

**METODE *QUASI-NEWTON* MENGGUNAKAN
FORMULA *POWELL-SYMMETRIC-BROYDEN* (PSB)
DAN *SYMMETRIC-RANK-ONE* (SR 1)**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh:

**WINDA AGUSTIN
0910943067-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN
ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**METODE *QUASI-NEWTON* MENGGUNAKAN
FORMULA *POWELL-SYMMETRIC-BROYDEN* (PSB)
DAN *SYMMETRIC-RANK-ONE* (SR 1)**

oleh:
WINDA AGUSTIN
0910943067-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 29 Juli 2013
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Pembimbing

Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT
NIP. 196203141989031001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf A., M.Sc.
NIP. 196709071992031001

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Winda Agustin
NIM : 0910943067
Jurusan : Matematika
Penulis skripsi berjudul : Metode *Quasi-Newton* Menggunakan
Formula *Powell-Symmetric-Broyden*
(PSB) dan *Symmetric-Rank-One* (SR 1).

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Skripsi ini adalah hasil pemikiran saya, bukan hasil plagiat dari tulisan orang lain. Rujukan-rujukan yang tercantum pada daftar pustaka hanya digunakan sebagai acuan atau referensi.
2. Apabila suatu saat nanti diketahui bahwa isi skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan penuh kesadaran.

Malang,
yang menyatakan,

Winda Agustin
NIM 0910943067

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



METODE *QUASI-NEWTON* MENGGUNAKAN FORMULA *POWELL-SYMMETRIC-BROYDEN* (PSB) DAN *SYMMETRIC-RANK-ONE* (SR 1)

ABSTRAK

Metode *Quasi-Newton* merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan masalah optimasi fungsi nonlinear tanpa kendala. Dalam skripsi ini, metode *Quasi-Newton* yang digunakan adalah formula *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) dan *Symmetric-Rank-One* (SR 1) dengan pendekatan invers matriks *Hessian*. Contoh kasus yang digunakan untuk menentukan nilai minimum fungsi dua variabel tanpa kendala, diaplikasikan pada fungsi unimodal, yaitu pada tes fungsi kuadrat. Berdasarkan tes fungsi kuadrat yang diuji, nilai minimum yang dihasilkan dari formula *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) sebesar 0.809589×10^{-10} , 0.166878×10^{-10} , dan -132.3333333263433000 , serta formula *Symmetric-Rank-One* (SR 1) sebesar 0.809588×10^{-10} , 0.166877×10^{-10} , dan -132.3333333263437000 . Nilai minimum dari kedua formula tersebut telah mendekati nilai yang sebenarnya. Berdasarkan galat mutlak dan galat relatif hampirannya, nilai minimum yang dihasilkan dari formula *Symmetric-Rank-One* (SR 1) lebih mendekati nilai yang sebenarnya daripada nilai minimum yang dihasilkan dari formula *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB). Dengan hasil nilai minimum yang mendekati nilai sebenarnya, jumlah iterasi yang diperlukan dari formula *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) relatif sama dengan formula *Symmetric-Rank-One* (SR 1).

Kata kunci : Fungsi Unimodal, Metode *Quasi-Newton*, *Powell-Symmetric-Broyden*, *Symmetric-Rank-One*.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



QUASI-NEWTON METHOD USING POWELL-SYMMETRIC-BROYDEN AND SYMMETRIC-RANK-ONE FORMULA

ABSTRACT

Quasi-Newton method is one of method to solve the problem of a nonlinear function without constraints. In this thesis, *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) and *Symmetric-Rank-One* (SR 1) formula with inverse *Hessian* matrix approach is used *Quasi-Newton* method. The examples of cases that used to specify the minimum values of two variables functions without the constraints, applied to unimodal function, which is the test of quadratic functions. Based on the test of tested quadratic function, the minimum value that generated by *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) formula is 0.809589×10^{-10} , 0.166878×10^{-10} , and -132.3333333263433000 , and *Symmetric-Rank-One* (SR 1) formula is 0.809588×10^{-10} , 0.166877×10^{-10} , and -132.3333333263437000 . The minimum value from both formulas have approached the actual value. Based on the absolute error and relative error of the approximation, the minimum value is generated by *Symmetric-Rank-One* (SR 1) formula is closer to the actual value than *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) formula with the minimum value that approximates the actual value, number of iterations takes *Powell-Symmetric-Broyden* (PSB) formula is similar with *Symmetric-Rank-One* (SR 1) formula.

