
ylag.mat2 <- cbind(ylag2,ylag.mat2)}
dimen2 <- dim(ylag.mat2)[2]
Kolom2 <- dimen2-nPhi2+1

ylag.mat2 <- ylag.mat2[,2:Kolom2]
satu2 <- rep(1,nyt2)

ylag.mat2 <- cbind(matrix(satu2),matrix(ylag.mat2,ncol=(nPhi2-
1)))

minnyt <- min(nyt1,nyt2)

yt1=yt1[(nyt1-(minnyt-1)):nyt1]
yt2=yt2[(nyt2-(minnyt-1)):nyt2]

ylag.mat1=ylag.mat1[(nyt1-(minnyt-1)):nyt1,]
ylag.mat2=ylag.mat2[(nyt2-(minnyt-1)):nyt2,]

variabel <- list(yt1,ylag.mat1,yt2,ylag.mat2)
variabel}

bic <- function(qi,n,orde,p1,p2){
bic <- -2*qi+log10((n-orde))*(3*2-1+(p1+p2))
bic}

Chi <- function(y,n,p1,p2){
chi1 <- chi1.vct <- chi.vct1 <- matrix(NA,1,(p1+1))
chi2 <- chi2.vct <- chi.vct2 <- matrix(NA,1,(p2+1))

for (i in 1:(n-p1)){
chi1.vct <- y[i:(i+p1-1)]
chi.vct1 <- append(chi1.vct,1,after=length(chi1.vct))
chi1 <- rbind(chi1,chi.vct1)}

for (i in 1:(n-p2)){
chi2.vct <- y[i:(i+p2-1)]
chi.vct2 <- append(chi2.vct,1,after=length(chi2.vct))
chi2 <- rbind(chi2,chi.vct2)}

chi1 <- matrix(chi1[-1,],ncol=(p1+1))
chi2 <- matrix(chi2[-1,],ncol=(p2+1))

nChi1 <- dim(chi1)[1]
nChi2 <- dim(chi2)[1]
nChi <- min(nChi1,nChi2)

chi <- list(chi1[1:nChi,],chi2[1:nChi,])
chi}

EM.emv <- function(y,EM.parameter)
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
{if (!is.matrix(y))
y <- as.matrix(y)

if (class(EM.parameter)!="EM.parameter")
stop("Class obyek 'EM.parameter' yang digunakan tidak dikenal.
  Inputan yang harus dimasukkan adalah output dari fungsi EM.")

alpha <- EM.parameter$alpha
phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
sigma <- EM.parameter$sigma
nol.phi <- c(0,0)

if (is.na(phi1)==TRUE && is.na(phi2)==FALSE)
phi <- list(nol.phi,phi2)

else if (is.na(phi1)==FALSE && is.na(phi2)==TRUE)
phi <- list(phi1,nol.phi)

else if (is.na(phi1)==TRUE && is.na(phi2)==TRUE)
phi <- list(nol.phi1,nol.phi2)

else
phi <- list(phi1,phi2)

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

vbl <- variabel(y,phi)

yhat1 <- vbl[[2]]%*%phi1
yhat2 <- vbl[[4]]%*%phi2

miu <- cbind(yhat1,yhat2)
colnames(miu) <- c("K1","K2")
miusq <- miu^2
nmiu <- dim(miu)[1]

alpha1 <- rep(alpha[1,],nmiu)
alpha2 <- rep(alpha[2,],nmiu)
alpha.mat <- cbind(alpha1,alpha2)

sigma1 <- rep(sigma[1,],nmiu)
sigma2 <- rep(sigma[2,],nmiu)
sigma.vct <- cbind(sigma1,sigma2)
sigmasq <- sigma.vct^2

alpha.sigmasq <- alpha.mat*sigmasq
alpha.miusq <- alpha.mat*miusq
alpha.miu_sq <- (alpha.mat*miu)^2
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
expect.mat <- alpha.mat*miu
expect.vct <- margin.table(expect.mat,1)
expect.vct <- matrix(expect.vct)

var.vct <- alpha.sigmasq+alpha.miusq-alpha.miu_sq
var.vct <- margin.table(var.vct,1)
var.vct <- matrix(var.vct)

err <- (matrix(vbl[[1]])-expect.vct)/var.vct
emv <- list(mu=miu,variance=var.vct,residual=err)
emv}
evaluasi_phi <- function(phi)
{if (!is.list(phi))
stop(" phi harus dalam format 'list'!")

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) && (length(phi2)==1
&& is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(c(NA,NA),c(NA,NA))
else if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) &&
(length(phi2)>1 && is.na(phi2)==FALSE))
phi <- list(c(NA,NA),phi2)
else if ((length(phi1)>1 && is.na(phi1)==FALSE) &&
(length(phi2)==1 && is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(phi1,c(NA,NA))
else if ((length(phi1)<=1 && is.na(phi1)==FALSE) ||
(length(phi2)<=1 && is.na(phi2)==FALSE))
stop(" Untuk setiap komponen, banyaknya phi harus lebih dari
1.")

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

if (all(is.na(phi1)==TRUE)){
nol.phi1 <- c(0,0)
ada.NA1 <- 1}
else
ada.NA1 <- 0

if (all(is.na(phi2)==TRUE)){
nol.phi2 <- c(0,0)
ada.NA2 <- 1}
else
ada.NA2 <- 0

if ((ada.NA1==1) && (ada.NA2==0)){
phi <- list(nol.phi1,phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- length(phi[[2]])-1}
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
else if ((ada.NA1==0) && (ada.NA2==1)){
phi <- list(phi1,nol.phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- 0}

else if ((ada.NA1 == 1) && (ada.NA2 == 1)){
phi <- list(nol.phi1,nol.phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- 0}

else
{phi <- list(phi1,phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- length(phi[[2]])-1}

phi}

get_vbl_resi_tau <- function(y,EM.parameter)
{if (!is.matrix(y))
y <- as.matrix(y)

if (class(EM.parameter)!="EM.parameter")
stop("Class obyek 'EM.parameter' yang digunakan tidak dikenal.
  Inputan yang harus dimasukkan adalah output dari fungsi EM.")

alpha <- EM.parameter$alpha
phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi12 <- list(phi1,phi2)
phi_eval <- evaluasi_phi(phi12)
sigma <- EM.parameter$sigma
vbl <- variabel(y,phi_eval[[1]])
resi <- Resi(vbl,phi_eval[[1]])
tau <- Tau(alpha,sigma,resi)
vbl_resi_tau <- list(vbl=vbl,resi=resi,tau=tau)
vbl_resi_tau}

ordeMAR <- function(EM.parameter)
{p1 <- length(EM.parameter$K1.phi)-1
p2 <- length(EM.parameter$K2.phi)-1
orde <- max(p1,p2)
orde}

evaluasi_phi <- function(phi)
{if (!is.list(phi))
stop(" phi harus dalam format 'list'!")

phi1 <- phi[[1]]


phi2 <- phi[[2]]
```

```
if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) && (length(phi2)==1
&& is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(c(NA,NA),c(NA,NA))
else if ((length(phi1)==1 && is.na(phi1)==TRUE) &&
(length(phi2)>1 && is.na(phi2)==FALSE))
phi <- list(c(NA,NA),phi2)
else if ((length(phi1)>1 && is.na(phi1)==FALSE) &&
(length(phi2)==1 && is.na(phi2)==TRUE))
phi <- list(phi1,c(NA,NA))
else if ((length(phi1)<=1 && is.na(phi1)==FALSE) ||
(length(phi2)<=1 && is.na(phi2)==FALSE))
stop(" Untuk setiap komponen, banyaknya phi harus lebih dari
1.")

