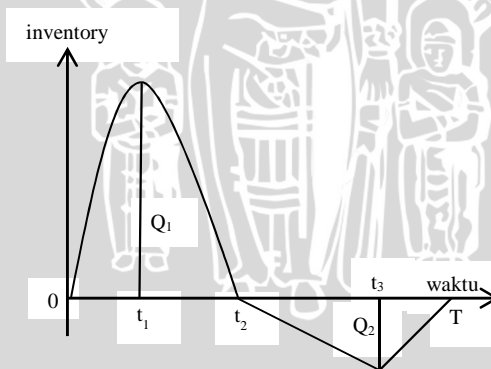


BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Persediaan Produksi Dengan Adanya Kerusakan Dan Kekurangan Barang

Berdasarkan Gambar 3.1 dijelaskan bahwa produksi dimulai pada saat $t = 0$ dan berhenti pada saat $t = t_1$. Selama $[0, t_1]$ persediaan meningkat sebesar tingkat produksi dikurangi dengan tingkat permintaan ($p - a$) hingga mencapai tingkat maksimum Q_1 di t_1 .

Pada periode $t = t_1$ produksi berhenti, sehingga jumlah persediaan terus berkurang dan mencapai nol pada saat $t = t_2$. Hal ini disebabkan untuk memenuhi permintaan dan adanya kerusakan pada persediaan. Kemudian selama periode $[t_2, t_3]$ terjadi kekurangan persediaan karena permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi, sehingga grafik menurun mencapai tingkat *backorder* maksimum Q_2 di t_3 . Permintaan konsumen yang tidak terpenuhi akan dipenuhi dengan cara melakukan *backorder* pada periode $[t_3, T]$, yaitu dengan dimulai kembali produksi di $t = t_3$ dan barang permintaan yang belum terpenuhi akan selesai pada saat $t = T$. Siklus berulang setelah waktu T .



Gambar 3.1 Grafik model persediaan dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang

$Q(t)$ adalah tingkat persediaan pada saat t ($0 \leq t \leq T$). Keadaan $Q(t)$ pada setiap waktu digambarkan oleh persamaan diferensial berikut (Samanta dan Roy, 2004).

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = p - a, \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (3.1)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = -a, \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (3.2)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -a, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (3.3)$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = p - a, \quad t_3 \leq t \leq T, \quad (3.4)$$

dengan syarat awal $Q(0) = 0$, $Q(t_1) = Q_1$, $Q(t_2) = 0$, $Q(t_3) = -Q_2$, dan $Q(T) = 0$.

Berdasarkan persamaan (3.1) sampai (3.4), diperoleh solusi sistem persediaan tiap-tiap selang dalam kurun waktu $t = 0$ sampai $t = T$ sebagai berikut.

1. Solusi dari persamaan diferensial (3.1)

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = p - a,$$

- $$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dQ(t)}{Q(t)} + \theta dt = 0$$

$$\int \frac{dQ(t)}{Q(t)} + \int \theta dt = \int 0$$

$$\ln Q(t) + \theta t = C$$

$$\ln Q(t) = C - \theta t$$

$$Q_c = C e^{-\theta t}$$

- $$Q_p = A$$

$$Q_p = 0 \quad (2)$$

Substitusi (2) ke (1)

$$Q + Q\theta = p - a$$

$$0 + A\theta = p - a$$

$$A = \frac{p - a}{\theta}$$

$$Q_p = \frac{p - a}{\theta}$$

- $$Q(t) = Q_c + Q_p$$

$$Q(t) = Ce^{-\theta t} + \frac{p - a}{\theta} \quad (3.5)$$

Dengan menggunakan syarat $Q(0) = 0$ pada persamaan (3.5), diperoleh

$$Q(0) = Ce^{-\theta \cdot 0} + \frac{p - a}{\theta} = 0$$

$$C = -\left(\frac{p - a}{\theta}\right)$$

Nilai C yang diperoleh disubstitusi ke persamaan (3.5) sehingga diperoleh solusi persamaan diferensial (3.1) sebagai berikut.

$$Q(t) = -\left(\frac{p - a}{\theta}\right) e^{-\theta t} + \frac{p - a}{\theta}$$

$$Q(t) = \frac{1}{\theta} (p - a) (1 - e^{-\theta t}), \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (3.6)$$

2. Solusi dari persamaan diferensial (3.2)

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = -a$$

Solusi persamaan tersebut dapat diperoleh sebagai berikut.

- $$\frac{dQ(t)}{dt} + \theta Q(t) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dQ(t)}{Q(t)} + \theta dt = 0$$

$$\int \frac{dQ(t)}{Q(t)} + \int \theta dt = \int 0$$

$$\ln Q(t) + \theta t = C$$

$$\ln Q(t) = C - \theta t$$

$$Q_c = Ce^{-\theta t}$$

- $$Q_p = A$$

$$Q_p = 0 \quad (2)$$

Substitusi (2) ke (1)

$$Q + Q\theta = -a$$

$$0 + A\theta = -a$$

$$A = \frac{-a}{\theta}$$

$$Q_p = \frac{-a}{\theta}$$

- $$Q(t) = Q_c + Q_p$$

$$Q(t) = Ce^{-\theta t} - \frac{a}{\theta} \quad (3.7)$$

Dengan menggunakan syarat $Q(t_1) = Q_1$, diperoleh

$$\begin{aligned}
 C e^{-\theta t_1} - \frac{a}{\theta} &= Q_1 \\
 C - \frac{a}{\theta} e^{\theta t_1} &= Q_1 e^{\theta t_1} \\
 C &= Q_1 e^{\theta t_1} + \frac{a}{\theta} e^{\theta t_1} \\
 &= e^{\theta t_1} \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right)
 \end{aligned}$$

Nilai C disubstitusikan ke persamaan (3.7) sehingga diperoleh solusi persamaan diferensial (3.2) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= e^{\theta t} \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{-\theta t} - \frac{a}{\theta} \\
 Q(t) &= -\frac{a}{\theta} + \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{\theta(t-t_1)}, \quad t_1 \quad t \quad t_2 \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

3. Solusi dari persamaan diferensial (3.3)

$$\begin{aligned}
 \frac{dQ(t)}{dt} &= -a \\
 \int \frac{dQ(t)}{dt} &= \int -a \\
 Q(t) &= -at + C, \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan syarat $Q(t_2) = 0$, maka

$$\begin{aligned}
 Q(t_2) = -at_2 + C &= 0 \\
 C &= at_2.
 \end{aligned}$$

Nilai C yang diperoleh disubstitusikan ke persamaan (3.9) sehingga diperoleh solusi persamaan diferensial (3.3) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= -at + at_2 \\
 &= a(t_2 - t), \quad t_2 \quad t \quad t_3 \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

4. Solusi dari persamaan diferensial (3.4)

$$\begin{aligned} \frac{dQ(t)}{dt} &= p - a \\ \int \frac{dQ(t)}{dt} &= \int (p - a) \\ Q(t) &= (p - a)t + C. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dengan menggunakan syarat $Q(t_3) = -Q_2$, diperoleh

$$\begin{aligned} Q(t_3) &= (p - a)t_3 + C = -Q_2 \\ C &= -Q_2 - (p - a)t_3. \end{aligned}$$

Solusi persamaan diferensial (3.4) diperoleh dengan mensubstitusikan nilai C ke persamaan (3.11) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q(t) &= (p - a)t + -Q_2 - (p - a)t_3 \\ Q(t) &= (p - a)(t - t_3) - Q_2. \end{aligned} \quad t_3 \quad t \quad T \quad (3.12)$$

Solusi dari persamaan diferensial (3.1), (3.2), (3.3), dan (3.4) dapat menentukan t_1 , t_2 , dan t_3 . Dari persamaan (3.6) dengan kondisi $Q(t_1) = Q_1$, diperoleh t_1 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta}(p - a)(1 - e^{-\theta t_1}) &= Q_1 \\ 1 - e^{-\theta t_1} &= \frac{\theta Q_1}{p - a} \\ e^{-\theta t_1} &= 1 - \frac{\theta Q_1}{p - a} \\ e^{\theta t_1} &= \left(1 - \frac{\theta Q_1}{p - a}\right)^{-1} \\ \ln e^{\theta t_1} &= \ln \left(1 - \frac{\theta Q_1}{p - a}\right)^{-1} \\ \theta t_1 &= \ln \left(1 - \frac{\theta Q_1}{p - a}\right)^{-1} \end{aligned}$$

$$t_1 = \frac{1}{\theta} \ln \left(1 - \frac{\theta Q_1}{p-a} \right)^{-1}.$$

Bentuk $\frac{1}{1-\frac{\theta Q_1}{p-a}}$ sesuai aturan deret geometri tak hingga $S = \frac{a}{1-r}$,

dengan suku pertama $a = 1$ dan rasio $r = \frac{\theta Q_1}{p-a}$ diperoleh

$$\frac{1}{1 - \frac{\theta Q_1}{p-a}} = 1 + \frac{\theta Q_1}{p-a} + \frac{\theta^2 Q_1^2}{(p-a)^2} + \dots$$

