

**PENERAPAN ANALISIS BILOT *ROBUST SINGULAR VALUE
DECOMPOSITION (RSVD)* PADA DATA INDIKATOR
PENDIDIKAN DI PROVINSI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

oleh:
RISKA MEIRINA
0810953055-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**PENERAPAN ANALISIS BILOT *ROBUST SINGULAR VALUE
DECOMPOSITION* (RSVD) PADA DATA INDIKATOR
PENDIDIKAN DI PROVINSI JAWA TIMUR**

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
dalam bidang Statistika**

oleh:
RISKA MEIRINA
0810953055-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENERAPAN ANALISIS BILOT *ROBUST SINGULAR VALUE DECOMPOSITION* (RSVD) PADA DATA INDIKATOR PENDIDIKAN DI PROVINSI JAWA TIMUR

oleh:
RISKA MEIRINA
0810953055-95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 24 Juli 2013
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

Dr. Ir. Solimun, MS
NIP. 19611215 198703 1 002

Samingun Handoyo, S.Si, M.Cs
NIP. 19730415 199802 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA
Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc
NIP. 19670907 199203 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : RISKA MEIRINA
NIM : 0810953055-95
Jurusan : Matematika
Program Studi : STATISTIKA
Skripsi berjudul :

PENERAPAN ANALISIS BILOT *ROBUST SINGULAR VALUE DECOMPOSITION* (RSVD) PADA DATA INDIKATOR PENDIDIKAN DI PROVINSI JAWA TIMUR

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 24 Juli 2013
Yang menyatakan,

(RISKA MEIRINA)
NIM. 0810953055-95

PENERAPAN ANALISIS BILOT *ROBUST SINGULAR VALUE DECOMPOSITION* (RSVD) PADA DATA INDIKATOR PENDIDIKAN DI PROVINSI JAWA TIMUR

ABSTRAK

Analisis Biplot merupakan salah satu analisis multivariat yang menyajikan secara visual pemetaan antara segugus obyek pengamatan dan peubah dalam suatu grafik dua dimensi (Jolliffe dan Rawling, 1986). Dasar analisis Biplot adalah *Singular Value Decomposition* (SVD) yang memerlukan matriks data tanpa pencilan (*outlier*). Apabila hasil penelitian mengandung data ekstrim, analisis Biplot SVD belum menjamin gambaran tentang data. Untuk mengatasi keberadaan data ekstrim, diperlukan metode penduga yang tidak sensitif terhadap pencilan. Hawkins, Liu dan Young (2001) memberikan sebuah pendekatan *Robust SVD* (SVD kekar) pada analisis Biplot untuk menduga akar ciri dan vektor ciri sehingga hasil pendugaan tahan terhadap data ekstrim. Pada penelitian ini akan dipetakan segugus obyek berupa Kota/Kabupaten di Jawa Timur dengan peubah berupa indikator-indikator pendidikan. Dari hasil analisis Biplot Robust SVD diperoleh beberapa informasi, yaitu terbentuknya beberapa kelompok Kota/Kabupaten berdasarkan kemiripan karakteristik, keragaman indikator pendidikan serta hubungan antar indikator pendidikan.

Kata Kunci: biplot, *robust*, SVD, *outlier*.

APPLICATION OF BILOT ROBUST SINGULAR VALUE DECOMPOSITION (RSVD) ANALYSIS ON EDUCATION INDICATORS DATA IN EAST JAVA

ABSTRACT

Biplot analysis is one of the multivariate analysis that presents a visual mapping between objects and variables in two-dimensional graph (Jolliffe and Rawling, 1986). Basic of Biplot analysis is Singular Value Decomposition (SVD), which requires a data matrix without outlier. If the data has outlier, Biplot analysis with general SVD not guarantee an overview of the data. To cope with the existence of outlier, methods are needed for estimator that is insensitive to outliers. Hawkins, Liu and Young (2001) provide a Robust SVD on Biplot analysis to estimate the eigen value and eigen vector so that the estimation results are resistant to outliers. In this study, a cluster object will be mapped in the form of City /Regency in East Java with variables are education indicators. The results of Biplot Robust SVD analysis are obtained some information such as it is created groups of City/Regency based on similar characteristics, variance of education indicators and the relationship of education indicators.

Keywords: biplot, robust, SVD, outlier.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Penerapan Analisis Biplot Robust Singular Value Decomposition (RSVD) pada Data Indikator Pendidikan di Provinsi Jawa Timur*". Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Ir. Solimun, MS selaku dosen pembimbing I dan Bapak Samingun Handoyo, S.Si, M.Cs selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan motivasi, bimbingan, dan pengarahan hingga skripsi ini terselesaikan dengan baik.
2. Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda, selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan masukan hingga skripsi ini terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.
4. Segenap Dosen Pengajar Program Studi Statistika Universitas Brawijaya yang telah memberikan ilmunya.
5. Keluarga saya terutama Mama, Papa dan Adik-adik yang telah memberikan nasehat, dukungan, serta doa.
6. Sahabat-sahabat saya Palupi, Dwi, Indra, Paunfia, Virgi, Yee, Rahma dan Debrina, teman satu bimbingan Nanda, Fajri, Fitri, Wahyu dan Arifa, serta Danny P. dan seluruh keluarga besar Statistika 2007, 2008, dan 2009 yang selalu memberikan semangat dan bantuan.
7. Semua pihak yang telah membantu menyelesaikan penyusunan skripsi ini yang tidak dapat disebut satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan penulisan selanjutnya sangat penulis harapkan. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang membutuhkan.

Malang, 31 Juli 2013

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	2
1.4 Manfaat Penelitian.....	2
1.5 Batasan masalah.....	3
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Data Multivariat.....	5
2.2 Data Ekstrim.....	5
2.3 Pendeteksian <i>Multivariate Outlier</i>	6
2.3.1 Jarak Mahalanobis.....	7
2.3.2 Jarak <i>Robust</i>	7
2.4 Biplot.....	8
2.5 <i>Singular Value Decomposition</i> (SVD).....	11
2.6 <i>Robust Singular Value Decomposition</i> (RSVD).....	17
2.7 Ukuran Kesesuaian Biplot.....	20
2.8 Indikator Pendidikan.....	20

BAB III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data.....	25
3.2 Peubah Penelitian.....	26
3.2 Prosedur Analisis.....	27

BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif.....	31
4.1.1 Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	31
4.1.2 Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	32
4.2 Pendeteksian Pencilan.....	34
4.3 Hasil Analisis Biplot RSVD.....	34
4.4 Uji Kesesuaian Biplot.....	37
4.5 Interpretasi Biplot RSVD.....	37
4.5.1 Interpretasi Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006	39
4.5.2 Interpretasi Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	45
4.6 Hasil Analisis Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur.....	50

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan.....	53
5.2 Saran.....	53

DAFTAR PUSTAKA	55
-----------------------------	----

LAMPIRAN	59
-----------------------	----

DAFTAR GAMBAR

No	Teks	Halaman
2.1	Contoh Biplot.....	10
3.1	Diagram Alir Prosedur Analisis Data.....	28
3.2	Diagram Alir Analisis Biplot <i>Robust</i> SVD.....	29
4.1	Biplot Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	35
4.2	Biplot Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	36



DAFTAR TABEL

No	Teks	Halaman
2.1	Data Multivariat.....	5
3.1	Kode dan Nama Kota/Kabupaten di Jawa Timur.....	25
4.1	Korelasi antar peubah pada data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2006.....	41
4.2	Korelasi antar peubah pada data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2010.....	46



DAFTAR LAMPIRAN

No	Teks	Halaman
1	Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	59
2	Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	63
3	Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	67
4	Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	68
5	Jarak Mahalanobis dan Jarak <i>Robust</i> Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	69
6	Jarak Mahalanobis dan Jarak <i>Robust</i> Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	70
7	Matriks ${}_{38}U_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	71
8	Matriks ${}_{38}U_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	72
9	Matriks ${}_{19}A_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	73
10	Matriks ${}_{19}A_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	74
11	Akar Ciri.....	75
12	Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006.....	76
13	Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010.....	77
14	Program Algoritma Robust SVD menggunakan R.....	78
15	Program Identifikasi Pencilan menggunakan SAS.....	96

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendidikan adalah salah satu aspek penting dalam kehidupan masyarakat yang berperan meningkatkan kualitas hidup. Semakin tinggi tingkat pendidikan suatu masyarakat, semakin baik kualitas sumber dayanya. Oleh karena itu, peningkatan kualitas sumber daya manusia di Indonesia harus dilakukan agar mampu bersaing dengan sumber daya manusia di negara-negara lain. Masalah serius di Indonesia adalah rendahnya mutu pendidikan di berbagai jenjang, baik pendidikan formal maupun informal sehingga menghambat penyediaan sumber daya manusia yang mempunyai keahlian dan keterampilan untuk memenuhi permintaan pembangunan bangsa di berbagai bidang.

Dalam penelitian ini, ingin diketahui pemerataan pendidikan di setiap Kota dan Kabupaten di Jawa Timur untuk mengambil kebijakan guna meningkatkan mutu pendidikan. Obyek terdiri dari 9 Kota dan 29 Kabupaten serta peubah berupa 19 indikator pendidikan. Di 38 Kota/Kabupaten diduga terdapat daerah yang memiliki pendidikan kurang merata, terutama daerah Kabupaten. Hal ini dikarenakan terdapat beberapa Kabupaten di Jawa Timur yang memiliki tipe wilayah berbeda, seperti wilayah pesisir dan wilayah pegunungan. Analisis statistika multivariat (peubah ganda) yang digunakan untuk mengetahui posisi relatif obyek beserta peubah serta menyajikan ragam dan korelasi antar peubah yang disebut analisis Biplot.

Menurut Jolliffe dan Rawling (1986), analisis Biplot merupakan teknik statistika deskriptif dimensi ganda yang dapat disajikan secara visual berupa segugus obyek pengamatan dan peubah dalam suatu grafik. Analisis Biplot menunjukkan ciri-ciri setiap obyek pengamatan dan peubah, hubungan antar peubah, kemiripan relatif antar obyek pengamatan, serta posisi relatif antara obyek pengamatan dengan peubah. Dasar analisis biplot adalah *Singular Value Decomposition* (SVD) yang memerlukan matriks data tanpa pencilan (data ekstrim).

Permasalahan muncul apabila dalam suatu penelitian ditemukan data ekstrim, analisis Biplot SVD belum menjamin gambaran pemetaan antara obyek pengamatan dengan peubah. Pencilan atau data ekstrim adalah suatu pengamatan yang menyimpang dari kumpulan pengamatan lainnya (Ferguson, 1961), sehingga tidak mengikuti sebagian besar pola yang mengakibatkan letaknya jauh dari pusat pengamatan (Barnett dan Lewis, 1981). Pencilan merupakan suatu pengamatan yang tak konsisten dengan kumpulan pengamatan lain (Johnson, 1992). Pada data pendidikan, terdapat kemungkinan ditemukannya data ekstrim. Hal ini dapat terjadi dikarenakan pendidikan yang tidak merata terutama di daerah tertinggal atau terpencil karena pendidikan di daerah perkotaan lebih diutamakan. Akibatnya, kualitas dan mutu pendidikan di daerah tertinggal masih rendah. Untuk mengatasi keberadaan data ekstrim, diperlukan suatu metode penduga yang tidak sensitif terhadap pencilan yaitu metode *Robust*. Oleh sebab itu, Hawkins, Liu dan Young (2001) memberikan sebuah pendekatan *Robust* SVD (SVD kekar) untuk menduga akar ciri dan vektor ciri sehingga hasil pendugaan tahan terhadap pencilan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah berdasarkan latar belakang penelitian ini adalah informasi apa yang diperoleh dari hasil pemetaan antara Kota/Kabupaten dengan Indikator Pendidikan di Jawa Timur pada tahun 2006 dan 2010 menggunakan analisis Biplot *Robust* SVD?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian berdasarkan rumusan masalah adalah memperoleh informasi berdasarkan hasil pemetaan antara Kota/Kabupaten dengan Indikator Pendidikan di Jawa Timur pada tahun 2006 dan 2010 menggunakan analisis Biplot *Robust* SVD.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah dapat menerapkan analisis Biplot *Robust* SVD pada data data indikator pendidikan tahun 2006 dan 2010 di Jawa Timur sehingga Dinas Pendidikan Jawa Timur memperoleh informasi mengenai pemerataan pendidikan dan dapat

digunakan untuk mengambil kebijakan guna meningkatkan mutu pendidikan di daerah yang masih memiliki mutu pendidikan rendah.

1.5 Batasan Masalah

Masalah dalam penelitian dibatasi pada:

1. Data bersumber dari Badan Pusat Statistik Jawa Timur, yakni data indikator pendidikan Provinsi Jawa Timur tahun 2006 dan 2010.
2. Metode analisis statistika adalah analisis Biplot *Robust* SVD dengan pendekatan norma L1.
3. Digunakan $\alpha = \frac{1}{2}$
4. Identifikasi *outlier* menggunakan metode Jarak Mahalanobis dan Jarak Robust.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Multivariat

Data multivariat merupakan data yang diperoleh dengan mengukur lebih dari satu peubah pada setiap individu/obyek anggota contoh. Jika terdapat n obyek dan p peubah, maka hasil pengamatan X_{ij} dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, p$ dapat ditulis :

Tabel 2.1. Data Multivariat

i \ j	1	2	...	j	...	p
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1p}
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2p}
:	:	:	⋮	:	⋮	:
i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{ip}
:	:	:	⋮	:	⋮	:
n	X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nj}	...	X_{np}

Data dapat ditulis sebagai matriks \mathbf{X} berdimensi $n \times p$.

2.2 Data Ekstrim (Pencilan)

Keragaman data di satu sisi sangat dibutuhkan dalam analisa statistika, namun di sisi lain keragaman data menyebabkan adanya nilai pengamatan yang berbeda dengan nilai pengamatan lain. Dengan kata lain terdapat beberapa data yang berbeda dengan pola keseluruhan data. Penyebab pencilan mungkin disebabkan kesalahan pengamatan, pencatatan, maupun kesalahan lain. Pencilan adalah data yang memiliki karakteristik unik terlihat sangat jauh berbeda dari hasil pengamatan lain dan muncul dalam bentuk nilai ekstrim baik untuk sebuah peubah tunggal atau peubah kombinasi (Hair, et al. 1998).

Pencilan muncul karena berbagai kemungkinan, yaitu (Rahmantya, 2009):

1. Kesalahan prosedur dalam memasukkan atau menyandi data
2. Karena keadaan yang benar-benar khusus, seperti pandangan responden terhadap sesuatu yang menyimpang
3. Karena ada sesuatu alasan yang tidak diketahui penyebabnya oleh peneliti
4. Muncul dalam kisaran nilai, tetapi bila dikombinasi dengan peubah lain menjadi ekstrim (disebut *multivariate outliers*).

Pencilan berpengaruh terhadap hasil analisa data, salah satunya terhadap nilai rata-rata dan simpangan baku. Oleh karena itu, keberadaan pencilan harus dihindari karena dapat menyebabkan ragam data menjadi besar dan kisaran menjadi lebar, rata-rata tidak dapat menunjukkan nilai yang sebenarnya (bias), dan pada beberapa analisa inferensia pencilan dapat menyebabkan kesalahan dalam pengambilan keputusan dan kesimpulan (Rahmantya, 2009).

Pencilan biasa dihilangkan dengan tidak diikutsertakan dalam proses pengolahan data kecuali pencilan yang memberikan informasi penting tentang model. Cara untuk mengatasi pencilan yaitu dengan transformasi data, di mana pencilan tetap dipertahankan, juga besarnya keragaman dapat dikurangi. Selain itu, terdapat beberapa teknik yang dapat mengakomodasikan pencilan dalam perhitungan seperti metode *robust* yang tidak sensitif terhadap pencilan (Soemartini, 2007).

2.3 Pendeteksian *Multivariate Outlier*

Pendeteksian pencilan pada kasus multivariat tidaklah mudah untuk dilakukan dikarenakan adanya efek *masking* dan *swamping*. *Masking* terjadi pada saat pengamatan pencilan tidak terdeteksi karena adanya pengamatan pencilan lain yang berdekatan, sedangkan *swamping* terjadi pada saat pengamatan baik teridentifikasi sebagai pengamatan pencilan. Beberapa cara untuk mendeteksi pencilan dalam multivariat, yaitu melalui jarak Mahalanobis atau melalui jarak *Robust*.

2.3.1 Jarak Mahalanobis

Pemeriksaan pencilan dalam data multivariat dilakukan berdasarkan jarak kuadrat Mahalanobis setiap data ke pusat data, yang didefinisikan :

$$MD_i^2 = (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j) \quad i=1,2,\dots,n \quad 2.1$$

Bentuk kuadratik ini sering disebut *Mahalanobis Squared Distance* (MSD), di mana

$$\mathbf{pS}_p = (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)' (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j) (n - 1)^{-1} \quad 2.2$$

dengan

\mathbf{x}_{ij} : data obyek ke-i, peubah ke-j

$\bar{\mathbf{x}}_j$: vektor rata-rata peubah X ke-j

\mathbf{S} : matriks ragam-peragam

n : banyaknya obyek

\mathbf{x}_{ij} merupakan pencilan jika $MD_i^2 > \chi_{\alpha;p}^2$ (Penny dan Jolliffe, 2001).

Penggunaan jarak Mahalanobis dalam deteksi pencilan dapat dikatakan kurang baik, karena efek *masking* dan *swamping*. Efek *masking* dapat mengurangi jarak Mahalanobis sehingga jarak antar titik terpengcil saling berdekatan, sedangkan efek *swamping* dapat meningkatkan jarak Mahalanobis sehingga dimungkinkan terjadinya kesalahan berupa pengamatan baik yang teridentifikasi sebagai pengamatan pencilan (Penny dan Jolliffe, 2001).

2.3.2 Jarak Robust

Jarak *robust* merupakan suatu pendekatan untuk mengidentifikasi pencilan pada data multivariat dengan menggunakan penduga pada metode *robust*. Sehingga metode ini mampu meminimumkan pengaruh dari adanya efek *masking* dan *swamping* dalam pendeteksian pencilan.

Pemeriksaan pencilan dalam kasus data multivariat dilakukan berdasarkan jarak kuadrat *robust* dari \mathbf{x}_{ij} ke $\mathbf{t}(\mathbf{X})$, yang didefinisikan :

$$RD_i^2 = (\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{t}(\mathbf{x})_j)' \mathbf{C}(\mathbf{X})^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{t}(\mathbf{x})_j) \quad 2.3$$

di mana $\mathbf{t}(\mathbf{X})$ adalah penduga *robust* vektor rata-rata dan $\mathbf{C}(\mathbf{X})$ adalah penduga *robust* matriks ragam-peragam.

$$\mathbf{C}(\mathbf{X})_j = (\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{t}(\mathbf{x})_j) (\mathbf{x}_{ij} - \mathbf{t}(\mathbf{x})_j)' (h)^{-1} \quad 2.4$$

$$\mathbf{t}(\mathbf{x})_j = (h)^{-1} \sum_{i=1}^h \mathbf{x}_{ij} \quad 2.5$$

di mana $h = (n+p+1)/2$ merupakan bilangan bulat terkecil.

\mathbf{x}_{ij} merupakan pencilan jika $RD_i^2 > \chi_{\alpha;p}^2$ (Rousseeuw dan Van Driessen, 1985).

2.4 Biplot

Biplot merupakan teknik statistika deskriptif dimensi ganda yang dapat menyajikan secara visual dan simultan segugus obyek pengamatan dan peubah dalam suatu grafik pada suatu bidang datar sehingga ciri-ciri peubah dan obyek pengamatan serta posisi relatif antar obyek pengamatan dengan peubah dapat dianalisis. Biplot dapat memperlihatkan hubungan antar peubah, kemiripan relatif antar obyek pengamatan, serta posisi relatif antara obyek pengamatan dengan peubah (Jolliffe & Rawling, 1986).

Analisis biplot dapat menjawab tantangan pada perkembangan teori dalam bidang statistika yang semakin bervariasi, terutama eksplorasi data. Melalui metode biplot dapat ditemukan bentuk, gambar atau peta yang didasarkan pada sifat keserupaan serta hubungan antar peubah yang dinyatakan dalam jarak Mahalanobis (Chatfield dan Collins, 1984). Gabriel (1971) mengembangkan metode biplot sebagai suatu alat analisis data yang dapat meringkas informasi dari suatu matriks data berdimensi besar. Selain penyajian posisi relatif obyek beserta peubahnya juga menyajikan ragam dan korelasi antar peubah.

