

**PERBANDINGAN MODEL RICHARDS DAN CHAPMAN-
RICHARDS PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU
(*Saccharum officinarum* Linn)**

SKRIPSI

oleh:
ANDIK DWI WIJAYANTO
0910953017-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**PERBANDINGAN MODEL *RICHARDS* DAN *CHAPMAN-RICHARDS* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU
(*Saccharum officinarum* Linn)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:

ANDIK DWI WIJAYANTO

0910953017-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PERBANDINGAN MODEL *RICHARDS* DAN *CHAPMAN-RICHARDS* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU
(*Saccharum officinarum* Linn)**

Oleh:
ANDIK DWI WIJAYANTO
0910953017-95

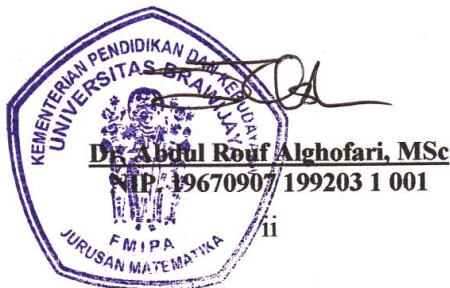
Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 6 Nopember 2014
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana
Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing



Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., MS
NIP. 19551102 198103 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Andik Dwi Wijayanto
NIM : 0910953017-95
Jurusan : Matematika
Penulisan Skripsi berjudul :

**PERBANDINGAN MODEL *RICHARDS* DAN *CHAPMAN-RICHARDS* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU
(*Saccharum officinarum* Linn)**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain selain nama-nama yang termaktub di isis dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 6 Nopember 2014
Yang menyatakan



(Andik Dwi Wijayanto)
0910953017-95

PERBANDINGAN MODEL *RICHARDS* DAN *CHAPMAN-RICHARDS* PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU (*Saccharum officinarum* Linn)

ABSTRAK

Analisis regresi nonlinier digunakan untuk memodelkan pola pertumbuhan yang berbentuk sigmoid. Pada penelitian ini digunakan model *Richards* dan *Chapman-Richards* karena memiliki posisi titik belok dan karakteristik yang hampir sama. Penelitian menggunakan parameter v (parameter yang menentukan titik belok) yang bernilai dari 0.1 hingga 0.7. Data yang digunakan adalah tinggi tanaman tebu dengan pemberian perlakuan macam bahan organik dan dosis yang berbeda. Tujuan penelitian untuk memilih nilai parameter v dan model pertumbuhan yang lebih baik dalam menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman tebu serta menentukan waktu efektif pertumbuhan. Pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil non linier dengan algoritma *Levenberg Marquardt*. Berdasarkan R^2_{adj} dan *AIC* diketahui bahwa nilai parameter v yang tepat pada model *Richards* dan *Chapman-Richards* adalah 0.7 dan model *Richards* lebih baik dalam menjelaskan pola pertumbuhan tinggi tanaman tebu dibandingkan model *Chapman-Richards*. Laju pertumbuhan tinggi tanaman tebu semakin meningkat sekitar 15 cm/BST sampai pada titik maksimum, yaitu pada bulan ke-4, kemudian semakin menurun sekitar 7 cm/BST seiring dengan bertambahnya umur tanaman.

Kata kunci : *Richards*, *Chapman-Richards*, Parameter v , Laju pertumbuhan

COMPARATIVE RICHARDS AND CHAPMAN- RICHARDS MODEL ON PLANT GROWTH OF CANE (*Saccharum officinarum* Linn)

ABSTRACT

Regression analysis nonlinear used to model sigmoidal the pattern of growth. This research used Richards and Chapman-Richards models because the inflection point of both models are almost at the same position. The models having ν as a parameter to determine the inflection point. Variants ν of 0.1 to 0.7 are used in both models. The data used is the height of sugarcane plant given organic matter in different doses. The purpose of the research was to choose the best value of ν and a better growth model in describing height growth pattern; besides, to determine the effective time of plant growth. Estimating parameters using nonlinear least squares method with Lavenberg Marquardt algorithm. Based on R^2_{adj} and AIC it was known that the proper ν of both models is 0.7. Richards models is better in explaining the height growth than Chapman-Richards model. Growth rate of sugarcane increased about 15 cm/month up to maximum point, that is the 4th month, and then decreased around 7 cm/month along with increasing age of the plant.

Keywords : Richards, Chapman-Richards, Parameter ν , Growth Rate

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah robbil'alamin, puji syukur kehadiran Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Perbandingan Model *Richards* dan *Chapman-Richards* Pada Pertumbuhan Tanaman Tebu (*Saccharum officinarum* Linn)”. Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, MS. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bimbingan, masukan dan motivasi.
2. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya.
3. Ibu Dr. Suci Astutik S.Si, M.Si dan Ir. Heni Kusdarwati, MS selaku penguji yang telah memberikan masukan dan motivasi.
4. Ibu, Bapak, Mama, Papa dan semua keluarga atas semua dukungan, motivasi dan doa yang diberikan selama ini.
5. Teman dan sahabat Statistika 2009 atas bantuan, semangat dan dukungan yang luar biasa dalam pengerjaan skripsi ini.
6. Sahabat-sahabat, teman seperjuangan (Amartha Anindita) dan Dina atas bantuan doa, dukungan dan perhatiannya.
7. Semua pihak yang telah berpartisipasi yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis menerima kritik dan saran dari pembaca yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi banyak pihak.

Malang, Nopember 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
 BAB I. PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	2
1.3. Batasan Masalah	2
1.4. Tujuan	2
1.5. Manfaat Penelitian	3
 BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. Pertumbuhan	5
2.2. Model Regresi Nonlinier.....	6
2.3. Model <i>Richards</i>	6
2.4. Model <i>Chapman-Richards</i>	8
2.5. Pendugaan Parameter.....	10
2.6. Pendugaan Nilai Awal Parameter	14
2.7. Pengujian Asumsi	15
2.7.1. Asumsi Kenormalan Galat	15
2.7.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	16
2.8. Pemeriksaan Kebaikan Model	16
2.9. Pertumbuhan Tanaman Tebu	17
 BAB III. METODE PENELITIAN	
3.1. Sumber Data.....	19
3.2. Metode Analisis	19

BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Diagram Pencar.....	21
4.2. Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier.....	22
4.3. Pengujian Asumsi	26
4.3.1. Asumsi Kenormalan Galat	26
4.3.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat.....	26
4.4. Pemeriksaan Kebaikan Model	27
4.5. Model Pertumbuhan Tanaman	28
4.6. Laju Pertumbuhan Maksimum	29
4.7. Kurva Laju Pertumbuhan Absolut	29

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan	31
5.2. Saran	31

DAFTAR PUSTAKA	33
-----------------------------	----

LAMPIRAN	37
-----------------------	----



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1. Nilai Kritis Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i>	15
Tabel 4.1. Penduga awal parameter nilai pertumbuhan maksimum (α)	22
Tabel 4.2. Penduga parameter nilai pertumbuhan maksimum (α) ...	23
Tabel 4.3. Penduga awal parameter skala pertumbuhan (konstanta) (k)	23
Tabel 4.4. Penduga parameter skala pertumbuhan (konstanta) (k) ..	24
Tabel 4.5. Penduga awal parameter nilai pertumbuhan tahap awal (β)	24
Tabel 4.6. Penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal (β) ...	25
Tabel 4.7. Hasil Perhitungan R^2_{adj} dan AIC	27
Tabel 4.8. Model <i>Richards</i> dan <i>Chapman-Richards</i>	28
Tabel 4.9. Umur dan Tinggi Tanaman Pada Saat Laju Pertumbuhan Maksimum ($v = 0.7$)	29



DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1. Kurva Pertumbuhan Sigmoid.....	5
Gambar 2.2. Kurva laju pertumbuhan model <i>Richards</i> pada v positif	8
Gambar 2.3. Kurva laju pertumbuhan model <i>Chapman-Richards</i>	10
Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis.....	20
Gambar 4.1. Diagram pencar tinggi tanaman tebu terhadap umur	21
Gambar 4.2. Diagram Laju Pertumbuhan.....	30



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Data.....	37
Lampiran 2. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.1$	39
Lampiran 3. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.2$	40
Lampiran 4. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.3$	41
Lampiran 5. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.4$	42
Lampiran 6. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.5$	43
Lampiran 7. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.6$	44
Lampiran 8. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Richards</i> pada $v = 0.7$	45
Lampiran 9. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.1$	46
Lampiran 10. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.2$	47
Lampiran 11. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.3$	48
Lampiran 12. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.4$	49
Lampiran 13. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.5$	50
Lampiran 14. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.6$	51
Lampiran 15. Hasil Pendugaan Parameter Model <i>Chapman- Richards</i> pada $v = 0.7$	52
Lampiran 16. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan Kontrol pada setiap v	53
Lampiran 17. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan B4D3 pada setiap v	54
Lampiran 18. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan B5D3 pada setiap v	55
Lampiran 19. Hasil uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i> model <i>Richards</i>	56

Lampiran 20.	Hasil uji Kolmogorov-Smirnov model <i>Chapman-Richards</i>	57
Lampiran 21.	Hasil uji <i>J. Szroeter</i> pada model <i>Richards</i>	58
Lampiran 22.	Hasil uji <i>J. Szroeter</i> pada model <i>Chapman-Richards</i>	59
Lampiran 23.	Hasil Laju Pertumbuhan Pada $v = 0.7$ (cm/bst)	60
Lampiran 24.	Penurunan Rumus Model <i>Richards</i>	61
Lampiran 25.	Penurunan Rumus Model <i>Chapman-Richards</i>	63
Lampiran 26.	Makro Minitab 16 Model <i>Richards</i>	65
Lampiran 27.	Makro Minitab 16 Model <i>Chapman-Richards</i>	68
Lampiran 28.	Penjabaran Makro Minitab 16	71



BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Seringkali dalam berbagai bidang penelitian dijumpai kasus yang setelah dianalisis membentuk model regresi nonlinier dan salah satunya adalah model pertumbuhan. Pertumbuhan merupakan bukan fungsi linier, melainkan fungsi nonlinier yang berbentuk sigmoid (S). Data pertumbuhan yang membentuk kurva sigmoid berlaku untuk semua makhluk hidup termasuk pada tanaman. Menurut Draper dan Smith (1992) data pertumbuhan cenderung saling berkorelasi sehingga dalam pengujian asumsi terdapat dua asumsi klasik (asumsi linieritas dan autokorelasi) pada regresi linier dilanggar. Kurva sigmoid membentuk huruf S yang mengalami pertumbuhan lambat di awal kemudian laju pertumbuhan mencapai maksimum pada titik belok dan akan melambat (Avanza *et al.*, 2008).

Model-model pertumbuhan telah diterapkan dalam banyak bidang (biologi, botani, kehutanan, zoologi dan ekologi). Beberapa model yang termasuk dalam keluarga model pertumbuhan sigmoid adalah *Logistic*, *Von Bertalanffy*, *Gompertz*, *Richards* dan *Janoschek* yang memiliki karakteristik titik belok yang berbeda-beda (Fekedulegn *et al.*, 1999). Tidak semua model pertumbuhan dapat diterapkan untuk pertumbuhan yang berbentuk sigmoid. Ada beberapa model pertumbuhan yang digunakan untuk pertumbuhan eksponensial, seperti model *Weibull* dan *Mitcerlich*. Model pertumbuhan yang digunakan peneliti harus sesuai dengan kriteria objek pertumbuhannya agar mendapatkan informasi yang akurat. Pada bidang botani, sering dijumpai pertumbuhan tanaman yang membentuk kurva sigmoid, salah satunya adalah tanaman tebu. Tebu (*Saccharum officinarum* Linn) merupakan tanaman yang ditanam untuk bahan baku gula atau vetsin. Tanaman tebu hanya dapat tumbuh pada daerah yang beriklim tropis dan termasuk jenis rumput-rumputan. Pertumbuhan tinggi tanaman tebu relatif lama dibandingkan pertumbuhan tinggi tanaman yang lain yaitu kurang lebih 1 tahun (12 bulan).

Penelitian ini memodelkan tinggi tanaman tebu yang menggunakan data penelitian Nurhidayati (2013) menggunakan Rancangan Acak Kelompok dengan dua faktor yaitu pemberian macam bahan organik dan dosis pemberian bahan organik. Model yang digunakan adalah *Richards* dan *Chapman-Richards*. Menurut Zeide (1993), model *Chapman-Richards* merupakan model yang mengalami

perkembangan dari model *Richards* yang ditemukan oleh dua orang peneliti yaitu Chapman dan Richards (penemu model *Richards*). Karakteristik kedua model ini hampir sama. Oleh karena itu, kedua model ini dibandingkan untuk mengetahui model pertumbuhan yang paling sesuai dalam menggambarkan pertumbuhan tinggi tanaman tebu.

1.2. Rumusan Masalah

Masalah yang terkait dalam penelitian ini adalah:

1. Apakah model pertumbuhan *Richards* dan *Chapman-Richards* dapat menggambarkan dengan baik pertumbuhan tinggi tanaman tebu?
2. Berapakah nilai parameter v (parameter yang menentukan titik belok) yang tepat digunakan pada model *Richards* dan *Chapman-Richards* ?
3. Pada umur berapakah laju pertumbuhan tanaman tebu mencapai titik optimum?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan adalah data penelitian Nurhidayati (2013) dengan perlakuan kontrol (tanpa masukan bahan organik), Campuran Kotoran Sapi+Blotong dengan dosis 15 ton/ha (B4D3) dan Campuran Kotoran Sapi+Seresah Tebu dengan dosis 15 ton/ha (B5D3).
2. Pendugaan parameter yang digunakan pada penelitian ini adalah metode kuadrat terkecil dengan algoritma *Levenberg Marquardt*.
3. Parameter v yang digunakan bernilai 0.1 hingga 0.7.
4. Pemeriksaan keakuratan model yang digunakan adalah koefisien determinasi disesuaikan (R^2_{adj}) dan *Akaike's Information Criterion* (AIC).