phi1 <- phi[[1]]
phi2 <- phi[[2]]

if (all(is.na(phi1)==TRUE)){
nol.phi1 <- c(0,0)
ada.NA1 <- 1}
else
ada.NA1 <- 0

if (all(is.na(phi2)==TRUE)){
nol.phi2 <- c(0,0)
ada.NA2 <- 1}
else
ada.NA2 <- 0

if ((ada.NA1==1) && (ada.NA2==0)){
phi <- list(nol.phi1,phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- length(phi[[2]])-1}

else if ((ada.NA1==0) && (ada.NA2==1)){
phi <- list(phi1,nol.phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- 0}

else if ((ada.NA1 == 1) && (ada.NA2 == 1)){
phi <- list(nol.phi1,nol.phi2)
p1.title <- 0
p2.title <- 0}

else
{phi <- list(phi1,phi2)
p1.title <- length(phi[[1]])-1
p2.title <- length(phi[[2]])-1}

phi_eval <- list(phi,ada.NA1,ada.NA2,p1.title,p2.title)
phi_eval}
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
yt_eval <- function(y,index,orde_MAR,nyt)
{awal <- (orde_MAR+1)-index
akhir <- awal+(nyt-1)
yt <- y[,1]
yt_ev <- yt[awal:akhir]
yt_ev}


yt_eval2 <- function(y,index,orde_MAR,nyt)
{if (index==0)
yt_ev <-1
else {
awal <- (orde_MAR+1)-index
akhir <- awal+(nyt-1)
yt <- y[,1]
yt_ev <- yt[awal:akhir]}
yt_ev}

hitung_Ic0 <- function(y,EM.parameter)
{alpha <- EM.parameter$alpha
vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
matriks_alpha <-
sum((vrt$tau[[1]]/alpha[1]^2)+(vrt$tau[[2]]/alpha[2]^2))
matriks_alpha}

hitung_Ic1 <- function(y, EM.parameter)
{vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi12 <- list(phi1,phi2)
nphi1 <- length(phi1)
p1 <- nphi1-1
nphi2 <- length(phi2)
p2 <- nphi2-1
sigma <- EM.parameter$sigma
alpha <- EM.parameter$alpha

orde_MAR <- max(p1,p2)

matriks_Ic1 <- matrix(NA,nrow=p1+2,ncol=p1+2)
for (i in 1:(p1+2)){
for (j in 1:(p1+2)){
       if (i==1 && j==1){
            matriks_Ic1[i,j] <-  sum(vrt$tau[[1]]/sigma[1]^2)}

       else if (i==1 && j!=1 && j!=(p1+2)){
            matriks_Ic1[i,j] <-
sum((vrt$tau[[1]]*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1]))/sigma[1]^2)}
       else if (i!=1 && i!=(p1+2) && j==1){
```

```
     matriks_Ic1[i,j] <- sum((vrt$tau[[1]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1]))/sigma[1]^2)}
       else if (i==(p1+2) && j==(p1+2)){
            matriks_Ic1[i,j] <-
sum((vrt$tau[[1]]/(sigma[1]^2))*((3*vrt$resi[[1]]^2/sigma[[1]]^
2)-1))}
       else if ((i==(p1+2) && j==1) || (i==1 && j==(p1+2))){
            matriks_Ic1[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[1]]*vrt$resi[[1]]/sigma[1]^3)}
       else if (i==(p1+2) && j!=1 && j!=(p1+2)){
            matriks_Ic1[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[1]]*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1])*vrt$resi[[1]]/sigma[1]^3)
}
       else if (i!=1 && i!=(p1+2) && j==(p1+2)){
            matriks_Ic1[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[1]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1])*vrt$resi[[1]]/sigma[1]^3)
}
       else {matriks_Ic1[i,j] <-
sum(vrt$tau[[1]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1])*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[1]])[1])/sigma[1]^2)}}}
matriks_Ic1}

hitung_Ic2 <- function(y, EM.parameter)
{vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi12 <- list(phi1,phi2)
nphi1 <- length(phi1)
p1 <- nphi1-1
nphi2 <- length(phi2)
p2 <- nphi2-1
sigma <- EM.parameter$sigma
alpha <- EM.parameter$alpha
orde_MAR <- max(p1,p2)

matriks_Ic2 <- matrix(NA,nrow=p2+2,ncol=p2+2)
matriks_Ic2 <- matrix(NA,nrow=p2+2,ncol=p2+2)
for (i in 1:(p2+2)){
for (j in 1:(p2+2)){
       if (i==1 && j==1){
            matriks_Ic2[i,j] <-sum(vrt$tau[[2]]/sigma[2]^2)}
       else if (i==1 && j!=1 && j!=(p2+2)){
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum((vrt$tau[[2]]*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1]))/sigma[2]^2)}
       else if (i!=1 && i!=(p2+2) && j==1){
```

```
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum((vrt$tau[[2]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1]))/sigma[2]^2)}
        else if (i==(p2+2) && j==(p2+2)){
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum((vrt$tau[[2]]/(sigma[2]^2))*((3*vrt$resi[[2]]^2/sigma[[2]]^
2)-1))}
        else if ((i==(p2+2) && j==1) || (i==1 && j==(p2+2))){
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[2]]*vrt$resi[[2]]/sigma[2]^3)}
        else if (i==(p2+2) && j!=1 && j!=(p2+2)){
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[2]]*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1])*vrt$resi[[2]]/sigma[2]^3)
}
        else if (i!=1 && i!=(p2+2) && j==(p2+2)){
            matriks_Ic2[i,j] <-
sum(2*vrt$tau[[2]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1])*vrt$resi[[2]]/sigma[2]^3)
}
        else {matriks_Ic2[i,j] <-
sum(vrt$tau[[2]]*yt_eval(y,index=(i-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1])*yt_eval(y,index=(j-
1),orde_MAR,nyt=dim(vrt$tau[[2]])[1])/sigma[2]^2)}}}
matriks_Ic2}

matriks_blok_diagonal <- function(y,EM.parameter)
{phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi12 <- list(phi1,phi2)
nphi1 <- length(phi1)
p1 <- nphi1-1
nphi2 <- length(phi2)
p2 <- nphi2-1
Ic0 <- hitung_Ic0(y,EM.parameter)
Ic1 <- hitung_Ic1(y,EM.parameter)
Ic2 <- hitung_Ic2(y,EM.parameter)
mbd <- matrix(0,nrow=(p1+p2+5),ncol=(p1+p2+5))
for (i in 1:(p1+p2+5)){
for (j in 1:(p1+p2+5)){
        if (i==1 && j==1){
              mbd[i,j] <- Ic0}
        else if (i>=2 && i<=(1+p1+2) && j>=2 && j<=(1+p1+2)){
             mbd[i,j] <- Ic1[(i-1),(j-1)]}
        else if (i>=(1+p1+3) && j>=(1+p1+3)){
             mbd[i,j] <- Ic2[(i-(1+p1+2)),(j-(1+p1+2))]}}}
mbd }

get_Im00 <- function(y,EM.parameter)
{alpha <- EM.parameter$alpha
```

```
vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
```



```
elemen1 <- vrt$tau[[1]]*(1-vrt$tau[[1]])/alpha[1]^2
elemen2 <- vrt$tau[[2]]*(1-vrt$tau[[2]])/alpha[2]^2
elemen3 <- 2*vrt$tau[[1]]*vrt$tau[[2]]/(alpha[1]*alpha[2])
Im00 <- sum(elemen1+elemen2+elemen3)
Im00}

get_Imk0 <- function(y,EM.parameter)
{phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
p1 <- length(phi1)-1
p2 <- length(phi2)-1
#phi_target <- list(phi1,phi2)
#phi_eval <- evaluasi_phi(phi_target)[[1]]

vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
alpha <- EM.parameter$alpha
sigma <- EM.parameter$sigma