Dengan demikian,

$$t_1 = \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{\theta Q_1}{p-a} + \frac{\theta^2 Q_1^2}{(p-a)^2} \right). \quad (3.13)$$

Nilai t_2 dapat diperoleh dari persamaan (3.8) dengan kondisi $Q(t_2) = 0$ yaitu sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q(t) &= -\frac{a}{\theta} + \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{\theta(t_1-t)} \\ Q(t_2) &= 0 \\ -\frac{a}{\theta} + \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{\theta(t_1-t_2)} &= 0 \\ \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{\theta(t_1-t_2)} &= \frac{a}{\theta} \\ e^{\theta(t_2-t_1)} &= \frac{\theta}{a} \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) \\ e^{\theta(t_2-t_1)} &= \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) \\ \ln e^{\theta(t_2-t_1)} &= \ln \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) \\ \theta(t_2 - t_1) &= \ln \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) \\ (t_2 - t_1) &= \frac{1}{\theta} \ln \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) \\ t_2 &= \frac{1}{\theta} \ln \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) + t_1. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Jika nilai t_1 pada persamaan (3.13) disubstitusikan ke dalam t_2 , maka diperoleh nilai t_2 sebesar

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{1}{\theta} \ln \left(\frac{Q_1 \theta}{a} + 1 \right) + \frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{\theta Q_1}{p-a} + \frac{\theta^2 Q_1^2}{(p-a)^2} \right) \\ &= \frac{1}{\theta} \ln \left[\left(1 + \frac{\theta Q_1}{a} \right) \left(1 + \frac{\theta Q_1}{p-a} + \frac{\theta^2 Q_1^2}{(p-a)^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Syarat batas $Q(t_3) = -Q_2$ disubstitusikan ke persamaan (3.10), diperoleh nilai t_3 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q(t) &= a(t_2 - t) \\ Q(t_3) &= a(t_2 - t_3) = -Q_2 \\ t_3 &= \frac{Q_2}{a} + t_2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$= \frac{Q_2}{a} + \frac{1}{\theta} \ln \left[\left(1 + \frac{\theta Q_1}{a} \right) \left(1 + \frac{\theta Q_1}{p-a} + \frac{\theta^2 Q_1^2}{(p-a)^2} \right) \right]. \quad (3.18)$$

Selanjutnya, dengan menggunakan batas $Q(T) = 0$ ke dalam persamaan (3.12), diperoleh nilai Q_2 sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Q(t) &= (p-a)(t-t_3) - Q_2 \\ Q(T) &= (p-a)(T-t_3) - Q_2 = 0 \\ Q_2 &= (p-a)(T-t_3). \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.1.1 Menentukan Biaya Total Persediaan

Biaya total persediaan pada model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang yaitu jumlah dari biaya kerusakan (*deterioration cost*), biaya kekurangan persediaan (*shortage cost*), dan biaya penyimpanan (*holding cost*). Dengan menggunakan solusi persamaan diferensial (3.1), (3.2), (3.3), dan (3.4) dapat ditentukan rumus biaya kerusakan, kekurangan persediaan, dan penyimpanan sebagai berikut.

1. Biaya kerusakan

Biaya kerusakan yang dikeluarkan tiap unit hasil produksi yang tidak sempurna dari hasil produksi adalah C_3 dan D_C adalah biaya total kerusakan. Tingkat kerusakan barang berdasarkan Gambar (3.1) terdapat pada selang $[0, t_2]$, dengan total kerusakan sebagai berikut.

$$D_t = ((p - a)t_1 - Q_1) + (Q_1 - a(t_2 - t_1))$$

Perhitungan nilai D_t dapat dilihat dalam Lampiran 1. Dari hasil perhitungan di Lampiran 1, diperoleh

$$D_t = \frac{p\theta Q_1^2}{2a(p - a)}$$

Jadi, biaya total kerusakan tiap satuan waktu adalah

$$D_C = \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{T 2 a (p - a)} \quad (3.20)$$

2. Biaya kekurangan

Biaya kekurangan persediaan tiap unit hasil produksi adalah C_2 dan biaya total kekurangan persediaan adalah S_C . Berdasarkan Gambar (3.1), persediaan mengalami kekurangan atau tidak dapat memenuhi permintaan terjadi pada siklus waktu $[t_2, T]$ oleh karena itu digunakan persamaan (3.10) dan (3.12) yang merupakan solusi persamaan diferensial pada selang waktu $[t_2, T]$, diperoleh biaya total kekurangan selama periode $[0, T]$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} S_C &= C_2 \int_{t_2}^T (-Q(t)) dt \\ &= -C_2 \left[\int_{t_2}^{t_3} a(t_2 - t) dt + \int_{t_3}^T [(p - a)(t - t_3) - Q_2] dt \right] \end{aligned}$$

Perhitungan nilai S_C dapat dilihat dalam Lampiran 2. Dari hasil perhitungan di Lampiran 2, diperoleh

$$S_C = \frac{C_2 Q_2^2 p}{2a(p-a)}$$

Dengan demikian, biaya total kekurangan persediaan tiap satuan waktu adalah

$$S_C = \frac{C_2 Q_2^2 p}{2aT(p-a)} \quad (3.21)$$

3. Biaya penyimpanan

Biaya penyimpanan tiap unit hasil produksi adalah C_1 , sedangkan biaya total penyimpanan adalah H_C . Berdasarkan Gambar (3.1) terjadinya penyimpanan selama periode $[0, T]$ terdapat pada selang waktu $[0, t_2]$. Oleh karena itu, dengan menggunakan persamaan (3.6) dan (3.8) diperoleh biaya total penyimpanan selama periode $[0, T]$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} H_C &= C_1 \int_0^{t_2} Q(t) dt \\ &= C_1 \left[\int_0^{t_1} \frac{(p-a)}{\theta} (1 - e^{-\theta t}) dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\frac{a}{\theta} + \left(Q_1 + \frac{a}{\theta} \right) e^{\theta(t_1-t)} \right\} dt \right] \end{aligned}$$

Perhitungan nilai H_C dapat dilihat dalam Lampiran 3. Dari hasil perhitungan di Lampiran 3 diperoleh

$$H_C = C_1 \left(\frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right)$$

Jadi, biaya total kekurangan persediaan tiap satuan waktu adalah

$$H_C = \frac{C_1}{T} \left(\frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right) \quad (3.22)$$

Biaya total persediaan tiap satuan waktu (C) diperoleh dengan menjumlahkan persamaan (3.20), (3.21), dan (3.22) sebagai berikut.

$$C(Q_1, Q_2) = \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right\} + \frac{C_2 Q_2^2 p}{2aT(p-a)} + \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT(p-a)} \quad (3.23)$$

Jika persamaan (3.18) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.15) maka diperoleh nilai Q_2 sebagai berikut.

$$Q_2 = \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \quad (3.24)$$

Dengan mensubstitusikan Q_2 pada persamaan (3.24) ke dalam persamaan (3.23) diperoleh biaya total persediaan dengan fungsi Q_1 , yaitu

$$C(Q_1) = \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right\} + \frac{C_2 p}{2aT(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 + \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT(p-a)} \quad (3.25)$$

3.1.2 Menentukan Jumlah Persediaan Optimal (Q_1)

Jumlah persediaan optimal dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan (3.25) terhadap Q_1 .

$$\begin{aligned}
\frac{dC(Q_1)}{dQ_1} &= \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{Q_1 p}{a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^2}{(p-a)^2} \right\} \\
&+ \frac{C_2 p}{aT(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)} \right\} - 1 \\
&- \frac{\theta Q_1(2a-p)}{a(p-a)} + \frac{C_3 p \theta Q_1}{aT(p-a)} \\
&= \left(\frac{C_1 p + C_2 p - C_2 \theta T(2a-p) + C_3 p \theta}{Ta(p-a)} \right) Q_1 \\
&+ \left(\frac{2C_1 \theta a^2 + 3C_2 p \theta(2a-p)}{2Ta^2(p-a)^2} \right) Q_1^2 \\
&+ \left(\frac{C_2 p \theta^2(2a-p)^2}{2Ta^3(p-a)^3} \right) Q_1^3 - C_2.
\end{aligned}$$

Solusi jumlah persediaan optimal Q_1 diperoleh ketika turunan pertama dari persamaan (3.25) bernilai nol.