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Memilih nilai parameter v (parameter yang menentukan titik belok) pada model *Richards* dan *Chapman-Richards*.
2. Memilih model yang sesuai dalam menggambarkan pola pertumbuhan tinggi tanaman tebu pada perlakuan Kontrol (tanpa masukan bahan organik), Campuran Kotoran

- Sapi+Blotong dengan dosis 15 ton/ha (B4D3) dan Campuran Kotoran Sapi+Seresah Tebu dengan dosis 15 ton/ha (B5D3).
3. Menentukan waktu efektif pertumbuhan tinggi tanaman tebu.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model yang lebih baik menggambarkan pola pertumbuhan dan mengetahui kurva laju pertumbuhan tinggi tanaman tebu.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II

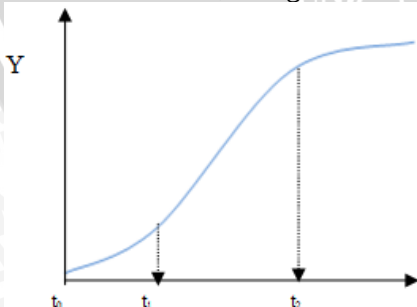
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pertumbuhan

Menurut Salisbury dan Ross (1992), pertumbuhan merupakan pertambahan volume dalam satuan isi, bobot, jumlah sel dan banyaknya protoplasma. Pertumbuhan volume sering ditentukan dengan cara mengukur pembesaran ke satu atau dua arah. Seperti panjang, tinggi, dan diameter pada pohon serta luas pada daun.

Pertumbuhan dipengaruhi oleh intensitas, kualitas, lamanya (periodisitas) dan arah cahaya (Elva, 1991). Sitompul dan Guritno (1995) mengemukakan bahwa pertumbuhan adalah suatu proses yang dilakukan tanaman hidup pada lingkungan tertentu dan dengan sifat-sifat tertentu, untuk menghasilkan perkembangan dengan menggunakan faktor lingkungan. Konsep sederhana dalam pertumbuhan adalah memiliki ukuran yang lebih besar serta memiliki bentuk yang lebih rumit dan kompleks (Lawrence dan Fowler, 2002).

Hubungan pertumbuhan dengan waktu menunjukkan suatu kurva tertentu. Menurut Gille (2004), model pertumbuhan dibedakan menjadi tiga model yaitu model eksponensial (*exponential growth*), model sigmoid (*sigmoid growth*) dan model berbentuk lonceng (*bell-shaped growth*). Secara umum kurva pertumbuhan berbentuk sigmoid. Model pertumbuhan berbentuk sigmoid atau huruf S dapat dibagi ke dalam tiga fase utama yaitu fase logaritmik, fase linier dan fase penuaan, namun tidak dapat dipisahkan secara pasti. Pada mulanya (fase logaritmik) ukuran tinggi tanaman mengalami pertumbuhan yang lambat. Pada tingkat berikutnya (fase linier) ukuran tinggi bertambah dengan laju yang semakin meningkat dan membentuk garis lurus. Tahap terakhir (fase penuaan) laju pertumbuhan turun perlahan sampai mencapai ukuran maksimum, sebagaimana disajikan dalam Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Kurva Pertumbuhan Sigmoid (Salisbury dan Ross, 1992)

Pada Gambar 2.1, dapat terlihat bahwa pertumbuhan pada saat awal (t_0 hingga t_1) mengalami pertumbuhan yang lambat, pada saat pertengahan (t_1 hingga t_2) mengalami pertumbuhan yang relatif cepat, dan pada saat akhir (t_2 hingga t_∞) pertumbuhan melambat kembali dan semakin konstan.

2.2. Model Regresi Nonlinier

Menurut Gujarati (2003), analisis regresi berkenaan dengan studi ketergantungan satu peubah (peubah respon) pada satu atau lebih peubah lain (peubah penjelas) untuk menduga dan atau meramalkan nilai rata-rata hitung (*mean*) atau rata-rata populasi. Secara umum bentuk regresi linier adalah:

$$Y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} + \dots + x_{ik}) + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

atau

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i ; i=1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

di mana

- Y_i : peubah respon ke- i
- x_{ik} : peubah penjelas ke- i pada parameter ke- k
- i : banyaknya ke- i sampel amatan
- ε_i : galat ke- i , dimana $i=1, 2, 3, \dots, n$

(William, 1997).

Menurut Draper dan Smith (1992) berdasarkan kelinieran parameter, model regresi non linier diklasifikasikan menjadi dua, yaitu intrinsik linier dan intrinsik non linier. Model regresi intrinsik linier adalah model regresi yang tidak linier dalam parameter tetapi dapat ditransformasi menjadi bentuk linier, misalnya:

$$Y = e(\alpha_1 + \beta_2 t^2 + \varepsilon) \quad (2.3)$$

Sedangkan model regresi intrinsik nonlinier adalah model regresi yang tidak linier dalam parameter dan tidak dapat ditransformasi menjadi bentuk linier, misalnya:

$$Y = \alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-1/v} + \varepsilon \quad (2.4)$$

Pada persamaan 2.3 dan 2.4, parameter yang akan diduga adalah α, β, k dan v . ε_i adalah galat yang mengikuti sebaran normal dan independen dengan nilai tengah nol dan ragam sebesar σ^2 .

2.3. Model Richards

Menurut Fang dan Gertner (2003), model *Richards* adalah model pertumbuhan nonlinier yang berbentuk sigmoid. Model *Richards*

mempunyai jumlah parameter yang lebih banyak dibandingkan model *Gompertz*, *Monomolekuler* dan *Logistik*. Pada model *Richards* terdapat tambahan parameter lain yaitu v . Pola pertumbuhan yang digambarkan oleh model *Monomolekuler*, *Gompertz* dan *Logistik* dapat digambarkan oleh model *Richards* tergantung pada nilai parameter v (Sitompul dan Guritno, 1995).

Model pertumbuhan *Richards* adalah:

$$Y(t) = \alpha (1 \pm \beta e^{(-kt)})^{-1/v} + \varepsilon \quad (2.5)$$

di mana

- α : nilai pertumbuhan maksimum
- β : nilai pertumbuhan tahap awal ($Y(0)$)
- v : parameter yang menentukan titik belok
- k : skala pertumbuhan (konstanta)
- Y : tinggi tanaman pada saat t
- t : umur
- ε : galat

Apabila v bernilai positif, model *Richards* akan menjadi

$$Y(t) = \alpha (1 + \beta e^{(-kt)})^{-1/v} + \varepsilon \quad (2.6)$$

Turunan pertama terhadap waktu merupakan laju pertumbuhan pada model *Richards* yaitu:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha(1+\beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta k e^{(-kt)}}{v(1+\beta e^{(-kt)})} \quad (2.7)$$

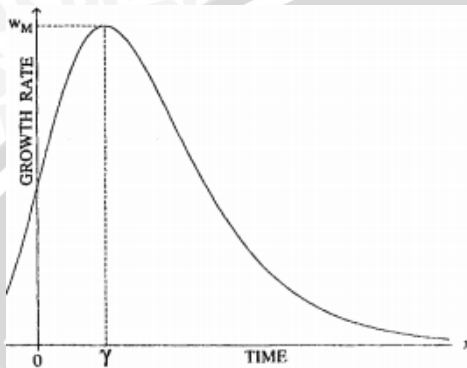
Sedangkan laju pertumbuhan maksimum diperoleh dengan penurunan kedua terhadap waktu dari persamaan (2.7) yang disamakan dengan nol sehingga diperoleh titik belok pada saat umur (t_i) dan tinggi saat umur ($Y(t_i)$), yaitu pada saat $\frac{d^2Y}{dt^2} = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{d^2Y}{dt^2} &= \frac{\alpha(1+\beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{v^2(1+\beta e^{(-kt)})^2} - \frac{\alpha(1+\beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta k^2 e^{(\beta-kt)}}{v(1+\beta e^{(-kt)})} + \\ &\frac{\alpha(1+\beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{v(1+\beta e^{(-kt)})^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Pada turunan kedua terhadap waktu dan disamakan dengan nol akan menghasilkan waktu (t) maksimum (Lampiran 24), yaitu terjadi pada

$$\text{saat } t = \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k}.$$

Persamaan 2.7 selanjutnya diterapkan pada data sehingga akan diperoleh kurva laju pertumbuhan model *Richards* seperti yang tersaji pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Kurva laju pertumbuhan model *Richards* pada v positif (Seber dan Wild, 2003)

Berdasarkan Gambar 2.2, laju pertumbuhan tanaman semakin turun seiring bertambahnya waktu (t). Model *Richards* akan sama dengan model *Monomolekuler* untuk $v = -1$, dengan *Gompertz* untuk $v = 0$, dan *Logistik* untuk $v = 1$ (Sitompul dan Guritno, 1995). Turunan parsial model *Richards* pada parameter-parameternya jika v bernilai positif adalah sebagai berikut (Fekedulegn *et al.*, 1999):

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = (1 + \beta e^{(-kt)})^{-1/v} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial k} = \left(\frac{\alpha \beta t}{v}\right) (1 + \beta e^{(-kt)})^{\left(\frac{-1}{v}\right)-1} (e^{(-kt)}) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta} = \left(\frac{-\alpha}{v}\right) (1 + \beta e^{(-kt)})^{\left(\frac{-1}{v}\right)-1} (e^{(-kt)}) \quad (2.11)$$

Turunan parsial terhadap setiap parameter akan digunakan untuk pendugaan parameter dengan algoritma *Levenberg Marquardt*.

2.4. Model *Chapman-Richards*

Model pertumbuhan *Chapman-Richards* merupakan model pertumbuhan yang dikembangkan oleh Chapman dan Richards pada tahun 1959 dan merupakan pengembangan dari model *Richards*. Berikut ini adalah model *Chapman-Richards* (Zeide, 1993).

$$Y(t) = \alpha (1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} + \varepsilon \quad (2.12)$$

di mana

- α : nilai pertumbuhan maksimum
- β : nilai pertumbuhan tahap awal ($Y(0)$)
- v : parameter yang menentukan titik belok
- k : skala pertumbuhan (konstanta)
- Y : tinggi tanaman pada saat t
- t : umur
- ε : galat

di mana $0 < Y < \alpha$; $\alpha, k > 0$ dan $v > 0$; $v \neq 0$

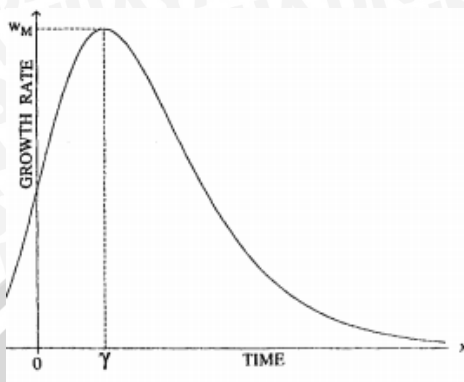
Turunan pertama terhadap waktu merupakan laju pertumbuhan pada model *Chapman-Richards*, yaitu sebagai berikut:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha(1-\beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta k e^{(-kt)}}{(1-v)(1-\beta e^{(-kt)})} \quad (2.13)$$

Sedangkan turunan kedua terhadap waktu dan disamakan dengan nol merupakan titik belok, yaitu pada saat $\frac{d^2Y}{dt^2} = 0$ dimana turunan kedua digunakan untuk menentukan gradien garis singgung kurva.

$$\begin{aligned} \frac{d^2Y}{dt^2} &= \frac{\alpha(1-\beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{(1-v)^2 (1+e^{(\beta-kt)})^2} - \frac{\alpha(1-\beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta k^2 e^{(-kt)}}{(1-v)(1-\beta e^{(-kt)})} - \\ &\frac{\alpha(1-\beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{(1-v)(1-\beta e^{(-kt)})^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Seperti halnya pada model *Richards*, waktu (t) maksimum pada model *Chapman-Richards* diperoleh dengan cara penurunan kedua terhadap waktu dan disamakan dengan nol (Lampiran 25), yaitu pada saat $t = \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-k}$. Berikut ini kurva laju pertumbuhan model *Chapman-Richards* yang diperoleh dari persamaan (2.13) yang tersaji pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3. Kurva laju pertumbuhan model *Chapman-Richards* (Seber dan Wild, 2003)

Berdasarkan Gambar 2.3, kurva laju pertumbuhan semakin lama akan semakin turun seiring dengan bertambahnya waktu (t). Turunan parsial model *Chapman-Richards* pada parameter-parameternya adalah sebagai berikut (Fekedulegn *et al.*, 1999):

$$\frac{\partial Y}{\partial \alpha} = (1 - \beta e^{-kt})^{\frac{1}{1-v}} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial k} = \left(\frac{\alpha \beta t}{(1-v)} \right) (1 - \beta e^{-kt})^{\left(\frac{1}{1-v}\right)-1} (e^{-kt}) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \beta} = \left(\frac{-\alpha}{(1-v)} \right) (1 - \beta e^{-kt})^{\left(\frac{1}{1-v}\right)-1} (e^{-kt}) \quad (2.17)$$

Turunan parsial tersebut digunakan pada matriks iterasi *Levenberg Marquardt*.

2.5. Pendugaan Parameter

Menurut Mahir dkk., (2009), secara umum regresi nonlinear adalah sebagai berikut:

$$y_i = f(t, \alpha, \beta, k, v) + \varepsilon_i \quad (2.18)$$

di mana

$$\begin{aligned} y_i &: (y_1, y_2, \dots, y_n) \\ f(t, \alpha, \beta, k, v) &: [f(t_1, \alpha), f(t_2, \beta), f(t_n, k), f(t_n, v), \\ &\quad -1 \leq v \leq \infty, v \neq 0 \text{ (Richards)} \\ f(t, \alpha, \beta, k, v) &: [f(t_1, \alpha), f(t_2, \beta), f(t_n, k), f(t_n, v), \\ &\quad 0 < v \leq \infty, v \neq 0 \text{ (Chapman-Richards)} \\ \varepsilon_i &: (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \end{aligned}$$

Menurut Rawlings *et al.* (1998), metode kuadrat terkecil yang digunakan untuk menduga parameter dalam model nonlinier berbeda dalam kasus model linier. Pendugaan parameter dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat. Selanjutnya menurut Fekedulegn *et al.*, (1999), fungsi objektif untuk meminimalisasi jumlah kuadrat galat adalah:

$$JKG = \sum_{i=1}^n [y - f(t_i, \theta)]^2 \quad (2.19)$$

dengan asumsi galat menyebar normal dan bebas serta mempunyai nilai tengah nol dan ragamnya σ^2 . Parameter yang diduga adalah α, β dan k . Pendugaan parameter α, β dan k dilakukan dengan cara meminimumkan galat. Untuk memperoleh penduga parameter, persamaan (2.19) diturunkan parsial terhadap setiap parameter sehingga menghasilkan 3 persamaan normal. Setiap persamaan normal memiliki bentuk:

$$\frac{\partial JKG(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - f(\hat{t}_i; \hat{\theta})] \left[\frac{\partial f(\hat{t}_i; \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} \right] = 0 \quad (2.20)$$

Penentuan nilai duga parameter melalui persamaan normal tidak mudah. Oleh sebab itu, pendugaan parameter model nonlinier dilakukan dengan cara metode iterasi, yaitu metode mengulang-ulang hingga akhirnya diperoleh penduga yang konvergen.