Im10 <- rep(0,p1+2)
for (i in 1:(p1+2)){
  if (i!=(p1+2)){
       yt_eval_i <- yt_eval2(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])
       elemen1 <- (1-vrt$tau[[1]])/alpha[1]
       elemen2 <- vrt$tau[[2]]/alpha[2]
       elemen3 <-
(vrt$tau[[1]]*yt_eval_i*vrt$resi[[1]])/(sigma[1]^2)
       Im10[i] <- sum((elemen1+elemen2)*elemen3)}

  else {
       elemen1 <- (1-vrt$tau[[1]])/alpha[1]
       elemen2 <- vrt$tau[[2]]/alpha[2]
       elemen3 <- vrt$tau[[1]]/sigma[1]
       elemen4 <- (((vrt$resi[[1]]^2)/(sigma[1]^2))-1)
       Im10[i] <- sum((elemen1+elemen2)*elemen3*elemen4)}}

Im20 <- rep(0,p2+2)
for (j in 1:(p2+2)){
  if (j!=(p2+2)){
       yt_eval_j <- yt_eval2(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])
       elemen1 <- (1-vrt$tau[[2]])/alpha[2]
       elemen2 <- vrt$tau[[2]]/alpha[2]
       elemen3 <-
(vrt$tau[[2]]*yt_eval_j*vrt$resi[[2]])/(sigma[2]^2)
       Im20[j] <- sum((elemen1+elemen2)*elemen3)}
       else {
       elemen1 <- (1-vrt$tau[[2]])/alpha[2]
       elemen2 <- vrt$tau[[2]]/alpha[2]
       elemen3 <- vrt$tau[[2]]/sigma[2]
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
        elemen4 <- (((vrt$resi[[2]]^2)/(sigma[2]^2))-1)
        Im20[j] <- sum((elemen1+elemen2)*elemen3*elemen4)}}

Imk0 <- list(Im10=Im10,Im20=Im20)
Imk0}

get_Imkl <- function(y,EM.parameter)
{phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi_target <- list(phi1,phi2)
phi_eval <- evaluasi_phi(phi_target)[[1]]
p1 <- length(phi1)-1
p2 <- length(phi2)-1
vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
alpha <- EM.parameter$alpha
sigma <- EM.parameter$sigma

Imkl_pojok_kanan_atas <- matrix(0,nrow=p1+2,ncol=p2+2)
for (i in 1:(p1+2)){
for (j in 1:(p2+2)){
if (i==(p1+2) && j==(p2+2)){
        elemen1 <-
(vrt$tau[[1]]*vrt$tau[[2]])/(sigma[1]*sigma[2])
        elemen2 <- ((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1
        elemen3 <- ((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1
        Imkl_pojok_kanan_atas[i,j] <- sum(-
elemen1*elemen2*elemen3)}
else if (i!=(p1+2) && j==(p2+2)){
        yt_eval_i <- yt_eval2(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])
        elemen1 <-
(vrt$tau[[1]]*vrt$tau[[2]]*yt_eval_i*vrt$resi[[1]])/((sigma[1]^
2)*sigma[2])
        elemen2 <- ((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1
        Imkl_pojok_kanan_atas[i,j] <- sum(-elemen1*elemen2)}
else if (i==(p1+2) && j!=(p2+2)){
        yt_eval_j <- yt_eval2(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])
        elemen1 <-
(vrt$tau[[1]]*vrt$tau[[2]]*yt_eval_j*vrt$resi[[2]])/(sigma[1]*(
sigma[2]^2))
        elemen2 <- ((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1
        Imkl_pojok_kanan_atas[i,j] <- sum(-elemen1*elemen2)}
else {
        yt_eval_i <- yt_eval2(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])
        yt_eval_j <- yt_eval2(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])
        elemen1 <-
(vrt$tau[[1]]*vrt$tau[[2]]*yt_eval_i*yt_eval_j*vrt$resi[[1]]*vr
t$resi[[2]])/((sigma[1]^2)*(sigma[2]^2))
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
Imkl_pojok_kanan_atas[i,j] <- sum(-elemen1)}}}
Imkl_pojok_kiri_bawah <- t(Imkl_pojok_kanan_atas)

Imkl <- list(Imkl_pojok_kanan_atas,Imkl_pojok_kiri_bawah)
Imkl}

get_Imkk <- function(y,EM.parameter)
{vrt <- get_vbl_resi_tau(y,EM.parameter)
phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
p1 <- length(phi1)-1
p2 <- length(phi2)-1

alpha <- EM.parameter$alpha
sigma <- EM.parameter$sigma

Im11 <- matrix(0,nrow=p1+2,ncol=p1+2)
for (i in 1:(p1+2)){
for (j in 1:(p1+2)){
       if (i==1 && j==1){
         Im11[1,1] <- sum((vrt$tau[[1]]*(1-
vrt$tau[[1]])*vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^4)}
       else if (i==(p1+2) && j==(p1+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[1]]*(1-vrt$tau[[1]])/sigma[1]^2
         elemen2 <- (((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1)^2
         Im11[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if ((i==1 && j==(p1+2))|| (i==(p1+2) && j==1)){###
         elemen1 <- vrt$tau[[1]]*(1-
vrt$tau[[1]])*vrt$resi[[1]]/sigma[1]^3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1)^2
         Im11[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if (i!=1 && i!=(p1+2) && j==(p1+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[1]]*(1-
vrt$tau[[1]])*vrt$resi[[1]]*yt_eval(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])/sigma[1]^3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1)^2
         Im11[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if (i==(p1+2) && j!=1 && j!=(p1+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[1]]*(1-
vrt$tau[[1]])*vrt$resi[[1]]*yt_eval(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])/sigma[1]^3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^2)-1)^2
         Im11[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else {
         yt_eval_i <- yt_eval2(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])
         yt_eval_j <- yt_eval2(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[1]])[1])
         elemen1 <- (vrt$tau[[1]]*(1-
vrt$tau[[1]])*yt_eval_i*yt_eval_j*vrt$resi[[1]]^2)/sigma[1]^4
         Im11[j,i] <- Im11[i,j] <- sum(elemen1)}}}
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
Im22 <- matrix(0,nrow=p2+2,ncol=p2+2)
for (i in 1:(p2+2)){
for (j in 1:(p2+2)){
       if (i==1 && j==1){
         Im22[1,1] <- sum((vrt$tau[[2]]*(1-
vrt$tau[[2]])*vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^4)}
       else if (i==(p2+2) && j==(p2+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[2]]*(1-vrt$tau[[2]])/sigma[2]^2
         elemen2 <- (((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1)^2
         Im22[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if ((i==1 && j==(p2+2))|| (i==(p2+2) && j==1)){
         elemen1 <- vrt$tau[[2]]*(1-
vrt$tau[[2]])*vrt$resi[[2]]/sigma[2]^3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1)
         Im22[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if (i!=1 && i!=(p2+2) && j==(p2+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[2]]*(1-
       vrt$tau[[2]])*vrt$resi[[2]]*yt_eval(y,(i-
       1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])/sigma[2]^
       3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1)



         Im22[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else if (i==(p2+2) && j!=1 && j!=(p2+2)){
         elemen1 <- vrt$tau[[2]]*(1-
vrt$tau[[2]])*vrt$resi[[2]]*yt_eval(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])/sigma[2]^3
         elemen2 <- (((vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^2)-1)
         Im22[i,j] <- sum(elemen1*elemen2)}
       else {yt_eval_i <- yt_eval2(y,(i-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])
         yt_eval_j <- yt_eval2(y,(j-
1),ordeMAR(EM.parameter),dim(vrt$tau[[2]])[1])
         elemen1 <- (vrt$tau[[2]]*(1-
vrt$tau[[2]])*yt_eval_i*yt_eval_j*vrt$resi[[2]]^2)/sigma[2]^4
         Im22[j,i] <- Im22[i,j] <- sum(elemen1)}}}
Imkk <- list(Im11,Im22)
Imkk}

matriks_Im <- function(y,EM.parameter)
{phi1 <- EM.parameter$K1.phi
phi2 <- EM.parameter$K2.phi
phi_target <- list(phi1,phi2)
phi_eval <- evaluasi_phi(phi_target)[[1]]
p1 <- length(phi_eval[[1]])-1
p2 <- length(phi_eval[[2]])-1
Imkk1 <- get_Imkk(y,EM.parameter)[[1]]
Imkk2 <- get_Imkk(y,EM.parameter)[[2]]
Imkl1 <- get_Imkl(y,EM.parameter)[[1]]
```

