

**SIMULASI NUMERIK PENYEBARAN WORMS PADA JARINGAN
KOMPUTER BERDASARKAN MODEL EPIDEMI FUZZY**

SKRIPSI

oleh :

**MAHARANI YUSTIANINGSIH
105090400111041**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2014**

**SIMULASI NUMERIK PENYEBARAN WORMS PADA
JARINGAN KOMPUTER BERDASARKAN MODEL
EPIDEMI FUZZY**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh

**MAHARANI YUSTIANINGSIH
105090400111041**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA**

MALANG

2014

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**SIMULASI NUMERIK PENYEBARAN *WORMS* PADA
JARINGAN KOMPUTER BERDASARKAN MODEL
EPIDEMI *FUZZY***

oleh:

**MAHARANI YUSTIANINGSIH
105090400111041**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 5 Juni 2014
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Dosen Pembimbing

**Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc.
NIP. 196908071994121001**

**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.
NIP.196709071992031001**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Maharani Yustianingsih
NIM : 105090400111041
Jurusan : Matematika
Penulis skripsi berjudul: Simulasi Numerik Penyebaran *Worms*
pada Jaringan Komputer Berdasarkan
Model Epidemi *Fuzzy*

dengan ini menyatakan bahwa

1. skripsi ini adalah hasil pemikiran saya, bukan hasil plagiat dari tulisan orang lain. Rujukan-rujukan yang tercantum dalam daftar pustaka hanya digunakan sebagai acuan atau referensi,
2. apabila di kemudian hari diketahui bahwa isi skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang, 5 Juni 2014
Yang menyatakan,

Maharani Yustianingsih
NIM. 105090400111041

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



SIMULASI NUMERIK PENYEBARAN *WORMS* PADA JARINGAN KOMPUTER BERDASARKAN MODEL EPIDEMI *FUZZY*

ABSTRAK

Skripsi ini membahas perilaku penyebaran *worms* pada jaringan komputer. Model yang digunakan adalah modifikasi model epidemi SIRS (*Susceptible-Infected-Recovered-Susceptible*) sederhana dengan melibatkan parameter penambahan dan pengurangan jumlah komputer dalam jaringan. Model tersebut merupakan sistem *autonomous* nonlinear dengan tiga variabel tak bebas dan lima parameter. Diasumsikan bahwa dari lima parameter, tiga parameter diantaranya tidak konstan/pasti yaitu laju kontak, laju bebas *worms*, dan laju rentan kembali. Ketidakpastian parameter dapat dibuat ke dalam suatu fungsi keanggotaan *fuzzy*, dan dinamakan model SIRS *fuzzy*. Pada bagian akhir, dilakukan simulasi numerik untuk model SIRS dan model SIRS *fuzzy* dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat. Berdasarkan hasil simulasi diketahui bahwa nilai laju kontak dan nilai laju bebas *worms* yang tidak konstan dapat menyebabkan perubahan angka reproduksi dasar. Beberapa simulasi juga memperlihatkan bahwa dengan laju kontak dan ketiga laju tidak konstan dapat menyebabkan perubahan kestabilan.

Kata kunci: *model epidemi, model epidemi fuzzy, fungsi keanggotaan fuzzy, worms, jaringan komputer*

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



NUMERICAL SIMULATION FOR THE TRANSMISSION OF WORMS IN COMPUTER NETWORK BASED ON FUZZY EPIDEMIC MODEL

ABSTRACT

This final project discusses the behavior of worms transmission in computer networks. The model is a modification of simple epidemic SIRS model (Susceptible-Infective-Recovered-Susceptible). The modification is performed by adding a parameter of accretion and reduction computer amount in network. The model is a nonlinear autonomous system with three dependent variables and five parameters. It is assumed that from five parameters, three of them are not constant parameters i.e., the contact rate, the recovery rate, and the rate of susceptible after recovery. Those parameters are the form of fuzzy membership functions, and therefore the model is called a SIRS fuzzy model. In the final section, numerical simulations are illustrated for SIRS fuzzy model and SIRS model using the fourth order of Runge Kutta method. Based on the simulation results, it is known that the value of contact rate and recovery rate which are not constant may lead changing in the basic reproductive number. Some simulations show that when contact rate and all of rate are not constant can cause changes in the stability of the equilibrium point.

Keywords: *epidemic model, fuzzy epidemic model, fuzzy membership functions, worms, computer network*

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Simulasi Numerik Penyebaran Worms pada Jaringan Komputer Berdasarkan Model Epidemik Fuzzy”**. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan dan bantuan dari banyak pihak. Oleh sebab itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Prof. Dr. Agus Suryanto, M.Sc. selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan, saran, motivasi, bantuan, serta kesabaran yang telah diberikan kepada penulis selama penulisan skripsi ini,
2. Dr. Trisilowati, M.Sc. dan Dr. Marsudi, M.S., selaku dosen penguji atas segala kritik dan saran yang telah diberikan untuk perbaikan skripsi ini,
3. Drs. Bambang Sugandi, M.Si. selaku dosen penasihat akademik atas motivasi, arahan, dan bimbingan selama penulis menempuh kuliah,
4. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika dan Dr. Sobri Abusini, M.T. selaku Ketua Program Studi Matematika,
5. seluruh dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya,
6. keluarga terutama kedua orang tua penulis untuk do'a dan dukungannya,
7. teman-teman matematika A 2010 atas segala bantuan dan semangatnya selama ini,
8. semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang dapat disampaikan melalui email maharaniyustian@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak.

Malang, 5 Juni 2014

Penulis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR PERNYATAAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan.....	3
BAB II DASAR TEORI	
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 Sistem Dinamik.....	6
2.3 Kestabilan Titik Kesetimbangan.....	7
2.3.1 Sistem <i>Autonomous</i> Linear.....	7
2.3.2 Sistem <i>Autonomous</i> Nonlinear.....	7
2.4 Himpunan <i>Fuzzy</i>	10
2.5 Model Epidemologi SIRS Sederhana.....	14
BAB III PEMBAHASAN	
3.1 Modifikasi Model Epidemologi SIRS.....	17
3.1.1 Laju Perubahan Komputer <i>Susceptible</i> ...	18
3.1.2 Laju Perubahan Komputer <i>Infective</i>	19
3.1.3 Laju Perubahan Komputer <i>Recovered</i>	19
3.2 Model SIRS <i>Fuzzy</i>	21
3.2.1 Laju Kontak (α) <i>Fuzzy</i>	22
3.2.2 Laju Bebas <i>Worms</i> (ε) <i>Fuzzy</i>	23
3.2.3 Laju Rentan Kembali (γ) <i>Fuzzy</i>	24

3.3	Simulasi Numerik.....	24
3.3.1	Simulasi Model SIRS.....	25
3.3.1.1	Simulasi untuk $R_0 < 1$	25
3.3.1.2	Simulasi untuk $R_0 > 1$	26
3.3.2	Simulasi Model SIRS <i>Fuzzy</i>	26
3.3.2.1	Simulasi dengan Nilai Awal $R_0 < 1$	27
3.3.2.2	Simulasi dengan Nilai Awal $R_0 > 1$	33

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

4.1	Kesimpulan.....	51
4.2	Saran.....	51

DAFTAR PUSTAKA	53
-----------------------------	----

LAMPIRAN	55
-----------------------	----



DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar 2.1	Grafik fungsi representasi linear naik.....	12
Gambar 2.2	Grafik fungsi representasi linear turun	12
Gambar 2.3	Grafik fungsi keanggotaan segitiga	13
Gambar 2.4	Grafik fungsi keanggotaan trapesium	14
Gambar 2.5	Diagram kompartemen model SIRS sederhana....	15
Gambar 3.1	Diagram kompartemen model	17
Gambar 3.2	Laju kontak <i>fuzzy</i> $\alpha = \alpha(I)$	23
Gambar 3.3	Laju bebas <i>worms fuzzy</i> $\varepsilon = \varepsilon(I)$	23
Gambar 3.4	Laju rentan kembali <i>fuzzy</i> $\gamma = \gamma(I)$	24
Gambar 3.5	Grafik solusi model SIRS untuk $R_0 < 1$	25
Gambar 3.6	Grafik solusi model SIRS untuk $R_0 > 1$	26
Gambar 3.7	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$	27
Gambar 3.8	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju kontak <i>fuzzy</i>	28
Gambar 3.9	Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$	29
Gambar 3.10	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju bebas <i>worms fuzzy</i>	29
Gambar 3.11	Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	30
Gambar 3.12	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju rentan kembali <i>fuzzy</i>	31
Gambar 3.13	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$..	32
Gambar 3.14	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan ketiga laju <i>fuzzy</i>	32
Gambar 3.15	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$	33
Gambar 3.16	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju kontak <i>fuzzy</i>	34
Gambar 3.17	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju kontak <i>fuzzy</i> dengan $I(0) = 0.35$	35
Gambar 3.18	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$	35
Gambar 3.19	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju kontak <i>fuzzy</i> dengan $I_{min} = 0.5$	36

Gambar 3.20	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$	37
Gambar 3.21	Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$	38
Gambar 3.22	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju bebas <i>worms fuzzy</i>	38
Gambar 3.23	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas <i>worms fuzzy</i> dengan $\varepsilon_0 = 0.4$	39
Gambar 3.24	Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$	39
Gambar 3.25	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas <i>worms fuzzy</i> dengan $I_{max} = 1$	40
Gambar 3.26	Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$	41
Gambar 3.27	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas <i>worms fuzzy</i> dengan $I(0) = 0.3$	41
Gambar 3.28	Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$	42
Gambar 3.29	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju rentan kembali <i>fuzzy</i>	43
Gambar 3.30	Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	43
Gambar 3.31	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali <i>fuzzy</i> dengan $\gamma_0 = 0.4$	44
Gambar 3.32	Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	44
Gambar 3.33	Grafik solusi untuk model SIRS <i>fuzzy</i> $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali <i>fuzzy</i> dengan $R_{max} = 2$	45
Gambar 3.34	Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	45
Gambar 3.35	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali <i>fuzzy</i> dengan $R(0) = 0.2$	46
Gambar 3.36	Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	46
Gambar 3.37	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$	47
Gambar 3.38	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan ketiga laju <i>fuzzy</i>	48
Gambar 3.39	Grafik solusi model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan ketiga laju <i>fuzzy</i> dengan $I_{max} = 1$, $I_{min} = 0.1$, $I_M = 0.5$, dan $R_{max} = 1$..	49
Gambar 3.40	Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$..	49

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Nilai parameter model SIRS untuk $R_0 < 1$	25
Tabel 3.2 Nilai parameter model SIRS untuk $R_0 > 1$	26
Tabel 3.3 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju kontak <i>fuzzy</i>	27
Tabel 3.4 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju bebas <i>worms fuzzy</i>	28
Tabel 3.5 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju rentan kembali <i>fuzzy</i>	30
Tabel 3.6 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan ketiga laju <i>fuzzy</i>	31
Tabel 3.7 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan kontak <i>fuzzy</i>	33
Tabel 3.8 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju bebas <i>worms fuzzy</i>	37
Tabel 3.9 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju rentan kembali <i>fuzzy</i>	42
Tabel 3.10 Nilai parameter model SIRS <i>fuzzy</i> untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan ketiga laju <i>fuzzy</i>	47



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1	<i>Source code</i> untuk program dengan menggunakan ketiga laju $(\alpha, \varepsilon, \gamma)$ fuzzy.....	55
------------	--	----

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada masa sekarang, internet merupakan salah satu alat yang paling berguna bagi setiap orang untuk berkomunikasi dan mendapatkan informasi. Perkembangan teknologi internet yang semakin pesat membuat penggunaannya juga cenderung meningkat. Berbagai fasilitas yang memudahkan penggunaannya banyak ditawarkan secara mudah dan bebas. Begitu bebasnya, terkadang kita sering berbagi atau memindahkan data dari satu komputer ke komputer lainnya. Tanpa disadari hal ini akan menyebabkan komputer menjadi rentan terkena virus. Berdasarkan Symantec Security (2010), jumlah dari virus komputer telah meningkat secara eksponensial dari pertama kali kemunculannya pada tahun 1986, dan sekarang jumlahnya telah melebihi 74.000 virus dengan jenis yang berbeda (Mishra dan Ansari, 2012).

Secara umum, virus komputer merupakan program komputer yang dapat menggandakan dan menyalin dirinya sendiri serta menyebar dengan cara menyisipkan salinan dirinya ke dalam program atau dokumen lain. Virus komputer juga telah berevolusi menjadi trojan dan *worms*. Trojan merupakan program yang tidak dapat menggandakan dirinya sendiri. Program ini terlihat seakan-akan berguna namun ketika program tersebut dieksekusi, tanpa sepengetahuan pengguna program akan menjalankan fungsi-fungsi yang bersifat destruktif. *Worms* sebenarnya sama dengan virus, namun *worms* dapat menimbulkan akibat yang lebih parah daripada virus. Sebuah *worms* dapat menggandakan dirinya dalam sebuah sistem komputer (jaringan komputer) sehingga dapat menyebabkan kerugian-kerugian seperti kinerja komputer menjadi lambat, suatu file menjadi tidak dapat diakses atau bahkan hilang, dan terkadang membuat *harddisk* mengalami kerusakan. Karena dampak yang ditimbulkan oleh *worms* begitu merugikan, maka rasanya perlu untuk mempelajari lebih mendalam tentang *worms* agar data-data penting dan berharga dapat terlindungi.

Sebenarnya penyebaran *worms* pada jaringan komputer dapat dianalogikan seperti penyakit menular (virus) biologis dan bersifat

epidemi di alam. Kesamaan virus biologis dan *worms* yaitu bersifat parasit pada inangnya (*host*) dan dapat menimbulkan berbagai macam kerugian. Karena *worms* dapat menyebar tanpa adanya interaksi dari penggunaannya maka *worms* dapat disamakan dengan penyakit influenza yang dapat menginfeksi siapa saja yang rentan (Mishra dan Jha, 2007).

Berdasarkan model epidemi SIR (*Susceptible-Infective-Recovered*) yang dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick (1927), banyak model dinamik tentang perkembangbiakan virus dan *worms* komputer bermunculan dan mengalami pengembangan (Mishra dan Saini, 2010). Lesmana (2012) dalam skripsinya membahas model epidemi SIRS (*Susceptible-Infective-Recovered-Susceptible*) penyebaran virus komputer dengan intervensi manusia. Mishra dan Pandey (2010) membahas tentang model epidemi SIRS *fuzzy* untuk penyebaran *worms* pada jaringan komputer. Dalam artikelnya, Mishra dan Pandey menggunakan model SIRS sederhana tanpa melibatkan aspek penambahan dan pengurangan komputer pada jaringan. Mishra dan Pandey juga membahas tentang teori *fuzzy* yang digunakan karena parameter-parameter dalam model SIRS tersebut dianggap heterogen. Heterogen berarti bahwa setiap *worms* mempunyai kemampuan yang berbeda-beda dalam menginfeksi setiap komputer. Pada skripsi ini, dibahas model modifikasi SIRS (Mishra dan Pandey, 2010) dengan melibatkan aspek penambahan dan pengurangan jumlah komputer pada jaringan. Pada bagian akhir, dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui pengaruh parameter *fuzzy* terhadap solusi dan titik kesetimbangan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, pokok permasalahan yang dikaji dalam skripsi ini adalah

1. bagaimana modifikasi model SIRS penyebaran *worms* pada jaringan komputer,
2. bagaimana mengkonstruksi model SIRS *fuzzy* penyebaran *worms* pada jaringan komputer,
3. bagaimana simulasi numerik model SIRS dan model SIRS *fuzzy*.