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{C_1 p + C_2 p - C_2 \theta T(2a-p) + C_3 p \theta}{Ta(p-a)} \right) Q_1 \\
&+ \left(\frac{2C_1 \theta a^2 + 3C_2 p \theta(2a-p)}{2Ta^2(p-a)^2} \right) Q_1^2 + \left(\frac{C_2 p \theta^2(2a-p)^2}{2Ta^3(p-a)^3} \right) Q_1^3 - C_2 \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan *maple mathematical software* diperoleh tiga nilai Q_1 yang optimal (Q_1). Nilai Q_1 yang pertama bernilai real, sedangkan yang kedua dan ketiga bernilai imajiner. Karena Q_1 merupakan jumlah persediaan maksimum yang selalu bernilai positif, maka Q_1 yang digunakan adalah nilai Q_1 pada solusi pertama yang bernilai real. Hasil nilai Q_1 akan diperlihatkan pada contoh numerik.

3.1.3 Menentukan Jumlah *Backorder* Optimal (Q_2)

Untuk memperoleh jumlah *backorder* optimal (Q_2), nilai Q_1 optimal (Q_1) atau nilai T optimal (T) yang telah diperoleh disubstitusikan ke dalam persamaan (3.24) sebagai berikut.

$$Q_2 = \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)},$$

dengan menggunakan bantuan *maple mathematical software* diperoleh solusi jumlah *backorder* optimal Q_2 . Hasil Q_2 akan diperlihatkan pada contoh numerik.

3.1.4 Menentukan Siklus Persediaan Optimal (T)

Solusi persediaan yang optimal T diperoleh dengan menurunkan persamaan (3.25) terhadap T .

$$C(T) = \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right\} + \frac{C_2 p}{2aT(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 + \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT(p-a)}$$

$$\frac{dC(T)}{dT} = -\frac{C_1}{T^2} \left\{ \frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right\} - \frac{C_2 p}{2aT^2(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 + \frac{C_2 p}{2aT(p-a)} \frac{2a(p-a)}{p} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)} \right\} - \frac{\theta Q_1^2(2a-p)}{2a(p-a)} \left\{ -\frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT^2(p-a)} \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{C_1}{T^2} \left\{ \frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right\} \\
&\quad - \frac{C_2 p}{2aT^2(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 \\
&\quad + \frac{C_2}{T} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\} \\
&\quad - \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT^2(p-a)}.
\end{aligned}$$

Turunan pertama bernilai nol sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
&-\frac{C_1}{T^2} \left(\frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right) \\
&-\frac{C_2 p}{2aT^2(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 \\
&+\frac{C_2}{T} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\} - \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{2aT^2(p-a)} = 0.
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan *maple mathematical software* diperoleh nilai T yang terlampir pada Lampiran 9.

3.1.5 Uji Konveksitas

Tujuan dilakukan uji konveksitas adalah untuk menjamin solusi yang diperoleh adalah optimal. Secara analitis, apabila sebuah fungsi berbentuk konvek maka fungsi tersebut mempunyai nilai minimum. Sebaliknya, jika fungsi tersebut berupa konkaf, maka fungsi tersebut mempunyai nilai maksimum. Pembahasan pada skripsi ini adalah meminimumkan fungsi $C(Q_1)$ dan $C(T)$, sehingga harus dibuktikan bahwa fungsi $C(Q_1)$ dan $C(T)$ adalah cekungan yang *strictly convex* (konvek sempurna).

a. Uji konveksitas $C(Q_1)$

Suatu fungsi dengan variabel tunggal bersifat *strictly convex* jika $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} > 0$. Turunan kedua $C(Q_1)$ adalah

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 C(Q_1)}{\partial Q_1^2} &= \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{p}{a(p-a)} + \frac{2\theta Q_1}{(p-a)^2} \right\} \\
 &\quad + \frac{C_2 p}{aT(p-a)} \left(-1 - \frac{\theta Q_1 (2a-p)}{a(p-a)} \right)^2 \\
 &\quad - \frac{C_2 p}{a^2 T (p-a)^2} \left(\frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right) \theta (2a-p) + \frac{C_3 p \theta}{aT(p-a)} \\
 &= \frac{C_1}{T} \left\{ \frac{p}{a(p-a)} + \frac{2\theta Q_1}{(p-a)^2} \right\} \\
 &\quad + \frac{C_2 p}{aT(p-a)} \left(1 + \frac{\theta Q_1 (2a-p)}{a(p-a)} \right)^2 \\
 &\quad - \frac{C_2 p}{a^2 T (p-a)^2} \left(\frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right) \theta (2a-p) + \frac{C_3 p \theta}{aT(p-a)}. \tag{3.26}
 \end{aligned}$$

Karena tingkat produksi lebih besar daripada tingkat permintaan ($p > a$) dan θ bernilai sangat kecil yaitu $0 < \theta < 1$ sehingga dapat dipastikan persamaan (3.26) lebih besar dari nol. Dengan demikian, terbukti bahwa $C(Q_1)$ adalah suatu fungsi yang bersifat *strictly convex* sehingga mempunyai nilai minimum.

Contoh kasus, jika nilai $C_1 = 4$, $C_2 = 20$, $C_3 = 40$, $p = 20$, $a = 8$, $T = 80$, $Q_1 = 320$, dan $\theta = 0.0004$ disubstitusikan ke dalam persamaan 3.26 maka diperoleh hasil sebesar 0.06213277779. Dengan demikian, terbukti persamaan 3.26 lebih besar dari nol.

b. Uji konveksitas $C(T)$

Suatu fungsi dengan variabel tunggal bersifat *strictly convex* jika $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} > 0$. Turunan kedua $C(T)$ adalah

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C(T)}{\partial T^2} = & \frac{2C_1}{T^3} \left(\frac{Q_1^2 p}{2a(p-a)} + \frac{\theta Q_1^3}{3(p-a)^2} \right) \\ & + \frac{C_2 p}{aT^3(p-a)} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\}^2 \\ & - \frac{2C_2}{T^2} \left\{ \frac{aT(p-a)}{p} - Q_1 - \frac{\theta Q_1^2 (2a-p)}{2a(p-a)} \right\} \\ & - \frac{C_3 p \theta Q_1^2}{aT^3(p-a)}. \end{aligned}$$

Karena tingkat produksi lebih besar daripada tingkat permintaan ($p > a$) dan θ bernilai sangat kecil yaitu $0 < \theta < 1$ sehingga dapat dipastikan $\frac{\partial^2 C(T)}{\partial T^2} > 0$. Oleh karena itu $C(T)$ adalah suatu fungsi yang bersifat *strictly convex* dan mempunyai nilai minimum.

Contoh kasus, jika nilai $C_1 = 4$, $C_2 = 20$, $C_3 = 40$, $p = 20$, $a = 8$, $T = 14$, $Q_1 = 60$, dan $\theta = 0.0004$ disubstitusikan ke dalam persamaan $\frac{\partial^2 C(T)}{\partial T^2}$ maka diperoleh hasil sebesar 33.88170861.

Dengan demikian, terbukti $\frac{\partial^2 C(T)}{\partial T^2}$ lebih besar dari nol.

3.2 Perhitungan Numerik Dan Analisis Sensitivitas Model Persediaan Produksi Dengan Adanya Kerusakan Dan Kekurangan Barang

Contoh numerik dalam model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang ada dua contoh kasus. Pertama, diasumsikan laju siklus persediaan produksi telah ditetapkan. Dengan laju siklus persediaan produksi diketahui maka akan diperoleh jumlah persediaan optimal (Q_1), *backorder* optimal (Q_2), dan biaya total persediaan minimum (C). Kedua, dengan

menetapkan jumlah persediaan maksimum atau dengan kata lain Q_1 diketahui, maka akan diperoleh laju siklus persediaan produksi optimal (T), *backorder* optimal (Q_2), dan biaya total persediaan minimum (C). Dari hasil perhitungan numerik akan dilihat tingkat sensitivitas Q_1^* , Q_2 , T , dan C jika terjadi perubahan parameter θ , C_1 , C_2 , C_3 , p , a , Q_1 , dan T .

Biaya yang dibutuhkan dalam perhitungan model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang adalah jumlah permintaan, jumlah produksi, biaya penyimpanan, biaya kerusakan, dan biaya *shortage* (kekurangan).

3.2.1 Contoh Numerik Untuk Model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang.

Sebuah perusahaan manufaktur mempunyai data-data persediaan per satuan waktu seperti pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data persediaan per hari

No.	Parameter	Keterangan	Nilai
1	θ	tingkat kerusakan	0,0004
2	p	jumlah produksi	20 unit/waktu
3	a	jumlah permintaan	8 unit/waktu
4	C_1	biaya penyimpanan	\$4/ unit
5	C_2	biaya <i>shortage</i>	\$20/unit
6	C_3	biaya kerusakan	\$40/unit

Sumber: Samanta dan Roy (2004).