```
Imkl2 <- get_Imkl(y,EM.parameter)[[2]]
Im00 <- get_Im00(y,EM.parameter)
Imk0 <- get_Imk0(y,EM.parameter)
Im <- matrix(0,nrow=(p1+p2+5),ncol=(p1+p2+5))
Im_kiri <-
matrix(rbind(Im00,matrix(Imk0$Im10),matrix(Imk0$Im20)))
Im_tengah <- rbind(Imk0$Im10,Imkk1,Imkl2)
Im_kanan <- rbind(Imk0$Im20,Imkl1,Imkk2)
Im <- cbind(Im_kiri,Im_tengah,Im_kanan)
Im}

std_error <- function(Ic,Im)
{#Ic = matriks blok diagonal
#Im = matriks Im
matriks_I <- Ic-Im
invers_I <- solve(matriks_I)
stderr <- diag(invers_I)
stderr}

EM.tabulasi <- function(y,EM.parameter)
{nphi1 <- length(EM.parameter$K1.phi)
nphi2 <- length(EM.parameter$K2.phi)
tabel_output <-
as.data.frame(matrix(NA,nrow=(4+nphi1+nphi2),ncol=5),row.names=
F)
phi1_label <- rep("phi1",nphi1)
phi2_label <- rep("phi2",nphi2)
colnames(tabel_output) <- c("Parameter","Nilai_duga","SE","t-
hit","Nilai-p")
tabel_output$Parameter <-
c("alpha1",phi1_label,"sigma1","alpha2",phi2_label,"sigma2")
tabel_output$Nilai_duga <-
c(EM.parameter$alpha[1],EM.parameter$K1.phi,EM.parameter$sigma[
1],EM.parameter$alpha[2],EM.parameter$K2.phi,EM.parameter$sigma
[2])
Ic <- matriks_blok_diagonal(y,EM.parameter)
Im <- matriks_Im(y,EM.parameter)
SE <- std_error(Ic,Im)
SE1 <- SE[1:(nphi1+2)]
SE2 <- c(SE[1],SE[(nphi1+3):length(SE)])
SE <- c(SE1,SE2)
tabel_output$SE <- SE
thit <- tabel_output$Nilai_duga/tabel_output$SE
tabel_output[,4] <- round(thit,4)
nyt <- dim(y)[1]
orde_MAR <- ordeMAR(EM.parameter)
p_value <- round(2*pt(abs(thit),nyt-orde_MAR,lower=F),4)
tabel_output[,5] <- p_value

tabel_output}
```

Lampiran 8. Hasil Pendugaan Parameter Model MAR

a. MAR $(2;\ 4, 4)$

```
> source("D:\\Source Code\\SCMarFix.txt")
> y = read.table("D://dataq.txt")
> phi1=c(12.4506,0.9661,0.0432,-0.0903,0.0773)
> phi2=c(34.875,1.0577,-0.0298,-0.1733,0.1372)
> phi=list(phi1,phi2)
> alpha=0.3216
> sigma=c(60.741,89.430)
> EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.00001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 4 ; 4 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 155

Parameter dan BIC:
$alpha
        [,1]
K1 0.8371817
K2 0.1628183

$sigma
       [,1]
K1  41.2674
K2 115.4500

$K1.phi
[1] 6.814901e-05 2.516561e-01 2.512126e-01 2.508272e-01 2.505560e-01
$K2.phi
[1] 6.338846e-05 2.458572e-01 2.468797e-01 2.476496e-01 2.479052e-01

$BIC
[1] 1931.792

attr(,"class")
[1] "EM.parameter"
> emy=EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.000001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 4 ; 4 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 178

Parameter dan BIC:
> tabel_output=EM.tabulasi(y,emy)
> tabel_output
   Parameter   Nilai_duga           SE      t-hit
1     alpha1 8.371818e-01 7.772892e-05 10770.5325
2       phi1 6.814901e-05 3.032077e+01     0.0000
3       phi1 2.516561e-01 4.188449e-04   600.8336
4       phi1 2.512126e-01 3.451563e-03    72.7822
5       phi1 2.508272e-01 4.077636e-03    61.5129
6       phi1 2.505560e-01 2.608536e-03    96.0523
7     sigma1 4.126741e+01 4.513102e-04 91439.1298
8     alpha2 1.628182e-01 7.772892e-05  2094.6924
9       phi2 6.338846e-05 1.699306e+03     0.0000
10      phi2 2.458572e-01 6.415981e-03    38.3195
11      phi2 2.468797e-01 5.597934e-02     4.4102
12      phi2 2.476496e-01 7.318921e-02     3.3837
13      phi2 2.479052e-01 3.876286e-02     6.3954
14    sigma2 1.154500e+02 1.615343e+01     7.1471
```

Lampiran 8. (Lanjutan)

b. MAR $(2;\ 4,4)$ tanpa konstanta

```
> source("D:\\Source Code\\SCMarFix.txt")
> y = read.table("D://dataq.txt")
> phi1=c(0,0.9661,0.0432,-0.0903,0.0773)
> phi2=c(0,1.0577,-0.0298,-0.1733,0.1372)
> phi=list(phi1,phi2)
> alpha=0.3216
> sigma=c(60.741,89.430)
> EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.00001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 4 ; 4 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 154

Parameter dan BIC:
$alpha
        [,1]
K1 0.8371817
K2 0.1628183

$sigma
       [,1]
K1  41.2674
K2 115.4500

$K1.phi
[1] 6.814901e-05 2.516561e-01 2.512126e-01 2.508272e-01 2.505560e-01

$K2.phi
[1] 6.338846e-05 2.458572e-01 2.468797e-01 2.476496e-01 2.479052e-01

$BIC
[1] 1931.792

attr(,"class")
[1] "EM.parameter"
> emy=EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.00001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 4 ; 4 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 154
```

Lampiran 8. (Lanjutan)

```
Parameter dan BIC:
> tabel_output=EM.tabulasi(y,emy)
> tabel_output
   Parameter   Nilai_duga           SE      t-hit
1     alpha1 8.371817e-01 7.772897e-05 10770.5241
2       phi1 6.814901e-05 3.032077e+01     0.0000
3       phi1 2.516561e-01 4.188449e-04   600.8336
4       phi1 2.512126e-01 3.451564e-03    72.7822
5       phi1 2.508272e-01 4.077637e-03    61.5129
6       phi1 2.505560e-01 2.608537e-03    96.0523
7     sigma1 4.126740e+01 4.513420e-04 91432.6769
8     alpha2 1.628183e-01 7.772897e-05  2094.6924
9       phi2 6.338846e-05 1.699304e+03     0.0000
10      phi2 2.458572e-01 6.415976e-03    38.3195
11      phi2 2.468797e-01 5.597931e-02     4.4102
12      phi2 2.476496e-01 7.318915e-02     3.3837
13      phi2 2.479052e-01 3.876282e-02     6.3954
14    sigma2 1.154500e+02 1.615341e+01     7.1471
```

c. MAR $(2;\ 5, 5)$

```
> source("D:\\Source Code\\SCMarFix.txt")
> y = read.table("D://dataq.txt")
> phi1=c(12.2998,0.9670,0.0425,-0.0902,0.0840,-0.0070)
> phi2=c(34.625,1.0453,-0.0139,-0.1706,0.0419,0.0895)
> phi=list(phi1,phi2)
> alpha=0.3277
> sigma=c(55.837,90.338)
> EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.000001)
             Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 5 ; 5 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 179