1.3 Batasan Masalah

Penulisan skripsi ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah sebagai berikut.

1. Setiap komputer baru yang terhubung oleh jaringan komputer termasuk ke dalam komputer rentan (*susceptible*).
2. Komputer yang telah bebas dari *worms (recovered)* memiliki kekebalan sementara sehingga ketika kekebalan menghilang, komputer dapat kembali menjadi komputer rentan (*susceptible*).
3. Komputer rentan (*susceptible*) dapat terkena serangan *worms* apabila terdapat interaksi dengan komputer yang terinfeksi (*infective*).
4. Pengurangan komputer akibat infeksi *worms* diabaikan.

1.4 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah

1. melakukan modifikasi model SIRS *fuzzy* penyebaran *worms* pada jaringan komputer,
2. mengkonstruksi model SIRS *fuzzy* penyebaran *worms* pada jaringan komputer,
3. melakukan simulasi secara numerik serta interpretasi model SIRS dan SIRS *fuzzy*.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II DASAR TEORI

Bab ini membahas teori-teori dasar yang diperlukan untuk konstruksi model dan simulasi numerik pada bab selanjutnya.

2.1 Persamaan Diferensial

Definisi 2.1.1 (Persamaan Diferensial)

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat hubungan antara suatu fungsi yang tidak diketahui dengan satu atau lebih turunannya (Nagle dkk., 2012).

Definisi 2.1.2 (Persamaan Diferensial Biasa)

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang hanya memuat satu variabel bebas (Nagle dkk., 2012).

Definisi 2.1.3 (Persamaan Diferensial Biasa Linear)

Suatu persamaan diferensial biasa dengan variabel bebas x dan variabel tak bebas y disebut linear dengan orde n , jika persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = F(x),$$

di mana $a_n(x), a_{n-1}(x), \dots, a_0(x)$, dan $F(x)$ fungsi linear yang hanya bergantung pada variabel bebas x (Nagle dkk., 2012).

Definisi 2.1.4 (Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear)

Persamaan diferensial biasa nonlinear adalah persamaan diferensial biasa yang mempunyai derajat atau pangkat dari turunan tertinggi persamaan tersebut lebih dari satu atau terdapat perkalian antara variabel tak bebas dengan turunannya (Nagle dkk., 2012).

Definisi 2.1.5 (Sistem Persamaan Diferensial)

Sistem persamaan diferensial berdimensi n adalah sistem yang terdiri dari n persamaan diferensial biasa dengan n fungsi yang tidak diketahui dengan $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}$. Bentuk umum persamaan diferensial biasa linear berdimensi n adalah

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + f_1(t)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + f_2(t)$$

⋮

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + f_n(t)$$

(Finizio dan Ladas, 1982).

2.2 Sistem Dinamik

Definisi 2.2.1 (Sistem Dinamik)

Sistem dinamik adalah suatu sistem yang dapat diketahui kondisinya di masa yang akan datang jika diberikan kondisi pada masa sekarang atau masa yang lalu (Nagle dkk., 2012).

Definisi 2.2.2 (Sistem *Autonomous*)

Suatu persamaan diferensial yang berbentuk

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= F(x, y, z) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y, z) \\ \frac{dz}{dt} &= H(x, y, z) \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan fungsi F, G , dan H tidak bergantung terhadap waktu t disebut sistem *autonomous* (Finizio dan Ladas, 1982).

Definisi 2.2.3 (Titik Kesetimbangan)

Pandang persamaan (2.1). Titik $\vec{x}^* = (x^*, y^*, z^*)$ yang memenuhi $F(x^*, y^*, z^*) = 0$, $G(x^*, y^*, z^*) = 0$, $H(x^*, y^*, z^*) = 0$ disebut titik kesetimbangan sistem *autonomous* (2.1) (Finizio dan Ladas, 1982).

2.3 Kestabilan Titik Kesetimbangan

2.3.1 Sistem *Autonomous Linear*

Secara umum, suatu sistem *autonomous linear* dengan tiga persamaan berbentuk

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z, \\ \frac{dy}{dt} &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z, \\ \frac{dz}{dt} &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z,\end{aligned}\tag{2.2}$$

yang dapat dinyatakan sebagai $\frac{d\vec{x}}{dt} = A\vec{x}$, dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Teorema 2.1 (Kestabilan Sistem *Autonomous Linear*)

Misalkan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ adalah nilai eigen matriks koefisien A sistem *autonomous linear* (2.2). Titik kesetimbangan (x^*, y^*, z^*) bersifat

1. **stabil asimtotik**, jika bagian real dari $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ adalah negatif,
2. **stabil** tetapi tidak stabil asimtotik, jika ketiga nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ mempunyai bagian real tak positif,
3. **tidak stabil**, jika sedikitnya satu nilai eigen memiliki bagian real yang positif

(Finizio dan Ladas, 1982).

2.3.2 Sistem *Autonomous Nonlinear*

Perhatikan sistem *autonomous nonlinear* berikut

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x, y, z) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y, z) \\ \frac{dz}{dt} &= H(x, y, z)\end{aligned}\tag{2.3}$$

dengan fungsi F , G , dan H adalah fungsi yang memiliki turunan parsial yang kontinu di titik kesetimbangan \vec{x}^* . Jika F , G , dan H fungsi nonlinear, maka sistem dapat dilinearkan dengan deret Taylor. Fungsi F , G , dan H di sekitar titik kesetimbangan \vec{x}^* adalah

$$F(\vec{x}) = F(\vec{x}^*) + \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t}(x - x^*) + \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t}(y - y^*) + \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t}(z - z^*) + \varphi_1(\vec{x}), \quad (2.4)$$

$$G(\vec{x}) = G(\vec{x}^*) + \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t}(x - x^*) + \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t}(y - y^*) + \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t}(z - z^*) + \varphi_2(\vec{x}), \quad (2.5)$$

$$H(\vec{x}) = H(\vec{x}^*) + \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t}(x - x^*) + \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t}(y - y^*) + \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t}(z - z^*) + \varphi_3(\vec{x}), \quad (2.6)$$

dengan $\varphi_1(\vec{x})$, $\varphi_2(\vec{x})$, $\varphi_3(\vec{x})$ adalah suku sisa. Untuk hampiran orde satu terhadap F , G , dan H , suku sisa memenuhi sifat

$$\begin{aligned} \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}^*} \frac{\varphi_1(\vec{x})}{\|\vec{w}\|} &= 0 \\ \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}^*} \frac{\varphi_2(\vec{x})}{\|\vec{w}\|} &= 0 \\ \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}^*} \frac{\varphi_3(\vec{x})}{\|\vec{w}\|} &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

dengan $\vec{w} = (x - x^*, y - y^*, z - z^*)^T$.

Dengan menggunakan persamaan (2.4), (2.5), dan (2.6) serta mengingat $\frac{dx}{dt} = \frac{d(x-x^*)}{dt}$, $\frac{dy}{dt} = \frac{d(y-y^*)}{dt}$, $\frac{dz}{dt} = \frac{d(z-z^*)}{dt}$ maka persamaan (2.3) dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x - x^* \\ y - y^* \\ z - z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(\vec{x}^*) \\ G(\vec{x}^*) \\ H(\vec{x}^*) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t} \\ \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t} \\ \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x^* \\ y - y^* \\ z - z^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1(\vec{x}) \\ \varphi_2(\vec{x}) \\ \varphi_3(\vec{x}) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Matriks
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial y} \\ \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial y} \\ \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial y} \end{bmatrix}$$
 disebut matriks Jacobi atau *partial derivative matrix*, dan dinotasikan sebagai $J(\vec{x}^*)$.

Jika dimisalkan $u_1 = (x - x^*)$, $u_2 = (y - y^*)$, $u_3 = (z - z^*)$, sehingga $\vec{w} = (u_1, u_2, u_3)^T$ dan dengan mengingat bahwa $F(\vec{x}^*) = G(\vec{x}^*) = H(\vec{x}^*) = 0$, maka persamaan (2.8) dapat ditulis sebagai

$$\begin{bmatrix} \frac{du_1}{dt} \\ \frac{du_2}{dt} \\ \frac{du_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial F(\vec{x}^*)}{\partial y} \\ \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial G(\vec{x}^*)}{\partial y} \\ \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial t} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial x} & \frac{\partial H(\vec{x}^*)}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1(x, y) \\ \varphi_2(x, y) \\ \varphi_3(x, y) \end{bmatrix}$$

atau

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = J(\vec{x}^*)\vec{w} + \vec{\varphi}. \quad (2.9)$$

Untuk (x, y, z) yang berada cukup dekat dengan (x^*, y^*, z^*) , (u_1, u_2, u_3) bernilai kecil sehingga $\|\vec{\varphi}\| \leq \|\vec{w}\|$. Oleh karena itu, φ dapat diabaikan dan sistem nonlinear (2.9) dapat dihampiri dengan sistem linear

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = J(\vec{x}^*)\vec{w}. \quad (2.10)$$

Jika $x = x^*$, $y = y^*$, dan $z = z^*$ maka $\vec{u}^* = \vec{0}$, sehingga sistem linear (2.10) memiliki titik kesetimbangan $\vec{u}^* = \vec{0}$ (Boyce dan DiPrima, 2012).

Teorema 2.2 (Kestabilan Sistem Autonomous Nonlinear)

Pandang sistem *autonomous* nonlinear (2.3). Kestabilan titik kesetimbangan sistem disebut

1. **stabil asimtotik**, jika titik kesetimbangan sistem yang dilinearkan adalah stabil asimtotik,
2. **tidak stabil**, jika titik kesetimbangan sistem yang dilinearkan adalah tidak stabil,

3. **tidak dapat ditentukan**, jika terdapat nilai eigen dari matriks J yang bernilai nol.

(Robinson, 2004)

Teorema 2.2 menjelaskan bahwa kestabilan titik kesetimbangan sistem *autonomous* nonlinear bergantung pada kestabilan titik kesetimbangan sistem yang telah dilinearakan. Oleh karena itu, kestabilan yang diperoleh hanya bersifat lokal atau di daerah sekitar titik kesetimbangan.

2.4 Himpunan Fuzzy

Pada akhir abad ke-19 hingga akhir abad ke-20, teori probabilitas memegang peranan penting untuk penyelesaian masalah ketidakpastian. Teori ini terus berkembang, hingga akhirnya pada tahun 1965, Lotfi A. Zadeh memperkenalkan teori himpunan *fuzzy*, yang secara tidak langsung mengisyaratkan bahwa tidak hanya teori probabilitas saja yang dapat digunakan untuk merepresentasikan masalah ketidakpastian. Namun demikian, teori himpunan *fuzzy* bukan merupakan pengganti dari teori probabilitas. Pada teori himpunan *fuzzy*, komponen utama yang sangat berpengaruh adalah fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan merepresentasikan derajat kedekatan suatu objek terhadap atribut tertentu, sedangkan pada teori probabilitas lebih pada penggunaan frekuensi relatif (Kusumadewi dkk., 2006).

Definisi 2.4.1 (Himpunan Klasik)

Pada dasarnya, teori himpunan *fuzzy* merupakan perluasan dari teori himpunan klasik. Pada teori himpunan klasik, keberadaan suatu elemen pada suatu himpunan, hanya akan memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu menjadi anggota atau tidak menjadi anggota. Himpunan klasik dapat direpresentasikan dengan fungsi karakteristik berikut.

Misalkan U merupakan himpunan tidak kosong dan A himpunan bagian dari U . Fungsi karakteristik A

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } x \in A \\ 0, & \text{jika } x \notin A \end{cases}$$

di mana $\mu_A(x)$ merupakan fungsi yang mempunyai domain U dan *image* himpunan $\{0,1\}$. Ketika $\mu_A(x) = 1$ menunjukkan bahwa elemen

x termasuk dalam himpunan bagian A , dan $\mu_A(x) = 0$ menunjukkan elemen x tidak termasuk dalam A (Massad dkk., 2008).

Definisi 2.4.2 (Himpunan *Fuzzy*)

Misalkan U merupakan himpunan tidak kosong klasik. Himpunan bagian *fuzzy* F dari U dapat didefinisikan sebagai

$$\mu_F: U \rightarrow [0,1]$$

yang disebut fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* F . Nilai $\mu_F(x) \in [0,1]$ menunjukkan derajat keanggotaan elemen x dari U dalam himpunan *fuzzy* F (Massad dkk., 2008).

Definisi 2.4.3 (Fungsi Keanggotaan)

Pada prinsipnya fungsi yang dinyatakan sebagai $\mu_F(x) \in [0,1]$ adalah calon untuk fungsi keanggotaan dengan bentuk yang bebas. Bentuk-bentuk tersebut tergantung pada aplikasinya. Adapun bentuk-bentuk fungsi keanggotaan sebagai berikut (Massad dkk., 2008).

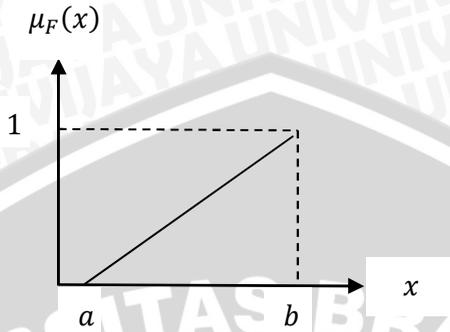
1. Fungsi Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan *input* ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Keadaan linear himpunan *fuzzy* terdiri dari dua keadaan linear naik dan linear turun.

Pada linear naik, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol bergerak ke kanan menuju nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan representasi linear naik dapat diilustrasikan seperti Gambar 2.1.

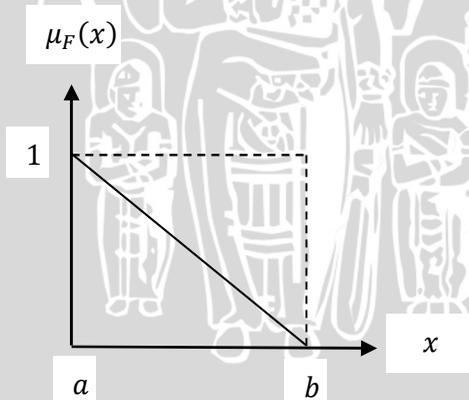


Gambar 2.1 Grafik fungsi representasi linear naik.

Sementara itu pada linear turun, garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah. Fungsi keanggotaan representasi linear turun adalah

$$\mu_F(x) = \begin{cases} \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases}$$

dan dapat diilustrasikan seperti Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Grafik fungsi representasi linear turun.

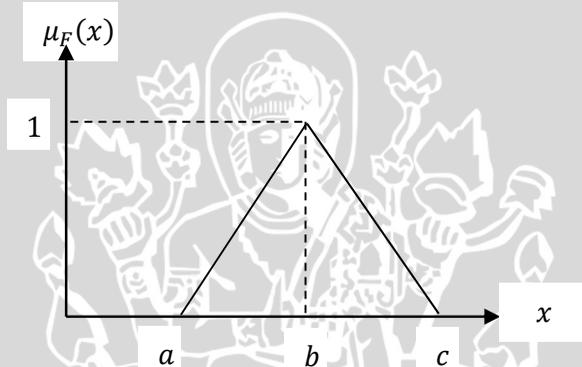
(Kusumadewi dkk., 2006).