Keywords : Unimodal Function, *Quasi-Newton* Method, *Powell-Symmetric-Broyden*, *Symmetric-Rank-One*.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Metode *Quasi-Newton Menggunakan Formula Powell-Symmetric-Broyden (PSB) dan Symmetric-Rank-One (SR1)***” dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tucurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada

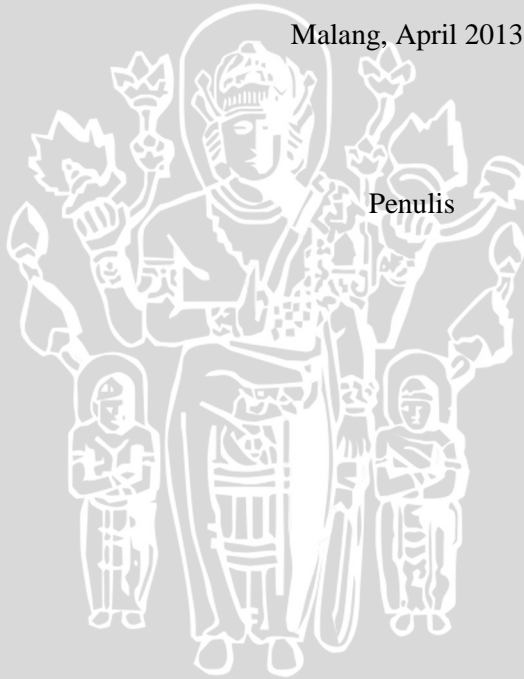
1. Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT. selaku dosen pembimbing, atas segala bimbingan, motivasi, bantuan, serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Drs. Marsudi, MS. dan Kwardiniya A.,SSi.,MS. selaku dosen penguji, atas segala kritik dan saran yang telah diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
3. Dr. Abdul Rouf A., MSc. selaku Ketua Jurusan Matematika, Dr. Sobri Abusini, MT. selaku Ketua Program Studi Matematika, dan Dr. Dra. Wuryansari Muharini K.,M.Si selaku dosen Penasihat Akademik.
4. Seluruh dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Bambang Ekawartono, SP. (Bapak), Suji’ah (Ibu), Ika Oriseptiva, Amd.Kep., Febri Laksono, SS., Apriya Ika, A.Ma.pd.sd., Syerly Syafitri, SS. (Kakak-kakak), dan seluruh keluarga besar atas segala doa, bantuan, dan motivasi yang tak pernah habis diberikan.
6. Indri, Ayu, Sisca dan teman-teman Matematika angkatan 2009 atas semua motivasi dan kesediaan bantuannya kapan pun penulis perlukan.
7. Semua keluarga Sumber Sari Gg 4 F No.260 D, atas semangat dan bantuan yang telah diberikan serta kebersamaannya selama ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT memberikan anugerah dan barokah-Nya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Sebagai manusia yang memiliki keterbatasan dan tidak luput dari kesalahan, penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun, melalui email ke alamat w13_nd45@yahoo.com.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi berbagai pihak, serta menjadi sumber inspirasi untuk penulisan skripsi selanjutnya.

Malang, April 2013

Penulis



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	3
BAB II DASAR TEORI	
2.1 Konsep Dasar Optimasi	5
2.2 Fungsi Kontinu	5
2.3 Kekonvergenan Fungsi	6
2.4 Fungsi Unimodal dan Fungsi Polinomial dalam Dua Variabel Bebas	6
2.5 Turunan Parsial dan Gradien	7
2.6 Nilai Minimum	9
2.6.1 Syarat Perlu dan Syarat Cukup	9
2.6.2 Nilai Minimum Minimum Lokal dan Global	10
2.7 Fungsi Konveks	11
2.8 Deret <i>Taylor</i>	11
2.9 Metode <i>Quasi-Newton</i>	12
2.10 Modifikasi Metode Regula Falsi	16
2.11 Analisis Galat dan Kesalahan	18
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Rancangan Penelitian	19
3.2 Langkah-Langkah Metode <i>Quasi-Newton</i>	22

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Metode *Quasi-Newton* 25

4.2 Pendekatan Invers Matriks *Hessian* 27

 4.2.1 Pendekatan Invers Matriks *Hessian* dengan
 Formula PSB 28

 4.2.2 Pendekatan Invers Matriks *Hessian* dengan
 Formula SR 1 32

4.3 Contoh Perhitungan Dalam Mencari Nilai Minimum..... 35

4.4 Contoh Kasus Fungsi yang Diuji 44

 4.4.1 Contoh Kasus Pertama 45

 4.4.1 Contoh Kasus Kedua 49

 4.4.1 Contoh Kasus Ketiga 52

4.5 Nilai Minimum dari Metode *Quasi-Newton* Menggunakan
 Formula PSB dan SR 1 56

4.6 Perbandingan Galat Mutlak, Galat Relatif Hampiran
 serta Jumlah Iterasi dari Metode *Quasi-Newton*
 Menggunakan Formula PSB dan SR 1 56