Parameter dan BIC:
$alpha
        [,1]
K1 0.8379345
K2 0.1620655

$sigma
        [,1]
K1  43.95774
K2 122.05662

$K1.phi
[1] 5.457437e-05 2.015938e-01 2.012120e-01 2.008940e-01 2.006666e-01 2.005010e-01

$K2.phi
[1] 5.057505e-05 1.961530e-01 1.970918e-01 1.977512e-01 1.980029e-01 1.980011e-01
```

Lampiran 8. (Lanjutan)

```
$BIC
[1] 1935.051

attr(,"class")
[1] "EM.parameter"
> emy=EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.000001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 5 ; 5 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 179

Parameter dan BIC:
> tabel_output=EM.tabulasi(y,emy)
> tabel_output
   Parameter   Nilai_duga           SE      t-hit
1     alpha1 8.379345e-01 7.671510e-05 10922.6789
2       phi1 5.457437e-05 3.474855e+01     0.0000
3       phi1 2.015938e-01 8.424487e-04   239.2950
4       phi1 2.012120e-01 4.146299e-03    48.5281
5       phi1 2.008940e-01 4.656344e-03    43.1442
6       phi1 2.006666e-01 4.896799e-03    40.9791
7       phi1 2.005010e-01 1.861481e-03   107.7105
8     sigma1 4.395774e+01 1.196511e-02  3673.8253
9     alpha2 1.620655e-01 7.671510e-05  2112.5637
10      phi2 5.057505e-05 1.946533e+03     0.0000
11      phi2 1.961530e-01 1.177232e-02    16.6622
12      phi2 1.970918e-01 6.183241e-02     3.1875
13      phi2 1.977512e-01 7.665355e-02     2.5798
14      phi2 1.980029e-01 8.255337e-02     2.3985
15      phi2 1.980011e-01 3.189779e-02     6.2074
16    sigma2 1.220566e+02 1.818120e+01     6.7133
```

Lampiran 8. (Lanjutan)

d. MAR $(2;\ 5,5)$ tanpa konstanta

```
> source("D:\\Source Code\\SCMarFix.txt")
> y = read.table("D://dataq.txt")
> phi1=c(0,0.9670,0.0425,-0.0902,0.0840,-0.0070)
> phi2=c(0,1.0453,-0.0139,-0.1706,0.0419,0.0895)
> phi=list(phi1,phi2)
> alpha=0.3216
> sigma=c(60.741,89.430)
> EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.000001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 5 ; 5 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 179

Parameter dan BIC:
$alpha
        [,1]
K1 0.8379345
K2 0.1620655

$sigma
        [,1]
K1  43.95774
K2 122.05662

$K1.phi
[1] 5.457437e-05 2.015938e-01 2.012120e-01 2.008940e-01 2.006666e-01 2.005010e-01

$K2.phi
[1] 5.057505e-05 1.961530e-01 1.970918e-01 1.977512e-01 1.980029e-01 1.980011e-01
```

```
$BIC
[1] 1935.051

attr(,"class")
[1] "EM.parameter"
> emy=EM(y,phi,alpha,sigma,maxiter=1000,ctolerance=0.000001)
              Expectation Maximization
        Mixture Autoregressive ( 2 ; 5 ; 5 )

Konvergensi dicapai pada iterasi ke: 179
```

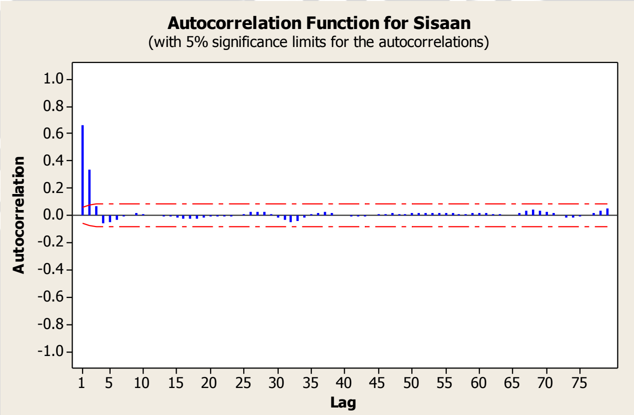
Lampiran 8. (Lanjutan)

```
Parameter dan BIC:
> tabel_output=EM.tabulasi(y,emy)
> tabel_output
   Parameter   Nilai_duga           SE      t-hit
1     alpha1 8.379345e-01 7.671510e-05 10922.6789
2       phi1 5.457437e-05 3.474855e+01     0.0000
3       phi1 2.015938e-01 8.424487e-04   239.2950
4       phi1 2.012120e-01 4.146299e-03    48.5281
5       phi1 2.008940e-01 4.656344e-03    43.1442
6       phi1 2.006666e-01 4.896799e-03    40.9791
7       phi1 2.005010e-01 1.861481e-03   107.7105
8     sigma1 4.395774e+01 1.196511e-02  3673.8254
9     alpha2 1.620655e-01 7.671510e-05  2112.5637
10      phi2 5.057505e-05 1.946533e+03     0.0000
11      phi2 1.961530e-01 1.177232e-02    16.6622
12      phi2 1.970918e-01 6.183241e-02     3.1875
13      phi2 1.977512e-01 7.665355e-02     2.5798
14      phi2 1.980029e-01 8.255337e-02     2.3985
15      phi2 1.980011e-01 3.189779e-02     6.2074
16    sigma2 1.220566e+02 1.818120e+01     6.7133
```

Lampiran 9. Diagnostik Model MAR $(2;\ p_1, p_2)$

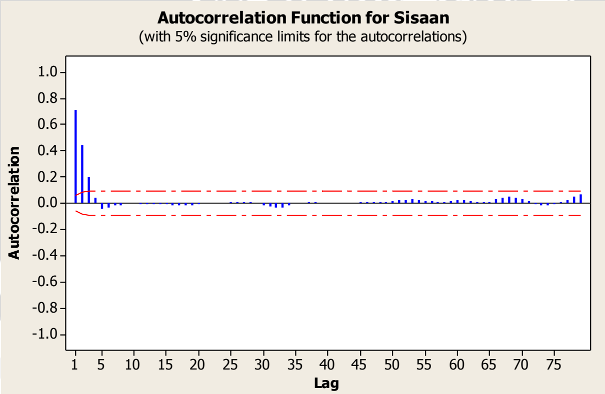
a. MAR $(2;\ 4, 4)$

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	509,2	509,6	516	520,4	523,4	525,4	525,9	526,4	527,1	527,7
Nilai p	0,00	0,00	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



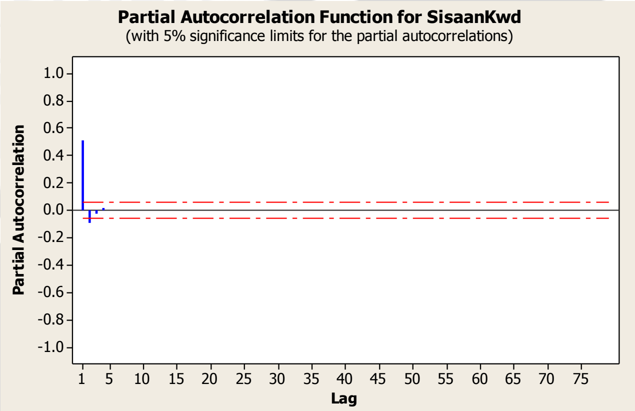
b. MAR $(2;\ 5, 5)$

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	599,4	826,7	876,3	879,3	881,7	883,7	884,9	885,9	886,6	887,4
Nilai p	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



Lampiran 10. Pengujian Unsur ARCH MAR $(2;\ 4, 4)$

a. Plot PACF Sisaan Kuadrat



b. Uji *Lagrange Multiplier* (LM)

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.994[a]	.989	.989	.00082

a. Predictors: (Constant), et_22, et_12

Statistik Uji LM :

$$LM = nR^2 = 1173(0.989) = 1160{,}09$$

$$X^2_{0{,}05;2} = 5{,}491$$

Lampiran 11. *Source Code* MAR-ARCH $(2; p_1, p_2;\ q_1, q_2)$