2. Fungsi Keanggotaan Segitiga

Fungsi keanggotaan segitiga ditandai oleh adanya tiga parameter $\mu_F(x: a, b, c)$. Pada dasarnya kurva ini merupakan gabungan antara dua garis linear. Adapun persamaan untuk bentuk segitiga

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \quad x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b. \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x < c \end{cases}$$

Grafik fungsi keanggotaan segitiga ditunjukkan oleh Gambar 2.3.



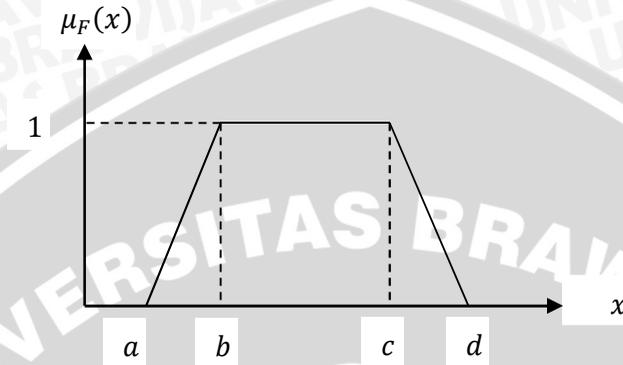
Gambar 2.3 Grafik fungsi keanggotaan segitiga.

3. Fungsi Keanggotaan Trapesium

Fungsi keanggotaan trapesium ditandai oleh adanya empat parameter $\mu_F(x: a, b, c, d)$. Pada dasarnya bentuk trapesium ini seperti bentuk segitiga hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan satu. Adapun persamaan untuk kurva trapesium ini adalah

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \quad x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \end{cases}$$

dan dapat diilustrasikan seperti Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Grafik fungsi keanggotaan trapesium.

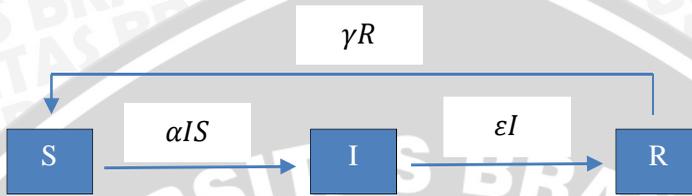
(Massad dkk., 2008).

2.5 Model Epidemii SIRS Sederhana

Model SIRS merupakan model epidemii yang membagi suatu populasi menjadi tiga subpopulasi, yaitu subpopulasi individu rentan terhadap penyakit (S), subpopulasi individu terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakitnya kepada individu lainnya (I), dan subpopulasi individu sembuh dari penyakit (R). Dinamakan SIRS karena mempunyai aliran subpopulasi yang berawal dari S menuju I, kemudian menuju R, dan kembali lagi ke I. Awalnya model ini digunakan untuk mengetahui penyebaran suatu penyakit seperti: influenza, flu burung, HIV/AIDS, malaria, dan sebagainya pada manusia. Namun seiring dengan perkembangan zaman model ini telah diaplikasikan tidak hanya untuk mengetahui penyebaran penyakit pada manusia.

Mishra dan Pandey (2010) mengaplikasikan model SIRS tersebut untuk mengetahui penyebaran *worms* dalam suatu jaringan komputer. Dalam artikelnya, seluruh komputer yang terdapat pada jaringan komputer dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu: komputer rentan (S) merupakan sekumpulan komputer yang tidak memiliki kekebalan terhadap serangan *worms*, komputer terinfeksi (I) merupakan sekumpulan komputer yang terinfeksi *worms*, dan komputer bebas *worms* (R) merupakan sekumpulan komputer yang telah bebas dari *worms*. Dalam model ini tidak terdapat penambahan jumlah komputer ataupun

pengurangan jumlah komputer atau dengan kata lain tidak ada laju kelahiran maupun kematian. Perubahan dari masing-masing subpopulasi disajikan dalam kompartemen berikut.



Gambar 2.5 Diagram kompartemen model SIRS sederhana.

Berdasarkan Gambar 2.5 didapatkan model epidemi SIRS yang dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial nonlinear seperti berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\alpha IS + \gamma R, \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha IS - \epsilon I, \\ \frac{dR}{dt} &= \epsilon I - \gamma R, \end{aligned} \quad (2.11)$$

di mana $S + I + R = 1$. $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ menyatakan proporsi dari masing-masing komputer *susceptible*, *infective*, dan *recovered* pada waktu t . Terdapat tiga parameter dalam persamaan (2.11), yaitu α merupakan laju kontak, ϵ merupakan laju bebas *worms*, dan γ merupakan laju rentan kembali (Mishra dan Pandey, 2010).

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

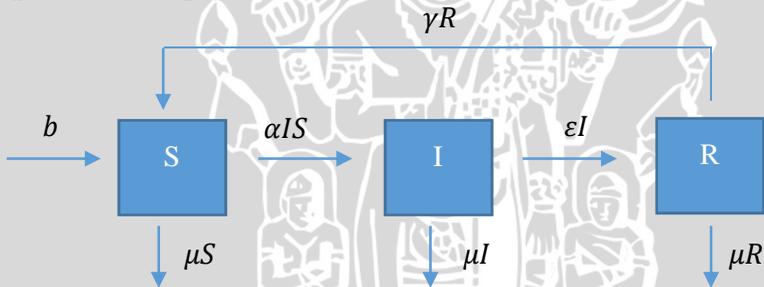
1. Mengkonstruksi model SIRS. Model SIRS merupakan sistem persamaan *autonomous* nonlinear yang terdiri dari tiga persamaan yang menggambarkan laju untuk *susceptible*, *infected*, dan *recovered*.
2. Mengkonstruksi model SIRS *fuzzy*. Model SIRS *fuzzy* berbeda dengan model SIRS. Dalam model ini parameter tingkat kontak, tingkat penyembuhan, tingkat kerentanan setelah sembuh yang terdapat dalam persamaan, diubah menjadi fungsi keanggotaan dalam x .
3. Menentukan titik kesetimbangan model SIRS dan menganalisis kestabilan titik-titik kesetimbangan tersebut. Titik kesetimbangan dapat diperoleh dengan membuat laju *susceptible*, *infected*, dan *recovered* sama dengan nol. Sedangkan untuk memperoleh kestabilan titik kesetimbangan dapat dilakukan dengan menggunakan linearisasi, sehingga diperoleh matriks Jacobi dan juga nilai eigen maka dapat ditentukan kestabilan titik kesetimbangan.
4. Simulasi Numerik
Dari dua model di atas, dilakukan simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dengan memanfaatkan *software* MATLAB. Dalam simulasi dilakukan perubahan-perubahan nilai dari parameter yang telah disebutkan dalam (2), untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter-parameter tersebut terhadap jumlah subpopulasi *susceptible*, *infected*, dan *recovered*.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini membahas modifikasi model epidemi SIRS dan model epidemi SIRS dengan parameter yang dibuat ke dalam bentuk fungsi keanggotaan *fuzzy* (model SIRS *fuzzy*). Fungsi keanggotaan setiap parameter disimulasikan menggunakan metode Runge Kutta orde empat untuk mengetahui pengaruhnya terhadap solusi sistem.

3.1 Modifikasi Model Epidemi SIRS

Model epidemi SIRS yang dibahas dalam skripsi ini adalah modifikasi model SIRS yang telah diuraikan pada bab sebelumnya dan mengacu pada model SIRS yang terdapat dalam artikel De León (2009). Bila pada model SIRS sebelumnya tidak ada laju penambahan dan pengurangan jumlah komputer, maka dalam model ini akan ditambahkan dua parameter yang mewakili kedua laju tersebut. Berikut ini disajikan diagram kompartemen untuk perubahan subpopulasi S , I , dan R .



Gambar 3.1 Diagram kompartemen model.

Model epidemi SIRS diperoleh dengan menerjemahkan diagram kompartemen pada Gambar 3.1 ke dalam model matematika. Terdapat lima parameter yang mempengaruhi laju perubahan masing-masing subpopulasi, yaitu: b , α , ϵ , γ , dan μ . Kelima parameter tersebut merupakan konstanta positif, dengan b adalah laju penambahan komputer yang masuk dalam jaringan, α adalah laju kontak antara komputer rentan dengan komputer terinfeksi, ϵ adalah laju komputer terinfeksi menjadi komputer bebas *worms*, γ adalah laju penambahan komputer rentan karena dalam jaringan komputer kekebalan bersifat sementara, dan μ adalah laju keluarnya komputer

dari jaringan. Laju perubahan komputer rentan, terinfeksi, dan bebas *worms* diperoleh sebagai berikut.

3.1.1 Laju perubahan komputer rentan (*susceptible*)

Laju perubahan komputer rentan pada waktu t dipengaruhi oleh parameter b , μ , α , dan γ . Parameter b menunjukkan laju penambahan komputer baru yang masuk ke dalam jaringan komputer. Semua komputer baru yang masuk ke dalam jaringan dianggap belum terinfeksi *worms* sehingga laju perubahan komputer *susceptible* berbanding lurus dengan penambahan komputer baru pada jaringan, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = b.$$

Parameter μ menunjukkan laju pengurangan komputer rentan yang disebabkan oleh masalah internal komputer (bukan karena infeksi *worms*). Komputer tersebut dapat keluar dari jaringan dengan sendirinya, sehingga laju perubahan komputer rentan pada waktu t berbanding lurus dengan berkurangnya jumlah komputer rentan yang disebabkan oleh masalah internal komputer, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = -\mu S.$$

Jika terdapat interaksi antara komputer rentan dengan komputer terinfeksi, maka komputer rentan akan terinfeksi *worms*. Laju kontak dinyatakan dalam parameter α . Laju perubahan komputer rentan pada waktu t berbanding lurus dengan berkurangnya jumlah komputer rentan karena kontak dengan komputer terinfeksi, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha IS.$$

Komputer bebas *worms* dapat kembali menjadi rentan karena kekebalan dari antivirus hanya bersifat sementara dalam dunia *cyber*, sehingga laju komputer bebas *worms* yang kembali menjadi rentan dinyatakan dalam parameter γ . Laju perubahan komputer rentan pada waktu t berbanding lurus dengan bertambahnya jumlah komputer rentan karena komputer bebas *worms* kembali menjadi rentan, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = \gamma R.$$

Dengan demikian, dapat dibuat model laju perubahan komputer rentan per satuan waktu, yaitu

$$\frac{dS}{dt} = b - \mu S - \alpha IS + \gamma R. \quad (3.1)$$

3.1.2 Laju perubahan komputer terinfeksi (*infective*)

Laju perubahan komputer terinfeksi pada waktu t dipengaruhi oleh parameter α , μ , dan ε . Jumlah komputer terinfeksi dalam jaringan komputer dapat bertambah apabila terdapat interaksi/kontak antara komputer rentan dengan komputer terinfeksi. Oleh karena itu, laju komputer terinfeksi berbanding lurus dengan bertambahnya komputer rentan yang melakukan kontak dengan komputer terinfeksi per satuan waktu, yaitu

$$\frac{dI}{dt} = \alpha IS.$$

Parameter μ menunjukkan laju pengurangan komputer terinfeksi yang disebabkan oleh masalah internal komputer (bukan karena infeksi *worms*). Komputer tersebut dapat keluar dari jaringan dengan sendirinya, sehingga laju perubahan komputer terinfeksi pada waktu t berbanding lurus dengan berkurangnya jumlah komputer terinfeksi yang disebabkan oleh masalah internal komputer, yaitu

$$\frac{dI}{dt} = -\mu I.$$

Banyaknya komputer terinfeksi dapat berkurang dengan dilakukannya pemberian antivirus. Laju perubahan komputer terinfeksi pada waktu t berbanding lurus dengan berkurangnya jumlah komputer terinfeksi karena pemberian antivirus, yaitu

$$\frac{dI}{dt} = -\varepsilon I.$$

Model laju perubahan komputer terinfeksi per satuan waktu adalah

$$\frac{dI}{dt} = \alpha IS - \mu I - \varepsilon I. \quad (3.2)$$

3.1.3 Laju perubahan komputer bebas *worms* (*recovered*)

Laju perubahan komputer bebas *worms* pada waktu t dipengaruhi oleh parameter $\epsilon, \mu,$ dan γ . Komputer yang terinfeksi *worms* dapat menjadi terbebas dari *worms* setelah diberikan antivirus. Hal ini menyebabkan bertambahnya jumlah komputer bebas *worms* pada subpopulasi R , yaitu

$$\frac{dR}{dt} = \epsilon I.$$

Parameter μ menunjukkan laju pengurangan komputer bebas *worms* yang disebabkan oleh masalah internal komputer tersebut (bukan karena infeksi *worms*). Komputer tersebut dapat keluar dari jaringan dengan sendirinya, sehingga laju perubahan komputer bebas *worms* pada waktu t berbanding lurus dengan berkurangnya jumlah komputer bebas *worms* yang disebabkan oleh masalah internal komputer, yaitu

$$\frac{dR}{dt} = -\mu R.$$

Komputer bebas *worms* dapat berkurang karena kekebalan antivirus dalam dunia *cyber* hanya berlaku sementara sehingga komputer bebas *worms* dapat kembali rentan dan dinyatakan dengan parameter γ . Laju perubahan komputer bebas *worms* berbanding lurus dengan berkurangnya komputer dalam subpopulasi R , yaitu

$$\frac{dR}{dt} = -\gamma R.$$

Model laju perubahan komputer *recovered* per satuan waktu adalah

$$\frac{dR}{dt} = \epsilon I - \mu R - \gamma R. \quad (3.3)$$

Berdasarkan persamaan (3.1), (3.2), dan (3.3) model epidemi SIRS (*Susceptible-Infective-Recovered-Susceptible*) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= b - \mu S - \alpha IS + \gamma R, \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha IS - \mu I - \epsilon I, \\ \frac{dR}{dt} &= \epsilon I - \mu R - \gamma R, \end{aligned} \quad (3.4)$$

dengan kondisi awal $S(0) \geq 0, I(0) \geq 0$, dan $R(0) \geq 0$. $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ menyatakan proporsi dari masing-masing komputer *susceptible*, *infected*, dan *recovered* pada waktu t .

Persamaan (3.4) merupakan sistem *autonomous* nonlinear. Berdasarkan Definisi 2.2.3, dari persamaan (3.4) dapat diperoleh dua titik kesetimbangan sebagai berikut (De León, 2009)

1. $E^0 = (S^0, I^0, R^0) = \left(\frac{b}{\mu}, 0, 0\right)$, disebut titik kesetimbangan bebas *worms*,

2. $E^* = (S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{\varepsilon + \mu}{\alpha}, \frac{\mu(R_0 - 1)(\varepsilon + \mu)(\gamma + \mu)}{\alpha\mu(\gamma + \varepsilon + \mu)}, \frac{\varepsilon\mu(R_0 - 1)(\varepsilon + \mu)}{\alpha\mu(\gamma + \varepsilon + \mu)}\right)$,

disebut titik kesetimbangan endemi di mana

$$R_0 = \frac{b\alpha}{(\varepsilon + \mu)\mu}.$$

Kedua titik kesetimbangan, E^0 dan E^* memiliki syarat eksistensi. Syarat eksistensinya berkaitan dengan angka reproduksi dasar. Angka reproduksi dasar (R_0) adalah angka rata-rata bertambahnya infeksi baru pada subpopulasi rentan akibat interaksi dengan komputer terinfeksi. Selain mempengaruhi eksistensi dari titik kesetimbangan, angka reproduksi dasar (R_0) juga mempengaruhi jenis kestabilan titik kesetimbangan. Adapun syarat eksistensi dan syarat kestabilan titik kesetimbangan E^0 dan E^* adalah sebagai berikut.