Menurut Draper dan Smith (1992), salah satu metode untuk menduga parameter model non linier adalah dengan menggunakan metode *Levenberg-Marquardt*, metode ini baik dalam menghasilkan kekonvergenan dan proses konvergensi lebih cepat dibandingkan metode lainnya. Menurut Rawling *et al.*, (1998), metode *Levenberg Marquardt* merupakan gabungan dan penyempurnaan antara metode *Gauss-Newton* dan metode *Gradient Descent*. Metode tersebut dapat menyesuaikan penggunaan metode, jika jumlah kuadrat galat semakin berkurang dalam setiap iterasi maka akan mengarah pada *Gauss-Newton*, sebaliknya jika jumlah kuadrat galat semakin meningkat dalam setiap iterasi maka digunakan *Gradient Descent*.

Marquardt (1963) menyatakan bahwa modifikasi *Levenberg Marquardt* melibatkan penambahan $\mu_t I$ yang mana $\mu_t > 0$ merupakan parameter *ridge* yang dapat berubah sesuai dengan jumlah iterasi. Dengan demikian algoritma *Levenberg Marquardt* menjadi $(J(t)^T J(t) + \mu_t I)$, algoritma ini akan bernilai positif walaupun matriks $J(t)^T J(t)$ tidak definit positif. Menurut Chong dan Zak (2008) algoritma *Levenberg Marquardt* adalah

$$\mathbf{t}_{k+1} = \mathbf{t}_k - (\mathbf{J}(\mathbf{t}_k)^T \mathbf{J}(\mathbf{t}_k) + \mu_k \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{t}_k)^T \mathbf{r}(\mathbf{t}) \quad (2.21)$$

di mana

- $\mathbf{t}_{k+1}$: penduga parameter untuk tiap iterasi
- $\mathbf{t}_k$: penduga awal parameter
- $\mathbf{J}(\mathbf{t}_k)$: turunan parsial model terhadap masing-masing parameter
- $\mathbf{J}(\mathbf{t}_k)^T$: transpose $\mathbf{J}(\mathbf{t}_k)$
- $\mu_k \mathbf{I}$: nilai eigen $\mathbf{J}(\mathbf{t}_k)$
- $\mathbf{I}$: matriks identitas
- $\mathbf{r}(\mathbf{t})$: selisih tinggi tanaman sebenarnya dengan tinggi tanaman yang diduga

Pada penelitian ini terdapat 3 parameter yaitu α, β dan k , sehingga matriks yang terbentuk adalah matriks dengan ukuran 3×3 . Berdasarkan persamaan 2.21, maka nilai eigen (akar ciri matriks) diperoleh dari matriks ukuran 3×3 . Dalam menghitung akar ciri matriks ukuran 3×3 , akan diperoleh persamaan kubik $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$. Terdapat penyelesaian perhitungan nilai A, B dan C pada matriks ukuran 3×3 yaitu:

$$\begin{aligned} A &= -(a_{11} + a_{22} + a_{33}) \\ B &= (a_{11}a_{22} + a_{22}a_{33} + a_{33}a_{11} - a_{12}a_{21} - a_{23}a_{32} - a_{13}a_{31}) \\ C &= -(-a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{31}a_{22} + a_{11}a_{22}a_{33} \\ &\quad + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan kubik:

$$\begin{aligned} x^3 + &(-(a_{11} + a_{22} + a_{33}))x^2 + (a_{11}a_{22} + a_{22}a_{33} + a_{33}a_{11} \\ &- a_{12}a_{21} - a_{23}a_{32} - a_{13}a_{31})x + (-(-a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \\ &- a_{13}a_{31}a_{22} + a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32})) = 0 \end{aligned}$$

(Ruminta, 2009)

Langkah-langkah penyelesaian persamaan kubik yang secara umum dapat ditempuh dalam 3 langkah sebagai berikut (Heath-Brown dan Moroz, 2004):

Langkah 1

$$\text{Hitung } p = \frac{A^2 - 3B}{9} \text{ dan } q = \frac{-2A^3 + 9AB - 27C}{54}$$

dengan catatan jika salah satu hasilnya 0, maka persamaan kubik menjadi trivial

Langkah 2

Hitung $q^2 - p^3$

Langkah 3

- a. Jika $q^2 - p^3 > 0$

Ambil definisi

$$u_1 = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} \text{ dan } v_1 = \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}}$$

Solusinya adalah

$$\mu_1 = u_1 + v_1 - \frac{A}{3}$$

$$\mu_2 = u_1 \omega + v_1 \omega^2 - \frac{A}{3}$$

$$\mu_3 = u_1 \omega^2 + v_1 \omega - \frac{A}{3}, \text{ dimana } \omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$$

- b. Jika $q^2 - p^3 = 0$

Solusinya adalah

$$\mu_1 = 2\sqrt[3]{q} - \frac{A}{3}$$

$$\mu_2 = -\sqrt[3]{q} - \frac{A}{3}$$

$$\mu_3 = 0$$

- c. Jika $q^2 - p^3 < 0$

Ambil definisi

$$r = \sqrt{p^3 - q^2} \text{ dan } \alpha = \arctan\left(\frac{r}{q}\right), \text{ jika } q > 0 \text{ atau}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{r}{q}\right) + \pi, \text{ jika } q < 0$$

Solusinya adalah

$$\mu_1 = 2\sqrt{p} \cos \frac{A}{3} - \frac{A}{3}$$

$$\mu_2 = -\sqrt{p} \cos \frac{A}{3} + \sqrt{3p} \sin \frac{A}{3} - \frac{A}{3}$$

$$\mu_3 = -\sqrt{p} \cos \frac{A}{3} - \sqrt{3p} \sin \frac{A}{3} - \frac{A}{3}$$

Setelah dilakukan perhitungan nilai μ , selanjutnya nilai μ yang bernilai definit positif terkecil dimasukkan ke dalam algoritma *Levenberg-Marquardt*, sehingga algoritma yang terbentuk pada model *Richards* dan *Chapman-Richards* adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{k+1} \\ k_{k+1} \\ \beta_{k+1} \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} \alpha_k \\ k_k \\ \beta_k \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \alpha} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial k} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial k} \\ \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \beta} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{3 \times n} x \\
+ \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial k} & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \beta} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial k} & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{n \times 3}^{-1} + \mu_k I_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial k} & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \beta} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \alpha} & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial k} & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{n \times 3} x \\
+ \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \alpha} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial k} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial k} \\ \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \beta} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{3 \times n} x \begin{bmatrix} y(t_1) - f(t_1, \theta^{(k)}) \\ \vdots \\ y(t_n) - f(t_n, \theta^{(k)}) \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.22)$$

Algoritma *Levenberg-Marquardt* pada persamaan (2.22) dilakukan berulang hingga menghasilkan penduga yang konvergen. Oleh karena itu, iterasi dilakukan hingga selisih antara iterasi ke-(i+1) dan ke-i mendekati nol.

2.6. Pendugaan Nilai Awal Parameter

Iterasi metode *Levenberg-Marquardt* membutuhkan nilai duga awal dalam menduga parameter. Nilai duga awal yang baik membuat proses iterasi jauh lebih cepat dibandingkan dengan nilai duga awal yang tidak baik.

Menurut Fekedulegn *et al.* (1999), cara dalam memperoleh nilai duga awal parameter dalam model nonlinier yaitu:

1. Menentukan nilai nilai duga parameter α_0 , yang nilainya pada saat $Y(t)$ maksimum.

2. Menentukan nilai duga parameter $k_0 = \frac{(Y_i - Y_j)/(t_i - t_j)}{\alpha_0}$ (2.23)

dengan $i > j$

3. Menentukan nilai duga parameter β_0 pada masing-masing model,

$$\text{Untuk Richards, } Y(t_0) = \frac{\alpha_0}{(1 + \beta_0)^{\frac{1}{\nu}}} \quad (2.24)$$

$$\text{Untuk Chapman-Richards, } Y(t_0) = (\alpha_0^{1-\nu} - \beta_0)^{\frac{1}{1-\nu}} \quad (2.25)$$

di mana

- α_0 : nilai pertumbuhan maksimum
 β_0 : nilai pertumbuhan tahap awal ($Y(0)$)
 v : parameter yang menentukan titik belok
 k_0 : skala pertumbuhan (konstanta)
 $Y(t_0)$: tinggi tanaman pada saat t_0

2.7. Pengujian Asumsi

Pengujian asumsi merupakan salah satu bagian dalam analisis regresi yang tidak hanya berlaku untuk regresi linier, tetapi juga nonlinier. Menurut Motulsky dan Christopoulos (2003), asumsi yang harus dipenuhi adalah galat menyebar normal dan ragam galat homogen, karena data pertumbuhan cenderung berkorelasi satu sama lain.

2.7.1. Asumsi Kenormalan Galat

Salah satu cara untuk menguji asumsi kenormalan galat adalah dengan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* (Kutner *et al.*, 2004).

Hipotesis untuk uji asumsi kenormalan galat adalah:

H_0 : Galat menyebar normal, lawan

H_1 : Galat tidak menyebar normal.

Statistik uji asumsi kenormalan galat adalah:

$$D_{maks} = Maks [|F_n(t) - F_0(t)|] \quad (2.26)$$

di mana

D_{maks} : nilai deviasi maksimum antara fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_n(t)$: fungsi sebaran kumulatif yang diamati

$F_0(t)$: fungsi sebaran kumulatif menyebar normal

Jika $D_{maks} < D(\alpha)$, maka keputusannya adalah terima H_0 yang berarti galat menyebar normal. Nilai-nilai $D(\alpha)$ dengan berbagai taraf nyata adalah

Tabel 2.1. Nilai kritis uji *Kolmogorov Smirnov*

α	0.01	0.05	0.1
$D(\alpha)$	$1.63/\sqrt{n}$	$1.36/\sqrt{n}$	$1.22/\sqrt{n}$

2.7.2. Asumsi Kehomogenan Ragam Galat

Salah satu asumsi dalam model linier klasik adalah asumsi homoskedastisitas. Secara analitis, asumsi kehomogenan ragam galat bisa dihitung dengan menggunakan uji *J. Szroeter* (Dielman, 1991) yaitu:

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2 - 1} \right]^{1/2} \left[\frac{\sum_{i=1}^n i e_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right] \quad (2.27)$$

di mana

n : banyaknya pengamatan

e_i : sisaan ke- i , dimana $i=1, 2, 3, \dots, n$

Sedangkan hipotesis pada pengujian ini adalah:

H_0 : ragam sisaan konstan, lawan

H_1 : ragam sisaan tidak konstan

Pada taraf nyata α , apabila $|Q| \leq |Z_{\alpha/2}|$, maka H_0 diterima yang berarti ragam sisaan konstan. Sebaliknya, jika $|Q| > |Z_{\alpha/2}|$, maka keputusannya tolak H_0 , yang berarti ragam sisaan tidak konstan.

2.8. Pemeriksaan Kebaikan Model

Pemeriksaan kebaikan model digunakan untuk mengetahui kesesuaian model terhadap data dengan menggunakan koefisien determinasi (R^2), koefisien determinasi disesuaikan (R^2_{adj}) dan *Akaike's Information Criterion* (AIC). Koefisien determinasi (R^2) dilakukan untuk mengukur proporsi keragaman yang dapat dijelaskan oleh model. Menurut Motulsky dan Christopoulos (2003), koefisien determinasi memiliki besaran non negatif dan besarnya koefisien determinasi terletak antara angka nol sampai satu ($0 \leq R^2 \leq 1$).

$$R^2 = 1 - \frac{JKG}{JKT} = \frac{JKR}{JKT} \quad (2.28)$$

di mana

JKS : jumlah kuadrat galat

JKT : jumlah kuadrat total

JKR : jumlah kuadrat regresi

Koefisien determinasi bernilai nol berarti proporsi keragaman tidak dapat dijelaskan oleh model. Sebaliknya nilai koefisien determinasi 1 berarti suatu kecocokan sempurna dari ketepatan model. Menurut Draper dan Smith (1992), statistik lain pengukur proporsi keragaman, yakni koefisien determinasi disesuaikan $R^2_{adjusted}$, yang melibatkan derajat bebas galat dan total.

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{JKG/(n-p)}{JKT/(n-1)} \quad (2.29)$$

di mana

p : banyaknya parameter dalam model

n : ukuran contoh

JKG : jumlah kuadrat galat

JKT : jumlah kuadrat total

Akaike's Information Criterion (AIC) merupakan ukuran kebaikan model statistik yang dikembangkan oleh Hirotugu Akaike pada tahun 1974. *AIC* bukanlah alat uji hipotesis, melainkan sebagai alat ukur untuk memperoleh model yang terbaik dengan melihat nilai *AIC* yang paling minimum (Motulsky dan Christopoulos, 2003). Pada kasus di mana galat di asumsikan menyebar normal dan saling bebas, maka rumus *AIC* dituliskan sebagai (Kutner *et al.*, 2004):

$$AIC = 2k + n \ln JKG - n \ln n \quad (2.30)$$

di mana

k : banyaknya parameter dalam model

n : ukuran contoh

JKG : jumlah kuadrat galat

2.9. Pertumbuhan Tanaman Tebu

Tanaman tebu (*Saccharum Officinarum* Linn) merupakan tanaman perkebunan semusim yang mempunyai sifat tersendiri, sebab di dalam batangnya terdapat zat gula. Tebu termasuk keluarga rumput-rumputan (*graminae*) seperti halnya padi, glagah, jagung, dan lain-lain. Daur kehidupan tanaman tebu melalui 5 fase (Rizaldi, 2013):

1. Fase Perkecambahan
Dimulai dengan pembentukan taji pendek dan akar stek pada umur 1 minggu dan diakhiri pada fase kecambah pada umur 5 minggu.
2. Fase Pertunasan
Dimulai dari umur 5 minggu sampai umur 3,5 bulan.
3. Fase Pemanjangan Batang
Dimulai pada umur 3,5 bulan sampai 9 bulan.
4. Fase Kemasakan
Merupakan fase yang terjadi setelah pertumbuhan vegetatif menurun dan sebelum batang tebu mati. Pada fase ini gula di dalam batang tebu mulai terbentuk hingga titik optimal, setelah itu rendemen (kandungan gula dalam tebu) berangsur-angsur menurun yang disebut dengan tahap penimbunan rendemen.
5. Fase Kematian

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder tinggi tanaman tebu (*Saccharum officinarum* Linn) berdasarkan hasil penelitian Nurhidayati (2013) yang disajikan pada Lampiran 1. Dua perlakuan yang digunakan yaitu macam bahan organik (kotoran sapi, blotong, seresah tebu, campuran kotoran sapi+blotong, campuran kotoran sapi+seresah tebu) dan dosis (5, 10, 15 ton/ha) menghasilkan 15 perlakuan kombinasi dan 1 perlakuan kontrol. Berdasarkan hasil penelitian Nurhidayati (2013) tanaman tebu yang memiliki tinggi maksimum adalah dengan pemberian perlakuan B4D3 dan B5D3 dan yang memiliki tinggi minimum adalah tanaman tanpa perlakuan (kontrol). Oleh karena itu, perlakuan yang digunakan pada penelitian ini adalah pemberian campuran kotoran sapi+blotong dengan dosis 15 ton/ha (B4D3), campuran kotoran sapi+seresah tebu dengan dosis 15 ton/ha (B5D3) dan tanpa pemberian bahan organik (kontrol).