```
iqmax=iq(1);

for i=2:k
 if(iq(i)>iqmax)
  iqmax=iq(i);
 end;
end;

for i=1:k
 icord(i)=0.0;
   for j=1:i
    icord(i)=icord(i)+ip(j)+iq(j)+1;
   end;
end;

for iter=1:10
 ipmax=ip(1);
   for i=2:k
    if(ip(i)>ipmax)
      ipmax=ip(i);
    end;
   end;
end;
```

```
iqmax=iq(1)

for i=2:k
 if(iq(i)>iqmax)
  iqmax=iq(i);
 end;
end;

for i=ipmax+iqmax+1:n
 for j=1:k
   com=y(i);
     for jj=1:ip(j)
       com=com-phat(j,jj)*y(i-jj)
     end;

   ht=bhat(j,1);
```

Lampiran 11. (Lanjutan)

```
for jj=1:iq(j)
 error=y(i-jj);
  for jjj=1:ip(j)
   error=error-phat(j,jjj)*y(i-jj-jjj);
  end;
 bhat1=bhat'*error^2.0;
end;
 h(j)=1/sqrt(ht)*exp(-com^2.0/error.^2/2);
 end;
end;
```

```
denom=0.0;

for j=1:k
 denom=denom+ahat(j)*h(j);
end;

for j=1:k
 z(i,j)=ahat(j)*h(j)/denom;
end;
```

```
for j=1:k
 asn(j)=0.0;
 asumd=0.0;
end;

for i=ipmax+iqmax+1:n
  for j=1:k
   asn(j)=asn(j)+z(i,j);
   asumd=asumd+z(i,j);
  end;
end;

for j=1:k
  ahat1(j)=asn(j)/asumd;
end;

for i=1:k-1+icord(k)
 for j=1:k-1+icord(k)
   dim(i,j)=0.0;
 end;
end;
```

Lampiran 11. (Lanjutan)

```
for k1=1:k-1
 for l=1:k-1
   if(k1==1)
    dic(k1,l)=(n-ipmax-iqmax)*(1.0/ahat(k1)+1.0/ahat(k));
   else
    dic(k1,l)=(n-ipmax-iqmax)/ahat(k);
   end;
  end;
end;
```

```
vtheta=inv(dik);
dl=0.0;
dlik=0.0;
dlt=0.0;
lik=0.0;

for i=1:k
 for it=ipmax+iqmax+1
  dlt=dlt+ahat(i)/sqrt(hhh(i,it))*exp(-hhh(i,it)^2.0/hhh(i,it)/2.0);
  lik=lik+z(it,i)*log(ahat(i))-(z(it,i)/2.0)*log(hhh(i,it))-z(it,i)*hhh(i,it)*hhh(i,it)/(2*hhh(i,it)^2);
 end;
end;

dl=dl+log(dlt);
dlik=dlik+lik;

for i=1:k
  bic=-2.0*dlik+log((n-ipmax-iqmax))*((3*k-1)+sum(ip(i))+sum(iq(i)));
end;

for i=1:k-1
  vse(i,j)=sqrt(vtheta(i,j));
end;
```

```
for it=ipmax+iqmax+1
 for k1=1:k
  for i=1:ip(k1)
   for j=1:ip(k1)
     i1=k-1+icord(1)-ip(k1)-iq(k1)-1+i;
     i2=k-1+icord(1)-ip(k1)-iq(k1)-1+j;
     dic(i1,i2)=dic(k1,1)+hhh(it,k1)*(1/2/hhh(k1,it)^2*fih(k1,i)*fih(k1,j)+1/hhh(k1,it)*fie(k1,i)*fie(k1,j));
   end;
  end;

for i=1:iq(k1)
 for j=1:iq(k1)
   i1=k-1+icord(1)-iq(k1)-1+i;
   i2=k-1+icord(1)-iq(k1)-1+j;
   dic(i1,i2)=dic(k1,1)+z(it,k1)/2/hhh(k1,it)^2*fih(k1,i)*fih(k1,j)
 end;
end;
 end;
end;
```

```
vseakt=0.0;

for i=1:k-1
  for j=1:k-1
    vseakt=vseakt+dik;
  end;
end;
```

Lampiran 12. Hasil Pendugaan Parameter Model MAR-ARCH $(2; p_1, p_2;\ q_1, q_2)$

a. MAR-ARCH $(2; 4, 4;\ 2, 2)$

```
n=1173; k=2; ip(1)=4; ip(2)=4; iq(1)=2; iq(2)=2;
ahat(1)=0.2337; ahat(2)=0.6778;
phat=[0.9992 0.9821 0.0362 -0.0805 0.0729; 0.9999 1.0258 -0.0373 -0.1926 0.1564];
bhat=[0.9639 0.0278 0.0593; 0.9639 0.0137 0.084];
```

ahat1 =

0.1757	0.8243

bhat1 =

0.1842	0.1684
0.1139	0.0561
0.2429	0.3449

phat1 =

0.1084	0.1829
0.2219	0.2492
0.2984	0.2155
0.2737	0.2690
0.2741	0.2731

vseakt =

Columns 1 through 4

0.0399	0.3423	0.2124	0.1312
0.1997	0.7355	0.3330	0.3063
0.0064	1.7978	0.0050	0.6591
0.1640	0.7990	1.8934	0.0392
0.1691	0.4000	0.5199	0.0373
0.2709	1.7373	0.4452	0.9671
0.3184	0.3364	0.0255	0.3301
0.2831	0.3781	0.3533	0.2110
0.2705	0.2670	0.4988	0.3527
0.1833	0.3369	2.7931	0.0361
0.1768	0.4767	0.2275	0.3125
0.1382	0.1603	0.6382	2.1807
0.0328	0.3200	0.6760	0.6550
0.3284	0.4511	2.4270	0.6955
0.0771	0.4903	0.7169	0.6900
0.1521	0.6340	0.5356	0.6376
0.2072	0.2217	0.0498	0.2493

Columns 5 through 8

0.1385	0.0536	0.0225	0.2669
0.5997	1.0652	0.0805	0.0391
0.4506	0.9246	0.9938	0.1538
0.6590	0.4260	0.5542	0.1556
0.0359	0.6729	0.8420	0.0422
0.0031	0.0483	0.3219	0.2802
0.4600	0.0137	0.0386	0.1386
0.7662	0.3456	0.1179	0.0360
0.2732	0.5675	0.0055	0.3726
0.2090	0.2553	0.0584	0.3263
0.0786	1.8585	0.4951	0.5654
0.7260	0.2128	0.8242	0.2695
0.1269	0.9007	0.3474	0.7902
0.8399	0.3220	0.6284	1.0128
0.4252	0.2078	0.7465	0.4853
0.2336	0.7671	0.4659	0.1604
0.1186	0.3008	0.1002	0.1143

Lampiran 12. (Lanjutan)

Columns 9 through 12

0.0576	0.5581	0.2917	0.9364
0.2511	0.0264	0.8027	0.8338
0.5194	0.1520	0.8224	0.3345
0.7359	0.5906	2.4620	0.3580
0.2645	0.0373	0.5033	0.9703
0.7129	0.1870	0.4360	3.4001
0.0376	0.4096	0.8503	0.5097
0.2168	0.2968	0.0461	0.4422
0.0483	0.9093	0.4504	0.2687
0.0270	3.7904	0.5420	0.2018
0.0798	0.3145	0.0033	0.1119
0.2751	0.0721	0.1485	0.0361
0.7323	0.3943	0.7631	0.9509
0.6433	0.6596	0.8453	2.8616
0.5659	0.8953	0.4644	0.1279
0.4067	0.6569	2.8428	0.1073
0.4950	0.3903	0.2514	0.6226

Columns 13 through 16

0.1441	0.2093	0.1342	0.2896
0.0831	0.8711	0.8206	0.5976
3.7560	0.4778	2.2770	0.9513
0.2441	0.9161	0.8143	0.0127
1.9916	0.7183	0.8268	0.1820
0.4883	0.9857	3.5239	0.9800
0.0680	0.7995	2.8013	0.9246
0.6641	0.0009	0.1304	0.8101
0.8605	0.8044	0.9691	0.4699
0.1653	0.4136	0.0454	0.6357
0.2087	0.3130	0.2931	0.2732
0.4831	0.0146	0.0029	0.1888
0.0394	0.8148	0.6008	0.0138
0.4925	0.0375	0.3067	0.6467
0.2098	0.5784	0.0445	0.1982
1.8777	0.5131	0.5439	0.0449
0.4853	0.0666	0.0835	0.5774

Column 17

0.3213
0.0530
0.0465
3.2681
0.7082
0.3269
0.6618
0.5605
0.3619
0.5543
0.4086
0.3763
0.4016
0.1038
0.1167
0.9036
0.0389

bic =

77.6841

Lampiran 12. (Lanjutan)

b. MAR-ARCH (2; 4, 4; 3, 3)