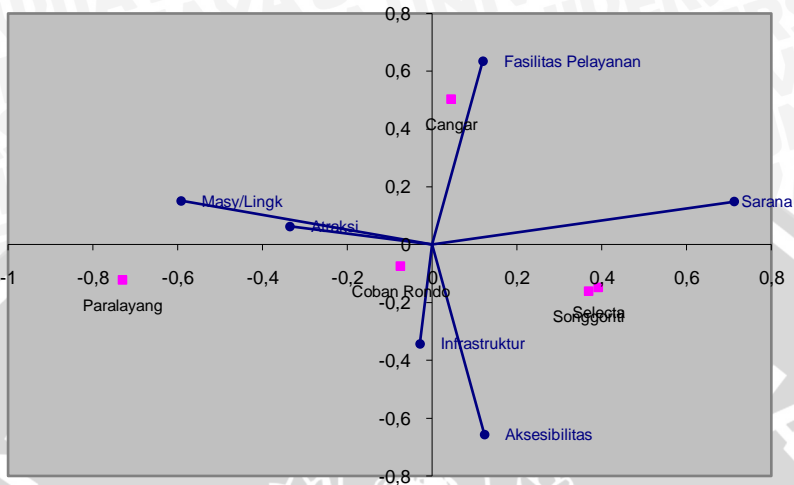
Informasi yang diberikan oleh biplot mencakup obyek dan peubah dalam satu gambar, sehingga disebut biplot. Hal yang bisa didapatkan dari tampilan biplot adalah (Susetyo, 2003):

1. Kedekatan antar obyek dijadikan panduan obyek mana yang memiliki kemiripan karakteristik dengan obyek tertentu. Dalam pemasaran, merk yang mirip bisa difafsirkan sebagai pesaing terdekat. Dua obyek dengan karakteristik sama akan digambarkan sebagai dua titik yang terletak berdekatan.
2. Keragaman peubah, digunakan untuk melihat apakah ada peubah tertentu yang nilainya hampir sama semuanya untuk setiap

obyek, atau sebaliknya bahwa nilai dari setiap obyek ada yang sangat besar dan ada juga yang sangat kecil. Melalui informasi ini bisa diperkirakan strategi tertentu yang harus ditingkatkan pada suatu peubah, serta sebaliknya. Dalam biplot, peubah dengan keragaman kecil digambarkan sebagai vektor yang pendek sedangkan peubah yang memiliki ragam besar digambarkan sebagai vektor yang panjang.

3. Hubungan (korelasi) antar peubah, digunakan untuk menilai bagaimana peubah yang satu mempengaruhi atau dipengaruhi peubah yang lain. Pada penggunaan biplot, peubah akan digambarkan sebagai garis berarah. Dua peubah yang memiliki korelasi positif tinggi akan digambarkan sebagai dua buah garis dengan arah yang sama, atau membentuk sudut sempit. Sementara itu, dua peubah yang memiliki korelasi negatif tinggi akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan arah yang berlawanan atau membentuk sudut lebar (tumpul). Sedangkan dua peubah yang tidak berkorelasi akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan sudut 90^0 (siku-siku).
4. Nilai peubah pada suatu obyek, informasi ini digunakan untuk melihat keunggulan setiap obyek. Obyek yang terletak searah dengan arah suatu peubah, dikatakan bahwa obyek memiliki nilai di atas rata-rata. Sebaliknya, jika obyek lain terletak berlawanan dengan arah dari peubah, maka obyek memiliki nilai di bawah rata-rata. Sedangkan obyek yang hampir ada tengah-tengah, memiliki nilai dekat dengan rata-rata.

Misalkan dalam suatu penelitian bertujuan untuk mengetahui persepsi pengunjung terhadap obyek wisata alam di Kota Batu, Jawa Timur. Obyek penelitian adalah Cangar, Songgoriti, Selecta, Coban Rondo dan Paralayang, sedangkan peubah yang digunakan adalah atraksi, fasilitas pelayanan, aksesibilitas, sarana, infrastruktrur dan masyarakat/ lingkungan. Biplot hasil pemetaan antara obyek dan peubah adalah:



Gambar 2.1. Contoh Biplot

Gambar 2.1 memperlihatkan bahwa Selecta dan Songgoriti memiliki kriteria penilaian yang sama, yaitu memiliki atraksi dan masyarakat/lingkungan yang kurang. Fasilitas pelayanan pada obyek wisata Cangar baik tetapi infrastruktur dan aksesibilitas masih kurang. Coban Rondo dinilai memiliki kekurangan fasilitas pelayanan sedangkan sarana dinilai masih kurang pada obyek wisata Paralayang. Peubah yang memiliki keragaman paling besar adalah sarana karena memperlihatkan panjang vektor paling panjang dan peubah yang memiliki keragaman paling kecil adalah infrastruktur karena memperlihatkan panjang vektor paling pendek.

Peubah fasilitas pelayanan berkorelasi positif dengan sarana dan masyarakat/lingkungan, berkorelasi negatif dengan aksesibilitas dan infrastruktur serta tidak berkorelasi dengan atraksi. Sarana berkorelasi positif dengan aksesibilitas dan fasilitas pelayanan serta berkorelasi negatif dengan infrastruktur, atraksi dan masyarakat/lingkungan. Aksesibilitas berkorelasi positif dengan infrastruktur dan sarana serta berkorelasi negatif dengan atraksi, masyarakat/lingkungan dan fasilitas pelayanan. Infrastruktur berkorelasi positif dengan aksesibilitas dan atraksi, berkorelasi negatif dengan sarana dan fasilitas pelayanan serta tidak berkorelasi dengan masyarakat/lingkungan. Peubah masyarakat/lingkungan dan atraksi saling

berkorelasi positif dan berkorelasi negatif dengan aksesibilitas dan sarana.

2.5 Singular Value Decomposition (SVD)

Singular Value Decomposition (Dekomposisi Nilai Singular) dari matriks data adalah suatu alat yang dapat digunakan untuk memahami struktur data. Beberapa metode yang didasarkan pada Dekomposisi Nilai Singular (DNS) ialah Analisis Komponen Utama (AKU), Analisis Biplot, Analisis Korespondensi. Analisis Biplot didasarkan pada DNS dari matriks data yang sudah terkoreksi terhadap rata-rata. Pandang $\mathbf{X}_{n \times p}$ sebagai matriks data multivariat berukuran $n \times p$ (n obyek pengamatan dan p peubah), seperti terlihat pada Tabel 2.1. Kemudian matriks $\mathbf{X}_{n \times p}$ dilakukan transformasi terhadap nilai rata-rata sehingga diperoleh matriks $\mathbf{X}_{n \times p}^*$ (Gabriel, 1971).

$$\mathbf{X}_{n \times p}^* = \mathbf{X}_{n \times p} - \frac{1}{n} (\mathbf{J}_n \mathbf{X}_{n \times p}) \quad 2.6$$

\mathbf{J}_n adalah matriks yang unsur-unsurnya bernilai 1.

Matriks korelasi \mathbf{R} dari matriks \mathbf{X} adalah:

$$\mathbf{R}_{p \times p} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{S} \mathbf{D}^{-1/2} \quad 2.7$$

di mana $\mathbf{D}^{-1/2} = \text{diag} \left(\frac{1}{\sqrt{s_{11}}}, \frac{1}{\sqrt{s_{22}}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{s_{pp}}} \right)$. Unsur matriks korelasi $r_{jj'}$ merupakan cosinus sudut θ antara peubah ke- j dan ke- j' .

$$\cos(\theta) = r_{jj'} \quad 2.8$$

Pandang matriks \mathbf{X}^* berpangkat r ($r \leq \min\{n, p\}$). Dengan DNS akan diperoleh persamaan:

$$\mathbf{X}_{n \times p}^* = \mathbf{U}_{n \times r} \mathbf{L}_{r \times r} \mathbf{A}'_{r \times p} \quad 2.9$$

Matriks \mathbf{U} dan \mathbf{A} bersifat ortonormal, sehingga $\mathbf{U}'\mathbf{U} = \mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{I}_r$. Matriks \mathbf{A} adalah vektor ciri \mathbf{a}_i . Matriks \mathbf{U} adalah vektor ciri \mathbf{u}_i . Sedangkan matriks \mathbf{L} adalah matriks yang unsur-unsur diagonalnya merupakan akar kuadrat dari akar ciri tak nol matriks $\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*$.

$$\mathbf{L} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_r}) \quad 2.10$$

di mana $|\mathbf{X}^* \mathbf{X}^* - \lambda \mathbf{I}| = 0$ merupakan persamaan karakteristik yang menghasilkan akar ciri

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_r) \quad 2.11$$

$$\mathbf{U} = \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_1, \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_2, \dots, \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_r \right) \quad 2.12$$

di mana $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0$ dan λ_i disebut nilai singular matriks \mathbf{X} . Dalam Jolliffe dan Rawlings (1986), didefinisikan \mathbf{L}^α untuk $0 \leq \alpha \leq 1$, adalah matriks diagonal dengan unsur-unsur $\sqrt{\lambda_1^\alpha}, \sqrt{\lambda_2^\alpha}, \dots, \sqrt{\lambda_r^\alpha}$, definisi yang sama untuk $\mathbf{L}^{1-\alpha}$ dengan unsur-unsur $\sqrt{\lambda_1^{1-\alpha}}, \sqrt{\lambda_2^{1-\alpha}}, \dots, \sqrt{\lambda_r^{1-\alpha}}$ dan jika $\mathbf{G} = \mathbf{U} \mathbf{L}^\alpha$ dan $\mathbf{H}' = \mathbf{L}^{1-\alpha} \mathbf{A}'$, maka persamaan (2.7) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{n \times p}^* &= \mathbf{U}_{n \times r} \mathbf{L}_{r \times r} \mathbf{A}'_{r \times p} \\ &= \mathbf{U}_{n \times r} \mathbf{L}_{r \times r}^{1-\alpha} \mathbf{L}_{r \times r}^\alpha \mathbf{A}'_{r \times p} \\ &= \mathbf{G}_{n \times r} \mathbf{H}'_{r \times p} \end{aligned} \quad 2.13$$

di mana $\mathbf{G}' = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_n] \quad 2.14$

$$\mathbf{H}' = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_p] \quad 2.15$$

Dengan demikian setiap unsur ke-(i,j) matriks \mathbf{X}^* dapat dinyatakan :

$$x_{ij} = \mathbf{g}_i' \mathbf{h}_j \quad 2.16$$

Vektor \mathbf{g}_i dan \mathbf{h}_j merepresentasikan obyek ke- i dan peubah ke- j matriks \mathbf{X}^* .

Jika \mathbf{X} berpangkat dua, maka vektor baris \mathbf{g}_i dan vektor kolom \mathbf{h}_j dapat digambarkan dalam ruang dimensi dua. Sedangkan matriks \mathbf{X}^* yang berpangkat lebih dari dua dapat didekati dengan matriks berpangkat dua, sehingga persamaan dapat ditulis menjadi

$$x_{ij} = \mathbf{g}_i^* \mathbf{h}_j^* \quad 2.17$$

di mana masing-masing \mathbf{g}_i^* dan \mathbf{h}_j^* mengandung dua unsur pertama vektor \mathbf{g}_i dan \mathbf{h}_j .

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \\ \vdots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ \vdots & \vdots \\ h_{p1} & h_{p2} \end{bmatrix}$$

di mana matriks \mathbf{G} adalah titik-titik koordinat dari n obyek dan matriks \mathbf{H} adalah titik-titik koordinat dari p peubah. Dengan pendekatan ini matriks \mathbf{X}^* disajikan dalam ruang dimensi dua (Lipkovich & Smith, 2002).

Nilai α terletak pada kisaran $[0,1]$

- a) Apabila $\alpha = 0$ maka hasil pemfaktoran ini disebut Biplot GH atau CMP (*Column Metric Preserving*) biplot. Penyajian ini mempertahankan jarak antar kolom dan digunakan untuk mempresentasikan ragam dan hubungan antar ragam (Lipkovich dan Smith, 2001)

Untuk $\alpha = 0$ pada (2.13) diperoleh $\mathbf{G}=\mathbf{U}$ dan $\mathbf{H}'=\mathbf{L}\mathbf{A}'$ sehingga:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^*\mathbf{X}^* &= (\mathbf{GH}')'(\mathbf{GH}') \\ &= \mathbf{HG}'\mathbf{GH}' \\ &= \mathbf{HU}'\mathbf{UH}' \\ &= \mathbf{HH}' \end{aligned} \tag{2.18}$$

Karena $\mathbf{X}^*\mathbf{X}^*=(\mathbf{n}-1)\mathbf{S}$, maka $\mathbf{HH}'=(\mathbf{n}-1)\mathbf{S}$, dan

- $\mathbf{h}_j'\mathbf{h}_{j'} = (\mathbf{n}-1)s_{jj'}$, di mana $s_{jj'}$ adalah peragam peubah ke- j dan ke- j' . Artinya, penggandaan titik antara vektor \mathbf{h}_j dan $\mathbf{h}_{j'}$ akan memberikan gambaran peragam antara peubah ke- j dengan peubah ke- j' .
- Panjang vektor $\|\mathbf{h}_j\| = \sqrt{\mathbf{n}-1} s_j$ dengan $s_j = \sqrt{s_{jj'}}$.

Artinya, panjang vektor tersebut akan memberikan gambaran tentang keragaman peubah ke- j . Makin panjang vektor \mathbf{h}_i dibandingkan dengan vektor $\mathbf{h}_{j'}$, maka makin besar keragaman peubah \mathbf{h}_j dibanding peubah $\mathbf{h}_{j'}$.

- Korelasi antara peubah ke- j dan ke- j' dijelaskan oleh cosinus sudut antara \mathbf{h}_j dan $\mathbf{h}_{j'}$, yaitu: $\cos\theta = \frac{\mathbf{h}_j' \mathbf{h}_{j'}}{\|\mathbf{h}_j\| \|\mathbf{h}_{j'}\|} = r_{jj'}$, yang artinya:

1. Bila sudut antara kedua peubah tersebut mendekati 0, maka makin besar korelasi positif antara kedua peubah tersebut dan korelasinya sama dengan 1 diperoleh jika $\theta = 0$.
2. Bila sudut antara kedua peubah tersebut mendekati π , maka makin besar korelasi negatif kedua peubah tersebut dan korelasinya sama dengan -1 jika $\theta = \pi$.
3. Bila sudut θ makin dekat terhadap $\frac{\pi}{2}$, maka makin kecil korelasi kedua peubah tersebut dan korelasinya sama dengan 0 atau tidak ada korelasi jika sudut $\theta = \frac{\pi}{2}$

- b) Apabila nilai $\alpha = 1$ maka hasil pemfaktoran ini disebut JK atau RMP (*Row Metric Preserving*) biplot. Penyajian biplot dalam kasus ini adalah jarak antar pasangan baris dan digunakan untuk mempelajari obyek (Lipkovich dan Smith, 2001)

Untuk $\alpha = 1$ pada (2.13) diperoleh $\mathbf{G} = \mathbf{UL}$ dan $\mathbf{H}' = \mathbf{A}'$ atau $\mathbf{H} = \mathbf{A}$ dengan $\mathbf{H}'\mathbf{H} = \mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{I}$, akibatnya:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^* \mathbf{X}^* &= (\mathbf{GH}')(\mathbf{GH}') \\ &= \mathbf{GH}'\mathbf{HG}' \\ &= \mathbf{GA}'\mathbf{AG}' \\ &= \mathbf{GG}' \end{aligned} \tag{2.19}$$

Diperoleh posisi g_i dalam plot akan sama dengan posisi obyek ke- i dengan menggunakan r komponen utama pertama.

- c) Adapun nilai $\alpha = \frac{1}{2}$ memberikan skala atau bobot yang sama untuk baris dan kolom. Hasil pemfaktoran ini disebut *Symmetric* biplot. Hal ini biasanya digunakan untuk menginterpretasikan interaksi dalam percobaan dua faktor.

Untuk $\alpha = \frac{1}{2}$ pada (2.13) diperoleh $\mathbf{G} = \mathbf{UL}^{1/2}$ dan $\mathbf{H}' = \mathbf{L}^{1/2}\mathbf{A}'$

Dalam contoh diketahui $n=4$ (A, B, C, D) dan $p=3$ (X1, X2, X3).

Matriks data \mathbf{X} ditulis:

$$\begin{bmatrix} 10 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

di mana baris menunjukkan obyek dan kolom menunjukkan peubah. Kemudian matriks data \mathbf{X} ditransformasi terhadap nilai rata-rata, sehingga diperoleh matriks \mathbf{X}^*

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{X} - \frac{1}{n}(\mathbf{J}\mathbf{X})$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2,5 & 1,25 & 2,5 \\ 0,5 & -1,75 & -2,5 \\ -0,5 & 1,25 & 1,5 \\ -2,5 & -0,75 & -1,5 \end{bmatrix}$$

Setelah ditransformasi, kemudian dicari matriks $\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^* \mathbf{X}^* &= \begin{bmatrix} 2,5 & 0,5 & -0,5 & -2,5 \\ 1,25 & -1,75 & 1,25 & -0,75 \\ 2,5 & -2,5 & 1,5 & -1,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,5 & 1,25 & 2,5 \\ 0,5 & -1,75 & -2,5 \\ -0,5 & 1,25 & 1,5 \\ -2,5 & -0,75 & -1,5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 13 & 3,5 & 8 \\ 3,5 & 6,75 & 10,5 \\ 8 & 10,5 & 17 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Selanjutnya adalah menguraikan matriks \mathbf{X}^* menjadi matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} dan \mathbf{A} . Yang pertama adalah mencari matriks \mathbf{L} yakni berupa matriks yang unsur-unsur diagonalnya merupakan akar kuadrat dari akar ciri.

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{28,41794} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{8,305584} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{0,02648} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5,330848 & 0 & 0 \\ 0 & 2,881941 & 0 \\ 0 & 0 & 0,162727 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Setelah diperoleh matriks \mathbf{L} , kemudian mencari matriks \mathbf{A} yang merupakan vektor ciri dari matriks $\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*$.

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = \begin{bmatrix} 0,490092 & 0,882171 & 0,128343 \\ 0,442959 & -0,37315 & 0,815199 \\ 0,750731 & -0,34267 & -0,56478 \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya dmenyusun matriks \mathbf{U}

$$\mathbf{U} = \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_1, \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_2, \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} \mathbf{X}^* \mathbf{a}_r \right] = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3]$$

$$= \begin{bmatrix} 0,68577 & 0,2888 & -0,44307 \\ -0,45152 & 0,67342 & 0,30436 \\ 0,26914 & -0,48978 & 0,66157 \\ -0,5034 & -0,47245 & -0,52286 \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} dan \mathbf{A} , maka dapat dicari matriks \mathbf{G} dan \mathbf{H} . Dengan menggunakan $\alpha = \frac{1}{2}$ diperoleh hasil

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}^\alpha$$

$$= \begin{bmatrix} 0,68577 & 0,2888 & -0,44307 \\ -0,45152 & 0,67342 & 0,30436 \\ 0,26914 & -0,48978 & 0,66157 \\ -0,5034 & -0,47245 & -0,52286 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5,330848 & 0 & 0 \\ 0 & 2,881941 & 0 \\ 0 & 0 & 0,162727 \end{bmatrix}^{1/2}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,58336 & 0,49028 & -0,17873 \\ -1,04249 & 1,14322 & 0,12278 \\ 0,62141 & -0,83147 & 0,26687 \\ -1,16228 & -0,80204 & -0,21092 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{L}^{1-\alpha} \mathbf{A}'$$

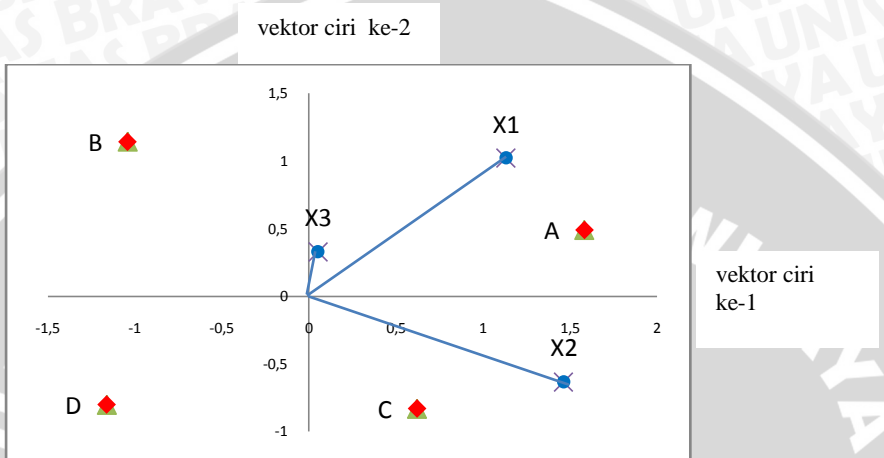
$$= \begin{bmatrix} 5,330848 & 0 & 0 \\ 0 & 2,881941 & 0 \\ 0 & 0 & 0,162727 \end{bmatrix}^{1/2} \begin{bmatrix} 0,490092 & 0,442959 & 0,750731 \\ 0,882171 & -0,37315 & -0,34267 \\ 0,128343 & 0,815199 & -0,56478 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,13156 & 1,99063 & 0,29633 \\ 0,75198 & -0,63346 & 1,38391 \\ 0,30284 & -0,13823 & -0,22783 \end{bmatrix}$$

Telah dijelaskan sebelumnya bahwa matriks \mathbf{X}^* yang berpangkat lebih dari dua dapat didekati dengan matriks berpangkat dua. Karena matriks \mathbf{X}^* berpangkat 3, maka menghasilkan matriks \mathbf{G} dan \mathbf{H} sebanyak 3 dimensi. Oleh karena itu diambil 2 unsur pertama dari masing-masing matriks \mathbf{G} dan \mathbf{H} sehingga diperoleh:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1,58336 & 0,49028 \\ -1,04249 & 1,14322 \\ 0,62141 & -0,83147 \\ -1,16228 & -0,80204 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1,13156 & 1,022731 \\ 1,463645 & -0,63346 \\ 0,051773 & 0,328847 \end{bmatrix}$$

Matriks **G** merupakan titik-titik koordinat dari n obyek dan matriks **H** adalah titik-titik koordinat dari p peubah. Sehingga biplot dapat digambarkan sebagai berikut:



dengan persentase keragaman:

$$\rho = \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}{\sum_k \lambda_k^2} \times 100\% = \frac{(28,4179^2 + 8,30558^2)}{(28,4179^2 + 8,30558^2 + 0,02648^2)} \times 100\% = 99,9279\%$$

menunjukkan bahwa informasi yang diberikan oleh biplot sebesar 99,279% dari keseluruhan informasi yang terkandung dalam data.