1. Jika $R_0 \leq 1$ maka sistem hanya memiliki titik kesetimbangan tunggal, yakni titik kesetimbangan bebas *worms* (E^0) bersifat stabil asimtotik,
2. Jika $R_0 > 1$ maka sistem memiliki dua titik kesetimbangan, yakni titik kesetimbangan bebas *worms* (E^0) dan titik kesetimbangan endemi (E^*). Titik kesetimbangan endemi (E^*) bersifat stabil asimtotik sementara titik kesetimbangan bebas *worms* (E^0) tak stabil.

3.2 Model SIRS Fuzzy

Berdasarkan model SIRS pada persamaan (3.4), terdapat lima parameter yang mempengaruhi model tersebut yaitu: laju penambahan komputer yang masuk ke dalam jaringan (b), laju pengurangan/keluarannya komputer dari jaringan (μ), laju kontak antara komputer rentan dengan komputer terinfeksi (α), laju

komputer terbebas dari *worms* (ϵ), dan laju komputer menjadi rentan kembali setelah bebas dari *worms* (γ).

Diasumsikan bahwa laju kontak (α), laju komputer bebas *worms* (ϵ), dan laju rentan kembali (γ) mempunyai nilai yang tidak pasti. Hal ini berarti ketiga laju tersebut dapat naik atau turun sewaktu-waktu. Ketidakpastian laju-laju tersebut dibuat ke dalam bentuk fungsi keanggotaan *fuzzy*.

3.2.1 Laju Kontak (α) *Fuzzy*

Pada model SIRS *fuzzy* diasumsikan bahwa subpopulasi komputer terinfeksi heterogen, artinya setiap komputer yang terinfeksi memiliki kemampuan yang berbeda-beda dalam menginfeksi komputer lainnya. Hal ini disebabkan jumlah dan jenis *worms* yang berbeda-beda. Semakin banyak jumlah komputer yang terinfeksi oleh *worms* maka semakin tinggi laju penyebaran *worms*nya.

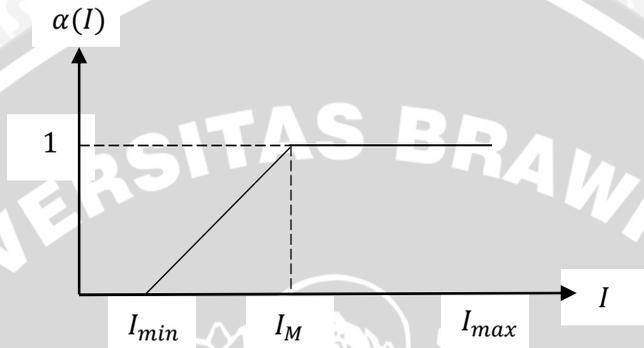
Misalkan $\alpha = \alpha(I)$ merupakan ukuran yang menunjukkan kemungkinan dari penyebaran *worms* yang dapat terjadi apabila terdapat interaksi/kontak antara komputer rentan dengan komputer terinfeksi dengan sejumlah I komputer terinfeksi. Oleh sebab itu, memungkinkan bagi α untuk berubah menjadi fungsi keanggotaan. Untuk mendapatkan fungsi keanggotaan dari α diperlukan asumsi sebagai berikut.

1. Ketika jumlah komputer terinfeksi (I) relatif kecil maka kemungkinan penyebaran *worms* dapat diabaikan.
2. Terdapat jumlah I_{min} yang dibutuhkan agar penyebaran *worms* dapat terjadi.
3. Terdapat jumlah I_M untuk membatasi penyebaran *worms* bernilai maksimum dan ketika nilai I melebihi I_M maka penyebarannya menjadi konstan.
4. Jumlah I dalam jaringan dibatasi sebanyak I_{max} .

Berdasarkan asumsi (1)-(4) maka α dapat didefinisikan dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut

$$\alpha(I) = \begin{cases} 0, & \text{jika } I < I_{min} \\ \frac{I - I_{min}}{I_M - I_{min}}, & \text{jika } I_{min} \leq I \leq I_M \\ 1, & \text{jika } I_M < I \leq I_{max} \end{cases} \quad (3.5)$$

Persamaan (3.5) merupakan fungsi representasi linear naik yang diilustrasikan pada Gambar 3.2.



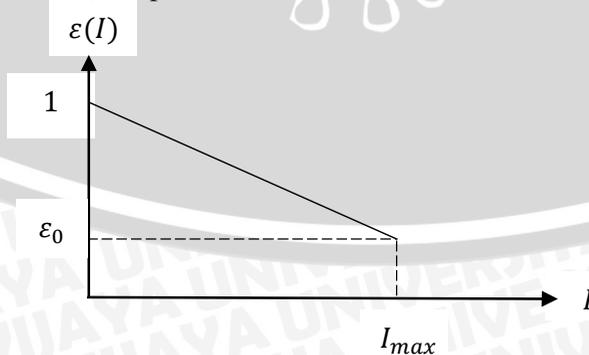
Gambar 3.2 Laju kontak fuzzy $\alpha = \alpha(I)$.

3.2.2 Laju Bebas Worms (ϵ) Fuzzy

Laju bebas worms juga merupakan fungsi dari I , yaitu $\epsilon = \epsilon(I)$. Semakin banyak jumlah komputer yang terinfeksi, semakin rendah laju bebas wormsnya. Hal ini disebabkan karena dalam proses bebas worms diperlukan waktu. Jika semakin banyak komputer yang terinfeksi maka waktu untuk menjadi terbebas dari worms juga semakin lama. Oleh karena itu, maka fungsi keanggotaannya didefinisikan sebagai berikut:

$$\epsilon(I) = \left(\frac{\epsilon_0 - 1}{I_{max}} \right) I + 1 \quad (3.6)$$

di mana $\epsilon_0 > 0$, ϵ_0 adalah laju bebas worms terendah dan I_{max} adalah jumlah maksimal komputer terinfeksi dalam jaringan. Persamaan (3.6) dapat diilustrasikan sebagai fungsi representasi linear turun seperti pada Gambar 3.3.



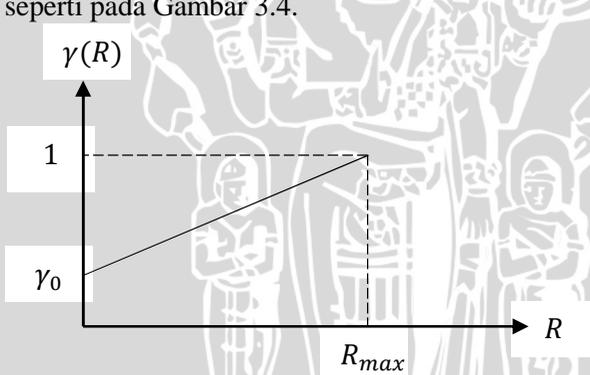
Gambar 3.3 Laju bebas *worms* fuzzy $\varepsilon = \varepsilon(I)$.

3.2.3 Laju Rentan Kembali (γ) Fuzzy

Laju untuk menjadi rentan kembali berbeda dengan dua laju sebelumnya. Pada laju menjadi rentan kembali bergantung pada R , sehingga γ merupakan fungsi dari R , yaitu $\gamma = \gamma(R)$. Semakin banyak jumlah komputer bebas *worms* (R), semakin tinggi laju untuk menjadi rentan kembali. Hal ini disebabkan setiap komputer bebas *worms* (R) tidak akan kebal terhadap serangan *worms* untuk selamanya, kekebalan hanya bersifat sementara dalam jaringan komputer. Berikut fungsi keanggotaan untuk laju rentan kembali

$$\gamma(R) = \left(\frac{1 - \gamma_0}{R_{max}} \right) R \quad (3.7)$$

di mana $\gamma_0 > 0$, γ_0 adalah laju rentan kembali terendah dan R_{max} adalah jumlah maksimal komputer bebas *worms* dalam jaringan. Persamaan (3.7) dapat diilustrasikan sebagai fungsi representasi linear naik seperti pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4 Laju rentan kembali fuzzy $\gamma = \gamma(R)$.

3.3 Simulasi Numerik

Pada subbab ini, untuk mengetahui pengaruh parameter fuzzy terhadap model epidemi SIRS penyebaran *worms* dilakukan simulasi numerik. Simulasi dilakukan dengan menggunakan metode Runge Kutta orde empat, di mana fungsi keanggotaan bagi masing-masing parameter turut diperhitungkan. *Source code* dari program dapat

dilihat pada lampiran. Terdapat dua model yang disimulasikan, yaitu model SIRS dan model SIRS *Fuzzy*. Setiap model disimulasi dengan dua kondisi berdasarkan nilai R_0 yaitu ketika $R_0 < 1$ dan ketika $R_0 > 1$.

3.3.1 Simulasi model SIRS

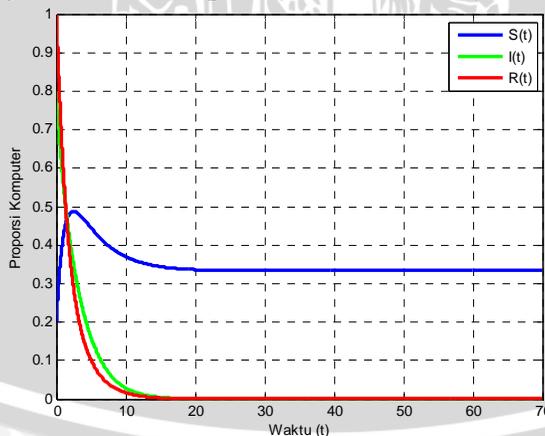
3.3.1.1 Simulasi untuk $R_0 < 1$

Nilai-nilai parameter yang digunakan pada simulasi ini adalah sebagai berikut.

Tabel 3.1 Nilai parameter model SIRS untuk $R_0 < 1$

Parameter	b	α	ε	γ	μ
Nilai	0.1	0.4	0.2	0.4	0.3

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.1, diperoleh nilai $R_0 = 0.2667$ serta titik kesetimbangan bebas *worms* $E^0 = \left(\frac{b}{\mu}, 0, 0\right) = (0.333, 0, 0)$. Grafik solusi dapat dilihat pada Gambar 3.5. Dengan nilai awal $S(0) = 0.2$, $I(0) = 0.8$, $R(0) = 1$ solusi menuju titik kesetimbangan E^0 . Semakin lama jumlah komputer terinfeksi dan komputer bebas *worms* akan semakin menurun dan lama-kelamaan akan habis. Pada kondisi ini dapat dikatakan bahwa penyebaran *worms* tidak terjadi. Hal ini sesuai dengan yang telah diuraikan pada subbab sebelumnya.



Gambar 3.5 Grafik solusi model SIRS untuk $R_0 < 1$.

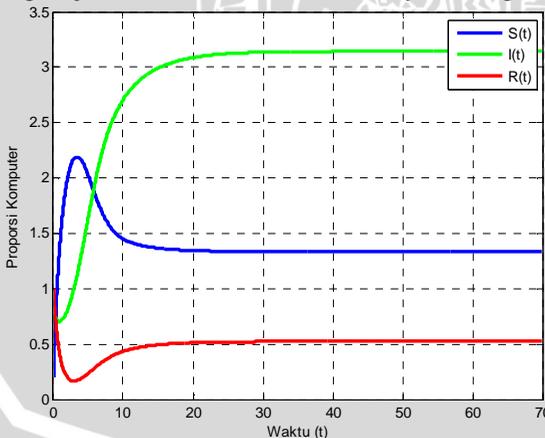
3.3.1.2 Simulasi untuk $R_0 > 1$

Dalam simulasi ini untuk memperoleh nilai $R_0 > 1$ digunakan nilai-nilai parameter yang diberikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Nilai parameter model SIRS untuk $R_0 > 1$

Parameter	b	α	ε	γ	μ
Nilai	1	0.3	0.2	1	0.2

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.2 diperoleh nilai $R_0 = 3.75$, titik kesetimbangan bebas *worms* $E^0 = \left(\frac{b}{\mu}, 0, 0\right) = (0.333, 0, 0)$, dan titik kesetimbangan endemi $E^* = (S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{\varepsilon + \mu}{\alpha}, \frac{\mu(R_0 - 1)(\varepsilon + \mu)(\gamma + \mu)}{\alpha\mu(\gamma + \varepsilon + \mu)}, \frac{\varepsilon\mu(R_0 - 1)(\varepsilon + \mu)}{\alpha\mu(\gamma + \varepsilon + \mu)}\right) = (1.3333, 3.1429, 0.5238)$. Grafik solusi dapat dilihat pada Gambar 3.6. Dengan nilai awal $S(0) = 0.2, I(0) = 0.8, R(0) = 1$ menyebabkan solusi tersebut menuju titik kesetimbangan E^* . Komputer terinfeksi mengalami peningkatan jumlah yang cukup signifikan, hal ini menandakan bahwa sedang terjadi endemi atau mewabahnya serangan *worms*.



Gambar 3.6 Grafik solusi model SIRS untuk $R_0 > 1$.

3.4.2 Simulasi model SIRS Fuzzy

Simulasi ini dibagi menjadi tiga kondisi, yakni pada saat laju kontak *fuzzy*, laju bebas *worms fuzzy*, dan laju menjadi rentan kembali *fuzzy*. Nilai awal yang digunakan $S(0) = 0.2$, $I(0) = 0.8$, $R(0) = 1$.

3.4.2.1 Simulasi dengan Nilai Awal $R_0 < 1$

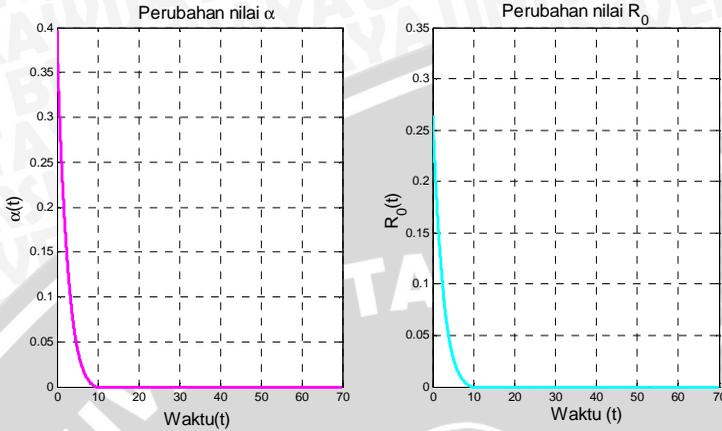
(i) Laju kontak (α) fuzzy

Adapun nilai parameter yang digunakan dapat dilihat dalam Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju kontak *fuzzy*

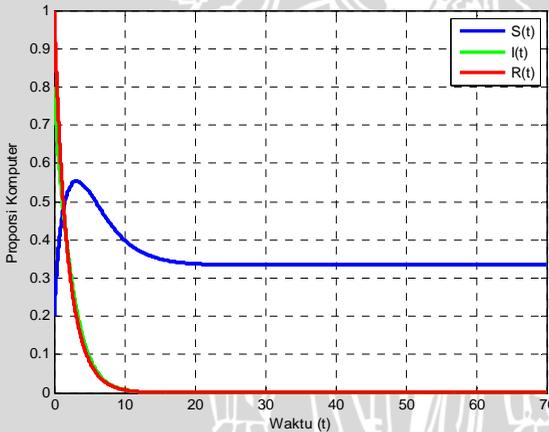
Parameter	b	ε	γ	μ	I_{min}	I_M	I_{max}
Nilai	0.1	0.2	0.4	0.3	0.01	2	4

Dalam simulasi ini, dibutuhkan parameter tambahan yaitu I_{min} , I_M , dan I_{max} . Berdasarkan persamaan (3.5) parameter-parameter tersebut digunakan sebagai kondisi awal untuk menghitung nilai α . Karena nilai parameter α bergantung terhadap nilai I , maka dalam simulasi ini nilai α berubah-ubah sesuai dengan jumlah I terhadap waktu. Dengan nilai parameter pada Tabel 3.3 dihasilkan nilai $\alpha(0) = \frac{I - I_{min}}{I_M - I_{min}} = \frac{0.8 - 0.01}{2 - 0.01} = 0.3970$ dan $R_0(0) = \frac{b\alpha}{(\varepsilon + \mu)\mu} = \frac{0.1(0.3970)}{(0.2 + 0.3)0.3} = 0.2647$. Berdasarkan Gambar 3.7 dapat dilihat perubahan nilai α dan nilai R_0 . Nilai α dari waktu ke waktu berubah menjadi semakin kecil hingga mencapai nilai nol. Perubahan ini menyebabkan nilai R_0 juga mengecil karena nilai R_0 bergantung terhadap nilai α .