```
n=1173; k=2; ip(1)=4; ip(2)=4; iq(1)=3; iq(2)=3;
ahat(1)=0.3216;  ahat(2)=0.6784;
phat=[0.9990 0.9614 0.0571 -0.7295 0.0754; 0.9994 1.0293 -0.0863 -0.2087 0.2364];
bhat=[0.9618 0.0452 0.0607; 0.9618 0.0677 0.0859];
```

```
ahat1 =

    0.4880    0.5120
```

```
bhat1 =

    0.0673    0.0473
    0.2124    0.1387
    0.2138    0.2037
    0.2047    0.2246
```

```
phat1 =

    0.3063    0.2944
    0.2454    0.2359
    0.2088    0.3110
    0.2412    0.2837
    0.2138    0.2575
```

```
vseakt =

  Columns 1 through 6

    0.0525    0.7659    0.1690    0.2969    0.2555    0.1470
    0.6580    1.3340    0.2003    0.2111    0.0174    0.0683
    0.3531    0.3759    0.0554    0.7019    0.8136    0.0181
    0.3855    0.8148    0.9406    0.0451    0.7034    0.1676
    0.1214    0.4512    0.0038    0.2608    0.0389    0.4748
    0.7249    0.7811    0.2633    0.9062    0.6647    0.0323
    0.8692    0.4340    0.3391    0.6511    0.4775    0.8339
    0.1483    4.8989    0.3090    0.2030    0.8713    0.1143
    0.1978    3.7597    0.3845    0.1100    0.2883    0.3402
    0.0732    0.1486    0.0183    0.9679    0.9887    0.3945
    0.5129    0.5042    0.0273    0.0520    0.4137    0.8942
    0.9535    0.1241    0.0070    0.5035    3.6041    0.8341
    0.1047    0.7735    0.6187    0.2926    0.6545    0.0676
    0.4061    0.4317    0.1547    0.7369    0.2290    0.7331
    0.6648    0.2726    0.8668    0.5424    0.4480    2.6652
    0.1701    0.4555    0.2298    0.7044    0.0105    0.6263
    0.9443    0.1901    0.8439    1.9903    0.3805    0.7410
    0.3431    0.2510    0.0744    0.9449    0.4860    0.6750
    0.6043    0.4466    0.7391    0.8991    0.6014    0.5437
```

Lampiran 12. (Lanjutan)

Columns 7 through 12

1.0307	0.8266	0.9026	0.2085	0.7911	0.7363
0.6980	0.5491	0.0012	0.6008	0.6140	0.5124
0.1949	0.7783	0.7321	0.9655	1.9745	0.7006
0.6999	0.1293	0.8439	1.8417	0.9171	0.5319
0.4399	0.2183	0.3033	0.1793	0.0354	0.9727
0.0481	0.2902	0.2148	0.2045	0.2871	0.6632
0.0392	0.5078	0.1554	0.8287	0.3836	0.0225
0.8478	0.1475	0.0490	0.1600	0.8883	0.9939
0.2707	0.0564	0.1360	0.7765	0.2062	0.5914
0.4591	0.6416	0.4263	0.1302	0.1001	0.9586
0.8721	0.3319	0.1162	0.5292	0.0413	0.0903
2.9102	0.6412	0.6791	0.2176	0.0412	0.0396
0.7633	0.9482	0.4544	0.4850	0.8713	0.0153
0.9340	0.7063	0.7653	0.9922	0.2373	0.1317
0.9782	0.3479	0.4375	0.7147	0.8412	0.5677
0.5035	0.9444	0.8215	0.4422	0.2595	0.4530
0.1739	0.6233	0.5331	0.2975	0.1055	4.6058
0.4310	0.5000	0.2478	0.3696	0.0637	0.4547
0.8000	0.7735	0.9247	0.7543	0.8637	0.1538

Columns 13 through 18

0.9208	0.2263	0.9712	0.2699	0.6254	0.2740
0.4582	0.7520	0.3052	0.1449	0.1640	0.9577
0.4906	0.6309	0.1945	0.7201	0.2766	0.3077
0.9490	0.3986	0.8288	0.3056	0.9260	0.6753
0.8252	1.8696	0.4289	0.1204	0.5502	0.2446
0.4448	0.6952	0.0729	0.0000	0.2523	0.1645
0.3908	0.8947	0.7132	0.3249	0.9117	0.6865
0.2138	0.2698	0.0692	0.4259	0.2149	0.3263
0.5582	0.5665	0.3297	0.6893	0.1278	0.0766
0.0289	0.1124	0.3857	0.1964	0.6398	0.6501
0.0875	0.8956	0.4183	0.3738	0.2387	0.9991
0.8809	0.9626	0.2500	0.9761	0.7445	0.2902
0.0554	0.1024	0.7546	0.6442	0.1387	0.4170
0.0342	0.0832	0.5959	0.2803	0.7316	0.9151
0.3671	0.1970	0.0668	0.4377	0.8125	0.7147
0.2038	0.3785	0.2814	0.1656	0.5587	0.3723
0.5293	0.2075	0.4933	0.2480	0.2185	0.8957
0.5142	0.7707	0.8248	0.0001	0.2174	0.2283
0.1085	0.7440	0.2492	0.2254	0.1492	0.5403

Column 19

0.4075
0.5200
0.4687
0.7004
0.7216
0.3006
0.5774
0.8083
0.1285
0.5442
0.4342
0.0374
0.9315
0.2505
0.7662
0.8273
0.9250
0.0292
0.2019

bic =

77.7904

Lampiran 12. (Lanjutan)

c. MAR-ARCH $(2; 4, 4;\ 2, 2)$ tanpa β_{21}

```
n=1173; k=2; ip(1)=4; ip(2)=4; iq(1)=2; iq(2)=2;
ahat(1)=0.2337; ahat(2)=0.6778;
phat=[0.9992 0.9821 0.0362 -0.0805 0.0729; 0.9999 1.0258 -0.0373 -0.1926 0.1564];
bhat=[0.9639 0.0278 0.0593; 0.9639 0.0137 0.084];
```

```
ahat1 =

    0.2337    0.776
```

```
bhat1 =

    0.2015    0.1972
    0.1374         0
    0.2372    0.2778
```

```
phat1 =

    0.1121    0.2069
    0.2238    0.2402
    0.2997    0.2261
    0.2763    0.2706
    0.2766    0.2615
```