3.2. Metode Analisis

Tahapan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Membuat diagram pencar antara umur dengan tinggi tanaman tebu.
2. Menghitung nilai duga parameter untuk masing-masing model sebagai berikut:
 - Menentukan α_0 atau tinggi maksimum tebu
 - Menentukan k_0 yaitu diambil dua pasangan amatan dari data dan dimasukkan ke dalam persamaan (2.23)
 - Menghitung parameter β_0 berdasarkan persamaan (2.24) dan (2.25) pada parameter v yang nilainya dari 0.1 hingga 0.7
3. Melakukan pendugaan ketiga parameter model menggunakan nilai duga awal dengan menggunakan *macro* pada *software Minitab 16*. Sedangkan iterasi yang digunakan adalah iterasi dengan algoritma *Levenberg-Marquardt* seperti pada persamaan (2.21) pada parameter v yang bernilai 0.1 sampai 0.7.
4. Melakukan pengujian asumsi kehomogenan ragam pada persamaan (2.26) galat dan asumsi kenormalan galat pada persamaan (2.27)
5. Melakukan pemeriksaan keakuratan model.
6. Menghitung laju pertumbuhan maksimum untuk masing-masing model.

Diagram alir metode penelitian disajikan pada Gambar 3.1.



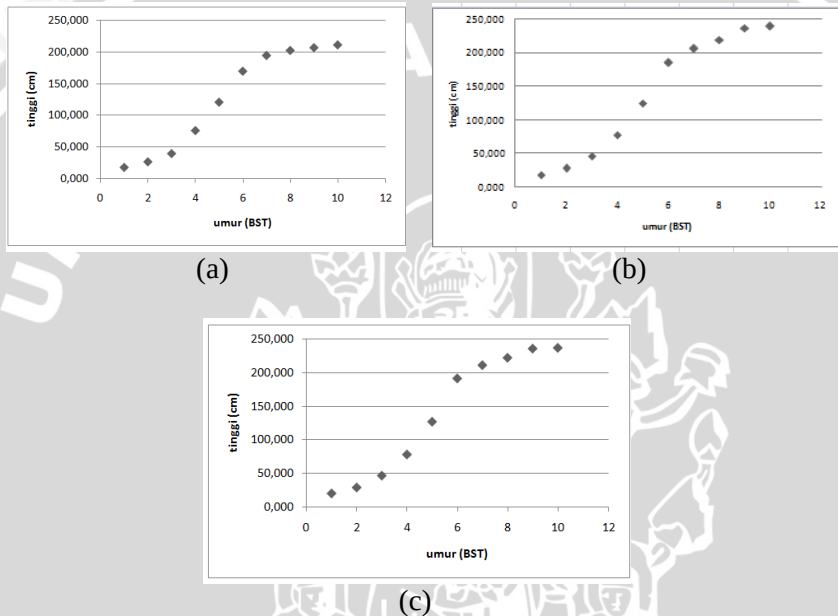
Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagram Pencar

Diagram pencar tinggi tanaman tebu dengan perlakuan Kontrol B4D3 dan B5D3 disajikan pada gambar berikut.



Gambar 4.1. Diagram pencar tinggi tanaman tebu terhadap umur, (a) kontrol, (b) B4D3 dan (c) B5D3

Berdasarkan Gambar 4.1 terlihat bahwa tanaman tebu dengan perlakuan B4D3 lebih tinggi daripada tanaman tebu dengan perlakuan B5D3 dan Kontrol. Tinggi tanaman tebu dengan perlakuan kontrol, B4D3 dan B5D3 cenderung sama hingga umur 5 bulan setelah tanam, kemudian tinggi tanaman tebu dengan perlakuan B4D3 dan B5D3 saat berumur 6 s/d 10 bulan setelah tanam lebih tinggi daripada tinggi tanaman tebu dengan perlakuan Kontrol. Tinggi tanaman tebu dengan perlakuan B4D3 pada umur 9 bulan setelah tanam lebih tinggi dari tinggi tanaman tebu dengan perlakuan B5D3. Tinggi tanaman tebu dengan perlakuan kontrol, B4D3 dan B5D3 cenderung konstan sejak umur 9 sampai 10 bulan setelah tanam. Pada perlakuan B4D3 memiliki

tinggi yang lebih daripada perlakuan B5D3, sehingga dapat dikatakan bahwa pemberian B4 (campuran kotoran sapi+blotong) lebih dianjurkan daripada pemberian B5 (campuran kotoran sapi+seresah tebu). Diagram pencar pada Gambar 4.1 mengikuti pola bentuk sigmoid sehingga dapat dikatakan bahwa model pertumbuhan *Richards* dan *Chapman-Richards* dapat digunakan untuk mendekati pola data pertumbuhan tinggi tanaman tebu.

4.2 Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinier

Pendugaan parameter menggunakan algoritma *Levenberg Marquardt*. Pada proses iterasi tersebut diperlukan penduga awal. Langkah-langkah perhitungan untuk memperoleh penduga parameter pada model *Richards* dan *Chapman-Richards* dapat dilihat pada persamaan (2.24) yang terdiri dari tiga parameter yaitu α (nilai pertumbuhan maksimum), β (nilai pertumbuhan tahap awal), k (skala pertumbuhan) dan untuk nilai v dalam penelitian ini digunakan nilai 0.1 – 0.7. Nilai duga awal yang didapatkan akan digunakan sebagai masukan pada algoritma *Levenberg-Marquardt* untuk mendapatkan nilai duga parameter model. Secara ringkas penduga awal model untuk semua nilai v disajikan pada tabel 4.1.

Tabel 4.1. Penduga awal parameter pertumbuhan maksimum (α)

Perlakuan		
kontrol	B4D3	B5D3
211.878	239.755	236.755

Penduga awal parameter nilai pertumbuhan maksimum akan digunakan sebagai penduga awal parameter pada proses iterasi seperti pada Lampiran 2 – 15, sehingga diperoleh penduga parameter yang konvergen dengan bantuan makro Minitab 16. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada tabel 4.2.

Tabel 4.2. Penduga parameter nilai pertumbuhan maksimum (α).

Model	<i>Richards</i>			<i>Chapman-Richards</i>		
v	Perlakuan			Perlakuan		
	kontrol	B4D3	B5D3	kontrol	B4D3	B5D3
0.1	224.808	261.005	255.364	238.217	345.447	326.439
0.2	223.220	258.138	253.049	263.948	323.514	308.314
0.3	221.771	255.613	250.976	253.591	307.268	294.544
0.4	220.463	253.402	249.140	245.669	295.005	284.050
0.5	219.282	251.439	247.497	237.309	272.885	268.351
0.6	218.219	249.697	246.029	235.322	278.254	269.827
0.7	217.259	248.137	244.707	231.828	275.628	265.609

Pada tabel 4.2 terlihat bahwa nilai duga nilai pertumbuhan maksimum untuk setiap perlakuan mengalami penurunan seiring dengan naiknya v . Hal ini dapat dikatakan bahwa semakin besar nilai v maka nilai duga tinggi maksimum semakin turun. Perlakuan yang baik dengan nilai pertumbuhan maksimum tertinggi adalah perlakuan B4D3. Selain itu, model *Chapman-Richards* memiliki nilai pertumbuhan maksimum tertinggi untuk semua perlakuan.

Tabel 4.3. Penduga awal parameter skala pertumbuhan (konstanta) (k)

Perlakuan		
kontrol	B4D3	B5D3
0.122	0.125	0.125

Penduga awal parameter skala pertumbuhan (konstanta) akan digunakan sebagai penduga awal parameter pada proses iterasi seperti pada Lampiran 2 – 15, sehingga diperoleh penduga parameter yang konvergen dengan bantuan makro Minitab 16. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada tabel 4.4.

Tabel 4.4. Penduga parameter skala pertumbuhan (konstanta) (k)

Model	<i>Richards</i>			<i>Chapman-Richards</i>		
v	Perlakuan			Perlakuan		
	kontrol	B4D3	B5D3	kontrol	B4D3	B5D3
0.1	0.564	0.487	0.524	0.348	0.170	0.189
0.2	0.597	0.520	0.557	0.252	0.204	0.226
0.3	0.630	0.553	0.591	0.293	0.240	0.264
0.4	0.664	0.586	0.625	0.335	0.276	0.302
0.5	0.698	0.619	0.659	0.390	0.358	0.374
0.6	0.732	0.652	0.694	0.413	0.346	0.377
0.7	0.767	0.685	0.729	0.449	0.366	0.409

Tabel 4.4. memperlihatkan bahwa nilai duga skala pertumbuhan (konstanta) tanaman untuk setiap perlakuan mengalami kenaikan seiring dengan naiknya v . Hal ini dapat dikatakan bahwa semakin besar nilai v maka nilai duga konstanta laju pertumbuhan semakin besar. Model *Richards* memiliki skala pertumbuhan (konstanta) tanaman yang lebih baik daripada model *Chapman-Richards* karena pada model *Richards* untuk setiap perlakuan memiliki nilai skala pertumbuhan (konstanta) yang lebih besar.

Tabel 4.5. Penduga awal parameter pertumbuhan tahap awal (β).

Model	<i>Richards</i>			<i>Chapman-Richards</i>		
v	Perlakuan			Perlakuan		
	kontrol	B4D3	B5D3	kontrol	B4D3	B5D3
0.1	2.287	0.290	0.280	1.152	1.157	1.150
0.2	0.655	0.664	0.639	1.265	1.270	1.264
0.3	1.129	1.146	1.099	1.378	1.384	1.377
0.4	1.739	1.769	1.687	1.491	1.497	1.490
0.5	2.524	2.571	2.441	1.604	1.610	1.604
0.6	3.533	3.606	3.405	1.717	1.723	1.717
0.7	4.831	4.942	4.640	1.830	1.837	1.830

Penduga awal parameter nilai pertumbuhan tahap awal pada tabel 4.5 digunakan sebagai penduga awal parameter pada proses iterasi, sehingga diperoleh penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal yang konvergen dengan bantuan makro Minitab 16 seperti pada Lampiran 2 – 15. Hasil pendugaan parameter dapat dilihat pada tabel 4.6.

Tabel 4.6. Penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal (β).

Model	<i>Richards</i>			<i>Chapman-Richards</i>		
v	Perlakuan			Perlakuan		
	kontrol	B4D3	B5D3	kontrol	B4D3	B5D3
0.1	0.993	0.797	0.891	2.387	1.337	1.394
0.2	2.381	1.915	2.146	1.562	1.402	1.472
0.3	4.304	3.464	3.896	1.658	1.457	1.544
0.4	6.934	5.567	6.283	1.734	1.491	1.596
0.5	10.504	8.414	9.538	1.864	1.767	1.829
0.6	15.303	12.225	13.923	1.710	1.425	1.554
0.7	21.724	17.313	19.816	1.551	1.215	1.387

Berdasarkan hasil penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal pada tabel 4.6. dapat dikatakan bahwa model *Richards* dan *Chapman-Richards* berbeda dalam hal kenaikan nilai parameter v . Hal ini dapat dilihat pada model *Richards* penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal semakin meningkat seiring dengan kenaikan nilai v . Sedangkan pada model *Chapman-Richards* penduga parameter nilai pertumbuhan tahap awal semakin menurun seiring dengan kenaikan nilai v . Pada model *Richards* dan *Chapman-Richards*, nilai pertumbuhan tahap awal perlakuan kontrol lebih tinggi daripada perlakuan B4D3 dan B5D3.

4.3 Pengujian Asumsi

Menurut Draper dan Smith (1992) data pertumbuhan cenderung berkorelasi satu sama lain, serta sebaran data membentuk kurva sigmoid. Sehingga asumsi linieritas dan autokorelasi dilanggar. Oleh karena itu, asumsi yang harus dipenuhi ialah kenormalan galat dan kehomogenan ragam galat. Pengujian asumsi sisaan yang melandasi persamaan regresi, yaitu sebagai berikut:

4.3.1 Asumsi kenormalan galat

Berdasarkan hasil pengujian asumsi kenormalan galat menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*, model *Richards* dan *Chapman-Richards* pada setiap perlakuan untuk setiap nilai v menunjukkan bahwa $D_{maks} < D(\alpha)$, maka keputusannya adalah terima H_0 pada taraf nyata 5% sehingga dapat disimpulkan bahwa galat pada model *Richards* dan *Chapman-Richard* menyebar normal. Hasil pengujian asumsi kenormalan galat menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran 19 dan 20.

4.3.2 Asumsi kehomogenan ragam galat

Hasil pengujian asumsi kehomogenan ragam galat dengan menggunakan uji *J. Szroeter* dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran 21 dan 22. Berdasarkan hasil pengujian asumsi kehomogenan ragam galat diperoleh nilai $Q < Z_{0.025}$, maka keputusannya adalah terima H_0 pada taraf nyata 5% sehingga dapat disimpulkan bahwa model *Richards* dan *Chapman-Richards* pada setiap perlakuan untuk setiap nilai v memiliki ragam galat homogen.