- Contoh kasus I (satu siklus persediaan produksi telah ditetapkan selama 80 hari)

Dari data pada Tabel 3.1, akan ditentukan jumlah persediaan produksi optimal (Q_1), jumlah *backorder* optimal (Q_2), dan biaya total persediaan minimum (C). Dengan menggunakan *maple mathematical software* untuk mempermudah perhitungan, diperoleh hasil Q_1 sebagai berikut.

$$Q_1^* = 319.9818787,80240.00904 + 46925.795171,80240.00904 - 46925.795171$$

Nilai Q_1 yang digunakan bernilai real dan positif karena jumlah persediaan maksimum selalu positif, dengan mensubstitusi nilai Q_1 yang real positif kedalam persamaan (3.24) diperoleh hasil perhitungannya dalam Tabel 3.2.

Tabel 3.2 jumlah persediaan maksimum (Q_1) dan jumlah *backorder* optimal (Q_2)

No.	Kuantitas Optimal	Nilai
1.	jumlah persediaan maksimum (Q_1)	319,9818787
2.	jumlah <i>backorder</i> optimal (Q_2)	64,87135799

Berdasarkan Tabel 3.2, jika dibulatkan nilai Q_1 dan Q_2 , maka diperoleh jumlah persediaan yang maksimum sebesar 320 dan jumlah *backorder* optimal sebesar 65. Selanjutnya, menentukan biaya total persediaan minimum dengan menggunakan nilai Q_1 pada Tabel 3.2 ke persamaan 3.25. Dengan data yang ada diperoleh biaya total persediaan sebesar

$$C = 646,5137676$$

Jadi, selama 80 hari dalam satu siklus persediaan produksi diperoleh jumlah persediaan produksi optimal sebesar 320 unit dengan *backorder* optimal sebesar 65 unit sehingga biaya total persediaan minimum yang diperoleh sebesar \$646,5137676.

- Contoh kasus II (jumlah persediaan maksimum telah ditetapkan sebesar 60 unit)

Dari data pada Tabel 3.1, akan dihitung jumlah *backorder* (Q_2), laju persediaan produksi (T), dan biaya total persediaan (C) yang optimal. Dengan menggunakan *maple mathematical software* untuk mempermudah perhitungan, diperoleh hasil T sebagai berikut.

$$T = 13.69253285, -13.69253285$$

Nilai T yang digunakan bernilai positif, karena waktu selalu bernilai positif. Untuk memperoleh nilai Q_2 optimal, maka nilai T optimal (T) yang telah diperoleh disubstitusikan kedalam persamaan (3.24) sehingga diperoleh hasil perhitungannya dalam Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Siklus persediaan produksi optimal (T) dan jumlah *backorder* optimal (Q_2)

No.	Kuantitas Optimal	Nilai
1.	laju siklus persediaan produksi optimal (T)	13,69253285
2.	jumlah <i>backorder</i> optimal (Q_2)	5,75415768

Berdasarkan Tabel 3.3, jika dibulatkan nilai T dan Q_2 , maka diperoleh laju siklus persediaan produksi optimal (T) selama 14 hari dan jumlah *backorder* optimal (Q_2) sebanyak 6 unit. Selanjutnya, nilai T pada Tabel 3.3 dapat digunakan untuk menghitung biaya total persediaan pada model persediaan produksi dengan adanya kerusakan dan kekurangan barang menggunakan persamaan 3.25, sehingga dengan adata yang ada diperoleh biaya total persediaan sebesar

$$C = 115,0831532.$$

Dengan demikian, untuk jumlah persediaan maksimum sebesar 60 unit, perusahaan membutuhkan waktu untuk satu siklus persediaan produksi selama 14 hari dan jumlah *backorder* maksimum sebesar 6 unit dengan biaya total persediaan yang minimum sebesar \$115.

3.2.2 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mendapatkan parameter yang paling tepat dalam usaha meminimumkan biaya total persediaan. Perhitungan analisis sensitivitas akan digunakan untuk membandingkan hasil perhitungan model dengan hasil pada analisis sensitivitas. Parameter yang akan diubah nilainya adalah θ , C_1 , C_2 , C_3 , p , a , Q_1 , dan T sebesar -50%, -25%, +25%, dan +50%. Variabel yang di uji sensitivitasnya adalah Q_1 , Q_2 , T , dan C . Digunakan *maple mathematical software* untuk mempermudah perhitungan.

3.2.2.1 Contoh kasus I (satu siklus persediaan produksi telah ditetapkan selama 80 hari)

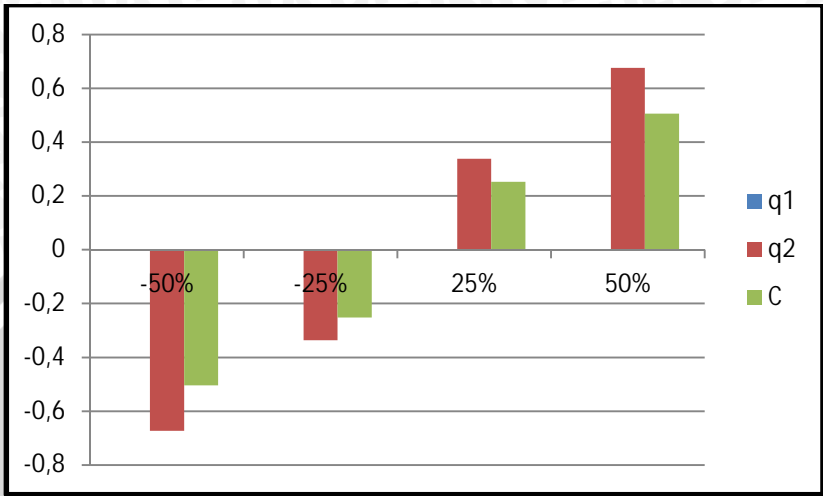
1. Perubahan Tingkat Kerusakan (θ)

Tabel 3.4 Perubahan nilai tingkat kerusakan

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	319,9919169	64,43472821	643,2521461
-25%	319,9871432	64,65280537	644,8817726
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	319,9761212	65,09038628	648,1481305
50%	319,9698686	65,30989036	649,7848608

Tingkat sensitivitas pada Lampiran 5 berdasarkan nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada Tabel 3.4 ditunjukkan pada Gambar 3.2. Pada Gambar 3.2 dilihat dari nilai perubahannya, tingkat kerusakan tidak mempengaruhi nilai jumlah pemesanan optimal (Q_1) atau dengan kata lain kurang sensitif dan cukup sensitif terhadap perubahan Q_2 dan C jika dibandingkan dengan Q_1 .

Berdasarkan tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C terhadap perubahan nilai tingkat kerusakan (θ), diketahui perubahan nilai tingkat sensitivitasnya sangat kecil sehingga tidak mempengaruhi nilai Q_1 , Q_2 , dan C .



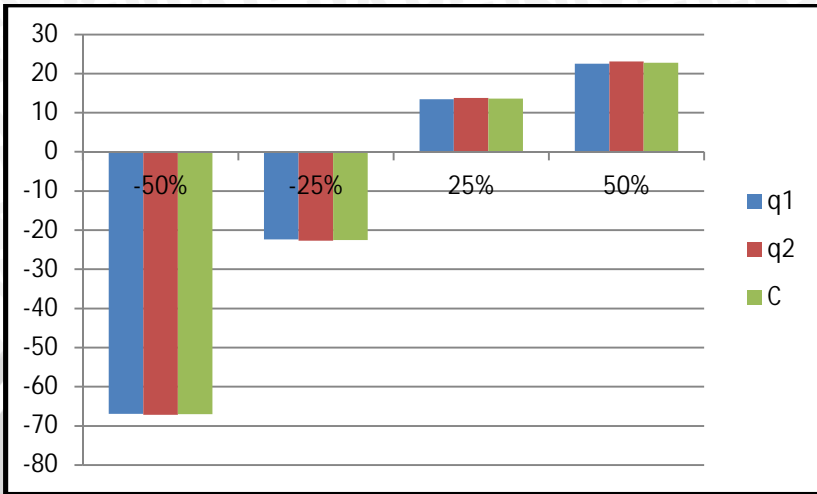
Gambar 3.2 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan tingkat kerusakan (θ)

2. Perubahan Jumlah Produksi (p)

Tabel 3.5 Perubahan jumlah produksi

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	105,8781567	21,28107949	213,2195413
-25%	248,3008178	50,14565856	500,7848825
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	363,122103	73,82307194	734,7181207
50%	391,9324447	79,84470062	793,8748679

Perubahan jumlah produksi p dengan nilai dari parameter C_1 , C_2 , C_3 , θ , α , dan T tetap, menghasilkan nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada Tabel 3.5 dan tingkat sensitivitasnya pada Lampiran 5. Tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan jumlah produksi (p)

Pada Gambar 3.3 diketahui bahwa jika jumlah produksi turun maka nilai Q_1 , Q_2 , dan C akan turun dan jika jumlah produksi naik maka nilainya akan naik. Berdasarkan tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C , dapat diketahui tidak terdapat variabel yang tidak sensitif terhadap perubahan jumlah produksi p . Jadi jumlah produksi p sangat berpengaruh terhadap nilai Q_1 , Q_2 , dan C .

