

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gambaran Umum AHP

2.1.1 Definisi AHP

Analytic Hierarchy Process atau AHP merupakan suatu model pendukung keputusan yang dikembangkan oleh Thomas L. Saaty pada tahun 1971. AHP digunakan untuk pengefektifan dalam pengambilan keputusan masalah yang kompleks atau ketidakpastian dengan memiliki banyak kriteria penilaian. Metode ini dimaksudkan untuk mencari konsistensi saat menentukan perbedaan. Secara khusus AHP sesuai digunakan dalam pengambilan keputusan yang melibatkan perbandingan elemen keputusan yang sulit untuk dinilai secara kuantitatif. Hal ini berdasarkan asumsi bahwa reaksi natural manusia ketika menghadapi pengambilan keputusan yang kompleks dalam mengelompokkan elemen-elemen keputusan tersebut menurut karakteristiknya secara umum.

Model pendukung keputusan ini akan menguraikan masalah multi faktor atau multi kriteria yang kompleks menjadi suatu hierarki. Dengan hierarki, suatu masalah yang kompleks dapat diuraikan ke dalam kelompok-kelompoknya yang kemudian diatur menjadi suatu bentuk hierarki sehingga permasalahan akan tampak lebih terstruktur dan sistematis.

AHP sering digunakan sebagai metode pemecahan masalah dibanding dengan metode yang lain karena alasan-alasan sebagai berikut.

1. Struktur yang berhierarki, sebagai konsekuensi dari kriteria yang dipilih, sampai pada subkriteria yang paling dalam.
2. Memperhitungkan validitas sampai dengan batas toleransi inkonsistensi berbagai kriteria dan alternatif yang dipilih oleh pengambil keputusan.

2.1.2 Prinsip-prinsip Dasar AHP

Secara detail, terdapat empat prinsip dasar AHP sebagai berikut.

1. *Decomposition*

Setelah persoalan didefinisikan, maka perlu dilakukan *decomposition*, yaitu memecah persoalan yang utuh menjadi unsur-unsurnya. Jika ingin mendapatkan hasil yang akurat, maka pemecahan terhadap unsur-unsurnya dilakukan hingga tidak memungkinkan dilakukan pemecahan lebih lanjut. Pemecahan tersebut akan menghasilkan beberapa tingkatan dari suatu persoalan. Oleh karena itu, proses analisis ini dinamakan hierarki.

2. *Comparative judgment*

Prinsip ini membuat penilaian tentang kepentingan relatif dua elemen pada suatu tingkat tertentu yang berkaitan dengan tingkat di atasnya. Penilaian ini merupakan inti dari AHP karena berpengaruh terhadap prioritas elemen-elemen. Hasil penilaian ini tampak lebih baik bila disajikan dalam bentuk matriks perbandingan berpasangan.

3. *Synthesis of priority*

Dari setiap matriks perbandingan berpasangan dapat ditentukan nilai vektor prioritas untuk mendapatkan prioritas lokal. Karena matriks perbandingan berpasangan terdapat pada setiap tingkat, maka prioritas global dapat diperoleh dengan melakukan sintesis di antara prioritas daerah. Prosedur melakukan sintesis berbeda menurut hierarki.

4. *Logical consistency*

Logical consistency merupakan karakteristik penting AHP. Hal ini dicapai dengan mengagregasikan seluruh vektor prioritas yang diperoleh dari berbagai tingkatan hierarki dan selanjutnya diperoleh suatu urutan pengambilan keputusan.

2.2 Hierarki

2.2.1 Definisi Hierarki

Menurut Saaty dan Forman (1993), hierarki melibatkan pengidentifikasian elemen-elemen suatu persoalan dalam mengelompokkan elemen-elemen ke dalam beberapa kumpulan yang homogen, dan menata kumpulan-kumpulan itu pada tingkat-tingkat yang berbeda. Hierarki yang sederhana berbentuk linier, yang naik atau turun dari tingkat yang satu ke tingkat yang lain.

Definisi hierarki menurut Saaty (1994) adalah gambaran dari permasalahan yang kompleks dalam struktur banyak tingkat dimana tingkat paling atas adalah tujuan dan diikuti tingkat kriteria, sub kriteria dan seterusnya ke bawah sampai tingkat paling bawah adalah tingkat alternatif.