4.4 Pemeriksaan Keباian Model

Pemeriksaan model terbaik berdasarkan koefisien determinasi diabaikan (R^2_{adj}) dan *Akaike's Information Criterion* (AIC) disajikan pada tabel berikut :

Tabel 4.7. Hasil Perhitungan R^2_{adj} dan AIC

<i>Richards</i>								
Perlakuan		$v = 0.1$	$v = 0.2$	$v = 0.3$	$v = 0.4$	$v = 0.5$	$v = 0.6$	$v = 0.7$
kontrol	R^2_{adj}	0.983	0.985	0.987	0.989	0.990	0.991	0.992
	AIC	49.903	48.618	47.311	45.980	44.633	43.271	41.890
B4D3	R^2_{adj}	0.988	0.989	0.990	0.991	0.992	0.993	0.994
	AIC	51.101	49.944	48.792	47.667	46.563	45.494	44.473
B5D3	R^2_{adj}	0.984	0.985	0.987	0.988	0.989	0.990	0.991
	AIC	54.131	53.083	52.036	50.992	49.966	48.949	47.958
<i>Chapman-Richards</i>								
Perlakuan		$v = 0.1$	$v = 0.2$	$v = 0.3$	$v = 0.4$	$v = 0.5$	$v = 0.6$	$v = 0.7$
kontrol	R^2_{adj}	0.965	0.970	0.974	0.978	0.986	0.984	0.987
	AIC	57.192	55.681	54.063	52.421	48.044	49.150	47.532
B4D3	R^2_{adj}	0.970	0.974	0.977	0.980	0.987	0.985	0.986
	AIC	57.689	56.455	55.190	53.899	49.007	50.732	50.189
B5D3	R^2_{adj}	0.962	0.969	0.973	0.976	0.982	0.980	0.982
	AIC	60.068	58.229	56.878	55.526	52.556	53.878	52.710

Berdasarkan tabel 4.7 terlihat bahwa R^2_{adj} model *Richards* dan *Chapman-Richards* untuk setiap perlakuan pada berbagai nilai v bernilai lebih dari 0.96 yang artinya lebih dari 96% total keragaman tinggi tanaman tebu dapat dijelaskan oleh model yang didapat. Hal ini terlihat dari R^2_{adj} terendah pada model *Chapman-Richards* perlakuan B5D3 pada nilai $v = 0.1$ adalah 0,962. Dari ketujuh nilai v yang telah ditetapkan, nilai $v = 0.7$ adalah yang paling tepat digunakan untuk model pertumbuhan tanaman tebu, karena untuk setiap perlakuan memiliki nilai R^2_{adj} yang paling besar dan AIC yang paling kecil.

Berdasarkan R^2_{adj} dan AIC di tabel 4.7, untuk kedua model perlakuan B4D3 memiliki R^2_{adj} lebih besar dan AIC yang paling kecil di antara perlakuan kontrol dan B5D3. Hal ini dapat dikatakan bahwa perlakuan B4D3 lebih baik digunakan untuk pertumbuhan tinggi

tamanan tebu. Selain itu, R^2_{adj} model *Richards* lebih besar dari R^2_{adj} model *Chapman-Richards* dan statistik *AIC* model *Richards* lebih kecil dibandingkan *AIC* dari model *Chapman-Richards*, maka model *Richards* lebih baik dalam menjelaskan pola pertumbuhan dibandingkan model *Chapman-Richards*.

4.5 Model Pertumbuhan Tanaman

Berdasarkan tabel hasil perhitungan R^2_{adj} dan *AIC* pada tabel 4.7, diperoleh parameter ν yang baik digunakan pada model pertumbuhan tinggi tanaman tebu. Disajikan dalam tabel 4.8. model yang terbentuk dengan menggunakan $\nu = 0.7$.

Tabel 4.8. Model *Richards* dan *Chapman-Richards*

Model	Perlakuan	Model Yang Terbentuk
<i>Richards</i>	kontrol	$Y(t) = 217.259 (1 + 21.724 e^{(-0.767t)})^{-1/0.7}$
	B4D3	$Y(t) = 248.137 (1 + 17.313 e^{(-0.685t)})^{-1/0.7}$
	B5D3	$Y(t) = 244.707 (1 + 19.816 e^{(-0.729t)})^{-1/0.7}$
<i>Chapman-Richards</i>	kontrol	$Y(t) = 231.828 (1 - 1.551 e^{(-0.449t)})^{\frac{1}{0.3}}$
	B4D3	$Y(t) = 275.628 (1 - 1.215 e^{(-0.366t)})^{\frac{1}{0.3}}$
	B5D3	$Y(t) = 265.609 (1 - 1.387 e^{(-0.409t)})^{\frac{1}{0.3}}$

Pada perlakuan Kontrol model *Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 217.259 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 21.724 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.767 cm/bst. Sedangkan pada model *Chapman-Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 231.828 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 1.551 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.449 cm/bst.

Pada perlakuan B4D3 model *Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 248.137 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 17.313 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.685 cm/bst. Sedangkan pada model *Chapman-Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 275.628 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 1.215 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.366 cm/bst.

Pada perlakuan B5D3 model *Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 244.707 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 19.816 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.729 cm/bst. Sedangkan pada model *Chapman-Richards*, tinggi maksimum yang dapat dicapai tanaman tebu adalah 265.609 cm, tinggi pada saat awal tanam adalah sekitar 1.387 cm dan perubahan tinggi tanaman 0.409 cm/bst.

4.6. Laju Pertumbuhan Maksimum

Laju pertumbuhan maksimum tanaman tebu terjadi pada saat tanaman tumbuh secara maksimum atau pada saat terjadi titik belok. Menurut Draper dan Smith (1992), titik belok tercapai pada saat $\frac{d^2Y}{dt^2} = 0$. Waktu dan tinggi tanaman tebu pada saat terjadi laju pertumbuhan maksimum untuk setiap perlakuan pada kedua model disajikan dalam tabel berikut :

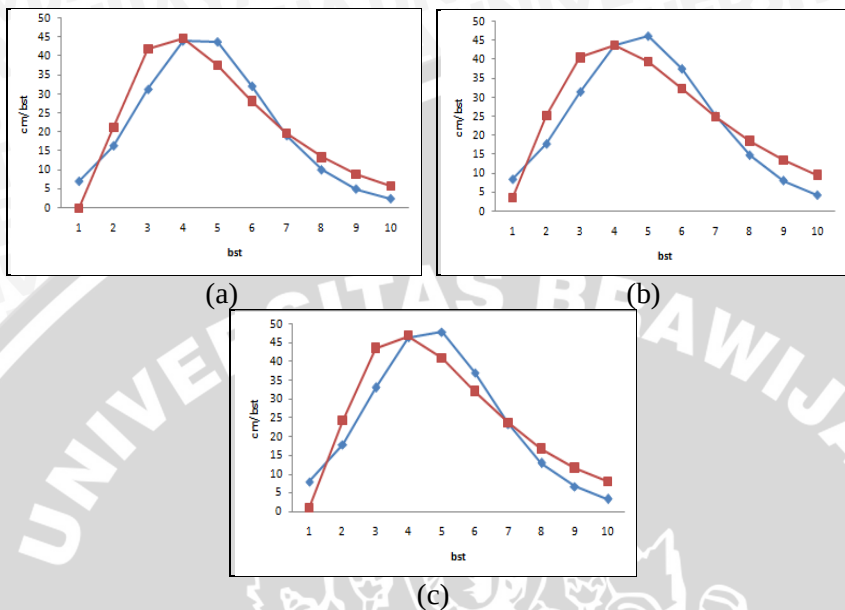
Tabel 4.9. Umur dan Tinggi Tanaman Pada Saat Laju Pertumbuhan Maksimum ($v = 0.7$)

Perlakuan	<i>Richards</i>		<i>Chapman-Richards</i>	
	Umur (bst)	Tinggi (cm)	Umur (bst)	Tinggi (cm)
kontrol	4.478	101.804	3.659	70.603
B4D3	4.684	116.273	3.822	83.943
B5D3	4.584	114.666	3.744	80.892

Berdasarkan tabel laju pertumbuhan maksimum, pada model *Richards* untuk perlakuan kontrol, B4D3 dan B5D3 umur tanaman saat laju pertumbuhan maksimum berkisar 4 BST dengan tinggi sekitar 101-114 cm. Sedangkan pada model *Chapman-Richards* untuk perlakuan kontrol, B4D3 dan B5D3 umur tanaman saat laju pertumbuhan maksimum berkisar 3 BST dengan tinggi sekitar 70-84 cm.

4.7 Kurva Laju Pertumbuhan Absolut

Pada penelitian ini, laju pertumbuhan diukur berdasarkan turunan pertama model dengan satuan cm/bst. Berikut disajikan kurva laju pertumbuhan absolut untuk setiap perlakuan pada $v = 0.7$ disajikan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Diagram Laju Pertumbuhan (a) kontrol, (b) B4D3 dan (c) B5D3

—◆— Richards
—■— Chapman-Richards

Berdasarkan Gambar 4.2 bahwa laju pertumbuhan absolut menggambarkan perubahan kenaikan tinggi (cm) tanaman tebu pada setiap pengamatan (BST). Pada masa awal pertumbuhan, laju pertumbuhan akan terus meningkat hingga mencapai laju pertumbuhan maksimum kemudian semakin menurun seiring bertambahnya umur tanaman.

Pada model *Richards* untuk perlakuan kontrol, laju pertumbuhan yang maksimum terjadi pada bulan ke-4 sebesar 44.125 cm/BST. Pada perlakuan B4D3 dan B5D3, laju pertumbuhan maksimum terjadi pada bulan ke-5 sebesar 46.211 cm/BST dan 47.904 cm/BST. Sedangkan pada model *Chapman-Richards* untuk perlakuan kontrol, B4D3 dan B5D3, laju pertumbuhan maksimum terjadi pada bulan ke-4 sebesar 44.599 cm/BST, 43.762 cm/BST dan 46.916 cm/BST.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada bab sebelumnya maka dapat disimpulkan :

1. Berdasarkan R^2_{adj} dan AIC , nilai v yang tepat untuk model pertumbuhan tebu dengan menggunakan model *Richards* dan *Chapman-Richards* adalah 0.7.
2. Berdasarkan R^2_{adj} dan AIC bahwa model *Richards* adalah model yang lebih baik dalam menjelaskan pola pertumbuhan tanaman tebu.
 - Pada perlakuan kontrol :
$$Y(t) = 217.259 (1 + 21.724 e^{(-0.767t)})^{-1/0.7}$$
 - Pada perlakuan B4D3 :
$$Y(t) = 248.137 (1 + 17.313 e^{(-0.685t)})^{-1/0.7}$$
 - Pada perlakuan B5D3 :
$$Y(t) = 244.707 (1 + 19.816 e^{(-0.729t)})^{-1/0.7}$$
3. Laju pertumbuhan maksimum tinggi tanaman tebu pada model *Richards* terjadi setelah minggu ke-4 dengan tinggi 101-115 cm, sehingga waktu efektif pertumbuhan tinggi tanaman tebu adalah sebelum bulan ke-4.

5.2 Saran

Berdasarkan atas kesimpulan pada subbab sebelumnya, beberapa saran yang diberikan sebagai berikut :

1. Petani tebu hendaknya memberikan perlakuan B4D3 agar tanaman mengalami pertumbuhan lebih tinggi dibandingkan perlakuan yang lain.
2. Untuk penelitian selanjutnya, sebaiknya menggunakan amatan dengan satuan minggu setelah tanam (MST) sehingga diperoleh lebih dari 10 amatan agar terbentuk dengan jelas pola sigmoid.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Avanza, M.M, S.J. Bramardi and S.M. Mazza. 2008. Statistical Models to Describe the Fruit Growth Pattern in Sweet Orange Valencia Late. *Spanish Journal of Agricultural Research*, Vol. 6 (4), Page 577-585. <http://revistas.inia.es/index.php/sjar/article/download/352/349>. Tanggal akses : 2 Juni 2013.
- Chong, E.K.P and S.H. Zak. 2008. *An Introduction to Optimization*. Second Edition. John Wiley and Sons, Inc.: New York. <http://en.bookfi.org/book/1093473>. Tanggal akses : 6 September 2014.
- Dielman, T. E. 1991. *Applied Regression Analysis for Bussiness and Econometrics*. PWS-KENT Publishing Company. Boston.
- Draper, N. R. dan H. Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Terjemahan Bambang Sumantri. Gramedia, Jakarta.
- Elva. 1991. *Pengaruh Pemberian Naungan terhadap Pertumbuhan Anakan S. Selanica BI. Pada Tanah Latosol*. Skripsi pada Jurusan Manajemen Hutan. Fakultas Kehutanan IPB. Bogor. Tidak diterbitkan.
- Fang, S and G. Gertner 2003. *Analysis of Parameters Two Growth Models Estimated Using Bayesian Methods and Nonlinier Regression*. <http://cms1.gre.ac.uk/conferences/infro/proceedings.FangGertner2.pdf>. Tanggal akses 13 Januari 2013.
- Fekedulegn, D., M. Siurtaian and J.J. Colbert. 1999. *Parameter Estimation of Nonlinear Growth Models in Forestry*. Silva Fennica, Vol 33(4), Page 327-336. www.metla.fi/silvafennica/full/sf33/sf-334327.pdf. Tanggal akses: 13 Februari 2013.
- Gille, U. 2004. *Analysis Of Growth*. <http://www.uni-leipzig.de/~vetana/growthe.htm>. Tanggal akses 13 Januari 2013.
- Gujarati D, 2003. *Basic Econometrics*. The McGraw-Hill. New York.
- Heath-Brown and B. Z. Moroz. 2004. *On the representation of primes by cubic forms*. Proceeding of the London Matematical Society.

