

**ANALISIS DINAMIK  
MODEL RANTAI MAKANAN LIMA UNSUR  
EKOSISTEM LAUT**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh

**MUHAMMAD RIF'AN HIDAYATULLOH**

**0910940062-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2013**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**ANALISIS DINAMIK  
MODEL RANTAI MAKANAN LIMA UNSUR  
EKOSISTEM LAUT**

oleh  
**MUHAMMAD RIF'AN HIDAYATULLOH**  
**0910940062-94**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 23 Agustus 2013  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

**Pembimbing**

**Dr. Wuryansari Muharini K., M.Si.**  
**NIP. 196607281993032001**

Mengetahui,  
**Ketua Jurusan Matematika**  
**Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf A., M.Sc.**  
**NIP. 196709071992031001**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Muhammad Rif'an Hidayatulloh  
NIM : 0910940062  
Jurusan : Matematika  
Penulis skripsi berjudul : Analisis Dinamik Model Rantai Makanan Lima Unsur Ekosistem Laut

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi ini adalah hasil pemikiran saya, bukan hasil plagiat dari tulisan orang lain. Rujukan-rujukan yang tercantum pada daftar pustaka hanya digunakan sebagai acuan atau referensi.
2. Apabila suatu saat nanti diketahui bahwa isi skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang, 23 Agustus 2013  
yang menyatakan,

Muhammad Rif'an Hidayatulloh  
NIM 0910940062

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# ANALISIS DINAMIK MODEL RANTAI MAKANAN LIMA UNSUR EKOSISTEM LAUT

## ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas model rantai makanan suatu ekosistem mikrobiologi di lautan, di mana terjadi proses makan-memakan antara spesies-spesies di dalamnya. Terdapat empat laju pertumbuhan populasi yang dikaji, yakni populasi bakteri, fitoplankton, zooplankton, dan protozoa, serta dipandang pula perubahan kepadatan unsur nutrisi. Kondisi tersebut menghasilkan suatu sistem persamaan diferensial lima dimensi. Untuk memudahkan analisis, dilakukan penskalaan terhadap model awal. Selanjutnya ditentukan titik kesetimbangan, syarat eksistensi titik kesetimbangan, dan kestabilan lokal titik kesetimbangan. Diperoleh delapan titik kesetimbangan, dua di antaranya memerlukan syarat eksistensi. Di antara delapan titik kesetimbangan tersebut, lima titik kesetimbangan stabil dengan syarat tertentu. Pada bagian akhir dilakukan simulasi numerik untuk mengilustrasikan dan menguji hasil analisis yang telah diperoleh.

**Kata kunci** : *rantai makanan ekosistem laut, titik kesetimbangan, kestabilan lokal, simulasi numerik.*



UNIVERSITAS BRAWIJAYA





# DYNAMICAL ANALYSIS OF FIVE DIMENSIONAL FOOD CHAIN MODEL IN OCEAN

## ABSTRACT

*This final project discuss a food chain model on a microbiology ecosystem in ocean, where predation process occur. Four population growth rates are discussed, namely bacteria, fitoplankton, zooplankton, and protozoa. The growths of nutrient density is also considered. These growths are governed by a five dimensional dynamical system. For sake of simplicity, the model is scalled. Dynamical behavior, such as existence condition for each equilibrium point, and thus local stabilities, are addressed. There are eight equilibrium points, where two of them exist maker certain conditions. Among the eight equilibriums, some equilibrium points are stable if the Ruth-Hurwitz criteria are satisfied. Finally, numerical simulation are carried out to ilustrate analytical findings.*

**Key Word** : *food chain model, equilibrium points, local stabilities, numerical solution.*

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul analisis dinamik model rantai makanan lima unsur ekosistem laut dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada

1. Dr. Wuryansari Muharini K., M.Si. selaku dosen pembimbing, atas segala bimbingan, motivasi, bantuan, serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini,
2. Dra. Trisilowati, M.Sc, dan Dr. Ratno Bagus E.W., M.Si. selaku dosen penguji, atas segala kritik dan saran yang telah diberikan untuk perbaikan skripsi ini,
3. Keluarga terutama kedua orang tua penulis yang selalu memberikan do'a, motivasi dan semangat agar segera menyelesaikan skripsi ini pada saat lapang maupun sempit,
4. Dr. Abdul Rouf A., MSc. selaku Ketua Jurusan Matematika, Dr. Sobri Abusini, MT. selaku Ketua Program Studi Matematika, dan Dr. Agus Suryanto, MSc selaku dosen Pembimbing Akademik,
5. seluruh dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya,
6. teman-teman matematika B 2009, atas semangat dan bantuan yang telah diberikan serta kebersamaannya selama ini,
7. semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT memberikan anugerah dan barokah-Nya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Sebagai manusia yang memiliki keterbatasan dan tidak luput dari kesalahan, penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun. Kritik dan saran dapat dikirim melalui email ke alamat [muhammad.rifan091@gmail.com](mailto:muhammad.rifan091@gmail.com).

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak,  
serta menjadi sumber inspirasi untuk penulisan skripsi selanjutnya.

Malang, 23 Agustus 2013

Penulis



## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	v
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	ix
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xvii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xix
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xxi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Persamaan Diferensial .....	3
2.2 Model Predator-Prey Dua Spesies .....	4
2.3 Fungsi Respon .....	5
2.4 Sistem Dinamik .....	7
2.5 Sistem Otonomus .....	7
2.6 Sistem Otonomus Linear .....	8
2.7 Sistem Otonomus Nonlinear .....	9
2.8 Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz .....	11
2.9 Model Interaksi Plankton .....	12
<b>BAB III PEMBAHASAN</b>	
3.1 Formulasi Model .....	17
3.2 Titik Keseimbangan Sistem .....	19
3.3 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan .....	23
3.3.1 Titik keseimbangan $E_1 (0,0,0,0, n_0)$ .....	23
3.3.2 Titik keseimbangan $E_2 (\gamma, 0,0, \beta n_0, n_0)$ .....	23
3.3.3 Titik keseimbangan $E_3 (0, \frac{\delta}{\alpha}, \frac{n_0}{\alpha}, 0, n_0)$ .....	24

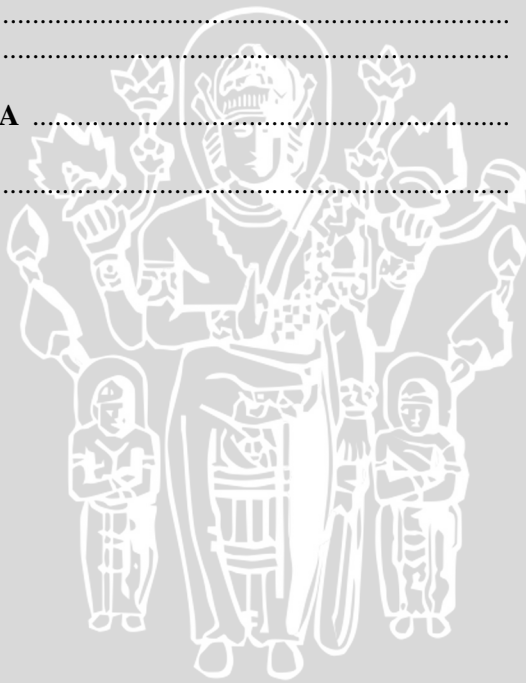
3.3.4 Titik kesetimbangan $E_4 \left( \gamma, \frac{\delta}{\alpha}, \frac{n_0 - \eta\gamma}{\alpha}, \beta n_0 + \frac{\eta\delta}{\alpha}, n_0 \right)$	24
3.3.5 Titik kesetimbangan $E_5 (b_0, 0, 0, 0)$	25
3.3.6 Titik kesetimbangan $E_6 (0, f_0, 0, 0)$	26
3.3.7 Titik kesetimbangan $E_7 (\gamma, f_0, 0, \beta\eta\gamma + \eta f_0, \eta\gamma)$	26
3.3.8 Titik kesetimbangan $E_8 \left( \gamma, \frac{p_0}{\eta} - \beta\gamma, 0, p_0, \eta\gamma \right)$	27
3.4 Simulasi Numerik dan Kajian Perilaku Solusi	28
3.4.1 Simulasi I	31
3.4.2 Simulasi II	33
3.4.3 Simulasi III	37

**BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN**

4.1 Kesimpulan	51
4.2 Saran	51

**DAFTAR PUSTAKA** ..... 53

**LAMPIRAN** ..... 55





## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Grafik fungsi respon Holling tipe I .....	6
Gambar 2.2 Grafik fungsi respon Holling tipe II .....	6
Gambar 2.3 Grafik fungsi respon Holling tipe III.....	7
Gambar 2.4 Interaksi antar plankton .....	12
Gambar 3.1 Potret fase model Simulasi I untuk koordinat $b, f$ .....	31
Gambar 3.2 Potret fase model Simulasi I untuk koordinat $z, p$ .....	32
Gambar 3.3 Grafik solusi simulasi I untuk titik kesetimbangan $E_4$ .....	33
Gambar 3.4 Grafik solusi simulasi II untuk titik kesetimbangan $E_2$ .....	34
Gambar 3.5 Grafik solusi simulasi II untuk titik kesetimbangan $E_4$ .....	35
Gambar 3.6 Grafik solusi simulasi II untuk titik kesetimbangan $E_5$ .....	35
Gambar 3.7 Grafik solusi simulasi II untuk titik kesetimbangan $E_7$ .....	36
Gambar 3.8 Grafik solusi simulasi II untuk titik kesetimbangan $E_8$ .....	37
Gambar 3.9 Potret fase model kemungkinan ke-1 .....	38
Gambar 3.10 Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-1 .....	39
Gambar 3.11 Potret fase model kemungkinan ke-2 .....	40
Gambar 3.12 Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-2 .....	40
Gambar 3.13 Potret fase model kemungkinan ke-3 .....	41
Gambar 3.14 Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-3 .....	42
Gambar 3.15 Potret fase model kemungkinan ke-4 .....	43
Gambar 3.16 Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-4 .....	43
Gambar 3.17 Potret fase model kemungkinan ke-5 .....	44
Gambar 3.18 Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-5 .....	45



Gambar 3.19	Potret fase model kemungkinan ke-6 .....	46
Gambar 3.20	Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-6 .....	46
Gambar 3.21	Potret fase model kemungkinan ke-7 .....	47
Gambar 3.22	Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-7 .....	48
Gambar 3.23	Potret fase model kemungkinan ke-8 .....	49
Gambar 3.24	Grafik solusi $f(t)$ , $p(t)$ , dan $n(t)$ kemungkinan ke-8 .....	49



## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Titik kesetimbangan dan eksistensi .....	22
Tabel 3.2 Syarat eksistensi dan kestabilan titik kesetimbangan .....	29
Tabel 3.3 Kemungkinan kestabilan titik kesetimbangan .....	37
Tabel 3.4 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan pertama .....	38
Tabel 3.5 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke dua .....	39
Tabel 3.6 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke tiga .....	41
Tabel 3.7 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke empat .....	42
Tabel 3.8 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke lima .....	44
Tabel 3.9 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke enam .....	45
Tabel 3.10 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke tujuh .....	47
Tabel 3.11 Syarat eksistensi dan kestabilan untuk kemungkinan ke delapan .....	48

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Perhitungan kestabilan titik kesetimbangan $E_4$ .....	55
Lampiran 2 Perhitungan kestabilan titik kesetimbangan $E_7$ .....	57
Lampiran 3 Perhitungan kestabilan titik kesetimbangan $E_8$ .....	59

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR SIMBOL

$\in$	: Elemen dari
$\vee$	: Atau
$\wedge$	: Dan
$<$	: Kurang dari
$>$	: Lebih dari
$=$	: Sama dengan
$\forall$	: Semua
$\exists$	: Ada/terdapat
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat
$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$r_{b_0}$	: Laju mula-mula pertumbuhan bakteri
$r_{f_0}$	: Laju mula-mula pertumbuhan fitoplankton
$e_z$	: koefisien pemangsaan zooplankton terhadap fitoplankton
$e_p$	: koefisien pemangsaan protozoa terhadap fitoplankton
$e_i$	: koefisien pemangsaan bakteri terhadap fitoplankton
$d_z$	: laju kematian zooplankton
$d_p$	: laju kematian protozoa
$m$	: Massa nutrisi
$N_0$	: Konsentrasi awal nutrisi

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