2.2.2 Penggolongan Hierarki

Hierarki digolongkan menjadi dua yaitu hierarki struktural dan hierarki fungsional. Pada hierarki struktural sistem yang kompleks disusun ke dalam komponen-komponen pokoknya dalam urutan menurun menurut sifat strukturalnya seperti galaxy, planet, dan molekul-molekulnya. Sedangkan hierarki fungsional menguraikan sistem yang kompleks menjadi elemen-elemen pokok menurut hubungan esensialnya. Penguraian elemen-elemen pokok dalam hierarki fungsional seperti halnya pihak yang berkepentingan dan sasaran pihak yang berkepentingan. Hierarki fungsional sangat membantu untuk membawa sistem ke tujuan yang diinginkan.

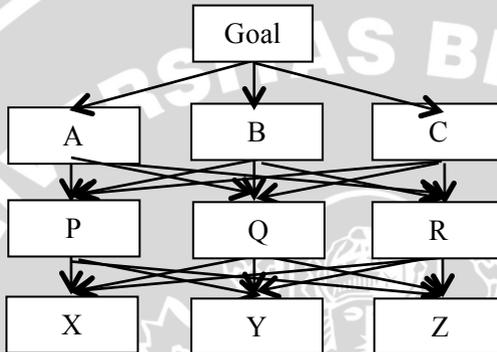
2.3 Langkah-langkah Metode AHP

2.3.1 Penyusunan Struktur Hierarki

Permasalahan yang multi faktor akan diuraikan menjadi suatu hierarki. Penyusunan hierarki atau struktur keputusan dilakukan untuk menggambarkan elemen sistem atau alternatif keputusan yang teridentifikasi. Selain itu, hierarki masalah disusun untuk membantu proses pengambilan keputusan dengan memperhatikan seluruh kriteria keputusan yang terlibat dalam sistem. Proses penyusunan elemen-elemen secara hierarkis meliputi pengelompokan elemen-elemen dalam komponen yang sifatnya homogen dan penyusunan komponen-komponen tersebut dalam level hierarki yang tepat.

Menurut Saaty (1994), tidak ada aturan yang pantang dilanggar untuk menyusun hierarki. Rancangan dalam menyusun hierarki bergantung pada jenis keputusan yang perlu diambil. Jika persoalannya adalah memilih alternatif, maka dapat dimulai dari tingkat dasar dengan mendapatkan semua alternatif itu. Tingkat berikutnya harus terdiri dari kriteria untuk mempertimbangkan berbagai alternatif sebelumnya, dan tingkat puncak haruslah satu elemen saja, yaitu fokus atau tujuan menyeluruh. Dalam menyusun

hierarki tidak ada aturan untuk jumlah tingkat. Bila elemen-elemen suatu tingkat sulit dibandingkan, suatu tingkat baru dengan perbedaan yang lebih halus harus diciptakan. Hierarki harus bersifat fleksibel, selalu dapat diubah guna menampung adanya kriteria baru yang muncul. Contoh struktur hierarki dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Contoh struktur hierarki

A,B,C = Faktor
P,Q,R = Aktor
X,Y,Z = Alternatif

2.3.2 Penyusunan Prioritas

Setiap kriteria yang terdapat dalam hierarki harus diketahui bobot relatifnya satu sama lain. Tujuannya adalah untuk mengetahui tingkat kepentingan pihak-pihak yang berkepentingan dalam permasalahan terhadap kriteria dan struktur hierarki atau sistem secara keseluruhan.

2.3.3 Penyusunan Matriks Perbandingan Berpasangan

Hal pertama yang dilakukan dalam menentukan prioritas kriteria adalah menyusun matriks perbandingan berpasangan, yaitu membandingkan dalam bentuk berpasangan seluruh kriteria untuk setiap subsistem hierarki. Perbandingan tersebut kemudian ditransformasikan dalam bentuk matriks perbandingan berpasangan untuk analisis numerik. Menurut Anton dan Rorres (2004), sebuah

matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan ini disebut sebagai entri dalam matriks. Sementara itu Saaty(1994) mengatakan matriks merupakan alat sederhana yang biasa digunakan dan memberi kerangka untuk menguji konsistensi. Selain itu juga dapat diperoleh informasi tambahan dengan jalan membuat segala perbandingan yang mungkin dan menganalisis kepekaan prioritas menyeluruh terhadap perubahan dalam pertimbangan.

