

**PEMODELAN SISTEM ANTRIAN PENGAMBILAN DANA
PENSIUN DI KANTOR POS CABANG GOMBONG
KABUPATEN KEBUMEN MENGGUNAKAN MODEL
ANTRIAN *MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE***

SKRIPSI

oleh :

RIZKY INDRA ADITYA

105090500111005



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

**PEMODELAN SISTEM ANTRIAN PENGAMBILAN DANA
PENSIUN DI KANTOR POS CABANG GOMBONG
KABUPATEN KEBUMEN MENGGUNAKAN MODEL
ANTRIAN *MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE***

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:
RIZKY INDRA ADITYA
105090500111005



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PEMODELAN SISTEM ANTRIAN PENGAMBILAN DANA
PENSIUN DI KANTOR POS CABANG GOMBONG
KABUPATEN KEBUMEN MENGGUNAKAN MODEL
ANTRIAN *MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE***

oleh:
RIZKY INDRA ADITYA
105090500111005

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
Pada tanggal 6 Agustus 2014
Dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Dosen Pembimbing

Dr. Rahma Fitriani, S.Si, M.Sc
NIP. 197603281999032001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, Msc
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rizky Indra Aditya
NIM : 105090500111005
Jurusan : Matematika
Penulis Skripsi Berjudul :

**PEMODELAN SISTEM ANTRIAN PENGAMBILAN DANA
PENSIUN DI KANTOR POS CABANG GOMBONG
KABUPATEN KEBUMEN MENGGUNAKAN MODEL
ANTRIAN *MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE***

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang tercantum di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam dalam skripsi ini.
2. Apabila bila kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 18 Agustus 2014

Yang menyatakan,

(Rizky Indra Aditya)
NIM. 105090500111005

PEMODELAN SISTEM ANTRIAN PENGAMBILAN DANA PENSIUN DI KANTOR POS CABANG GOMBONG KABUPATEN KEBUMEN MENGGUNAKAN MODEL ANTRIAN *MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE*

ABSTRAK

Masalah antrian sangat sering dijumpai pada kehidupan sehari-hari. Seperti yang dihadapi oleh Kantor Pos dengan peran ganda. Selain penyedia layanan jasa antar barang, kantor pos juga berperan sebagai tempat penyalur dana pensiun bagi Persatuan Purnawirawan Angkatan Bersenjata Republik Indonesia (PEPABRI). Mayoritas pelanggan dalam sistem tersebut adalah manula (manusia lanjut usia), sehingga diperlukan layanan yang baik melihat kondisi fisik dari pelanggan yang sudah memasuki usia rentan. Analisis sistem antrian dan simulasi model antrian dapat digunakan untuk membantu melihat apakah sistem antrian yang diterapkan sudah baik atau belum. Analisis yang dilakukan meliputi pembentukan model antrian dan melihat karakteristik dari model tersebut. Banyaknya fasilitas pelayanan yang tersedia menjadi hal yang penting. Biasanya antrian terjadi karena adanya keterbatasan fasilitas pelayanan. Semakin banyak fasilitas pelayanan, maka peluang untuk terjadinya antrian akan semakin kecil. Namun permasalahannya adalah banyaknya fasilitas akan menambah biaya operasional dari instansi tersebut. Hal yang penting dan perlu diperhatikan Kantor Pos adalah posisinya sebagai salah satu instansi pemerintah. Sehingga citra yang baik di mata masyarakat sangatlah diperlukan. Dari hasil analisis model antrian yang didapatkan, sistem pelayanan Kantor Pos cabang Gombang memiliki waktu tunggu sekitar 1 jam 50 menit dengan 2 *server*. Hasil ini dirasa kurang efektif bila melihat pelanggan dari pengambil dana pensiun adalah manula.

Kata Kunci : Antrian, Simulasi, Kantor Pos, PEPABRI

MODELING QUEUING SYSTEM RETIRED PAYMENT AT POST OFFICE GOMBONG DISTRICT KEBUMEN REGENCY USE MULTIPLE SERVER – SINGLE PHASE QUEUING MODEL

ABSTRACT

Queue often was met in our life. Like at post office with double task function. Except public delivery service, it has retired payment for PEPABRI. Customer of PEPABRI is old man, so a good service was needed if it was seen by the physical of customer who was not in good performance. Queuing system analysis and simulation queuing model used to see performance of system. The analysis is include formation of model and see the characteristic of the model. Number of server is very important. Usually queue was happened because limited server. If it has more servers, so the probability of queue will be small. But the problem is if it added more servers, it will make a big cost for the institution. One thing what important for the post office is type of government institution. So it should has a good image for the peoples. The result of queuing model analysis show that it has waiting time around 1 hour 50 minutes with 2 server. It is not effective when the customer are old man.

Keyword : queue, simulation, post office, PEPABRI

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas berkat, rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pemodelan Sistem Antrian Pengambilan Dana Pensiun Di Kantor Pos Cabang Gombang Kabupaten Kebumen Menggunakan Model Antrian *Multiple Server – Single Phase*”.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis memperoleh banyak bantuan dari berbagai pihak, baik berupa bimbingan maupun saran. Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Dr. Rahma Fitriani, S.Si, M.Sc. selaku dosen pembimbing atas waktu, nasehat dan bimbingan yang telah diberikan.
2. Samingun Handoyo, S.Si, M.Cs dan Eni Sumarminingsih, S.Si, MM selaku Penguji I dan Penguji II yang telah memberikan masukan dan nasehat kepada penulis.
3. Dr. Abdul Rouf Alghofari, Msc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.
4. Bapak dan Ibu Dosen Statistika atas ilmu yang diberikan selama kuliah.
5. Ibu, Bapak, Mas Aldi, Bunda Wien dan keluarga atas doa dan dukungannya.
6. Keluarga KASIH MAMA dan LOF Sobat.
7. Eriza, Gadis, Via, dan Mega atas dukungan motivasi yang diberikan.
8. Jajaran Direksi Studio Statistika periode 2013 beserta seluruh anggota.
9. Teman-teman Statistika angkatan 2008, 2009, 2010, 2011, dan 2012 atas kebersamaan, bantuan dan semangat yang diberikan.
10. Semua pihak yang telah membantu penulisan ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari keterbatasan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu saran dan kritik yang membangun akan sangat berguna bagi penulis untuk mengembangkan kemampuan menulis ilmiah. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi para pembaca.

Malang, 18 Agustus 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Batasan Masalah.....	3
1.4. Tujuan	3
1.5. Manfaat	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1. Gambaran Umum Teori Antrian	5
2.1.1. Pengertian	5
2.1.2. Model Antrian	5
2.1.3. Elemen-elemen dasar dalam Antrian	6
2.1.3.1. Kedatangan	6
2.1.3.2. Struktur Antrian.....	7
2.1.3.3. Layanan.....	7
2.1.4. Notasi Model Antrian.....	8
2.1.5. Karakteristik Antrian.....	8
2.2. Metode Simulasi.....	13
2.3. Uji <i>Goodness of Fit</i> dengan Uji Kolmogorov-Smirnov	15
2.4. Pendugaan Parameter Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	16
2.5. Beberapa Fungsi Sebaran	17
2.6. Pendugaan Parameter Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i> pada Sebaran yang Digunakan.....	18

BAB III METODOLOGI.....	23
3.1. Pengambilan Data.....	23
3.2. Waktu dan Tempat.....	23
3.2.1. Waktu Penelitian.....	23
3.2.2. Tempat Penelitian.....	23
3.3. Metode Penelitian.....	23
3.3.1. Membentuk Model Antrian.....	23
3.3.2. Simulasi Model Antrian.....	24
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	27
4.1. Gambaran Pelayanan.....	27
4.2. Disiplin Pelayanan.....	28
4.3. Analisis Waktu Antar Kedatangan Pelanggan.....	28
4.4. Analisis Waktu Pelayanan.....	30
4.4.1. Waktu Pelayanan <i>Server 1</i>	30
4.4.2. Waktu Pelayanan <i>Server 2</i>	31
4.5. Model Antrian.....	32
4.6. Hasil Simulasi.....	33
4.6.1. Simulasi Sesuai dengan Model.....	33
4.6.2. Simulasi Model Antrian dengan <i>3 Server</i>	36
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	41
5.1. Kesimpulan.....	41
5.2. Saran.....	41
DAFTAR PUSTAKA.....	43
LAMPIRAN.....	45

DAFTAR GAMBAR

	halaman
Gambar 2.1. Algoritma Simulasi Sistem Antrian	14
Gambar 3.1. Diagram Alir Model Antrian.....	25
Gambar 3.2. Diagram Alir Simulasi.....	26
Gambar 4.1. Hasil <i>Plotting</i> Waktu Antar Kedatangan Pelanggan yang Mengikuti Sebaran Eksponensial....	29
Gambar 4.2. Hasil <i>Plotting</i> Waktu Pelayanan Pelanggan di <i>Server</i> 1 yang Mengikuti Sebaran Gamma	31
Gambar 4.3. Hasil <i>Plotting</i> Waktu Pelayanan Pelanggan di <i>Server</i> 2 yang Mengikuti Sebaran Gamma	32
Gambar 4.4. Sistem Antrian Pembagian Dana Pensiun Kepada PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong	34
Gambar 4.5. Sistem Antrian Pembagian Dana Pensiun Kepada PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong Setelah Ditambahkan 1 <i>Server</i>	37



DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 4.1. Hasil Simulasi Model Antrian Dengan Replikasi Sebanyak 200 kali Pada Kasus Pengambilan Dana Pensiunan di Kantor Pos Cabang Gombang	35
Tabel 4.2. Hasil Simulasi Model Antrian Dengan 3 <i>Server</i> Pada Kasus Pengambilan Dana Pensiunan di Kantor Pos Cabang Gombang	38



DAFTAR LAMPIRAN

	halaman
Lampiran 1. Data Penelitian Antrian Pengambilan Dana Pensiun Oleh PEPABRI Cabang Gombong, Kabupaten Kebumen	45
Lampiran 2. Hasil Pengujian Sebaran Waktu Antar Kedatangan Pelanggan Menggunakan <i>Software</i> EasyFit	48
Lampiran 3. Hasil Pengujian Sebaran Waktu Pelayanan <i>Server</i> 1 Menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov	49
Lampiran 4. Hasil Pengujian Sebaran Waktu Pelayanan <i>Server</i> 2 Menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov	51



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Bagi sebagian orang menunggu adalah hal yang membosankan. Duduk dan diam sampai tiba gilirannya untuk menerima jasa layanan membuat mereka terkadang merasa kurang nyaman. Banyak alasan mengapa sebagian orang membenci hal tersebut. Bagi para pengusaha hal ini membuat waktu mereka berkurang karena waktu yang sesungguhnya bisa menghasilkan uang harus terbuang sia-sia akibat menunggu. Sementara bagi pasien yang menunggu jasa pelayanan dari dokter, mereka harus menahan rasa sakit yang diderita dan menunggu sampai namanya dipanggil oleh resepsionis untuk masuk ke dalam ruang dokter.

Namun terkadang banyak orang yang rela menunggu dalam waktu yang lama karena mereka benar-benar membutuhkan barang atau jasa yang disediakan. Hal ini biasanya terjadi karena adanya keterbatasan barang atau jasa yang disediakan. Sistem perekonomian di Indonesia sudah tidak tabu untuk hal demikian. Sering dijumpai di beberapa pemberitaan masyarakat baik media cetak, media elektronik, ataupun media *online* ketika terjadi kelangkaan bahan bakar minyak atau BBM, banyak masyarakat menunggu berjam-jam untuk mendapatkannya. Mereka rela menunggu dalam waktu yang lama karena mereka butuh. Keterbatasan sumber daya dari sistem ekonomi membuat komponen-komponen yang terlibat di dalamnya berada pada garis tunggu untuk mendapatkan jasa pelayanan atau barang yang dihasilkan yang disebut dengan antrian.