```
vseakt =

  Columns 1 through 6

    0.0456    0.1017    0.5640    0.0956    0.0345    0.2238
    0.6477    2.5355    0.1451    0.3902    0.3280    0.4602
    0.2398    0.5499    0.0450    0.2250    0.1830    0.0111
    0.1364    0.8095    0.0425    0.6241    0.7971    0.1519
    0.3889    0.0729    0.0985    0.0609    0.1978    0.1259
    0.5162    0.0797    0.1266    0.3004    0.0494    0.0635
    0.0035    0.7946    0.5793    0.1306    0.5421    0.0457
    0.6510    0.1041    0.0649    0.7603    0.9593    0.4699
    0.6052    0.7240    0.5447    0.7304    0.2438    0.2536
    0.3728    0.5388    0.0549    0.3526    0.0657    0.2030
    0.5778    0.0363    0.8791    0.7846    0.1126    0.8714
    0.4092    0.1524    0.2451    0.3516    0.2082    0.3695
    0.3000    0.9107    0.8234    0.6397    0.9672    0.6186
    0.6214    0.0919    0.5499    0.4020    0.3692    0.3129
    0.3800    0.4532    0.3924    0.1804    0.8651    0.3630
    0.1893    0.1516    0.0896    0.1800    0.1840    0.1265
```

Lampiran 12. (Lanjutan)

Columns 7 through 12

0.3597	0.5364	0.9215	0.0939	0.7265	0.4184
0.0964	0.1906	0.6683	0.8343	0.7474	0.2120
0.5735	0.4028	0.8954	0.3817	0.5572	0.6854
0.4181	0.0598	0.7514	0.5009	0.0446	0.2134
0.1618	0.5447	0.6316	0.2578	0.4018	0.8440
0.0704	0.1157	0.3904	0.2663	0.8154	0.0173
0.0208	0.2114	0.8276	0.3380	0.2864	0.5172
0.0266	0.1173	0.6774	0.9981	0.0347	0.3432
0.1299	0.0493	0.6339	0.3679	0.6752	0.0150
0.0229	0.4172	2.5218	0.0232	0.4248	0.0229
0.3897	0.7837	0.2862	0.0053	0.0299	0.4353
0.6833	0.9745	0.1236	0.3011	0.0418	0.1638
0.4238	0.0879	0.0139	0.4027	0.5951	0.0495
0.2247	0.0306	0.0568	0.6482	0.2671	0.5161
0.8203	0.6484	0.3175	0.6907	0.2316	0.4162
0.2682	0.3188	0.1764	0.1027	0.2592	0.0657

Columns 13 through 16

0.4385	0.7588	0.3223	0.1800
0.0205	0.2001	0.1104	0.0851
0.5031	0.1950	0.0210	0.0222
0.0993	0.1561	0.6214	0.5267
0.9599	0.1954	0.6774	0.0412
0.7859	0.7202	0.3466	0.4118
0.5898	0.7513	0.5126	0.0973
0.7600	0.2013	0.7416	0.3963
0.2648	0.6432	0.7293	0.8358
0.2133	0.4670	0.6218	0.2579
0.4578	0.6797	0.4634	0.0351
0.2431	0.1263	0.0784	0.7306
0.1201	0.5170	0.3435	0.0527
0.0389	0.0411	0.1505	0.2398
0.2215	0.0467	0.3730	0.3408
0.7677	0.5511	0.1502	0.0590

bic =

77.6856

Lampiran 12. (Lanjutan)

d. MAR-ARCH $(2; 4, 4;\ 2, 2)$ Dengan β_{21}

Parameter	Nilai Duga	*Std Error*	t hit	*p-value*
alpha1	0,1757	0,03987	4,406822	0
phi10	0,1084	0,7355	0,039627	0,4842
phi11	0,2219	0,005003	44,3534	0
phi12	0,2984	0,039174	7,6173	0
phi13	0,2737	0,035884	7,6273	0
phi14	0,2741	0,048273	5,6781	0
beta10	0,1842	0,038579	4,7746	0
beta11	0,1139	0,036016	3,162483	0,000802
beta12	0,2429	0,048273	5,031798	0
phi20	0,1829	0,7904	0,048253	0,4808
phi21	0,2492	0,003295	75,6206	0
phi22	0,2155	0,036135	5,96375	0
phi23	0,2690	0,039441	6,82031	0
phi24	0,2731	0,037503	7,28208	0
beta20	0,1684	0,044459	3,78776	0
beta21	0,0561	0,049903	1,124181	0,1306
beta22	0,3449	0,038856	8,876364	0

Lampiran 12. (Lanjutan)

e. MAR-ARCH $(2; 4, 4; \ 3, 3)$

Parameter	Nilai Duga	*Std Error*	t hit	*p-value*
alpha1	0,4880	0,05252	9,291698	0
phi10	0,3063	1,334	0,070674	0,4719
phi11	0,3454	0,055389	4,43048	0
phi12	0,2088	0,045143	4,625302	0
phi13	0,2412	0,038847	6,20897	0
phi14	0,2138	0,032895	6,49947	0
beta10	0,0673	0,039224	1,715786	0,04324
beta11	0,2124	0,147545	1,439561	0,07514
beta12	0,2537	0,136018	1,865194	0,03121
beta13	0,2047	0,130204	1,572148	0,0581
phi20	0,2944	0,041247	7,13749	0
phi21	0,2359	0,039619	5,95421	0
phi22	0,3110	0,05536	5,617775	0
phi23	0,2837	0,083148	3,41199	0
phi24	0,2575	0,066749	3,85774	0
beta20	0,0473	0,165575	0,285671	0,3876
beta21	0,1387	0,2185	0,634783	0,2629
beta22	0,2073	0,2283	0,908016	0,1820
beta23	0,2246	0,201925	1,112294	0,1331

Lampiran 12. (Lanjutan)

f. MAR-ARCH $(2;4,4;\ 2,2)$ Tanpa β_{21}

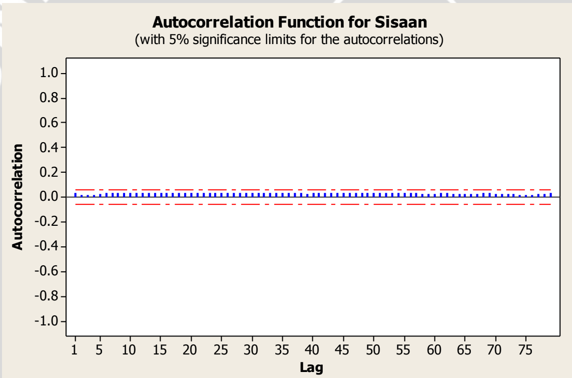
Parameter	Nilai Duga	*Std Error*	t hit	*p-value*
alpha1	0,2237	0,04561	4,904626	0
phi10	0,1121	2,5355	0,044212	0,4824
phi11	0,2238	0,00524	42,70992	0
phi12	0,2997	0,04253	7,046791	0
phi13	0,2763	0,060915	4,535829	0
phi14	0,2766	0,04943	5,595792	0
beta10	0,2015	0,045726	4,406683	0
beta11	0,1374	0,026627	5,160176	0,000802
beta12	0,2732	0,049321	5,539223	0
phi20	0,2069	2,5218	0,082045	0,4673
phi21	0,2402	0,005254	45,72103	0
phi22	0,2261	0,04185	5,402628	0
phi23	0,2706	0,049519	5,464569	0
phi24	0,2615	0,038904	6,721674	0
beta20	0,1972	0,046712	4,221613	0
beta22	0,3778	0,05904	6,399051	0

Lampiran 13. Diagnostik Model MAR-ARCH $(2; 4, 4;\ 2, 2)$ dan Peramalan Harga Saham Harian JCI

a. Uji Ljung Box Q

Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Nilai p	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

b. Plot ACF Sisaan



c. Peramalan Harga Saham Harian JCI

Periode	Hasil Ramalan $(\hat{y}_{t+l})$
1174	4575,899
1175	4588,391
1176	4577,327
1177	4580,534
1178	4579,493