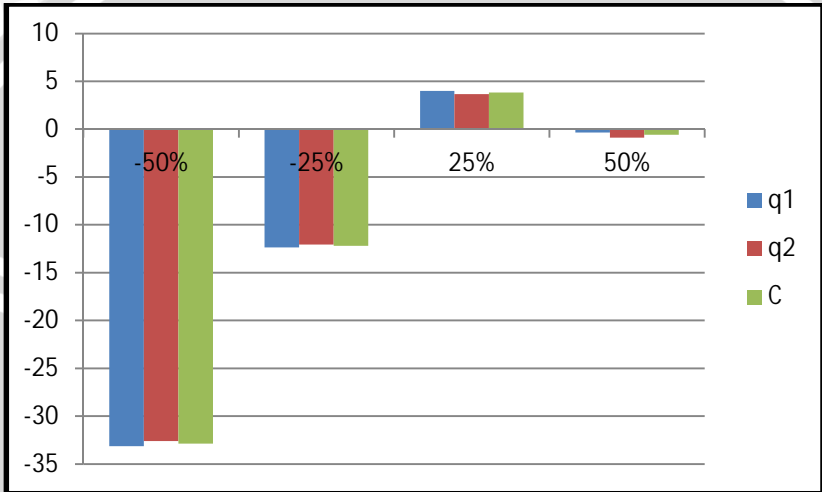
3. Perubahan Jumlah Permintaan (a)

Tabel 3.6 Perubahan jumlah permintaan

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	213,9988833	43,71844878	434,1241036
-25%	280,4410825	57,05695942	567,6506333
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	332,7424466	67,2575534	671,34752
50%	318,8577686	64,2949791	642,6799299

Perubahan jumlah produksi a terhadap nilai Q_1^* , Q_2 , dan C terdapat pada Tabel 3.6, dengan nilai dari parameter C_1 , C_2 , C_3 , θ , p ,

dan T tetap. Tingkat sensitivitas pada Lampiran 5 dari perubahan jumlah permintaan a ditunjukkan pada Gambar 3.4. Pada Gambar 3.4, jumlah persediaan maksimum (Q_1), jumlah *backorder* maksimum (Q_2), dan biaya total persediaan (C) sangat sensitif terhadap perubahan parameter a . Artinya, parameter a mempengaruhi nilai Q_1 , Q_2 , dan C .



Gambar 3.4 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan jumlah permintaan (a)

Dari Gambar 3.4 diketahui jika jumlah permintaan ditambah dari solusi semula, maka akan menyebabkan biaya total persediaan menjadi bertambah. Tetapi, jika jumlah permintaan bertambah 50% dari solusi awal maka biaya total persediaan berkurang atau lebih minimum dari solusi semula. Hal tersebut menunjukkan bahwa jika tingkat permintaan mendekati tingkat produksi, maka biaya total persediaannya akan lebih minimum. Oleh karena itu tingkat permintaan tidak boleh lebih dari tingkat produksi.

4. Perubahan Biaya Penyimpanan (C_1)

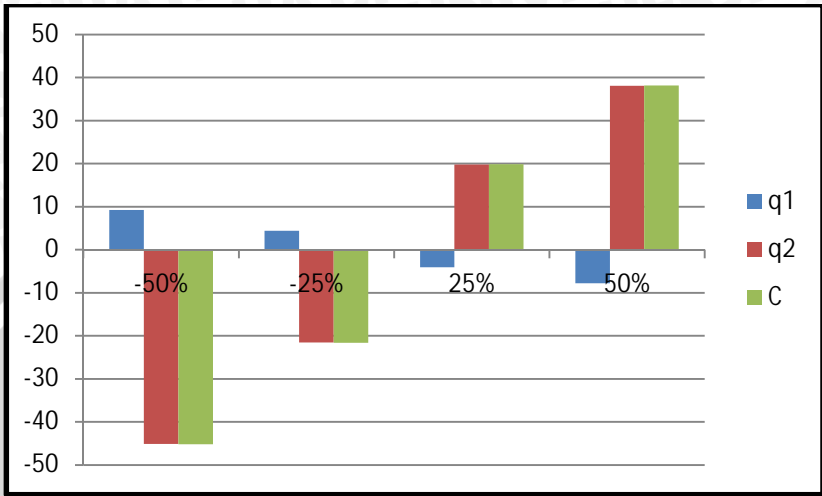
Nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada perubahan biaya penyimpanan C_1 terdapat pada Tabel 3.7 dan tingkat sensitivitasnya terlampir pada Lampiran 5, dengan nilai dari parameter C_2 , C_3 , θ , p , a , dan T tetap. Tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.5.

Tabel 3.7 Perubahan biaya penyimpanan

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	349,4253329	35,59215096	354,4846271
-25%	334,0488781	50,88102734	506,9309695
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	307,0624173	77,72331043	774,8050225
50%	295,1544275	89,5715403	893,1292135

Dari Gambar 3.5, jika biaya penyimpanan (C_1) bertambah dari nilai semula maka jumlah persediaan maksimum (Q_1) akan berkurang atau menurun, begitu pula sebaliknya. Berbeda dengan jumlah *backorder* maksimum (Q_2) dan biaya total persediaan (C), jika biaya penyimpanan C_1 ditambah dari nilai semula maka nilai Q_2 dan C juga akan bertambah atau nilainya akan naik dari nilai awal.

Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C terhadap perubahan biaya penyimpanan C_1 , Q_1 cukup sensitif, artinya perubahan biaya penyimpanan C_1 tidak terlalu berpengaruh terhadap jumlah persediaan maksimum (Q_1). Hal tersebut berbeda dengan jumlah *backorder* maksimum (Q_2) dan biaya total persediaan (C) yang sangat sensitif terhadap perubahan biaya penyimpanan C_1 .



Gambar 3.5 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya penyimpanan (C_1)

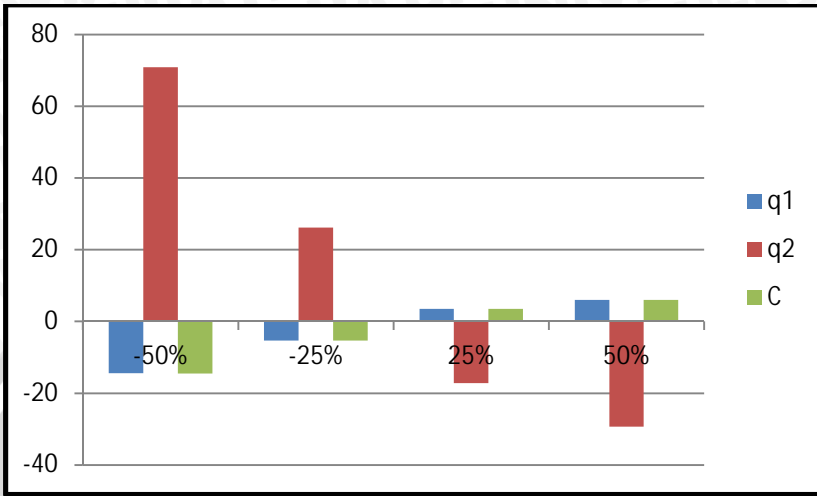
5. Perubahan Biaya *Shortage* (C_2)

Tabel 3.8 Perubahan biaya *shortage*

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	273,7721521	110,8524412	552,8856838
-25%	302,9227146	81,84197016	611,9490004
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	331,1823163	53,73169809	669,2066949
50%	339,1004031	45,85783926	685,2484554

Perubahan biaya *shortage* (C_2) menghasilkan nilai Q_1 , Q_2 , dan C yang ditunjukkan pada Tabel 3.8 dan tingkat sensitivitas yang terlampir pada Lampiran 5, dengan nilai parameter yang lain tetap seperti pada perhitungan sebelumnya dan tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.6.

Berdasarkan Gambar 3.6, jumlah persediaan maksimum (Q_1) dan biaya total persediaan (C) cukup sensitif terhadap perubahan biaya *shortage* (C_2). Berbeda dengan sensitivitas pada jumlah *backorder* maksimum (Q_2) yang sangat sensitif.



Gambar 3.6 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya *shortage* (C_2)

Artinya, perubahan biaya *shortage* (C_2) sangat berpengaruh terhadap nilai Q_2 dan tidak terlalu berpengaruh terhadap jumlah persediaan maksimum (Q_1) dan biaya total persediaan (C).