Dalam analisis sistem antrian perlu dilakukan pembentukan model antrian berdasarkan jumlah kedatangan pelanggan, distribusi kedatangan pelanggan, dan banyaknya fasilitas pelayanan. Terdapat beberapa model antrian antara lain *Single Channel Model* (M/M/1), *Multiple Channel Model* (M/M/s), dan beberapa model lain misalkan (M/G/1) dan (M/G/s). Notasi (M/M/1), tanda M yang pertama menunjukkan rata-rata jumlah kedatangan yang mengikuti distribusi Poisson atau rata-rata waktu kedatangan yang mengikuti distribusi eksponensial. Sedangkan tanda M yang kedua menunjukkan waktu pelayanan yang mengikuti distribusi peluang eksponensial. Jika pada tanda kedua bernotasikan G, maka waktu layanan mengikuti sembarang sebaran atau distribusi. Sementara tanda 1 atau s

menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan dalam sistem. Tanda s menunjukkan bahwa jumlah fasilitas dalam sistem adalah lebih dari satu (Subagyo, 1986).

Permasalahan yang sering timbul akibat terjadinya antrian adalah banyaknya konsumen yang mengeluh atas jasa pelayanan dari produsen. Keluhan ini bisa berdampak pada menurunnya minat konsumen atas barang atau jasa yang dihasilkan. Dengan demikian secara otomatis pendapatan yang diperoleh juga menurun. Ini menjadi salah satu hal yang perlu diperhatikan bagi perusahaan yang melibatkan sistem antrian dalam usahanya. Antrian dapat menjadi salah satu faktor penilaian atau citra di mata masyarakat bahwa perusahaan tersebut memiliki kualitas yang baik atau buruk.

Antrian sangat erat hubungannya dengan efisiensi waktu. Pelayanan yang lama akan membuat konsumen tidak nyaman. Hal seperti ini tidak perlu terjadi bila fasilitas pelayanan yang dimiliki dapat mencukupi kebutuhan. Namun permasalahan yang timbul ketika perusahaan mencukupi kebutuhan konsumen adalah biaya atau modal yang dikeluarkan akan bertambah.

Masalah antrian bisa dijumpai pada saat berada di kantor pos. Perkembangan zaman membuat kantor pos berperan ganda. Perusahaan milik negara yang bergerak dibidang jasa pengiriman barang, kini memiliki peran tambahan yaitu penyalur dana pensiun yang diberikan oleh pemerintah kepada Persatuan Purnawirawan Angkatan Bersenjata Republik Indonesia (PEPABRI).

Biasanya kantor pos yang memiliki peran ganda seperti demikian adalah kantor pos yang berada di daerah-daerah yang keberadaannya jauh dari kota-kota besar di Indonesia, misalnya Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen, Jawa Tengah. Secara geografis, letak Kecamatan Gombang jauh dari kota-kota besar di Jawa Tengah seperti Semarang, Solo, ataupun kota Yogyakarta, Provinsi Yogyakarta. Ini membuat warga Kecamatan Gombang khususnya PEPABRI mengambil dana pensiunan di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang.

Rata-rata anggota PEPABRI di Kecamatan Gombang adalah manula (manusia lanjut usia) maka, sistem pelayanan yang dimiliki oleh pihak kantor pos cabang Kecamatan Gombang harus baik. Ini meliputi fasilitas pelayanan yang memadahi dan kenyamanan pelayanan yang diberikan. Hal ini sangat dibutuhkan karena selain faktor usia dari pelanggan yang sudah memasuki usia rentan, kantor

pos juga dipandang sebagai perusahaan milik negara atau instansi pemerintahan. Sehingga citra yang baik dimata masyarakat sangatlah diperlukan. Untuk itu ingin dilihat model antrian dan simulasi yang terjadi pada saat pengambilan dana pensiun untuk anggota PEPABRI Kecamatan Gombong, Kabupaten Kebumen, Jawa Tengah.

Simulasi pada kasus ini digunakan untuk melihat performa dari sistem antrian yang digunakan oleh Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong, Kabupaten Kebumen. Performa yang dimaksud meliputi tingkat kesibukan fasilitas pelayanan atau *server*, rata-rata waktu tunggu yang diperlukan, dan rata-rata pelanggan yang dilayani untuk masing-masing *server*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana bentuk model antrian dari kasus pengambilan dana pensiun oleh anggota PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong Kabupaten Kebumen?
2. Bagaimana hasil simulasi atas model yang telah diperoleh dari antrian yang terjadi pada saat pengambilan dana pensiun oleh anggota PEPABRI Kecamatan Gombong, Kabupaten Kebumen?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Disiplin antrian yang digunakan adalah *First Come First Served* (FCFS).
2. Model antrian yang digunakan adalah *Multi Server – Single Phase*.
3. Sumber kedatangan konsumen adalah tak terbatas dan waktu kedatangan merupakan suatu proses acak yang mengikuti distribusi eksponensial.
4. Waktu layanan merupakan distribusi acak yang mengikuti pola distribusi eksponensial.
- 5.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membentuk model antrian pada kasus pengambilan dan pensiun oleh anggota PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong Kabupaten Kebumen.

2. Menganalisis efektifitas sistem antrian dari hasil simulasi model antrian yang ada di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang pada saat pengambilan dana pensiun oleh anggota PEPABRI berdasarkan waktu pelayanannya.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Sebagai referensi untuk penelitian di bidang yang sama.
2. Dapat sebagai pertimbangan bagi pihak Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang untuk meningkatkan kualitas pelayanannya.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gambaran Umum Teori Antrian

2.1.1 Pengertian

Teori antrian adalah ilmu yang mempelajari tentang menggunakan model antrian untuk mewakili berbagai jenis sistem antrian yang timbul di kehidupan sehari-hari. Model yang digunakan menunjukkan sistem antrian yang sesuai dengan keadaan. (Hillier dan Liberman, 2001)

Menurut Groos dan Harris (1994) sistem antrian adalah kedatangan pelanggan untuk mendapatkan pelayanan, menunggu dilayani jika fasilitas pelayanan (*server*) masih sibuk, mendapatkan pelayanan dan kemudian meninggalkan sistem setelah dilayani.

Dalam banyak situasi ada waktu tunggu pada saat dilayani karena pelanggan tidak bisa dilayani segera dan setiap kedatangan pelanggan baru harus menunggu untuk beberapa waktu sebelum tiba gilirannya. Situasi ini terjadi di mana jumlah pelanggan yang membutuhkan layanan lebih banyak dari jumlah fasilitas. Jadi antrian bisa didefinisikan sebagai pelanggan yang menunggu di beberapa tempat untuk mendapat layanan termasuk mereka yang sedang menerima layanan (Murthy, 2007).

2.1.2 Model Antrian

Pada pengelompokan model-model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut dengan Notasi Kendall. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan. Diantaranya, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi (Subagyo, 1986).

Format umum model :

$$(a/b/c);(d/e/f)$$

- a : distribusi kedatangan (arrival distribution), yaitu jumlah kedatangan per pertambahan waktu.
- b : distribusi waktu pelayanan, yaitu selang waktu antara satuan-satuan yang dilayani.

- c : jumlah saluran pelayanan paralel dalam sistem.
- d : disiplin pelayanan.
- e : jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem (dalam pelayanan ditambah garis tunggu).
- f : besarnya populasi masukan.

Misalnya, model $(M/M/1);(FCFS/\infty/\infty)$, berarti bahwa model menyatakan jumlah kedatangan berdistribusi peluang Poisson atau waktu kedatangan yang berdistribusi eksponensial, waktu pelayanan berdistribusi eksponensial, terdapat satu fasilitas pelayanan, disiplin pelayanan *first come first served*, jumlah pelanggan yang diperkenankan dalam sistem adalah tak hingga, dan besarnya populasi masukan adalah tak terhingga.

2.1.3 Elemen-elemen Dasar dalam Antrian

2.1.3.1 Kedatangan

Suatu antrian terjadi karena adanya kedatangan. Faktor kedatangan ini dapat dilihat dari sumber, perilaku, tingkat kesabaran, ataupun besarnya. Sumber kedatangan dapat berasal dari populasi yang tak terbatas (*unlimited* atau *infinite*) seperti kendaraan yang akan mengisi bahan bakar di pompa bensin, atau dapat pula berasal dari populasi yang terbatas (*limited* atau *finite*) seperti mesin-mesin atau fasilitas yang perlu dirawat dalam sebuah organisasi.

Distribusi kedatangan menggambarkan bagaimana distribusi pelanggan memasuki sistem antrian. Para pelanggan mungkin datang pada saat selang waktu yang sama atau sering disebut *constant arrival distribution* atau mungkin datang secara acak yang biasa disebut *random arrival distribution*. Dengan demikian terdapat dua pola kedatangan (*arrival pattern*) yaitu tingkat kedatangan per unit waktu dan jumlah kedatangan dalam periode waktu tertentu secara berturut-turut dalam waktu yang berbeda. Waktu kedatangan pelanggan mengikuti pola distribusi eksponensial dan jumlah kedatangan pelanggan yang datang mengikuti pola distribusi Poisson.

Dari tingkat kesabaran orang yang datang, maka ada tipe orang yang langsung pergi ketika melihat panjangnya antrian atau sering disebut *balking*. Ada juga orang yang mencoba

antri tapi kemudian juga pergi karena tidak sabar. Ini disebut dengan *reneging*. Tipe orang terakhir adalah orang yang berpindah-pindah dari satu antrian ke antrian lain karena ingin dilayani lebih cepat disebut dengan *jockeying*.

Kedatangan dapat terjadi secara tunggal (*single*) atau pun secara bersamaan (*batch*). Faktor-faktor ini perlu diperhatikan karena masing-masing membutuhkan analisis yang berbeda. (Bronson dan Naadimuthu, 1997)

2.1.3.2 Struktur Antrian

Dalam struktur antrian ini terdapat beberapa hal, diantaranya: panjang antrian, jumlah baris antrian, dan disiplin dalam antrian. Panjang antrian perlu dipertimbangkan khususnya untuk populasi yang tak terbatas karena akan memakan banyak tempat. Perlu dipikirkan bagaimana alur antriannya agar disesuaikan dengan ruang yang tersedia, apakah berbentuk garis lurus ataukah melengkung. Jumlah baris antrian dapat berupa banyak baris (jalur) seperti di *supermarket* atau satu jalur dengan banyak *server*.

Disiplin pelayanan menggambarkan pelanggan mana yang harus dilayani terlebih dahulu. Umumnya disiplin layanan yang digunakan adalah FCFS (*First Come First Served*) dan LCFS (*Last Come First Served*). Namun tidak menutup kemungkinan pelanggan dilayani secara acak atau dilayani berdasarkan skala prioritas.

2.1.3.3 Layanan (*Service*)

Untuk faktor layanan, rancangan sistem antrian dapat dilihat dari tahapan antrian dan jumlah fasilitas pelayanannya (*server*). Tahapan antrian mungkin hanya 1 tahap selesai, tetapi dimungkinkan juga beberapa tahapan layanan. Sedangkan jumlah server bisa hanya satu tetapi juga bisa banyak. Dengan demikian kombinasi dari kedua aspek ini memungkinkan terbentuknya sistem dengan 1 tahap 1 server, 1 tahap multi server, multi tahap 1 server, atau multi tahap multi server.

Fasilitas pelayanan dikelompokkan menurut jumlah yang tersedia yaitu *single-channel* dan *multiple-channel*. *Single-channel* merupakan sistem yang terdiri dari satu saluran untuk memasuki sistem pelayanan dengan satu fasilitas pelayanan. Biasanya dinotasikan (M/M/1). *Multiple-channel* merupakan sistem yang terdiri dari satu antrian dengan beberapa

pelayanan dan dinotasikan (M/M/s). Tanda M yang pertama berarti distribusi kedatangan secara distribusi peluang Poisson untuk jumlah kedatangan dan distribusi peluang eksponensial untuk waktu kedatangan. Sedangkan tanda M yang kedua adalah waktu pelayanan yang mengikuti distribusi peluang eksponensial. Sementara tanda 1 atau s menunjukkan banyaknya fasilitas dalam sistem. (Winston, 2003)

2.1.4 Notasi Model Antrian

Menurut Taha (2007) notasi yang digunakan dalam analisis sistem antrian adalah sebagai berikut :

P_n : probabilitas n pengantri dalam sistem

L_s : rata-rata banyaknya pengantri dalam sistem

L_q : rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian

W_s : rata-rata waktu menunggu dalam sistem (antrian + pelayanan)

W_q : rata-rata waktu antri

\bar{c} : rata-rata banyaknya *server* yang sibuk

2.1.5 Karakteristik Antrian

Menurut Siagian (1987), terdapat beberapa karakteristik operasi dalam antrian yaitu :

1. Laju kedatangan pelanggan (λ)

Laju kedatangan pelanggan adalah rata-rata banyaknya pelanggan yang datang dalam interval waktu tertentu.

