### LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

### REGULERITAS PADA MATRIKS ATAS SEMIRING

oleh: Ariya Wendy Pradana 0810940028-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 1 Agustus 2013 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Matematika

**Pembimbing** 

<u>Dra. Ari Andari, M.S</u> NIP. 196105161987012001

Mengetahui, Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc NIP. 196709071992031001

# ERSITAS BRAWNURLA iv

### LEMBAR PERNYATAAN

## Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ariya Wendy P. NIM : 0810940028-94

Jurusan : Matematika

Penulis Skripsi berjudul: Reguleritas Pada Matriks Atas

Semiring

### Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.

2. Apabila dikemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 1 Agustus 2013 Yang menyatakan,

(Ariya Wendy Pradana) NIM. 0810940028-94

# ERSITAS BRAWNURLA vi

### REGULERITAS PADA MATRIKS ATAS SEMIRING

### **ABSTRAK**

Suatu ring R disebut ring (von Neumann) reguler jika untuk setiap  $x \in R$ , x = xyx untuk suatu  $y \in R$ . untuk setiap ring R dan setiap n bilangan bulat positif, matriks atas ring  $M_n$  (R) regular jika dan hanya jika R adalah ring reguler. Pada skripsi ini dibahas sifat tersebut pada setiap S semiring komutatif dengan elemen identitas. Ditunjukkan bahwa untuk suatu bilangan bulat positif n, jika  $M_n(S)$  adalah semiring reguler , maka S adalah semiring reguler namun sebaliknya tidak berlaku untuk n = 2. Dan untuk  $n \ge 3$ ,  $M_n(S)$  adalah semiring regular jika dan hanya jika S adalah suatu ring reguler.

Kata kunci: Matriks atas ring; Matriks atas semiring; Ring reguler; Semiring reguler.

# ERSITAS BRAWING viii

### REGULARITY OF MATRIX SEMIRING

### **ABSTRACT**

A ring R is called a (von Neumann) regular ring if for every  $x \in R$ , x = xyx for some  $y \in R$ . It is well-known that for any ring R and any positive integer n, the full matrix ring  $M_n(R)$  is regular if and only if R is a regular ring. This paper examines this property on any additively commutative semiring S with identity elemen. The regularity of S is defined analogously. We show that for a positive integer n, if  $M_n(S)$  is a regular semiring, then S is a regular semiring but the converse need not be true for n = 2. And for  $n \ge 3$ ,  $M_n(S)$  is a regular semiring if and only if S is a regular ring.

**Keywords: Matrix ring; Matrix semiring; Regular ring; Regular semiring.** 

# LERSITAS BRAWIUPLE

### KATA PENGANTAR

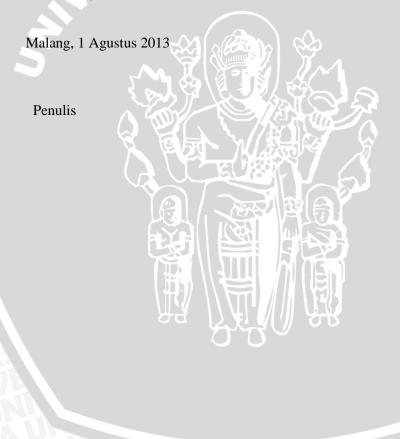
Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Reguleritas pada Matriks atas Semiring" ini sesuai dengan waktu yang telah direncanakan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada teladan kita Rasulullah Muhammad SAW, seluruh keluarga, para sahabat dan pengikutnya yang setia sampai hari kiamat.

Skripsi ini disusun dan diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya. Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik atas dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan rasa hormat dan ungkapan terima kasih yang tulus kepada:

- 1. Dra. Ari Andari, M.S., selaku dosen pembimbing atas kesabaran, bimbingan, nasihat, dan arahan yang telah diberikan kepada penulis selama penyusunan Skripsi ini.
- 2. Saadatul Fitri, M.Sc., selaku dosen penasihat akademik yang sudah memberikan banyak nasihat, dukungan, dan saran selama penulis menempuh studi dan proses penulisan Skripsi ini.
- 3. Drs. Bambang Sugandi, M.Si., selaku Koordinator Bidang Ilmu Aljabar sekaligus dosen penguji yang telah memberi semangat dan dukungan kepada penulis.
- 4. Drs. Marsudi, MS selaku dosen penguji yang telah banyak memberi masukan, saran dan kritik untuk Skripsi ini.
- 5. Segenap dosen Jurusan Matematika FMIPA UB atas transfer ilmu yang diberikan dan staf Tata Usaha Jurusan Matematika atas segala bantuannya selama penulis menempuh studi.
- 6. Ayahanda yang penulis banggakan dan Ibundaku tercinta serta adik-adikku yang telah banyak memberikan dukungan, do'a dan pengorbanan baik secara moril maupun materil sehingga penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik.
- 7. Sahabat-sahabat penulis yang selalu menghibur, memotivasi dan memberikan dukungan serta do'a kepada penulis, semua

- teman-teman kos, teman-teman di LOF Sobat Mipa dan semua teman-teman di jurusan Matematika, khususnya angkatan 2008.
- 8. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan Skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Skripsi ini masih terdapat kekurangan, mengingat keterbatasan kemampuan dari penulis. Untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari semua pihak guna penyempurnaan selanjutnya. Akhirnya penulis berharap semoga Skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca umumnya.



## **DAFTAR ISI**

Hala	man
HALAMAN JUDULHALAMAN PENGESAHAN	i
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
$\mathcal{M}(\mathcal{A}_{\mathcal{A}})$	
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
	_
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1 Aritmatika matrik	3
Aritmatika matrik Operasi Biner	4
2.3 Grup	6
2.4 Semigrup.	7
2.5 Ring	9
2.6 Matriks atas Ring dan Ring Reguler	12
2.7 Semiring	13
BAB III PEMBAHASAN	15
3.1 Reguleritas Pada Matriks atas Ring	15
3.2 Semiring Reguler	18
3.3 Matriks atas Semiring	
3.4 reguleritas pada Matriks atas Semiring	
2 2-8	• /
BAB IV KESIMPULAN	27
DAFTAR PUSTAKA	29

## ERSITAS BRAWNURLE xiv