6. Perubahan Biaya *Deterioration* (C_3)

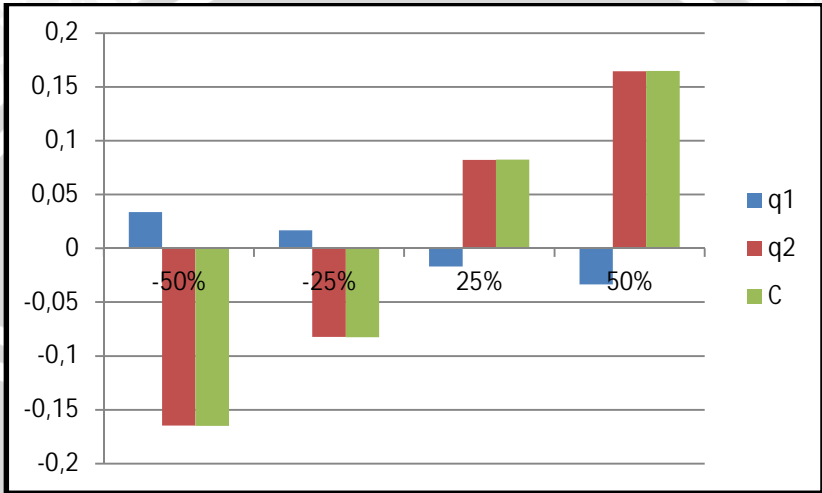
Tabel 3.9 Perubahan biaya *deterioration*

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	320,0892059	64,76460326	645,446864
-25%	320,0355332	64,81798965	645,9804052
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	319,9282423	64,92470837	647,0469511
50%	319,8746239	64,97804089	647,5799559

Nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada perubahan biaya *deterioration* C_3 ditunjukkan pada Tabel 3.9. Gambar 3.7 merupakan gambaran dari tingkat sensitivitasnya yang terlampir pada Lampiran 5.

Berdasarkan tingkat sensitivitas, nilai Q_1 , Q_2 , dan C kurang sensitif terhadap perubahan biaya *deterioration* C_3 , Hal ini

dikarenakan nilai tingkat kerusakan pada kasus ini sangatlah kecil, sehingga biaya *deterioration* C_3 tidak terlalu mempengaruhi nilai jumlah persediaan maksimum (Q_1), jumlah *backorder* maksimum (Q_2), dan biaya total persediaan C .



Gambar 3.7 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya *deterioration* (C_3)

7. Perubahan Laju Siklus Produksi (T)

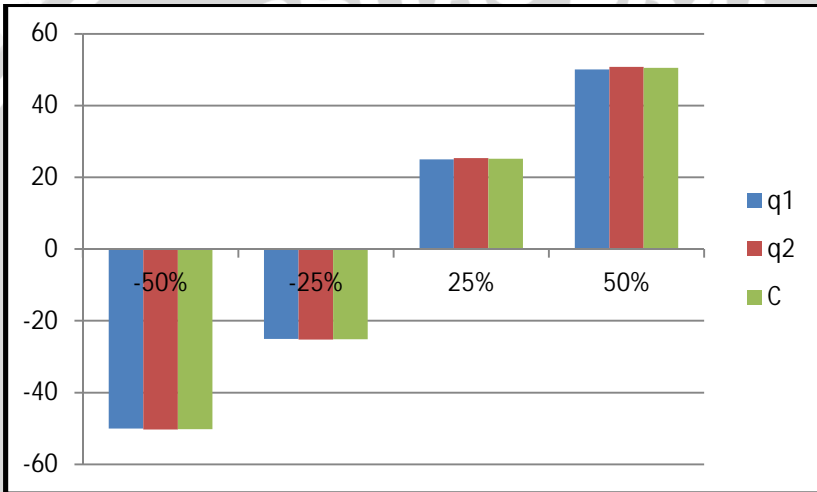
Tabel 3.10 Perubahan laju siklus produksi

variasi	Q_1	Q_2	C
-50%	159,9424868	32,27069319	322,1592012
-25%	239,9501885	48,52961227	484,0612304
normal	319,9818787	64,87135799	646,5137676
25%	400,0373169	81,29626522	809,518484
50%	480,1162605	97,8046697	973,0770543

Tabel 3.10 merupakan nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada perubahan laju siklus produksi T dengan tingkat sensitivitasnya terlampir pada Lampiran 5, dengan nilai parameter yang lain tetap seperti pada

perhitungan sebelumnya dan tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.8.

Berdasarkan Gambar 3.8, jika semakin besar laju siklus produksi maka akan semakin besar pula biaya total persediaannya. Demikian pula dengan jumlah pemesanan optimal. Berdasarkan tingkat sensitivitasnya, Q_1 , Q_2^* , dan C sangatlah sensitif terhadap perubahan laju siklus produksi T yang berarti sangat mempengaruhi nilai Q_1 , Q_2 , dan C .



Gambar 3.8 Tingkat sensitivitas Q_1 , Q_2 , dan C dengan perubahan waktu Siklus Produksi (T)

3.2.2.2 Contoh kasus II (jumlah persediaan maksimum telah ditetapkan sebesar 60 unit)

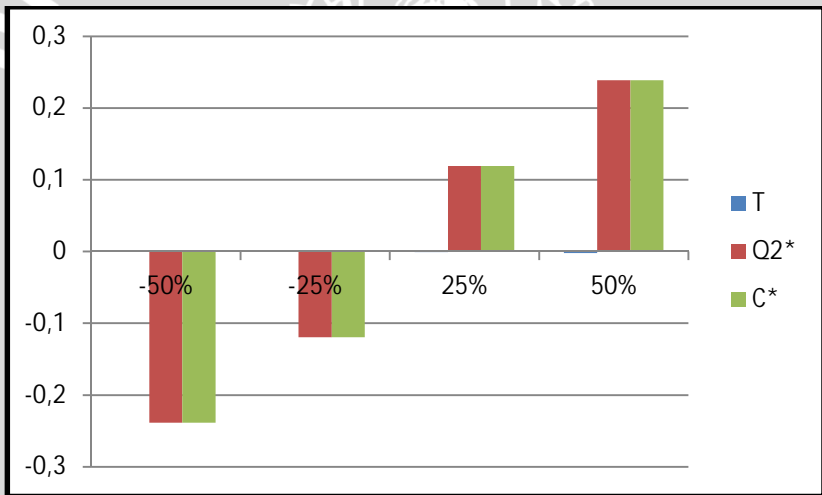
1. Perubahan Tingkat Kerusakan (θ)

Nilai T , Q_2 , dan C pada perubahan tingkat kerusakan parameter θ dengan nilai dari parameter C_1 , C_2 , C_3 , p , a , dan Q_1 tetap ditunjukkan pada Tabel 3.11. Tingkat sensitivitas pada Lampiran 7 dari perubahan fungsi tujuan T , Q_2 , dan C ditunjukkan pada Gambar 3.9.

Pada Gambar 3.9 dilihat dari nilai perubahannya, tingkat kerusakan tidak mempengaruhi nilai jumlah pemesanan optimal (Q_1) atau dengan kata lain kurang sensitif dan cukup sensitif terhadap perubahan Q_2 dan C jika dibandingkan dengan Q_1 .

Tabel 3.11 Perubahan nilai tingkat kerusakan

Variasi	T	Q_2	C
-50%	13,69279804	5,740430592	114,8086116
-25%	13,69266535	5,74729368	114,9458739
normal	13,69253284	5,754157632	115,0831532
25%	13,69240052	5,761022496	115,2204495
50%	13,69226836	5,767888128	115,3577627



Gambar 3.9 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan tingkat kerusakan (θ)

Berdasarkan tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C terhadap perubahan nilai tingkat kerusakan (θ), diketahui perubahan nilai tingkat sensitivitasnya sangat kecil sehingga tidak mempengaruhi nilai T , Q_2 , dan C .

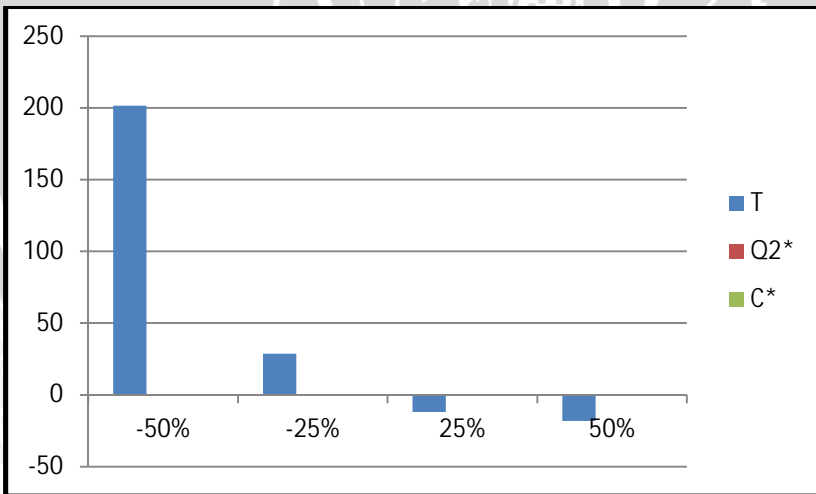
2. Perubahan Jumlah Produksi (p)

Tabel 3.12 Perubahan jumlah produksi

Variasi	T	Q_2	C
-50%	41,26875	5,76	115,2
-25%	17,6161657	5,75416147	115,0832293
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	12,07845295	5,754431107	115,0886222
50%	11,19842282	5,754686605	115,093732

Nilai T , Q_2 , dan C pada perubahan jumlah produksi p ditunjukkan pada Tabel 3.12 dan tingkat sensitivitasnya terlampir pada Lampiran 7, dengan nilai dari parameter C_1 , C_2 , C_3 , θ , a , dan T tetap.