2. Laju pelayanan (μ)

Laju pelayanan adalah rata-rata banyaknya pelanggan yang meninggalkan sistem dalam interval waktu tertentu.

3. Intensitas Lalu Lintas

Untuk $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ dan ρ disebut intensitas lalu – lintas yakni hasil bagi antara laju kedatangan dan laju pelayanan. Semakin besar ρ maka semakin panjang antrian dan sebaliknya. Nilai batasan untuk ρ adalah $0 \leq \rho < 1$ mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata distribusi $\frac{1}{\lambda}$ dan ragam $\frac{1}{\lambda^2}$ (Ross, 1996).

4. Periode Sibuk

Jika mekanisme pelayanan sibuk, dapat dikatakan bahwa sistem antrian sedang dalam periode sibuk. Peluang bahwa sistem antrian sedang dalam keadaan sibuk pada saat *random*,

dinamakan peluang periode sibuk. Peluang periode sibuk dari sistem antrian dengan pelayanan tunggal sama dengan intensitas lalu – lintas. Oleh karena itu bila P merupakan fungsi peluang periode sibuk, maka persamaan fungsi peluang periode sibuk sebagai berikut :

$$P = \rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.1)$$

5. Distribusi Peluang Adanya Pelanggan di Sistem

Bila ρ merupakan peluang bahwa sistem antrian adalah sibuk, maka tentu $1 - \rho$ merupakan peluang bahwa sistem dalam keadaan tidak sibuk pada waktu *random*. Artinya $1 - \rho$ merupakan peluang sistem antrian tidak terdapat pelanggan. Misalnya P_n merupakan peluang terdapat n pelanggan dalam antrian, maka untuk $n = 0 : P_0 = 1 - \rho$. Karena $P_n = \rho^n \cdot P_0$, maka persamaan peluang dari n pelanggan yang terdapat di dalam sistem adalah sebagai berikut :

$$P_n = \rho^n (1 - \rho) \quad (2.2)$$

Asumsi yang harus dipenuhi adalah waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mempunyai sebaran diskrit.

6. Jumlah Rata-rata dalam Sistem

Misalkan $E(n_t)$ berupa jumlah rata-rata langganan dalam sistem antrian, mencakup langganan yang menunggu dan yang sedang dilayani. Maka,

$$\begin{aligned} E(n_t) &= \sum_{n=0}^{\infty} n P_n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \\ &= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \end{aligned} \quad (2.3)$$

Urutan suku-suku dari $\sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$ mempunyai bentuk $0, a, 2a^2, 3a^3, \dots, na^n$. Dalam hal ini a konstan dan kurang dari 1, deret ini akan konvergen menjadi jumlah, dengan rumus :

$$s = a / (1 - a)^2 \text{ dimana } a = \frac{\lambda}{\mu}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
 E(n_t) &= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \\
 &= \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)} \\
 &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

Bila laju kedatangan (λ) mendekati jumlah laju pelayanan (μ), maka jumlah rata – rata dalam sistem, $E(n_t)$ berkembang menjadi lebih besar. Bila $\lambda = \mu$ atau $\rho = 1$, maka $E(n_t) = \infty$ atau jumlah rata – rata langganan dalam system antrian menjadi tak terhingga.

7. Jumlah Rata-rata dalam Antrian

Rata-rata banyaknya pelanggan dalam antrian adalah rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu untuk mendapatkan pelayanan (tidak termasuk yang sedang dilayani) pada selang waktu tertentu. Misalkan $E(n_w)$ sebagai jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian, maka persamaannya adalah sebagai berikut ini :

$$\begin{aligned}
 E(n_w) &= E(n_t) - \frac{\lambda}{\mu} \\
 &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{\lambda}{\mu} \\
 &= \frac{\lambda(\mu - \lambda)}{\mu(\mu - \lambda)} \\
 &= \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

atau

$$L_q = \frac{P_0}{c} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \frac{\mu\lambda}{(c\mu - \lambda)^2} \quad (2.6)$$

Di mana L_q merupakan jumlah rata-rata langganan yang terdapat dalam antrian, c adalah banyaknya server, dan $P_0 = 1 - \rho$.

8. Jumlah Rata-rata banyaknya pelanggan dalam Sistem

Rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem adalah rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu untuk dilayani dan pelanggan yang menunggu untuk dilayani dan pelanggan yang sedang dilayani dalam selang waktu tertentu. Misalkan $E(n_t)$ berupa jumlah rata-rata langganan dalam sistem antrian dan mencakup langganan yang menunggu dan yang sedang dilayani. Maka persamaan jumlah rata-rata dari sistem adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E(n_t) &= \sum_{n=0}^{\infty} nP_n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \\ &= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \end{aligned} \quad (2.7)$$

Urutan suku-suku dari $\sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$ mempunyai bentuk $0, a, 2a^2, 3a^3, \dots, na^n$. Dalam hal ini a konstan dan kurang dari 1, deret ini akan konvergen menjadi jumlah, dengan rumus :

$$S = \frac{a}{(1-a)^2} \quad (2.8)$$

dimana

$$a = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.9)$$

Jadi

$$\begin{aligned} E(n_t) &= \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)^2} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} \\ &= \frac{\lambda}{\lambda - \mu} = \frac{\rho}{1 - \rho} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Bila $\rho < 1$ atau jumlah kedatangan λ mendekati jumlah laju pelayanan μ , maka jumlah rata-rata dalam sistem $E(n_t)$ berkembang menjadi lebih besar. Bila $\lambda = \mu$ atau $\rho = 1$, maka $E(n_t) = \infty$ atau jumlah rata-rata langganan dalam sistem

antrian menjadi tak terhingga. Untuk mempermudah dapat digunakan rumus sebagai berikut :

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu} + L_q \quad (2.11)$$

9. Waktu Rata-rata dalam Antrian

Misalkan $E(T_w)$ merupakan waktu rata-rata yang dihabiskan oleh seorang pelanggan dalam antrian, maka persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E(T_w) &= \frac{E(n_w)}{\lambda} \\ &= \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \\ &= \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

atau

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.13)$$

10. Waktu Rata-rata dalam Sistem

Misalkan $E(T_t)$ merupakan waktu rata-rata bahwa seorang pelanggan akan menghabiskan waktunya dalam sistem, maka $E(T_t) = \frac{E(n_t)}{\lambda}$ dimana $E(n_t)$ adalah jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem. Jadi persamaan waktu rata-rata dalam sistem adalah sebagai berikut ini :

$$E(T_t) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (2.14)$$

Atau

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.15)$$

11. Waktu Pelayanan Rata-rata

Misalkan $E(T_s)$ merupakan waktu rata-rata yang diperlukan oleh seorang pelanggan untuk menerima pelayanan, maka persamaannya adalah sebagai berikut ini:

$$E(T_s) = \frac{E(n_s)}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \quad (2.16)$$

Atau juga dapat diperoleh dari :

$$\begin{aligned} E(T_s) &= E(T_t) - E(T_w) \\ &= \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu(\mu - \lambda)} \\ &= \frac{\mu - \lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{1}{\mu} \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.2 Metode Simulasi

Untuk menggunakan metode simulasi perlu dipahami pola sistem berlaku. Model yang digunakan pada simulasi haruslah sesuai dengan model yang ada pada sistem. Menurut Winston (2003) sistem didefinisikan sebagai sekumpulan kejadian yang berinteraksi berdasarkan logika penyelesaian. Pada sebuah sistem terdapat *state* yang didefinisikan sebagai sekumpulan variabel yang menggambarkan status dari sistem pada satu satuan waktu. Berdasarkan modelnya, terdapat dua tipe model simulasi yaitu:

1. Model Simulasi Statis

Biasanya model simulasi statis lebih dikenal dengan simulasi *Monte Carlo*.

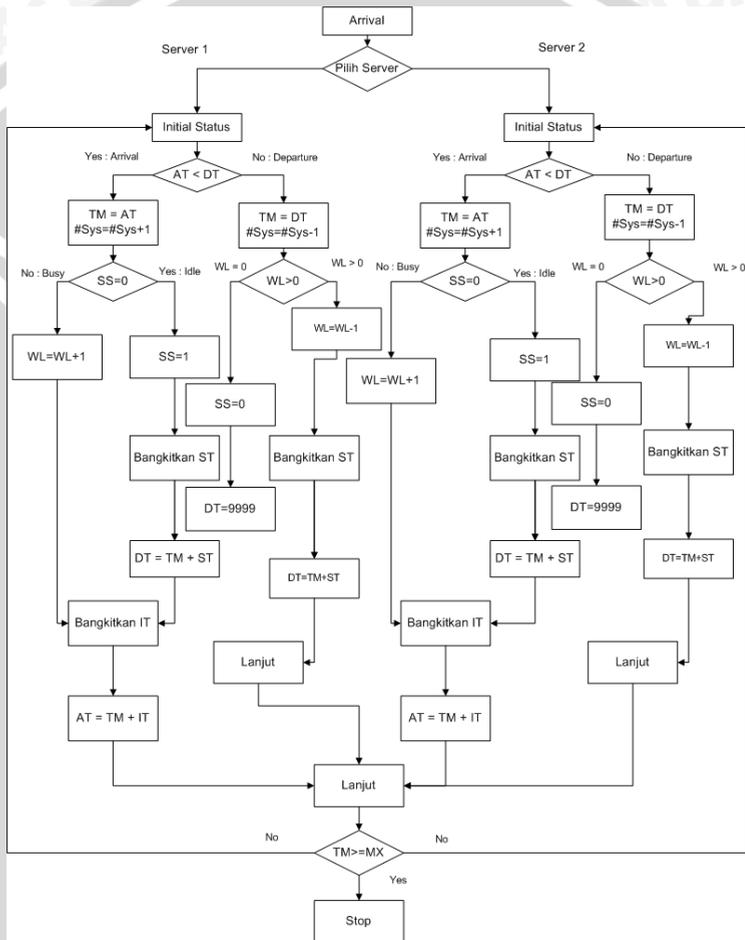
2. Model Simulasi Dinamis

Model simulasi dinamis merupakan gambaran runtutan waktu.

Input yang dibutuhkan untuk melakukan simulasi adalah informasi tentang *state* dari sistem. *State* yang dimaksud meliputi jumlah pelanggan pada sistem, waktu kedatangan pelanggan, dan status dari *server*. Ada dua kondisi yang terjadi pada *server* yaitu kondisi sibuk (*busy*) dan menganggur (*idle*). Apabila pelanggan datang pada saat *server* pada keadaan *idle*, maka pelanggan dapat langsung dilayani. Tetapi jika pelanggan datang saat *server* pada kondisi sibuk, maka pelanggan masuk ke dalam garis antrian.

Untuk memulai simulasi, sistem *State* diasumsikan 0 dan waktu meninggalkan sistem diasumsikan tak hingga. Waktu pada saat meninggalkan sistem menjadi waktu kedatangan pelanggan berikutnya. Algoritma simulasi berlaku sampai dengan seluruh pelanggan selesai meninggalkan sistem. Dengan demikian *output* yang dihasilkan dari simulasi adalah waktu kedatangan, waktu pelayanan yang didapatkan dari hasil

bangkitan sesuai dengan sebaran dan waktu selesai meninggalkan sistem. Dari hasil *output* simulasi yang dihasilkan, dapat ditentukan panjang antrian dan lamanya sistem yang terjadi untuk satu pelanggan.