- Korkmaz, M., Uckardes, F. 2013. Transformation to Some Growth Models Widely Used In Agriculture. *The Journal of Animal and Plant Sciences*, 23(3), Page 840-844. <http://www.thejaps.org.pk/docs/v-23-3/26.pdf>. Tanggal akses: 27 September 2013.
- Kutner, M.H., C.J. Nachtsheim and J. Neter. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill. New York.
- Lawrence T. L and V. R. Fowler. 2002 *Growth of Farm Animals, second edition*. Cromwell Press Trowbridge. London UK.
- Mahir, A., W.D. Wan-Rozita, J. Khairiah and B.S. Ismail. 2009. *Fitting a Nonlinear Regression Model to Gauge Heavy Metal Uptake in Spinach (Amaranthus hybridus L.)*. <http://www.idosi.org/aejaes/jaes5%282%29/13.pdf>. Tanggal akses 19 Februari 2013.
- Marquardt, D.W. 1963. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameter. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol.11, No.2, Page 431-441. http://www.dista.unibo.it/~bittelli/materiale_lettura_fisica_terreno/marquardt_63.pdf. Tanggal akses : 2 Maret 2013.
- Motulsky, H. and A. Christopoulos. 2003. *Fitting Models to Biological Data using Linear and Nonlinear Regression*. Graph Pad Software Inc. San Diego.
- Nurhidayati. 2013. *Indikator Kualitas Tanah untuk Manajemen Lahan Pertanian Tebu*. Universitas Brawijaya. Malang.
- Rawlings, J. O., S. G. Pantula and D. A. Dickey. 1998. *Applied Regression Analysis: A Research Tool*. Second Edition. Springer: New York.
- Rizaldi, D. 2013. *Daur Kehidupan Tebu*. http://www.kppbumn.depkeu.go.id/Industrial_Profile/PK4/Profil%20Tebu1files/page0001.htm. Tanggal akses 10 Februari 2013.

Ruminta. 2009. *Matriks Persamaan Linier dan Pemrograman Linier*. Rekayasa Sains. Bandung

Salisbury, F. R. and C. W. Ross, 1992. *Fisiologi Tumbuhan. Jilid Pertama*. Terjemahan Diah R. Lukman. Penerbit ITB. Bandung.

Seber, G.A.F. and C.J. Wild. 2003. *Nonlinier Regression*. John Wiley & Sons, Inc.: New Jersey. <http://en.bookfi.org/book/448587>. Tanggal akses : 12 Februari 2013.

Sitompul, S. M. dan B. Guritno. 1995. *Analisis Pertumbuhan Tanaman*. Gajah Mada University Press. Yogyakarta.

Zeide, B. 1993. *Analysis of Growth Equations*. Forest Science. UK



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LAMPIRAN

Lampiran 1. Data

Perlakuan	Umur (bulan setelah tanam)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kontrol	17.067	25.998	39.067	75.655	120.755	170.000	195.000	202.976	207.467	211.878
B1D1	19.467	28.677	43.200	74.855	123.789	184.000	203.755	210.755	213.200	217.455
B1D2	20.533	29.566	43.200	75.688	124.966	184.733	209.105	213.955	216.600	221.755
B1D3	18.733	27.675	42.867	76.955	126.655	189.133	212.000	218.855	223.067	226.965
B2D1	17.400	26.779	42.133	74.755	123.866	187.467	204.855	208.768	210.933	214.755
B2D2	18.000	27.765	43.000	73.855	123.866	190.600	206.755	214.877	217.000	221.855
B2D3	20.600	28.868	46.667	76.966	124.967	192.933	215.788	219.985	221.867	225.788
B3D1	18.467	27.765	44.333	75.766	121.855	190.400	200.958	204.856	211.600	214.566
B3D2	18.067	27.898	40.000	73.788	124.655	184.267	197.998	213.877	221.000	223.956
B3D3	17.000	26.965	41.267	74.855	123.855	184.733	196.866	213.756	225.467	226.655
B4D1	19.733	27.755	41.467	70.755	125.755	187.133	195.544	214.769	217.200	219.855
B4D2	17.133	26.996	38.800	72.858	124.375	188.533	197.956	211.000	229.667	232.856
B4D3	18.800	28.677	46.467	77.955	124.965	190.333	196.855	209.655	237.600	239.755
B5D1	17.467	28.656	41.467	73.766	123.455	187.933	201.955	211.000	224.667	227.767
B5D2	16.933	27.877	43.933	75.866	124.855	188.867	202.755	210.655	227.133	229.346
B5D3	20.000	28.877	46.467	77.966	126.755	191.200	210.975	216.000	236.600	236.755

Lampiran 1 (lanjutan). Data

Macam Bahan Organik (B)	Dosis (D)		
	5 ton/ha (D1)	10 ton/ha (D2)	15 ton/ha (D3)
Kotoran Sapi (B1)	Kotoran Sapi dengan dosis 5 ton/ha (B1D1)	Kotoran Sapi dengan dosis 10 ton/ha (B1D2)	Kotoran Sapi dengan dosis 15 ton/ha (B1D3)
Blotong (B2)	Blotong dengan dosis 5 ton/ha (B2D1)	Blotong dengan dosis 10 ton/ha (B2D2)	Blotong dengan dosis 15 ton/ha (B2D3)
Seresah Tebu (B3)	Seresah Tebu dengan dosis 5 ton/ha (B3D1)	Seresah Tebu dengan dosis 10 ton/ha (B3D2)	Seresah Tebu dengan dosis 15 ton/ha (B3D3)
Campuran Kotoran Sapi + Blotong (B4)	Campuran Kotoran Sapi + Blotong dengan dosis 5 ton/ha (B4D1)	Campuran Kotoran Sapi + Blotong dengan dosis 10 ton/ha (B4D2)	Campuran Kotoran Sapi + Blotong dengan dosis 15 ton/ha (B4D3)
Campuran Kotoran Sapi + Seresah Tebu (B5)	Campuran Kotoran Sapi + Seresah Tebu dengan dosis 5 ton/ha (B5D1)	Campuran Kotoran Sapi + Seresah Tebu dengan dosis 10 ton/ha (B5D2)	Campuran Kotoran Sapi + Seresah Tebu dengan dosis 15 ton/ha (B5D3)
Tanpa Masukan Bahan Organik (B0)	Kontrol (tanpa masukan bahan organik) B0D0		

- Judul : Indikator Kualitas Tanah untuk Manajemen Lahan Pertanaman Tebu Berkelanjutan
- Sumber : Disertasi Nurhidayati (0930401086); Program Studi Ilmu-ilmu Pertanian; Minat Ilmu Tanah dan Pengelolaan SDL; Program Pasca Sarjana Fakultas Pertanian; Universitas Brawijaya; tahun 2013.
- Metodologi : Penelitian menggunakan RAK Faktorial.
- Faktor pertama adalah macam bahan Kotoran Sapi (B1), Blotong (B2), Seresah Tebu (B3), campuran kotoran sapi+blotong (B4), campuran kotoran sapi+seresah tebu (B5).
 - Faktor kedua adalah dosis aplikasi yang terdiri dari 3 taraf yaitu 5, 10, 15 ton/ha. Selain kombinasi perlakuan tersebut, terdapat perlakuan kontrol yaitu tanpa penambahan bahan organik.

Lampiran 2. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.1$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	2.287
2	7541.281	-8.497	-300.407
3	12709.064	-2.715	-161.330
⋮	⋮	⋮	⋮
58	224.808	0.564	0.993

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	0.290
2	-959.030	0.811	-0.081
3	342.799	0.203	0.236
⋮	⋮	⋮	⋮
25	261.005	0.487	0.797

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	0.280
2	-995.623	0.849	-0.105
3	337.613	0.211	0.240
⋮	⋮	⋮	⋮
27	255.364	0.524	0.891

Lampiran 3. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.2$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	0.655
2	-1733.064	1.090	-1.605
3	292.514	0.288	0.678
⋮	⋮	⋮	⋮
27	223.220	0.597	2.381

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	0.664
2	-1458.300	0.937	-0.991
3	354.709	0.252	0.633
⋮	⋮	⋮	⋮
25	258.138	0.520	1.915

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	0.639
2	-1477.519	0.974	-1.021
3	343.501	0.259	0.636
⋮	⋮	⋮	⋮
28	253.049	0.557	2.146

Lampiran 4. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.3$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.129
2	-2427.764	1.243	-5.340
3	231.429	0.343	1.081
⋮	⋮	⋮	⋮
25	221.771	0.630	4.304

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.146
2	-2119.853	1.076	-3.841
3	336.994	0.302	1.185
⋮	⋮	⋮	⋮
23	255.613	0.553	3.464

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.099
2	-2107.604	1.111	-3.776
3	320.541	0.309	1.165
⋮	⋮	⋮	⋮
25	250.976	0.591	3.896

Lampiran 5. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.4$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.739
2	-3365.465	1.415	-14.188
3	91.726	0.413	1.025
⋮	⋮	⋮	⋮
25	220.463	0.664	6.934

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.769
2	-3017.211	1.233	-10.932
3	259.344	0.367	1.700
⋮	⋮	⋮	⋮
23	253.402	0.586	5.567

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.687
2	-2953.425	1.265	-10.459
3	240.983	0.372	1.623
⋮	⋮	⋮	⋮
25	249.140	0.625	6.283

Lampiran 6. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.5$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	2.524
2	-4603.153	1.605	-33.348
3	-44.559	0.468	0.211
⋮	⋮	⋮	⋮
31	219.282	0.698	10.504

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	2.571
2	-4207.673	1.406	-26.732
3	71.483	0.446	1.271
⋮	⋮	⋮	⋮
28	251.439	0.619	8.414

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	2.441
2	-4063.676	1.435	-25.037
3	66.955	0.446	1.242
⋮	⋮	⋮	⋮
26	247.497	0.659	9.538

Lampiran 7. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.6$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	3.533
2	-6245.692	1.815	-72.826
3	-225.890	0.529	-2.413
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
33	218.219	0.732	15.303

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	3.606
2	-5794.283	1.597	-59.936
3	-107.304	0.508	-0.468
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
28	249.697	0.652	12.225

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	3.405
2	-5529.030	1.620	-55.088
3	-98.774	0.505	-0.297
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
31	246.029	0.694	13.923

Lampiran 8. Hasil Pendugaan Parameter Model *Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $v = 0.7$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	4.831
2	-8408.213	2.043	-151.286
3	-548.468	0.612	-10.224
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
34	217.259	0.767	21.724

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	4.942
2	-7889.963	1.804	-126.880
3	-342.150	0.575	-5.264
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
28	248.137	0.685	17.313

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	4.640
2	-7447.160	1.822	-114.595
3	-314.178	0.569	-4.498
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
28	244.707	0.729	19.816

Lampiran 9. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.1$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.152
2	171.926	0.311	1.626
3	171.926	0.311	1.626
⋮	⋮	⋮	⋮
21	238.217	0.348	2.387

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.157
2	311.152	0.212	1.434
3	311.152	0.212	1.434
⋮	⋮	⋮	⋮
16	345.447	0.170	1.337

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.150
2	262.628	0.255	1.520
3	262.628	0.255	1.520
⋮	⋮	⋮	⋮
17	326.439	0.189	1.394

Lampiran 10. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.2$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.265
2	-2.861	0.429	2.002
3	303.064	0.184	1.183
⋮	⋮	⋮	⋮
21	263.948	0.252	1.562

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.270
2	171.211	0.311	1.670
3	171.211	0.311	1.670
⋮	⋮	⋮	⋮
19	323.514	0.204	1.402

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.264
2	110.316	0.357	1.793
3	271.607	0.239	1.408
⋮	⋮	⋮	⋮
17	308.314	0.226	1.472

Lampiran 11. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.3$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.378
2	-338.141	0.596	2.722
3	288.595	0.154	1.073
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
23	253.591	0.293	1.658

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.384
2	-140.790	0.472	2.273
3	318.137	0.154	1.115
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
20	307.268	0.240	1.457

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.377
2	-258.618	0.550	2.572
3	311.283	0.153	1.117
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
21	294.544	0.264	1.544

Lampiran 12. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.4$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.491
2	-302.475	0.426	1.443
3	272.634	0.142	1.253
⋮	⋮	⋮	⋮
29	245.669	0.335	1.734

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.497
2	-218.330	0.404	1.550
3	313.248	0.147	1.237
⋮	⋮	⋮	⋮
21	295.005	0.276	1.491

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.490
2	-402.495	0.501	2.041
3	316.551	0.150	1.199
⋮	⋮	⋮	⋮
23	284.050	0.302	1.596

Lampiran 13. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.5$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.604
2	-1626.865	0.967	5.097
3	469.614	0.198	1.275
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
21	237.309	0.390	1.864

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.610
2	-1408.257	0.848	4.467
3	478.648	0.187	1.318
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
30	272.885	0.358	1.767

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.604
2	-1568.159	0.911	4.730
3	494.359	0.193	1.291
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
29	268.351	0.374	1.829

Lampiran 14. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.6$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.717
2	13566.851	-5.565	-57.221
3	-760.034	-0.145	-8.791
⋮	⋮	⋮	⋮
35	235.322	0.413	1.710

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.723
2	11845.122	-4.442	-46.083
3	-730.511	-0.054	-7.073
⋮	⋮	⋮	⋮
28	278.254	0.346	1.425

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.717
2	11812.683	-4.524	-46.725
3	-815.082	-0.050	-7.255
⋮	⋮	⋮	⋮
28	269.827	0.377	1.554

Lampiran 15. Hasil Pendugaan Parameter Model *Chapman-Richards* dengan makro Minitab 16 pada nilai $\nu = 0.7$

Perlakuan Kontrol

Iterasi ke-	α	k	β
1	211.878	0.122	1.830
2	38532.224	-12.810	-155.771
3	-5620.923	-0.387	-25.377
⋮	⋮	⋮	⋮
44	231.828	0.449	1.551

Perlakuan B4D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	239.755	0.125	1.837
2	44044.532	-13.057	-155.060
3	-4195.890	-0.547	-24.569
⋮	⋮	⋮	⋮
43	275.628	0.366	1.215

Perlakuan B5D3

Iterasi ke-	α	k	β
1	236.755	0.125	1.830
2	43203.354	-13.065	-154.435
3	-4394.188	-0.528	-24.646
⋮	⋮	⋮	⋮
46	265.609	0.409	1.387

Lampiran 16. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan Kontrol pada setiap nilai v

- Model *Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	2.550	3.390	4.176	4.939	5.655	6.335	6.988
2	25.998	13.836	14.770	15.510	16.255	16.911	17.524	18.148
3	39.067	41.889	41.943	41.738	41.736	41.660	41.595	41.698
4	75.655	83.499	83.083	82.267	81.769	81.131	80.479	80.126
5	120.755	126.433	126.494	126.098	126.029	125.761	125.422	125.408
6	170.000	161.370	161.998	162.238	162.763	163.111	163.388	163.947
7	195.000	185.906	186.638	187.074	187.717	188.224	188.675	189.317
8	202.976	201.681	202.117	202.338	202.687	202.939	203.148	203.468
9	207.467	211.310	211.294	211.132	211.051	210.912	210.754	210.663
10	211.878	217.015	216.559	216.019	215.546	215.056	214.576	214.153