Gambar 3.7 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$.

Perubahan nilai R_0 , tetap menyebabkan nilai $R_0 < 1$, sehingga solusi sistem dapat dilihat pada Gambar 3.8. Ketika nilai α berubah-ubah titik kesetimbangan E^0 tetap stabil.



Gambar 3.8 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju kontak *fuzzy*.

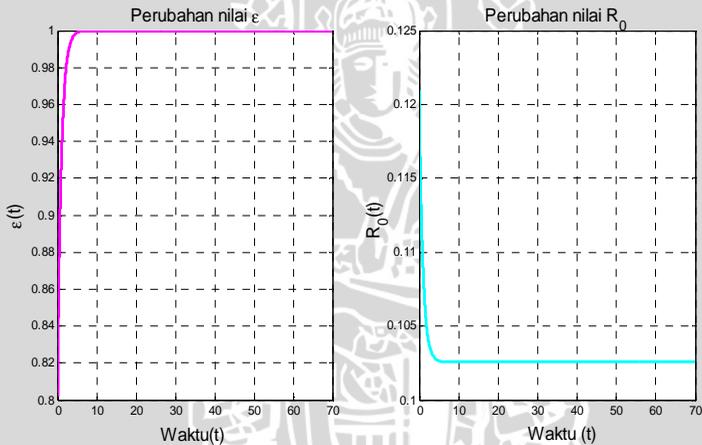
(ii) Laju Bebas Worms (ϵ) *fuzzy*

Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini diberikan pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju bebas worms *fuzzy*

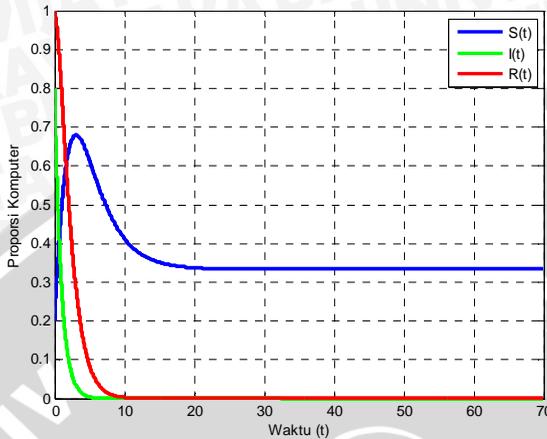
Parameter	b	α	ε_0	γ	μ	I_{max}
Nilai	0.1	0.4	0.01	0.4	0.3	4

Seperti pada simulasi dengan laju kontak *fuzzy*, laju bebas *worms fuzzy* mempunyai parameter tambahan yaitu I_{max} . Laju bebas *worms* pada simulasi ini nilainya tidak konstan setiap waktu selalu berubah, dan telah dirumuskan pada persamaan (3.6). Berdasarkan nilai parameter yang diberikan, dihasilkan $\varepsilon(0) = \left(\frac{\varepsilon_0 - 1}{I_{max}}\right)I + 1 = \left(\frac{0.01 - 1}{4}\right)0.8 + 1 = 0.8020$ dan $R_0(0) = 0.1210$. Perubahan nilai ε dan R_0 disajikan pada Gambar 3.9. Dapat dilihat dari gambar, nilai ε mengalami kenaikan bahkan nilainya mencapai nilai tertinggi yaitu satu. Nilai ε yang tinggi menyebabkan nilai R_0 mengalami penurunan.



Gambar 3.9 Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$.

Dengan laju bebas *worms* yang tidak konstan, hanya titik kesetimbangan E^0 yang eksis dan bersifat stabil. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 3.10 bahwa dengan nilai awal $S(0) = 0.2$, $I(0) = 0.8$, $R(0) = 1$ solusi menuju ke titik kesetimbangan E^0 , dengan komputer terinfeksi yang lebih cepat habis populasinya.



Gambar 3.10 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju bebas *worms fuzzy*.

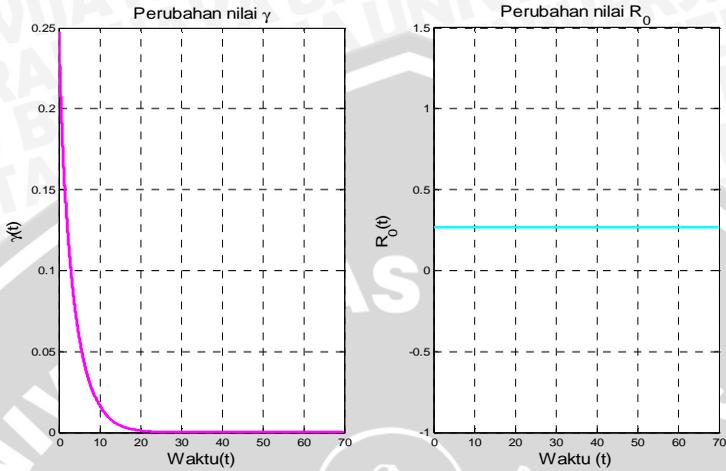
(iii) Laju rentan kembali (γ) *fuzzy*

Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini diberikan pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju rentan kembali *fuzzy*

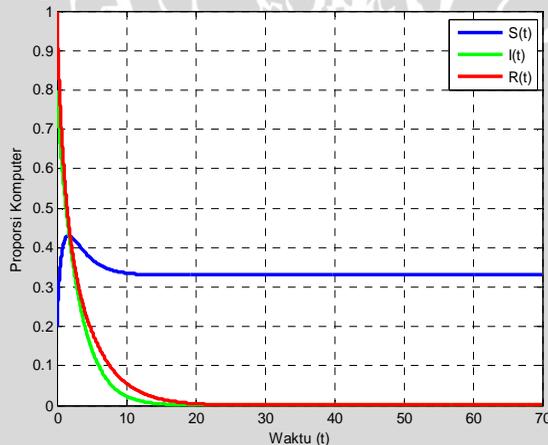
Parameter	b	α	ε	γ_0	μ	R_{max}
Nilai	0.1	0.4	0.2	0.01	0.3	4

Dalam simulasi ini, nilai parameter tambahan adalah R_{max} . Berdasarkan persamaan (3.7) dihasilkan nilai $\gamma(0) = 0.2475$. Berbeda dengan kedua simulasi sebelumnya, pada simulasi ini perubahan nilai γ tidak mempengaruhi nilai R_0 . Nilai R_0 yang dihasilkan adalah 0.2667. Perubahan nilai γ dapat dilihat pada Gambar 3.11.



Gambar 3.11 Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$.

Dilihat dari Gambar 3.11, R_0 memiliki nilai yang tetap dari waktu ke waktu dan nilainya kurang dari satu. Solusi sistem dapat dilihat pada Gambar 3.12. Pada Gambar 3.12 hasil simulasi menunjukkan bahwa ketika laju menjadi rentan kembali tidak tetap, solusi menuju titik kesetimbangan E^0 . Namun berbeda dengan kedua laju sebelumnya, kenaikan komputer rentan pada simulasi ini tidak terlalu besar.



Gambar 3.12 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan laju rentan kembali *fuzzy*.

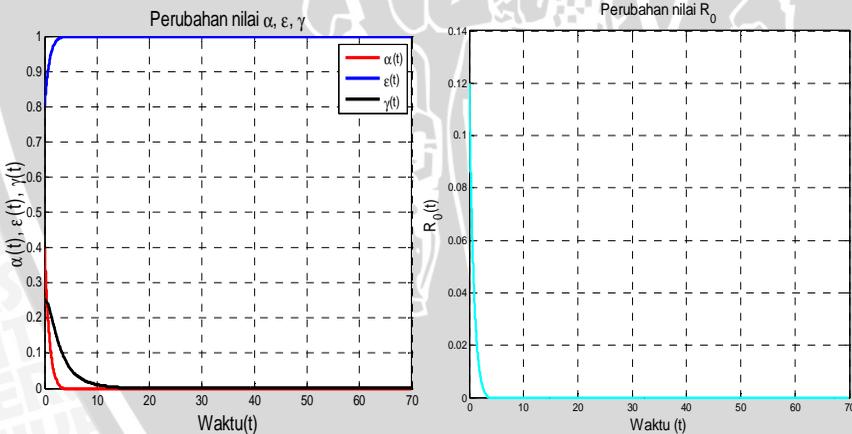
(iv) Ketiga laju (α, ϵ, γ) *fuzzy*

Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini terdapat pada Tabel 3.6.

Tabel 3.6 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan ketiga laju *fuzzy*

Parameter	b	μ	ε_0	γ_0	I_{min}	I_M	I_{max}	R_{max}
Nilai	0.1	0.3	0.01	0.01	0.01	2	4	4

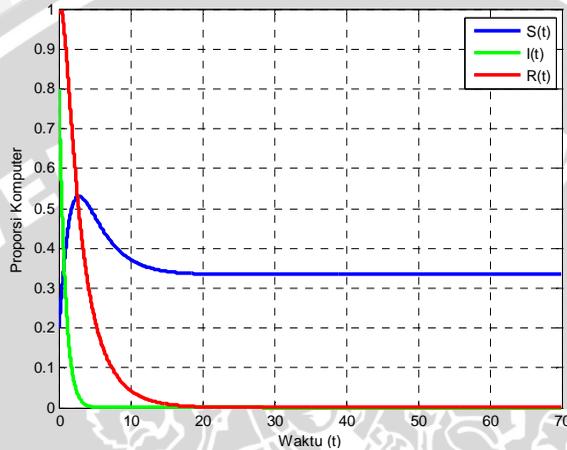
Simulasi ini merupakan gabungan dari ketiga simulasi sebelumnya. Laju kontak (α), laju bebas worms (ε), dan laju rentan kembali (γ) mempunyai nilai yang tidak tetap dan berubah-ubah setiap waktu. Berdasarkan nilai dalam Tabel 3.6 dihasilkan nilai $\alpha(0) = 0.3970$, $\varepsilon(0) = 0.8020$, dan $\gamma(0) = 0.2475$. Perubahan masing-masing laju dapat dilihat pada Gambar 3.13.



Gambar 3.13 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$, dan $R_0(t)$.

Umumnya nilai awal yang dihasilkan sama dengan simulasi-simulasi sebelumnya. Perubahan laju-laju tersebut juga cenderung mirip. Laju kontak dan laju rentan kembali turun dari waktu ke waktu dan

mencapai nilai nol, sementara itu nilai laju bebas *worms* justru naik dan mencapai nilai satu. Perubahan angka reproduksi dasar juga ditunjukkan pada Gambar 3.13, dengan nilai $R_0(0) = 0.1210$ terus mengalami penurunan hingga nilainya mencapai nol. Berikut ini merupakan grafik solusi sistem ketika ketiga laju *fuzzy*.



Gambar 3.14 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 < 1$ dengan ketiga laju *fuzzy*.

Berdasarkan Gambar 3.14 terlihat bahwa grafik solusi sistem stabil ke titik kesetimbangan bebas *worms* E^0 .

3.4.2 Simulasi dengan Nilai Awal $R_0 > 1$

(i) Laju kontak (α) *fuzzy*

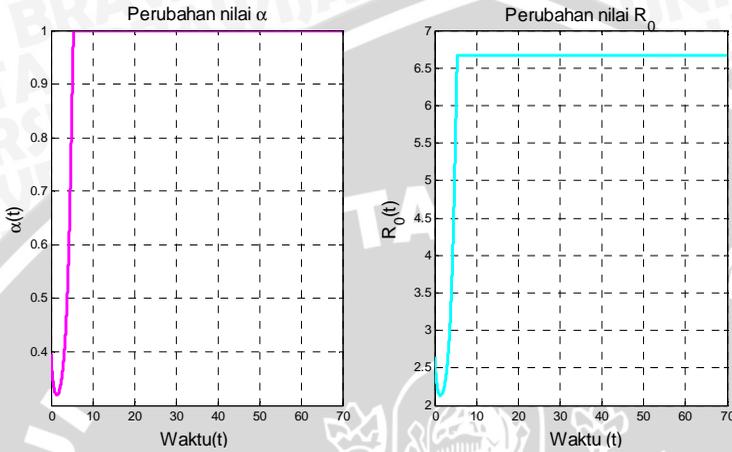
Adapun nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini diberikan dalam Tabel 3.7.

Tabel 3.7 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju kontak *fuzzy*

Parameter	b	ε	γ	μ	I_{min}	I_M	I_{max}
Nilai	1	0.2	1	0.3	0.01	2	4

Nilai parameter b dan γ diperbesar sehingga mencapai nilai satu untuk memperoleh $R_0 > 1$. Berdasarkan subbab sebelumnya, jika $R_0 > 1$ maka kedua titik kesetimbangan eksis (E^0 dan E^*). Namun, karena laju kontak (α) selalu berubah mengakibatkan nilai R_0 dan

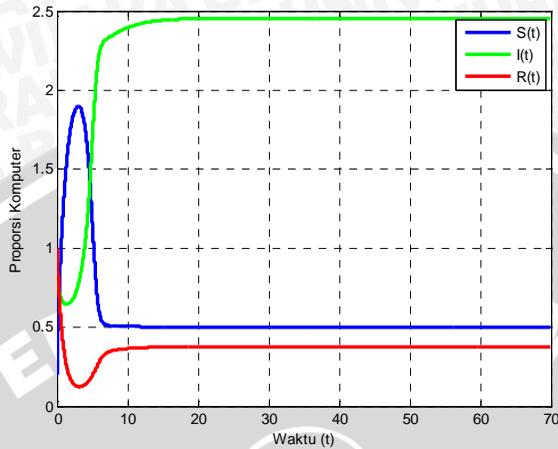
titik kesetimbangan E^* juga berubah-ubah setiap waktu. Berikut grafik perubahan nilai α dan R_0 .



Gambar 3.15 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$.