Gambar 2.1 Algoritma simulasi sistem antrian

Keterangan :

TM : *clock time*

AT : waktu kedatangan berikutnya

DT : waktu selesai pelayanan berikutnya

SS : status dari *server* (*busy / idle*)
 WL : panjang antrian
 #Sys : Jumlah orang di dalam sistem
 MX : jangka waktu simulasi

2.3 Uji *Goodness of Fit* dengan Uji Kolmogorov-Smirnov

Sebelum didapatkan model antrian, data hasil penelitian diuji terlebih dahulu apakah sebaran data sudah sesuai dengan teori antrian atau belum. Menurut Daniel (1989), apabila contoh ditarik dari populasi yang tidak diketahui, peneliti harus menggunakan metode keselarasan (*goodness of fit*) untuk menentukan seberapa jauh data contoh yang teramati selaras dengan model yang ditawarkan atau dengan kata lain uji keselarasan merupakan alat yang bermanfaat untuk mengevaluasi seberapa jauh suatu model mampu mendekati situasi nyata yang digambarkannya. Menurut Lawrence (1990) terdapat beberapa macam uji keselarasan antara lain uji keselarasan Chi-Kuadrat (untuk contoh berukuran besar) dan Kolmogorov-Smirnov (untuk contoh berukuran kecil).

Pada penelitian ini digunakan uji Kolmogorov-Smirnov untuk uji keselarasan data dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 : F(x) = F^*(x)$$

$$H_1 : F(x) \neq F^*(x)$$

di mana : $F(x)$ adalah sebaran pengamatan Poisson

$F^*(x)$ adalah missal sebaran Poisson

Langkah-langkah untuk pengujian adalah sebagai berikut :

1. Membuat statistic tataan $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$.
2. Membuat tabel sebaran frekuensi.
3. Menghitung sebaran frekuensi relatif kumulatif data yang dinotasikan dengan $S(x)$.
4. Menghitung sebaran frekuensi kumulatif teoritis (berdasarkan sebaran yang diharapkan) yang dinotasikan dengan $F_0(x)$.
5. Menghitung selisih antara $F_0(x)$ dengan $F_e(x)$.
6. Menghitung statistik uji dengan :

$$D_n = \max |S(x) - F_0(x)| \quad (2.18)$$

7. Membandingkan D_n dengan nilai D tabel untuk uji Kolmogorov-Smirnov.
8. Kriteria pengambilan keputusan adalah :
 H_0 diterima bila $D_n \leq D$ tabel atau nilai- $p > \alpha$
 H_0 ditolak bila $D_n > D$ tabel atau nilai- $p \leq \alpha$
 Pada penelitian ini digunakan α sebesar 5%.
 Menurut Daniel (1989), untuk memperoleh nilai- p dapat digunakan salah satu dari tiga bentuk rumus Smirnov (1948) berikut :

$$Z = \sqrt{n}D_n$$

$$p = 1 \quad \text{jika } 0 \leq Z < 0.27 \quad (2.19)$$

$$p = 1 - \frac{2.506628}{Z} (Q + Q^9 + Q^{25}), \text{ jika } 0.27 \leq Z < 1 \quad (2.20)$$

$$\text{di mana } Q = e^{-1.233701 Z^{-2}}$$

$$p = 2(Q - Q^4 + Q^9 - Q^{16}) \quad \text{jika } 1 \leq Z < 3.1 \quad (2.21)$$

$$\text{di mana } Q = e^{-2Z^2}$$

$$p = 0 \quad \text{jika } Z > 3.1 \quad (2.22)$$

9. Menarik kesimpulan.
 Jika H_0 ditolak, maka disimpulkan bahwa sebaran pengamatan tidak sama dengan sebaran dugaan, atau sebaran dugaan tidak berasal dari sebaran pengamatan (Djarwanto, 2001).

2.4 Pendugaan Parameter Menggunakan Metode *Maximum Likelihood*

Metode *maximum likelihood* adalah salah satu cara yang digunakan untuk menduga parameter yang tidak diketahui. Prosedur pendugaan *maximum likelihood* menguji apakah pendugaan maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi *likelihood* (Bain dan Engelhardt, 1988).

Misalkan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah variabel acak dari populasi dengan fungsi kepekatan peluang $f(x, \theta)$ dan θ adalah parameter yang tidak diketahui. Fungsi *likelihood* dari sampel tersebut adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta) &= f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \\
 &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \\
 &= L(\theta | x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\
 &= L(\theta) \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

Persamaan (2.23) di atas didiferensialkan terhadap θ untuk memperoleh pendugaan yang paling maksimum. Biasanya proses diferensiasi digunakan menggunakan logaritma natural dari $L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta)$ yaitu :

$$\ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta) \tag{2.24}$$

Berikut adalah langkah-langkah untuk menentukan pendugaan *maximum likelihood* dari θ :

1. Menentukan fungsi *likelihood* seperti persamaan (2.23).

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta)$$

2. Membentuk logaritma natural *likelihood* seperti persamaan (2.24).

$$\ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta) = \ln f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta)$$

3. Menurunkan persamaan logaritma natural *likelihood* terhadap θ dan menyelesaikannya.

$$\frac{\partial \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{2.25}$$

4. Diperoleh pendugaan *maximum likelihood* θ .
- 5.

2.5 Beberapa Fungsi Sebaran

Peubah acak dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu peubah acak diskrit dan peubah acak kontinyu yang sering digunakan dalam sistem antrian adalah :

1. Sebaran Poisson

Percobaan yang menghasilkan nilai-nilai bagi suatu peubah acak X, yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi sering disebut percobaan Poisson (Walpole, 1995). Hasil percobaan yang terjadi dalam penelitian ini yaitu banyaknya pelanggan yang datang selama selang waktu tertentu.

Sebaran peluang bagi peubah acak Poisson adalah :

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 1, 2, \dots \text{ dan } \lambda > 0$$

dengan rata-rata = λ dan ragam = λ

2. Sebaran Eksponensial

Suatu peubah acak kontinu X dengan parameter $\mu > 0$ yang menyebar menurut sebaran Eksponensial mempunyai fungsi kepekatan peluang :

$$f(x) = \mu e^{-\mu x}, x > 0, \mu > 0$$

$$F_x(x) = 1 - e^{-\mu x}, x > 0$$

dengan rata-rata $= \frac{1}{\mu}$ dan ragam $= \frac{1}{\mu^2}$

Pada penelitian ini x adalah waktu pelayanan dan μ adalah rata-rata waktu pelayanan.

3. Sebaran Gamma

Sebaran gamma merupakan sebuah sebaran dengan peubah acak kontinu X dengan dua parameter yaitu parameter p dan λ yang memiliki fungsi kepekatan peluang sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(p)} \frac{x^{p-1}}{\lambda^p} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x \geq 0, \lambda > 0, p > 0$$

dimana :

$$\Gamma(p) = (p-1)!$$

Sebaran gamma memiliki rata-rata sebaran dan ragam sebaran berturut-turut adalah $p\lambda$ dan $p\lambda^2$.

2.6 Pendugaan Parameter Menggunakan Metode Maximum Likelihood pada Sebaran yang Digunakan

1. Sebaran Poisson

$$f(x) = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!}, x = 1, 2, \dots \text{ dan } \lambda > 0$$

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda) = f(x_1; \lambda) f(x_2; \lambda) \dots f(x_n; \lambda)$$

$$= \prod_{i=1}^n f(x_i; \lambda)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!}$$

$$= \left(\frac{\lambda^{x_1} e^{-\lambda}}{x_1!} \right) \left(\frac{\lambda^{x_2} e^{-\lambda}}{x_2!} \right) \dots \left(\frac{\lambda^{x_n} e^{-\lambda}}{x_n!} \right)$$

$$= \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

(2.26)

$$\begin{aligned}
 \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda) &= \ln \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \\
 &= \ln e^{-n\lambda} + \ln \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} - \ln \prod_{i=1}^n x_i \\
 &= -n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln \prod_{i=1}^n x_i \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda)}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{d(-n\hat{\lambda} + \sum_{i=1}^n x_i \ln \hat{\lambda} - \ln \prod_{i=1}^n x_i)}{d\hat{\lambda}} = 0$$

$$-n + \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{1}{\hat{\lambda}}\right) - 0 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{1}{\hat{\lambda}}\right) = n$$

$$\hat{\lambda} = \bar{x} \quad (2.28)$$

2. Sebaran Eksponensial

$$f(x) = \mu e^{-\mu x}, x > 0, \mu > 0$$

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda) = f(x_1; \lambda) f(x_2; \lambda) \dots f(x_n; \lambda)$$

$$= \prod_{i=1}^n f(x_i; \lambda)$$

$$= \prod_{i=1}^n \lambda e^{-\lambda x_i}$$

$$= \lambda^n (e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i}) \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda) &= \ln \lambda^n (e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i}) \\ &= \ln \lambda^n + \ln(e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i}) \\ &= n(\ln \lambda) - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\frac{d \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; \lambda)}{d\lambda} = 0$$

$$\frac{dn(\ln \hat{\lambda}) - \hat{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i}{d\hat{\lambda}} = 0$$

$$n\left(\frac{1}{\hat{\lambda}}\right) - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\left(\frac{1}{\hat{\lambda}}\right) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\hat{\lambda} = \bar{x} \quad (2.31)$$

3. Sebaran Gamma

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(p)} \frac{x^{p-1}}{\lambda^p} e^{-\frac{x}{\lambda}}, \quad x \geq 0, \lambda > 0, p > 0$$

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; p, \lambda) = f(x_1; p, \lambda) f(x_2; p, \lambda) \dots f(x_n; p, \lambda)$$

$$= n! \prod_{i=1}^n f(x_i; p, \lambda)$$

$$= n! \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Gamma(p)} \frac{x_i^{p-1}}{\lambda^p} e^{-\frac{x_i}{\lambda}}$$

$$= n! [\Gamma(p)]^{-n} \lambda^{-np} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda}} \prod_{i=1}^n x_i^{p-1} \quad (2.32)$$

$$\ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; p, \lambda) = \ln \left[n! [\Gamma(p)]^{-n} \lambda^{-np} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda}} \prod_{i=1}^n x_i^{p-1} \right]$$

$$\ln L(x_i; p, \lambda) = \ln n! - n \ln \Gamma(p) - np \ln \lambda + (p-1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda}$$

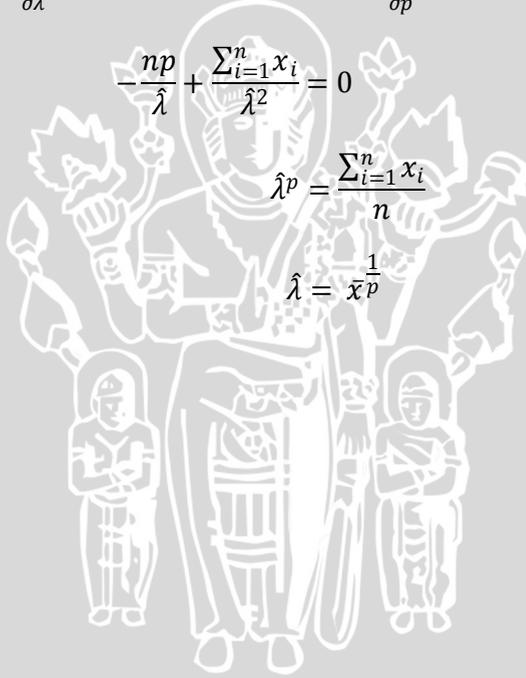
$$\frac{\partial \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; p, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \text{ atau } \frac{\partial \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; p, \lambda)}{\partial p} = 0$$

$$-\frac{np}{\hat{\lambda}} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\hat{\lambda}^2} = 0$$

$$\hat{\lambda}^p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\hat{\lambda} = \bar{x}^{\frac{1}{p}}$$

(2.33)



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pengambilan Data

Pengambilan data dilakukan di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen dengan cara peneliti mencatat waktu datangnya pelanggan terhitung mulai dari pengambilan nomor antrian, waktu mulai dilayani oleh fasilitas pelayanan atau *server* dan waktu selesai dilayani.