- Model *Chapman-Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	8.089	7.252	6.537	6.459	16.294	7.455	8.260
2	25.998	28.089	27.155	26.656	26.836	25.026	27.764	28.015
3	39.067	52.564	50.559	47.941	45.854	42.156	42.575	44.409
4	75.655	92.321	91.895	90.580	89.592	87.813	87.195	85.907
5	120.755	125.929	126.991	127.178	127.663	128.131	127.721	127.403
6	170.000	153.863	155.719	156.778	158.108	159.740	159.771	160.216
7	195.000	176.890	178.817	180.030	181.457	183.117	183.382	184.005
8	202.976	195.780	197.196	197.990	198.939	199.851	200.088	200.419
9	207.467	211.228	211.724	211.718	211.837	211.597	211.626	211.415
10	211.878	223.834	223.156	222.136	221.261	219.739	219.475	218.651

Lampiran 17. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan B4D3
pada setiap nilai v

- Model *Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	4.850	5.775	6.620	7.456	8.222	8.948	9.620
2	25.998	18.806	19.487	20.055	20.699	21.260	21.808	22.302
3	39.067	47.859	47.629	47.283	47.173	46.990	46.866	46.713
4	75.655	89.005	88.395	87.559	86.996	86.288	85.630	84.901
5	120.755	132.944	132.850	132.454	132.287	131.903	131.514	130.988
6	170.000	171.516	172.106	172.411	172.897	173.178	173.437	173.557
7	195.000	201.238	202.066	202.660	203.385	203.946	204.485	204.918
8	202.976	222.284	222.847	223.226	223.689	224.028	224.349	224.595
9	207.467	236.410	236.416	236.293	236.231	236.093	235.951	235.770
10	211.878	245.578	244.952	244.260	243.640	242.997	242.380	241.768

- Model *Chapman-Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	11.614	11.155	11.198	11.333	15.104	12.245	14.771
2	25.998	21.874	21.888	21.799	21.759	25.712	26.578	25.259
3	39.067	56.316	54.191	52.629	50.923	42.863	48.046	48.765
4	75.655	97.614	96.390	95.752	94.680	91.162	92.226	91.764
5	120.755	133.977	133.935	134.606	134.738	135.624	134.363	133.809
6	170.000	165.493	166.236	167.806	168.794	171.933	170.076	169.864
7	195.000	192.592	193.555	195.409	196.646	199.870	198.449	198.535
8	202.976	215.781	216.425	217.985	218.901	220.649	220.128	220.301
9	207.467	235.561	235.441	236.256	236.420	235.785	236.287	236.343
10	211.878	252.397	251.181	250.933	250.071	246.664	248.137	247.936

Lampiran 18. Nilai Amatan dan Prediksi Model Perlakuan B5D3
pada setiap nilai v

- Model *Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	3.689	4.591	5.431	6.264	7.024	7.761	8.442
2	25.998	16.838	17.576	18.250	18.983	19.591	20.251	20.835
3	39.067	46.757	46.410	46.139	46.098	45.910	45.983	45.982
4	75.655	90.280	89.365	88.574	88.049	87.270	86.917	86.427
5	120.755	136.181	135.765	135.482	135.408	135.002	135.066	134.923
6	170.000	175.148	175.449	175.894	176.492	176.793	177.516	178.044
7	195.000	203.912	204.474	205.160	205.939	206.492	207.354	208.062
8	202.976	223.372	223.706	224.125	224.589	224.891	225.389	225.771
9	207.467	235.853	235.705	235.617	235.555	235.394	235.357	235.251
10	211.878	243.604	242.930	242.313	241.735	241.120	240.603	240.067

- Model *Chapman-Richards*

t	amatan	v						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
1	17.067	10.354	19.787	19.352	19.186	14.848	10.115	11.306
2	25.998	25.809	26.371	25.556	24.601	27.932	26.847	28.583
3	39.067	57.422	55.258	52.912	50.555	43.892	47.344	46.630
4	75.655	100.210	99.280	98.020	96.472	93.495	94.054	92.982
5	120.755	137.144	137.616	137.787	137.630	138.383	137.689	137.381
6	170.000	168.508	169.855	170.935	171.709	174.358	173.543	173.973
7	195.000	194.927	196.496	197.796	198.807	201.520	201.063	201.745
8	202.976	217.074	218.284	219.203	219.851	221.347	221.360	221.823
9	207.467	235.580	235.985	236.085	235.950	235.528	235.965	235.908
10	211.878	251.010	250.300	249.301	248.143	245.540	246.307	245.604

Lampiran 19. Hasil uji *Kolmogorov-Smirnov model Richards*

ν	Perlakuan	D_{maks}	$D(\alpha)$	Keputusan	Kesimpulan
0.1	kontrol	0.1980	0.43007	Terima H_0	Galat Menyebarkan normal
	B4D3	0.1293			
	B5D3	0.1844			
0.2	kontrol	0.2214			
	B4D3	0.1114			
	B5D3	0.1774			
0.3	kontrol	0.2251			
	B4D3	0.1281			
	B5D3	0.1655			
0.4	kontrol	0.2278			
	B4D3	0.1431			
	B5D3	0.1572			
0.5	kontrol	0.2351			
	B4D3	0.1228			
	B5D3	0.1489			
0.6	kontrol	0.2396			
	B4D3	0.1239			
	B5D3	0.1403			
0.7	kontrol	0.2324			
	B4D3	0.1479			
	B5D3	0.1382			

Lampiran 20. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov model Chapman-Richards

ν	Perlakuan	D_{maks}	$D(\alpha)$	Keputusan	Kesimpulan
0.1	kontrol	0.2907	0.43007	Terima H_0	Galat Menyebarkan normal
	B4D3	0.2813			
	B5D3	0.2861			
0.2	kontrol	0.3792			
	B4D3	0.2583			
	B5D3	0.2658			
0.3	kontrol	0.3935			
	B4D3	0.2258			
	B5D3	0.2419			
0.4	kontrol	0.3057			
	B4D3	0.2259			
	B5D3	0.2230			
0.5	kontrol	0.2609			
	B4D3	0.1691			
	B5D3	0.1942			
0.6	kontrol	0.3019			
	B4D3	0.2184			
	B5D3	0.2146			
0.7	kontrol	0.3169			
	B4D3	0.2255			
	B5D3	0.2512			

Lampiran 21. Hasil uji *J. Szroeter* pada model *Richards*

ν	Perlakuan	Q	$Z\alpha/2$	Keputusan	Kesimpulan
0.1	kontrol	1.5366	1.96	Terima H_0	Ragam Galat homogen
	B4D3	1.0114			
	B5D3	1.0988			
0.2	kontrol	1.4877			
	B4D3	0.9811			
	B5D3	1.1679			
0.3	kontrol	1.5537			
	B4D3	1.0566			
	B5D3	1.2125			
0.4	kontrol	1.5415			
	B4D3	1.0399			
	B5D3	1.1893			
0.5	kontrol	1.5808			
	B4D3	-0.0039			
	B5D3	1.2667			
0.6	kontrol	1.6402			
	B4D3	1.1424			
	B5D3	1.1879			
0.7	kontrol	1.5947			
	B4D3	1.2510			
	B5D3	1.1643			

Lampiran 22. Hasil uji *J. Szroeter* pada model *Chapman-Richards*

ν	Perlakuan	Q	$Z_{\alpha/2}$	Keputusan	Kesimpulan
0.1	kontrol	0.2141	1.96	Terima H_0	Ragam Galat homogen
	B4D3	0.0132			
	B5D3	0.0395			
0.2	kontrol	0.0595			
	B4D3	0.1234			
	B5D3	-0.1381			
0.3	kontrol	0.0092			
	B4D3	-0.0661			
	B5D3	-0.1359			
0.4	kontrol	0.2256			
	B4D3	-0.0731			
	B5D3	-0.0236			
0.5	kontrol	-0.0254			
	B4D3	-0.3457			
	B5D3	-0.0773			
0.6	kontrol	0.3357			
	B4D3	0.0049			
	B5D3	0.1466			
0.7	kontrol	0.4702			
	B4D3	0.0811			
	B5D3	0.1932			

Lampiran 23. Hasil Laju Pertumbuhan Pada $v = 0.7$ (cm/bst)

Umur (bst)	Kontrol		B4D3		B5D3	
	R	C-R	R	C-R	R	C-R
1	6.966	0.007	8.445	3.790	7.962	0.883
2	16.388	21.296	17.779	25.335	17.836	24.323
3	31.304	41.946	31.503	40.537	33.039	43.565
4	44.125	44.599	43.856	43.762	46.583	46.916
5	43.882	37.500	46.211	39.520	47.904	40.961
6	32.136	28.097	37.590	32.389	37.018	32.102
7	19.059	19.757	25.135	25.053	23.267	23.655
8	10.004	13.387	14.810	18.687	12.893	16.794
9	4.928	8.870	8.109	13.613	6.668	11.648
10	2.353	5.796	4.267	9.762	3.329	7.959

Lampiran 24. Penurunan Rumus Model *Richards*

$$Y(t) = \alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-1/v} + \varepsilon$$

Turunan pertama terhadap waktu merupakan laju pertumbuhan pada model *Richards*

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta k e^{(-kt)}}{v(1 + \beta e^{(-kt)})}$$

Menurut Draper dan Smith (1992), titik belok tercapai pada saat $\frac{d^2Y}{dt^2} = 0$ sehingga diperoleh:

$$\frac{d^2Y}{dt^2} = \frac{\alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{v^2 (1 + \beta e^{(-kt)})^2} - \frac{\alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta k^2 e^{(-kt)}}{v(1 + \beta e^{(-kt)})} +$$

$$\frac{\alpha(1 + \beta e^{(-kt)})^{-\frac{1}{v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{v(1 + \beta e^{(-kt)})^2} = 0$$

$$\frac{\beta e^{-kt}}{v(1 + \beta e^{-kt})} - 1 + \frac{\beta e^{-kt}}{1 + \beta e^{-kt}} = 0$$

$$\frac{\beta e^{-kt}}{1 + \beta e^{-kt}} \left(\frac{1}{v} + 1 \right) = 1$$

$$\frac{1 + \beta e^{-kt}}{\beta e^{-kt}} \left(\frac{v}{1 + v} \right) = 1$$

$$\frac{1 + \beta e^{-kt}}{\beta e^{-kt}} = \frac{1}{v} + 1$$

$$\frac{1}{\beta e^{-kt}} = \frac{1}{v}$$

$$\beta e^{-kt} = v$$

$$\ln e^{-kt} = \ln \frac{v}{\beta}$$

$$-kt = \ln \frac{v}{\beta}$$

$$t = \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k}$$

Lampiran 24 (lanjutan). Penurunan Rumus Model *Richards*

$$\beta = \frac{v}{e^{(-kt)}} \frac{v}{\beta}$$

$$k = 0, \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{t}$$

Laju pertumbuhan pada model *Richards* jika nilai parameter v bernilai positif terjadi pada saat $t = \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k}$. Sehingga laju pertumbuhan maksimum apabila v bernilai positif adalah:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha \left(1 + \beta e^{\left(-k \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k} \right)} \right)^{\frac{1}{v}} \beta k e^{\left(-k \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k} \right)}}{v \left(1 + \beta e^{\left(-k \frac{-\ln \frac{v}{\beta}}{k} \right)} \right)}$$

Lampiran 25. Penurunan Rumus Model *Chapman-Richards*

$$Y(t) = \alpha(1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} + \varepsilon$$

Turunan pertama terhadap waktu merupakan laju pertumbuhan pada model *Chapman-Richards*, yaitu sebagai berikut:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha(1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta k e^{(-kt)}}{(1-v)(1 - \beta e^{(-kt)})}$$

Menurut Draper dan Smith (1992), titik belok tercapai pada saat $\frac{d^2Y}{dt^2} = 0$ sehingga diperoleh:

$$\frac{d^2Y}{dt^2} = \frac{\alpha(1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{(1-v)^2 (1 - \beta e^{(-kt)})^2} - \frac{\alpha(1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta k^2 e^{(-kt)}}{(1-v)(1 - \beta e^{(-kt)})} -$$

$$\frac{\alpha(1 - \beta e^{(-kt)})^{\frac{1}{1-v}} \beta^2 k^2 (e^{(-kt)})^2}{(1-v)(1 - \beta e^{(-kt)})^2} = 0$$

$$\frac{\beta e^{-kt}}{(1-v)(1 - \beta e^{-kt})} - 1 - \frac{\beta e^{-kt}}{1 - \beta e^{-kt}} = 0$$

$$\frac{\beta e^{-kt}}{1 - \beta e^{-kt}} \left(\frac{1}{1-v} - 1 \right) = 1$$

$$\frac{1 - \beta e^{-kt}}{\beta e^{-kt}} \left(\frac{1-v}{1 - (1-v)} \right) = 1$$

$$\frac{1 - \beta e^{-kt}}{\beta e^{-kt}} = \frac{1}{1-v} - 1$$

$$\frac{1}{\beta e^{-kt}} = \frac{1}{1-v}$$

$$\beta e^{-kt} = (1-v)$$

$$\ln e^{-kt} = \ln\left(\frac{1-v}{\beta}\right)$$

$$-kt = \ln\left(\frac{1-v}{\beta}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{1-v}{\beta}\right)}{-k}$$

$$\beta = \frac{1-v}{e^{(-kt)}}$$

Lampiran 25 (lanjutan). Penurunan Rumus Model *Chapman-Richards*

$$k = 0, \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-t}$$

Laju pertumbuhan pada model *Chapman-Richards* terjadi pada saat

$t = \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-k}$. Sehingga laju pertumbuhan maksimum adalah:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\alpha \left(1 - \beta e^{\left(-k \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-k} \right)} \right)^{\frac{1}{1-v}} \beta k e^{\left(-k \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-k} \right)}}{(1-v) \left(1 - \beta e^{\left(-k \frac{\ln(\frac{1-v}{\beta})}{-k} \right)} \right)}$$