Berdasarkan Gambar 3.15 dapat dilihat bahwa nilai α mengalami perubahan. Dari $\alpha(0) = 0.3970$ kemudian nilai α mengalami penurunan untuk sementara waktu, lalu nilainya kembali naik bahkan hingga mencapai laju tertinggi yaitu bernilai satu. Hal yang sama pun terjadi terhadap nilai R_0 . Awalnya R_0 bernilai 2.6466, kemudian nilainya mengalami penurunan untuk kemudian naik kembali hingga R_0 bernilai 6.6667.

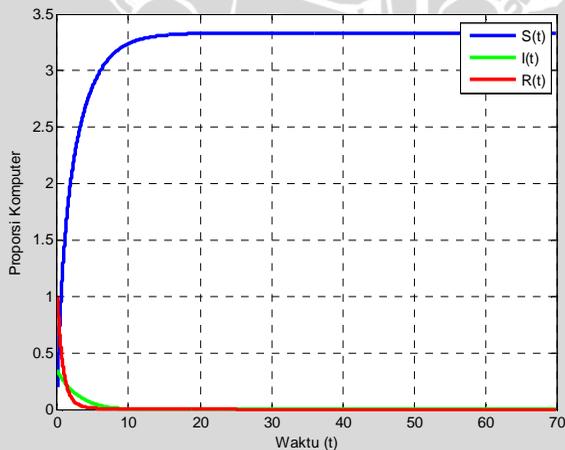
Hasil solusi sistem dapat dilihat pada Gambar 3.16. Berdasarkan Gambar 3.16, dengan nilai awal $S(0) = 0.2$, $I(0) = 0.8$, $R(0) = 1$ solusi sistem menuju titik kesetimbangan endemi E^* . Titik kesetimbangan endemi E^* yang stabil adalah titik kesetimbangan pada waktu t .



Gambar 3.16 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju kontak *fuzzy*.

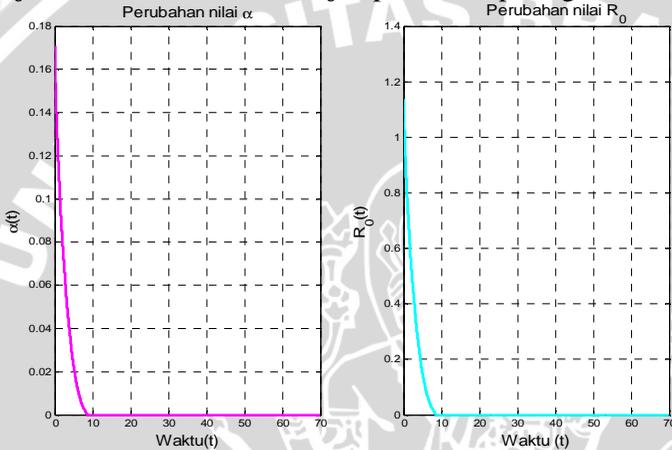
Laju kontak *fuzzy* dipengaruhi oleh nilai $I(0)$, I_{min} , dan I_M . Dalam simulasi berikutnya akan diperlihatkan bahwa perubahan nilai $I(0)$ dan I_{min} berpengaruh terhadap kestabilan titik kesetimbangan.

- a. Jika nilai $I(0)$ diubah menjadi 0.35 dan nilai parameter yang lainnya tetap, maka akan menghasilkan grafik solusi seperti berikut.



Gambar 3.17 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju kontak *fuzzy* dengan $I(0) = 0.35$.

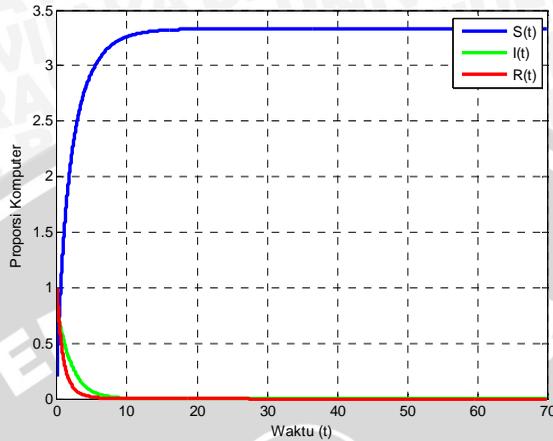
Ketika nilai $I(0)$ diubah menjadi cukup kecil yakni 0.35 terjadi perubahan kestabilan. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 3.17 bahwa solusi sistem stabil pada titik $S(t) = 3.333, I(t) = R(t) = 0$. Berdasarkan uraian pada bab sebelumnya jika nilai $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan endemi E^* yang stabil, akan tetapi karena nilai $I(0)$ yang begitu kecil menyebabkan nilai α dan I mengalami penurunan sepanjang waktu. Perubahan tersebut juga mempengaruhi nilai R_0 . Perubahan nilai α dan R_0 dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3.18 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$.

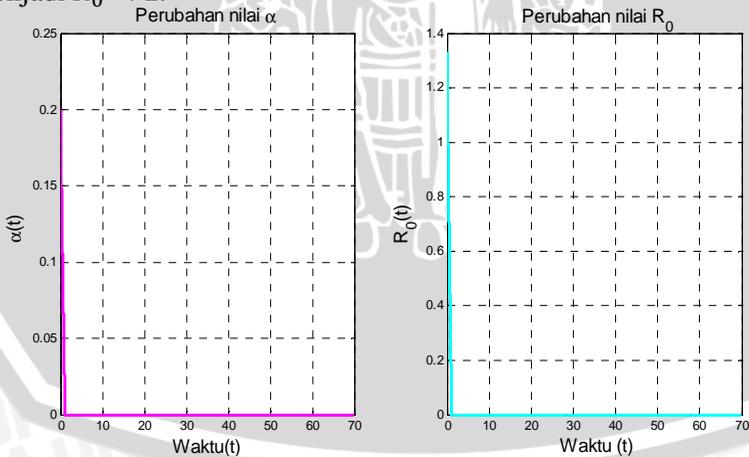
Terlihat dari Gambar 3.18 bahwa nilai R_0 berubah dari 1.1390 menuju 0. Hal inilah yang menyebabkan titik kesetimbangan bebas *worms* menjadi stabil. Berdasarkan hasil pengamatan diketahui bahwa apabila $I(0) < 0.39$ maka titik kesetimbangan bebas *worms* E^0 yang stabil, sementara itu ketika $I(0) > 0.39$ titik kesetimbangan endemi E^* yang stabil.

- b. Jika nilai I_{min} diubah menjadi 0.5 sedangkan parameter yang lainnya tetap maka akan dihasilkan solusi pada gambar berikut.



Gambar 3.19 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju kontak *fuzzy* dengan $I_{min} = 0.5$.

Gambar 3.19 menunjukkan bahwa grafik solusi sistem. Berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa sistem stabil pada titik kesetimbangan bebas worms E^0 . Perubahan nilai I_{min} menyebabkan kestabilan titik kesetimbangan juga berubah. Hal ini disebabkan karena nilai I_{min} berpengaruh terhadap nilai α dan R_0 . Nilai I_{min} yang cukup besar menyebabkan nilai α menjadi semakin kecil. Nilai α yang semakin kecil menyebabkan R_0 juga semakin kecil. Terlihat dari Gambar 3.20 bahwa pada awalnya nilai $R_0 > 1$ namun semakin lama nilainya menjadi $R_0 < 1$.



Gambar 3.20 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$ dan $R_0(t)$.

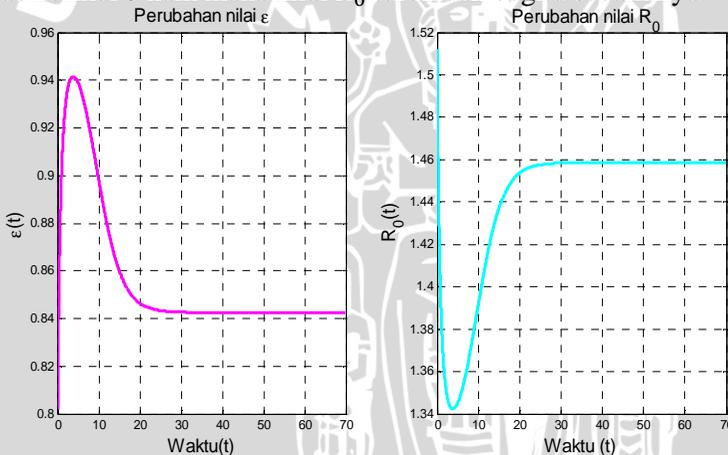
(ii) Laju Bebas Worms (ϵ) fuzzy

Dalam simulasi ini digunakan parameter-parameter pada Tabel 3.8 berikut.

Tabel 3.8 Nilai parameter model SIRS fuzzy untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju bebas worms fuzzy

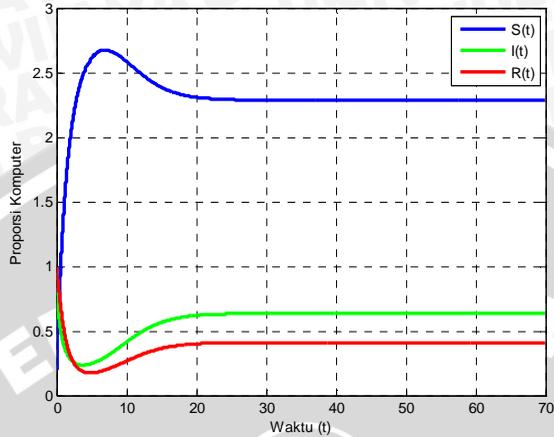
Parameter	b	α	ϵ_0	γ	μ	I_{max}
Nilai	1	0.5	0.01	1	0.3	4

Berdasarkan Tabel 3.8 diperoleh nilai $\epsilon(0) = 0.8020$ dan $R_0(0) = 1.5124$. Perubahan laju bebas worms (ϵ) setiap waktu mempengaruhi nilai R_0 dan titik kesetimbangan endemi E^* . Perubahan nilai ϵ dan R_0 dapat dilihat pada Gambar 3.21. Dapat dilihat dari Gambar 3.21 bahwa grafik nilai ϵ dan R_0 berkebalikan. Apabila nilai ϵ naik maka nilai R_0 turun dan begitu sebaliknya.



Gambar 3.21 Grafik perubahan nilai $\epsilon(t)$ dan $R_0(t)$.

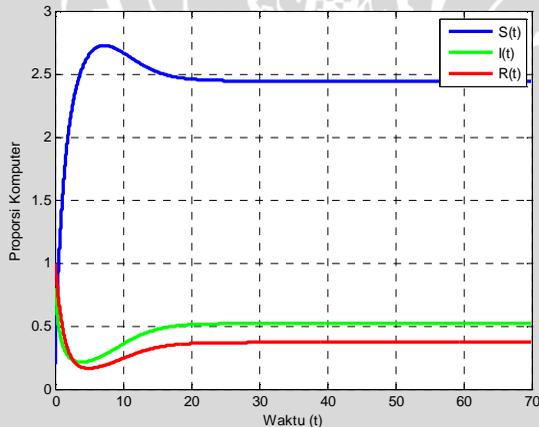
Nilai parameter yang terdapat dalam Tabel 3.8 menghasilkan solusi pada Gambar 3.22. Dari Gambar 3.22, terlihat bahwa solusi sistem stabil menuju suatu titik tetap. Titik tersebut adalah titik kesetimbangan endemi E^* .



Gambar 3.22 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju bebas *worms fuzzy*.

Laju bebas *worms* dipengaruhi oleh tiga parameter, yaitu ε_0 , I_{max} , dan $I(0)$. Simulasi berikut diperlihatkan untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter-parameter tersebut.

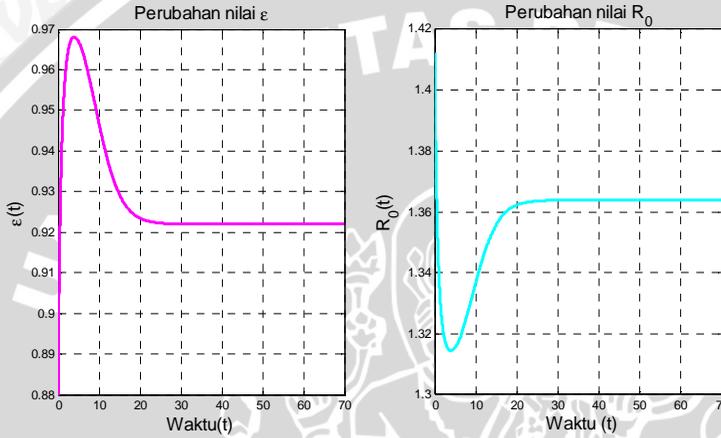
- a. Jika nilai ε_0 yang semula bernilai 0.01 diubah menjadi 0.4 maka dihasilkan solusi seperti pada Gambar 3.23.



Gambar 3.23 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas *worms fuzzy* dengan $\varepsilon_0 = 0.4$.

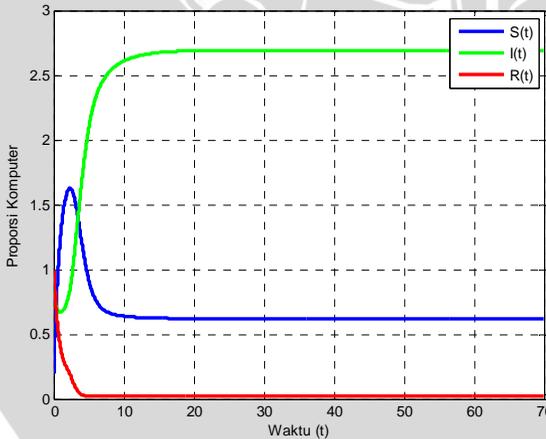
Grafik solusi pada Gambar 3.23 tidak menunjukkan adanya perbedaan yang signifikan. Nilai solusi berbeda dengan simulasi

sebelumnya ketika $\varepsilon_0 = 0.01$. Namun solusi tersebut tetap stabil pada titik kesetimbangan endemi E^* pada nilai $S(t) = 2.4439$, $I(t) = 0.5204$, dan $R(t) = 0.3691$. Perubahan nilai ε_0 mempengaruhi nilai awal ε , R_0 , dan juga nilai solusi. Ketika nilai ε_0 diperbesar menyebabkan nilai $\varepsilon(0)$ semakin besar dan $R_0(0)$ semakin kecil. Pada Gambar 3.24 disajikan grafik perubahan nilai ε dan R_0 .



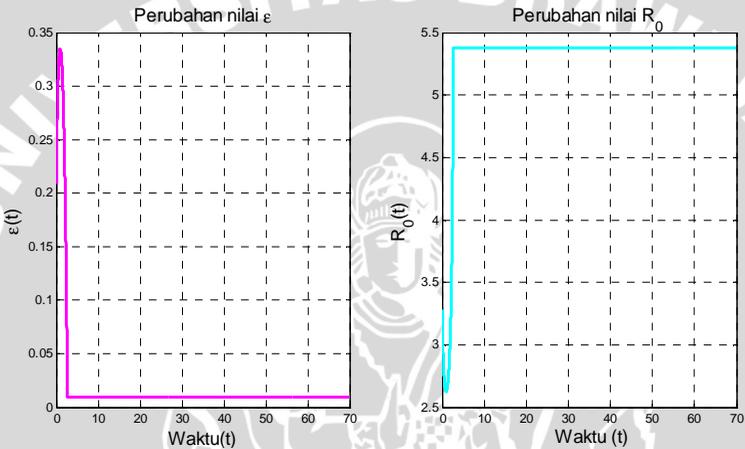
Gambar 3.24 Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$.

b. Jika nilai I_{max} yang semula 4 diubah menjadi 1 maka akan diperoleh grafik solusi seperti Gambar 3.25.