3.2 Waktu dan Tempat

3.2.1 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada hari Selasa tanggal 1 April 2014. Pada tanggal tersebut adalah tanggal rutin yang digunakan oleh Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang untuk membagikan dana pensiunan kepada PEPABRI. Adapun waktu mulai pencatatan waktu dimulai pada saat pelanggan yang pertama kali datang. Sebagai gambaran, terdapat pelanggan yang datang ke tempat penelitian sebelum jam kerja dimulai. Sebagai informasi jam kerja Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang untuk kasus pembagian dana pensiun adalah pukul 08:00 sampai dengan 14:00 WIB.

3.2.2 Tempat Penelitian

Penelitian dilakukan di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen, Propinsi Jawa Tengah.

3.3 Metode Penelitian

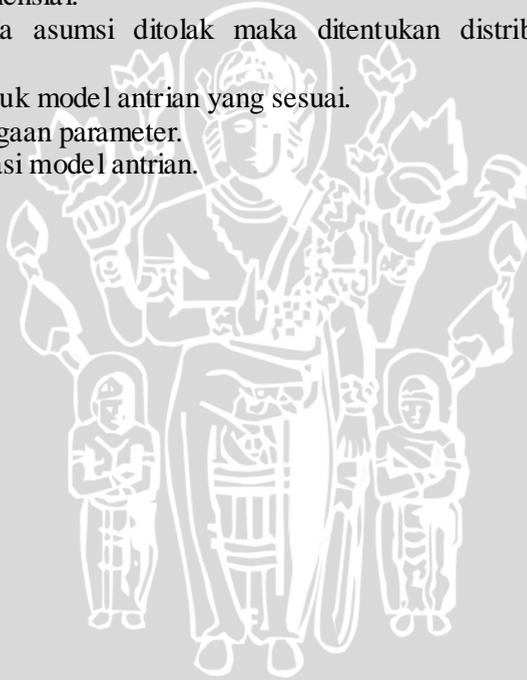
3.3.1 Membentuk Model Antrian

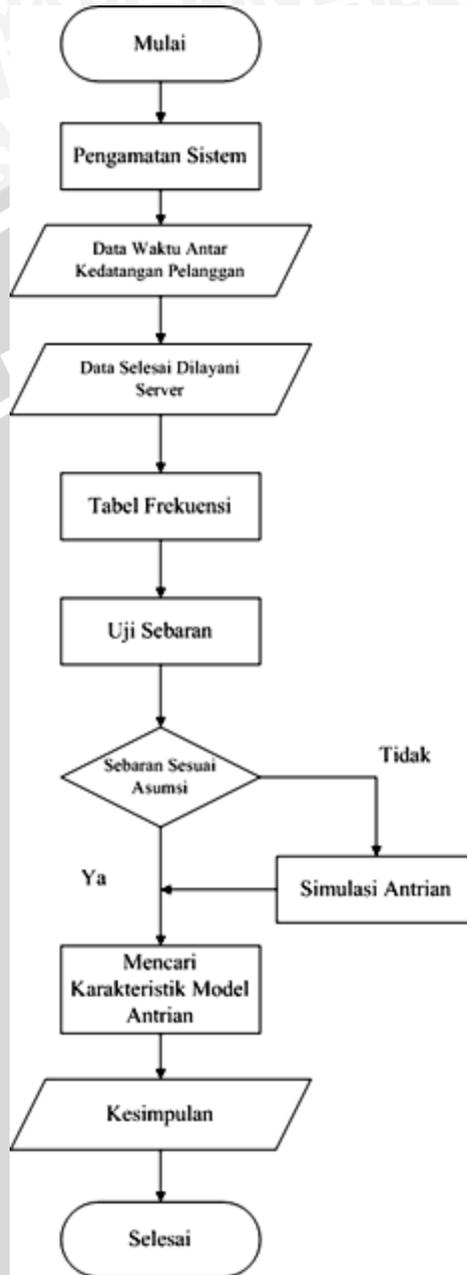
Langkah-langkah yang dilakukan dalam pembentukan model antrian pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mencatat waktu kedatangan setiap pelanggan. Dari data waktu kedatangan pelanggan didapatkan data waktu antar kedatangan pelanggan.
2. Mencatat waktu mulai dan selesai dilayani oleh fasilitas pelayanan atau *server*. Dari data ini dihasilkan data lama waktu pelanggan dilayani oleh masing-masing fasilitas pelayanan atau *server*.
3. Membuat tabel sebaran frekuensi waktu antar kedatangan pelanggan dan tabel sebaran frekuensi waktu pelayanan

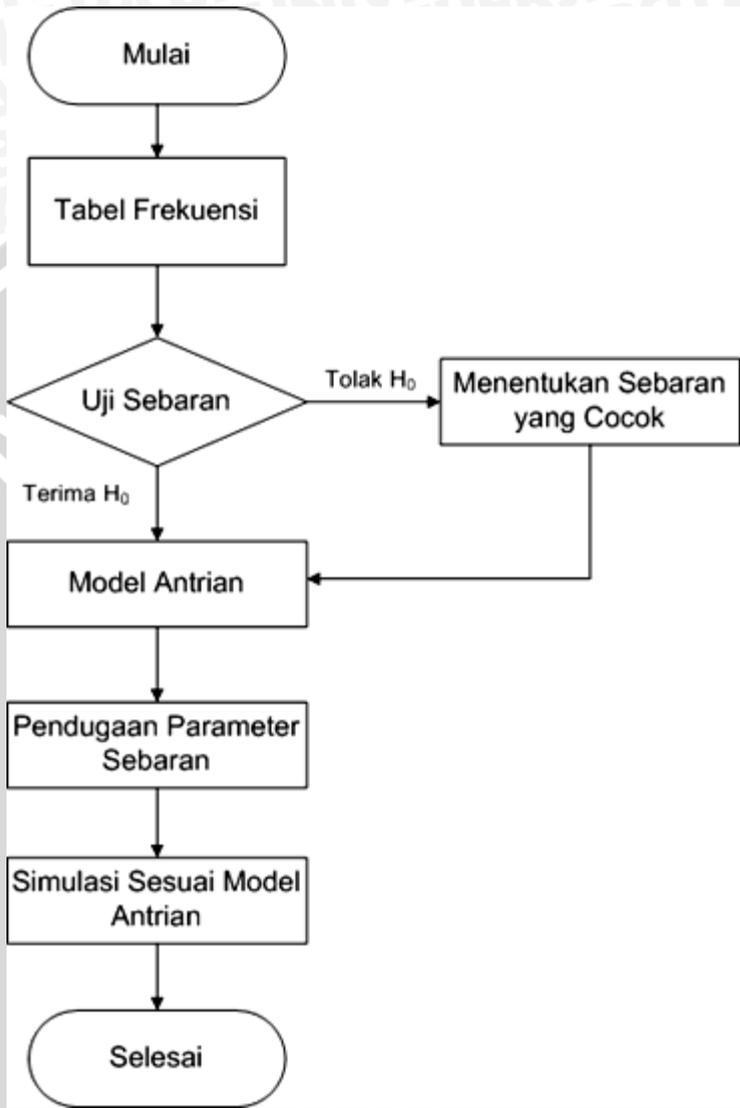
kemudian membuat grafik *scatter plot*. Berdasarkan tabel frekuensi tersebut ditentukan sebaran waktu antar kedatangan pelanggan dan sebaran waktu pelayanan.

4. Menguji sebaran waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dengan uji Kolmogorv-Smirnov menggunakan statistik uji pada persamaan (2.18). Apabila asumsi sebaran tidak terpenuhi maka mencari sebaran yang sesuai dengan data.
 5. Didapatkan model antrian yang sesuai dengan sebaran.
- 3.3.2 Simulasi Model Antrian**
1. Pembentukan tabel frekuensi dari data yang diperoleh.
 2. Pengujian sebaran sesuai asumsi yaitu mengikuti distribusi eksponensial.
 3. Apabila asumsi ditolak maka ditentukan distribusi yang sesuai.
 4. Dibentuk model antrian yang sesuai.
 5. Pendugaan parameter.
 6. Simulasi model antrian.





Gambar 3.1 Diagram Alir Model Antrian



Gambar 3.2 Diagram Alir Simulasi

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Gambaran Pelayanan

Penelitian dilakukan di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang Kabupaten Kebumen pada hari Selasa, 1 April 2014. Dalam kasus ini terdapat dua fasilitas pelayanan (*server*) dan hanya mengalami satu fase. Dengan demikian model pelayanan yang digunakan pada sistem pengambilan dana pensiun di Kantor Pos cabang Gombang Kabupaten Kebumen adalah *Multiple Channel – Single Phase*.

Gambaran umum tentang pelayanan sistem antrian yang terjadi pada kasus pembagian dana pensiunan PEPABRI di Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen, Jawa Tengah diawali dengan pelanggan datang ke kantor pos kemudian mengambil nomor antrian. Setelah itu pelanggan menunggu untuk dipanggil menuju *server* yang tersedia. Pelanggan yang telah selesai dilayani oleh *server* langsung meninggalkan sistem antrian. Sistem antrian tersebut memiliki lebih dari satu *server* (dalam kasus ini ada dua *server*) dan hanya melalui satu kali proses pelayanan untuk masing-masing *server*.

Fasilitas pelayanan yang ada pada Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang sebenarnya memiliki empat fasilitas pelayanan atau *server*. Namun kenyataan yang terjadi pada saat pembagian dana pensiun kepada PEPABRI Kecamatan Gombang hanya digunakan sebanyak dua buah *server* saja. Hal ini dapat terjadi karena kebijakan yang diambil oleh pihak Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang untuk tidak mengabaikan peran kantor pos yang sesungguhnya yaitu penyedia jasa pengiriman barang.

Kondisi fisik yang dapat digambarkan oleh peneliti tentang fasilitas penunjang pelayanan adalah terbatasnya kapasitas kursi yang terdapat di ruang tunggu Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang. Sehingga banyak pelanggan yang menunggu di halaman kantor pos. Mengingat bahwa bahwa pelanggan dalam pemberian dana pensiun kepada PEPABRI adalah manusia lanjut usia (manula), keadaan ini menjadi hal yang perlu diperhatikan oleh pihak Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang.

Faktor fisik dari para pelanggan harus sangat diperhatikan sehingga sistem antrian yang efisien sangat perlu diterapkan untuk menjaga citra Kantor Pos cabang Gombang di mata masyarakat khususnya pelanggan agar tetap baik. Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang menerapkan waktu pelayanan untuk pengambilan dana pensiun selama 6 jam kerja dalam satu hari. Hal ini perlu diuji apakah waktu yang dialokasikan dengan banyaknya *server* yang tersedia sudah dapat menciptakan sistem antrian yang efisien atau belum.

4.2 Disiplin Pelayanan

Pada kasus pembagian dana pensiunan kepada PEPABRI (Persatuan Purnawirawan Angkatan Bersenjata Republik Indonesia) di Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen digunakan disiplin pelayanan *First Come First Served (FCFS)*. Ini artinya penerima dana pensiunan yang datang lebih awal akan dilayani terlebih dahulu oleh fasilitas pelayanan yang ada di Kantor Pos Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen.

4.3 Analisis Waktu Antar Kedatangan Pelanggan

Untuk menguji sistem antrian yang terjadi pada kasus ini diperlukan model antrian yang sesuai. Untuk itu langkah awal untuk mendapatkan model antrian adalah dengan melakukan analisis waktu antar kedatangan pelanggan berdasarkan data yang telah didapatkan. Analisis ini perlu dilakukan karena pada model antrian $(a/b/c) ; (d/e/f)$, notasi “a” menunjukkan sebaran dari waktu antar kedatangan pelanggan yang terjadi pada sistem antrian.