2.6 Robust Singular Value Decomposition (RSVD)

Robust selalu dikaitkan dengan pencilan atau data ekstrim, karena metode *robust* merupakan metode yang dapat mengatasi keberadaan data ekstrim, di mana penduga dari metode ini tidak sensitif terhadap pencilan. Metode *robust* lebih didekatkan pada parameter rata-rata dan ragam-peragam dari suatu penduga tertentu (Huber, 1981), yaitu dengan menstandarisasikan penduga untuk parameter rata-rata dan ragam-peragam sedemikian sehingga

menghasilkan penduga yang konsisten terhadap parameter-parameter tersebut.

Pada metode DNS kekar, vektor ciri dapat dibangkitkan dari matriks ragam-peragam. Matriks ${}_n\mathbf{X}_p$ ditransformasi terhadap median sehingga diperoleh matriks ${}_n\mathbf{X}_p^*$.

$${}_n\mathbf{X}_p^* = {}_n\mathbf{X}_p - ({}_n\mathbf{j}_1 \text{ median } \mathbf{X}) \quad 2.20$$

Matriks korelasi \mathbf{R} dari matriks \mathbf{X}^* seperti rumus (2.7) di mana

$\mathbf{D}^{-1/2} = \text{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{\text{MADN}_{-1}}}, \frac{1}{\sqrt{\text{MADN}_{-2}}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{\text{MADN}_{-p}}}\right)$ adalah matriks diagonal dengan

$$\text{MADN}(\mathbf{X}^*) = \frac{\text{Median}\{|x_{ij} - \text{median}(\mathbf{X}_j^*)|\}}{0,6745}$$

MADN (*Median Absolute Deviation Normalized*) adalah salah satu alternatif mencari simpangan baku kekar (Moronna, et al., 2006).

Untuk menghitung jarak, digunakan fungsi jarak *Minkowski*. Norma vektor ke- j pada suatu vektor $v' = (v_1, \dots, v_n)$ didefinisikan sebagai:

$$\|v\|_m = \left(\sum_{i=1}^n |v_i|^m\right)^{1/m}, \text{ untuk } m \geq 1 \quad 2.21$$

Jarak *Minkowski* antara dua vektor $v' = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ dan $u' = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ adalah:

$$\|v - u\|_m = \left(\sum_{i=1}^n |v_i - u_i|^m\right)^{1/m} \quad 2.22$$

Ruang vektor yang berhubungan dengan fungsi ini dikenal sebagai ruang *Minkowski* dan dinotasikan \mathbf{L}_m . Untuk $m = 1$ maka persamaan (2.22) didefinisikan :

$$\|v - u\|_1 = \sum_{i=1}^n |v_i - u_i| \quad 2.23$$

yang dikenal sebagai norma \mathbf{L}_1 .

Untuk $m = 2$ maka persamaan (2.22) menjadi norma \mathbf{L}_2 :

$$\|\mathbf{v} - \mathbf{u}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |v_i - u_i|^2 \right)^{1/2} \quad 2.24$$

Kesesuaian antara matriks $\tilde{\mathbf{Y}}$ yang merupakan pendekatan terbaik bagi matriks data \mathbf{X} menggunakan norma \mathbf{L}_1 adalah meminimumkan fungsi:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p |x_{ij} - \tilde{y}_{ij}|$$

di mana $\tilde{y}_{ij} = \sqrt{\lambda_1} u_{i1} a_{1j} + \sqrt{\lambda_2} u_{i2} a_{2j}$. Prosedur mendapatkan sejumlah akar ciri dan vektor ciri kiri dan kanan secara iteratif dikenal dengan metode DNS kekar pada \mathbf{L}_1 , dan implementasi norma ini sebagai *alternating \mathbf{L}_1 regression*. Metode ini digunakan untuk menduga sejumlah akar ciri dan vektor ciri kiri (\mathbf{u}) dan vektor ciri kanan (\mathbf{a}) sehingga hasil pendugaan tahan terhadap pencilan.

Algoritma Robust SVD

- Dimulai dengan menentukan penduga awal vektor ciri kiri \mathbf{u}_1 dari $\mathbf{X}\mathbf{X}$.
- Menentukan c_j sebagai koefisien regresi \mathbf{L}_1 dengan meminimumkan $\sum_{i=1}^n (x_{ij} - c_j u_{i1})$
- Menghitung hasil pendugaan vektor ciri kanan yaitu $\mathbf{a}_1 = \frac{\mathbf{c}}{\|\mathbf{c}\|}$, $\|\cdot\|$ adalah lambang norma *Euclid*.
- Menggunakan hasil pendugaan vektor ciri kanan untuk memperhalus pendugaan vektor ciri kiri dengan menentukan d_i sebagai koefisien regresi \mathbf{L}_1 dengan meminimumkan $\sum_{j=1}^p (x_{ij} - d_i a_{j1})$
- Menghitung hasil pendugaan vektor ciri kiri yaitu $\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{d}}{\|\mathbf{d}\|}$

Proses ini menghasilkan pasangan vektor ciri pertama yaitu vektor ciri kiri dan vektor ciri kanan. Setelah kriteria nilai ini konvergen, akar ciri λ_1 pada \mathbf{L}_1 dapat diperoleh dengan meminimumkan:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p |x_{ij} - \lambda_1 u_{i1} a'_{j1}|$$

Untuk menentukan akar ciri dan vektor ciri yang kedua dan selanjutnya, \mathbf{X} yang digunakan adalah dengan mengurangi bentuk yang baru:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^* - \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{a}'_k \quad 2.25$$

2.7 Ukuran Kesesuaian Biplot

Gabriel (2002) mengemukakan ukuran kesesuaian biplot (*Goodness of Fit of Biplots*) dalam bentuk persentase keragaman :

$$\rho = \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}{\sum_k \lambda_k^2} \times 100\% \quad 2.26$$

Untuk memperoleh gambaran layak tidaknya analisis biplot dalam ruang dimensi r , semakin besar persentase keragaman (mendekati 100%), maka analisis biplot semakin layak digunakan untuk melakukan interpretasi sebagai landasan penarikan kesimpulan.

2.8 Indikator Pendidikan

Pembangunan pendidikan merupakan salah satu prioritas utama dalam agenda pembangunan nasional karena berperan signifikan dalam mencapai kemajuan di berbagai bidang kehidupan baik di bidang sosial, ekonomi, politik dan budaya. Karena itu, Pemerintah mempunyai kewajiban memenuhi hak setiap warga negara dalam memperoleh layanan pendidikan guna meningkatkan kualitas hidup bangsa Indonesia sebagaimana diamanatkan oleh UUD 1945 untuk mencerdaskan kehidupan bangsa dan menciptakan kesejahteraan umum. Pendidikan yang kurang merata menjadi suatu masalah klasik dan hingga kini belum ada langkah-langkah penanganan strategis oleh pemerintah (Amalia, 2007).

Dalam rangka mengevaluasi hasil-hasil pembangunan dan mengidentifikasi masalah untuk menetapkan sasaran pembangunan dan kebijakan pembangunan pendidikan dibutuhkan data statistik.

Tingkat pencapaian program pembangunan pendidikan dalam meningkatkan taraf pendidikan masyarakat secara umum diukur melalui perubahan dan perkembangan yang berhasil dicapai masyarakat pada waktu tertentu. Untuk dapat melihat dengan lebih jelas implementasi program pendidikan diperlukan ukuran atau indikator, yaitu (BPS, 2008):

1. Angka Partisipasi Murni (APM)

Angka Partisipasi Murni (APM) adalah perbandingan antara jumlah penduduk kelompok usia sekolah pada jenjang pendidikan tertentu dengan penduduk usia sekolah yang sesuai (%). Indikator APM ini digunakan untuk mengetahui banyaknya anak usia sekolah yang bersekolah pada suatu jenjang pendidikan yang sesuai.

Semakin tinggi APM akan semakin banyak anak usia sekolah yang bersekolah di suatu daerah pada tingkat pendidikan tertentu. Nilai ideal APM = 100% karena siswa usia sekolah dari luar daerah tertentu diperbolehkan mengulang di setiap tingkat, daerah Kota, atau daerah perbatasan. Besarnya APM di suatu daerah dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$APM = \frac{\text{Jumlah siswa usia kelompok jenjang pend tertentu}}{\text{Jumlah penduduk kelompok usia tertentu}} \times 100\%$$

Keterangan:

Tingkat Sekolah Dasar atau sederajat (SD/MI): Kelompok usia 7-12 tahun

Tingkat Sekolah Menengah Pertama atau sederajat (SMP/MTS): Kelompok usia 13-15 tahun

Tingkat Sekolah Menengah Atas atau sederajat (SMA, MA, SMK): Kelompok usia 16-18 tahun

2. Angka Partisipasi Kasar (APK)

Angka Partisipasi Kasar (APK) adalah perbandingan antara jumlah siswa pada jenjang pendidikan tertentu (SD/MI, SMP/MTS, SMA dan sebagainya) dengan penduduk kelompok usia sekolah yang sesuai (%). APK digunakan untuk mengetahui banyaknya anak yang bersekolah di suatu jenjang pendidikan tertentu pada wilayah tertentu.

Semakin tinggi APK, semakin banyak anak usia sekolah yang bersekolah di suatu jenjang pendidikan pada suatu wilayah. Nilai APK bisa lebih besar dari 100% karena terdapat siswa yang berusia di luar usia resmi sekolah, terletak di daerah Kota, atau daerah perbatasan. Besarnya APK di suatu daerah dihitung dengan rumus:

$$\text{APK} = \frac{\text{Jumlah siswa di tingkat pendidikan tertentu}}{\text{Jumlah penduduk kelompok usia tertentu}} \times 100\%$$

3. Rasio Siswa Per Guru (R-S/G)

Rasio siswa per guru (R-S/G) adalah perbandingan antara jumlah siswa dengan jumlah guru pada jenjang pendidikan tertentu. Untuk mengetahui rata-rata jumlah guru yang dapat melayani siswa di suatu sekolah atau daerah tertentu, besarnya R-S/G di suatu daerah dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{R-S/G} = \frac{\text{Jumlah siswa pada jenjang pendidikan tertentu}}{\text{Jumlah guru pada jenjang pendidikan tertentu yang sesuai}}$$

Jika rasio tinggi, ini berarti satu orang guru harus melayani banyak siswa. Banyaknya siswa yang diajarkan akan mengurangi daya tangkap siswa pada pelajaran yang diberikan atau mengurangi efektivitas pengajaran.

4. Rasio Guru Per Sekolah (R-G/Sek)

Rasio tenaga pengajar per sekolah (R-G/Sek) didefinisikan sebagai perbandingan antara jumlah tenaga pengajar dengan jumlah sekolah pada suatu jenjang pendidikan tertentu untuk mengetahui kekurangan/kelebihan tenaga pengajar yang mengajar di sekolah pada suatu daerah tertentu. Besarnya R-G/Sek di suatu daerah dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{R-G/Sek} = \frac{\text{Jumlah guru pada jenjang pendidikan tertentu}}{\text{Jumlah sekolah pada jenjang pendidikan tertentu}}$$

Semakin rendah nilai rasio, semakin terbatas jumlah tenaga pengajar yang mengajar di suatu sekolah tertentu.

5. Rasio Siswa Per Sekolah (R-S/Sek)

Rasio siswa per sekolah didefinisikan sebagai perbandingan antar jumlah siswa dengan jumlah sekolah pada

jenjang pendidikan tertentu untuk mengetahui rata-rata besarnya kepadatan sekolah di suatu daerah. Besarnya R-S/Sek di suatu daerah dapat dihitung dengan rumus:

$$R-S/Sek = \frac{\text{Jumlah siswa pada jenjang pendidikan tertentu}}{\text{Jumlah sekolah pada jenjang pendidikan tertentu}}$$

Semakin tinggi nilai rasio, tingkat kepadatan sekolah semakin tinggi. Pada umumnya terdapat suatu pola bahwa makin tinggi jenjang pendidikan, semakin padat jumlah siswa di sekolah. Kondisi ini juga menunjukkan semakin tinggi jenjang pendidikan, semakin kurang jumlah sekolahnya.

6. Angka Putus Sekolah (APS)

Angka putus sekolah merupakan proporsi dari penduduk berusia antara 7 hingga 18 tahun yang tidak terdaftar pada berbagai tingkatan pendidikan dan tidak menyelesaikan Sekolah Dasar, Sekolah Menengah Pertama atau Sekolah Menengah Atas.

7. Persentase Melek Huruf (PMH)

Persentase melek huruf diperoleh dengan membagi banyaknya penduduk usia 15 tahun ke atas yang bisa membaca dan menulis dengan seluruh penduduk berumur 15 tahun ke atas. Indikator ini menggambarkan mutu sumber daya manusia yang diukur dalam aspek pendidikan. Semakin tinggi nilai indikator ini semakin tinggi mutu sumber daya manusia suatu masyarakat.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data sekunder berupa data indikator pendidikan di Provinsi Jawa Timur tahun 2006 dan 2010. Obyek penelitian adalah 9 Kota dan 29 Kabupaten di Jawa Timur seperti tertera pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Kode dan Nama Kota/Kabupaten di Jawa Timur

Kode	Nama Kota/ Kabupaten	Kode	Nama Kota/ Kabupaten
1	Kota Surabaya	20	Kabupaten Ponorogo
2	Kota Malang	21	Kabupaten Pacitan
3	Kota Madiun	22	Kabupaten Kediri
4	Kota Kediri	23	Kabupaten Nganjuk
5	Kota Mojokerto	24	Kabupaten Blitar
6	Kota Blitar	25	Kabupaten Tulungagung
7	Kota Pasuruan	26	Kabupaten Trenggalek
8	Kota Probolinggo	27	Kabupaten Malang
9	Kota Batu	28	Kabupaten Pasuruan
10	Kabupaten Gresik	29	Kabupaten Probolinggo
11	Kabupaten Sidoarjo	30	Kabupaten Lumajang
12	Kabupaten Mojokerto	31	Kabupaten Bondowoso
13	Kabupaten Jombang	32	Kabupaten Situbondo
14	Kabupaten Bojonegoro	33	Kabupaten Jember
15	Kabupaten Tuban	34	Kabupaten Banyuwangi
16	Kabupaten Lamongan	35	Kabupaten Pamekasan
17	Kabupaten Madiun	36	Kabupaten Sampang
18	Kabupaten Ngawi	37	Kabupaten Sumenep
19	Kabupaten Magetan	38	Kabupaten Bangkalan

3.2 Peubah Penelitian

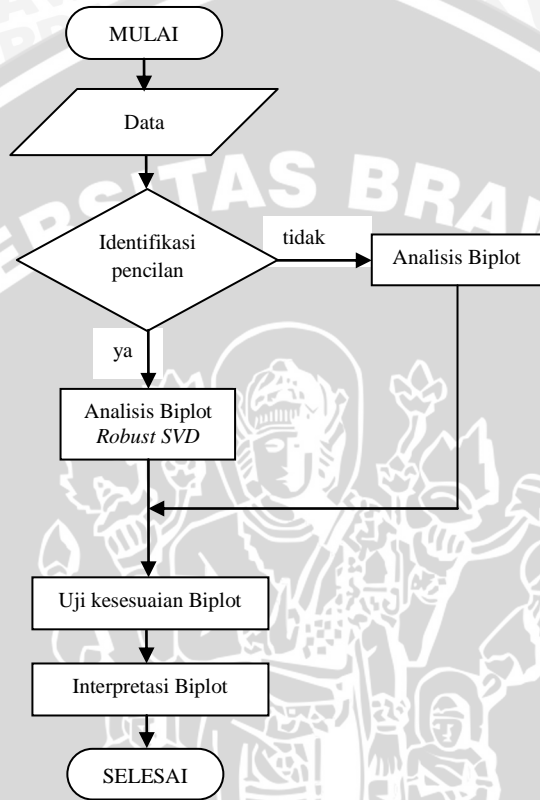
Peubah yang digunakan dalam penelitian ini merupakan indikator-indikator pendidikan, meliputi:

- X_1 = Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI
- X_2 = Angka Partisipasi Murni (APM) SMP/MTS
- X_3 = Angka Partisipasi Murni (APM) SMA/SMK/MA
- X_4 = Angka Partisipasi Kasar (APK) SD/MI
- X_5 = Angka Partisipasi Kasar (APK) SMP/MTS
- X_6 = Angka Partisipasi Kasar (APK) SMA/SMK/MA
- X_7 = Rasio Siswa per Guru (R-S/G) SD/MI
- X_8 = Rasio Siswa per Guru (R-S/G) SMP/MTS
- X_9 = Rasio Siswa per Guru (R-S/G) SMA/SMK/MA
- X_{10} = Rasio Guru per Sekolah (R-G/Sek) SD/MI
- X_{11} = Rasio Guru per Sekolah (R-G/Sek) SMP/MTS
- X_{12} = Rasio Guru per Sekolah (R-G/Sek) SMA/SMK/MA
- X_{13} = Rasio Siswa per Sekolah (R-S/Sek) SD/MI
- X_{14} = Rasio Siswa per Sekolah (R-S/Sek) SMP/MTS
- X_{15} = Rasio Siswa per Sekolah (R-S/Sek) SMA/SMK/MA
- X_{16} = Angka Buta Huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun
- X_{17} = Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/ belum tamat SD
- X_{18} = Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SD
- X_{19} = Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP

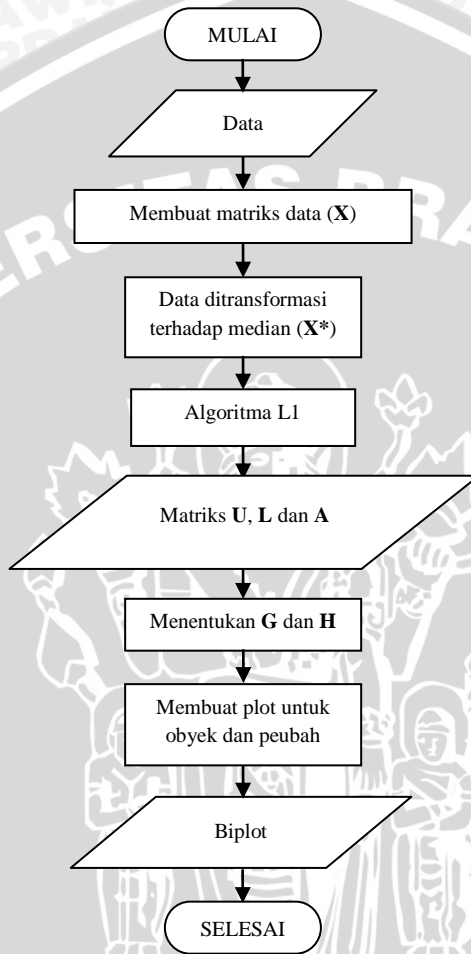
3.3 Prosedur Analisis Data

- a) Mengidentifikasi pencilan (*outlier*) pada data menggunakan metode jarak Mahalanobis dan jarak *Robust* menggunakan persamaan 2.1
- b) Melakukan analisis Biplot *Robust SVD*
 1. Membentuk matriks data observasi \mathbf{X}^* seperti tabel 2.1
 2. Melakukan transformasi terhadap median menggunakan persamaan 2.19 sehingga diperoleh matriks \mathbf{X}
 3. Menggunakan algoritma L1 *Robust SVD* untuk menghitung vektor ciri kiri ($\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r$), vektor ciri kanan ($\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_r$) dan akar ciri ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$) sehingga terbentuk matriks \mathbf{U} , \mathbf{L} dan \mathbf{A}
 4. Menentukan $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{L}^\alpha$ dan $\mathbf{H}' = \mathbf{L}^{1-\alpha}\mathbf{A}'$, di mana $\alpha = 1/2$.
 5. Membuat plot untuk obyek pertama dengan koordinat (g_{11}, g_{21}) sampai obyek ke n.
 6. Membuat biplot untuk variabel pertama dengan koordinat (h_{11}, h_{21}) sampai peubah ke p.
- c) Melakukan uji kesesuaian biplot menggunakan rumus 2.29
- d) Melakukan interpretasi

Prosedur analisis data digambarkan pada diagram alir berikut ini:



Gambar 3.1. Diagram Alir Prosedur Analisis Data



Gambar 3.2. Diagram Alir Analisis Biplot *Robust SVD*

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisis Deskriptif

Hasil analisis deskriptif dapat dilihat pada Lampiran 3 dan Lampiran 4. Penjelasan hasil tersebut akan diuraikan pada subbab 4.1.1 dan 4.1.2

4.1.1 Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

Rata-rata Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 98,335%; 85,30%; 58,85% berturut-turut. Minimum APM SD/MI terdapat di Kabupaten Sumenep (95,52%) dan maksimum adalah 100% di Kota Madiun. Minimum APM SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (60,4%) dan maksimum (98,25%) di Kota Madiun. Minimum APM SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Bangkalan (20,17%) dan maksimum (85,45%) di Kota Kediri.