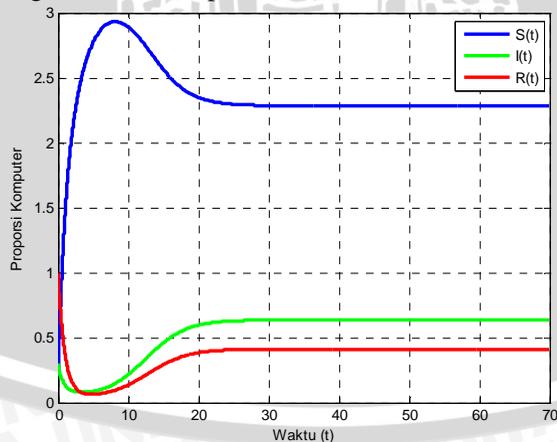
Gambar 3.25 Grafik solusi model SIRS fuzzy untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas worms fuzzy dengan $I_{max} = 1$.

Dari Gambar 3.25 terlihat bahwa nilai I_{max} yang kecil mengubah nilai solusi sistem. Namun solusi sistem tetap menuju titik kesetimbangan endemi E^* pada nilai $S(t) = 0.6200, I(t) = 2.6926$, dan $R(t) = 0.0207$. Berbeda dengan dua simulasi sebelumnya, pada simulasi ini nilai komputer terinfeksi naik secara signifikan sementara nilai komputer bebas worms turun menuju nilai yang sangat kecil (hampir mencapai nilai nol). Hal ini disebabkan karena nilai I_{max} mempengaruhi nilai awal ε dan R_0 . Perubahan nilai ε dan R_0 disajikan dalam Gambar 3.26.



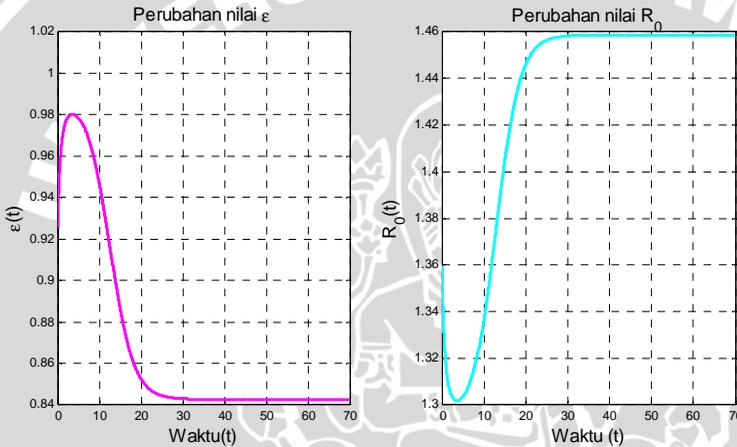
Gambar 3.26 Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$.

c. Jika nilai $I(0)$ yang semula 0.8 diubah menjadi 0.3 maka akan diperoleh grafik solusi seperti Gambar 3.27.



Gambar 3.27 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju bebas *worms fuzzy* dengan $I(0) = 0.3$.

Dari Gambar 3.27 terlihat bahwa ketika diberikan nilai I awal yang kecil mengakibatkan nilai solusi berubah. Namun perubahan nilai solusi ini tetap membuatnya stabil ke titik kesetimbangan endemi E^* pada nilai $S(t) = 2.2852$, $I(t) = 0.6359$, dan $R(t) = 0.4122$. Perubahan nilai proporsi awal komputer terinfeksi mempengaruhi nilai awal ε , R_0 , dan juga nilai solusi sistem. Perubahan nilai ε dan R_0 disajikan dalam Gambar 3.28.



Gambar 3.28 Grafik perubahan nilai $\varepsilon(t)$ dan $R_0(t)$.

(iii) Laju rentan kembali (γ) *fuzzy*

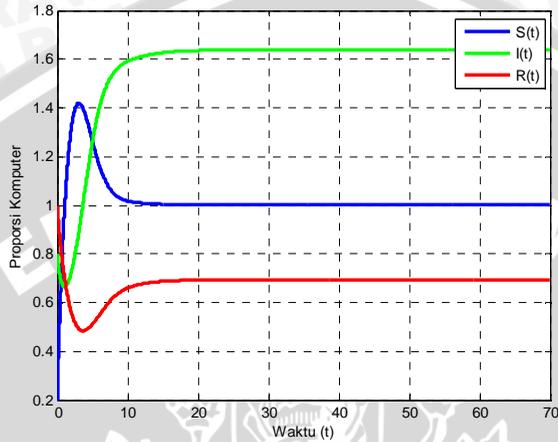
Dalam simulasi ini digunakan parameter-parameter pada Tabel 3.9 berikut.

Tabel 3.9 Nilai parameter model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju rentan kembali *fuzzy*

Parameter	b	α	ε	γ_0	μ	R_{max}
Nilai	1	0.5	0.2	0.01	0.3	4

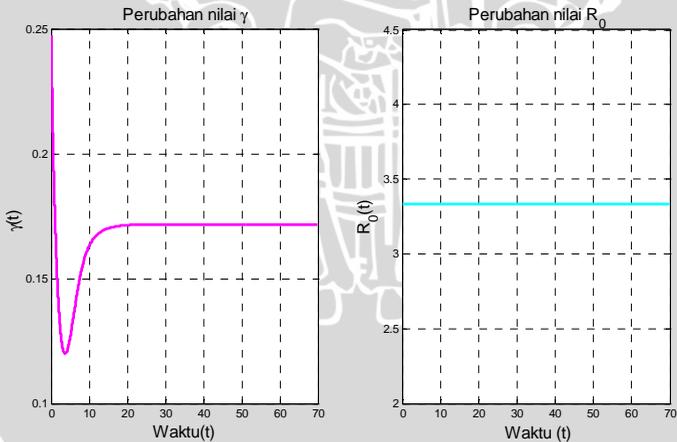
Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3.9, diperoleh $R_0 = 2$. Perubahan laju rentan kembali (γ) hanya mempengaruhi nilai E^* . Sementara nilai R_0 tidak berubah sepanjang waktu, karena nilai R_0 tidak bergantung terhadap nilai γ . Hasil solusi sistem dapat dilihat pada Gambar 3.29. Solusi sistem tersebut menuju ke titik

kesetimbangan endemi E^* dengan nilai proporsi komputer terinfeksi jauh lebih tinggi dibandingkan dengan komputer rentan dan komputer bebas *worms*.



Gambar 3.29 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan laju rentan kembali *fuzzy*.

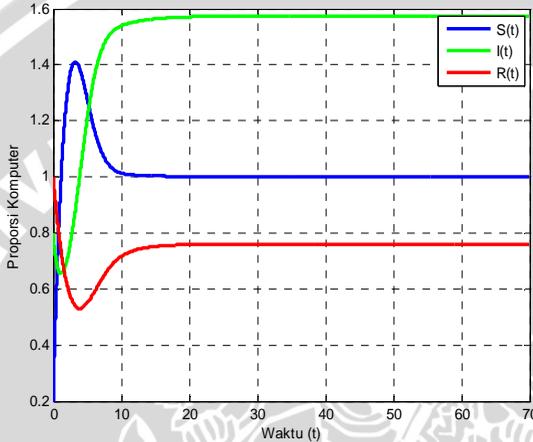
Perubahan nilai γ dan R_0 disajikan dalam Gambar 3.30. Dari Gambar 3.30 terlihat bahwa awalnya nilai $\gamma = 0.2475$ berubah menjadi $\gamma = 0.1719$ pada akhir, dengan mengalami proses penurunan dan kenaikan.



Gambar 3.30 Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$.

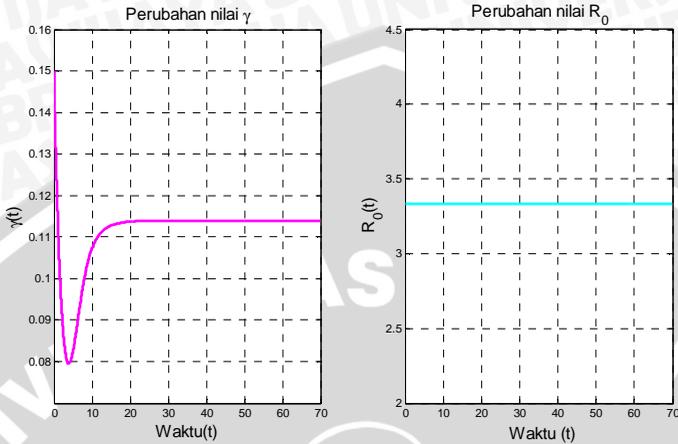
Sama halnya dengan laju bebas *worms* (ε), laju rentan kembali juga dipengaruhi oleh tiga parameter yaitu γ_0 , R_{max} , dan $R(0)$. Berikut diberikan simulasi untuk perubahan masing-masing parameter yang mempengaruhi laju rentan kembali.

- Jika nilai γ_0 diubah menjadi 0.4 maka diperoleh grafik solusi seperti Gambar 3.31.



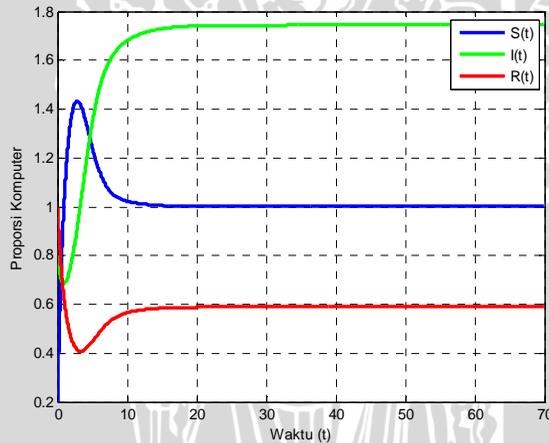
Gambar 3.31 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali *fuzzy* dengan $\gamma_0 = 0.4$.

Solusi sistem ketika nilai $\gamma_0 = 0.4$ mengalami sedikit perubahan pada solusi akhirnya, namun titik kesetimbangan endemi E^* tetap stabil. Selain mempengaruhi nilai solusi, perubahan nilai γ_0 juga mempengaruhi nilai awal γ . Semakin tinggi nilai γ_0 , semakin kecil nilai awal γ . Perubahan nilai γ dan R_0 dapat dilihat pada Gambar 3.32.



Gambar 3.32 Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$.

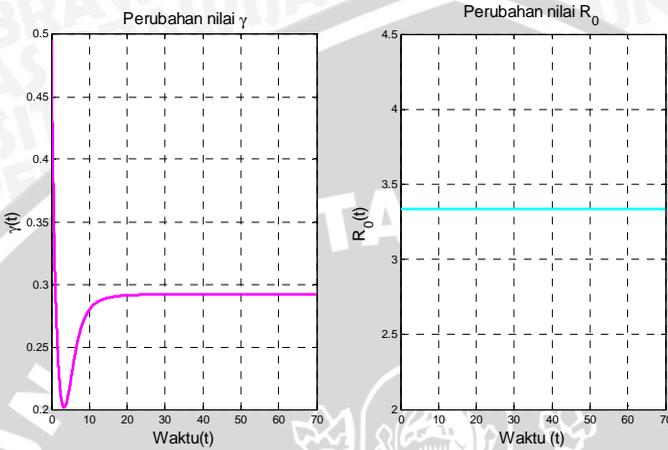
- b. Jika nilai R_{max} diubah menjadi 2 maka diperoleh grafik solusi seperti pada Gambar 3.33.



Gambar 3.33 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali *fuzzy* dengan $R_{max} = 2$.

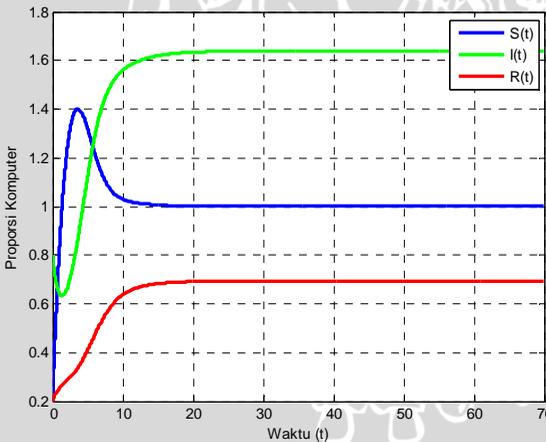
Hampir serupa dengan simulasi sebelumnya, perubahan nilai R_{max} juga tidak memberikan pengaruh yang besar pada grafik solusi sistem. Meskipun begitu, nilai R_{max} yang semakin kecil mengakibatkan nilai awal γ semakin besar. Perubahan nilai γ dapat dilihat pada Gambar 3.34. Nilai $\gamma(0) = 0.4950$ menurun hingga satu

titik tertentu kemudian naik dan menjadi tetap pada nilai $\gamma = 0.2918$.



Gambar 3.34 Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$.

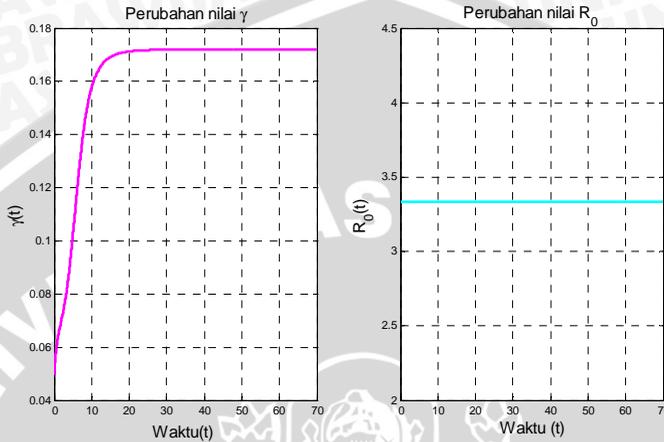
c. Jika nilai $R(0)$ diubah menjadi 0.2 sementara nilai parameter yang lain tetap maka diperoleh grafik solusi pada Gambar 3.35.



Gambar 3.35 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan laju rentan kembali *fuzzy* dengan $R(0) = 0.2$.

Dari grafik pada Gambar 3.35, terlihat nilai akhir solusi ketika nilai awal komputer bebas *worms* diubah menjadi 0.2 tidak jauh berbeda dengan dua simulasi sebelumnya. Namun nilai awal komputer bebas *worms* terus mengalami kenaikan hingga mencapai titik

kesetimbangan endemi E^* . Berikut disajikan perubahan nilai γ pada Gambar 3.36.



Gambar 3.36 Grafik perubahan nilai $\gamma(t)$ dan $R_0(t)$.

(iv) Ketiga laju ($\alpha, \varepsilon, \gamma$) fuzzy

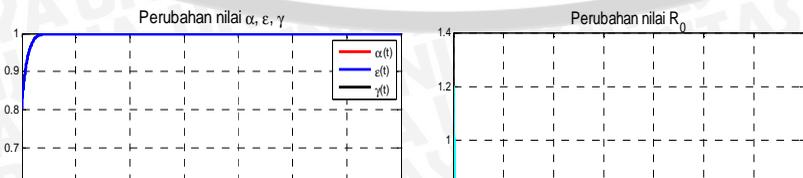
Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini terdapat pada Tabel 3.10.