Hipotesis untuk analisis waktu antar kedatangan pelanggan adalah sebagai berikut:

H_0 : Sebaran waktu antar kedatangan pelanggan mengikuti sebaran Eksponensial

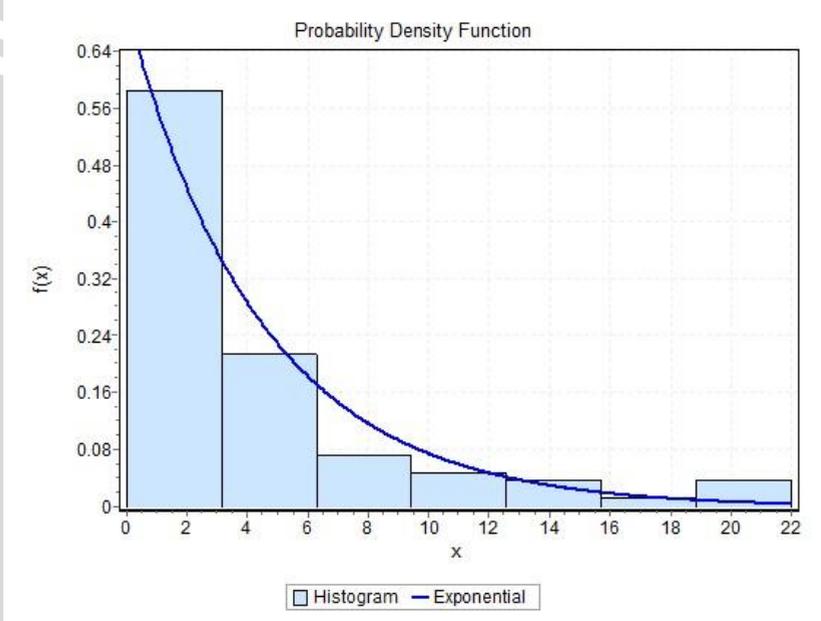
H_1 : Sebaran waktu antar kedatangan pelanggan tidak mengikuti sebaran Eksponensial

Pelanggan yang datang menuju sistem antrian terdapat pada satu garis kedatangan. Ini artinya pelanggan tidak mengetahui akan dilayani oleh *server* yang mana. Sehingga untuk analisis waktu antar kedatangan pelanggan dilakukan analisis secara keseluruhan atau dengan kata lain tidak

dilakukan analisis waktu antar kedatangan pelanggan tiap fasilitas pelayanan atau *server*.

Hasil analisis waktu antar kedatangan pelanggan yang dilakukan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov didapatkan $p\text{-value} = 0.11795$. Bila dibandingkan dengan nilai α yang digunakan yaitu sebesar 0.05, maka $p\text{-value} > \alpha$. Dengan demikian dapat diambil keputusan untuk menerima H_0 . Ini artinya dengan kemungkinan berbuat salah sebesar 5% dapat dikatakan bahwa waktu antar kedatangan pelanggan pada kasus pembagian dana pensiun di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen mengikuti sebaran Eksponensial.

Untuk hasil *plotting* waktu antar kedatangan pelanggan dapat dilihat pada Gambar 4.1 berikut.



Gambar 4.1 Hasil *Plotting* waktu antar kedatangan pelanggan yang mengikuti sebaran Eksponensial

4.4 Analisis Waktu Pelayanan

Pada model antrian $(a/b/c)$; $(d/e/f)$, notasi "b" menunjukkan sebaran waktu pelayanan yang terjadi pada

sistem antrian. Oleh karena itu perlu dilakukan analisis terhadap waktu pelayanan untuk masing-masing *server*. Berikut adalah hasil analisis yang telah dilakukan :

4.4.1 Waktu Pelayanan *Server* 1

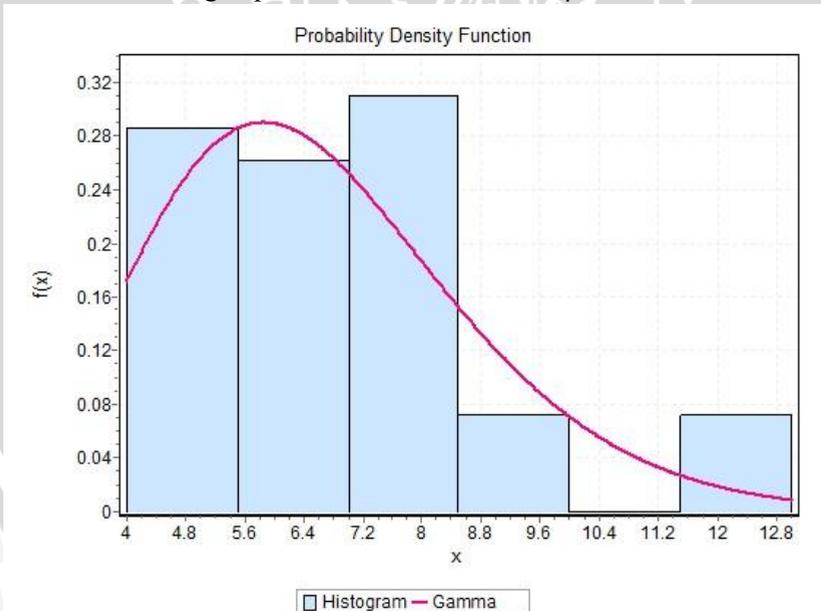
Hipotesis yang digunakan dalam analisis waktu pelayanan pada *server* 1 adalah sebagai berikut :

H_0 : Sebaran waktu pelayanan pada *server* 1 mengikuti sebaran Eksponensial

H_1 : Sebaran waktu pelayanan pada *server* 1 tidak mengikuti sebaran Eksponensial

Berdasarkan Lampiran 2 didapatkan nilai *max D* lebih besar dari tabel Kolmogorov-Smirnov dengan $\alpha = 0.05$ dan $n = 42$ yaitu $1 > 0.209853$. Hasil tersebut sesuai dengan kriteria pengambilan keputusan untuk menolak H_0 . Sehingga dapat dikatakan bahwa dengan resiko berbuat salah sebesar 5% waktu pelayanan pada *server* 1 tidak mengikuti sebaran eksponensial.

Dengan bantuan *software* EasyFit didapatkan sebaran yang sesuai dengan waktu pelayanan di *server* 1 adalah sebaran Gamma dengan parameter $\alpha = 9.2078$ dan $\beta = 0.71368$.

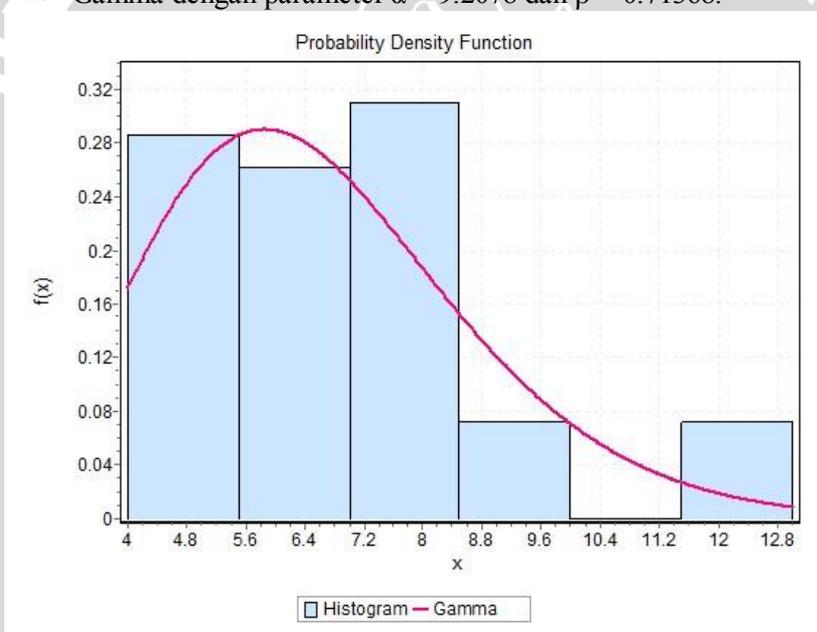


Gambar 4.2 Hasil *Plotting* waktu pelayanan pelanggan di *server 1* yang mengikuti sebaran Gamma

4.4.2 Waktu Pelayanan *Server 2*

Berdasarkan Lampiran 3 didapatkan nilai *max D* lebih besar dari tabel Kolmogorov-Smirnov dengan $\alpha = 0.05$ dan $n = 42$ yaitu $1 > 0.209853$. Hasil tersebut sesuai dengan kriteria pengambilan keputusan untuk menolak H_0 . Sehingga dapat dikatakan bahwa dengan resiko berbuat salah sebesar 5% waktu pelayanan pada *server 2* tidak mengikuti sebaran eksponensial.

Dengan bantuan *software* EasyFit didapatkan sebaran yang sesuai dengan waktu pelayanan di *server 2* adalah sebaran Gamma dengan parameter $\alpha = 9.2078$ dan $\beta = 0.71368$.



Gambar 4.3 Hasil *Plotting* waktu pelayanan pelanggan di *server 2* yang mengikuti sebaran Gamma

Pada kasus ini kedua fasilitas pelayanan atau *server* memiliki sebaran waktu yang sama yaitu mengikuti sebaran Gamma. Hal ini dapat terjadi apabila ditinjau dari peluang

yang dimiliki oleh masing-masing *server*. Jika seorang pelanggan datang pada satu garis antrian dan kemudian masuk menuju sistem pelayanan dengan banyaknya *server* yang tersedia dalam sistem antrian sebanyak dua buah, maka fasilitas pelayanan atau *server* memiliki peluang sama untuk melayani pelanggan tersebut dengan peluang sebesar 0.5 untuk masing-masing *server*.

4.5 Model Antrian

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dengan melihat waktu antar kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan didapatkan model antrian (M/G/2) ; (FCFS,84,84). Model ini menunjukkan bahwa sebaran waktu antar kedatangan pelanggan memenuhi asumsi menyebar secara eksponensial. Ini ditunjukkan dengan notasi “M” pada model.

Waktu pelayanan dari model tersebut menunjukkan bahwa model tidak memenuhi asumsi menyebar secara eksponensial. Ini ditunjukkan dengan notasi “G” pada model. Waktu pelayanan pada *server* 1 dan waktu pelayanan pada *server* 2 mengikuti sebaran Gamma.

Model yang terbentuk juga menunjukkan bahwa sistem antrian yang terjadi di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang untuk kasus pengambilan dana pensiun terdiri atas 2 *server* dengan disiplin antrian *First Come – First Served* (FCFS) yang berarti pelanggan yang datang terlebih dahulu akan dilayani terlebih dahulu tanpa adanya prioritas. Jumlah maksimum pelanggan yang diijinkan dalam sistem dan besarnya populasi pada kasus ini adalah sebanyak 84 orang.

4.6 Hasil Simulasi

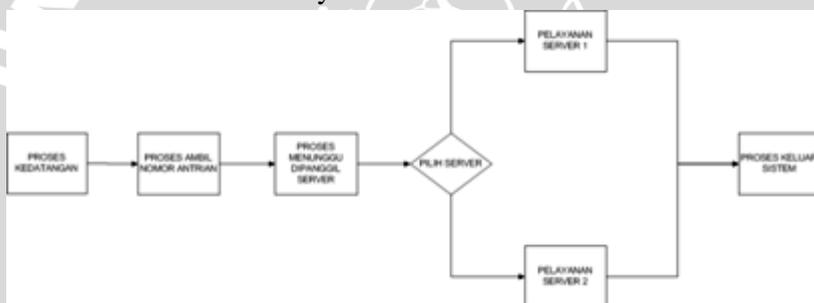
4.6.1 Simulasi Sesuai dengan Model

Pada penelitian ini Metode simulasi dilakukan karena sebaran waktu pelayanan dari sistem antrian yang terjadi di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang tidak memenuhi asumsi menyebar secara eksponensial. Selain itu, simulasi juga digunakan untuk melihat performa dari sistem antrian. Performa yang dimaksud meliputi tingkat kesibukan fasilitas pelayanan atau *server* melayani pelanggan, rata-rata waktu

tunggu yang diperlukan, dan rata-rata pelanggan yang dilayani untuk masing-masing *server*.