Rata-rata Angka Partisipasi Kasar (APK) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 110,84%; 89,26%; 62,26% berturut-turut. Minimum APK SD/MI terdapat di Kabupaten Bangkalan (91%) dan maksimum adalah 142% di Kota Kediri. Minimum APK SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (48%) dan maksimum (132%) di Kota Madiun dan Kota Kediri. Minimum APK SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Sampang (20%) dan maksimum (130%) di Kota Kediri.

Rata-rata Rasio Siswa per Guru (R-S/G) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 17%; 12,316%; 12,105% berturut-turut. Minimum R-S/G SD/MI terdapat di Kabupaten Ponorogo (10%) dan maksimum adalah 26% di Kota Madiun. Minimum R-S/G SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Blitar dan Kabupaten Sampang sebesar 8% dan maksimum (26%) di Kabupaten Malang. Minimum R-S/G SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Blitar (4%) dan maksimum (32%) di Kabupaten Malang.

Rata-rata Rasio Guru per Sekolah (R-G/Sek) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 9,237%; 23,211%; 29,447%

berturut-turut. Minimum R-G/Sek SD/MI terdapat di Kabupaten Lamongan (4%) dan maksimum adalah 16% di Kota Pasuruan. Minimum R-G/Sek SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Blitar dan Kabupaten Bondowoso sebesar 11% dan maksimum (38%) di Kota Madiun. Minimum R-G/Sek SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Bondowoso (19%) dan maksimum (43%) di Kota Kediri.

Rata-rata Rasio Siswa per Sekolah (R-S/Sek) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 158,89%; 287,9%; 358,4% berturut-turut. Minimum R-G/Sek SD/MI terdapat di Kabupaten Malang (100%) dan maksimum adalah 263% di Kota Pasuruan. Minimum R-G/Sek SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (115%) dan maksimum (515%) di Kabupaten Malang. Minimum R-G/Sek SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Blitar (120%) dan maksimum (755%) di Kabupaten Malang.

Rata-rata Angka Buta Huruf di penduduk berusia lebih dari 15 tahun adalah 12,33%. Minimum Angka Buta Huruf terdapat di Kabupaten Sidoarjo sebesar 2,63% dan maksimum adalah 35,88% di Kabupaten Sampang.

Rata-rata Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD, yang sudah tamat SD dan yang sudah tamat SMP adalah 14,282%; 30,58%; 18,907% berturut-turut. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD terdapat di Kota Surabaya (5,847%) dan maksimum adalah 26,030% di Kabupaten Bondowoso. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SD diperlihatkan oleh Kota Madiun (16,96%) dan maksimum (40,74%) di Kabupaten Lumajang. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SMP terdapat di Kabupaten Sampang (4,848%) dan maksimum adalah 25,327% di Kota Kediri.

4.1.2 Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

Rata-rata Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 98,89%; 90,039%; 62,73% berturut-turut. Minimum APM SD/MI terdapat di Kabupaten Bangkalan (96,83%) dan maksimum adalah 100% di Kota Mojokerto, Kota Blitar dan Trenggalek. Minimum APM SMP/MTS

diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (70,12%) dan maksimum (97,64%) di Kota Mojokerto. Minimum APM SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Sampang (39,88%) dan maksimum (93,75%) di Kota Madiun.

Rata-rata Angka Partisipasi Kasar (APK) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 114,91%; 116,65%; 150,3% berturut-turut. Minimum APK SD/MI terdapat di Kabupaten Mojokerto (85,11%) dan maksimum adalah 268,94% di Kota Madiun. Minimum APK SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Mojokerto (70,84%) dan maksimum (228,01%) di Kota Madiun. Minimum APK SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Madiun (79,4%) dan maksimum (399,5%) di Kota Kediri.

Rata-rata Rasio Siswa per Guru (R-S/G) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 13,057%; 12,617%; 12,175% berturut-turut. Minimum R-S/G SD/MI terdapat di Kota Pasuruan (2,831%) dan maksimum adalah 18,608% di Kota Batu. Minimum R-S/G SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Blitar dan Kabupaten Mojokerto sebesar 6,815% dan maksimum (16,231%) di Kabupaten Banyuwangi. Minimum R-S/G SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Mojokerto (6,435%) dan maksimum (17,147%) di Kabupaten Banyuwangi.

Rata-rata Rasio Guru per Sekolah (R-G/Sek) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 15,18%; 25,87%; 31,22% berturut-turut. Minimum R-G/Sek SD/MI terdapat di Kabupaten Bangkalan (10,44%) dan maksimum adalah 89,64% di Kota Pasuruan. Minimum R-G/Sek SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (14,35%) dan maksimum (58,18%) di Kota Madiun. Minimum R-G/Sek SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Sampang (17,84%) dan maksimum (50,65%) di Kota Blitar.

Rata-rata Rasio Siswa per Sekolah (R-S/Sek) SD/MI, SMP/MTS, SMA/SMK/MA adalah 179,4%; 330,1%; 384,4% berturut-turut. Minimum R-G/Sek SD/MI terdapat di Kabupaten Magetan (100,6%) dan maksimum adalah 507,4% di Kota Madiun. Minimum R-G/Sek SMP/MTS diperlihatkan oleh Kabupaten Sampang (142,2%) dan maksimum (844,9%) di Kota Madiun. Minimum R-G/Sek SMA/SMK/MA terdapat di Kabupaten Sampang (176,2%) dan maksimum (755,7%) di Kota Blitar.

Rata-rata Angka Buta Huruf di penduduk berusia lebih dari 15 tahun adalah 10,82%. Minimum Angka Buta Huruf terdapat di Kota Batu sebesar 1,26% dan maksimum (34,96%) di Kabupaten Sampang.

Rata-rata Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD, yang sudah tamat SD dan yang sudah tamat SMP adalah 13,006%; 30,59%; 19,76% berturut-turut. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD terdapat di Kota Madiun (3,252%) dan maksimum adalah 23,134% di Kabupaten Probolinggo. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SD diperlihatkan oleh Kota Madiun (17,89%) dan maksimum (43,42%) di Kabupaten Trenggalek. Minimum penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SMP terdapat di Kabupaten Sampang (7,202%) dan maksimum (25,938%) di Kabupaten Mojokerto.

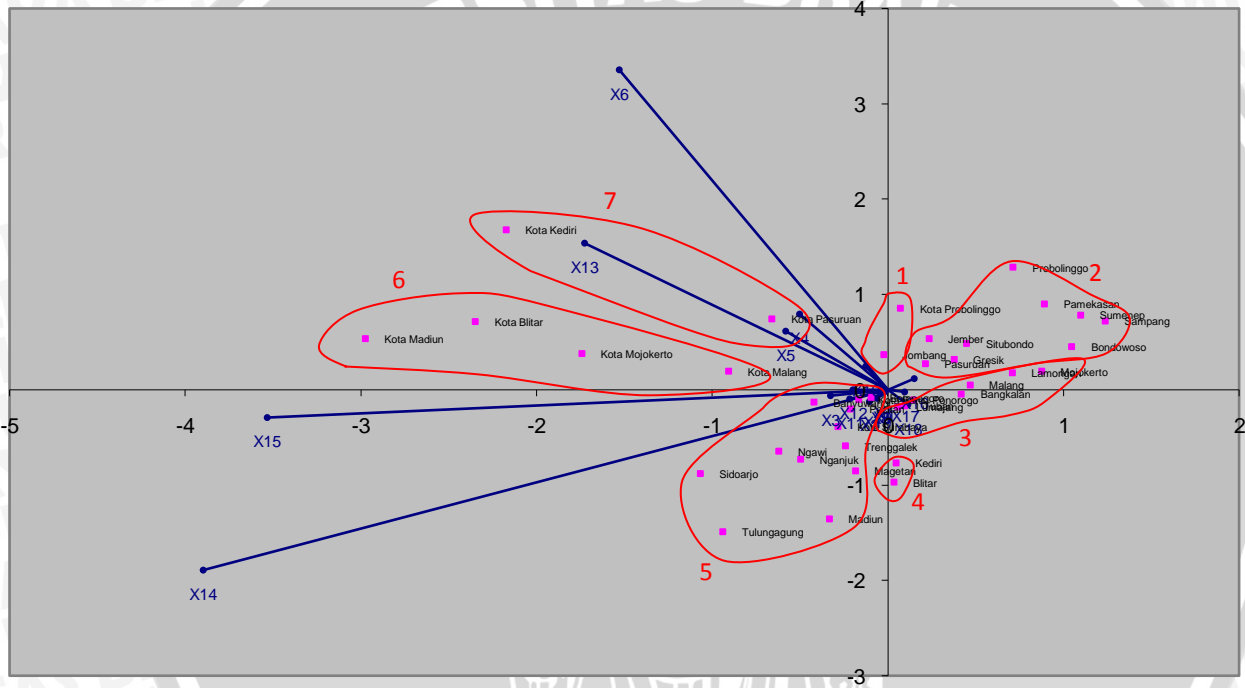
4.2 Pendeteksian Pencilan

Hasil pendeteksian pencilan pada data indikator pendidikan Provinsi Jawa Timur tahun 2006 menggunakan jarak Mahalanobis (Lampiran 7) menunjukkan bahwa tidak terdapat pengamatan yang terdeteksi sebagai pencilan, sedangkan jarak Robust menghasilkan 10 pencilan (pengamatan: 12, 16, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31 dan 38).

Sementara itu, hasil pendeteksian pencilan pada data indikator pendidikan Provinsi Jawa Timur tahun 2010 menggunakan jarak Mahalanobis (lampiran 8) memperlihatkan seluruh pengamatan tidak terdeteksi sebagai pencilan, sedangkan jarak Robust terdeteksi 10 pencilan (pengamatan: 3, 6, 7, 9, 12, 15, 23, 32, 36 dan 37).

4.3 Hasil Analisis Biplot RSVD

Hasil analisis Biplot RSVD antara Kota dan Kabupaten di Jawa Timur dengan indikator-indikator pendidikan disajikan pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Biplot Indikator Pendidikan di Jawa Timur tahun 2010

4.4 Uji Kesesuaian Biplot

Kelayakan analisis biplot dilihat dari nilai persentase keragaman:

1. Tahun 2006

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}{\sum_k \lambda_k^2} \times 100\% \\ &= \frac{(949,3198^2 + 232,1781^2)}{(949,3198^2 + 232,1781^2 + 57,399^2 \dots + 0,725^2)} \times 100\% \\ &= 99,374\%\end{aligned}$$

2. Tahun 2010

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}{\sum_k \lambda_k^2} \times 100\% \\ &= \frac{(1147,748^2 + 341,0064^2)}{(1147,748^2 + 341,0064^2 + 100,7395^2 \dots + 0,0034^2)} \times 100\% \\ &= 98,912\%\end{aligned}$$

Persentase yang mendekati 100% ini menunjukkan bahwa analisis biplot dapat digunakan sebagai landasan penarikan kesimpulan.

4.5 Interpretasi Biplot *Robust Singular Value Decomposition* (RSVD)

Terdapat beberapa informasi yang diberikan oleh biplot di data indikator pendidikan Provinsi Jawa Timur tahun 2006 dan 2010 berdasarkan Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 antara lain

1. Kedekatan antar obyek, yang digunakan untuk mengetahui obyek-obyek yang memiliki karakteristik atau penilaian peubah yang sama sehingga nantinya akan terbentuk beberapa kelompok.
2. Keragaman peubah, yang digunakan untuk mengetahui obyek mana yang memiliki keragaman paling besar dan paling kecil.

3. Korelasi antar peubah, yang digunakan untuk mengetahui apakah terdapat hubungan antara peubah satu dengan yang lain. Misalnya hubungan antara peubah APM dengan peubah lain

- APM berkorelasi positif dengan APK berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan angka partisipasi sekolah penduduk di jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi negatif dengan APK berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan angka partisipasi sekolah penduduk di jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Guru berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan perbandingan antara jumlah siswa dengan jumlah guru di jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Guru berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding terbalik dengan perbandingan antara jumlah siswa dengan jumlah guru di jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi positif dengan Rasio Guru per Sekolah berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan perbandingan antara jumlah tenaga pengajar dengan jumlah sekolah di suatu jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi negatif dengan Rasio Guru per Sekolah berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding terbalik dengan perbandingan antara jumlah tenaga pengajar dengan jumlah sekolah di suatu jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Sekolah berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan

perbandingan antara jumlah siswa dengan jumlah sekolah di jenjang pendidikan tertentu.

- APM berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Sekolah berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding terbalik dengan perbandingan antara jumlah siswa dengan jumlah sekolah di jenjang pendidikan tertentu.
- APM berkorelasi negatif dengan Angka Buta Huruf berarti bahwa jika angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu tinggi, maka Angka Buta Huruf rendah, atau sebaliknya.
- APM berkorelasi positif dengan Angka pendidikan yang ditamatkan di jenjang jenjang pendidikan tertentu berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding lurus dengan persentase jumlah penduduk, baik yang masih sekolah ataupun tidak sekolah lagi, menurut pendidikan tertinggi yang telah ditamatkan.
- APM berkorelasi negatif dengan Angka pendidikan yang ditamatkan di jenjang jenjang pendidikan tertentu berarti angka partisipasi sekolah penduduk kelompok usia standar jenjang pendidikan tertentu berbanding terbalik dengan persentase jumlah penduduk, baik yang masih sekolah ataupun tidak sekolah lagi, menurut pendidikan tertinggi yang telah ditamatkan.

4.5.1 Interpretasi Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur tahun 2006

1. Kedekatan Antar Obyek

Berdasarkan Gambar 4.1 diperoleh beberapa kelompok obyek yang memiliki kemiripan karakteristik, yaitu:

Kelompok 1: Kota Batu, Kediri, Lamongan, Blitar, Sumenep, Gresik, Tuban, Jombang, Mojokerto dan Ponorogo. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada rendahnya rasio siswa per guru SMP/MTS (X_{14}) dan SMA/MK/MA (X_{15}), rendahnya rasio

guru per sekolah SD/MI (X_{10}) dan rasio siswa per sekolah SMA/SMK/MA (X_{15}).

Kelompok 2: Jember, Bondowoso, Pamekasan, Bangkalan, Pasuruan, Situbondo, Probolinggo dan Sampang. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya rasio siswa per guru SD/MI (X_7), angka buta huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X_{16}), presentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}) serta rendahnya angka partisipasi murni (X_1 , X_2 , X_3), angka partisipasi kasar (X_4 , X_5 , X_6), rendahnya rasio guru per sekolah SMP/MTS (X_{11}) dan SMA/SMK/MA (X_{12}), rendahnya rasio siswa per sekolah SMP/MTS (X_{14}) dan persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SMP (X_{19}).

Kelompok 3: Pacitan, Lumajang, Kota Surabaya dan Kota Pasuruan. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya rasio siswa per sekolah SD/MI (X_{13}).

Kelompok 4: Kota Mojokerto, Kota Blitar, Kota Kediri, Kota Malang dan Malang. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya rasio siswa per sekolah SMA/SMK/MA (X_{15}).

Kelompok 5: Kota Madiun, Madiun, Magetan, Nganjuk, Bojonegoro, Sidoarjo, Tulungagung dan Ngawi. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka partisipasi murni SMP/MTS (X_2) dan SMA/SMK/MA (X_3), angka partisipasi kasar SMP/MTS (X_5) dan SMA/SMK/MA (X_6), rasio guru per sekolah SMP/MTS (X_{11}), rasio siswa per sekolah SMP/MTS (X_{14}) serta rendahnya rasio siswa per guru SD/MI (X_7), angka buta huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X_{16}), presentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}).

Kelompok 6: Kota Probolinggo, Banyuwangi dan Trenggalek memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka partisipasi murni SD/MI (X_1), angka partisipasi kasar SD/MI (X_4), rasio siswa per guru SMP/MTS (X_8) dan SMA/SMK/MA (X_9), rasio guru per sekolah SMA/SMK/MA (X_{12}), rasio siswa per sekolah

SMP/MTS (X_{14}), dan persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang sudah tamat SMP (X_{19}).

2. Keragaman Peubah

Peubah yang memiliki keragaman paling besar diperlihatkan oleh Rasio Siswa per Sekolah SMP/MTS dan Rasio Siswa per Sekolah SMA/SMK/MA menghasilkan vektor terpanjang. Sedangkan Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI, Rasio Siswa per Guru SD/MI, Rasio Siswa per Guru SMP/MTS, Rasio Guru per Sekolah SD/MI dan Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD memiliki keragaman kecil karena menghasilkan vektor terpendek.

3. Korelasi antar Peubah

Korelasi antar peubah berdasarkan Gambar 4.1 disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4.1. Korelasi antar peubah di data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2006

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
APM SD/MI (X_1)	$X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_8, X_{11}, X_{12}, X_{14}$ dan X_{19}	$X_7, X_9, X_{10}, X_{13}, X_{15}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}
APM SMP/MTS (X_2)	$X_1, X_3, X_4, X_5, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}	$X_7, X_{13}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}
APM SMA/SMK/MA (X_3)	$X_1, X_2, X_4, X_5, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}	$X_7, X_{13}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}
APK SD/MI (X_4)	$X_1, X_2, X_3, X_5, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}	$X_7, X_{13}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}
APK SMP/MTS (X_5)	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}	$X_7, X_{13}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
APK SMA/SMK/MA (X ₆)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₃ , X ₁₄ , X ₁₅ dan X ₁₉	X ₇ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
R-S/G SD/MI (X ₇)	X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₃ , X ₁₅ , X ₁₇ dan X ₁₈	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₄ , X ₁₆ dan X ₁₉
R-S/G SMP/MTS (X ₈)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₃ , X ₁₄ dan X ₁₅	X ₁₆ , X ₁₇ , X ₁₈ dan X ₁₉
R-S/G SMA/SMK/MA (X ₉)	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇ , X ₈ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₃ , X ₁₄ dan X ₁₅	X ₁ , X ₁₆ , X ₁₇ , X ₁₈ dan X ₁₉
R-G/Sek SD/MI (X ₁₀)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇ , X ₈ , X ₉ , X ₁₂ , X ₁₃ , X ₁₄ , X ₁₅ dan X ₁₉	X ₁ , X ₁₁ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
R-G/Sek SMP/MTS (X ₁₁)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₈ , X ₉ , X ₁₂ , X ₁₄ dan X ₁₉	X ₇ , X ₁₀ , X ₁₃ , X ₁₅ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
R-G/Sek SMA/SMK/MA (X ₁₂)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₄ , X ₁₅ dan X ₁₉	X ₇ , X ₁₃ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
R-S/Sek SD/MI (X ₁₃)	X ₆ , X ₇ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₅ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₄ dan X ₁₉
R-S/Sek SMP/MTS (X ₁₄)	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₅ dan X ₁₉	X ₇ , X ₁₃ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
R-S/Sek SMA/SMK/MA (X ₁₅)	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₂ , X ₁₃ , X ₁₄ dan X ₁₉	X ₁ , X ₁₁ , X ₁₆ , X ₁₇ dan X ₁₈
Angka Buta Huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X ₁₆)	X ₇ , X ₁₃ , X ₁₇ dan X ₁₈	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₈ , X ₉ , X ₁₀ , X ₁₁ , X ₁₂ , X ₁₄ , X ₁₅ dan X ₁₉

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
Presentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/ belum tamat SD (X_{17})	X_7, X_{13}, X_{16} dan X_{18}	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}
Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yg tamat SD (X_{18})	X_7, X_{13}, X_{16} dan X_{17}	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}
Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP (X_{19})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}$ dan X_{15}	$X_7, X_8, X_9, X_{13}, X_{16}, X_{17}$ dan X_{18}

Berdasarkan Tabel 4.1 diperlihatkan hubungan antara APM dengan peubah lain sebagai berikut:

- APM SD (X_1) berkorelasi positif dengan APM SMP (X_2) dan SMA (X_3), sehingga jika APM SD tinggi maka APM SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1), SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi positif dengan APK SD (X_4), SMP (X_5) dan SMA (X_6), sehingga jika APM SD, SMP dan SMA tinggi, maka APK SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Guru SMP (X_8), yang berarti jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Guru SMP juga tinggi. Sedangkan APM SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Guru SMP (X_8) dan SMA (X_9), sehingga jika APM SMP dan SMA tinggi, maka Rasio Siswa per Guru SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Guru SD (X_7) dan SMA (X_9), yang berarti jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Guru SD dan SMA rendah atau sebaliknya. Sedangkan APM SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Guru SD (X_7), sehingga jika APM SMP dan SMA tinggi, maka Rasio Siswa per Guru SMP SD rendah atau sebaliknya.