Tabel 3.10 Nilai parameter model SIRS fuzzy untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan ketiga laju fuzzy

Parameter	b	μ	ε_0	γ_0	I_{min}	I_M	I_{max}	R_{max}
Nilai	1	0.3	0.01	0.01	0.01	2	4	4

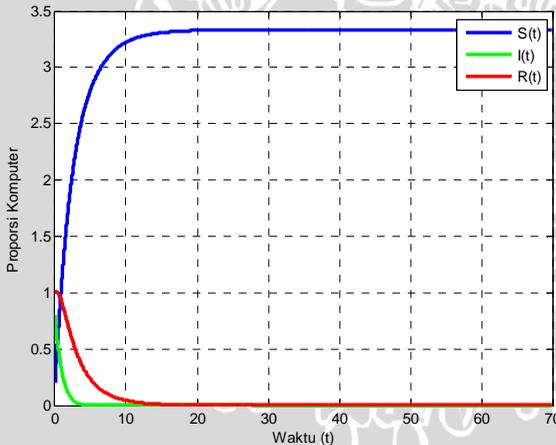
Simulasi ini menggunakan nilai ketiga laju, yaitu laju laju kontak (α), laju bebas worms (ε), dan laju rentan kembali (γ) tidak konstan. Dengan adanya perubahan ketiga laju tersebut, berpengaruh terhadap nilai R_0, E^* , dan nilai solusi sistem.

Perubahan nilai ketiga laju tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.37, dan bila diamati perubahan tersebut sama dengan Gambar 3.13 (ketika $R_0 < 1$). Berdasarkan nilai pada Tabel 3.10, dihasilkan nilai $R_0(0) = 1.2008$. Perubahan nilai R_0 dapat dilihat pada Gambar 3.37. Awalnya nilai $R_0 > 1$, namun karena adanya pengaruh dari nilai laju-laju yang tidak konstan menyebabkan nilai R_0 menjadi turun dan mencapai nilai nol.



Gambar 3.37 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$, dan $R_0(t)$

Grafik solusi sistem berdasarkan nilai pada Tabel 3.10 disajikan dalam Gambar 3.38. Berdasarkan Gambar 3.37, nilai R_0 menurun setiap waktu. Hal ini menyebabkan solusi sistem stabil menuju titik kesetimbangan bebas *worms* E^0 .

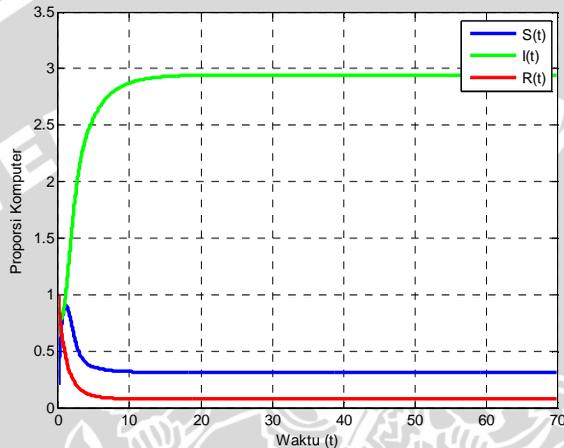


Gambar 3.38 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ dengan ketiga laju *fuzzy*.

Berdasarkan hasil pengamatan, apabila nilai parameter lainnya diubah menjadi lebih besar ataupun lebih kecil tetap menghasilkan grafik solusi sistem yang sama. Grafik solusi stabil pada satu titik kesetimbangan, yakni titik kesetimbangan bebas *worms* E^0 . Hal ini

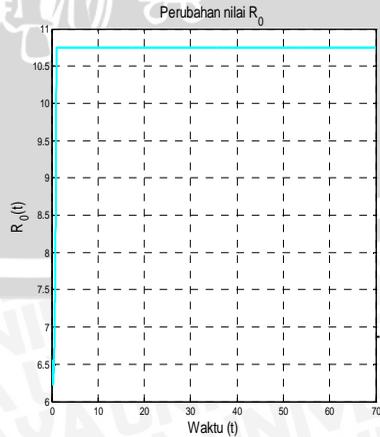
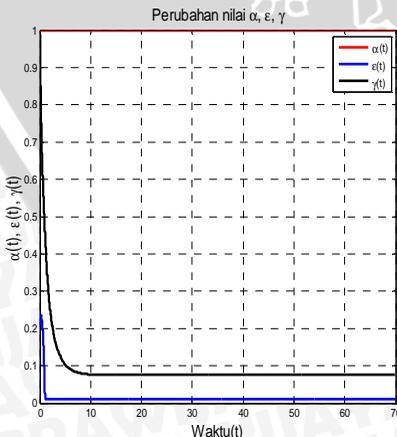
disebabkan oleh perubahan nilai laju kontak (α) yang selalu turun dan menuju nol, sehingga mengakibatkan nilai R_0 juga menurun.

Pada satu kondisi, ketika nilai parameter $I_{max} = 1$, $I_{min} = 0.1$, $I_M = 0.5$, dan $R_{max} = 1$ dihasilkan grafik solusi seperti Gambar 3.39.



Gambar 3.39 Grafik solusi model SIRS *fuzzy* untuk nilai awal $R_0 > 1$ menggunakan ketiga laju *fuzzy* dengan $I_{max} = 1$, $I_{min} = 0.1$, $I_M = 0.5$, dan $R_{max} = 1$.

Pada Gambar 3.39 terlihat bahwa solusi stabil pada nilai $S(t) = 0.3100$, $I(t) = 2.9453$, dan $R(t) = 0.0781$. Nilai tersebut merupakan titik kesetimbangan endemi E^* . Hal ini dapat terjadi karena nilai laju kontak (α) berdasarkan nilai parameter yang diberikan selalu konstan dan bernilai satu. Kondisi tersebut dapat dilihat pada persamaan (3.5). Perubahan masing-masing laju dan R_0 dapat dilihat pada Gambar 3.40.



Gambar 3.40 Grafik perubahan nilai $\alpha(t)$, $\varepsilon(t)$, $\gamma(t)$, dan $R_0(t)$

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam skripsi ini diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model epidemi SIRS yang ada selama ini selalu menganggap bahwa parameter yang terdapat dalam model konstan. Namun dengan mengasumsikan parameter tidak konstan dan memanfaatkan teori *fuzzy* dapat diperoleh model SIRS *fuzzy*.
2. Angka reproduksi dasar (R_0) digunakan sebagai acuan dalam simulasi. Nilai R_0 untuk model SIRS tidak berubah (konstan) terhadap waktu, sedangkan nilai R_0 untuk model SIRS *fuzzy* selalu berubah disebabkan oleh nilai parameter yang mempengaruhi tidak konstan.
3. Angka reproduksi dasar (R_0) bergantung pada parameter b, α, ε , dan μ . Parameter α dan ε yang dibuat ke dalam fungsi keanggotaan *fuzzy* mengakibatkan nilai R_0 tidak konstan. Pada beberapa simulasi ditunjukkan bahwa nilai R_0 dapat berubah dari $R_0 > 1$ menjadi $R_0 < 1$, sehingga meskipun pada awalnya nilai $R_0 > 1$, tetapi solusi konvergen ke titik kesetimbangan bebas *worms*. Selain kedua parameter tersebut, parameter γ juga dibuat dalam fungsi keanggotaan *fuzzy* namun perubahan parameter γ tidak mempengaruhi nilai R_0 .

4.2 Saran

Pada skripsi ini dipelajari model epidemi SIRS *fuzzy* secara numerik. Pada penelitian selanjutnya hal yang dapat dikembangkan dari skripsi ini adalah melakukan analisis lebih mendalam terhadap konvergensi solusi/kestabilan titik kesetimbangan akibat koefisien *fuzzy* secara analitik.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Boyce, W. E. dan R. C. DiPrima. 2012. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems Tenth Edition*. John Willey & Sons, Inc. USA.
- De León, C. V. 2009. Constructions of Lyapunov Function for Classic SIS, SIR, and SIRS Epidemic Model with Variable Population Size. *Foro-Red-Mat: Revista electrónica de contenido mathematic*. 26(5): 1-12.
- Finizio, N. dan G. Ladas. 1982. *An Introduction to Differential Equations with Difference Equation, Fourier Series, and Partial Differential Equations*. Wadsworth Publishing Company. Belmont, California.
- Kusumadewi, S., S. Hartati, A. Harjoko, R. Wardoyo. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (Fuzzy MADM)*. Penerbit Graha Ilmu. Yogyakarta.
- Lesmana, R. 2012. Analisis Dinamik Model Penyebaran Virus Komputer Dengan Intervensi Manusia. *Skripsi*. Universitas Brawijaya, Malang.
- Massad E., N. R. S. Ortega, L.C de Barros, C. J. Struchiner. 2008. *Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Mishra, B. M. dan G. M. Ansari. 2012. Differential Epidemic Model of Virus and Worms in Computer Network. *International Journal of Network Security* 14(03): 149-155.
- Mishra, B. M. dan N. Jha. 2007. Fixed Period of Temporary Immunity After Run of Anti-malicious Software on Computer Nodes. *Applied Mathematics and Computation* 190: 1207-1212.

Mishra, B. M. dan S. K. Pandey. 2010. Fuzzy Epidemic Model for the Transmission of Worms in Computer Network. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 11: 4335-4341.

Nagle, R. K., E. B. Saff, dan A. D. Snider. 2012. *Fundamentals of Differential Equations and Boundary Value Problems Sixth Edition*. Pearson Education, Inc. USA.

Robinson, R. C. 2004. *An Introduction to Dynamical Systems: Continous and Discrete*. USA: Prentice Hall Education.



LAMPIRAN

Source code untuk program dengan menggunakan ketiga laju ($\alpha, \varepsilon, \gamma$) fuzzy

```
function y=f1(t,s,i,r,alpha,gama)
b=0.1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01;
%b=1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01; R0>1
y=b-alpha*i*s+gama*r-miu*s;
end
```

```
function y=f2(t,s,i,r,alpha,epsilon)
b=0.1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01;
%b=1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01; R0>1
y=alpha*i*s-epsilon*i-miu*i;
end
```

```
function y=f3(t,s,i,r,epsilon,gama)
b=0.1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01;
%b=1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01; R0>1
y=epsilon*i-gama*r-miu*r;
end
```

```
clear all;
clc;
%nilai parameter
s(1)=0.2;
i(1)=0.8;
r(1)=1;
h=0.01;
t=0:h:70;
N=(70-0)/h;
imax=4;
imin=0.01;
im=2;
rmax=4;
b=0.1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01;
%b=1; miu=0.3; epsilon_0=0.01; gama_0=0.01; R0>1

%perhitungan nilai tiap titik dengan runge kutta
orde 4
for j=1:N
if i(j)<=imin
alpha(j)=0;
elseif i(j)>imin && i(j)<im
alpha(j)=(i(j)-imin)/(im-imin);
```

```

else i(j)>=im && i(j)<=imax
    alpha(j)=1;
end
if i(j)<=imax
    epsilon(j)=(((epsilon_0-1)/imax)*i(j))+1;
else
    epsilon(j)=epsilon_0;
end
if r(1)<=rmax
    gama(j)=((1-gama_0)*r(j))/rmax;
else
    gama(j)=gama_0;
end
k1=h*f1(t(j),s(j),i(j),r(j),alpha(j),gama(j));
l1=h*f2(t(j),s(j),i(j),r(j),alpha(j),epsilon(j));
m1=h*f3(t(j),s(j),i(j),r(j),epsilon(j),gama(j));
k2=h*f1(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k1,i(j)+0.5*l1,r(j)+0.5
*m1,alpha(j),gama(j));
l2=h*f2(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k1,i(j)+0.5*l1,r(j)+0.5
*m1,alpha(j),epsilon(j));
m2=h*f3(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k1,i(j)+0.5*l1,r(j)+0.5
*m1,epsilon(j),gama(j));
k3=h*f1(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k2,i(j)+0.5*l2,r(j)+0.5
*m2,alpha(j),gama(j));
l3=h*f2(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k2,i(j)+0.5*l2,r(j)+0.5
*m2,alpha(j),epsilon(j));
m3=h*f3(t(j)+0.5*h,s(j)+0.5*k2,i(j)+0.5*l2,r(j)+0.5
*m2,epsilon(j),gama(j));
k4=h*f1(t(j)+h,s(j)+k3,i(j)+l3,r(j)+k3,alpha(j),
gama(j));
l4=h*f2(t(j)+h,s(j)+k3,i(j)+l3,r(j)+k3,alpha(j),
epsilon(j));
m4=h*f3(t(j)+h,s(j)+k3,i(j)+l3,r(j)+k3,epsilon(j),
gama(j));
    s(j+1)=s(j)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    i(j+1)=i(j)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
    r(j+1)=r(j)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
    t(j+1)=t(j)+h;
    r0(j)=(b*alpha(j))/((epsilon(j)+miu)*miu);
end;

%menyimpan nilai s, i, r, dan t
sum=1;
for j=0:N;

```

```

A(sum)=t(j+1);
B(sum)=s(j+1);
C(sum)=i(j+1);
D(sum)=r(j+1);
sum=sum+1;
end;

%plotting potret fase solusi di bidang 3 dimensi
figure(1);
plot3(B,C,D,'g','LineWidth',4);
xlabel('s(t)');ylabel('i(t)');zlabel('r(t)');
axis square;
grid on; hold on;

%perhitungan nilai s*, i*, dan r*
u=(epsilon(7000)+miu)/alpha(7000);
v=(miu*(gama(7000)+miu)*(epsilon(7000)+miu)*(r0(7000)-1))/(alpha(7000)*miu*(epsilon(7000)+gama(7000)+miu));
w=(epsilon(7000)*miu*(epsilon(7000)+miu)*(r0(7000)-1))/(alpha(7000)*miu*(epsilon(7000)+gama(7000)+miu));
c=b/miu;
plot3(0.2,0.8,1,'k*','Linewidth',5); %plot nilai awal
plot3(u,v,w,'r*','Linewidth',5); %plot titik E*
plot3(c,0,0,'b*','Linewidth',5); %plot titik E0

%plotting solusi s(t), i(t), r(t) terhadap t
figure(2);
plot(A,B,'b','LineWidth',2.5);
hold on;
plot(A,C,'g','LineWidth',2.5);
hold on;
plot(A,D,'r','LineWidth',2.5);
axis([0 70 0 1]);
xlabel('Waktu (t)');ylabel('Proporsi Komputer');
legend('S(t)','I(t)','R(t)');
grid on;

%plotting perubahan r0 dan alpha,epsilon,gama
jum=1;
for j=0:N-1;

```

```

G(jum)=t(j+1);
H(jum)=alpha(j+1);
I(jum)=epsilon(j+1);
J(jum)=gama(j+1);
K(jum)=r0(j+1);
jum=jum+1;
end;
figure(3);
plot(G,alpha,'r','Linewidth',2.5);
hold on;
plot(G,epsilon,'b','Linewidth',2.5);
hold on;
plot(G,gama,'k','Linewidth',2.5);
axis([0 70 0 1]);
title('Perubahan nilai \alpha, \epsilon, \gamma');
xlabel('Waktu(t)'); ylabel('\alpha(t), \epsilon(t), \gamma(t)');
legend('\alpha(t)', '\epsilon(t)', '\gamma(t)');
grid on

figure(4);
plot(G,r0,'c','Linewidth',2.5);
title('Perubahan nilai R_0');
xlabel('Waktu (t)'); ylabel('R_0(t)');
grid on

```