Simulasi antrian pada kasus pembagian dana pensiun kepada PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang dilakukan replikasi sebanyak 200 kali dengan bantuan *software Arena student version*. Untuk menggunakan *software Arena student version* diperlukan gambaran sistem antrian yang terjadi pada obyek penelitian seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4.4.

Pada Gambar 4.4 terlihat bahwa pelanggan terdapat pada satu jalur kedatangan. Hal ini disebabkan karena pelanggan tidak tahu akan dilayani oleh *server* 1 atau *server* 2, sehingga dapat dikatakan bahwa pelanggan berada pada satu garis antrian sebelum dilayani oleh *server*.



Gambar 4.4 Sistem antrian pembagian dana pensiun kepada PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang

Untuk melakukan simulasi model antrian pada kasus pengambilan dana pensiun di Kantor Pos cabang Gombang, sebaran kedatangan pelanggan harus diuji sesuai dengan keadaan yang terjadi. Dengan demikian perlu diketahui sebaran waktu antar kedatangan pelanggan sesuai dengan Gambar 4.4. Sesuai dengan hasil uji *Goodness of Fit* yang dilakukan sebelumnya, didapatkan hasil bahwa waktu antar kedatangan pelanggan mengikuti sebaran eksponensial dengan parameter $\lambda = 0.2234$.

Setelah diketahui sebaran waktu antar kedatangan pelanggan yang menyebar secara eksponensial, dilakukan simulasi dengan menggunakan sistem antrian seperti pada Gambar 4.4. Pada simulasi kasus ini kedua *server* menggunakan sebaran Gamma. Hal ini terjadi karena pada dasarnya masing-masing *server* memiliki peluang yang

sama yaitu sebesar 0.5 untuk melayani pelanggan. Selain itu keterbatasan sebaran yang dimiliki oleh *software Arena student version* menjadi salah satu pertimbangan dalam melakukan simulasi model antrian pada kasus pengambilan dana pensiun di Kantor Pos cabang Gombang.

Simulasi dilakukan dengan banyaknya pelanggan yang diijinkan masuk ke dalam sistem dengan maksimal kedatangan sebanyak 84 orang. Hal ini diasumsikan konstan karena hampir setiap bulan jumlah pelanggan yang masuk ke dalam sistem antrian selalu sama yaitu sebanyak 84 orang. Untuk *server* mengikuti sebaran Gamma dengan $\alpha = 9.2078$ dan $\beta = 0.71368$. Masing-masing *server* memiliki peluang yang sama yaitu 0.5 sehingga masing-masing *server* berkesempatan sama untuk melayani pelanggan, tidak ada yang lebih diprioritaskan.

Tabel 4.1 Tabel hasil simulasi model antrian dengan replikasi sebanyak 200 kali pada kasus pengambilan dana pensiunan di Kantor Pos cabang Gombang

Komponen	Rata-rata Waktu Tunggu (menit)	Rata-rata Banyaknya yang Menunggu (orang)	Peluang Periode Sibuk	Jumlah Pelanggan Masuk (orang)
Ambil Nomor	1.296	$0.3626 \approx 0$		84
Server 1	13.383	$1.9956 \approx 2$	0.9062	$41.73 \approx 42$
Server 2	16.488	$2.4535 \approx 2$	0.9284	$42.27 \approx 42$
Menunggu dipanggil <i>server</i>	109.254	$30.6793 \approx 31$		

Berdasarkan hasil simulasi dengan replikasi sebanyak 200 kali yang disajikan pada Tabel 4.1 didapatkan rata-rata waktu tunggu untuk mengambil nomor antrian selama 1.296 menit, rata-rata waktu tunggu pada saat dilayani pada *server 1* dan *server 2* berturut-turut adalah selama 13.383 menit dan 16.488 menit. Sementara rata-rata waktu tunggu sebelum masuk *server* adalah 109.254 menit. Rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu pada saat mengambil nomor

antrian adalah 1 orang. Sementara untuk rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu saat dilayani *server* 1 dan *server* 2 adalah sebanyak 2 orang. Rata-rata pelanggan yang menunggu untuk dipanggil menuju *server* adalah sebanyak 31 orang.

Server 1 memiliki peluang periode sibuk sebesar 0.9062 yang artinya dapat dikatakan bahwa *server* 1 memiliki tingkat kesibukan yang tinggi dalam melayani pelanggan penerima dana pensiunan di Kantor Pos cabang Gombang. Hampir sama halnya dengan *server* 1, *server* 2 memiliki tingkat kesibukan yang sedikit lebih tinggi dibandingkan *server* 1 dengan peluang sebesar 0.9284.

Pada hasil simulasi yang tampak pada Tabel 4.1 banyaknya pelanggan yang masuk ke dalam *server* 1 dan *server* 2 adalah sebanyak 42 orang untuk masing-masing *server*. Simulasi model antrian ini dilakukan dengan lama waktu untuk satu kali sistem antrian selama 6 jam dan diulang sebanyak 200 kali.

Bila dilihat dari hasil simulasi yang telah dilakukan, kedua *server* memiliki tingkat kesibukan yang sangat tinggi yaitu 0.9062 dan 0.9284. Artinya fasilitas pelayanan atau *server* yang dimiliki Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang 90% dalam keadaan sibuk pada kasus pembagian dana pensiun kepada PEPABRI.

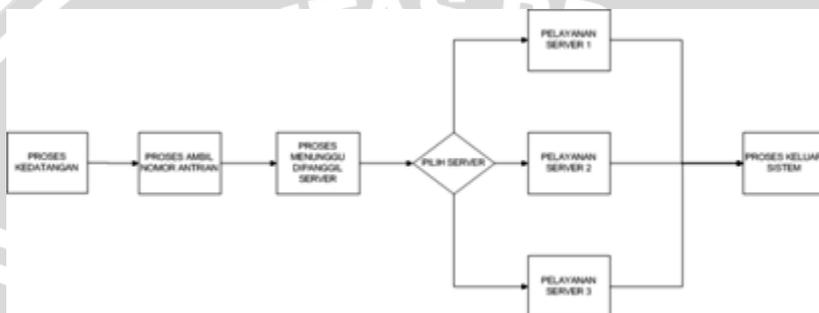
Hal lain yang perlu ditinjau adalah rata-rata waktu tunggu yang dialami oleh pelanggan. Rata-rata waktu tunggu yang terjadi pada *server* 1 dan *server* 2 adalah 13.383 menit dan 16.488 menit. Artinya fasilitas pelayanan atau *server* yang dimiliki Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang memiliki waktu pelayanan yang cukup lama jika dilihat dari jenis kegiatan yang hanya memberikan dana pensiun. Bila dilihat dari rata-rata waktu tunggu sebelum dipanggil menuju *server*, hasil simulasi menunjukkan angka 109.254 menit atau dengan kata lain pelanggan harus menunggu untuk dilayani sekitar 1 jam 50 menit. Hal tersebut patut untuk diperhatikan oleh pihak Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang, mengingat faktor usia dan kondisi fisik dari para pelanggan yang sudah tidak lagi muda.

Pihak Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang hendaknya bisa mengambil kebijakan yang tepat atas dasar hasil analisis yang telah dilakukan. Kebijakan yang bisa diambil antara lain memperbaiki fasilitas penunjang seperti ruang tunggu, kursi yang disediakan di ruang tunggu ataupun menambah fasilitas pelayanan atau *server* demi mempersingkat waktu tunggu pelanggan. Hal ini dapat berdampak pada citra Kantor Pos cabang Gombang. Semakin

cepat pelayanan yang diberikan, maka citra kantor pos yang merupakan salah satu instansi pemerintah juga semakin baik.

4.6.2 Simulasi Model Antrian dengan 3 server

Pada penelitian ini juga dibahas tentang hasil simulasi model antrian dengan 3 server. Hal ini dilakukan karena ingin dilihat efek yang ditimbulkan terhadap performa sistem antrian. Berikut adalah gambaran simulasi sistem antrian setelah ditambahkan 1 server yang tersaji pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Sistem antrian pembagian dana pensiun kepada PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang setelah ditambahkan 1 server

Jika pada simulasi sebelumnya peluang dari masing-masing server adalah 0.5, maka pada simulasi sistem antrian dengan penambahan 1 server besar peluang untuk masing-masing server adalah sebesar 0.33. Ketiga server diasumsikan mengikuti sebaran yang sama yaitu mengikuti sebaran Gamma dengan $\alpha = 9.2078$ dan $\beta = 0.71368$. Banyaknya pelanggan yang diijinkan masuk dalam sistem pada simulasi ini sama dengan simulasi sistem antrian sebelumnya yaitu sebanyak 84 orang dengan banyaknya replikasi sebanyak 200 kali.

Sebaran waktu antar kedatangan pelanggan sama dengan simulasi sistem antrian dengan 2 server yaitu mengikuti sebaran eksponensial dengan parameter $\lambda = 0.2234$. Hasil simulasi sistem antrian dengan 3 server tersaji pada tabel 4.2 berikut :

Tabel 4.2 Tabel hasil simulasi model antrian dengan 3 *server* pada kasus pengambilan dana pensiunan di Kantor Pos cabang Gombong dengan replikasi sebanyak 200 kali

Komponen	Rata-rata Waktu Tunggu (menit)	Rata-rata Banyaknya yang Menunggu (orang)	Peluang Periode Sibuk	Jumlah Pelanggan Masuk (orang)
Ambil Nomor	1.27	$0.4829 \approx 0$		84
<i>Server</i> 1	10.995	$1.5201 \approx 2$	0.8162	$27.55 \approx 28$
<i>Server</i> 2	13.742	$1.9830 \approx 2$	0.8447	$28.49 \approx 28$
<i>Server</i> 3	26.224	$3.4916 \approx 3$	0.8292	$27.96 \approx 28$
Menunggu dipanggil <i>server</i>	67.898	$25.5708 \approx 26$		

Dari hasil simulasi sistem antrian dengan menggunakan 3 *server* didapatkan hasil bahwa rata-rata waktu tunggu pada saat pengambilan nomor antrian adalah selama 1.27 menit. Sementara untuk rata-rata waktu tunggu yang diperlukan pelanggan pada *server* 1 mengalami penurunan yaitu dari 13.383 menit menjadi 10.995 menit. Pada *server* 2 rata-rata waktu tunggu yang diperlukan pelanggan juga mengalami penurunan yaitu dari 16.488 menit menjadi 13.742 menit. Untuk *server* tambahan atau *server* 3 pelanggan harus menunggu lebih lama karena rata-rata waktu tunggu yang diperlukan pelanggan adalah sebesar 26 menit. Berkurangnya rata-rata waktu tunggu pelanggan juga terjadi pada saat pelanggan menunggu dipanggil oleh *server*. Pelanggan yang tadinya harus menunggu selama 109.254 menit atau sekitar 1 jam 50 menit, setelah ditambahkan *server* menjadi 3 *server* rata-rata waktu tunggu pelanggan untuk dipanggil *server* menjadi 67.898 menit.

Tingkat kesibukan dari masing-masing *server* masih tergolong tinggi walaupun terlihat menurun setelah ditambahkan *server*. Hal ini dapat terlihat pada Tabel 4.2 kolom peluang periode sibuk. *Server* 1 yang tadinya memiliki tingkat kesibukan sebesar 90.62% berkurang menjadi 81.62% dengan rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu untuk dilayani adalah sebanyak 2 orang. Sementara untuk

server 2 yang tadinya memiliki tingkat kesibukan sebesar 92.84% turun menjadi 84.47% dengan rata-rata banyaknya pelanggan yang menunggu untuk dilayani sebanyak 2 orang. *Server* tambahan atau *server 3* juga memiliki tingkat kesibukan yang tinggi yaitu 82.92% dengan rata-rata pelanggan yang menunggu untuk dilayani sebanyak 3 orang. Banyaknya jumlah pelanggan yang masuk untuk masing-masing *server* pada simulasi sistem antrian dengan 3 *server* adalah sebanyak 28 orang dengan total pelanggan yang masuk adalah sebanyak 84 orang.