Lampiran 26. Makro Minitab 16 model *Richards*

MACRO

Richards x y v c_ite c_a c_k c_b yfit

```
# input column:
# C1 : x (waktu)
# C2 : y (pertumbuhan)
# v : 0.7 (input v)
# output column:
# C6 : c_ite (column berisi iterasi untuk optimasi)
# c7 : c_a (column berisi penduga alpha untuk tiap iterasi)
# c8 : c_k (column berisi penduga k untuk tiap iterasi)
# c9 : c_b (column berisi penduga beta untuk tiap iterasi)
# c11: y duga (nilai hasil duga dari kurva pertumbuhan)
# Cara memanggil %D:\Richards.txt c1 c2 0.7 c6-c9 c11
# Create by Andik & Fernandes
#####
# PROGRAM MODEL RICHARDS                                     #
# PADA PERTUMBUHAN TANAMAN                                   #
#####

# Deklarasi peubah
MCONSTANT i j n n1 v i1 i2 ka kk kb v1 v2 k11 k12 k13 c11 c12
c13 p q pq ku kv kw kr kal c1_opsi c1_opsi1
MCONSTANT eps1 eps2 eps3 epsilon h1 h2 ha hk hb hx det stop
MCOLUMN x y c_ite c_a c_k c_b yfit D1 D2 D3 D4 L1 L2 L3 ccl cpar
eig ccl1
MMATRIX MD MDT MDM MDM1 MDM2 MDM3 MY MDY MH

# inisialisasi
# Program ini berjalan untuk n>3
Erase c_ite c_a c_k c_b yfit
let n=count(y)
let n1=n-1
let c_ite(1)=0
let c_a(1)=max(y)
let c_k(1)=(y(n1)-y(2))/(x(n1)-x(2))/c_a(1)
let c_b(1)=(c_a(1)/min(y))^(v-1)
let c_a(1)=244.707
let c_k(1)=0.729
let c_b(1)=19.816

# iterasi 1
let i=0
let epsilon=1000
while epsilon>0.0001
  let i=i+1
  let i1=i-1
  let i2=i+1
  let c_ite(i2)=i
  do j=1:n
    let ka=c_a(i)
    let kk=c_k(i)
    let kb=c_b(i)
    let v1=-1/v
```



```

let v2=v1-1
let hx=x(j)
let D1(j)=(1+kb*exp(-1*hx*kk))^(v1)
let D2(j)=(hx*ka*kb/v)*(1+kb*exp(-1*hx*kk))^(v2)*exp(-
1*hx*kk)
let D3(j)=(-1*ka/v)*(1+kb*exp(-1*hx*kk))^(v2)*exp(-1*hx*kk)
let D4(j)=y(j)-ka*(1+kb*exp(-1*hx*kk))^(v1)
enddo
copy D1 D2 D3 MD
transpose MD MDT
multiply MDT MD MDM
copy MDM L1 L2 L3
let k11=-1*(L1(1)+L2(2)+L3(3))
let k12=L1(1)*L2(2)+L2(2)*L3(3)+L3(3)*L1(1)-L2(1)*L1(2)-
L3(2)*L2(3)-L3(1)*L1(3)
let k13=L1(1)*L3(2)*L2(3)+L2(1)*L1(2)*L3(3)+L3(1)*L1(3)*L2(2)
let k13=k13-L1(1)*L2(2)*L3(3)-L2(1)*L3(2)*L1(3)-
L3(1)*L1(2)*L2(3)
let p=(k11^2-3*k12)/9
let q=(-2*k11^3+9*k11*k12-27*k13)/54
if p=0
let c11=0
let c12=0
let c13=0
endif
if q=0
let c11=0
let c12=0
let c13=0
endif
let pq=q^2-p^3
if pq>0
let ku=(q+pq^0.5)^(1/3)
let kv=(q-pq^0.5)^(1/3)
let kw=-0.5 #cari formulasi w
let c11=ku+kv-k11/3
let c12=ku*kv+kv*kv^2-k11/3
let c13=ku*kv^2+kv*kv-k11/3
elseif pq=0
let c11=2*q^(1/3)-k11/3
let c12=-1*q^(1/3)-k11/3
let c13=0
else
let kr=(-pq)^0.5
if q>0
let kal=atan(kr/q)
else
let kal=atan(kr/q)+PI()
endif
let c11=2*p^0.5*cos(kal/3)-k11/3
let c12=-1*p^0.5*cos(kal/3)+(3*p)^0.5*sin(kal/3)-k11/3
let c13=-1*p^0.5*cos(kal/3)-(3*p)^0.5*sin(kal/3)-k11/3
endif
copy c11 c12 c13 ccl
Sort ccl ccl;
by ccl.

```

```

let cl_opsi=ccl(3)
if cl_opsi<1
    let epsilon=0.0000001
endif
let ccl1(1)=cl_opsi
let ccl1(2)=cl_opsi
let ccl1(3)=cl_opsi
diagonal ccl1 MDM1
add MDM MDM1 MDM2
eigen MDM2 eig
let det=eig(1)*eig(2)*eig(3)
print i cl_opsi det
invert MDM2 MDM3
copy D4 MY
Multiply MDT MY MDY
Multiply MDM3 MDY MH
copy MH cpar
let c_a(i2)=c_a(i)-cpar(1)
let c_k(i2)=c_k(i)-cpar(2)
let c_b(i2)=c_b(i)-cpar(3)
let eps1=abso(c_a(i2)-c_a(i))
let eps2=abso(c_k(i2)-c_k(i))
let eps3=abso(c_b(i2)-c_b(i))
let epsilon=(eps1+eps2+eps3)/3
if i=1000
    let epsilon=0.00001
endif
endwhile
let h1=max(c_ite)
let ha=c_a(h1+1)
let hk=c_k(h1+1)
let hb=c_b(h1+1)
do j=1:n
    let hx=x(j)
    let yfit(j)=ha*(1+hb*exp(-1*hk*hx))^v1
    let h2=yfit(j)
enddo
ENDMACRO

```

Lampiran 27. Makro Minitab 16 model *Chapman-Richards*

MACRO

ChapmanRichards x y v c_ite c_a c_k c_b yfit

```
# input column:
# C1 : x (waktu)
# C2 : y (pertumbuhan)
# v : 0.1 (input v)
# output column:
# C6 : c_ite (column berisi iterasi untuk optimasi)
# c7 : c_a (column berisi penduga alpha untuk tiap iterasi)
# c8 : c_k (column berisi penduga k untuk tiap iterasi)
# c9 : c_b (column berisi penduga beta untuk tiap iterasi)
# c11: y_duga (nilai hasil duga dari kurva pertumbuhan)
# Cara memanggil %D:\ChapmanRichards.txt c1 c2 0.1 c6-c9 c11
# Create by Andik & Fernandes
#####
# PROGRAM MODEL CHAPMANRICHARDS
#
# PADA PERTUMBUHAN TANAMAN
#
#####

# Deklarasi peubah
MCONSTANT i j n n1 v i1 i2 ka kk kb v1 v2 k11 k12 k13 c11 c12
c13 p q pq ku kv kw kr kal c1_opsi c1_opsi1
MCONSTANT eps1 eps2 eps3 epsilon h1 h2 ha hk hb hx det stop
MCOLUMN x y c_ite c_a c_k c_b yfit D1 D2 D3 D4 L1 L2 L3 ccl cpar
eig ccl1
MMATRIX MD MDT MDM MDM1 MDM2 MDM3 MY MDY MH
# inisialisasi
# Program ini berjalan untuk n>3
Erase c_ite c_a c_k c_b yfit
let n=count(y)
let n1=n-1
let c_ite(1)=0
let c_a(1)=max(y)
let c_k(1)=(y(n1)-y(2))/(x(n1)-x(2))/c_a(1)
let c_b(1)=(1-(min(y)/c_a(1))^(1-v))*exp(c_k(1))
let c_a(1)=278.55
let c_k(1)=0.21
let c_b(1)=1.459

# iterasi 1
let i=0
let epsilon=1000
while epsilon>0.001
  let i=i+1
  let i1=i-1
  let i2=i+1
  let c_ite(i2)=i
  do j=1:n
    let ka=c_a(i)
    let kk=c_k(i)
    let kb=c_b(i)
    let v1=1/(1-v)
```

```

let v2=v1-1
let hx=x(j)
let D1(j)=(abso(1-kb*exp(-1*hx*kk)))^v1
let D2(j)=(hx*ka*kb/(1-v)*(abso(1-kb*exp(-1*hx*kk)))^v2*exp(-
1*hx*kk)
let D3(j)=(-1*ka/(1-v)*(abso(1-kb*exp(-1*hx*kk)))^v2*exp(-
1*hx*kk)
let D4(j)=y(j)-ka*(abso(1-kb*exp(-1*hx*kk)))^v1
enddo
copy D1 D2 D3 MD
transpose MD MDT
multiply MDT MD MDM
copy MDM L1 L2 L3
let k11=-1*(L1(1)+L2(2)+L3(3))
let k12=L1(1)*L2(2)+L2(2)*L3(3)+L3(3)*L1(1)-L2(1)*L1(2)-
L3(2)*L2(3)-L3(1)*L1(3)
let k13=L1(1)*L3(2)*L2(3)+L2(1)*L1(2)*L3(3)+L3(1)*L1(3)*L2(2)
let k13=k13-L1(1)*L2(2)*L3(3)-L2(1)*L3(2)*L1(3)-
L3(1)*L1(2)*L2(3)
let p=(k11^2-3*k12)/9
let q=(-2*k11^3+9*k11*k12-27*k13)/54
if p=0
let c11=0
let c12=0
let c13=0
endif
if q=0
let c11=0
let c12=0
let c13=0
endif
let pq=q^2-p^3
if pq>0
let ku=(q+pq^0.5)^(1/3)
let kv=(q-pq^0.5)^(1/3)
let kw=-0.5 #cari formulasi w
let c11=ku+kv-k11/3
let c12=ku*kv+kv*kv^2-k11/3
let c13=ku*kv^2+kv*kv-k11/3
elseif pq=0
let c11=2*q^(1/3)-k11/3
let c12=-1*q^(1/3)-k11/3
let c13=0
else
let kr=(-pq)^0.5
if q>0
let kal=atan(kr/q)
else
let kal=atan(kr/q)+PI()
endif
let c11=2*p^0.5*cos(kal/3)-k11/3
let c12=-1*p^0.5*cos(kal/3)+(3*p)^0.5*sin(kal/3)-k11/3
let c13=-1*p^0.5*cos(kal/3)-(3*p)^0.5*sin(kal/3)-k11/3
endif
copy c11 c12 c13 ccl
Sort ccl ccl;

```

```

    by ccl.
    let c1_opsi=ccl(3)
    if c1_opsi<1
        let epsilon=0.0000001
    endif
    let ccl1(1)=c1_opsi
    let ccl1(2)=c1_opsi
    let ccl1(3)=c1_opsi
    diagonal ccl1 MDM1
    add MDM MDM1 MDM2
    eigen MDM2 eig
    let det=eig(1)*eig(2)*eig(3)
    print i c1_opsi det
    invert MDM2 MDM3
    copy D4 MY
    Multiply MDT MY MDY
    Multiply MDM3 MDY MH
    copy MH cpar
    let c_a(i2)=c_a(i)-cpar(1)
    let c_k(i2)=c_k(i)-cpar(2)
    let c_b(i2)=c_b(i)-cpar(3)
    let eps1=abso(c_a(i2)-c_a(i))
    let eps2=abso(c_k(i2)-c_k(i))
    let eps3=abso(c_b(i2)-c_b(i))
    let epsilon=(eps1+eps2+eps3)/3
    if i=6
        let epsilon=0.001
    endif
endwhile
let h1=max(c_ite)
let ha=c_a(h1+1)
let hk=c_k(h1+1)
let hb=c_b(h1+1)
do j=1:n
    let hx=x(j)
    let yfit(j)=ha*(1-hb*exp(-1*hk*hx))^v1
    let h2=yfit(j)
enddo
ENDMACRO

```

Lampiran 28. Penjabaran Makro Minitab 16

x	= peubah prediktor (waktu)
y	= peubah respon (tinggi tanaman)
v	= parameter model
c_ite	= column berisi iterasi untuk optimasi
c_a	= column berisi penduga alpha untuk tiap iterasi
c_k	= column berisi penduga k untuk tiap iterasi
c_b	= column berisi penduga beta untuk tiap iterasi
c11	= y duga (nilai hasil duga dari kurva pertumbuhan)
yfit	= y duga
n	= banyaknya y (data tinggi tanaman)
i	= banyaknya iterasi
j	= banyaknya data
n1	= (banyaknya y)- 1
ka	= nilai penduga alpha
kk	= nilai penduga k
kb	= nilai penduga beta
v1	= $-1/v$
v2	= $v1-1$
hx	= nilai x (waktu pada saat t)
D1	= turunan parsial model terhadap alpha
D2	= turunan parsial model terhadap k
D3	= turunan parsial model terhadap beta
D4	= nilai y pada data - model <i>Richards</i> pada parameter awal
MD	= matriks yang terbentuk dari D1 D2 D3
MDT	= transpose matriks MD
MDM	= perkalian matriks MDT dengan MD / matriks yang terbentuk dari L1 L2 L3
kl1	= nilai a pada rumus untuk mencari nilai eigen
kl2	= nilai b pada rumus untuk mencari nilai eigen
kl3	= nilai c pada rumus untuk mencari nilai eigen
p	= nilai p pada rumus untuk mencari nilai eigen
q	= nilai q pada rumus untuk mencari nilai eigen
cl1	= nilai lambda (eigen) yang ke 1
cl2	= nilai lambda (eigen) yang ke 2
cl3	= nilai lambda (eigen) yang ke 3
ku	= nilai u pada rumus untuk mencari nilai eigen
kv	= nilai v pada rumus untuk mencari nilai eigen
kw	= nilai w pada rumus untuk mencari nilai eigen (-0.5)

kr = nilai r pada rumus untuk mencari nilai eigen
kal = nilai alpha pada rumus untuk mencari nilai eigen
atan = arctan
PI() = nilai pi
pq = pengurangan dari $q^2 - p^3$
ccl = urutan nilai eigen
cl_opsi = nilai lambda (eigen) yang dipilih
MDM1 = diagonal nilai eigen (perkalian matriks identitas dengan ketiga nilai eigen)
MDM2 = penjumlahan MDM dengan MDM1
MDM3 = inverse dari matriks MDM2
MY = matriks yang terbentuk dari D4
MDY = matriks perkalian dari MDT dengan MY
MH = matriks perkalian dari MDM3 dengan MDY
cpar = matriks parameter duga
eps1 = galat (sisaan) nilai duga alpha
eps2 = galat (sisaan) nilai duga k
eps3 = galat (sisaan) nilai duga beta
epsilon = rata-rata galat
h1 = hasil iterasi terakhir
ha = hasil iterasi penduga alpha pada saat $h1+1$
hk = hasil iterasi penduga k pada saat $h1+1$
hb = hasil iterasi penduga beta pada saat $h1+1$