- APM SD (X_1) berkorelasi positif dengan Rasio Guru per Sekolah SMP (X_{11}) dan SMA (X_{12}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Guru per Sekolah SMP dan SMA juga tinggi. APM SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Guru per Sekolah SD (X_{10}), SMP (X_{11}) dan SMA (X_{12}), sehingga jika APM SMP dan SMA tinggi, maka Rasio Guru per Sekolah SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) berkorelasi negatif dengan Rasio Guru per Sekolah SD (X_{10}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Guru per Sekolah SD rendah, atau sebaliknya.
- APM SD (X_1) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Sekolah SMP (X_{14}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Sekolah SMP juga tinggi. APM SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Sekolah SMP (X_{14}) dan SMA (X_{15}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Sekolah SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Sekolah SD (X_{13}) dan SMA (X_{15}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Sekolah SD dan SMA rendah, atau sebaliknya. APM SMP (X_2) dan SMA (X_3) berkorelasi negatif dengan Rasio Siswa per Sekolah SD (X_{13}), sehingga jika APM SD tinggi, maka Rasio Siswa per Sekolah SD rendah, atau sebaliknya.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi negatif dengan Angka Buta Huruf (X_{16}), berarti jika APM tinggi, Angka Buta Huruf rendah, atau sebaliknya.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi positif dengan persentase penduduk yang tamat SMP (X_{19}), jadi jika APM tinggi, presentase penduduk yang tamat SMP juga tinggi.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi negatif dengan persentase penduduk yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}), sehingga jika APM tinggi, presentase penduduk yang belum tamat SD dan yang tamat SD rendah, atau sebaliknya.

4.5.2 Interpretasi Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur tahun 2010

1. Kedekatan Antar Obyek

Berdasarkan Gambar 4.2 diperoleh beberapa kelompok obyek yang memiliki kemiripan karakteristik, yaitu:

Kelompok 1: Kota Probolinggo dan Jombang. Keduanya memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya rasio guru per sekolah SD/MI (X_{10}) dan persentase penduduk usia 15 tahun ke atas yang tamat SD (X_{18}).

Kelompok 2: Probolinggo, Pamekasan, Sumenep, Sampang, Bondowoso, Malang, Pasuruan, Gresik, Situbondo dan Jember. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka buta huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X_{16}) serta rendahnya angka partisipasi murni (X_1, X_2, X_3), rasio siswa per guru SMP/MTS (X_8) dan SMA/SMK/MA (X_9), rendahnya rasio guru per sekolah SMP/MTS (X_{11}), rasio siswa per sekolah SMP/MTS (X_{14}) dan SMA/SMK/MA (X_{15}) dan rendahnya persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP (X_{19}).

Kelompok 3: Ponorogo, Lumajang, Tuban, Malang, Bangkalan, Lamongan dan Mojokerto. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka buta huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X_{16}), persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}) serta rendahnya angka partisipasi kasar (X_4, X_5, X_6), rasio siswa per guru SD/MI (X_7), rasio guru per sekolah SD/MI (X_{10}) dan SMA/SMK/MA (X_{12}).

Kelompok 4: Kediri dan Blitar. Keduanya memiliki kesamaan karakteristik pada rendahnya angka partisipasi kasar SMA/SMK/MA (X_6).

Kelompok 5: Banyuwangi, Pacitan, Bojonegoro, Kota Batu, Kota Surabaya, Ngawi, Nganjuk, Trenggalek, Sidoarjo, Magetan, Madiun dan Tulungagung. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka partisipasi murni (X_1, X_2, X_3),

rasio siswa per guru SMP/MTS (X_8) dan SMA/SMK/MA (X_9), tingginya rasio guru per sekolah SMP/MTS (X_{11}) dan persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP (X_{19}).

Kelompok 6: Kota Madiun, Kota Blitar, Kota Mojokerto dan Kota Malang. Kelompok ini memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya rasio siswa per sekolah SMA/SMK/MA (X_{15}) dan rendahnya persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}).

Kelompok 7: Kota Pasuruan dan Kota Kediri. Keduanya memiliki kesamaan karakteristik pada tingginya angka partisipasi kasar (X_4 , X_5 , X_6), tingginya rasio siswa per sekolah SD/MI (X_{13}) serta rendahnya persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}).

2. Keragaman Peubah

Keragaman paling besar diperlihatkan oleh Rasio Siswa per Sekolah SMP/MTS dan Rasio Siswa per Sekolah SMA/SMK/MA, karena menghasilkan vektor terpanjang. Sedangkan Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI, Rasio Siswa per Guru SD/MI, Rasio Siswa per Guru SMP/MTS Angka Partisipasi Murni SD/MI dan Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP memiliki keragaman kecil karena menghasilkan vektor terpendek.

3. Korelasi antar Peubah

Korelasi antar peubah berdasarkan Gambar 4.2 disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4.2. Korelasi antar peubah di data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2010

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
APM SD/MI (X_1)	X_2 , X_3 , X_7 , X_8 , X_9 , X_{11} , X_{12} , X_{13} , X_{14} , X_{15} , X_{18} dan X_{19}	X_4 , X_5 , X_6 , X_{10} , X_{16} dan X_{17}

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
APM SMP/MTS (X_2)	$X_1, X_3, X_7, X_8, X_9,$ $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14},$ X_{15}, X_{18} dan X_{19}	$X_4, X_5, X_6, X_{10}, X_{16}$ dan X_{17}
APM SMA/SMK/MA (X_3)	$X_1, X_2, X_4, X_5, X_6, X_7,$ $X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12},$ X_{13}, X_{14}, X_{15} dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
APK SD/MI (X_4)	$X_3, X_5, X_6, X_7, X_{10},$ $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ dan X_{15}	$X_1, X_2, X_8, X_9, X_{16},$ X_{17}, X_{18} dan X_{19}
APK SMP/MTS (X_5)	$X_3, X_4, X_6, X_7, X_8, X_9,$ $X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13},$ X_{14} dan X_{15}	$X_1, X_2, X_{16}, X_{17}, X_{18}$ dan X_{19}
APK SMA/SMK/MA (X_6)	$X_3, X_4, X_5, X_7, X_{10},$ $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ dan X_{15}	$X_1, X_2, X_8, X_9, X_{16},$ X_{17}, X_{18} dan X_{19}
R-S/G SD/MI (X_7)	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6,$ $X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12},$ X_{13}, X_{14}, X_{15} dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
R-S/G SMP/MTS (X_8)	$X_1, X_2, X_3, X_5, X_7, X_9,$ $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14},$ X_{15}, X_{18} dan X_{19}	X_4, X_6, X_{10}, X_{16} dan X_{17}
R-S/G SMA/SMK/MA (X_9)	$X_1, X_2, X_3, X_5, X_7, X_8,$ $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14},$ X_{15}, X_{18} dan X_{19}	X_4, X_6, X_{10}, X_{16} dan X_{17}
R-G/Sek SD/MI (X_{10})	$X_3, X_4, X_5, X_6, X_7,$ X_{12}, X_{13}, X_{14} dan X_{15}	$X_1, X_2, X_8, X_9, X_{11},$ X_{16}, X_{17}, X_{18} dan X_{19}
R-G/Sek SMP/MTS (X_{11})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6,$ $X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{12},$ X_{13}, X_{14}, X_{15} dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
R-G/Sek SMA/SMK/MA (X_{12})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6,$ $X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11},$ X_{13}, X_{14}, X_{15} dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
R-S/Sek SD/MI (X_{13})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6,$ $X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11},$ X_{12}, X_{14} dan X_{15}	X_{16}, X_{17}, X_{18} dan X_{19}

Nama Peubah	Peubah yang berkorelasi	
	Positif	Negatif
R-S/Sek SMP/MTS (X_{14})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{15}$ dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
R-S/Sek SMA/SMK/MA (X_{15})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ dan X_{19}	X_{16}, X_{17} dan X_{18}
Angka Buta Huruf penduduk berusia lebih dari 15 tahun (X_{16})	X_{17} dan X_{18}	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}
Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD (X_{17})	X_{16} dan X_{18}	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{19}
Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SD (X_{18})	$X_1, X_2, X_8, X_9, X_{16}, X_{17}$ dan X_{19}	$X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ dan X_{15}
Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP (X_{19})	$X_1, X_2, X_3, X_4, X_7, X_8, X_9, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{15}$ dan X_{18}	$X_5, X_6, X_{10}, X_{13}, X_{16}$ dan X_{17}

Tabel 4.2 memperlihatkan hubungan antara APM dengan peubah lain sebagai berikut:

- APM SD (X_1) berkorelasi positif dengan APM SMP (X_2) dan SMA (X_3), sehingga jika APM SD tinggi maka APM SMP dan SMA juga tinggi.

- APM SMA (X_3) berkorelasi positif dengan APK SD (X_1), SMP (X_2) dan SMA (X_3), sehingga jika SMA tinggi, maka APK SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) dan SMP (X_2) berkorelasi negatif dengan APK SD (X_4), SMP (X_5) dan SMA (X_6), jadi jika APM SD dan SMP tinggi, maka APK SD, SMP dan SMA rendah, atau jika APM SD dan SMP rendah, maka APK SD, SMP dan SMA tinggi.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Guru (X_7, X_8, X_9) yang berarti jika APM SD, SMP dan SMA tinggi, maka Rasio Siswa per Guru SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) dan SMP (X_2) berkorelasi positif dengan Rasio Guru per Sekolah SMP (X_{11}) dan SMA (X_{12}), sehingga jika APM SD dan SMP tinggi, maka Rasio Guru per Sekolah SMP dan SMA juga tinggi. Sedangkan APM SMA (X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Guru per Sekolah SD (X_{10}), SMP (X_{11}) dan SMA (X_{12}), sehingga jika APM SMA tinggi, maka Rasio Guru per Sekolah SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM SD (X_1) dan SMP (X_2) berkorelasi negatif dengan Rasio Guru per Sekolah SD (X_{10}), yang berarti jika APM SD dan SMP tinggi, Rasio Guru per Sekolah SD rendah atau sebaliknya.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi positif dengan Rasio Siswa per Sekolah (X_{13}, X_{14}, X_{15}), sehingga jika APM SD, SMP dan SMA tinggi, maka Rasio Siswa per sekolah SD, SMP dan SMA juga tinggi.
- APM (X_1, X_2, X_3) berkorelasi negatif dengan Angka Buta Huruf (X_{16}), sehingga jika APM tinggi, Angka Buta Huruf rendah, atau sebaliknya.
- APM SD (X_1) dan SMP (X_2) berkorelasi positif dengan persentase penduduk yang tamat SD (X_{18}) dan tamat SMP (X_{19}), berarti jika APM SD dan SMP tinggi, maka persentase penduduk yang tamat SD dan tamat SMP juga tinggi. APM SMA (X_3) berkorelasi positif dengan persentase penduduk yang tamat SMP (X_{19}), sehingga jika APM SMA tinggi, maka persentase penduduk yang tamat SMP juga tinggi.

- APM SD (X_1) dan SMP (X_2) berkorelasi negatif dengan persentase penduduk yang belum tamat SD (X_{17}), sehingga jika APM SD dan SMP tinggi, persentase penduduk yang belum tamat SD rendah, atau sebaliknya. APM SMA (X_3) berkorelasi negatif dengan persentase penduduk yang belum tamat SD (X_{17}) dan yang tamat SD (X_{18}), sehingga jika APM SMA tinggi, persentase penduduk yang belum tamat SD dan yang tamat SD rendah, atau sebaliknya.

4.6 Hasil Analisis Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006 dan 2010

Biplot pada data pendidikan di Jawa Timur tahun 2006 dan 2010 menghasilkan rangkuman berikut:

1. Sebanyak 6 kelompok terbentuk berdasarkan kedekatan antar obyek dan kesamaan karakteristik untuk data tahun 2006 sedangkan di data tahun 2010 terbentuk 7 kelompok.
2. Peubah yang memiliki keragaman paling besar pada data tahun 2006 dan tahun 2010 adalah sama, yaitu Rasio Siswa per Sekolah SMP/MTS (X_{14}) dan Rasio Siswa per Sekolah SMA/SMK/MA (X_{15}). Kemudian Peubah yang memiliki keragaman paling kecil pada data tahun 2006 ditunjukkan oleh Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI (X_1), Rasio Siswa per Guru SD/MI (X_7), Rasio Siswa per Guru SMP/MTS (X_8), Rasio Guru per Sekolah SD/MI (X_{10}) dan Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tidak/belum tamat SD (X_{17}) sedangkan pada data tahun 2010 adalah peubah Angka Partisipasi Murni (APM) SD/MI (X_1), Rasio Siswa per Guru SD/MI (X_7), Rasio Siswa per Guru SMP/MTS (X_8), Angka Partisipasi Murni SD/MI (X_9) dan Persentase penduduk berusia lebih dari 15 tahun yang tamat SMP (X_{19})
3. Korelasi antar peubah berdasarkan biplot dapat dilihat melalui sudut yang terbentuk antar vektor. Korelasi antar peubah Pada data tahun 2006 dan data tahun 2010 sangat berbeda seperti yang tercantum dalam Tabel 4.1 dan Tabel 4.2. Peubah APM dan APK pada tahun 2006 berkorelasi positif, sedangkan pada data 2010 hanya APM SMA yang berkorelasi positif dengan APK. APM SD

dan SMP berkorelasi negatif dengan APK. Hal ini bisa terjadi karena banyaknya penduduk di luar kelompok usia standar yang bersekolah di jenjang pendidikan tertentu, sehingga mempengaruhi APM. Misalkan terdapat banyak anak berusia di bawah 6 tahun yang mulai masuk sekolah SD atau adanya kelas percepatan sehingga anak-anak yang berusia di bawah standar dapat masuk ke Sekolah Menengah Pertama atau Sekolah Menengah Atas lebih cepat.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, dapat diambil kesimpulan berikut:

1. Data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2006 dan tahun 2010 berturut-turut menghasilkan 6 kelompok dan 7 kelompok obyek yang memiliki kemiripan karakteristik.
2. Peubah yang memiliki keragaman paling besar pada data tahun 2006 dan tahun 2010 adalah peubah X_{14} dan X_{15} . Keragaman paling kecil pada data tahun 2006 dimiliki oleh X_1 , X_7 , X_8 , X_{10} dan X_{17} sedangkan pada data tahun 2010 keragaman paling kecil dimiliki X_1 , X_7 , X_8 , X_9 dan X_{19} .
3. Korelasi antar peubah pada data indikator pendidikan di Jawa Timur tahun 2006 dan tahun 2010 menunjukkan adanya perbedaan.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, beberapa saran diberikan:

1. Menggunakan analisis Biplot pada kasus data pencilan selain *Robust Singular Value Decomposition* algoritma L1, seperti *Robust M-Estimates*.
2. Menerapkan analisis Biplot *Robust* pada data multivariat selain di bidang Pendidikan, seperti Pertanian dan Pemasaran.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Amalia, E.R. 2007. *Kondisi Pemerataan Pendidikan di Indonesia*. Universitas Muhammadiyah. Malang.
- Badan Pusat Statistik. 2010. *Hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional Tahun 2010 Provinsi Jawa Timur*. BPS Provinsi Jatim.
- Badan Pusat Statistik. 2008. *Indikator Pendidikan dan Pemanfaatannya*. <http://yapenwaropenkab.bps.go.id/>. Diakses pada tanggal 9 April 2012.
- BPS Provinsi Jatim. *Provinsi Jatim dalam Angka 2011*. CV. Gita Sarana Electrindo.
- Barnett, V. and Lewis, T. 1994. *Outliers in Statistical Data*. John Wiley.
- Bengal, I. *Outlier Detection*. Department of Industrial Engineering, Tel-Aviv University. Tel-Aviv.
- Chatfield, C. and Collins, A.J.. 1984. *Introduction to Multivariate Analysis*. Chapman and Hall. London.
- Daigle, G. and Rivest, L.P. 1992. *A Robust Biplot*. The Canadian Journal of Statistics vol. 20, No. 3, pp. 241-255.
- Ferguson, T.S. 1961. "On the Rejection of Outliers," in *Proceedings of Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, vol. 1, 253-287.
- Gabriel, K.R. 1971. *The Biplot Graphic Display of Matrices With Application to Principal Component Analysis*. *Biometrika* 58: 453-467.
- Gabriel, K.R. 2002. *Goodness of Fit of Biplots and Correspondence Analysis*. *Biometrika*. 89: 423-436.
- Ginanjar, I. *Pengantar Analisis Multivariat Lanjutan*. Universitas Padjajaran. Bandung.

- Greenacre, M. 2008. *Contribution Biplot*. Department of Economics and Business. Barcelona.
- Greenacre, M. 2008. *The Standart Biplot*. Department of Economics and Business. Barcelona.
- Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L. and Black, W.C. 1998. *Multivariate Data Analysis*. Prentice-Hall. New Jersey.
- Hawkins, D.M., Liu, L., dan Young, S.S. 2001. *Robust Singular Value Decomposition*. Technical Report Number 122. National Institute of Statistical Sciences.
- Huber, P.J. 1981. *Robust Statistics*. Wiley. New York.
- Johnson, R. 1992. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall. New Jersey.
- Jolliffe and Rawlings. 1986. *Principal Component Analysis*. Springer-Verlag. New York.
- Kasim, M. 2008. *Principal Component Analysis dan Minimum Covariance Determinant dalam Menentukan Profil Kabupaten/ Kota di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Indikator Pendidikan*. [Tesis]. Institut Teknologi Sepuluh November. Surabaya. Tidak dipublikasikan.
- Lipkovich, I. and Smith, E.P. 2002. *Biplot and Singular Value Decomposition Macros for Excel*. Department of Statistics Virginia Tech. Blackburg.
- Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I.M. 2011 *Sidik Peubah Ganda*. Departemen Statistika. Institut Pertanian Bogor.
- Moronna, R.A., Martin, R.D., and Yohai, U.J. 2006. *Robust Statistics: Theory and Methods*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Pemerintah Daerah Provinsi Jatim. *Data Makro Sosial Ekonomi Jawa Timur Tahun 2006-2010*. Pemda Jatim.

Penny, K.I., and Jolliffe, I.T. 2001. *A Comparison of Multivariate Outlier detection Methods for Clinical Laboratory Safety data*. *The Statistician* 50(3), 295-308.

Rahmantya, K. 2009. *Outlier-Pencilan*. <http://statforall.blogspot.com/>. Diakses pada tanggal 9 April 2012.

Soemartini. 2007. *Outlier (Pencilan)*. Jurusan Statistika FMIPA Universitas Padjajaran. Jatinangor.

Susetyo, Budi. 2003. *Modul Teori Analisis Peubah Ganda*. Institut Pertanian Bogor. Bogor.