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

1. Dari hasil analisis yang telah dilakukan, didapatkan model antrian yang terbentuk dari kasus pengambilan dana pensiun di Kantor Pos cabang Gombong adalah $(M/G/2)$; **(FCFS,84,84)**.
2. Dari hasil simulasi yang dilakukan dengan replikasi sebanyak 200 kali, fasilitas pelayanan atau *server* yang dimiliki Kantor Pos cabang Kecamatan Gombong pada saat pembagian dana pensiun kepada PEPABRI Gombong memiliki tingkat kesibukan yang tinggi yaitu pada kisaran 90%.
3. Rata-rata waktu tunggu dalam pelayanan dapat dikatakan membutuhkan waktu yang cukup lama untuk kegiatan pembagian dana pensiun yaitu 13.383 menit untuk *server* 1 dan 16.488 menit untuk *server* 2. Sementara rata-rata waktu tunggu pelanggan sebelum memasuki *server* adalah sekitar 1 jam 50 menit. Kondisi yang demikian dirasa kurang efektif karena waktu tunggu untuk pelanggan dirasa terlalu lama mengingat pelanggan pada kasus ini adalah manula yang kondisi fisiknya sudah rentan. Dengan melakukan simulasi menggunakan 3 *server* didapat waktu tunggu sebelum memasuki *server* adalah sekitar 67 menit. Penambahan *server* pada sistem ini terbukti efektif untuk mempersingkat waktu tunggu. Tapi penambahan *server* ini masih dirasa kurang efektif bila melihat kondisi fisik dari pelanggan yang sudah memasuki usia rentan.

5.2 Saran

Saran yang bisa diberikan oleh peneliti adalah :

1. Dapat menambahkan besaran biaya dalam penelitian selanjutnya. Artinya berapa besar kerugian yang harus dibayar oleh pelanggan selama waktu tunggu.
2. Dapat melakukan simulasi dengan menambahkan fasilitas pelayanan atau *server*. Sehingga pihak Kantor Pos cabang

Gombang dapat memperkirakan pengeluaran yang harus dikeluarkan pada saat banyaknya *server* bertambah.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Bain, L. J. and M. Engelhardt. 1988. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury Press. Boston
- Bronson, R., and G. Naadimuthu. 1997. *Schaum's Outline of Theory and Probability of Operations Research*. Second Edition. Mc Graw – Hill. New York.
- Daniel, W.W. 1989. *Statistika Non Parametrik Terapan*. Gramedia. Jakarta.
- Djarwanto, P. 2001. *Statistika Non Parametrik*. Edisi Ketiga. BPFE. Yogyakarta.
- Gross, D., and C.M. Harris. 1994. *Fundamentals of Queuing Theory*. Third Edition. A Wiley–Interscience Publication. New York.
- Hartanto, E. 2012. *Model Antrian*. Intituit Teknologi Bandung. Bandung.
- Hiller, F.S., and G.J. Lieberman. 2001. *Introduction to Operations Research*. Seventh Edision. Mc Graw – Hill. New Jersey.
- Lawrence, L.L. 1990. *Probability and Statistics for Modern Engineering*. PWS – KENT Publishing Company. Boston.
- Murthy, P.R. 2007. *Operations Research*. Second Edition. New Age International. New Delhi.
- Ross, S.M. 1996. *Stochastic Processes*. John Wiley and Sons, Inc. New York.
- Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasioanal Teori dan Praktek*. Universitas Indonesia Press. Jakarta.
- Subagyo, P. 1986. *Dasar-dasar Operations Research*. BPFE. Yogyakarta
- Taha, H.A. 2007. *Operations Research : An Introduction*. Eighth Edition. Pearson Prentice Hall. New Jersey.
- Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistika*. Edisi Ketiga. Alih Bahasa : Bambang Sumantri. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Winston, W. 2003. *Operations Research Applications and Algorithm*. 4th Edision. Duxbury Press. United States.

Lampiran 1

Data penelitian antrian pengambilan dana pensiun oleh PEPABRI di Kantor Pos cabang Kecamatan Gombang, Kabupaten Kebumen.

Pelanggan	Waktu Datang	Waktu Masuk	Waktu Keluar	Lama Tunggu (menit)	Lama Pelayanan (menit)	Server
1	7:28	8:00	8:10	0:32	0:10	1
2	7:31	8:00	8:12	0:29	0:12	2
3	7:32	8:11	8:20	0:39	0:09	1
4	7:35	8:13	8:22	0:38	0:09	2
5	7:37	8:22	8:29	0:45	0:07	1
6	7:37	8:24	8:30	0:47	0:06	2
7	7:39	8:32	8:44	0:53	0:12	1
8	7:42	8:32	8:40	0:50	0:08	2
9	7:44	8:41	8:48	0:57	0:07	2
10	7:45	8:45	8:52	1:00	0:07	1
11	7:45	8:49	8:57	1:04	0:08	2
12	7:48	8:52	8:59	1:04	0:07	1
13	7:53	8:57	9:04	1:04	0:07	2
14	7:54	9:00	9:08	1:06	0:08	1
15	7:55	9:05	9:14	1:10	0:09	2
16	7:55	9:09	9:20	1:14	0:11	1
17	7:58	9:14	9:27	1:16	0:13	2
18	7:59	9:20	9:26	1:21	0:06	1
19	7:59	9:27	9:34	1:28	0:07	1
20	8:00	9:28	9:32	1:28	0:04	2
21	8:00	9:33	9:36	1:33	0:03	1
22	8:01	9:33	9:37	1:32	0:04	2
23	8:01	9:38	9:45	1:37	0:07	1
24	8:01	9:38	9:43	1:37	0:05	2
25	8:01	9:45	9:50	1:44	0:05	1
26	8:02	9:44	9:51	1:42	0:07	2

Lanjutan Lampiran 1

27	8:02	9:50	9:57	1:48	0:07	1
28	8:03	9:51	9:56	1:48	0:05	2
29	8:03	9:57	10:04	1:54	0:07	2
30	8:04	9:58	10:05	1:54	0:07	1
31	8:06	10:04	10:10	1:58	0:06	2
32	8:09	10:06	10:11	1:57	0:05	1
33	8:13	10:10	10:14	1:57	0:04	2
34	8:14	10:11	10:16	1:57	0:05	1
35	8:17	10:14	10:18	1:57	0:04	2
36	8:21	10:16	10:21	1:55	0:05	1
37	8:21	10:18	10:22	1:57	0:04	2
38	8:24	10:21	10:28	1:57	0:07	1
39	8:25	10:22	10:28	1:57	0:06	2
40	8:28	10:28	10:33	2:00	0:05	1
41	8:30	10:29	10:35	1:59	0:06	2
42	8:30	10:33	10:40	2:03	0:07	1
43	8:30	10:35	10:41	2:05	0:06	2
44	8:31	10:40	10:47	2:09	0:07	1
45	8:31	10:42	10:48	2:11	0:06	2
46	8:32	10:48	10:53	2:16	0:05	1
47	8:32	10:48	10:52	2:16	0:04	2
48	8:33	10:52	10:59	2:19	0:07	2
49	8:44	10:53	11:00	2:09	0:07	1
50	8:46	10:59	11:06	2:13	0:07	2
51	8:53	11:01	11:07	2:08	0:06	1
52	8:58	11:06	11:11	2:08	0:05	2
53	9:02	11:07	11:12	2:05	0:05	1
54	9:15	11:12	11:18	1:57	0:06	2
55	9:16	11:12	11:19	1:56	0:07	1
56	9:16	11:19	11:31	2:03	0:12	2

Lanjutan Lampiran 1

57	9:22	11:19	11:28	1:57	0:09	1
58	9:34	11:28	11:35	1:54	0:07	1
59	9:36	11:31	11:38	1:55	0:07	2
60	9:45	11:38	11:42	1:53	0:04	1
61	9:58	11:36	11:45	1:38	0:09	2
62	10:07	11:42	11:48	1:35	0:06	1
63	10:13	11:45	11:52	1:32	0:07	2
64	10:15	11:48	11:56	1:33	0:08	1
65	10:15	11:52	12:00	1:37	0:08	2
66	10:17	11:56	12:03	1:39	0:07	1
67	10:18	13:02	13:09	2:44	0:07	1
68	10:20	13:03	13:09	2:43	0:06	2
69	10:21	13:09	13:15	2:48	0:06	1
70	10:21	13:10	13:16	2:49	0:06	2
71	10:22	13:15	13:21	2:53	0:06	1
72	10:23	13:16	13:20	2:53	0:04	2
73	10:23	13:20	13:27	2:57	0:07	2
74	10:23	13:21	13:28	2:58	0:07	1
75	10:24	13:27	13:33	3:03	0:06	2
76	10:25	13:28	13:35	3:03	0:07	1
77	10:27	13:33	13:39	3:06	0:06	2
78	10:27	13:35	13:41	3:08	0:06	1
79	10:30	13:40	13:44	3:10	0:04	2
80	10:32	13:41	13:46	3:09	0:05	1
81	10:32	13:44	13:49	3:12	0:05	2
82	10:34	13:46	13:51	3:12	0:05	1
83	10:35	13:50	13:57	3:15	0:07	2
84	10:40	13:51	13:59	3:11	0:08	1

Lampiran 2

Tabel hasil pengujian sebaran waktu antar kedatangan pelanggan menggunakan *software* EasyFit

Exponential [#11]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	84				
Statistic	0.12776				
P-Value	0.11795				
Rank	3				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.11508	0.13148	0.14605	0.16331	0.17523
Reject?	Yes	No	No	No	No



Lampiran 3

Tabel Uji Komogorov-Smirnov untuk Pelayanan pada *sever* 1

Waktu Pelayanan	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif	S(x)	F ₀ (x)	S(x)-F ₀ (x)	D	max (D)
0:03	1	1	0.023809524	0.999999985	0.976190461	0.999999985	1
0:04	1	2	0.047619048	1	0.952380952	0.047619032	0.952381
0:05	9	11	0.261904762	1	0.738095238	0.261904762	0.738095
0:06	6	17	0.404761905	1	0.595238095	0.404761905	0.595238
0:07	17	34	0.80952381	1	0.19047619	0.80952381	0.809524
0:08	3	37	0.880952381	1	0.119047619	0.880952381	0.880952
0:09	2	39	0.928571429	1	0.071428571	0.928571429	0.928571
0:10	1	40	0.952380952	1	0.047619048	0.952380952	0.952381
0:11	1	41	0.976190476	1	0.023809524	0.976190476	0.97619
0:12	1	42	1	1	0	1	1

Lanjutan Lampiran 3

Hasil Uji Kolmogorov – Smirnov pada waktu pelayanan *server* 1 menggunakan *software* EasyFit

Gamma [#19]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	42				
Statistic	0.16655				
P-Value	0.17358				
Rank	6				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.16158	0.18468	0.20517	0.22941	0.24613
Reject?	Yes	No	No	No	No

Lampiran 4

Tabel Uji Komogorov-Smirnov untuk Pelayanan pada *sever* 2

Waktu Pelayanan	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif	S(x)	F ₀ (x)	S(x)-F ₀ (x)	D	max (D)
0:04	8	8	0.190476	1	0.809523809	1	1
0:05	4	12	0.285714	1	0.714285714	0.285714286	0.714286
0:06	11	23	0.547619	1	0.452380952	0.547619048	0.547619
0:07	10	33	0.785714	1	0.214285714	0.785714286	0.785714
0:08	3	36	0.857143	1	0.142857143	0.857142857	0.857143
0:09	3	39	0.928571	1	0.071428571	0.928571429	0.928571
0:12	2	41	0.97619	1	0.023809524	0.976190476	0.97619
0:13	1	42	1	1	0	1	1

Lanjutan Lampiran 4

Hasil Uji Kolmogorov – Smirnov pada waktu pelayanan *server 2* menggunakan *software EasyFit*

Gamma [#19]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	42				
Statistic	0.16655				
P-Value	0.17358				
Rank	6				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.16158	0.18468	0.20517	0.22941	0.24613
Reject?	Yes	No	No	No	No