Pada Gambar 3.10 diketahui jika jumlah produksi berkurang maka waktu siklus persediaan produksinya semakin bertambah dengan kata lain semakin lama. Hal ini dikarenakan jumlah produksi berkurang, sedangkan jumlah persediaan maksimum telah ditetapkan sehingga waktu untuk satu siklus persediaan produksi akan semakin lama.



Gambar 3.10 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan jumlah produksi (p)

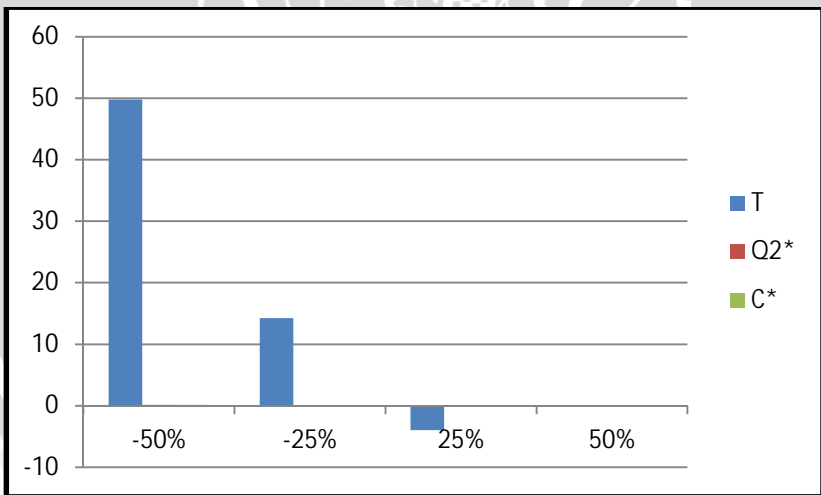
Berdasarkan tingkat sensitivitaasnya, perubahan jumlah produksi p mempengaruhi nilai T dan tidak terlalu berpengaruh terhadap nilai Q_2 dan C sehingga dengan kata lain hanya laju siklus persediaan produksi yang sensitif terhadap perubahan nilai p .

3. Perubahan Jumlah Permintaan (a)

Tabel 3.13 Perubahan jumlah permintaan

Variasi	T	Q_2	C
-50%	20,50829249	5,761535968	115,2307196
-25%	15,63998123	5,756492595	115,129852
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	13,15059847	5,75299235	115,0598465
50%	13,70469952	5,752557696	115,0511544

Nilai T , Q_2 , dan C pada perubahan jumlah produksi p terlampir ditunjukkan pada Tabel 3.13, dengan nilai dari parameter C_1 , C_2 , C_3 , θ , a , dan Q_1 tetap. Tingkat sensitivitas yang terlampir pada Lampiran 7 dengan perubahan jumlah produksi p ditunjukkan pada Gambar 3.11.



Gambar 3.11 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan jumlah permintaan (a)

Hasil dari perubahan jumlah permintaan pada kasus II ini sama seperti perubahan jumlah produksi (p) pada kasus II yang ditunjukkan pada Gambar 3.11, yaitu T^* yang paling berpengaruh terhadap perubahan nilai a dibandingkan dengan Q_2 , dan C . Jadi, jika jumlah permintaan berkurang maka waktu dalam satu siklus persediaan produksi akan bertambah lama karena persediaan maksimum dan jumlah produksinya tetap sedangkan jumlah permintaannya berkurang. Jika jumlah permintaan bertambah 25% dari jumlah awal maka waktu dalam satu siklus persediaan produksi akan berkurang tetapi jika jumlah permintaan bertambah 50%, waktu dalam satu siklus persediaan produksi bertambah.

4. Perubahan Biaya Penyimpanan (C_1)

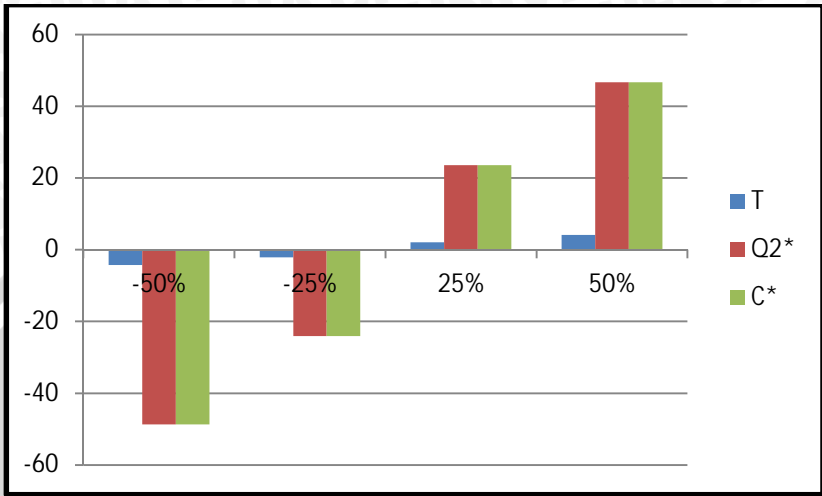
Tabel 3.14 Perubahan biaya penyimpanan

Variasi	T	Q_2	C
-50%	13,10923806	2,954342688	59,08685333
-25%	13,40405868	4,369481664	87,38963316
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	13,97505357	7,110257136	142,2051431
50%	14,25197492	8,439479616	168,7895921

Tabel 3.14 merupakan nilai T , Q_2 , dan C pada perubahan biaya penyimpanan C_1 dengan nilai dari parameter C_2 , C_3 , θ , p , a , dan Q_1 tetap. Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C yang terlampir pada Lampiran 7 ditunjukkan pada Gambar 3.12.

Pada Gambar 3.12, jika biaya penyimpan (C_1) bertambah maka Nilai T , Q_2 , dan C juga akan bertambah, begitupula sebaliknya. Perubahan nilai biaya penyimpanan lebih berpengaruh terhadap perubahan nilai Q_2 , dan C dibandingkan nilai T . Dengan kata lain, perubahan biaya penyimpanan tidak terlalu berpengaruh terhadap waktu dalam satu siklus persediaan produksi.

Berdasarkan tingkat sensitivitas T , Q_2 dan C terhadap perubahan biaya penyimpanan C_1 . Q_2 dan C sangat sensitif dan T kurang sensitif.



Gambar 3.12 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya penyimpanan (C_1)

5. Perubahan Biaya *Shortage* (C_2)

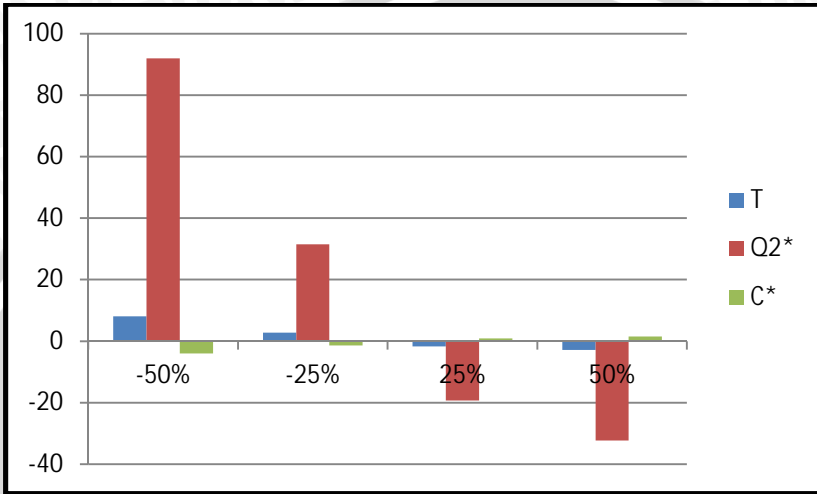
Tabel 3.15 Perubahan biaya *shortage*

Variasi	T	Q_2	C
-50%	14,79449635	11,04358248	110,435825
-25%	14,0694472	7,56334656	113,4501987
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	13,46131949	4,644333552	116,1083387
50%	13,3049452	3,89373696	116,8121092

Nilai dan tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C pada perubahan biaya *shortage* (C_2) ditunjukkan pada Tabel 3.15 dan terlampir pada Lampiran 7, dengan nilai parameter yang lain tetap seperti pada perhitungan sebelumnya dan tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.13.