Wakhinuddin, S. 2009. *Angka Partisipasi dalam Pendidikan*. <http://wakhinuddin.wordpress.com/>. Diakses pada tanggal 9 April 2012.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 1. Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

Kode	Kota/Kabupaten	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	Kota Surabaya	99	96	70	122	97	92	24	12	13	10
2	Kota Malang	98	91	77	110	108	88	26	13	12	9
3	Kota Madiun	100	98	83	137	132	126	15	13	12	12
4	Kota Kediri	99	95	85	142	132	130	18	14	14	10
5	Kota Mojokerto	99	94	74	118	122	95	20	15	14	10
6	Kota Blitar	99	97	79	116	119	123	16	14	14	12
7	Kota Pasuruan	98	89	69	124	102	113	16	13	12	16
8	Kota Probolinggo	97	87	61	124	104	101	19	12	13	9
9	Kota Batu	99	90	59	120	87	58	21	13	9	11
10	Kab. Gresik	99	95	71	117	97	63	15	10	10	10
11	Kab. Sidoarjo	100	95	77	120	98	67	20	14	15	11
12	Kab. Mojokerto	100	94	73	104	92	60	16	12	12	10
13	Kab. Jombang	99	90	62	103	97	72	15	11	10	10
14	Kab. Bojonegoro	99	93	50	103	97	60	14	13	12	8
15	Kab. Tuban	97	80	38	109	80	39	15	13	11	10
16	Kab. Lamongan	100	94	60	106	97	61	26	10	9	4
17	Kab. Madiun	98	94	75	103	93	50	13	13	13	9
18	Kab. Ngawi	100	90	52	104	86	57	17	14	14	7

19	Kab. Magetan	99	98	75	107	98	62	10	12	12	10
20	Kab. Ponorogo	99	95	62	104	92	60	13	11	9	9
21	Kab. Pacitan	99	89	49	118	85	46	15	11	12	8
22	Kab. Kediri	97	88	58	107	84	40	18	12	11	10
23	Kab. Nganjuk	98	83	52	107	87	67	18	12	12	6
24	Kab. Blitar	99	86	59	133	85	38	21	8	4	9
25	Kab. Tulungagung	99	92	65	108	94	58	11	12	11	12
26	Kab. Trenggalek	100	86	54	103	89	57	14	12	13	9
27	Kab. Malang	97	77	55	101	80	42	15	26	32	6
28	Kab. Pasuruan	97	73	52	115	78	51	23	11	12	8
29	Kab. Probolinggo	98	65	39	115	68	33	13	10	11	10
30	Kab. Lumajang	97	68	50	103	75	39	19	12	15	8
31	Kab. Bondowoso	96	67	52	104	59	36	16	13	10	7
32	Kab. Situbondo	99	74	50	104	79	43	12	11	12	11
33	Kab. Jember	98	78	53	102	73	49	20	16	12	8
34	Kab. Banyuwangi	97	81	56	114	81	53	16	14	13	9
35	Kab. Pamekasan	99	80	48	92	65	54	15	9	10	10
36	Kab. Sampang	97	60	30	100	48	20	21	8	10	8
37	Kab. Sumenep	96	77	43	102	70	35	13	9	10	9
38	Kab. Bangkalan	96	62	20	91	62	28	17	10	10	6

Kode	Kota/Kabupaten	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19
1	Kota Surabaya	24	33	243	290	420	4	6	20	19
2	Kota Malang	25	34	242	333	416	3	7	17	16
3	Kota Madiun	38	39	184	492	466	4	8	17	23
4	Kota Kediri	31	43	185	431	601	3	7	21	25
5	Kota Mojokerto	29	38	206	434	542	3	8	23	20
6	Kota Blitar	32	41	195	437	592	3	9	21	23
7	Kota Pasuruan	18	35	263	225	425	4	9	26	20
8	Kota Probolinggo	24	30	174	302	373	11	10	25	19
9	Kota Batu	25	29	236	312	263	5	12	36	23
10	Kab. Gresik	23	29	149	222	282	6	10	25	22
11	Kab. Sidoarjo	29	31	216	403	453	3	7	21	25
12	Kab. Mojokerto	24	27	154	287	318	8	19	25	24
13	Kab. Jombang	24	29	149	270	300	11	16	28	24
14	Kab. Bojonegoro	24	29	121	310	349	15	14	36	20
15	Kab. Tuban	20	25	145	264	278	15	16	39	18
16	Kab. Lamongan	23	26	110	233	242	14	15	30	22
17	Kab. Madiun	25	28	118	324	364	14	13	34	20
18	Kab. Ngawi	24	30	122	332	425	19	11	35	18
19	Kab. Magetan	29	34	102	345	403	10	14	30	23
20	Kab. Ponorogo	24	32	122	260	307	20	13	30	20

21	Kab. Pacitan	23	33	122	254	397	11	13	40	22
22	Kab. Kediri	25	26	180	310	294	9	16	33	23
23	Kab. Nganjuk	27	32	110	328	370	11	17	34	18
24	Kab. Blitar	19	27	192	154	120	9	18	32	23
25	Kab. Tulungagung	32	43	128	377	462	10	14	34	20
26	Kab. Trenggalek	24	30	126	297	390	8	13	39	22
27	Kab. Malang	20	24	100	515	755	11	19	34	19
28	Kab. Pasuruan	21	25	192	234	312	12	21	37	17
29	Kab. Probolinggo	18	24	130	171	270	22	26	35	11
30	Kab. Lumajang	20	25	157	237	371	14	21	41	15
31	Kab. Bondowoso	11	19	120	148	191	26	26	30	10
32	Kab. Situbondo	20	27	122	208	317	23	18	28	15
33	Kab. Jember	16	26	168	253	311	17	17	32	16
34	Kab. Banyuwangi	22	29	148	311	379	14	18	28	21
35	Kab. Pamekasan	21	26	147	191	253	21	13	39	11
36	Kab. Sampang	14	20	175	115	196	36	15	33	5
37	Kab. Sumenep	18	20	112	158	197	21	16	32	14
38	Kab. Bangkalan	16	21	173	172	215	17	19	39	12

Lampiran 2. Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

Kode	Kota/Kabupaten	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	Kota Surabaya	99	94	86	97	107	87	18	11	11	15
2	Kota Malang	99	90	74	116	119	150	18	14	14	16
3	Kota Madiun	100	97	94	269	228	292	15	15	11	35
4	Kota Kediri	99	96	81	123	139	400	18	14	15	13
5	Kota Mojokerto	100	98	83	156	156	274	13	14	12	20
6	Kota Blitar	100	95	80	128	175	325	15	15	15	15
7	Kota Pasuruan	98	91	75	100	95	189	3	15	14	90
8	Kota Probolinggo	99	92	74	107	95	199	16	13	13	12
9	Kota Batu	100	93	77	124	118	101	19	15	10	14
10	Kab. Gresik	99	94	62	98	100	141	14	11	12	12
11	Kab. Sidoarjo	99	95	81	97	112	99	18	15	16	15
12	Kab. Mojokerto	99	92	62	85	71	87	11	7	6	17
13	Kab. Jombang	99	94	60	109	121	174	13	13	12	12
14	Kab. Bojonegoro	100	88	57	118	131	163	12	14	14	11
15	Kab. Tuban	98	87	44	100	92	139	13	15	13	11
16	Kab. Lamongan	100	96	69	100	105	125	9	9	9	12
17	Kab. Madiun	99	95	79	95	96	79	11	13	13	11
18	Kab. Ngawi	99	90	57	116	129	156	12	16	13	12

19	Kab. Magetan	100	98	71	112	103	117	10	12	12	10
20	Kab. Ponorogo	99	93	71	103	132	147	11	13	13	11
21	Kab. Pacitan	99	96	52	104	132	149	9	12	13	11
22	Kab. Kediri	99	90	60	103	98	83	15	12	11	12
23	Kab. Nganjuk	99	92	58	90	107	148	14	13	13	11
24	Kab. Blitar	100	91	58	105	95	81	11	14	14	12
25	Kab. Tulungagung	100	93	71	109	107	106	11	13	13	13
26	Kab. Trenggalek	100	90	59	106	105	125	11	13	13	11
27	Kab. Malang	97	81	55	115	119	101	16	13	11	11
28	Kab. Pasuruan	99	86	49	104	103	139	15	12	12	11
29	Kab. Probolinggo	98	78	43	143	120	180	13	10	11	12
30	Kab. Lumajang	99	89	41	107	113	122	12	15	13	13
31	Kab. Bondowoso	97	81	45	104	120	104	11	11	10	13
32	Kab. Situbondo	98	86	51	111	129	150	8	10	11	15
33	Kab. Jember	99	84	48	107	117	143	16	13	13	13
34	Kab. Banyuwangi	99	91	56	109	115	146	16	16	17	11
35	Kab. Pamekasan	99	89	59	134	101	147	10	8	10	14
36	Kab. Sampang	98	70	40	110	110	109	14	10	10	11
37	Kab. Sumenep	99	87	52	131	111	139	9	8	10	12
38	Kab. Bangkalan	97	81	48	119	105	97	18	14	12	10

Kode	Kota/Kabupaten	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19
1	Kota Surabaya	33	33	270	361	369	2	6	20	21
2	Kota Malang	27	38	286	369	524	3	9	22	20
3	Kota Madiun	58	43	507	845	456	2	3	18	23
4	Kota Kediri	34	48	236	479	724	2	7	20	25
5	Kota Mojokerto	41	43	262	562	526	3	5	21	22
6	Kota Blitar	36	51	233	526	756	3	7	21	24
7	Kota Pasuruan	20	36	254	310	512	4	9	28	21
8	Kota Probolinggo	21	27	184	271	350	8	7	26	20
9	Kota Batu	24	33	269	355	328	1	11	30	22
10	Kab. Gresik	23	26	161	250	311	6	9	28	24
11	Kab. Sidoarjo	31	32	278	456	509	3	8	21	23
12	Kab. Mojokerto	29	35	186	197	225	6	14	28	26
13	Kab. Jombang	23	30	156	296	374	7	12	30	25
14	Kab. Bojonegoro	25	26	130	346	358	15	12	35	19
15	Kab. Tuban	21	26	144	313	346	14	15	38	17
16	Kab. Lamongan	25	30	109	213	275	13	16	27	24
17	Kab. Madiun	29	34	119	382	443	11	12	31	23
18	Kab. Ngawi	28	33	148	438	421	15	15	32	20
19	Kab. Magetan	31	35	101	358	410	10	13	33	21
20	Kab. Ponorogo	24	25	122	315	325	13	16	32	20

21	Kab. Pacitan	26	36	104	298	469	8	13	38	22
22	Kab. Kediri	28	29	176	354	321	7	15	31	23
23	Kab. Nganjuk	31	33	144	418	415	10	16	33	21
24	Kab. Blitar	24	27	123	335	374	8	16	35	23
25	Kab. Tulungagung	37	40	137	464	525	6	12	35	22
26	Kab. Trenggalek	26	34	120	334	445	7	11	43	22
27	Kab. Malang	19	25	175	258	280	10	18	34	20
28	Kab. Pasuruan	21	29	170	260	351	11	20	36	17
29	Kab. Probolinggo	17	25	153	174	268	22	23	34	13
30	Kab. Lumajang	19	29	151	296	378	14	14	40	16
31	Kab. Bondowoso	15	20	142	174	203	24	21	35	14
32	Kab. Situbondo	22	31	124	219	332	21	18	33	15
33	Kab. Jember	19	25	200	254	332	17	17	32	17
34	Kab. Banyuwangi	20	28	168	329	475	14	18	30	20
35	Kab. Pamekasan	22	24	143	171	234	20	15	33	14
36	Kab. Sampang	14	18	143	142	176	35	18	28	7
37	Kab. Sumenep	19	22	102	150	214	21	11	32	16
38	Kab. Bangkalan	19	24	187	276	275	17	13	39	10

Lampiran 3. Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

Descriptive Statistics: X1; X2; X3; X4; X5; X6; X7; X8; ...

Variable	Mean	SE Mean	StDev	Variance	Minimum	Q1	Median	Q3	Maximum
X1	98,335	0,194	1,196	1,431	95,520	97,263	98,640	99,280	100,00
X2	85,30	1,75	10,76	115,76	60,40	77,39	89,10	94,37	98,25
X3	58,85	2,37	14,61	213,48	20,17	50,04	58,15	71,32	85,45
X4	110,84	1,84	11,31	128,03	91,00	103,00	107,00	118,00	142,00
X5	89,26	3,00	18,48	341,66	48,00	78,75	88,00	97,25	132,00
X6	62,26	4,49	27,68	766,25	20,00	41,50	57,50	68,25	130,00
X7	17,000	0,630	3,883	15,081	10,000	14,750	16,000	20,000	26,00
X8	12,316	0,474	2,923	8,546	8,000	11,000	12,000	13,000	26,00
X9	12,105	0,632	3,896	15,178	4,000	10,000	12,000	13,000	32,00
X10	9,237	0,340	2,098	4,402	4,000	8,000	9,000	10,000	16,00
X11	23,211	0,867	5,343	28,549	11,000	20,000	24,000	25,000	38,00
X12	29,447	0,971	5,985	35,821	19,000	25,750	29,000	33,000	43,00
X13	158,89	7,03	43,36	1880,15	100,00	122,00	149,00	186,75	263,00
X14	287,9	15,5	95,7	9161,8	115,0	224,3	288,5	332,3	515,00
X15	358,4	20,4	125,9	15861,1	120,0	276,0	356,5	421,3	755,00
X16	12,33	1,22	7,50	56,26	2,63	5,74	10,99	17,18	35,88
X17	14,282	0,797	4,912	24,130	5,847	10,008	14,153	17,719	26,03
X18	30,58	1,07	6,59	43,38	16,96	25,35	31,76	35,28	40,74
X19	18,907	0,754	4,649	21,614	4,848	15,815	20,137	22,578	25,327

Lampiran 4. Analisis Deskriptif Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

Descriptive Statistics: X1; X2; X3; X4; X5; X6; X7; X8; ...

Variable	Mean	SE Mean	StDev	Variance	Minimum	Q1	Median	Q3	Maximum
X1	98,890	0,122	0,751	0,564	96,830	98,608	99,030	99,513	100,00
X2	90,039	0,972	5,991	35,887	70,120	87,225	91,305	94,162	97,64
X3	62,73	2,27	13,98	195,43	39,88	51,80	59,46	74,32	93,75
X4	114,91	4,76	29,32	859,73	85,11	102,16	108,30	118,30	268,94
X5	116,65	4,24	26,14	683,41	70,84	102,42	111,46	122,89	228,01
X6	150,3	11,2	69,0	4756,9	79,4	103,2	140,2	157,9	399,5
X7	13,057	0,557	3,434	11,791	2,831	10,783	13,124	15,591	18,608
X8	12,617	0,373	2,301	5,293	6,815	11,330	13,202	14,425	16,231
X9	12,175	0,330	2,032	4,127	6,435	10,742	12,455	13,177	17,147
X10	15,18	2,12	13,09	171,38	10,44	11,11	11,85	14,50	89,64
X11	25,87	1,33	8,18	66,90	14,35	20,41	24,35	29,40	58,18
X12	31,22	1,19	7,31	53,47	17,84	25,57	30,19	35,02	50,65
X13	179,4	12,4	76,7	5889,3	100,6	128,6	154,8	208,2	507,4
X14	330,1	21,6	133,4	17799,9	142,2	253,2	314,0	372,1	844,9
X15	384,4	20,7	127,7	16296,6	176,2	303,4	363,7	459,1	755,7
X16	10,82	1,23	7,56	57,12	1,26	5,07	9,54	14,99	34,96
X17	13,006	0,751	4,632	21,460	3,252	9,299	12,963	15,886	23,134
X18	30,59	1,00	6,19	38,26	17,89	27,53	31,83	34,63	43,42
X19	19,760	0,684	4,218	17,791	7,202	17,064	20,863	22,734	25,938

Lampiran 5. Jarak Mahalanobis dan Jarak *Robust* Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

Classical Distances and Robust (Rousseeuw) Distances
Unsquared Mahalanobis Distance and
Unsquared Rousseeuw Distance of Each Observation

N	Mahalanobis	Robust	Weight
	Distances	Distances	
1	4.242387	4.333522	1.000000
2	4.465349	4.316560	1.000000
3	4.932243	4.519853	1.000000
4	4.409068	4.308082	1.000000
5	4.165162	3.839535	1.000000
6	4.349603	4.435431	1.000000
7	5.002607	4.571202	1.000000
8	4.080583	4.426761	1.000000
9	4.342238	4.428347	1.000000
10	4.090709	3.865336	1.000000
11	4.126981	4.401958	1.000000
12	4.195257	15.382477	0
13	3.448270	4.633067	1.000000
14	3.686580	4.359581	1.000000
15	4.103184	4.557155	1.000000
16	4.909450	28.304712	0
17	4.172354	4.415708	1.000000
18	3.459567	3.915993	1.000000
19	2.853416	3.422324	1.000000
20	3.883908	4.441038	1.000000
21	3.825558	3.934621	1.000000
22	3.635628	3.783159	1.000000
23	3.859687	4.026983	1.000000
24	4.567886	23.164856	0
25	5.028302	13.294357	0
26	4.286004	4.154996	1.000000
27	5.552243	27.506987	0
28	3.822484	14.025197	0
29	4.596489	18.064045	0
30	4.206047	14.422512	0
31	4.763361	19.072743	0
32	4.313695	4.898186	1.000000
33	4.275540	4.362129	1.000000
34	3.316626	4.091795	1.000000
35	4.369545	4.010032	1.000000
36	5.133300	4.638733	1.000000
37	4.191756	4.429529	1.000000
38	5.383966	31.936427	0

Robust distances are based on reweighted estimates.

The cutoff value is the square root of the 0.975 quantile of the chi square distribution with 19 degrees of freedom.

Points whose robust distance exceeds 5.731694938 have received a zero weight in the last column above.

There were 10 such points in the data. These may include boundary cases. Only points whose robust distance is substantially larger than the cutoff should be considered outliers.

Lampiran 6. Jarak Mahalanobis dan Jarak *Robust* Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

Classical Distances and Robust (Rousseeuw) Distances
Unsquared Mahalanobis Distance and
Unsquared Rousseeuw Distance of Each Observation

N	Mahalanobis	Robust	Weight
	Distances	Distances	
1	4.229122	3.886005	1.000000
2	3.953791	4.326898	1.000000
3	5.791130	35.506202	0
4	4.919340	4.885329	1.000000
5	3.855272	4.891706	1.000000
6	4.222495	17.330933	0
7	5.997844	188.732085	0
8	4.105661	4.235012	1.000000
9	5.065085	14.769078	0
10	3.350861	3.900815	1.000000
11	4.150259	4.450494	1.000000
12	5.266729	34.307487	0
13	3.004163	3.516158	1.000000
14	4.098406	4.702140	1.000000
15	4.307203	14.371320	0
16	3.582061	3.950085	1.000000
17	4.577105	4.538851	1.000000
18	3.468885	4.608779	1.000000
19	3.436351	3.648086	1.000000
20	4.364598	4.425852	1.000000
21	4.075366	4.561701	1.000000
22	3.566611	4.053056	1.000000
23	4.615242	15.504054	0
24	3.889321	3.792230	1.000000
25	4.176082	4.513321	1.000000
26	4.545841	4.631157	1.000000
27	4.768636	4.296362	1.000000
28	3.888857	4.086253	1.000000
29	4.115797	4.273405	1.000000
30	3.802080	4.050010	1.000000
31	4.297913	4.248749	1.000000
32	4.217094	13.984786	0
33	3.441631	3.683488	1.000000
34	4.658547	4.590267	1.000000
35	4.104882	4.432758	1.000000
36	4.977688	23.030135	0
37	4.250357	16.558555	0
38	4.551216	4.244062	1.000000

Robust distances are based on reweighted estimates.

The cutoff value is the square root of the 0.975 quantile of the chi square distribution with 19 degrees of freedom.

Points whose robust distance exceeds 5.731694938 have received a zero weight in the last column above.