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan 59

5.2 Saran 59

DAFTAR PUSTAKA 61

LAMPIRAN 63

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 (a) dan (b) Fungsi Unimodal Pada I (c) Fungsi yang Bukan Unimodal Pada I	7
Gambar 2.2 Minimum Lokal dan Global	11
Gambar 2.3 Metode Regula Falsi	16
Gambar 2.4 Modifikasi Metode Regula Falsi	17
Gambar 3.1 Diagram Alir Rancangan Penelitian	21
Gambar 3.2 Diagram Alir Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB	23
Gambar 3.3 Diagram Alir Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1	24
Gambar 1 Fungsi Rotated Hyper-Ellipsoid dengan $n=2$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 + (x_1^2 + x_2^2)$	63
Gambar 2 $f(x_1, x_2) = 106x_1^2 + 64x_2^2 - 80x_1x_2 - 36x_1 + 4$	63
Gambar 3 $f(x_1, x_2) = 64x_1^2 + 4x_2^2 - 32x_1 + 24x_2 + 40$	64
Gambar 4 $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 38x_2^2 - 59x_1x_2 + 6x_1 - 19x_2 + 64$	64



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB Pada Tes Fungsi Rotated Hyper-Ellipsoid	43
Tabel 4.2 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Pada Tes Fungsi Rotated Hyper-Ellipsoid	43
Tabel 4.3 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB Pada $f(x_1, x_2) = 106x_1^2 + 64x_2^2 - 80x_1x_2 - 36x_1 + 4$	48
Tabel 4.4 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Pada $f(x_1, x_2) = 106x_1^2 + 64x_2^2 - 80x_1x_2 - 36x_1 + 4$	48
Tabel 4.5 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB Pada $f(x_1, x_2) = 64x_1^2 + 4x_2^2 - 32x_1 + 24x_2 + 40$	51
Tabel 4.6 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Pada $f(x_1, x_2) = 64x_1^2 + 4x_2^2 - 32x_1 + 24x_2 + 40$	51
Tabel 4.7 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB Pada $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 38x_2^2 - 59x_1x_2 + 6x_1 - 19x_2 + 64$	55
Tabel 4.8 Penyelesaian Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Pada $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 38x_2^2 - 59x_1x_2 + 6x_1 - 19x_2 + 64$	55
Tabel 4.9 Hasil Penyelesaian Analitik dan Numerik dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB dan SR 1	55
Tabel 4.10 Perbandingan Galat Mutlak dan Galat Relatif Hampiran	57
Tabel 4.11 Perbandingan Jumlah Iterasi dari Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB dan SR 1	57

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Tes Fungsi Kuadrat yang Digunakan	63
Lampiran 2. Program Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula PSB	65
Lampiran 3. Program Metode <i>Quasi-Newton</i> Menggunakan Formula SR 1	70
Lampiran 4. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula PSB Terhadap Fungsi Rotated Hyper- Ellipsoid dengan $x_0=(2,2)$	75
Lampiran 5. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Terhadap Fungsi Rotated Hyper- Ellipsoid dengan $x_0=(2,2)$	77
Lampiran 6. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula PSB Terhadap $f(x_1, x_2) = 106x_1^2 + 64x_2^2 -$ $80x_1x_2 - 36x_1 + 4$ dengan $x_0=(2,2)$	79
Lampiran 7. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Terhadap $f(x_1, x_2) = 106x_1^2 + 64x_2^2 -$ $80x_1x_2 - 36x_1 + 4$ dengan $x_0=(2,2)$	81
Lampiran 8. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula PSB Terhadap $f(x_1, x_2) = 64x_1^2 + 4x_2^2 -$ $32x_1 + 24x_2 + 40$ dengan $x_0=(2,2)$	83
Lampiran 9. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Terhadap $f(x_1, x_2) = 64x_1^2 + 4x_2^2 -$ $32x_1 + 24x_2 + 40$ dengan $x_0=(2,2)$	85
Lampiran 10. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula PSB Terhadap $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 38x_2^2 -$ $59x_1x_2 + 6x_1 - 19x_2 + 64$ dengan $x_0=(2,2)$	87
Lampiran 11. Hasil Program Metode <i>Quasi Newton</i> Menggunakan Formula SR 1 Terhadap $f(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 38x_2^2 -$ $59x_1x_2 + 6x_1 - 19x_2 + 64$ dengan $x_0=(2,2)$	89

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