Misalkan terdapat suatu subsistem hierarki dengan kriteria C dan sejumlah n kriteria di bawahnya yaitu A_1 sampai A_n . Perbandingan antar kriteria untuk subsistem hierarki itu dapat dibuat dalam bentuk matriks $n \times n$, seperti pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Matriks perbandingan berpasangan berdasarkan kriteria C

C	A_1	A_2	A_3	...	A_n
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}
A_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	...	a_{nn}

Nilai a_{11} adalah nilai perbandingan dari elemen A_1 (baris) terhadap A_1 (kolom) yang menyatakan hubungan:

- seberapa jauh tingkat kepentingan A_1 terhadap kriteria C dibandingkan dengan A_1 (kolom) atau
- seberapa jauh dominasi A_1 (baris) terhadap A_1 (kolom) atau
- seberapa banyak sifat kriteria C terdapat pada A_1 (baris) dibandingkan dengan A_1 (kolom).

Bentuk matriks ini adalah simetri atau persegi, di mana diagonal utama dari matriks tersebut adalah satu karena yang diperbandingkan adalah dua elemen yang sama. Sedangkan elemen yang diluar diagonal utama merupakan matriks kebalikan (*reciprocal*). Nilai numerik yang dikenakan untuk seluruh perbandingan diperoleh dari skala 1 sampai 9. Setiap nilai yang diberikan pada matriks perbandingan berpasangan memiliki definisi yang telah ditetapkan oleh Saaty (1994) seperti pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2 Skala nilai perbandingan

Tingkat Kepentingan	Definisi	Penjelasan
1	Sama pentingnya	Kedua elemen mempunyai pengaruh yang sama
3	Sedikit lebih penting	Pengalaman dan penilaian sedikit memihak salah satu elemen dibandingkan pasangannya
5	Lebih penting	Pengalaman dan penilaian sangat memihak salah satu elemen dibandingkan pasangannya
7	Sangat penting	Satu elemen sangat disukai dan secara praktis dominasinya sangat nyata dibandingkan elemen pasangannya
9	Mutlak lebih penting	Satu elemen terbukti mutlak lebih disukai dibandingkan dengan pasangannya, pada tingkat keyakinan tertinggi
2, 4, 6, 8	Nilai diantara dua penilaian yang berdekatan	Diberikan bila terdapat keraguan penilaian antara dua penilaian yang berdekatan
<i>Resiprocal</i> (kebalikan)	$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$	Jika elemen i memiliki salah satu angka di atas ketika dibandingkan dengan elemen j , maka j memiliki nilai kebalikannya ketika dibandingkan dengan elemen i .

2.3.4 Nilai Eigen dan Vektor Prioritas

Definisi 2.1: Jika A adalah matriks $n \times n$ maka vektor tak nol x di dalam R^n dinamakan vektor eigen dari A jika Ax kelipatan skalar x , yakni

$$\left. \begin{aligned} Ax &= \lambda x \\ Ax &= \lambda Ix \\ (A - \lambda I)x &= 0 \end{aligned} \right\} x \neq 0 \quad (2.1)$$

persamaan (2.1) mempunyai suatu penyelesaian jika dan hanya jika:

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dinamakan persamaan karakteristik untuk A dan memiliki n akar. Akar-akar persamaan karakteristik yang dinyatakan dengan λ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$, inilah yang disebut nilai eigen dari A . Sedangkan nilai dari $x \neq 0$ yang memenuhi persamaan (2.1) disebut vektor eigen dari A .

Tabel 2.3 Matriks perbandingan berpasangan dan jumlah nilai tiap kolom

C	A_1	A_2	A_3	\dots	A_n
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	\dots	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	\dots	a_{2n}
A_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	\dots	a_{3n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	\dots	a_{nn}
Σ	w_1	w_2	w_3	\dots	w_n

Dengan unsur-unsur pada tiap kolom dibagi dengan jumlah kolom yang bersangkutan, maka diperoleh bobot relatif yang dinormalkan. Nilai vektor prioritas dihasilkan dari rata-rata bobot relatif untuk setiap baris.

Tabel 2.4 Matriks faktor pembobotan dan vektor prioritas

C	A_1	A_2	A_3	\dots	A_n	Vektor Prioritas
A_1	$\frac{a_{11}}{w_1}$	$\frac{a_{12}}{w_2}$	$\frac{a_{13}}{w_3}$	\dots	$\frac{a_{1n}}{w_n}$	$v_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{a_{1i}}{w_i}$
A_2	$\frac{a_{21}}{w_1}$	$\frac{a_{22}}{w_2}$	$\frac{a_{23}}{w_3}$	\dots	$\frac{a_{2n}}{w_n}$	$v_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{a_{2i}}{w_i}$
A_3	$\frac{a_{31}}{w_1}$	$\frac{a_{32}}{w_2}$	$\frac{a_{33}}{w_3}$	\dots	$\frac{a_{3n}}{w_n}$	$v_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{a_{3i}}{w_i}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_n	$\frac{a_{n1}}{w_1}$	$\frac{a_{n2}}{w_2}$	$\frac{a_{n3}}{w_3}$	\dots	$\frac{a_{nn}}{w_n}$	$v_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{a_{mi}}{w_i}$