There were 10 such points in the data. These may include boundary cases. Only points whose robust distance is substantially larger than the cutoff should be considered outliers.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 7. Matriks $_{38}U_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

-0,06	-0,22	-0,11	0,017	0,303	0,028	-0,06	0,003	-0,06	0,123	...	-0,01	-0,22	-0,22
-0,09	-0,06	-0,11	-0,1	0,126	-0,17	-0,17	-0,28	-0,003	0,099	...	-0,17	-0,08	-0,08
-0,23	0,417	0,401	-0,21	0,016	0,109	-0,23	0,072	0,23	2E-04	...	-0,31	0,192	0,186
-0,31	-0,11	0,142	-0,05	0,04	-0,16	-0,02	0,056	-0,11	-0,1	...	0,054	0,105	0,106
-0,26	-0,001	0,025	0,094	0,088	-0,06	-0,02	-0,21	0,039	-0,08	...	7E-04	0,144	0,143
-0,3	-0,95	0,146	0,02	-0,06	0,019	0,09	0,209	-0,17	-0,19	...	0,179	0,009	0,013
-0,03	-0,46	-0,01	0,126	-0,11	0,249	0,084	-0,08	0,052	0,091	...	0,144	0,028	0,032
-0,03	0,005	0,322	-0,04	0,168	0,093	-0,18	0,017	-0,16	0,322	...	-0,27	0,22	0,214
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	...	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	...	:	:	:
-0,03	0,02	0,059	-0,13	0,048	0,141	0,16	0,089	-0,23	0,011	...	0,201	0,092	0,095
0,151	-0,07	0,147	0,043	0,085	-0,16	-0,32	0,05	0,214	0,038	...	-0,27	0,091	0,086
0,252	-0,24	0,185	-0,19	0,47	-0,1	-0,07	0,226	-0,03	0,303	...	0,024	0,284	0,283
0,222	-0,003	0,07	-0,04	0,149	0,268	-0,37	0,022	-0,25	0,216	...	-0,33	-0,27	-0,27
0,2	-0,96	0,332	0,274	-0,08	0,199	-0,2	0,004	-0,13	-0,31	...	-0,08	-0,02	-0,02

Lampiran 8. Matriks $_{38}U_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

-0,05	-0,09	0,108	-0,24	-0,11	0,101	0,125	-0,18	0,053	-0,06	...	-0,12	0,12	0,052
-0,16	0,045	-0,2	-0,08	-0,04	0,032	0,055	0,124	-0,34	-0,09	...	-0,06	0,075	0,093
-0,51	0,124	-0,16	-0,02	0,089	0,036	0,073	-0,05	-0,01	-0,13	...	0,016	-0,01	0,07
-0,37	0,391	0,265	0,031	-0,07	0,057	-0,11	-0,04	0,125	0,016	...	-0,02	0,006	-0,13
-0,3	0,088	0,13	-0,08	-0,04	0,092	0,126	0,214	-0,26	0,082	...	-0,09	0,111	0,147
-0,4	0,166	-0,22	-0,09	4E-04	0,135	-0,01	0,169	-0,08	-0,27	...	-0,15	0,145	-0,05
-0,11	0,173	0,137	0,156	-0,04	-0,05	-0,03	0,012	0,069	0,067	...	0,057	-0,06	-0,004
0,012	0,198	0,311	-0,12	-0,19	-0,28	0,061	-0,025	-0,13	0,31	...	-0,12	0,129	0,097
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	⋱	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
-0,07	-0,03	-0,22	0,089	-0,13	-0,17	0,034	0,061	0,235	-0,12	...	-0,11	0,11	0,005
0,153	0,209	-0,05	-0,22	-0,15	0,057	0,067	-0,2	-0,08	-0,2	...	-0,23	0,225	-0,01
0,212	0,168	-0,14	0,189	-0,53	0,292	0,108	0,125	-0,03	-0,41	...	-0,02	0,029	0,067
0,188	0,183	-0,15	-0,24	-0,098	-0,02	0,341	0,011	-0,03	-0,29	...	-0,27	0,309	0,255
0,072	-0,01	-0,1	0,211	-0,12	-0,06	0,023	0,063	0,212	-0,12	...	0,03	-0,03	0,017

Lampiran 9. Matriks ${}_{19}A_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006

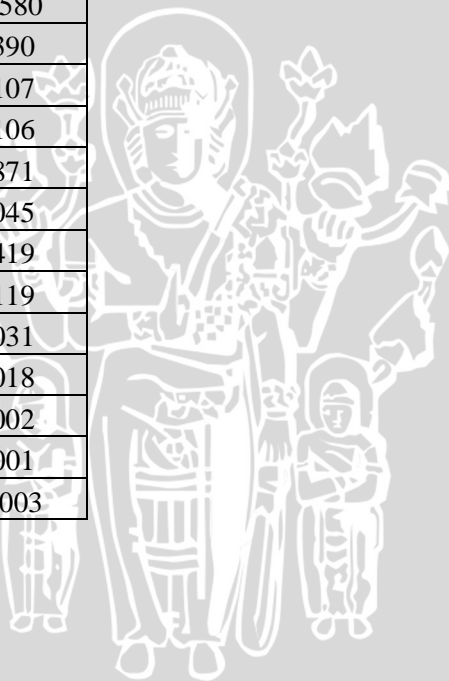
-0,002	0,011	-0,04	0,04	0,025	-0,041	0,097	0,16	0,891	-0,24	...	-0,07	0,14	0,14
-0,04	0,131	-0,45	0,351	0,339	0,161	0,239	-0,12	-0,12	0,249	...	0,286	-0,27	-0,27
-0,06	0,103	-0,6	-0,557	-0,25	-0,301	-0,07	-0,04	-0,01	0,246	...	-0,01	-0,41	-0,41
-0,03	0,022	0,049	-0,126	0,154	0,018	-0,07	-0	0,007	0,052	...	0,03	0,068	0,068
-0,08	0,141	-0,08	0,293	-0,04	0,028	0,033	-0,04	0,01	0,006	...	-0,05	-0,18	-0,18
-0,11	0,028	0,538	-0,058	0,04	-0,013	-0,07	0,131	-0,021	-0,24	...	-0,14	0,283	0,284
0,002	-0,01	0,014	-0,038	0,327	-0,638	0,192	0,04	0,09	0,228	...	-0,14	0,137	0,138
-0,01	-0,01	0,006	-0,076	0,061	0,133	0,124	-0,33	0,222	0,116	...	0,15	-0,4	-0,4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
-0,79	-0,57	-0,07	0,028	0,034	-0,005	-0,03	0,067	-0,01	-0,04	...	-0,18	0,134	0,135
0,03	-0,04	0,232	-0,26	0,528	-0,082	0,317	0,336	-0,07	0,103	...	0,245	0,326	0,324
0,016	-0,01	0,074	-0,18	-0,51	-0,046	0,603	0,012	-0,1	-0,41	...	0,297	-0,14	-0,14
0,018	-0,02	0,095	0,496	-0,21	-0,466	0,008	-0,11	-0,02	-0,26	...	-0,47	0,017	0,02
-0,01	0,056	-0,18	0,191	-0,15	0,203	0,395	0,491	-0,09	0,093	...	0,178	-0,21	-0,21

Lampiran 10. Matriks ${}_{19}A_{19}$ Berdasarkan Algoritma L1 Robust SVD Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010

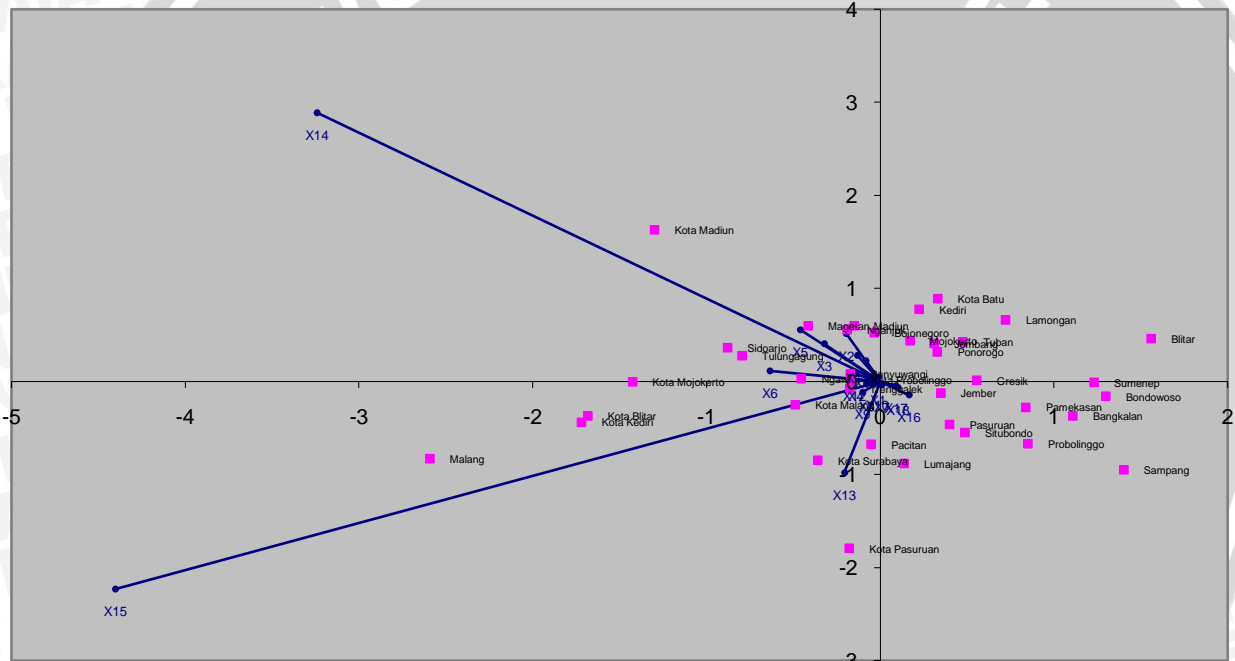
-0,002	-0,004	0,006	-0,035	0,026	-0,002	0,044	0,026	0,108	-0,01	...	0,02	0,016	0,012
-0,02	-0,03	0,111	-0,296	0,341	-0,176	0,41	-0,162	0,172	0,033	...	-0,16	-0,13	-0,2
-0,06	-0,01	0,237	-0,742	-0,41	-0,159	-0,33	-0,06	0,003	0,159	...	-0,08	-0,3	0,366
-0,09	0,185	-0,54	-0,258	-0,09	0,058	0,027	-0,048	-0,08	-0,23	...	-0,3	-0,28	0,003
-0,1	0,143	-0,65	-0,197	0,036	0,1	0,041	-0,01	-0,07	-0,28	...	-0,26	-0,2	0,019
-0,26	0,782	0,301	0,069	-0,04	0,092	0,009	-0,03	-0,086	0,395	...	0,307	0,256	-0,42
-0,01	0,004	0,004	0,044	-0,09	-0,182	-0,16	0,08	0,843	0,012	...	0,246	0,204	0,299
-0,01	-0,01	-0,02	0,097	-0,02	-0,279	-0,06	0,349	0,006	0,473	...	0,141	0,129	-0,42
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	...	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	...	:	:	:
-0,61	-0,07	-0,22	-0,047	-0,1	0,153	0,057	-0,03	0,006	0,04	...	0,096	0,08	0,173
0,026	0,027	-0,14	0,199	-0,6	0,29	0,205	0,122	0,178	-0,38	...	-0,28	-0,31	0,18
0,017	-0,004	-0,08	0,144	0,015	0,159	-0,7	-0,1	-0,05	0,044	...	0,392	0,377	0,269
0,02	-0,04	-0,09	0,206	0,329	-0,177	-0,28	-0,28	0,2	0,212	...	0,425	0,469	0,055
-0,01	-0,02	0,099	-0,169	0,356	-0,076	-0,09	-0,03	0,304	0,142	...	0,254	0,255	0,059

Lampiran 11. Akar Ciri

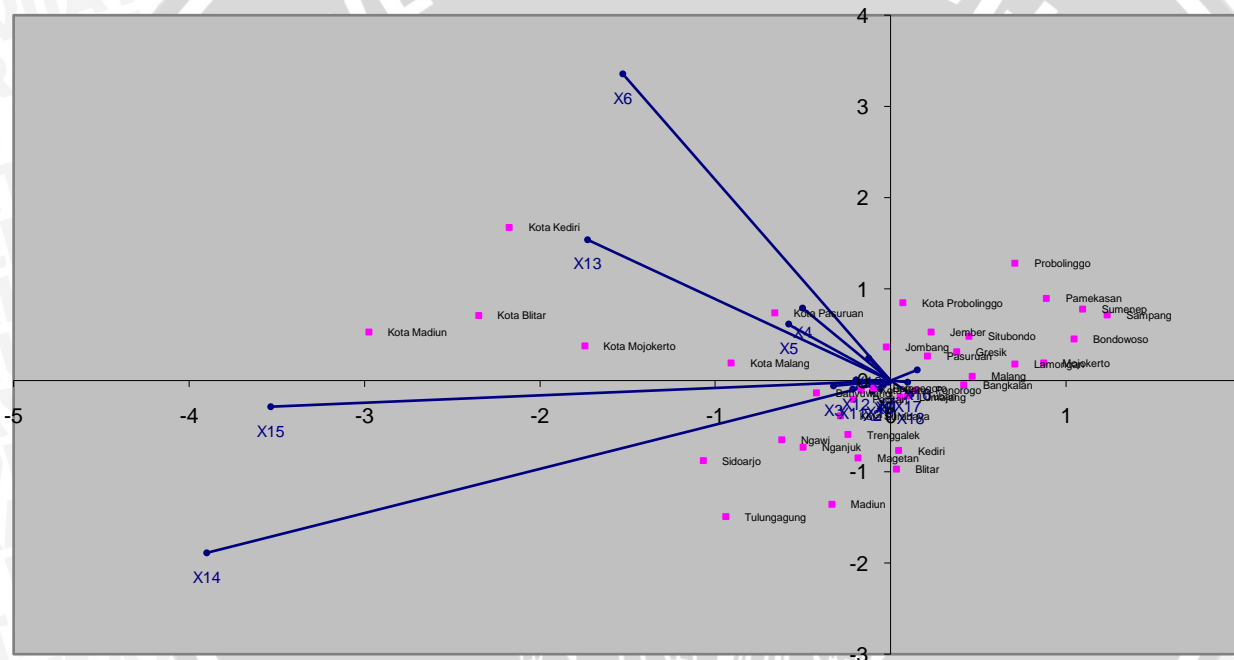
Akar Ciri	
Data 2006	Data 2010
949,320	1147,748
232,178	341,006
57,399	100,740
38,527	61,757
25,102	30,381
18,131	23,105
12,482	15,580
9,250	8,390
4,769	4,107
3,245	3,106
1,558	1,871
0,918	1,045
0,243	0,419
0,152	0,119
0,057	0,031
0,022	0,018
0,005	0,002
0,001	0,001
0,0007	0,0003



Lampiran 12. Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2006



Lampiran 13. Biplot Data Indikator Pendidikan di Jawa Timur Tahun 2010



Lampiran 14. Program Algoritma Robust SVD menggunakan R

```

x<-read.delim("D:/COBA/DATA 2006/2006.txt") #memanggil data
n=nrow(x) #banyaknya baris (obyek)
p=ncol(x) #banyaknya kolom (peubah)
X=matrix((t(t(x))),n,p) #matriks data X*

#####SVD#####
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1) #matriks  $n \times n$ 
m=matrix(1,p,1) #jumlah dimensi matriks m
for(j in 1:p) {
m[j]=median(X[,j]) #mencari median masing-masing kolom matriks X*
}
j=1:p
med=m[j]
Xt=X-(i%*%med) #transformasi matriks X* terhadap median (matriks X)
s=svd(Xt) #singular value decomposition matriks X
su=s$u #matriks U
sv=s$v #matriks A
sd=s$d #matriks L

#####Algoritma L1#####

#####Mencari a1#####
X1=t(t(Xt))
cj1=matrix(1,p,1) #jumlah dimensi vektor c
for (j in 1:p)
{
cj1[j]=(t(solve(t(su[,1])%*(su[,1]))%*t((su[,1]))%*X1[,j]))
#rumus mencari vektor c
}

a1=matrix(1,p,1) #jumlah dimensi vektor a1
ccj1=sqrt(sum((cj1)^2)) #rumus mencari panjang vektor c (||c||)
a1=cj1/ccj1 #rumus mencari vektor a1

#####Mencari u1#####
dj1=matrix(1,n,1) #jumlah dimensi vektor d
for (i in 1:n)
{
dj1[i]=(t(solve(t(a1[,1])%*(a1[,1]))%*t((a1[,1]))%*X1[i,]))
#rumus mencari vektor d
}

```

```

ul=matrix(1,n,1)      #jumlah dimensi vektor u1
ddj1=sqrt(sum((dj1)^2))  #rumus mencari panjang vektor d (||d||)
u1=dj1/ddj1          #rumus mencari vektor u1

#####Mencari lambda1#####
e1=sum(t(u1%*t(a1))%*(u1%*t(a1)))
ee1=sum(t(u1%*t(a1))%*X1)
l1=abs(ee1/e1)       #rumus mencari lambda

#####Mencari a2#####
x2=X1-(l1*(u1%*t(a1)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m2=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m2[j]=median(x2[,j])
}
j=1:p
med=m2[j]
Xt2=x2-(i%*med)
s2=svd(Xt2)
su2=s2$u
sv2=s2$v
sd2=s2$d

X2=t(t(Xt2))
cj2=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p)
{
cj2[j]=(t(solve(t(su2[,2])%*(su2[,2]))%*t((su2[,2]))%*
%X2[,j]))
}

a2=matrix(1,p,1)
ccj2=sqrt(sum((cj2)^2))
a2=cj2/ccj2

#####Mencari u2#####
dj2=matrix(1,n,1)
for(i in 1:n)
{
dj2[i]=(t(solve(t(a2[,1])%*(a2[,1]))%*t((a2[,1]))%*X2
[i,]))
}

u2=matrix(1,n,1)
ddj2=sqrt(sum((dj2)^2))

```

u2=dj2/ddj2

```
#####Mencari lambda2#####  
e2=sum(t(u2%*t(a2))%*(u2%*t(a2)))  
ee2=sum(t(u2%*t(a2))%*X2)  
l2=abs(ee2/e2)
```

```
#####Mencari a3#####  
x3=X2-(l2*(u2%*t(a2)))  
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)  
m3=matrix(1,p,1)  
for(j in 1:p) {  
  m3[j]=median(x3[,j])  
}  
j=1:p  
med=m3[j]  
Xt3=x3-(i%*med)  
s3=svd(Xt3)  
su3=s3$u  
sv3=s3$sv  
sd3=s3$d
```

```
X3=t(t(Xt3))  
cj3=matrix(1,p,1)  
for(j in 1:p)  
{  
  cj3[j]=(t(solve(t(su3[,3])%*(su3[,3]))%*t((su3[,3]))%*  
  %X3[,j]))  
}
```

```
a3=matrix(1,p,1)  
ccj3=sqrt(sum((cj3)^2))  
a3=cj3/ccj3
```

```
#####Mencari u3#####  
dj3=matrix(1,n,1)  
for(i in 1:n)  
{  
  dj3[i]=(t(solve(t(a3[,1])%*(a3[,1]))%*t((a3[,1]))%*X3  
  [i,]))  
}
```

```
u3=matrix(1,n,1)  
ddj3=sqrt(sum((dj3)^2))  
u3=dj3/ddj3
```

```
#####Mencari lambda3#####
```



```
e3=sum(t(u3*%t(a3))%*(u3*%t(a3)))
ee3=sum(t(u3*%t(a3))%*%X3)
l3=abs(ee3/e3)
```

```
#####Mencari a4#####
```

```
x4=X3-(l3*(u3*%t(a3)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m4=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m4[j]=median(x4[,j])
}
j=1:p
med=m4[j]
Xt4=x4-(i*%med)
s4=svd(Xt4)
su4=s4$u
sv4=s4$sv
sd4=s4$sd
```

```
X4=t(t(Xt4))
cj4=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj4[j]=(t(solve(t(su4[,4])%*(su4[,4]))%*t((su4[,4]))%*
%X4[,j]))
}

```

```
a4=matrix(1,p,1)
ccj4=sqrt(sum((cj4)^2))
a4=cj4/ccj4
```

```
#####Mencari u4#####
```

```
dj4=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj4[i]=(t(solve(t(a4[,1])%*(a4[,1]))%*t((a4[,1]))%*%X4
[i,]))
}

```

```
u4=matrix(1,n,1)
ddj4=sqrt(sum((dj4)^2))
u4=dj4/ddj4
```

```
#####Mencari lambda4#####
```

```
e4=sum(t(u4*%t(a4))%*(u4*%t(a4)))
ee4=sum(t(u4*%t(a4))%*%X4)
l4=abs(ee4/e4)
```

```

#####Mencari a5#####
x5=X4-(14*(u4**t(a4)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m5=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m5[j]=median(x5[,j])
}
j=1:p
med=m5[j]
Xt5=x5-(i**med)
s5=svd(Xt5)
su5=s5$u
sv5=s5$v
sd5=s5$d

X5=t(t(Xt5))
cj5=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p)
{
cj5[j]=(t(solve(t(su5[,j])**su5[,j]))**t((su5[,j]))**
%X5[,j]))
}

a5=matrix(1,p,1)
ccj5=sqrt(sum((cj5)^2))
a5=cj5/ccj5

#####Mencari u5#####
dj5=matrix(1,n,1)
for(i in 1:n)
{
dj5[i]=(t(solve(t(a5[,i])**a5[,i]))**t((a5[,i]))**X5
[i,]))
}

u5=matrix(1,n,1)
ddj5=sqrt(sum((dj5)^2))
u5=dj5/ddj5

#####Mencari lambda5#####
e5=sum(t(u5**t(a5))**t(u5**t(a5)))
ee5=sum(t(u5**t(a5))**X5)
l5=abs(ee5/e5)

#####Mencari a6#####
x6=X5-(15*(u5**t(a5)))

```

```

i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m6=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m6[j]=median(x6[,j])
}
j=1:p
med=m6[j]
Xt6=x6-(i%*%med)
s6=svd(Xt6)
su6=s6$u
sv6=s6$sv
sd6=s6$d

X6=t(t(Xt6))
cj6=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj6[j]=(t(solve(t(su6[,6])%*(su6[,6]))%*t((su6[,6]))%*
%X6[,j]))
}

a6=matrix(1,p,1)
ccj6=sqrt(sum((cj6)^2))
a6=cj6/ccj6

#####Mencari u6#####
dj6=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj6[i]=(t(solve(t(a6[,1])%*(a6[,1]))%*t((a6[,1]))%*X6
[i,]))
}

u6=matrix(1,n,1)
ddj6=sqrt(sum((dj6)^2))
u6=dj6/ddj6

#####Mencari lambda6#####
e6=sum(t(u6%*t(a6))%*(u6%*t(a6)))
ee6=sum(t(u6%*t(a6))%*X6)
l6=abs(ee6/e6)

#####Mencari a7#####
x7=X6-(l6*(u6%*t(a6)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m7=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {

```

```

m7[j]=median(x7[,j])
}
j=1:p
med=m7[j]
Xt7=x7-(i%*%med)
s7=svd(Xt7)
su7=s7$u
sv7=s7$sv
sd7=s7$d

X7=t(t(Xt7))
cj7=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p)
{
cj7[j]=(t(solve(t(su7[,j])%*(su7[,j]))%*t((su7[,j]))%*
%X7[,j]))
}

a7=matrix(1,p,1)
ccj7=sqrt(sum((cj7)^2))
a7=cj7/ccj7

#####Mencari u7#####
dj7=matrix(1,n,1)
for(i in 1:n)
{
dj7[i]=(t(solve(t(a7[,1])%*(a7[,1]))%*t((a7[,1]))%*X7
[i,]))
}

u7=matrix(1,n,1)
ddj7=sqrt(sum((dj7)^2))
u7=dj7/ddj7

#####Mencari lambda7#####
e7=sum(t(u7%*t(a7))%*(u7%*t(a7)))
ee7=sum(t(u7%*t(a7))%*X7)
l7=abs(ee7/e7)

#####Mencari a8#####
x8=X7-(l7*(u7%*t(a7)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m8=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m8[j]=median(x8[,j])
}
j=1:p

```

```

med=m8[j]
Xt8=x8-(i*%med)
s8=svd(Xt8)
su8=s8$u
sv8=s8$v
sd8=s8$d

X8=t(t(Xt8))
cj8=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
  cj8[j]=(t(solve(t(su8[,8])%*(su8[,8]))%*t((su8[,8]))%*
  %X8[,j]))
}

a8=matrix(1,p,1)
ccj8=sqrt(sum((cj8)^2))
a8=cj8/ccj8

#####Mencari u8#####
dj8=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
  dj8[i]=(t(solve(t(a8[,1])%*(a8[,1]))%*t((a8[,1]))%*X8
  [i,]))
}

u8=matrix(1,n,1)
ddj8=sqrt(sum((dj8)^2))
u8=dj8/ddj8

#####Mencari lambda8#####
e8=sum(t(u8%*t(a8))%*(u8%*t(a8)))
ee8=sum(t(u8%*t(a8))%*X8)
l8=abs(ee8/e8)

#####Mencari a9#####
x9=X8-(l8*(u8%*t(a8)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m9=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
  m9[j]=median(x9[,j])
}
j=1:p
med=m9[j]
Xt9=x9-(i*%med)
s9=svd(Xt9)

```

```

su9=s9$u
sv9=s9$V
sd9=s9$d

```

```

X9=t(t(Xt9))
cj9=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj9[j]=(t(solve(t(su9[,j])%*(su9[,j]))%*t((su9[,j]))%*
%X9[,j]))
}

```

```

a9=matrix(1,p,1)
ccj9=sqrt(sum((cj9)^2))
a9=cj9/ccj9

```

```

#####Mencari u9#####

```

```

dj9=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj9[i]=(t(solve(t(a9[,i])%*(a9[,i]))%*t((a9[,i]))%*X9
[i,]))
}

```

```

u9=matrix(1,n,1)
ddj9=sqrt(sum((dj9)^2))
u9=dj9/ddj9

```

```

#####Mencari lambda9#####

```

```

e9=sum(t(u9%*t(a9))%*(u9%*t(a9)))
ee9=sum(t(u9%*t(a9))%*X9)
l9=abs(ee9/e9)

```

```

#####Mencari a10#####

```

```

x10=X9-(l9*(u9%*t(a9)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m10=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m10[j]=median(x10[,j])
}

```

```

j=1:p
med=m10[j]
Xt10=x10-(i%*med)
s10=svd(Xt10)
su10=s10$u
sv10=s10$V
sd10=s10$d

```

```

X10=t(t(Xt10))
cj10=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj10[j]=(t(solve(t(su10[,10])%*(su10[,10]))%*t((su10[,
10]))%*X10[,j]))
}

a10=matrix(1,p,1)
ccj10=sqrt(sum((cj10)^2))
a10=cj10/ccj10

#####Mencari u10#####
dj10=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj10[i]=(t(solve(t(a10[,1])%*(a10[,1]))%*t((a10[,1])%
*X10[i,]))
}

u10=matrix(1,n,1)
ddj10=sqrt(sum((dj10)^2))
u10=dj10/ddj10

#####Mencari lambda10#####
e10=sum(t(u10%*t(a10))%*(u10%*t(a10)))
ee10=sum(t(u10%*t(a10))%*X10)
l10=abs(ee10/e10)

#####Mencari a11#####
x11=X10-(l10*(u10%*t(a10)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m11=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m11[j]=median(x11[,j])
}
j=1:p
med=m11[j]
Xt11=x11-(i%*med)
s11=svd(Xt11)
su11=s11$u
sv11=s11$v
sd11=s11$d

X11=t(t(Xt11))
cj11=matrix(1,p,1)

```

```

for (j in 1:p)
{
  cj11[j]=(t(solve(t(su11[,11])%*(su11[,11]))%*t((su11[,
  11]))%*X11[,j]))
}

a11=matrix(1,p,1)
ccj11=sqrt(sum((cj11)^2))
a11=cj11/ccj11

#####Mencari u11#####
dj11=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
  dj11[i]=(t(solve(t(a11[,1])%*(a11[,1]))%*t((a11[,1]))%
  *X11[i,]))
}

u11=matrix(1,n,1)
ddj11=sqrt(sum((dj11)^2))
u11=dj11/ddj11

#####Mencari lambda11#####
e11=sum(t(u11%*t(a11))%*(u11%*t(a11)))
ee11=sum(t(u11%*t(a11))%*X11)
l11=abs(ee11/e11)

#####Mencari a12#####
x12=X11-(l11*(u11%*t(a11)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m12=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
  m12[j]=median(x12[,j])
}
j=1:p
med=m12[j]
Xt12=x12-(i%*med)
s12=svd(Xt12)
sul2=s12$u
svl2=s12$v
sd12=s12$d

X12=t(t(Xt12))
cj12=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{

```



```

cj12[j]=(t(solve(t(su12[,12]))*(su12[,12]))*(t((su12[,
12]))*(X12[,j])))
}

```

```

a12=matrix(1,p,1)
ccj12=sqrt(sum((cj12)^2))
a12=cj12/ccj12

```

```

#####Mencari u12#####

```

```

dj12=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj12[i]=(t(solve(t(a12[,1]))*(a12[,1]))*(t((a12[,1]))*
*X12[i,])))
}

```

```

u12=matrix(1,n,1)
ddj12=sqrt(sum((dj12)^2))
u12=dj12/ddj12

```

```

#####Mencari lambda12#####

```

```

e12=sum(t(u12*(a12))*(u12*(a12)))
ee12=sum(t(u12*(a12))*(X12))
l12=abs(ee12/e12)

```

```

#####Mencari a13#####

```

```

x13=X12-(l12*(u12*(a12)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m13=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m13[j]=median(x13[,j])
}
j=1:p
med=m13[j]
Xt13=x13-(i*(med))
s13=svd(Xt13)
sul3=s13$u
sv13=s13$sv
sd13=s13$d

```

```

X13=t(t(Xt13))
cj13=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj13[j]=(t(solve(t(sul3[,13]))*(sul3[,13]))*(t((sul3[,
13]))*(X13[,j])))
}

```

```

a13=matrix(1,p,1)
ccj13=sqrt(sum((cj13)^2))
a13=cj13/ccj13

#####Mencari u13#####
dj13=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj13[i]=(t(solve(t(a13[,1])%*(a13[,1]))%*t((a13[,1]))%
*X13[i,]))
}

u13=matrix(1,n,1)
ddj13=sqrt(sum((dj13)^2))
u13=dj13/ddj13

#####Mencari lambda13#####
e13=sum(t(u13%*t(a13))%*(u13%*t(a13)))
ee13=sum(t(u13%*t(a13))%*X13)
l13=abs(ee13/e13)

#####Mencari a14#####
x14=X13-(l13*(u13%*t(a13)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m14=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m14[j]=median(x14[,j])
}
j=1:p
med=m14[j]
Xt14=x14-(i%*med)
s14=svd(Xt14)
su14=s14$u
sv14=s14$v
sd14=s14$d

X14=t(t(Xt14))
cj14=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj14[j]=(t(solve(t(su14[,14])%*(su14[,14]))%*t((su14[,
14]))%*X14[,j]))
}

a14=matrix(1,p,1)
ccj14=sqrt(sum((cj14)^2))

```

```
a14=cj14/ccj14
```

```
#####Mencari u14#####  
dj14=matrix(1,n,1)  
for (i in 1:n)  
{  
  dj14[i]=(t(solve(t(a14[,1])%*(a14[,1]))%*(a14[,1]))%  
  *X14[i,]))  
}
```

```
u14=matrix(1,n,1)  
ddj14=sqrt(sum((dj14)^2))  
u14=dj14/ddj14
```

```
#####Mencari lambda14#####  
e14=sum(t(u14%*(a14))%*(u14%*(a14)))  
ee14=sum(t(u14%*(a14))%*X14)  
l14=abs(ee14/e14)
```

```
#####Mencari a15#####  
x15=X14-(l14*(u14%*(a14)))  
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)  
m15=matrix(1,p,1)  
for(j in 1:p){  
  m15[j]=median(x15[,j])  
}  
j=1:p  
med=m15[j]  
Xt15=x15-(i%*med)  
s15=svd(Xt15)  
su15=s15$u  
sv15=s15$v  
sd15=s15$d
```

```
X15=t(t(Xt15))  
cj15=matrix(1,p,1)  
for (j in 1:p)  
{  
  cj15[j]=(t(solve(t(su15[,15])%*(su15[,15]))%*(su15[,  
  15]))%*X15[,j]))  
}
```

```
a15=matrix(1,p,1)  
ccj15=sqrt(sum((cj15)^2))  
a15=cj15/ccj15
```

```
#####Mencari u15#####
```

```

dj15=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj15[i]=(t(solve(t(a15[,1])%*(a15[,1]))%*t((a15[,1])%
*X15[i,]))
}

```

```

u15=matrix(1,n,1)
ddj15=sqrt(sum((dj15)^2))
u15=dj15/ddj15

```

```

#####Mencari lambda15#####
e15=sum(t(u15%*t(a15))%*(u15%*t(a15)))
ee15=sum(t(u15%*t(a15))%*X15)
l15=abs(ee15/e15)

```

```

#####Mencari a16#####
x16=X15-(l15*(u15%*t(a15)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m16=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m16[j]=median(x16[,j])
}
j=1:p
med=m16[j]
Xt16=x16-(i%*med)
s16=svd(Xt16)
sul6=s16$u
svl6=s16$v
sdl6=s16$d

```

```

X16=t(t(Xt16))
cj16=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj16[j]=(t(solve(t(sul6[,16])%*(sul6[,16]))%*t((sul6[,
16]))%*X16[,j]))
}

```

```

a16=matrix(1,p,1)
ccj16=sqrt(sum((cj16)^2))
a16=cj16/ccj16

```

```

#####Mencari u16#####
dj16=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{

```

```

dj16[i]=(t(solve(t(a16[,1]))**%(a16[,1]))**%t((a16[,1]))%
**X16[i,]))
}

```

```

u16=matrix(1,n,1)
ddj16=sqrt(sum((dj16)^2))
u16=dj16/ddj16

```

```

#####Mencari lambda16#####
e16=sum(t(u16**%t(a16))**%(u16**%t(a16)))
ee16=sum(t(u16**%t(a16))**%X16)
l16=abs(ee16/e16)

```

```

#####Mencari a17#####
x17=X16-(l16*(u16**%t(a16)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m17=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m17[j]=median(x17[,j])
}
j=1:p
med=m17[j]
Xt17=x17-(i**%med)
s17=svd(Xt17)
sul7=s17$u
sv17=s17$v
sd17=s17$d

```

```

X17=t(t(Xt17))
cj17=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj17[j]=(t(solve(t(sul7[,17])**%(sul7[,17]))**%t((sul7[,
17]))**%X17[,j]))
}

```

```

a17=matrix(1,p,1)
ccj17=sqrt(sum((cj17)^2))
a17=cj17/ccj17

```

```

#####Mencari u17#####
dj17=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj17[i]=(t(solve(t(a17[,1]))**%(a17[,1]))**%t((a17[,1]))%
**X17[i,]))
}

```

```

ul7=matrix(1,n,1)
ddj17=sqrt(sum((dj17)^2))
ul7=dj17/ddj17

#####Mencari lambda17#####
e17=sum(t(ul7%*t(a17))%*(ul7%*t(a17)))
ee17=sum(t(ul7%*t(a17))%*X17)
l17=abs(ee17/e17)

#####Mencari a18#####
x18=X17-(l17*(ul7%*t(a17)))
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)
m18=matrix(1,p,1)
for(j in 1:p) {
m18[j]=median(x18[,j])
}
j=1:p
med=m18[j]
Xt18=x18-(i%*med)
s18=svd(Xt18)
sul8=s18$u
svl8=s18$v
sdl8=s18$d

X18=t(t(Xt18))
cj18=matrix(1,p,1)
for (j in 1:p)
{
cj18[j]=(t(solve(t(sul8[,18])%*(sul8[,18]))%*t((sul8[,18]))%*X18[,j]))
}

a18=matrix(1,p,1)
ccj18=sqrt(sum((cj18)^2))
a18=cj18/ccj18

#####Mencari u18#####
dj18=matrix(1,n,1)
for (i in 1:n)
{
dj18[i]=(t(solve(t(a18[,1])%*(a18[,1]))%*t((a18[,1]))%*X18[i,]))
}

u18=matrix(1,n,1)
ddj18=sqrt(sum((dj18)^2))

```

```
u18=dj18/ddj18
```

```
#####Mencari lambda18#####  
e18=sum(t(u18%*t(a18))%*(u18%*t(a18)))  
ee18=sum(t(u18%*t(a18))%*%X18)  
l18=abs(ee18/e18)
```

```
#####Mencari a19#####  
x19=X18-(l18*(u18%*t(a18)))  
i=matrix(c(1),nrow=38,ncol=1)  
m19=matrix(1,p,1)  
for(j in 1:p) {  
  m19[j]=median(x19[,j])  
}  
j=1:p  
med=m19[j]  
Xt19=x19-(i%*med)  
s19=svd(Xt19)  
su19=s19$u  
sv19=s19$sv  
sd19=s19$d
```

```
X19=t(t(Xt19))  
cj19=matrix(1,p,1)  
for(j in 1:p)  
{  
  cj19[j]=(t(solve(t(su19[,j])%*(su19[,j]))%*t((su19[,j])%*%X19[,j])))  
}
```

```
a19=matrix(1,p,1)  
ccj19=sqrt(sum((cj19)^2))  
a19=cj19/ccj19
```

```
#####Mencari u19#####  
dj19=matrix(1,n,1)  
for(i in 1:n)  
{  
  dj19[i]=(t(solve(t(a19[,i])%*(a19[,i]))%*t((a19[,i])%*%X19[i,])))  
}
```

```
u19=matrix(1,n,1)  
ddj19=sqrt(sum((dj19)^2))  
u19=dj19/ddj19
```

```
#####Mencari lambda19#####
```

```
e19=sum(t(u19**t(a19))**t(u19**t(a19)))
ee19=sum(t(u19**t(a19))**t(X19))
l19=abs(ee19/e19)
```

```
#####SVD#####
A=cbind(a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,a11,a12,a13,a14,a15,a16,a17,a18,a19) #matriks A hasil RSVD
U=cbind(u1,u2,u3,u4,u5,u6,u7,u8,u9,u10,u11,u12,u13,u14,u15,u16,u17,u18,u19) #matriks U hasil RSVD
lamb=array(c(11,12,13,14,15,16,17,18,19,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119)) #hasil lambda hasil RSVD
L=diag(lamb) #matriks L hasil RSVD
G=U**t(L^(1/2)) #vektor G
H=(L^(1/2))**A #vektor H
```

```
PV=((11^2)+(12^2))/(sum(lamb^2)) #persentase keragaman
```

Lampiran 15. Program Identifikasi Pencilan menggunakan software SAS

```
proc IML;
x = {
99 96 70 122 97 92 24 12 13
10 24 33 243 290 420 4 6
20 19,
98 91 77 110 108 88 26 13 12
9 25 34 242 333 416 3 7
17 16,
100 98 83 137 132 126 15 13 12
12 38 39 184 492 466 4 8
17 23,
99 95 85 142 132 130 18 14 14
10 31 43 185 431 601 3 7
21 25,
99 94 74 118 122 95 20 15 14
10 29 38 206 434 542 3 8
23 20,
99 97 79 116 119 123 16 14 14
12 32 41 195 437 592 3 9
21 23,
98 89 69 124 102 113 16 13 12
16 18 35 263 225 425 4 9
26 20,
97 87 61 124 104 101 19 12 13
9 24 30 174 302 373 11 10
25 19,
99 90 59 120 87 58 21 13 9
11 25 29 236 312 263 5 12
36 23,
```


99	95	71	117	97	63	15	10	10
	10	23	29	149	222	282	6	10
	25	22,						
100	95	77	120	98	67	20	14	15
	11	29	31	216	403	453	3	7
	21	25,						
100	94	73	104	92	60	16	12	12
	10	24	27	154	287	318	8	19
	25	24,						
99	90	62	103	97	72	15	11	10
	10	24	29	149	270	300	11	16
	28	24,						
99	93	50	103	97	60	14	13	12
	8	24	29	121	310	349	15	14
	36	20,						
97	80	38	109	80	39	15	13	11
	10	20	25	145	264	278	15	16
	39	18,						
100	94	60	106	97	61	26	10	9
	4	23	26	110	233	242	14	15
	30	22,						
98	94	75	103	93	50	13	13	13
	9	25	28	118	324	364	14	13
	34	20,						
100	90	52	104	86	57	17	14	14
	7	24	30	122	332	425	19	11
	35	18,						
99	98	75	107	98	62	10	12	12
	10	29	34	102	345	403	10	14
	30	23,						
99	95	62	104	92	60	13	11	9
	9	24	32	122	260	307	20	13
	30	20,						
99	89	49	118	85	46	15	11	12
	8	23	33	122	254	397	11	13
	40	22,						
97	88	58	107	84	40	18	12	11
	10	25	26	180	310	294	9	16
	33	23,						
98	83	52	107	87	67	18	12	12
	6	27	32	110	328	370	11	17
	34	18,						
99	86	59	133	85	38	21	8	4
	9	19	27	192	154	120	9	18
	32	23,						
99	92	65	108	94	58	11	12	11
	12	32	43	128	377	462	10	14
	34	20,						
100	86	54	103	89	57	14	12	13
	9	24	30	126	297	390	8	13
	39	22,						

97	77	55	101	80	42	15	26	32
	6	20	24	100	515	755	11	19
	34	19,						
97	73	52	115	78	51	23	11	12
	8	21	25	192	234	312	12	21
	37	17,						
98	65	39	115	68	33	13	10	11
	10	18	24	130	171	270	22	26
	35	11,						
97	68	50	103	75	39	19	12	15
	8	20	25	157	237	371	14	21
	41	15,						
96	67	52	104	59	36	16	13	10
	7	11	19	120	148	191	26	26
	30	10,						
99	74	50	104	79	43	12	11	12
	11	20	27	122	208	317	23	18
	28	15,						
98	78	53	102	73	49	20	16	12
	8	16	26	168	253	311	17	17
	32	16,						
97	81	56	114	81	53	16	14	13
	9	22	29	148	311	379	14	18
	28	21,						
99	80	48	92	65	54	15	9	10
	10	21	26	147	191	253	21	13
	39	11,						
97	60	30	100	48	20	21	8	10
	8	14	20	175	115	196	36	15
	33	5,						
96	77	43	102	70	35	13	9	10
	9	18	20	112	158	197	21	16
	32	14,						
96	62	20	91	62	28	17	10	10
	6	16	21	173	172	215	17	19
	39	12};						

```

#pendugaan klasik#
labl = {"x1" "x2" "x3" "x4" "x5" "x6" "x7" "x8" "x9"
"x10" "x11" "x12" "x13" "x14" "x15" "x16" "x17" "x18"
"x19"};
mean = mean(x);          #mencari rata-rata matriks X*
cov = cov(x);           #mencari matriks ragam-peragam X*
print mean[c=labl format=5.2], cov[r=labl c=labl
format=5.2];           #memanggil hasil rata-rata dan matriks ragam-peragam
#pendugaan robust#
N = nrow(x);           #banyaknya baris (obyek)
p = ncol(x);          #banyaknya kolom (peubah)

a = x[,1:19];
optn = j(8,1,..);     #default untuk pendugaan MCD

```

```
optn[1]= 2;           #memanggil output  
optn[2]= 1;           #memanggil matriks ragam-peragam  
optn[3]= 1;           #memanggil matriks korelasi  
optn[4]= floor(0.75*N); #rumus h
```

```
CALL MCD(sc,xmcd,dist,optn,a); #memanggil hasil jarak Mahalanobis  
dan jarak Robust
```

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