Berdasarkan perubahan biaya *shortage* (C_2) pada Gambar 3.13, jika biaya *shortage* (C_2) turun 25% dan 50% dari biaya awal maka waktu satu siklus persediaan produksi akan naik 2,75% dan 8%,

jumlah *backorder* maksimum akan naik 31,44% dan 91,92%, dan biaya total persediaan akan turun 1,4 % dan 4% dari nilai awal.



Gambar 3.13 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya *shortage* (C_2)

Jika biaya *shortage* (C_2) naik 25% dan 50% dari biaya awal maka waktu satu siklus persediaan produksi akan turun 1,69% dan 2,83%, jumlah *backorder* maksimum akan turun 19,29% dan 32,33%, dan biaya total persediaan akan naik 1,4 % dan 4% dari nilai awal. Berdasarkan tingkat sensitivitas terhadap perubahan biaya penyimpanan C_1 , T , Q_2 dan C sangat sensitif.

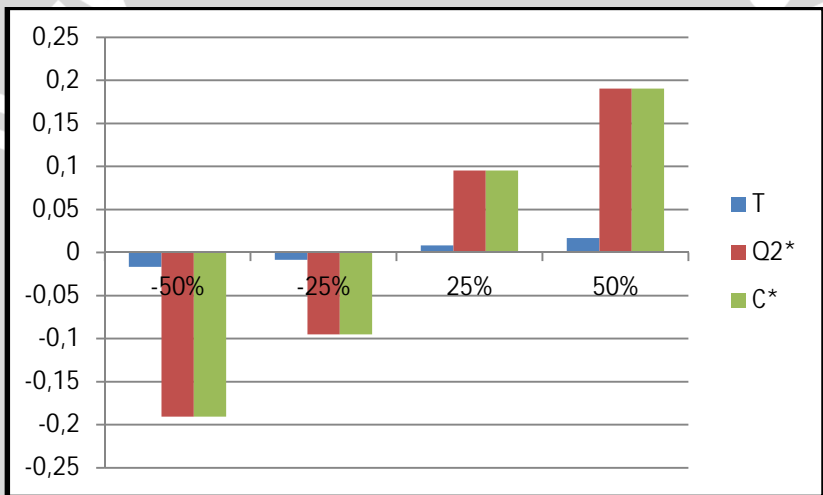
6. Perubahan Biaya *Deteriotation* (C_3)

Tabel 3.16 Perubahan biaya *deterioration*

Variasi	T	Q_2	C
-50%	13,69025039	5,743201872	114,8640374
-25%	13,69139167	5,748680016	114,9735999
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	13,69367393	5,759634864	115,1926974
50%	13,69481492	5,765111616	115,3022324

Nilai Q_1 , Q_2 , dan C pada perubahan biaya *deteriotation* C_3 yang ditunjukkan pada Tabel 3.16 memiliki tingkat sensitivitas terlampir pada Lampiran 7, dengan nilai parameter yang lain tetap seperti pada perhitungan sebelumnya dan tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.14.

Berdasarkan Gambar 3.14, jika perubahan biaya *deterioration* naik maka waktu siklus persediaan produksi, jumlah *backorder* optimal, dan biaya total persediaan akan naik, begitu pula sebaliknya. Berdasarkan tingkat sensitivitas, nilai T^* , Q_2 , dan C kurang sensitif terhadap perubahan biaya *deteriotation* C_3 . Hal ini dikarenakan nilai tingkat kerusakan pada kasus ini sangatlah kecil.



Gambar 3.14 Tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C dengan perubahan biaya *deteriotation* (C_3)

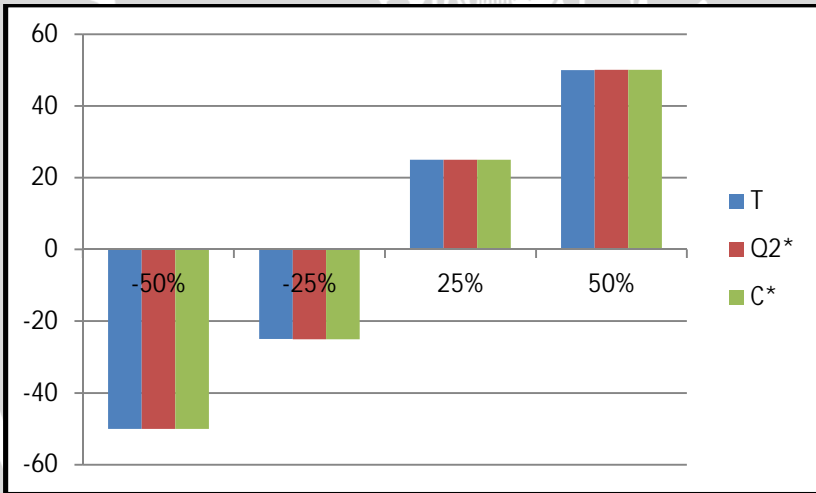
7. Perubahan Jumlah Persediaan Maksimum (Q_1)

Nilai dan tingkat sensitivitas T , Q_2 , dan C pada perubahan jumlah persediaan maksimum Q_1 ditunjukkan pada Tabel 3.17 dan terlampir pada Lampiran 7, dengan nilai parameter yang lain tetap seperti pada perhitungan sebelumnya dan tingkat sensitivitasnya ditunjukkan pada Gambar 3.15.

Tabel 3.17 Perubahan jumlah persediaan maksimum

Variasi	T	Q_2	C
-50%	6,847540035	2,875692168	57,51384332
-25%	10,27035482	4,314578136	86,29156278
normal	13,69253285	5,75415768	115,0831532
25%	17,11407415	7,19443092	143,8886188
50%	20,53497879	8,635398192	172,7079641

Berdasarkan Gambar 3.15, jika nilai Q_1 naik dari nilai awal maka nilai T , Q_2 , dan C akan meningkat, begitu pula sebaliknya. Berdasarkan tingkat sensitivitasnya, T , Q_2 , dan C sangat sensitif terhadap perubahan jumlah persediaan maksimum, sehingga perubahan nilai Q_1 sangat mempengaruhi nilai T , Q_2 , dan C .



Gambar 3.15 Tingkat sensitivitas T^* , Q_2 , dan C dengan perubahan jumlah persediaan maksimum (Q_1)

Dari hasil analisis sensitivitas pada contoh kasus I, berdasarkan perubahan parameter θ , p , a , C_1 , C_2 , C_3 , dan T , nilai biaya total persediaan akan berkurang dari nilai awal jika terjadi pengurangan nilai parameter. Sebaliknya, jika terjadi penambahan nilai parameter,

maka biaya total persediaan akan naik sehingga akan kehilangan optimalitasnya, kecuali pada perubahan nilai parameter a .

Ketika nilai parameter a atau jumlah permintaan dinaikkan hingga 25%, biaya total persediaan naik. Tetapi, jika dinaikkan hingga 50% maka biaya total persediaannya turun atau menjadi lebih minimum. Hal ini menunjukkan biaya total persediaan akan lebih minimum jika terjadi kenaikan permintaan sebesar 50% dibandingkan dengan kenaikan permintaan sebesar 25%.

Biaya total persediaan yang paling minimum terdapat pada pengurangan tingkat produksi sebesar 50%, sehingga dengan mengurangi jumlah produksi sebesar 50% dari jumlah awal akan menurunkan biaya total persediaan hingga 67,02010815%. Dari hasil analisis sensitivitas, tidak semua parameter dalam fungsi tujuan mempengaruhi nilai Q_1^* , Q_2 , dan C . Seperti tingkat kerusakan (θ) dan biaya kerusakan (C_3), hal ini disebabkan nilai θ yang sangat kecil sehingga jika biaya kerusakan suatu unit atau barang sangat tinggi tetapi tingkat kerusakannya sangat kecil, maka tidak terlalu berpengaruh terhadap jumlah persediaan optimal (Q_1), *backorder* optimal (Q_2), dan biaya total persediaan (C).

Dari hasil analisis sensitivitas pada contoh kasus II, berdasarkan perubahan parameter θ , p , a , C_1 , C_2 , C_3 , dan Q_1 , waktu dalam satu siklus persediaan produksi terlama jika terjadi penurunan jumlah produksi sebesar 50%. Hal ini dikarenakan perusahaan harus memenuhi persediaan maksimum sebesar 60 unit sedangkan jumlah produksinya lebih sedikit 50% dari jumlah awal sehingga waktu dalam satu siklus persediaan produksi menjadi lebih lama. Waktu dalam satu siklus persediaan produksi akan semakin cepat jika jumlah persediaan maksimum semakin berkurang.

Nilai biaya total persediaan akan semakin minimum jika salah satu nilai θ , C_1 , C_2 , C_3 , atau Q_1 berkurang dari nilai awal dan akan semakin maksimum jika terjadi kenaikan pada jumlah produksi. Akan tetapi, jika jumlah permintaan naik maka biaya total persediaan produksi akan turun dan jika jumlah permintaan turun maka biaya total persediaan produksi naik.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