Nilai eigen maksimum (t) didapat dengan menjumlahkan hasil perkalian jumlah kolom dengan vektor prioritas yang bersesuaian.

$$t = (w_1 \times v_1) + (w_2 \times v_2) + \dots + (w_n \times v_m) \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) merupakan nilai eigen maksimum yang digunakan dalam uji konsistensi matriks tersebut dan didapatkan rasio konsistensi yang menyatakan kekonsistenan matriks tersebut.

2.3.5 Uji Konsistensi dan Indeks Rasio

Metode AHP memakai persepsi dari pembuat keputusan sebagai *input* utamanya. Oleh karena itu, ketidakkonsistenan mungkin terjadi karena manusia memiliki keterbatasan dalam menyatakan persepsinya secara konsisten terutama kalau harus membandingkan banyak kriteria. Berdasarkan kondisi ini maka pembuat keputusan dapat menyatakan persepsinya tersebut akan konsisten atau tidak.

Saaty (1980) telah membuktikan bahwa indeks konsistensi dari matriks berordo n dapat diperoleh dengan persamaan (2.4) berikut :

$$CI = \frac{(t - n)}{(n - 1)} \quad (2.4)$$

- CI = Consistency Index
- t = Nilai eigen maksimum
- n = Ordo matriks

Apabila CI bernilai nol, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut konsisten. Batas ketidakkonsistenan (*inconsistency*) yang telah ditetapkan oleh Saaty ditentukan dengan menggunakan persamaan Rasio Konsistensi (*Consistency Ratio* = CR), yaitu perbandingan indeks konsistensi dengan nilai *Random Index* (RI) yang didapatkan dari suatu eksperimen oleh Oak Ridge National Laboratory kemudian dikembangkan oleh Wharton School dan diperlihatkan seperti pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5 Nilai indeks random

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

dengan persamaan Rasio Konsistensi adalah sebagai berikut :

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (2.5)$$

CR = Rasio Konsistensi (*Consistency Ratio*)

RI = Indeks Random (*Random Index*)

Bila matriks perbandingan berpasangan dengan nilai $CR \leq 0,1$ maka ketidakkonsistenan dari pengambil keputusan masih dapat diterima dan jika tidak maka penilaian perlu diulang.

2.3.6 Pengambilan Keputusan

Pengambilan keputusan dilakukan dengan cara menggabungkan prioritas lokal yang berupa vektor bobot berdasarkan masing-masing kriteria maupun subkriteria menjadi prioritas global. Penggabungan prioritas lokal dilakukan dengan perkalian prioritas lokal elemen alternatif dengan prioritas lokal satu tingkat di atasnya sesuai pada struktur hierarki yang digunakan hingga mencapai *goal*. Alternatif yang memiliki nilai tertinggi merupakan prioritas alternatif yang didapat dari perhitungan AHP.

2.4 Metode *Cut Off Point*

Kriteria yang didapatkan dalam penyelesaian suatu masalah tidak selalu terbatas atau berjumlah sedikit. Untuk memilih kriteria-kriteria yang layak digunakan dalam pemilihan alternatif digunakan metode *Cut Off Point*. Metode *Cut Off Point* merupakan sebuah metode untuk memastikan derajat kebutuhan kriteria. Penilaian kuesioner kepentingan kriteria dibagi menjadi tiga, jika suatu elemen dinilai sangat penting (*very important*) maka diberi nilai 3, cukup penting (*somewhat important*) diberi nilai 2, dan tidak penting (*not important*) diberi nilai 1 (Tam dan Tummala, 2001). Seluruh kriteria diurutkan dari nilai tertinggi ke nilai terendah. Kemudian ditentukan nilai *Cut Off* dengan rumus :

$$\text{Natural Cut Off Point} = \frac{(\text{maks}\{\bar{x}_i\} + \text{min}\{\bar{x}_i\})}{2} \quad (2.6)$$

$\text{maks}\{\bar{x}_i\}$ = Nilai rata-rata maksimum

$\text{min}\{\bar{x}_i\}$ = Nilai rata-rata minimum

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

